پاسخنامه جزوه تست و جمع‌بندی

نیمسال اوّل - دی ماه ۱۴۰۴

دوازدهم رشته تجربی

- درس ریاضی: شامل ۵۵۵ تست
- درس زیست: شامل ۵۸۰ تست
- درس فیزیک: شامل ۵۳۰ تست
- درس شیمی: شامل ۴۶۵ تست

به همراه پاسخنامه تشریحی

نام و نام خانوادگی

خیلی سبز!
گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی
قلم‌چی
مارا تون

فـــهرست

زیست شناسی	تاریخ	بودجه بندی	تعداد	صفحه سوال	صفحه پاسخ
قلمچی	۲۰ مهر ۴۰۳	فصل ۱	۲۰	۱	۱
	۱۸ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۲۰	۴	۴
	۲ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۲۰	۷	۷
	۴ آبان ۴۰۳	فصل ۱	۲۰	۱۰	۱۰
	۱۸ آبان ۴۰۳	فصل ۲	۲۰	۱۳	۱۳
	۱۶ آبان ۴۰۴	فصل ۲	۲۰	۱۶	۱۶
	۲ آذر۴۰۳	فصل ۲	۲۰	۱۹	۱۹
	۳۰ آبان ۴۰۴	فصل ۲	۲۰	۲۲	۲۲
	۱۶ آذر ۴۰۳	فصل ۱+۲	۲۰	۲۵	۲۵
	۱۴ آذر ۴۰۴	فصل ۱+۲	۲۰	۲۸	۲۸
	۳۰ آذر ۴۰۳	فصل ۳	۲۰	۳۰	۳۱
ماز	۱۷ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۱۵	۳۳	۳۴
	۱ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۱۵	۳۶	۴۵
	۱۵ آبان ۴۰۴	فصل ۲	۱۵	۳۹	۵۸
	۲۹ آبان ۴۰۴	فصل ۲+۳	۱۵	۴۲	۷۱
	۱۳ آذر ۴۰۴	فصل ۱+۲+۳	۲۱	۴۵	۸۳
	۲۹ آذر ۴۰۳	فصل ۳+۴	۱۵	۴۹	۹۸

زیست شناسی	تاریخ	بودجه بندی	تعداد	صفحه سوال	صفحه پاسخ
ماراتون	۱۷ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۱۵	۵۲	۱۱۱
	۱ آبان ۴۰۴	فصل ۱+۲	۱۵	۵۵	۱۳۰
	۱۵ آبان ۴۰۴	فصل ۲	۱۵	۵۷	۱۴۶
	۲۹ آبان ۴۰۴	فصل ۳	۱۵	۵۹	۱۶۷
	۱۳ آذر ۴۰۴	فصل ۱+۲+۳	۲۰	۶۲	۱۷۷
	۲۹ آذر ۴۰۳	فصل ۴	۱۵	۶۶	۱۹۴
خیلی سبز	۲۵ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۲۰	۶۹	۲۰۹
	۱۶ آبان ۴۰۴	فصل ۱+۲	۲۰	۷۲	۲۳۳
	۷ آذر ۴۰۴	فصل ۲+۳	۲۰	۷۵	۲۵۵
	۳۰ آذر ۴۰۳	فصل ۳+۴	۱۹	۷۸	۲۸۱
گزینه دو	۲۵ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۲۲	۸۱	۳۰۹
	۱۶ آبان ۴۰۴	فصل ۱+۲	۲۳	۸۴	۳۱۵
	۷ آذر ۴۰۴	فصل ۱+۲	۲۲	۸۷	۳۲۱
	۳۰ آذر ۴۰۳	فصل ۲+۳+۴	۲۵	۹۰	۳۲۸

فیزیک	تاریخ	بودجه بندی	تعداد	صفحه سوال	صفحه پاسخ
قلمچی	۱۸ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۲۰	۹۴	۳۳۳
	۲۰ مهر ۴۰۳	فصل ۱	۲۰	۹۸	۳۳۶
	۲ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۲۰	۱۰۳	۳۴۰
	۴ آبان ۴۰۳	فصل ۱	۲۰	۱۰۷	۳۴۴
	۱۸ آبان ۴۰۳	فصل ۱	۲۰	۱۱۱	۳۴۹
	۱۶ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۲۰	۱۱۵	۳۵۶
	۲ آذر ۴۰۳	فصل ۲	۲۰	۱۱۸	۳۶۱
	۳۰ آبان ۴۰۴	فصل ۲	۲۰	۱۲۲	۳۶۶
	۱۶ آذر ۴۰۳	فصل ۱+۲	۲۰	۱۲۵	۳۷۰
	۱۴ آذر ۴۰۴	فصل ۱+۲	۲۰	۱۲۹	۳۷۵
	۳۰ آذر ۴۰۳	فصل ۳	۲۰	۱۳۲	۳۷۹
ماز	۱۷ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۱۵	۱۳۶	۳۸۳
	۱ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۱۵	۱۳۹	۳۹۵
	۱۵ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۱۵	۱۴۲	۴۱۰
	۲۹ آبان ۴۰۴	فصل ۱+۲	۱۵	۱۴۵	۴۳۳
	۱۳ آذر ۴۰۴	فصل ۱+۲	۱۵	۱۴۸	۴۴۶
	۲۹ آذر ۴۰۳	فصل ۲+۳	۱۰	۱۵۱	۴۵۹

فیزیک	تاریخ	بودجه بندی	تعداد	صفحه سوال	صفحه پاسخ
ماراتون	۱۷ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۱۰	۱۵۳	۴۶۸
	۱ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۱۵	۱۵۵	۴۷۶
	۱۵ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۱۵	۱۵۷	۴۸۸
	۲۹ آبان ۴۰۴	فصل ۲	۱۰	۱۶۰	۵۰۲
	۱۳ آذر ۴۰۴	فصل ۱+۲	۲۰	۱۶۲	۵۰۹
	۲۹ آذر ۴۰۳	فصل ۲+۳	۱۰	۱۶۵	۵۲۹
خیلی سبز	۲۵ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۲۰	۱۶۷	۵۳۸
	۱۶ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۱۷	۱۷۱	۵۵۸
	۷ آذر ۴۰۴	فصل ۱+۲	۱۸	۱۷۴	۵۷۵
	۳۰ آذر ۴۰۳	فصل ۲	۱۸	۱۷۷	۵۹۶
گزینه دو	۲۵ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۲۰	۱۸۱	۶۱۶
	۱۶ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۱۷	۱۸۴	۶۲۲
	۷ آذر ۴۰۴	فصل ۱+۲	۱۸	۱۸۷	۶۲۸
	۳۰ آذر ۴۰۳	فصل ۲	۱۸	۱۹۰	۶۳۴

شیمی	تاریخ	بودجه بندی	تعداد	صفحه سوال	صفحه پاسخ
قلمچی	۱۸ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۱۰	۱۹۳	۶۳۷
	۲۰ مهر ۴۰۳	فصل ۱	۲۰	۱۹۵	۶۳۹
	۲ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۱۰	۱۹۹	۶۴۲
	۴ آبان ۴۰۳	فصل ۱	۲۰	۲۰۱	۶۴۴
	۱۸ آبان ۴۰۳	فصل ۱	۲۰	۲۰۵	۶۴۸
	۱۶ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۱۰	۲۰۹	۶۵۳
	۲ آذر ۴۰۳	فصل ۲	۲۰	۲۱۱	۶۵۵
	۳۰ آبان ۴۰۴	فصل ۲	۱۰	۲۱۵	۶۵۸
	۱۶ آذر ۴۰۳	فصل ۱+۲	۲۰	۲۱۷	۶۶۰
	۱۴ آذر ۴۰۴	فصل ۱+۲	۱۰	۲۲۱	۶۶۴
	۳۰ آذر ۴۰۳	فصل ۲	۲۰	۲۲۳	۶۶۶
ماز	۱۷ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۱۵	۲۲۷	۶۷۰
	۱ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۱۵	۲۳۰	۶۸۶
	۱۵ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۱۵	۲۳۲	۷۰۱
	۲۹ آبان ۴۰۴	فصل ۱+۲	۱۵	۲۳۴	۷۱۶
	۱۳ آذر ۴۰۴	فصل ۱+۲	۱۵	۲۳۶	۷۳۱
	۲۹ آذر ۴۰۳	فصل ۲	۱۵	۲۳۹	۷۴۶

شیمی	تاریخ	بودجه بندی	تعداد	صفحه سوال	صفحه پاسخ
ماراتون	۱۷ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۱۰	۲۴۲	۷۵۸
	۱ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۱۰	۲۴۴	۷۷۲
	۱۵ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۱۵	۲۴۶	۷۸۲
	۲۹ آبان ۴۰۴	فصل ۲	۱۰	۲۴۸	۷۹۵
	۱۳ آذر ۴۰۴	فصل ۱+۲	۱۵	۲۵۰	۸۰۴
	۲۹ آذر ۴۰۳	فصل ۲	۱۰	۲۵۳	۸۲۰
خیلی سبز	۲۵ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۲۰	۲۵۵	۸۳۷
	۱۶ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۲۰	۲۶۰	۸۵۹
	۷ آذر ۴۰۴	فصل ۱+۲	۲۰	۲۶۴	۸۸۴
	۳۰ آذر ۴۰۳	فصل ۲	۲۰	۲۶۸	۹۰۵
گزینه دو	۲۵ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۲۰	۲۷۴	۹۲۷
	۱۶ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۱۷	۲۷۷	۹۳۳
	۷ آذر ۴۰۴	فصل ۱	۱۸	۲۷۹	۹۳۸
	۳۰ آذر ۴۰۳	فصل ۱+۲	۱۷	۲۸۲	۹۴۵

ریاضی	تاریخ	بودجه بندی	تعداد	صفحه سوال	صفحه پاسخ
قلمچی	۱۸ مهر ۴۰۳	فصل ۱	۲۰	۲۸۴	۹۴۸
	۲۰ مهر ۴۰۳	فصل ۱	۲۰	۲۸۷	۹۵۱
	۲ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۲۰	۲۹۰	۹۵۴
	۴ آبان ۴۰۳	فصل ۱	۲۰	۲۹۴	۹۵۷
	۱۸ آبان ۴۰۳	فصل ۲	۲۰	۲۹۷	۹۶۰
	۱۶ آبان ۴۰۴	فصل ۲	۲۰	۳۰۱	۹۶۵
	۲ آذر ۴۰۳	فصل ۲	۲۰	۳۰۴	۹۶۸
	۳۰ آبان ۴۰۴	فصل ۲	۲۰	۳۰۸	۹۷۲
	۱۶ آذر ۴۰۳	فصل ۱+۲+۳	۲۰	۳۱۱	۹۷۶
	۱۴ آذر ۴۰۴	فصل ۱+۲+۳	۲۰	۳۱۵	۹۷۹
	۳۰ آذر ۴۰۳	فصل ۳	۲۰	۳۱۸	۹۸۲
ماز	۱۷ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۱۶	۳۲۲	۹۸۶
	۱ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۱۷	۳۲۴	۹۹۴
	۱۵ آبان ۴۰۴	فصل ۲	۲۰	۳۲۶	۱۰۰۵
	۲۹ آبان ۴۰۴	فصل ۲	۲۱	۳۲۹	۱۰۱۶
	۱۳ آذر ۴۰۴	فصل ۱+۲+۳	۲۲	۳۳۲	۱۰۲۹
	۲۹ آذر ۴۰۳	فصل ۳+۴	۱۴	۳۳۵	۱۰۴۴

ریاضی	تاریخ	بودجه بندی	تعداد	صفحه سوال	صفحه پاسخ
ماراتون	۱۷ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۱۰	۳۳۷	۱۰۵۶
	۱ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۱۰	۳۳۸	۱۰۵۹
	۱۵ آبان ۴۰۴	فصل ۲	۱۰	۳۳۹	۱۰۶۶
	۲۹ آبان ۴۰۴	فصل ۲	۱۰	۳۴۰	۱۰۷۰
	۱۳ آذر ۴۰۴	فصل ۱+۲+۳	۱۰	۳۴۱	۱۰۷۵
	۲۹ آذر ۴۰۳	فصل ۳+۴	۱۰	۳۴۲	۱۰۸۰
خیلی سبز	۲۵ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۱۰	۳۴۳	۱۰۸۶
	۱۶ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۳۰	۳۴۴	۱۱۰۰
	۷ آذر ۴۰۴	فصل ۱+۲	۳۰	۳۴۸	۱۱۳۰
	۳۰ آذر ۴۰۳	فصل ۲+۳	۱۵	۳۵۲	۱۱۶۲
گزینه دو	۲۵ مهر ۴۰۴	فصل ۱	۱۳	۳۵۴	۱۱۷۹
	۱۶ آبان ۴۰۴	فصل ۱	۱۶	۳۵۵	۱۱۸۷
	۷ آذر ۴۰۴	فصل ۱+۲	۳۰	۳۵۷	۱۱۹۴
	۳۰ آذر ۴۰۳	فصل ۲+۳	۲۲	۳۶۱	۱۲۰۸

۱- گزینهٔ «۱»

(علی وصالی ممور)

در صورت افزودن دنای دارای ^{15}N به محیط حاوی ^{14}N و وقوع دو دور همانندسازی نیمه حفاظتی، دو دنای دارای چگالی متوسط و دو دنای دارای چگالی سبک تشکیل می‌شود. امّا در صورت وقوع دو دور همانندسازی پراکنده، هر چهار دنای حاصل از دور دوم همانندسازی، چگالی متوسط داشته و در بخش میانی لوله قرار می‌گیرند. بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) در صورت افزودن دنای دارای ^{14}N به محیط حاوی ^{15}N و وقوع دو دور همانندسازی حفاظتی، یک دنا دارای چگالی سبک و سه دنا دارای چگالی سنگین می‌باشند. از طرفی در صورت وقوع دو دور همانندسازی نیمه‌حفاظتی، دو دنا دارای چگالی متوسط و دو دنا دارای چگالی سنگین می‌باشند.

۳) در صورت افزودن دنای دارای ^{15}N به محیط حاوی ^{14}N و وقوع سه دور همانندسازی نیمه‌حفاظتی، دو دنا دارای چگالی متوسط و شش دنا دارای چگالی سبک خواهند بود. در صورت وقوع سه دور همانندسازی حفاظتی، یک دنا دارای چگالی سنگین و هفت دنا دارای چگالی سبک هستند.

۴) در صورت افزودن دنای دارای ^{14}N به محیط حاوی ^{15}N و وقوع یک دور همانندسازی غیرحفاظتی، دو دنا با چگالی متوسط تشکیل می‌شوند.

(مولکول‌های اطلاعاتی)(زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۲- گزینهٔ «۱»

(پیام هاشم زاده)

دنا (مولکول حاوی دئوکسی ریبونوکلئوتیدها) برخلاف رنا (مولکول حاوی ریبونوکلئوتیدها) در حالت طبیعی نقش آنزیمی ندارد.

(ترکیبی) (زیست‌شناسی ۱، صفحهٔ ۱۰) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴، ۸، ۱۱ و ۱۲)

۳- گزینهٔ «۱»

(رضا آرامش اصل)

منظور صورت سوال آزمایش مزلسون و استال است که از باکتری اشرشیاکلای استفاده کردند دنای باکتری‌ها به صورت حلقوی است و اغلب پروکاریوت ها فقط یک جایگاه آغاز همانندسازی در دنای خود دارند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: فام تن اصلی توسط ساختاری محصور نشده است و در سیتوپلاسم قرار دارد که به غشای یاخته متصل می باشد.

گزینهٔ «۳»: برای همانندسازی نوکلئیک اسید باید قبل از شروع همانندسازی پیچ و تاب فامینه باز و سپس پروتئین‌های همراه آن، از آن جدا شوند تا همانندسازی بتواند انجام شود. این کارها با کمک آنزیم‌هایی انجام می‌شود. ولی توجه داشته باشید باکتری‌ها فقط یک فام‌تن اصلی دارند.

گزینهٔ «۴»: در روند همانندسازی برقراری پیوند هیدروژنی خودبه‌خودی و بدون دخالت انجام می‌شود. پیوند هیدروژنی، پیوند اشتراکی محسوب نمی‌شود. آنزیم دنابسپاراز دو عملکرد متفاوت بسپارازی و نوکلئازی دارد.

(مولکول‌های اطلاعاتی)(زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۹ تا ۱۳)

۴- گزینهٔ «۱»

(مبین رمضانی)

ویلکینز و فرانکلین با استفاده از پرتوی ایکس از مولکول‌های دنا تصاویری تهیه کردند. با بررسی این تصاویر در مورد ساختار دنا نتایجی را به دست آوردند، از جمله اینکه ابعاد این مولکول‌ها را تشخیص دادند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: پژوهش‌های ویلکینز و فرانکلین، ثابت کرد که مولکول دنا حالت مارپیچی و بیش از یک رشته دارد.نه اینکه مولکول دنا دو رشته‌ای است، دو رشته‌ای بودن دنا از مدل نردبانی پیشنهادی توسط واتسون وکریک، قابل نتیجه‌گیری بود.

گزینهٔ «۳»: مشاهدات و تحقیقات چارگاف، نشان داد که مقدار آدنین با مقدار تیمین ومقدار گوانین با مقدار سیتوزین در مولکول دنا برابر است. پس از آن واتسون و کریک با ارائه مدل نردبان مارپیچ، مکمل بودن بازهای آلی آدنین و تیمین و بازهای آلی گوانین و سیتوزین را ثابت کردند.

گزینهٔ «۴»: از نکات کلیدی مدل واتسون و کریک، این است که در هر رشته دنا بین قند یک نوکلئوتید و قند نوکلئوتید مجاور در یکی از رشته‌های مولکول دنا پیوند فسفودی‌استر برقرار است.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۶ و ۷)

۵- گزینهٔ «۳»

(محمدصادق روستا)

پله‌ها را بازهای آلی تشکیل می‌دهند. به دلیل برابر نبودن پیوندهای هیدروژنی بین **A** با **T** و **C** با **G** این گزینه صحیح می‌باشد.

بررسی سایر موارد:

گزینهٔ «۱»: ستون‌ها را قند و فسفات تشکیل می‌دهند. در ستون‌ها، تعداد دئوکسی ریبوزها برابر است. اما دقت داشته باشید که بین قند یک نوکلئوتید با قند نوکلئوتید مجاور در یک ستون پیوند فسفو دی استر برقرار است نه بین ستون‌ها!

گزینهٔ «۲»: به دلیل قرار گرفتن یک نوکلئوتید حاوی باز پورین رو به روی یک نوکلئوتید حاوی باز پیریمیدین در هر جفت نوکلئوتید، هر پله ۳ حلقهٔ آلی دارد. دقت کنید که پله‌ها با یکدیگر پیوند هیدروژنی برقرار نمی‌کنند.

گزینهٔ «۴»: در ستون‌ها به دلیل یکسان بودن تعداد نوکلئوتیدها، تعداد پیوند فسفودی‌استر برابر است.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحهٔ ۷)

۶- گزینهٔ «۴»

(کارن کنعانی)

منظور از مولکول‌های مرتبط با ژن، دنا، رنا و پروتئین است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: دقت کنید مولکول دنا توسط یاختهٔ مادری ساخته شده و به یاختهٔ دختری به ارث رسیده است. هم چنین برخی پروتئین‌ها توسط یاخته‌های دیگری تولید می شوند و به یک یاختهٔ دیگر وارد می‌شوند؛ مانند آنزیم القاکنندهٔ مرگ برنامه‌ریزی شده. هم‌چنین مولکول‌های رنا می‌توانند از طریق پلاسمودسم‌ها بین یاخته‌های گیاهی جابه‌جا شوند.

گزینهٔ «۲»: مولکول دنا نقش مادهٔ ذخیره کنندهٔ اطلاعات وراثتی را دارند و این مولکول‌ها با توجه به شکل ۹ صفحهٔ ۱۱ کتاب زیست‌شناسی ۱ در همهٔ قسمت‌های هسته به یک مقدار مشاهده نمی‌شوند.

گزینهٔ «۳»: اطلاعات اولیه در مورد مادهٔ وراثتی (دنا) از آزمایشات گریفیت به دست آمد و در مورد رنا و پروتئین صادق نیست.

(ترکیبی)

(زیست‌شناسی ۱، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲) (زیست‌شناسی ۲، صفحهٔ ۶۹)

(زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱، ۹ تا ۱۱ و ۱۳)

۷- گزینهٔ «۲»

(علیرضا رضائی)

موارد (ب) و (ج) صحیح‌اند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) چارگاف به برابر بودن میزان بازهای آلی مکمل، در دناهای طبیعی پی برد.

ب) مکمل بودن باز های آلی در مولکول دنا از نتایج آزمایش واتسون وکریک می باشد.

ج) وجود پیوندهای فسفودی استر دست نخورده در پی همانندسازی، در هر مولکول دنای دختر، در مدل نیمه حفاظتی قابل مشاهده است.

د) ایوری از عصارهٔ باکتری‌های پوشینه‌دار کشته شده استفاده کرد.

(مولکول‌های اطلاعاتی)(زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳، ۵، ۶ ، ۷و۹)

۸- گزینهٔ «۱»

(محمدمهدی آقازاده)

گزینهٔ «۱»: طبق شکل ۱۲ صفحهٔ ۱۲ کتاب درسی دوازدهم، در محل دوراهی همانندسازی، نوکلئوتیدهای یوراسیل دار نیز حضور دارند. باز آلی یوراسیل در ساختار دنا حضور ندارد.

گزینهٔ «۲»: قبل از همانندسازی دنا، باید پیچ و تاب فامینه، باز و پروتئین‌های همراه آن یعنی هیستون‌ها از آن جدا شوند تا همانندسازی بتواند انجام شود. این کارها با کمک آنزیم‌هایی انجام می‌شود. سپس آنزیم هلیکاز مارپیچ دنا و دو رشتهٔ آن را از هم باز می‌کند.

گزینهٔ «۳»: دنابسپاراز علاوه بر فرایند ویرایش، در جریان جدا کردن دو گروه فسفات از نوکلئوتیدهای سه فسفاته جهت اضافه کردن آنها به رشتهٔ دنای در حال ساخت، در شکستن پیوندهای اشتراکی نقش دارد.

گزینهٔ «۴»: طبق شکل ۱۴ صفحهٔ ۱۴ کتاب درسی دوازدهم، سرعت انجام همانندسازی از محل جایگاه‌های آغاز همانندسازی مختلف در یوکاریوت‌ها، متفاوت است.

(مولکول‌های اطلاعاتی)(زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۱، ۱۲ و ۱۴)

۹- گزینهٔ «۳»

(محسن امیریان)

مدت زمان لازم برای تقسیم شدن باکتری **E.coli**، ۲۰ دقیقه است پس در طول این زمان این باکتری‌ها برای چهار نسل تقسیم می‌شوند و تعداد باکتری‌های حاصل ۱۶ برابر می‌شود، در نتیجه تعداد مولکول‌های دنا نیز ۱۶ برابر می‌شود. برای پاسخ دادن به سوال فرض می‌کنیم که در ابتدا یک باکتری داشته‌ایم، در این صورت دو عدد از مولکول‌های دنای حاصل، واجد یک رشته با نیتروژن سنگین و یک رشته با نیتروژن سبک هستند و ۱۴ عدد از مولکول‌های دنای حاصل دارای دو رشته با نیتروژن سنگین هستند. مولکول دنای باکتری اولیه دارای دورشته با نیتروژن سبک بوده است. در نتیجه تمام مولکول‌های دنای حاصل چگالی بالاتری نسبت به مولکول دنای اولیه دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: دقت کنید که همانندسازی دنا به صورت نیمه حفاظتی صورت می‌پذیرد. پس رشته‌های دنای اولیه حفظ شده‌اند و دو عدد از رشته‌های پلی نوکلئوتیدی استخراج شده همان رشته‌های دنای باکتری اولیه هستند. در نتیجه چگالی برخی از رشته‌های استخراج شده برابر با چگالی رشته‌های دنای اولیه است.
گزینه‌های «۲» و «۴»: در صورت گریز دادن این مولکول‌های دنا با سرعت بالا دو نوار در ظرف ایجاد می‌شود، که نوار میانی نازکتر از نوار پایین است و در آن دناهای حاوی دو رشته متفاوت قرار دارند. در نوار پایین نیز دناهای حاوی دو رشته یکسان که هر دو نیتروژن سنگین دارند قرار دارند.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۱۰- گزینهٔ «۴»

(مبین رمضانی)

در طرح همانندسازی غیرحفاظتی، هر کدام از دناهای حاصل، قطعاتی از رشته‌های قدیم و رشته‌های جدید را به صورت پراکنده در خود دارند. برای قطعه قطعه شدن هریک از رشته‌های دنای اولیه نیاز است تا پیوند فسفودی استر بین قند یک نوکلئوتید و قند نوکلئوتید مجاور شکسته شود.
بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: برای هریک از طرح‌های همانندسازی و ساخت رشتهٔ دنای جدید از روی رشتهٔ دنای اولیه، نیاز است تا ابتدا پیوندهای هیدروژنی بین دو رشتهٔ دنا شکسته شوند. شکسته شدن پیوندهای هیدروژنی و از هم گسیخته شدن رشته‌های دنا توسط آنزیم هلیکاز صورت می‌گیرد.
گزینهٔ «۲»: در طرح همانندسازی نیمه حفاظتی، در هر یاخته یکی از دو رشتهٔ دنا مربوط به دنای اولیه است و رشتهٔ دیگر با نوکلئوتیدهای جدید ساخته شده است. در طرح همانندسازی غیرحفاظتی هر دو رشتهٔ دنای ساخته شده، قسمت‌هایی از دنای اولیه و قسمت‌هایی ساخته شده از نوکلئوتیدهای جدید را دارد.
گزینهٔ «۳»: در طرح همانندسازی حفاظتی، هر دو رشتهٔ دنای اولیه دست نخورده باقی می‌مانند و مستقیماً به یکی از یاخته‌های دختری می‌روند.

(مولکول‌های اطلاعاتی)(زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۹، ۱۰ و ۱۱)

۱۱- گزینهٔ «۴»

(علیرضا رحیمی)

عامل سینه پهلو باکتری استرپتوکوکوس نومونیاست در این باکتری همزمان با فعالیت آنزیم دنابسپاراز، آنزیم تشکیل‌دهنده پیوند فسفودی استر بین نوکلئوتیدهای دنا، از نوکلئوتیدهای سه فسفاته‌ای که حین همانندسازی مصرف می‌شوند، دو گروه فسفات آزاد می‌شود که منجر به افزایش غلظت گروه‌های فسفات در سیتوپلاسم آنها می‌شود.
بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: در یاخته‌های پروکاریوتی هیستون دیده نمی‌شود.
گزینهٔ «۲»:بین نوکلئوتیدهای یک رشته پیوند هیدروژنی وجود ندارد.
گزینهٔ «۳»: آنزیم هلیکاز موجب جداشدن دو رشته دنا از یکدیگر می‌شود. این آنزیم در فرآیند ویرایش نقشی ندارد.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۱، ۱۲، ۱۳ و ۱۴)

۱۲- گزینهٔ «۳»

(رضا آرامش اصل)

شکل مربوط به نوکلئوتید است. بخش **A** و **B** و **C** به‌ترتیب نشان‌دهنده قند ۵ کربنه، گروه فسفات و باز آلی نیتروژن‌دار است.
الف) درست است. در ساختار قند ۵ کربنه کربن شماره پنج بیرون از حلقه واقع شده است. بنابراین از ۵ کربن این قند فقط ۴ کربن داخل حلقه واقع شده است.
ب) نادرست است. باز آلی پورین شامل دو حلقه و بازآلی پیریمیدینی شامل یک حلقه می‌باشد توجه داشته باشید در ساختار بازهای آلی پیریمیدینی فقط یک حلقه ۶ ضلعی (نه ۶ کربنی) و در ساختار بازهای آلی پورینی یک حلقه ۵ ضلعی و یک حلقه ۶ ضلعی وجود دارد. (بر اساس شکل ۵ صفحه ۵ زیست‌شناسی۳)
ج) نادرست است. نوکلئوتیدها علاوه بر شرکت در ساختار دنا و رنا نقش های اساسی دیگری نیز در یاخته برعهده دارند برای مثال آدنوزین تری فسفات (منبع رایج انرژی در یاخته است)
د) درست است. نوکلئوتید در حالت آزاد می‌تواند سه گروه فسفات داشته باشد که گروه اول و دوم دو پیوند اشتراکی و گروه سوم فقط یک پیوند اشتراکی برقرار می‌کند.

(مولکول‌های اطلاعاتی)(زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴ و ۸)

۱۳- گزینهٔ «۳»

(جلال عیسی خوابه)

منظور سوال یاخته‌های یوکاریوت (**DNA** در هسته و میتوکندری) و پروکاریوت (**DNA** اصلی و پلازمید) است. واحد تکرارشونده دنا و رنا نوکلئوتید است و تمام نوکلئوتیدها قند پنج کربنه دارند. (درستی گزینهٔ «۳»)
بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: نادرست – باکتری می‌تواند از محیط **DNA** دریافت کند (آزمایش ایوری و گریفیت)، یاخته تخم نصف کروموزومهای خود را حین لقاح از اسپرم دریافت می‌کند. **RNA** می‌تواند از پلاسمودسم از یک سلول گیاهی به سلول دیگر منتقل شود.
گزینهٔ «۲»: نادرست – اطلاعات وراثتی حین تقسیم از سلولی به سلول دیگر و حین تولیدمثل از نسلی به نسل دیگر منتقل می‌شود.
گزینهٔ «۴»: نادرست – افزایش یا کاهش تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی فقط در یوکاریوت‌ها وجود دارد. *(ترکیبی)*

(زیست‌شناسی۳، صفحه‌های ۲تا۴ و۱۳)(زیست‌شناسی۱، صفحهٔ ۱۰۵) (زیست‌شناسی۲،صفحهٔ ۱۰۸)

۱۴- گزینهٔ «۴»

(علیرضا رحیمی)

در یک لایه نوکلئیک اسید و در یک لایه فسفولیپید وجود دارد و در هر دو فسفات وجود دارد.
بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱» در این آزمایش از پروتئاز استفاده نکرد.
گزینهٔ «۲» فقط در یک لایه **DNA** وجود دارد و می‌تواند موجب کپسول دار شدن باکتری زنده بدون کپسول شود.
گزینهٔ «۳» در آزمایش‌های ایوری تزریق به موش صورت نگرفت.

(مولکول‌های اطلاعاتی)(زیست‌شناسی ۳، صفحهٔ ۳)

۱۵- گزینهٔ «۱»

(حمیدرضا فیض‌آبادی)

به عنوان یک نکته در نظر داشته باشید که دو رشته دنا باید عکس یکدیگر باشند.زمانی که یکی از رشته‌های دنا دارای توالی (فسفات – **AGTAGAC – OH**) است، توالی رشتهٔ مقابل (**TCATCTG – OH** - فسفات) است که اگر آن را به صورتی مرتب کنیم که فسفات، سمت راست قرار بگیرد، به شکل (فسفات – **GTCTACT- OH**) خواهد شد.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۵ و ۷)

۱۶- گزینهٔ «۲»

(مهری ماهری کلباهی)

در مرحلهٔ دوم آزمایشات ایوری، عصارهٔ استخراج شده در سانتریفیوژ قرار داده شده و به صورت لایه لایه در می‌آید و سپس هریک از این لایه‌ها که یک نوع مولکول زیستی دارد به یک محیط کشت اضافه می‌شود. اما در مرحلهٔ سوم، به هر محیط کشت، سه نوع مولکول زیستی اضافه می‌شود. در هر دو مرحلهٔ اول و سوم، از آنزیم پروتئاز استفاده می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: در مرحلهٔ دوم از هیچ آنزیم تجزیهٔ کننده‌ای استفاده نمی‌شود. در مرحلهٔ اول، تنها یک محیط کشت وجود دارد و در همین محیط کشت، انتقال صفت پوشینه اتفاق می‌افتد.
گزینهٔ «۳»: در هر دو مرحلهٔ دوم و سوم، از عصارهٔ تغییریافته استفاده می‌شود. در مرحلهٔ دوم، عصاره، لایه لایه شده و سپس هر لایه جداگانه به محیط کشت اضافه می‌شود. در مرحلهٔ سوم نیز، از آنزیم‌های تجزیهٔ کنندهٔ مولکول‌های زیستی استفاده شده و عصاره‌های تغییریافته به محیط کشت افزوده می‌شوند.
گزینهٔ «۴»: در هر دو مرحلهٔ دوم و سوم، تنها در برخی از محیط‌های کشت، صفت پوشینه به باکتری‌ها منتقل می‌شود. استفاده از سانتریفیوژ تنها در مرحلهٔ دوم قابل مشاهده است.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحهٔ ۳)

۱۷- گزینهٔ «۱»

(محسن امیریان)

توجه کنید که هم در یوکاریوت‌ها و هم در پروکاریوت‌هاهمانندسازی دو جهتی وجود دارد .
بررسی گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱» : درست، در همانندسازی دو جهتی همواره تعداد دوراهی از تعداد جایگاه آغاز بیشتر است.

گزینهٔ «۲»:نادرست،هر رشته **DNA** های خطی و **RNA** ها دارای دو سر متفاوت هستند.
گزینهٔ «۳»: نادرست است؛ مونوساکاریدها واحد تکرارشونده ندارند.
گزینهٔ «۴»: نادرست، آنزیم هلیکاز مارپیچ دنا را باز می‌کند و باز شدن پیچ و تاب دنا مربوط به قبل از فعالیت آنزیم هلیکاز است.
(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ و ۱۳)

۱۹- گزینهٔ «۳»

(علی نامور)

آزمایشهای گریفیت در چهار مرحله انجام شد. در دومین مرحله، باکتری‌های بدون کپسول زنده به بدن موش‌ها تزریق شدند و در آخرین مرحله، باکتریهای کپسول‌دار مرده و باکتری‌های بدون کپسول زنده به بدن موشها تزریق شدند.
بنابراین هم در مرحله دوم و هم مرحله چهارم در خون موش، باکتری بدون پوشینه زنده وجود داشت.
بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: در هر دو آزمایش مرحله اول و آخر موش‌ها مردند و درون خون و شش‌های آنها باکتری‌های استرپتوکوکوس نومونیای کپسول‌دار وجود داشت.
گزینهٔ «۲»: در مرحله سوم و آخر، در مخلوط تزریق شده به موش‌ها، باکتری‌های کپسول‌دار مرده یافت می‌شود.
گزینهٔ «۴»: در مرحله چهارم برخلاف سوم، در مخلوط تزریق شده به موش‌ها، باکتری‌های بدون کپسول زنده وجود داشت.
(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۸- گزینهٔ «۴»

(حامد حسین‌پور)

سوال در مورد رنا است. در ساختار رنا، ریبوز از یک سمت به باز آلی و از سمت دیگر به فسفات متصل می باشد
بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: هر مولکول رنا، تک‌رشته‌ای است!
گزینهٔ «۲»: این قانون برای دنا صادق است، نه رنا!
گزینهٔ «۳»: ایوری ماهیت دنا را کشف کرد.
(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳، ۴، ۵ و ۸)

۲۰- گزینهٔ «۴»

(احسان حسن‌زاده)

حین همانندسازی دنای حلقوی باکتری‌ها، رشته جدید دئوکسی ریبونوکلئوتیدی در حال تشکیل بصورت خطی است و در پایان همانندسازی با اتصال به انتهای رشته، به حالت حلقوی در می‌آید. پس در طول همانندسازی، رشته دئوکسی ریبونوکلئوتیدی خطی در **E.coli** قابل مشاهده است. همانندسازی جایگاه پایان مربوط به آخرین بخش فرآیند همانندسازی است.
گزینهٔ «۱» و «۳»: توجه کنید که بازشدن پیچ و تاب فامینه و جداشدن هیستون‌ها از دنا قبل از همانندسازی رخ می‌دهد و این فرآیندها بخشی از همانندسازی محسوب نمی‌گردند.
گزینهٔ «۲»: طی همانندسازی، نوکلئوتیدهای آزاد برای قرارگرفتن در ساختار رشته جدید باید دو گروه از سه گروه فسفات خود را از دست بدهند و تک فسفاته شوند که این فرایند منجر به افزایش غلظت یون فسفات در یاخته می‌شود. اولین آنزیم‌های فعال در همانندسازی هلیکازها هستند که منجر به بازشدن دو رشته دنا از همدیگر می‌شوند. قرار گرفتن نوکلئوتیدها در ساختار رشته پلی نوکلئوتیدی پس از فعالیت هلیکازها رخ می‌دهد.
(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ و ۱۳)

۱- گزینهٔ «۱» *(مریم سپهری)*

در آزمایش‌های مزلسون و استال از ایزوتوپ‌های ۱۴ و ۱۵ نیتروژن استفاده شد. در حلقه (های) مربوط به باز آلی در ساختار نوکلئوتید، نیتروژن مشاهده می‌شود. به همین دلیل است که به آن باز آلی نیتروژن‌دار می‌گویند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: چارگاف بر روی نوکلئوتیدهای مولکول دنا کار می‌کرد اما **ATP** یک ریبونوکلئوتید است که قند ریبوز دارد.

گزینهٔ «۳»: پلیمرهای نوکلئوتیدی، همان نوکلئیک اسیدها هستند. در آزمایش اول ایوری و همکارانش، از آنزیم پروتئاز استفاده شد.

گزینهٔ «۴»: دقت کنید که تمامی جانداران، به واسطه داشتن رنا، واجد نوکلئیک اسید خطی هستند.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳ تا ۵)

۲- گزینهٔ «۴» *(مریم سپهری)*

مطابق متن کتاب درسی، پیوند هیدروژنی تشکیل شده بین بازهای **C-G** نسبت به پیوند هیدروژنی بین بازهای **A-T** قوی‌تر می‌باشد پس تخریب آن سخت‌تر است. در نتیجه هر چقدر تعداد بازهای **C-G** در مولکول دنا بیشتر باشد، سرعت فعالیت و پیش روی هلیکاز کمتر می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: قبل از شروع همانندسازی، آنزیم‌هایی وظیفه بازکردن پیچ و تاب فامینه و جدا کردن پروتئین‌های همراه از جمله هیستون را برعهده دارند.

گزینهٔ «۲»: انواعی از رناها از جمله رنای پیک، ناقل و ریبوزومی در فعالیت‌های سلول دخالت دارند.

گزینهٔ «۳»: تمامی نوکلئوتیدهای یوراسیل‌دار، قند ریبوز و باز یوراسیل دارند پس تفاوت آن‌ها تنها در تعداد فسفات می‌باشد.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴، ۷، ۸، ۱۱)

۳- گزینهٔ «۳» *(مریم سپهری)*

این ویژگی برای طرح همانندسازی پراکنده می‌باشد. البته در تمامی طرح‌های همانندسازی، بین نوکلئوتید جدید و قدیمی پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: موش برخلاف باکتری به عنوان یک یوکاریوت می‌تواند تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی خود را تنظیم کند.

گزینهٔ «۲»: بیشتر بودن باز سیتوزین، به معنای بیشتر بودن رابطه مکملی بین بازهای **C-G** است. رابطه مکملی بین سیتوزین و گوآنین نسبت به رابطهٔ مکملی بین آدنین و تیمین قوی‌تر است و همین موضوع پایداری بیشتر مولکول دنا را در پی دارد.

گزینهٔ «۴»: در آخرین آزمایش ایوری، عصاره به چهار بخش مشابه تقسیم شد. قبل از اضافه کردن یکی از بخش‌ها به محیط کشت، از آنزیم نوکلئاز استفاده شد. یکی از فعالیت‌های دناپسپاراز، نوکلئازی می‌باشد.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳، ۷، ۹ و ۱۳)

۴- گزینهٔ «۲» *(محمدحسن مؤمن‌زاده)*

در اولین آزمایش ایوری، تنها یک محیط کشت وجود داشت که با دریافت عصاره واجد نوکلئیک اسید، انتقال صفت صورت گرفت. در آخرین آزمایش گریفیت نیز به دلیل انتقال دنا از باکتری پوشینه‌دار کشته شده به باکتری فاقد پوشینه، انتقال صفت انجام شد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: برابری بازهای مکمل، در کل مولکول دنا می‌باشد نه در هر رشته آن!

گزینهٔ «۳»: موش دنای خطی داشته و تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی آن به مراتب بیشتر است پس دوراهی‌های همانندسازی بیشتری دارد.

گزینهٔ «۴»: دقت کنید که گریفیت از وجود مولکول دنا اطلاعی نداشت. پس این مورد جزو نتایج آزمایش گریفیت نیست اگر چه به مفهوم درستی اشاره دارد.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲، ۳ و ۱۳)

۵- گزینهٔ «۴» *(محمدحسن مؤمن‌زاده)*

نیمی از مولکول‌های دنای حاصل از دور دوم همانندسازی آزمایش مزلسون و استال، چگالی متوسط داشتند که نواری در میانه لوله تشکیل می‌دهند و نیم دیگر مولکول‌های دنا چگالی سبک داشتند که نواری در بالای لوله تشکیل می‌دهند. هیچ مولکول دنای سنگینی در این مرحله مشاهده نشد پس نواری در انتهای لوله تشکیل نمی‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: این آنزیم هم فعالیت بسپارازی و هم فعالیت نوکلئازی دارد.

گزینهٔ «۲»: این آنزیم از دئوکسی ریبونوکلئوتیدها استفاده می‌کند. قند دئوکسی ریبوز نسبت به قند ریبوز، یک اتم اکسیژن کمتر دارد پس سبک‌تر است.

گزینهٔ «۳»: دنای خطی مخصوص هسته یوکاریوت‌ها بوده و این ویژگی را دارد.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴ و ۱۰ تا ۱۳)

۶- گزینهٔ «۱» *(محمدحسن کریمی‌فرد)*

دقت کنید که مطابق کتاب درسی، این دو دانشمند از باکتری اشرشیاکلای استفاده کردند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: در محیط کشت N^{15}، از نیتروژن سنگین در ساختار باز آلی نیتروژن دار استفاده شد.

گزینهٔ «۳»: ابتدا طرح حفاظتی و سپس طرح غیرحفاظتی رد شد و در نهایت طرح نیمه حفاظتی تایید شد.

گزینهٔ «۴»: از ایزوتوپ سنگین نیتروژن برای نشانه‌گذاری مولکول دنا استفاده کردند.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۷- گزینهٔ «۲» *(سعید هباری)*

در فعالیت بسپارازی دناپسپاراز، قبل از تشکیل پیوند فسفودی استر، پیوند اشتراکی بین دو فسفات شکسته می‌شود. همچنین در فعالیت نوکلئازی پیوند فسفودی استر می‌شکند که نوعی پیوند اشتراکی است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در یوکاریوت‌ها همانندسازی بسیار پیچیده‌تر است که در این جانداران پروتئین همراه دنای خطی شامل مجموعه پروتئین‌ها مانند هیستون است. در حقیقت هیستون یکی از پروتئین‌های موجود در ساختار کروموزوم می‌باشد.

گزینهٔ «۳»: مولکول‌های مرتبط با ژن، دنا، رنا و پروتئین هستند که تمامی جانداران برای عملکرد خود به این مولکول‌ها وابسته هستند. دقت شود که در مولکول رنا برخلاف دنا، تعداد پورین و پیریمیدین برابر نیست پس در ساختار سلول نیز تعداد این بازها برابر نیست. همچنین توجه کنید که نوکلئوتیدها علاوه بر ساختار دنا و رنا، به صورت آزاد در سلول یا در ساختار مولکول‌های چند نوکلئوتیدی نیز مشاهده می‌شوند.

گزینهٔ «۴»: در همه جانداران دقت همانندسازی تا حدود زیادی به رابطه مکملی مربوط است. اما عوامل دیگری نیز تأثیر گذارند.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱ تا ۸ و ۱۲)

۸- گزینهٔ «۴» *(سپهر اشرف کنبوئی)*

در مرحلهٔ سوم آزمایش گریفیت مشخص شد وجود پوشینه به تنهایی عامل مرگ موش نیست. در این مرحله باکتری پوشینه‌دار تحت تأثیر گرما کشته شدند و با افزایش دما، ساختارپروتئین‌های باکتری دچار تغییر می‌شود ولی ساختار دنا دچار تغییر نمی‌شود چون طبق مرحلهٔ ۴، دنا یا همان مادهٔ وراثتی بین باکتری پوشینه‌دار کشته شده با گرما و باکتری بدون پوشینه منتقل شده است. سپس از اطلاعات این دنا استفاده شده و در نهایت پوشینه ایجاد می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینـهٔ «۱»: در مراحـل «۲» و «۴»، بـاکتری بـدون پوشـینه بـه عنـوان بـاکتری غیربیماری‌زا به موش تزریق شد. در مرحله ۴ موش‌ها مردند.
گزینهٔ «۲»: در مرحلـهٔ «۱» و «۴» مـوش هـا مردنـد. در مرحلـه «۱» تنهـا بـاکتری پوشینه‌دار داشتیم و همه این باکتری‌ها ژن مربوط به ساخت پوشینه را داشـتند. ولـی در مرحلهٔ «۴» که از باکتری بدون پوشینه استفاده شد، مطابق متن کتاب، تنها بعضی از این باکتری‌ها موفق به دریافت ژن موردنظر شدند و ظاهر آن‌ها تغییر کرد. گروهـی از این باکتری‌های بدون پوشینه همچنان فاقد ژن مربوطه بودند.
گزینهٔ «۳»: دقت کنید که عامل بیماری سینه پهلو، یک باکتری است نه ویروس! هیچ ویروسی در آزمایش‌های گریفیت نقش نداشت.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲ و ۳)

۹- گزینهٔ «۳» *(سپاد اشرف کنجوئی)*

این سوال با توجه به تیتر کتاب درسی در پایین صفحه «۵» کتاب طـرح شـده اسـت. مطابق این تیتر، فعالیت‌های چارگاف، ویلکینز و فرانکلین و واتسون و کریک بـرخلاف فعالیت‌های ایوری، در جهت کشف ساختار مولکولی دنا انجام شد.
در مدل واتسون و کریک، ستون‌های مدل را قند و فسـفات و پلـه‌هـا را بازهـای آلـی تشکیل می‌دهند که در ساختار هر دو بخش، عناصر کربن، هیدروژن و اکسیژن حضور دارند. بررسی سایر گزینه ها:
گزینهٔ «۱»: دقت کنید که طبـق تیتـر تـلاش‌هـایی بـرای کشـف سـاختار دنـا بـرای دانشمندان از چارگاف به بعد است و شامل ایوری و گریفیت نمی‌شود.
گزینهٔ «۲»: دقت کنید مقدار آدنین با تیمین در کل دنا برابر اسـت نـه فقـط در یـک رشتهٔ دنا! دنا از دو رشتهٔ پلی نوکلئوتیدی تشکیل شـده اسـت کـه بـین آن‌هـا رابطـه مکملی وجود دارد و همین رابطه مکملی موجب برابری بازها شده است.
گزینهٔ «۴»: این مورد مربوط به آزمایش ویلکینـز و فـرانکلین اسـت کـه در آن صـرفاً مشخص شد دنا بیش از یک رشته دارد (۲ یا ۳ ...) و تعداد دقیق آن مشخص نشد!

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳، ۵، ۶ و ۷)

۱۰- گزینهٔ «۱» *(سپاد اشرف کنجوئی)*

در هر دو طرح همانندسازی غیرحفاظتی و نیمه حفاظتی، مولکول‌هـای دنـا دارای چگـالی متوسط (نصف نوکلئوتید جدید و نصف نوکلئوتید قدیمی) هستند. در نیمه حفاظتی، یـک رشته به طور کامل جدید و یک رشته به طور کامل قدیمی است. در غیرحفاظتی، هر رشته مخلوطی از هر دو نوع نوکلئوتید می‌باشد. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۲»: دقت کنید در همانندسازی غیر حفاظتی فقط بعضی از پیوندهای فسفودی استر شکسته می‌شوند.
گزینهٔ «۳» در همـهٔ طـرح‌هـای همانندسـازی پیونـدهای هیـدروژنی در دنـای اولیـه شکسته می‌شوند .
گزینهٔ «۴»: در همانندسازی حفاظتی، یکی از یاخته‌ها حاصل تقسیم دارای دو رشـتهٔ دنای جدید و یاختهٔ دیگر دارای دو رشتهٔ دنـای قـدیمی اسـت ولـی در همانندسـازی نیمه حفاظتی هریک از یاخته‌های جدید دارای رشتهٔ دنای جدید و قدیمی هستند.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحهٔ ۹)

۱۱- گزینهٔ «۳» *(ممدرمین سیدشربتی)*

این سوال به طور مستقیم از شکل ۳ در صفحه ۴ کتاب درسی طرح شده است.
قند پنج کربنه (ریبوز یا دئوکسی ریبوز) از طریق حلقه آلی خود با پیوند اشـتراکی بـه باز آلی نیتروژن‌دار متصل می‌شود. حلقه آلی موجود در ساختار این قنـد، یـک حلقـه پنج ضلعی است که واجد چهار کربن و یک اکسیژن می‌باشد. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: مطابق شکل، باز آلی نیتروژن‌دار به کربن داخل حلقه که در مجاورت اتـم اکسیژن قرار دارد، متصل می‌شود.
گزینهٔ «۲»: مطابق شکل، گروه فسفات به کربن خارج از حلقه آلی متصل شده است.
گزینهٔ «۴»: مطابق شکل، باز آلی نیتروژن‌دار در صورتی که دو حلقه‌ای باشد از طریـق حلقه پنج ضلعی خود به قند متصل می‌شود و در صورتی کـه تـک حلقـه‌ای باشـد از طریق حلقه شش ضلعی خود متصل می‌شود.

(مولکول‌های اطلاعاتی)(زیست‌شناسی ۳، صفحهٔ ۴)

۱۲- گزینهٔ «۴» *(ممدرمین سیدشربتی)*

آنزیم دنابسپاراز طی فعالیت نوکلئازی خود باید پیوند فسـفودی اسـتر را بشـکند. هـر پیوند فسفودی استر از دو پیونـد قنـد – فسـفات تشـکیل شـده اسـت. یکـی از ایـن پیوندهای قند – فسـفات درون سـاختار نوکلئوتیـد اسـت و دنابسـپاراز بـا آن کـاری ندارد.اما پیوند دیگر بین قند یک نوکلئوتید و فسفات نوکلئوتیـد دیگـر تشـکیل شـده است. دنابسپاراز این پیوند قند – فسفات موجود در خارج از نوکلئوتید را می‌شکند تـا پیوندی فسفودی استر تخریب شود. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: فاصله بین دنابسپاراز و هلیکاز، در حقیقت بخشی از حبـاب همانندسـازی است که هنوز در آن، قسمت‌های مکمل رشتهٔ الگوی دنا تولید نشده است.
مطابق شکل «۱۲» کتاب درسی در این محل می‌توانیم نوکلئوتید واجد بـاز یوراسـیل را مشاهده کنیم. نوکلئوتید یوراسیل‌دار برخلاف نوکلئوتیـد تیمـین‌دار، قنـد دئوکسـی ریبوز ندارد.
گزینهٔ «۲»: دقت کنید که پیوند هیدروژنی بین دو نوکلئوتید مکمل بـه صـورت خـود به خودی تشکیل می‌شود و نیازی به آنزیم ندارد.
گزینهٔ «۳»: دقت کنید که دنای هسته‌ای نمی‌تواند حلقوی باشد.

(مولکول‌های اطلاعاتی)(زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های۱۱ و ۱۲)

۱۳- گزینهٔ «۱» *(مسعود بابایی نایبج)*

شکل نشان دهندهٔ فرایند همانندسازی در دنـای خطـی هسـته یوکـاریوت مـی‌باشـد. مطابق متن کتاب درسی، آنزیم دنابسپاراز پس از برقراری هر پیوند فسفودی استر، بـر می‌گردد و رابطهٔ مکملی نوکلئوتید را بررسی می‌کند کـه رابطـه آن درسـت اسـت یـا اشتباه. پس نتیجه می‌گیریم که هر چقدر یک دنابسپاراز تعـداد پیونـدهای فسـفودی استری بیشتری ایجاد کرده باشد، دفعات بیشتری نیز به عقب برگشته است. به دلیـل آنکه اندازه حباب همانندسازی در ۱ کمتـر از ۲ اسـت، مـی‌تـوان نتیجـه گرفـت کـه دنابسپاراز ۱ نسبت به ۲، دفعات کمتری به عقب برگشته است. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۲»: دقت کنید که در هر حباب همانندسازی دنای خطی، همواره ۴ دنابسپاراز فعالیت می‌کنند. این موضوع ربطی به اندازه حباب همانندسازی ندارد.
گزینهٔ «۳»: در دنای خطی، تنها در حباب‌های همانندسازی که دقیقا در مجاورت هـم هستند، ممکن است بعضی هلیکازها به هم برسند. حباب «۱» و «۳» در مجـاور هـم نیستند و هیچ‌کدام از هلیکازهای این دو بـه هـم نمـی‌رسـند. در حقیقـت دو هلیکـاز مقابل هم می‌توانند به یکدیگر برسند.
گزینهٔ «۴»: با توجه به اینکه اندازه حباب ۲ بلندتر است، پس دنابسپارازهای ۲فعالیـت بیشتری کرده‌اند و مقدار بیشتری از رشته دنای جدید را ساخته‌اند.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های۱۲ تا۱۴)

۱۴- گزینهٔ «۲» *(مسعود بابایی نایبج)*

شماره «۱» همان پیوند قند – فسفات موجود در خارج از نوکلئوتید است. این پیوند بخشی از پیوند فسفودی استر است پس دنابسپاراز با شکستن این پیوند، پیوند فسفودی استر نیز از بین می‌برد. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: پیوند قند – فسفات شماره «۲» مربوط به درون نوکلئوتیـد اسـت کـه بـا فعالیت دنابسپاراز ساخته نشده است. این پیوند هنگام تولیـد خـود نوکلئوتیـد توسـط آنزیم‌های دیگری تشکیل شده است.

گزینهٔ «۳»: شماره «۳» نیز همان پیوندی اشتراکی بین حلقه قند و حلقه باز آلی است که به عنوان پیوند اشتراکی محسوب می‌شود.

گزینهٔ «۴»: شماره «۳» پیوند قند – باز آلی را نشان می‌دهد که همیشه تعداد آن با تعداد قند برابر است. دقت کنید که مطابق فرض سوال، این یک دنای خطی است. در رشته دنای خطی تعداد پیوندهای فسفودی استر، یکی کمتر از تعداد قندها می‌باشد.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴، ۵ و ۱۲)

۱۵– گزینهٔ «۳»

(مسعود بابایی‌نایچ)

منظور از استفاده از فقط سه نوع مولکول زیستی در محیط کشت، آزمایش اول و سوم ایوری است که ۳ نوع مولکول زیستی پس از اثر آنزیم تخریب کننده به محیط کشت باکتری بدون پوشینه اضافه شد. در آزمایش اول، پروتئین‌ها حذف شدند و سه نوع مولکول زیستی دیگر باقی ماندند. در آزمایش سوم نیز در هر کدام از ۴ محیط کشت، قبل از اضافه کردن عصاره، یکی از انواع مولکول‌های زیستی حذف شد. در هر دوی این آزمایشات، ابتدا از باکتری پوشینه‌دار زنده، عصاره تهیه و سپس سه نوع مولکول‌های زیستی عصاره پوشینه‌دار به هر محیط کشت افزوده شد. دقت کنید! از باکتری پوشینه‌دار زنده در محیط کشت استفاده نشد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱» در آزمایش اول فقط از ۱ نوع آنزیم (پروتئاز) و در آزمایش سوم حداقل از ۴ نوع آنزیم برای ۴ گروه مختلف استفاده شد. پس این جمله برای آزمایش اول صحیح نیست.

گزینهٔ «۲»: در آزمایش اول، از یک محیط کشت استفاده شد در همان یک محیط نیز انتقال صفت انجام شد ولی در آزمایش سوم از ۴ محیط استفاده شد، که در سه محیط آن (اغلب) انتقال صفت انجام شد. پس این جمله برای آزمایش اول صحیح نیست چون در آزمایش اول کلاً یک محیط کشت داشتیم و نمی‌توان گفت در اغلب محیط‌های کشت انتقال صفت انجام شد.

گزینهٔ «۴»: فقط در آزمایش سوم از چهار محیط کشت استفاده شد. در آزمایش اول تنها یک محیط کشت داشتیم.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه ۳)

۱۶– گزینهٔ «۲»

(هادی بزمی)

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: دقت کنید که تعداد نقاط آغاز همانندسازی دنا، ارتباط مستقیمی با خطی یا حلقوی بودن دنا ندارد. بلکه نکته مهم طول دنا می‌باشد نه شکل دنا! در یوکاریوت‌ها چون طول دنا به مراتب بیشتر است، لازم است تا همانندسازی در چند نقطه آغاز شود. همچنین دقت کنید که گاهی اوقات در دنای حلقوی پروکاریوت، بیش از یک نقطه آغاز داریم.

گزینهٔ «۲»: دنا در پروکاریوت‌ها حلقوی و آزاد در سیتوپلاسم است و اغلب یک جایگاه آغاز دارد؛ در یوکاریوت‌ها با توجه به طول زیاد دنای خطی، چندین نقطه آغاز وجود دارد.

گزینهٔ «۳»: یوکاریوت‌های پرسلولی، تمام ۵ سطح اول سطوح سازمان‌یابی حیات را دارند. دقت کنید که در سیتوپلاسم یوکاریوت‌ها، اندامک‌هایی مثل میتوکندری و پلاست، دنای حلقوی دارند. از طرفی در فصل ۷ کتاب درسی خواهید خواند که برخی یوکاریوت‌ها مثل مخمر، واجد پلازمید می‌باشند.

گزینهٔ «۴»: در هیچ جای متن کتاب اشاره‌ای به «تأثیر هیستون بر جهت همانندسازی» نشده؛ هر دو گروه، همانندسازی دو جهتی مشاهده می‌شود. در حقیقت هیستون تنها بر روی فشردگی مولکول دنا اثر می‌گذارد و تأثیری بر روی نحوه همانندسازی مولکول دنا ندارد.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحهٔ ۱۳)

۱۷– گزینهٔ «۴»

(صالح قاسمی)

مورد «۱»: حفاظتی ← توضیح ادامه مربوط به طرح نیمه حفاظتی است.

مورد «۲»: نیمه حفاظتی ← توضیح مربوط به طرح غیرحفاظتی است.

مورد «۳»: حفاظتی ← مولکول دنای قبلی به صورت دست نخورده وارد سلول می‌شود.

مورد «۴»: تمامی طرح‌ها ← در تمامی طرح‌ها به خاطر وجود ویرایش امکان شکسته شدن پیوند فسفودی استر وجود دارد.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحهٔ ۹ و ۱۰ و ۱۲)

۱۸– گزینهٔ «۲»

(محمدرضا عرمتیان)

در یاخته‌های یوکاریوتی با افزایش سرعت تقسیم یاخته تعداد جایگاه آغاز همانندسازی افزایش می‌یابد و طبق شکل ۱۴ کتاب درسی در صفحه ۱۴، سرعت همانندسازی در جایگاه‌های مختلف می‌تواند متفاوت باشد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: دقت کنید که در هر دو راهی همانندسازی تنها یک آنزیم هلیکاز حضور دارد پس اشاره به آنزیم‌های هلیکاز اشتباه است! آنزیم هلیکاز دو رشته دنا را در بر می‌گیرد ولی دنابسپاراز یک رشته را در بر می‌گیرد.

گزینهٔ «۳»: دقت کنید که باز شدن پیچ و تاب فامینه و جداشدن پروتئین هیستون از آن پیش از شروع فرایند همانندسازی صورت می‌گیرد.

گزینهٔ «۴»: دقت داشته باشید که آنزیم دنابسپاراز در هر دو نوع فعالیت خود توانایی شکستن پیوند اشتراکی را دارد ولی پیوند اشتراکی که در فعالیت بسپارازی می‌شکند فسفودی استر نیست بلکه این پیوند اشتراکی بین گروه‌های فسفات است.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۱، ۱۲، ۱۳ و ۱۴)

۱۹– گزینهٔ «۲»

(سراسری خارج از کشور – ۱۴۰۰)

موارد «الف» و «د» صحیح می‌باشند. بررسی موارد:

الف) در فرایند همانندسازی، دنابسپاراز پیوندهای فسفودی‌استر برقرار می‌کند. همهٔ آنزیم‌ها انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها را کاهش می‌دهند.

ب) در دوراهی‌های همانندسازی، علاوه بر دنابسپاراز، هلیکاز نیز فعالیت می‌کند.

ج) جدا شدن هیستون‌ها از دنا توسط یک آنزیم دیگر غیر از دنابسپاراز و هلیکاز انجام می‌شود. اما باز شدن مارپیچ دنا و دو رشته از هم توسط هلیکاز انجام می‌شود.

د) منظور دنابسپاراز است که نوکلئوتیدها را به صورت تک فسفاته به رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی اضافه می‌کند.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳ ، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۲۰– گزینهٔ «۲»

(متین رحیمی)

مولکول‌های مرتبط با ژن شامل دنا، رنا و پروتئین است. اطلاعات ساخت رنا و پروتئین در داخل دنا وجود داشته و خود دنا نیز حاصل همانندسازی دنای قبلی می‌باشد (درستی گزینهٔ «۴») اما دقت کنید که در سلول‌های پروکاریوتی، هسته وجود نداشته و دنای سلول در ماده زمینه‌ای سیتوپلاسم قرار دارد پس این گزینه برای مولکول‌های اطلاعاتی موجود در پروکاریوت‌ها صحیح نیست. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مطابق متن کتاب در صفحه «۱» صحیح است.

گزینهٔ «۳»: تمامی سلول‌های زنده و هسته‌دار بدن انسان تمامی ویژگی‌های خود از جمله شکل را براساس اطلاعات هسته تنظیم می‌کنند حتی سلول‌های زنده و فاقد هسته نیز قبلا در زمانی که هسته‌دار بوده‌اند، با استفاده از اطلاعات هسته، ویژگی‌های خود را تعیین کرده‌اند.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱ و ۲)

۱- گزینهٔ «۳» *(مهدی جباری)*

دقت کنید که گروهی از تک یاخته‌ای ها همان پروکاریوت‌ها هستند که برای آن‌ها فرایند پیرایش و بلوغ رنا معنا ندارد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در هر دو فرآیند، بازآلی سیتوزین‌دار به صورت مکمل رو به روی باز آلی گوآنین‌دار قرار می‌گیرد.

گزینهٔ «۲»: فام‌تن‌ها از دنا و پروتئین تشکیل شده‌اند. در هر دو مولکول، پیوند هیدروژنی و انواعی از پیوندهای اشتراکی مشاهده می‌شود.

گزینهٔ «۴»: مطابق متن کتاب درسی در صفحه ۲۵ صحیح است.

(پریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۷، ۱۷، ۲۵ و ۲۶)

۲- گزینهٔ «۱» *(مهدی جباری)*

شماره «۱» پیوند بین گروه کربوکسیل و کربن مرکزی امینواسید است. شماره «۲» پیوند پپتیدی و شماره «۳» همان گروه **R** آمینو اسید می‌باشد.

گروه‌های **R** آبگریز بر هم کنش‌هایی دارند که موجب تشکیل ساختار سوم یعنی ساختار سه بعدی پروتئین می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: دقت کنید که شماره «۱» پیوند بین گروه کربوکسیل و کربن مرکزی آمینواسید است.

گزینهٔ «۳»: پیوند پپتیدی تنها بین گروه کربوکسیل و آمینی که به کربن مرکزی متصل هستند تشکیل می‌شود نه اینکه بین گروه‌های **R** تشکیل شود.

گزینهٔ «۴»: دقت کنید که پیوند پپتیدی، در ساختار آمینواسیدها نیست بلکه بین آمینواسیدها تشکیل می‌شود. آمینواسیدهایی که در سلول به صورت آزاد حضور دارند، پیوند پپتیدی ندارند. *(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)*

۳- گزینهٔ «۳» *(مهدی جباری)*

ژنی که در صورت سوال به آن اشاره شده است، می‌تواند مربوط به هر کدام از انواع رنا باشد. دقت کنید که فرایند پیرایش و بلوغ رنا، تنها برای رنای پیک تعریف می‌شود. پس لزومی ندارد که رنای ساخته از این دو ژن دچار فرایند پیرایش شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱» و «۲»: اگر راه‌انداز دو ژن متوالی در مجاور هم باشد، جهت حرکت رنابسپارازها و رشته الگوی دو ژن متفاوت است.

گزینهٔ «۴»: فرایند رونویسی در هسته، به وسیله رنابسپارازهایی انجام می‌شود که در سیتوپلاسم ساخته شده‌اند. *(پریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)*

۴- گزینهٔ «۱» *(مهدی جباری)*

دقت کنید که در فرایند رونویسی، تنها توالی ژن رونویسی می‌شود. راه انداز یک توالی بین ژنی می‌باشد و در ساختار ژن قرار ندارد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: در مرحله آغاز رونویسی برخلاف مراحل بعدی، بین دو رشته دنا پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌شود.

گزینهٔ «۳»: دقت کنید که در باکتری (پروکاریوت) ها تنها یک نوع آنزیم رنابسپاراز مشاهده می‌شود. پارامسی یک یوکاریوت است.

گزینهٔ «۴»: دقت کنید که در ژن‌ها مختلف، رشته الگو متفاوت است. پس قرار نیست همه رناهایی که تولید می‌شوند، حاصل رونویسی یکی از رشته‌های دنا باشند.

(پریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۵- گزینهٔ «۳» *(مهدی جباری)*

دقت کنید که مطابق متن کتاب درسی، آنزیم ها لزوما پروتئینی نمی باشند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: با تغییر آمینواسید، ساختار اول پروتئین همواره تغییر می‌کند و ساختارهای بالاتر نیز ممکن است تغییر کنند.

گزینهٔ «۲»:گروه **OH** از گروه کربوکسیل و اتم **H** از گروه آمین جدا می‌شود.

گزینهٔ «۴»: دقت کنید که، پمپ سدیم پتاسیم درون غشا فعالیت می‌کند. پس پروتئین درون‌یاخته‌ای یا برون‌یاخته‌ای نیست.*(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)*

۶- گزینهٔ «۱» *(مهدی جباری)*

مولکول‌های اطلاعاتی در حقیقت عبارتند از پروتئین، دنا و رنا. این توصیف از تیتر ابتدای فصل «۱» کتاب برگرفته شده است.

دقت کنید که معمولا افزایش دما (جوشاندن) نسبت به کاهش دما (منجمد کردن) اثر شدیدتری روی آنزیم‌ها داشته و آن‌ها را به طور دائمی غیرفعال می‌کند. به همین دلیل است که در آزمایشگاه، هرگاه بخواهند یک آنزیم را به صورت موقتی غیرفعال کنند، آن را منجمد می‌کنند تا بعدا امکان فعال‌سازی دوباره داشته باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: پیرایش درون هسته انجام می‌شود. رناهای پیکی که هنوز پیرایش نشده‌اند نابالغ هستند و رناهای پیکی که پیرایش شده‌اند، بالغ هستند پس درون هسته هر دو نوع رنا دیده می‌شود.

گزینهٔ «۳»: مطابق متن کتاب درسی، مایه پنیر در واقع نامی عمومی برای آنزیم‌هایی است که با دلمه کردن پروتئین شیر آن را به پنیر تبدیل می‌کنند.

گزینهٔ «۴»: این نوکلئوتید با دو نوع باز آلی مختلف یعنی بازهای تیمین و یوراسیل به ترتیب در همانندسازی و رونویسی جفت می‌شود.

(پریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲۰ و ۲۵)

۷- گزینهٔ «۳» *(حسن علیمردانی)*

موارد «الف» و «د» صحیح هستند.

ساختار سوم در اثر برهم‌کنش‌های آب گریز ایجاد می‌شود. پس منظور صورت سوال ساختار سوم پروتئین است. بررسی همهٔ موارد:

الف) تمامی پروتئین‌ها شکل سه بعدی مشخص دارند. شکل سه بعدی برای اولین بار در ساختار سوم پروتئین‌ها ایجاد می‌شود پس تمامی پروتئین‌ها واجد ساختار سوم هستند و گروهی از آن‌ها ساختار چهارم نیز دارند.

ب) ساختار مارپیچ و صفحه‌ای، نمونه‌های معروف ساختار دوم پروتئین هستند نه ساختار سوم پروتئین.

ج) با توجه به متن کتاب درسی، ساختار سوم پروتئین‌ها منجر به ایجاد شکل سه بعدی پروتئین‌ها می‌شود.

د) انواعی از پیوندها از جمله پیوندهای هیدروژنی، اشتراکی و یونی ساختار سوم پروتئین را تثبیت می‌کنند. ساختار اول پروتئین با ایجاد پیوندهای پپتیدی (نوعی پیوند اشتراکی) بین آمینواسیدها شکل می‌گیرد. ساختار دوم پروتئین نیز به دنبال تشکیل الگوهایی از پیوندهای هیدروژنی ایجاد می‌شود.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۸- گزینهٔ «۴» *(دانیال ممدی)*

آمیلاز یکی از آنزیم‌های مورد استفاده در صنایع شوینده است. همچنین در بزاق نیز آنزیم آمیلاز مشاهده می‌شود که نشاسته را به قطعات متشکل از گلوکز تجزیه می‌کند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱» و «۳»: در اینجا آنزیم موردنظر مایه پنیر است که از معده نوزادان گوسفند و گاو به دست می‌آید؛ نوزاد این جانوران توانایی تولیدمثل ندارد. همچنین آنزیم‌ها انرژی فعال‌سازی واکنش را کاهش می‌دهند، نه افزایش.

گزینهٔ «۲»: سلولاز در تجزیه سلولز به گلوکز نقش دارد نه برعکس!

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۰)

۹- گزینهٔ «۳» *(نیما شکورزاده)*

مورد «الف» و «د» صحیح هستند. بررسی همهٔ موارد:

الف) به مواد آلی که به آنزیم کمک می‌کنند، کوآنزیم می‌گویند. پس همه کوآنزیم‌ها ماده آلی محسوب می‌شوند و در ساختار آنها کربن وجود دارد.

ب) همه کوآنزیم‌ها به واکنش‌های آنزیمی بدن کمک می‌کنند.

ج) آنزیم‌ها امکان برخورد مناسب مولکول‌ها را افزایش و انرژی فعالسازی واکنش را کاهش می‌دهند. همچنین با این کار سرعت واکنش‌هایی را که در بدن موجود زنده انجام شدنی هستند زیاد می‌کنند (نه اینکه واکنش‌های انجام نشدنی را، انجام شدنی کنند)، پس این گزینه دربارهٔ هیچ آنزیم و کوآنزیمی درست نیست.

د) بعضی آنزیم‌ها برای فعالیت به یون‌های فلزی مانند آهن، مس و یا کوآنزیم‌ها نیاز دارند و بنابراین فقط بعضی از واکنش‌های آنزیمی به کمک کوآنزیم‌ها انجام می‌شوند.
(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی۳، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱۰- گزینهٔ «۲» (راستین مقرم منیری)

اولین تاخوردگی پروتئین در سطح دوم ساختاری دیده می‌شود که الگوهایی از پیوندهای هیدروژنی همانند مارپیچ و صفحه‌ای در آن شکل می‌گیرد و همچنین در سطح دوم هموگلوبین ساختار مارپیچ دیده می‌شود. بررسی همه گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: پیوند هیدروژنی ساختار دوم، بین آمینواسیدهایی که در ساختار اول در کنار هم هستند تشکیل نمی‌شود. در ساختار صفحه‌ای آمینواسیدهایی که با هم پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهند، در ساختار اول حتی به هم نزدیک هم نبوده‌اند و فاصله زیادی داشته‌اند. همچنین در ساختار مارپیچی مطابق شکل، پیوند هیدروژنی بین امینواسیدهایی تشکیل می‌شود که معمولا بین آن‌ها سه آمینواسید دیگر وجود دارد. مثلا آمینواسید شماره ۵ با آمینو اسید شماره ۹ پیوند می‌دهد.
گزینهٔ «۲»: پروتئینی که در بافت ماهیچه وظیفه ذخیره گاز اکسیژن را برعهده دارد میوگلوبین می‌باشد که در تارهای کند نیز بیشتر دیده می‌شود.
گزینهٔ «۳»: دقت کنید که هیچ آمینواسیدی بین گروه‌های آمین و کربوکسیل خود پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌دهد. این پیوند بین گروه آمین و کربوکسیل آمینواسیدها مختلف تشکیل می‌شود.
گزینهٔ «۴»: گروه‌های **R** آبگریز آمینواسیدها در ساختار مارپیچ به سمت بیرون این فضا قرار گرفته‌اند. همچنین در ساختار صفحه‌ای نیز گروه‌های **R** به صورت یک در میان به سمت داخل و خارج ساختار قرار گرفته‌اند. پس در هر دو ساختار می‌توان گروه‌های **R** را در سمت خارج مشاهده کرد.



(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی۳، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۱۱- گزینهٔ «۱» (حسن علیمردانی)

منظور از پیوندهای کم انرژی، همان پیوندهای هیدروژنی هستند. در مرحلهٔ طویل شدن و پایان رونویسی پیوندهای هیدروژنی بین دئوکسی ریبونوکلئوتیدها (نوکلئوتیدهایی با قند یکسان) تشکیل می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۲»: در مرحلهٔ طویل شدن و پایان پیوند هیدروژنی بین دو رشتهٔ دنا و رنا شکسته می‌شود. قند نوکلئوتیدهای دنا و رنا متفاوت است.
گزینهٔ «۳»: در هر دو مرحله، ضمن ایجاد پیوندهای هیدروژنی بین دو رشتهٔ الگو و رمزگذار، دو رشتهٔ دنا به یکدیگر نزدیک می‌شوند.
گزینهٔ «۴»: با توجه به کتاب، ابتدا پیوندهای هیدروژنی دو رشتهٔ دنا در جلوی آنزیم شکسته و سپس ساخت رشتهٔ رنا ادامه پیدا می‌کند.
(پریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی۳، صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۱۲- گزینهٔ «۱» (شهروز قاسمی)

آنزیم رنابسپاراز در تمامی مراحل رونویسی دخیل است. دقت کنید که رنابسپاراز پروکاریوتی نسبت به یوکاریوتی تنوع عملکردی بیشتری دارد یعنی انواع محصولات بیشتری از آن حاصل می‌شوند. رنابسپاراز پروکاریوتی می‌تواند تمامی انواع رنا را در پروکاریوت‌ها تولید کند. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۲»: دقت کنید که در مرحله شروع رونویسی اولین نقطه‌ای که آنزیم رنابسپاراز به آن متصل می‌شود راه انداز است.
در فرایند رونویسی تنها پیوندهای هیدروژنی موجود در ساختار ژن شکسته می‌شوند.
گزینهٔ «۳»: در مرحله پایان رونویسی ابتدا رنای ساخته شده جدا می‌شود و در نهایت آنزیم رنابسپاراز از رشته الگو جدا شده و دو رشته دنا به طور کامل به هم متصل می‌شوند.
گزینهٔ «۴»: دقت کنید که فرایند پیرایش جزو مراحل رونویسی نیست. صورت سوال به دنبال گزینه صحیح پیرامون مراحل رونویسی است.
(پریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی۳، صفحه‌های۲۳ تا ۲۶)

۱۳- گزینهٔ «۴» (دانیال ممدی)

بررسی همه گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: دقت کنید که در مرحلهٔ آغاز رونویسی، تنها پیوند هیدروژنی در ساختار دنا شکسته می‌شود و شاهد شکستن پیوند هیدروژنی بین رشته الگو و رنای در حال ساخت نیستیم پس در این مرحله پیوند میان آدنین و یوراسیل شکسته نمی‌شود و تنها پیوند میان آدنین و تیمین شکسته می‌شود.
گزینهٔ «۲»: دقت کنید که پیوند فسفودی استر بین بازهای آلی تشکیل نمی‌شود!
گزینهٔ «۳»: دقت کنید که در مرحله آغاز رونویسی، رنابسپاراز بر روی ژن حرکت نمی‌کند اما قطعا برای طی کردن مسیر تا رسیدن به ژن، باید از روی بخش‌های مختلف رشته دنا از جمله راه‌انداز حرکت کند.
گزینهٔ «۴»: در هر دو مرحله، باید نخست پیوند هیدروژنی بین دو رشته دنا شکسته شود تا در ادامه پیوند هیدروژنی بین رشته دنا و رنا و بین دو رشته دنا درآن ناحیه تشکیل شود.
(پریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی۳، صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۱۴- گزینهٔ «۲» (حسن علیمردانی)

در مرحلهٔ اول آزمایش‌های ایوری و همکارانش، همهٔ پروتئین‌ها، تخریب شدند. ولی دقت کنید که باکتری هیستون ندارد. پس در این مرحله تخریب هیستون انجام نشد.
بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: با توجه به کتاب، در هر سه آزمایش، انتقال صفات صورت گرفت. البته در هر مرحله، لزوما در تمامی محیط‌های کشت انتقال صفت انجام نشد!
گزینهٔ «۳»: در آزمایش دوم از چندین ظرف برای کشت باکتری‌ها استفاده شد، ولی فقط در یکی از ظروف انتقال صفت صورت گرفت.
گزینهٔ «۴» با توجه به کتاب، در هر سه آزمایش از باکتری‌های پوشینه‌دار کشته شده استفاده شد و عصاره آن‌ها را استخراج کردند.
(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی۳، صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۵- گزینهٔ «۲» (دانیال ممدی)

واتسون و کریک با استفاده از نتایج آزمایش‌های چارگاف و داده‌های حاصل از تصاویر تهیه شده توسط پرتو ایکس و با استفاده از یافته‌های خود، مدل مولکولی نردبان مارپیچ را ساختند. بنابراین دانشمندان موردنظر، چارگاف، ویلکینز و فرانکلین، واتسون و کریک می‌باشند. البته می‌توان گفت که دانشمندانی مثل گریفیت و ایوری نیز به طور خیلی غیرمستقیم تأثیرگذار بودند.
گزینهٔ «۲»: در رابطه با مزلسون و استال است که در این تحقیقات نقشی نداشتند.
نکته مهم در این سوال، توجه دقیق به متن کتاب درسی است. مطابق متن کتاب در صفحه ۱۰، مزلسون و استال از سانتریفیوژ با سرعت بسیار بالا استفاده کردند که در پاورقی کتاب درسی هم از آن به عنوان **Ultracentrifuge**، یاد شده است اما مطابق متن کتاب در صفحه ۳، ایوری و همکارانش از سانتریفیوژ با سرعت بالا (نه بسیار بالا!) استفاده کردند که در پاورقی کتاب درسی از آن به عنوان **Centrifuge** یاد شده است.بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: چارگاف -گزینهٔ «۳»: ویلکینز و فرانکلین -گزینهٔ «۴»: واتسون کریک
(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲ تا۶، ۹ و۱۰)

۱۶- گزینهٔ «۱» (نیما شکورزاده)

تنها مورد «د» صحیح هست. در جانداران دو نوع نوکلئیک اسید وجود دارد: **DNA/RNA** . هر دو مولکول در ساختار خود تعداد زیادی پیوند فسفودی استر دارند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) در نوکلئیک اسیدهای خطی گروه فسفات در یک انتها و گروه هیدروکسیل در انتهای دیگر آزاد است؛ بنابراین هر رشتهٔ دنا و رنای خطی همیشه دو سر متفاوت دارد. در نوکلئیک اسیدهای خطی، گروه‌های فسفات و قند نوکلئوتیدهای دو انتهای مولکول نوکلئیک اسیدی آزاد بوده و به یکدیگر متصل نمی‌شوند.

ب) در ساختار نوکلئیک اسیدها دو دسته باز آلی نیتروژن‌دار مشاهده می‌شود؛ بازهای آلی تک حلقه‌ای یا پیریمیدین‌ها (شامل سیتوزین، تیمین و یوراسیل) و بازهای آلی دو حلقه‌ای یا پورین‌ها (شامل آدنین و گوانین). مشاهدات و تحقیقات چارگاف روی دناهای جانداران نشان داد که مقدار آدنین در دنا با مقدار تیمین برابر است و مقدار گوانین در آن با مقدار سیتوزین برابری می‌کند. اما دقت داشته باشید در مولکول‌های رنا که تک رشته‌ای هستند و همچنین هر رشتهٔ مولکول دنا، این نسبت و برابری برقرار نیست.

ج) دو انتهای رشته‌های پلی نوکلئوتید می‌توانند با پیوند فسفودی استر به هم متصل شوند و نوکلئیک اسید حلقوی را ایجاد کنند؛ برای مثال دنا در باکتری‌ها به صورت حلقوی است.

د) مولکول‌های دنا توسط آنزیم دنابسپاراز و مولکول‌های رنا توسط آنزیم رنابسپاراز تولید می‌شوند. بنابراین همهٔ این مولکول‌ها توسط نوعی آنزیم بسپاراز به وجود می‌آیند.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴ تا ۷)

۱۷- گزینهٔ «۲»

(نیما شکورزاده)

در همهٔ یاخته‌های زنده (هم یاخته‌های یوکاریوتی و هم یاخته‌های پروکاریوتی) یک ژن فقط توسط یک نوع آنزیم رنابسپاراز می‌تواند رونویسی شود. حواستون باشه در یوکاریوت‌ها سه نوع رنابسپاراز داشتیم ولی هر ژن، رنابسپاراز مخصوص خودش را دارد.

یعنی مثلا ژن یک رنای رناتنی، فقط توسط رنابسپاراز ۱ رونویسی میشه و دیگه رنابسپارازهای ۲ و ۳ قادر به رونویسی اون نیستند.

یکی از مکانیسم‌های افزایش سرعت پروتئین‌سازی، اتصال همزمان چند رنابسپاراز (از یک نوع) به یک ژن می‌باشد مطابق کتاب درسی، این پدیده هم در یاخته‌های یوکاریوت و هم پروکاریوت صورت می‌گیرد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در چند دهه گذشته، پژوهشگران دریافتند که در یاخته‌های یوکاریوتی (فرایند پیرایش در یاخته‌های پروکاریوتی دیده نمی‌شود)، رنای ساخته شده در رونویسی با رنایی که در سیتوپلاسم وجود دارد تفاوت‌هایی دارد. بعدها مشخص شد که این مولکول‌ها برای انجام کارهای خود دستخوش تغییراتی می‌شوند. یکی از این تغییرات حذف بخش‌هایی از مولکول رنای پیک است. تغییرات رنا در همه جانداران می‌تواند انجام شود اما فرایند پیرایش مخصوص رنای پیک در یوکاریوت‌ها است.

گزینهٔ «۳»: در پروکاریوت‌ها که شامل همهٔ باکتری‌ها می‌شوند، مولکول‌های وراثتی در غشا محصور نشده و فام‌تن اصلی دارای یک مولکول دنای حلقوی است که در سیتوپلاسم قرار دارد و به غشای یاخته متصل است. در این جانداران که تنها یک مولکول دنا دارند، در هر بار همانندسازی مادهٔ وراثتی تنها دو رشتهٔ پلی نوکلئوتیدی جدید ایجاد می‌شود. اما دقت داشته باشید که یوکاریوت‌ها تعداد زیادی مولکول دنا دارند؛ به عنوان مثال یاخته‌های پیکری بدن انسان در هر بار همانندسازی مادهٔ وراثتی هسته خود (که حاوی ۴۶ مولکول دنا است)، ۹۲ رشتهٔ پلی نوکلئوتیدی جدید می‌سازند.

گزینهٔ «۴»: اغلب پروکاریوت‌ها فقط یک جایگاه آغاز همانندسازی در دنای خود دارند. در این جایگاه دو رشته دنا توسط آنزیم هلیکاز از هم باز می‌شوند. این در حالی است که، در یوکاریوت‌ها، آغاز همانندسازی در چندین نقطه در هر فام‌تن انجام می‌شود. همچنین برخی پروکاریوت‌ها نیز دارای بیش از یک جایگاه آغاز همانندسازی در دنا خود هستند.

(پرسان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۲، ۲۳، ۲۵ و ۲۶)

۱۸- گزینهٔ «۳»

(نیما شکورزاده)

به طور معمول در طی دو فرایند همانندسازی و رونویسی دو رشتهٔ دنا از یکدیگر دور می‌شوند. در فرایند همانندسازی دور شدن دو رشتهٔ دنا از یکدیگر توسط آنزیم هلیکاز انجام می‌شود که فاقد عمل بسپارازی است و نمی‌تواند پیوندهای فسفودی استر ایجاد کند. این در حالی است که در فرایند رونویسی دو رشتهٔ دنا توسط آنزیم رنابسپاراز از هم دور می‌شوند که دارای عمل بسپارازی بوده و می‌تواند بین ریبونوکلئوتیدها پیوند فسفودی استر ایجاد کند. بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مطابق متن کتاب درسی در صفحه ۲۳، اساس رونویسی مشابه همانندسازی است. واضحا قبل از شروع همانندسازی و رونویسی لازم است تا آنزیم‌هایی با جدا کردن پروتئین‌های متصل به دنا، فشردگی آن را کاهش دهند تا زمینه الگوبرداری از دنا فراهم شود. پس فشردگی فام‌تن بر فعالیت رنابسپاراز همانند هلیکاز تاثیر دارد و تا زمانی که این فشردگی کاهش پیدا نکند، امکان فعالیت این آنزیم‌ها وجود ندارد.

گزینهٔ «۲»: یاخته‌های یوکاریوتی دارای دنای هسته‌ای هستند. گروهی از این یاخته‌ها قابلیت تقسیم و تکثیر دارند پس دنای هسته‌ای خود را همانندسازی می‌کنند.

گزینهٔ «۳»: فرایند میتوز تنها برای یوکاریوت‌ها تعریف می‌شود و در یوکاریوت‌ها تنها دنای خطی در ساختار فام‌تن حضور دارد. در مرحلهٔ S اینترفاز، همانندسازی مولکول‌های دنای خطی انجام شده و موجب دو کروماتیدی شدن کروموزوم‌های هسته‌ای می‌شود. اما دقت داشته باشید که آنزیم رنابسپاراز نقشی در تغییر تعداد کروماتیدهای هر کروموزوم ندارد.

گزینهٔ «۴»: مولکول‌های رنا حاصل فعالیت آنزیم رنابسپاراز هستند. این مولکول‌ها نوکلئیک اسیدهایی خطی هستند و بنابراین دارای دو انتهای متفاوت هستند.

(پرسان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های۱۱، ۱۲، ۲۳ و ۲۴)

۱۹- گزینهٔ «۴»

(راستین مقدم منیری)

در آزمایش سوم یک نوار در بالا و یک نوار در وسط لوله به وجود می‌آید و هیچ دنایی وجود ندارد که هر دو رشته دنای آن سنگین باشند. اگر مولکول دنای واجد هر دو رشته سنگین وجود داشت، باید در پایین لوله قرار می‌گرفت. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در آزمایش اول و دوم یک نوار در لوله به وجود می‌آید ولی در آزمایش دوم علاوه بر نوکلئوتیدهای با نیتروژن سنگین، نوکلئوتید با نیتروژن سبک نیز وجود دارد.

گزینهٔ «۲»: در آزمایش دوم و سوم یک نوار در وسط لوله مشاهده می‌شود. ولی در آزمایش سوم بعضی از مولکول‌های دنا، هر دو (نه یکی!) زنجیرهٔ آن‌ها سبک می‌باشد.

گزینهٔ «۳»: در آزمایش اول، مولکول دنای سنگین در پایین لوله مشاهده می‌شود که همه رشته‌های آن سنگین هستند و در آزمایش سوم در مولکول‌های دنایی که در بالا قرار می‌گیرند، همهٔ رشته‌ها سبک می‌باشند. در آزمایش سوم، دو نوار مشاهده می‌شود.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه ۱۰)

۲۰- گزینهٔ «۴»

(علی داروی‌نیا)

دقت کنید که صورت سوال پیرامون ساختار نوکلئوتیدها و نوکلئیک اسیدها (پلیمرهای حاصل از نوکلئوتیدها) بیان شده است. در ساختار هر نوکلئیک اسید، پیوند بین نوکلئوتیدهایی با قند یکسان تشکیل می‌شود. در حقیقت در ساختار خود نوکلئوتید هیچ پیوند فسفودی استر وجود ندارد، در ساختار نوکلئیک اسید نیز همواره این پیوند بین قندهای یکسانی تشکیل می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در هر انتهای مولکول دنای خطی موجود در هسته، گروه‌های فسفات و هیدروکسیل (OH) مشاهده می‌شود. توجه کنید که دو انتهای هر رشته دنای خطی متفاوت‌اند ولی دو انتهای مولکول دنای خطی مشابه‌اند.

گزینهٔ «۲»: در نوکلئوتیدهای دارای باز آلی پورین، حلقه پنج ضلعی و شش ضلعی باز آلی به هم متصل بوده و در نوکلئوتیدهای دارای باز پیریمیدین حلقه پنج ضلعی قند به حلقه شش ضلعی باز آلی متصل است.

گزینهٔ «۳»: قرارگیری جفت بازها به این شکل باعث می‌شود که قطر مولکول دنا در سراسر آن یکسان باشد؛ زیرا یک باز تک حلقه‌ای در مقابل یک باز دو حلقه‌ای قرار می‌گیرد و باعث پایداری مولکول دنا می‌شود.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴ تا ۷)

۱- گزینهٔ «۲»

(سیدامیرحسین هاشمی)

موارد «ب» و «د» به درستی بیان شده است. بررسی همهٔ موارد:

الف) قبل از همانندسازی دنا پیچ و تاب فامینه، باز و پروتئین‌های همراه آن یعنی هیستون‌ها از آن جدا می‌شوند تا همانندسازی بتواند انجام شود. این کارها با کمک آنزیم‌هایی انجام می‌شود. سپس آنزیم هلیکاز مارپیچ دنا و دو رشته آن را از هم باز می‌کند. آنزیم هلیکاز در باز کردن پیچ و تاب فامینه نقش ندارد.

ب) مطابق شکل کتاب درسی، در یاخته‌های یوکاریوتی اندازهٔ بخش‌های باز شدهٔ مولکول دنا در فرایند همانندسازی، با سرعت متفاوتی می‌تواند افزایش یابد.

ج) دنابسپاراز در هنگام همانندسازی نوکلئوتیدهای مکمل را رو به روی هم قرار می‌دهد. این آنزیم همانند سایر آنزیم‌ها امکان برخورد مناسب مولکول‌ها را افزایش و انرژی فعال‌سازی واکنش را کاهش می‌دهد.

د) این عبارت را به عنوان نکته به خاطر بسپارید: در شرایطی که همانندسازی به صورت طبیعی انجام شود، پیوندهای هیدروژنی همواره بین حلقه‌های شش ضلعی تشکیل می‌شود.

(مولکول های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۲- گزینهٔ «۲»

(محسن امیریان)

منظور از سؤال میوگلوبین است.

این پروتئین از یک رشته پلی پپتیدی تشکیل شده است. حتی تغییر یک آمینواسید می‌تواند ساختار و عملکرد آنها را به شدت تغییر دهد. میوگلوبین پروتئینی با ساختار سوم است. تغییر آمینواسید در هر جایگاه، موجب تغییر در ساختار اول پروتئین می‌شود و ممکن است فعالیت آن را تغییر دهد و با توجه به اهمیت توالی آمینواسیدها در ساختار اول، همه سطوح دیگر ساختاری در پروتئین، به این ساختار بستگی دارند. بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) همان‌طور که گفته شد، میوگلوبین پروتئینی با ساختار سوم است؛ ساختار سوم ساختاری است که در آن با تاخوردگی بیشتر صفحات و مارپیچ‌ها، پروتئین‌ها به شکل‌های متفاوتی در می‌آیند. تشکیل این ساختار در اثر برهمکنش‌های آب گریز است و سپس با تشکیل پیوندهای دیگری مانند هیدروژنی، اشتراکی و یونی ساختار سوم پروتئین تثبیت می‌شود نه تشکیل!

۳) در ساختار سوم پروتئین‌ها، یک زنجیره پلی پپتیدی شرکت دارد.

۴) میوگلوبین توانایی ذخیره گاز اکسیژن را دارد، نه انواعی از گازها. در ضمن میوگلوبین خود رنگدانه قرمز است نه اینکه واجد رنگدانه باشد.

(مولکول های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۳- گزینهٔ «۴»

(رضا نوری)

این سوال از سوالی در امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۲ که به مقایسه پایداری دناهای دارای سیتوزین متفاوت پرداخته بود، آمده است.

می‌دانیم **C** و **G** نسبت به **A** و **T** پیوندهای هیدروژنی بیشتر تشکیل می‌شود بنابراین بخشی از دنا که **C** و **G** بیشتری داشته باشد پایدارتر است. (رد گزینهٔ «۱») و چون در آن بخش تعداد پیوندهای هیدروژنی بیشتری به منظور همانندسازی باید شکسته شود. فعالیت هلیکاز بیشتر است (تأیید گزینهٔ «۴») بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲» این گزینه در صورتی درست است که دنای موردنظر خطی باشد در حالی که جاندار ذکر شده در صورت سؤال نوعی پروکاریوت با دنای حلقوی است.

گزینهٔ «۳» مولکول دنا در تعیین شکل جاندار نقش دارد اما دقت کنید که استرپتوکوکوس نومونیا شکل کروی دارد نه میله‌ای!

(مولکول های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲، ۷، ۱۱ و ۱۳)

۴- گزینهٔ «۲»

(حامد حسین‌پور)

سؤال در مورد زیرواحدهای آلفا و بتا است. هریک از این زیرواحدها دارای سطح ساختاری سوم هستند (رد گزینهٔ «۱»). در این سطح، پیوندهای هیدروژنی و اشتراکی ایجاد می‌شود (تأیید گزینهٔ «۲»).

با توجه به شکل، انتهای آزاد یکی از زیرواحدها برخلاف سه زیرواحد دیگر، به سمت مرکز هموگلوبین قرار ندارد (رد گزینهٔ «۳»). هریک از این زنجیره‌ها حاوی یون آهن با بار ۲+ (نه ۳+) هستند(رد گزینهٔ «۴»).

(مولکول های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه ۱۷)

۵- گزینهٔ «۱»

(محمدصادق روستا)

صورت سؤال به انواع ساختار در مولکول میوگلوبین اشاره دارد که اولین پروتئینی بود که ساختار آن کشف شد.

با توجه به شکل ۱۷ فصل ۱ زیست ۳، در ساختار اول (توالی آمینواسیدی) جهت‌گیری پیوندهای پپتیدی آمینو اسید مجاور و گروه‌های **R** آمینواسیدهای مجاور در یک راستا نمی‌باشد. بررسی سایر موارد:

گزینهٔ «۲»: با توجه به شکل ۱۷ فصل ۱ زیست ۳، در ساختار دوم (الگوهایی از پیوندهای هیدروژنی). با توجه به کنکور ۱۴۰۲ تیرماه، کربن مرکزی (نه کربن گروه اسیدی!) آمینواسیدها، تقریباً در محل تاخوردگی صفحات قرار دارد.

گزینهٔ «۳»: در ساختار سوم (تاخورده و به هم متصل) برخلاف ساختار دوم پیوند هیدروژنی بین گروه‌های **R** آمینواسیدها می‌تواند شکل گیرد و منجر به تثبیت نسبی ساختار پروتئین خواهد شد در صورتی که ساختارهای صفحه‌ای و مارپیچی متعلق به ساختار دوم‌اند.

گزینهٔ «۴»: میوگلوبین پروتئینی با یک زنجیره پلی‌پپتیدی است و فاقد ساختار چهارم است.

(مولکول های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۶- گزینهٔ «۴»

(حامد حسین‌پور)

بررسی همهٔ موارد:

الف) برخی آنزیم‌ها بیش از یک پیش ماده دارند.

ب) بعضی آنزیم‌ها نیازمند کوآنزیم هستند.

ج) در واکنش ترکیب آب با کربن دی اکسید که توسط آنزیم کربنیک‌انیدراز انجام می‌شود، آبکافت رخ نمی‌دهد!

د) در کبد نوعی آنزیم آمونیاک (مادهٔ سمی) را با کربن‌دی اکسید ترکیب کرده و اوره می‌سازد. آمونیاک که یک مادهٔ سمی است نه تنها اختلالی در فعالیت این آنزیم ایجاد نمی‌کند، بلکه پیش‌مادهٔ آن نیز است.

(ترکیبی)(زیست شناسی۱، صفحه‌های ۳۹ و۷۵)(زیست‌شناسی ۳، صفحه۱۹)

۷- گزینهٔ «۴»

(هادی احمدی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: گریفیت به ماهیت ماده وراثتی که دنا است پی نبرد.

گزینهٔ «۲»: ایوری در مرحله دوم از گریزانه استفاده کرد و در بیشتر محیط‌های کشت انتقال صفت صورت نگرفت.

گزینهٔ «۳»: چارگاف به برابری مقدار آدنین با تیمین در دنا پی برد نه در انواع نوکلئیک اسیدها یعنی دنا و رنا!

گزینهٔ «۴»: ویلکینز و فرانکلین از پرتو ایکس که یکی از راه‌های پی بردن به شکل پروتئین‌ها است، استفاده کردند.

(مولکول های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های۲تا۶)

۸- گزینهٔ «۴»

(هادی احمدی)

هم یوکاریوت‌ها و هم پروکاریوت‌ها می‌توانند همانندسازی دوجهتی داشته باشند.

بررسی موارد:

مورد اول: در یوکاریوت‌ها تعداد نقاط آغاز همانندسازی با نقاط پایان همانندسازی برابر نیست.

مورد دوم: پروکاریوت‌ها اندامک دو غشایی ندارند.

مورد سوم: این جمله فقط درباره یوکاریوت‌ها صحیح است.

مورد چهارم: پروکاریوت‌ها اغلب یک جایگاه آغاز همانندسازی دارند.

(مولکول های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۹- گزینهٔ «۳»

(علی‌اکبر شاه حسینی)

این نکته کنکور تیر ۱۴۰۳ است، آنزیم‌ها قطعا دارای عناصر کربن، هیدروژن و اکسیژن در ساختار خود می‌باشند.

بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: آنزیم‌ها تنها واکنش‌های قابل انجام را در بدن به سرانجام می‌رسانند.
گزینهٔ «۲»: دقت کنید که کوآنزیم‌ها مواد آلی مورد نیاز آنزیم‌ها هستند و یون مس جزئی از کوآنزیم‌ها نیست!
گزینهٔ «۴»: درون معده پروتئین‌ها توسط پپسین به مولکول‌های کوچک‌تر تبدیل می‌شوند نه آمینواسیدها!

(مولکول های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱۰–گزینهٔ «۳»
(محمدصادق روستا)

در ساختار نهایی هموگلوبین، یون آهن (بخش غیرآلی مولکول) به ساختار دیسک مانند هِم متصل می‌شود نه رشتهٔ پلی پپتیدی! ضمنا گروه هِم به انتهای رشتهٔ پلی پپتیدی متصل نشده و از سر رشته فاصله دارد. بررسی سایر موارد:
گزینهٔ «۱»: با توجه به شکل ۱۷ فصل ۱ زیست ۳، ساختارهای مارپیچی اندازه‌های متفاوتی دارند.
گزینهٔ «۲»: با توجه به شکل ۱۷ فصل ۱ زیست ۳، در ساختار اول گروه‌های **R** آمینواسیدها به سمت خارج از رشته قرار می‌گیرند.
گزینهٔ «۴»: با توجه به شکل ۱۷ فصل ۱ زیست ۳، انتهای آمین و کربوکسیل زیرواحد سازنده در مجاورت یکدیگر قرار می‌گیرند.

(مولکول های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۱۱–گزینهٔ «۲»
(آرمان داداش‌پور)

منظور صورت سؤال پروتئین‌ها می‌باشند.
گزینهٔ «۲»: نادرست است. کلاژن در ساختار بافت پیوندی متراکم در ساختار زردپی و رباط شرکت می‌کند. اما کلاژن جزئی از ساختار ماده زمینه‌ای نمی‌باشد.
گزینهٔ «۱»: درست است. پروتئین در ساختار کانال‌ها و پمپ سدیم – پتاسیم شرکت می‌کند که در انتقال یون‌ها نقش دارد.
گزینهٔ «۳»: درست است. پروتئین ساختار میوگلوبین را تشکیل می‌دهد. میوگلوبین اکسیژن را در ماهیچه اسکلتی ذخیره می‌کند.
گزینهٔ «۴»: درست است. آمینواسیدها طی واکنش سنتز آبدهی بسیار به‌وجود می‌آورند.

(ترکیبی)(زیست‌شناسی ۱، صفحهٔ ۱۶) (زیست‌شناسی ۳ ،صفحه‌های ۱۵ و ۱۸)

۱۲–گزینهٔ «۱»
(علی داوری‌نیا)

در آزمایش مزلسون و استال، باکتری‌ها ابتدا در محیط کشت دارای نیتروژن سنگین و سپس در محیط کشت دارای نیتروژن سبک کشت داده شدند. برای سنجش چگالی دناها در هر فاصله زمانی ۲۰ دقیقه، دنای باکتری را استخراج و در شیبی از محلول سزیم کلرید با غلظت‌های متفاوت و در سرعتی بسیار بالا گریز دادند. دقت کنید که دناهای استخراج شده گریز داده شدند نه خود باکتری‌ها. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۲»: باکتری‌ها در زمان‌های برابر و ۲۰ دقیقه که به اندازه تقسیم این یاخته‌ها می‌باشد از محیط کشت جدا شدند.
گزینهٔ «۳»: باکتری‌های حاصل از دور اول همانندسازی و بعضی از باکتری‌های دور دوم (نوار وسط)، در هر دنای خود یک رشته با نیتروژن سبک و یک رشته با نیتروژن سنگین داشتند.
گزینهٔ «۴»: بعضی از باکتری‌های دور دوم همانندسازی در دنای خود فقط نیتروژن سبک داشتند (نوار بالای لوله).

(مولکول های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۱۳– گزینهٔ «۴»
(فواد عبدالله‌پور)

با توجه به ساختار مولکول دنا ، بین باز آلی یک نوکلئوتید و گروه فسفات آن، پیوند اشتراکی دیده نمی‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: در دنای حلقوی تعداد گروه‌های فسفات دو برابر تعداد بازهای پیریمیدینی است.
گزینهٔ «۲»: در همه بازهای آلی نیتروژن‌دار، یک حلقه شش‌وجهی وجود دارد، اما تنها در بازهای دوحلقه‌ای آدنین و گوانین علاوه بر حلقه شش‌ضلعی، یک حلقه پنج‌ضلعی نیز مشاهده می‌شود.
گزینهٔ «۳»: پیوند هیدروژنی نوعی پیوند غیراشتراکی است که خود به خود تشکیل می‌شود و آنزیم‌ها در تشکیل آن نقش مستقیمی ندارند، اما ممکن است به طور غیرمستقیم در تشکیل آن نقش ایفا کنند.

(مولکول های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴ تا ۷)

۱۴– گزینهٔ «۳»
(مریم سپهی)

هموگلوبین و میوگلوبین و بعضی از آنزیم‌های پروتئینی برای فعالیت خود نیاز به یون‌های فلزی دارند در ساختار هموگلوبین و میوگلوبین، هِم ترکیبی آهن‌دار و غیرپروتئینی است که می‌تواند به مولکول اکسیژن متصل شود پس پروتئین‌های هموگلوبین و میوگلوبین برای فعالیت خود نیاز به یون فلزی Fe^{2+} دارند. بعضی آنزیم‌ها برای فعالیت به یون‌های فلزی مانند آهن و مس و یا مواد آلی مثل ویتامین‌ها نیاز دارند. همهٔ پروتئین‌ها از یک یا چند زنجیرهٔ بلند و بدون شاخه از پلی‌پپتیدها ساخته شده‌اند (درستی گزینهٔ «۳») .
بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: در ساختار دوم پروتئین هموگلوبین، ساختار صفحه‌ای مشاهده نمی‌شود. پروتئین هموگلوبین در ساختار دوم به شکل مارپیچ در می‌آیند (رد گزینهٔ «۱»)
گزینهٔ «۲»: فقط آنزیم‌ها می‌توانند انرژی فعال‌سازی را کاهش دهند (رد گزینهٔ «۲»)
گزینهٔ «۴»: گروه (های) غیرپروتئینی و آهن‌دار هِم فقط در هموگلوبین و میوگلوبین مشاهده می‌شود. (رد گزینهٔ «۴»)

(مولکول های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

۱۵–گزینهٔ «۲»
(محمدصادق روستا)

گزاره‌های «الف»، «ب» و «ج» صحیح می‌باشند. بررسی سایر موارد:
گزینهٔ «الف»: مقدار کمی از آنزیم لازم است تا مقدار زیادی از پیش ماده (آب و CO_2) را در واحد زمان به فرآورده (کربنیک اسید) تبدیل کند.
گزینهٔ «ب»: افزایش غلظت پیش‌ماده تا زمانی ادامه می‌یابد که تمامی جایگاه‌های فعال آنزیم‌ها با پیش‌ماده اشغال شوند، در این حالت سرعت انجام واکنش ثابت است.
گزینهٔ «ج»: هر چه میزان پیش‌ماده افزایش پیدا کند میزان فرآورده نیز افزایش می‌یابد ولی این افزایش تا زمانی ادامه می‌یابد که تمامی جایگاه‌های فعال آنزیم با پیش‌ماده اشغال شوند. در این حالت افزایش پیش‌ماده دیگر سبب افزایش سرعت انجام واکنش و تولید میزان بیشتر فراورده نمی‌شود.
گزینهٔ «د»: این آنزیم باعث ترکیب پیش‌ماده‌هایش می‌شود نه تجزیه!

(مولکول های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه۹و۲۰)

۱۶–گزینهٔ «۳»
(علی داوری‌نیا)

با توجه به شکل ۱۴ فصل ۱ زیست‌شناسی دوازدهم، دو هلیکازی که فاصله آن‌ها در حال کاهش است یا در دو جهت مخالف هم در حال همانندسازی هستند و یا در یک جهت ولی با سرعت متفاوت در حال همانندسازی می‌باشند در هر دو حالت این هلیکازها مربوط به دو جایگاه همانندسازی متفاوت می‌باشند.
بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: مطابق با شکل کتاب سرعت همانندسازی هلیکازها می‌تواند با یکدیگر متفاوت باشد.
گزینهٔ «۲»: هلیکازهایی که در یک جهت در حال همانندسازی هستند و سرعت متفاوتی دارند، فاصله بین این هلیکازها نیز کاهش می‌یابد. در این حالت در یک نقطه به یکدیگر نمی‌رسند!
گزینهٔ «۴»: مجددا دقت کنید که این هلیکازها ممکن است در یک جهت و با سرعت متفاوتی در حال همانندسازی باشند.

(مولکول های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحهٔ ۱۴)

۱۷– گزینهٔ «۳» *(محمدصادق روستا)*

آن دسته از نوکلئوتیدهایی که در دوراهی همانندسازی دیده می‌شوند هم نوکلئوتید دارای قند دئوکسی ریبوز و هم نوکلئوتید دارای قند ریبوز می‌باشد. با توجه به شکل ۱۲ فصل ۱ زیست ۳، در دو راهی همانندسازی، نوکلئوتید دارای باز یوراسیل (قند ریبوز) مشاهده می‌شود. با توجه به توضیحات بالا، فقط بعضی از آنها در ساختار دنا قرار می‌گیرند. بررسی سایر موارد:

گزینهٔ «۱»: انتهای رشتهٔ در حال ساخت نه الگو!

گزینهٔ «۲»: یکی از کربن‌های قند ۵ کربنه، خارج از حلقهٔ پنج‌ضلعی می‌باشد و حلقه ۵ کربنی نمی‌باشد.

گزینهٔ «۴»: ممکن است دنا بسپاراز اشتباه کند و نوکلئوتید اشتباه را در رشتهٔ در حال ساخت قرار دهد.

(مولکول های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۱۸– گزینهٔ «۲» *(مجتبی وجدی)*

گزینهٔ «۱»: ساختار دوم پروتئین – شامل صفحات و مارپیچ‌ها است و تاخوردگی این موارد در ساختار سوم دیده می‌شود.

گزینهٔ «۲»: ساختار اول پروتئین – با توجه به اهمیت توالی آمینواسیدها در ساختار اول، همه سطوح دیگر ساختاری در پروتئین‌ها به این ساختار بستگی دارند.

گزینهٔ «۳»: ساختار اول پروتئین – ساختار سوم (نه اول) پروتئین دارای شکل فضایی به صورت مختلف (مثل کروی) و ... است.

گزینهٔ «۴»: ساختار سوم پروتئین – یکی از (نه تنها) راه‌های پی بردن به شکل سه بعدی پروتئین استفاده از پرتوهای ایکس است.

(مولکول های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه ۱۷)

۱۹– گزینهٔ «۳» *(علی داوری‌نیا)*

دنا، رنا و پروتئین مولکول‌های مرتبط با ژن می‌باشند. بررسی همه موارد:

الف) دنای یوکاریوت‌ها درون هسته (خطی) و درون اندامک‌هایی مانند میتوکندری و کلروپلاست (حلقوی) دیده می‌شود. دقت کنید که سیتوپلاسم از دو بخش مادهٔ زمینه‌ای و اندامک‌ها ساخته شده است. دنا فقط در ساختار برخی اندامک‌ها قرار گرفته است و در مادهٔ زمینه‌ای سیتوپلاسم وجود ندارد.

ب و د) هر سه مولکول، نوعی بسپار زیستی بوده و در هر واحد سازنده خود (نوکلئوتید در دنا و رنا و آمینواسید در پروتئین) عنصر نیتروژن دارند.

ج) دنا مارپیچ و منظم است ولی پروتئین‌ها می‌توانند به شکل‌های مختلفی دیده شوند.

(مولکول های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱، ۴، ۱۳ تا ۱۷)

۲۰– گزینهٔ «۴» *(مسنعلی ساقی)*

نوکلئوتیدها می‌توانند با پیوند هیدروژنی و یا فسفودی استر در کنار هم قرار بگیرند. قرارگیری جفت بازها به صورت مکمل روبروی هم (نه جفت‌نوکلئوتیدها در مجاورت هم) باعث می‌شود که قطر مولکول دنا در سراسر آن یکسان باشد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: واتسون و کریک با استفاده از نتایج آزمایش‌های چارگاف و داده‌های حاصل از تصاویر تهیه شده با پرتوی ایکس و با استفاده از یافته‌های خود، مدل مولکولی نردبان مارپیچ را مطرح کردند.

گزینهٔ «۲»: بین **C** و **G** نسبت به **A** و **T** پیوند هیدروژنی بیشتری تشکیل می‌شود و هر چه تعداد پیوندهای هیدروژنی تشکیل‌شده بیشتر باشد، پایداری دنا بیشتر خواهد بود.

گزینهٔ «۳»: ستون‌های نردبان مارپیچ دنا را قند و فسفات و پله‌ها را بازهای آلی تشکیل می‌دهند. در ساختار بازهای آلی برخلاف قند و فسفات، نیتروژن وجود دارد و ریزوبیوم‌ها که در گرهک‌های ریشهٔ گیاهان تیرهٔ پروانه‌واران زندگی می‌کنند به تثبیت نیتروژن می‌پردازند.

(مولکول های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۶ و ۷)

۱- گزینهٔ «۱» *(ابوالفضل صالحی)*

شکل نشان‌دهنده رونویسی همزمان با ترجمه هست که در پروکاریوت‌ها وجود دارد.
گزینهٔ «۱»: این فرآیند در استرپتوکوکوس نومونیا که باکتری است مشاهده می‌شود.
گزینهٔ «۲»: به طور معمول طول عمر رنای پیک باکتری از یوکاریوت کم‌تر است.
گزینهٔ «۳»: در پروکاریوت‌ها هیستون نداریم. (کنکور امسال) علاوه بر آن در یوکاریوت فعالیت هلیکاز بعد از جداشدن هیستون‌هاست.
گزینهٔ «۴»: در پروکاریوت نقطه پایان همانندسازی می‌تواند در مقابل نقطه آغاز باشد.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲، ۱۳ و ۳۲)

۲- گزینهٔ «۲» *(ارسلان ملی)*

موارد «الف» و «د» نادرست می‌باشد.
مورد «الف»: ممکن است پروتئینی چند زیر واحدی بوده و از چندین رشته پلی‌پپتیدی تشکیل شده باشد پس لزوما هر رشته پلی پپتیدی به عنوان نوعی پروتئین مستقل عمل نخواهد کرد.
مورد «ب»: دقت کنید مطابق تصویر ۱۴ کتاب درسی در صفحه ۳۱، رشته پلی پپتیدی خروجی از زیر واحد بزرگ ریبوزوم‌های آزاد در سیتوپلاسم، قبل از پایان ترجمه می‌تواند پیچ و تاب خود را به صورت الگوهایی از پیوندهای هیدروژنی (ساختار دوم پروتئین) آغاز نماید.
مورد «ج»: دقت شود که هر رشته دارای توالی(هایی) می‌باشد که به عنوان هدایت‌کننده عمل کند.
مورد «د»: دقت کنید هر یاخته عصبی در بدن انسان الزاما قابلیت تقسیم شدن و همانندسازی دنای خطی را ندارد!

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۳- گزینهٔ «۲» *(سهیل رومی اصل)*

گزینهٔ اول: در مرحله آغاز رونویسی شکستن پیوندی هیدروژنی بین نوکلئوتیدهای دنا را داریم ولی در مرحله آغاز ترجمه شکستن پیوند هیدروژنی را نداریم.
گزینهٔ دوم: در طویل شدن رونویسی تشکیل پیوند فسفودی استر و در مرحله طویل شدن ترجمه نیز تشکیل پیوند پپتیدی را طی فرآیند سنتز آبدهی داریم.
گزینهٔ سوم: در مرحله پایان رونویسی تشکیل پیوند هیدروژنی را داریم ولی در مرحله پایان ترجمه تشکیل پیوند هیدروژنی را نداریم!
گزینهٔ چهارم: تشکیل پیوند هیدروژنی آنزیم لازم ندارد.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲۳، ۲۴، ۳۰ و ۳۱)

۴- گزینهٔ «۱» *(سهیل رومی اصل)*

گزینهٔ «۱»: شکستن پیوند بین رنای ناقل و آمینواسید در جایگاه **P** دیده می‌شود در حالی که اولین جایگاهی که رنای ناقل در آن حضور دارد نیز جایگاه **P** می‌باشد.
گزینهٔ «۲»: تشکیل پیوند پپتیدی در جایگاه **A** اتفاق می‌افتد در حالی که رنای ناقل اول فقط در جایگاه **P** و **E** دیده می‌شود.
گزینهٔ «۳»: برقراری رابطه مکملی بین رناهای مختلف در جایگاه **A** اتفاق می‌افتد اما آخرین رنای ناقل فقط از جایگاه **P** خارج می‌شود نه **A**.
گزینهٔ «۴»: کدون پایان فقط در جایگاه **A** دیده می‌شود و شکسته شدن پیوند هیدروژنی بین رنای ناقل و پپتید در جایگاه **E** اتفاق می‌افتد.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲۹، ۳۰ و ۳۱)

۵- گزینهٔ «۴» آزمون وی ای پی *(ابوالفضل صالحی)*

گزینهٔ «۱»: مرحله آغاز – مرحله طویل شدن – در هر دو مرحله مصرف نوکلئوتید ریبوزدار آزاد داریم.
گزینهٔ «۲»: مرحله طویل شدن – مرحله آغاز – تولید مولکول آب در طی تشکیل پیوند فسفودی استر داریم.
گزینهٔ «۳»: مرحله آغاز – تمام مراحل – در هر ۳ مرحله با مصرف نوکلئوتیدهای سه فسفاته از هر نوکلئوتید دو فسفات آزاد شده و بر میزان فسفات‌های آزاد سیتوپلاسم افزوده می‌شود.

گزینهٔ «۴»: مرحله پایان – همچین مرحله‌ای نداریم: در مرحله آغاز بخشی از پیوندهای هیدروژنی ژن شکسته می‌شود نه همه آنها.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲۳و ۲۴)

۶- گزینهٔ «۳» *(سهیل رومی اصل)*

گزینهٔ «۱» مطابق شکل درست است.
گزینهٔ «۲»: درست است مطابق شکل در بین نوکلئوتیدهای بخش حلقه مانند برخلاف بخش بازو مانند پیوند هیدروژنی دیده نمی‌شود!
گزینهٔ «۳»: اشتباه است. زیرا ۶۴ نوع کدون داریم ولی حداکثر ۶۱ نوع رنای ناقل، زیرا مثلاً به ازای کدون‌های پایان، آمینواسید و رنای ناقل تعریف نشده است.
گزینهٔ «۴»: صحیح است زیرا رنابسپاراز ۳ که وظیفه رونویسی ژن رنای ناقل را دارد برای انجام وظیفه به اتصال به راه انداز نیاز دارد!

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲۲، ۲۳، ۲۸ و ۲۹)

۷- گزینهٔ «۲» *(امیر رشیدی)*

فقط مورد «د» صحیح می‌باشد.
تک‌یاخته‌ای‌ها شامل پروکاریوت‌ها و برخی یوکاریوت‌ها (مانند پارامسی) می‌باشند.
بررسی گزینه‌ها:
الف) در پروکاریوت‌ها صادق نیست. (نادرست)
ب) چرخه یاخته‌ای (مثلا مرحله **S**) فقط مربوط به یوکاریوت‌ها می‌باشد و در پروکاریوت‌ها وجود ندارد. (نادرست)
ج) تک‌یاخته‌ای‌های یوکاریوتی چندین نوع رنابسپاراز دارند. (نادرست)
د) نوکلئیک اسید خطی مانند رنای خطی، هم در سیتوپلاسم یوکاریوت و هم پروکاریوت‌ها یافت می‌شود. (درست)

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های۵، ۲۳ تا ۲۵)

۸- گزینهٔ «۴» *(امیر رشیدی)*

هر چهار مورد نادرست هستند. بررسی گزینه‌ها:
مورد «الف» محصول نهایی ژن گفته شده، رنای ناقل می‌باشد که در ساختار خود پیوند پپتیدی ندارد.
موارد «ب» و «ج» از آنجایی که توالی پایان رونویسی ژن اول در مجاورت راه‌انداز ژن بعدی قرار گرفته است، پس قطعا رشته‌های الگو این دو ژن یکسان هستند (رد گزینهٔ «ج») پس جهت حرکت رنابسپارازهای این دو ژن هم یکسان است. (رد گزینهٔ «ب»)
مورد «د» عمل پیرایش مربوط به رنای پیک می‌باشد در حالی که این دو ژن، ژن سازندهٔ رنای ناقل هستند.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۹- گزینهٔ «۳» *(امین پورمهر)*

خروج رنای ناقل بدون آمینواسید از جایگاه **E**؛ در ارتباط با مرحله طویل شدن در فرآیند ترجمه است. در این مرحله آمینواسید موجود در جایگاه **P** از رنای ناقل جدا می‌شود (درستی گزینهٔ «۳»).بررسی گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: کامل شدن ساختار رناتن مربوط به مرحله آغاز ترجمه می‌باشد.
گزینهٔ «۲» و «۴»: جدا شدن پلی‌پپتید از آخرین رنای ناقل و ورود عوامل آزادکننده به جایگاه **A** مربوط به مرحله پایان ترجمه است.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۱۰- گزینهٔ «۴» *(پویا آزادبخش)*

در مرحلهٔ پایان برخلاف طویل شدن عوامل آزادکننده به کدون پایان متصل می‌شوند.
هر سه کدون پایان دارای باز یوراسیل هستند. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: در مرحلهٔ طویل‌شدن جایگاه **A** توسط رنای ناقل و در مرحلهٔ پایان توسط عوامل آزادکننده اشغال می‌شود که هر دو بسپار هستند.
گزینهٔ «۲»: در هر دو مرحله پیوند اشتراکی بین زنجیرهٔ آمینواسیدی و رنای ناقل شکسته می‌شود.
گزینهٔ «۳»: در هر دو مرحله رنای ناقل فاقد آمینواسید از جایگاه **P** خارج می‌شود.
در مرحله طویل شدن خروج از **P** به **E** در پایان خروج مستقیم از **P**

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۱۱- گزینهٔ «۴»
(امین پورمهر)

صورت سؤال مربوط به مرحله آغاز از فرآیند رونویسی است که در این مرحله پیوندهای هیدروژنی بینِ دو رشته دِنا شکسته می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: حرکت رنابسپاراز بر روی ژن به سمت توالی پایان در مرحله طویل شدن از فرآیند رونویسی قابل مشاهده است، در مرحله آغاز رناپسپاراز بر روی ژن حرکت ندارد.

گزینهٔ «۲»: دو رشته دِنا در مرحله طویل شدن و پایان به یکدیگر متصل می‌شوند.

گزینهٔ «۳»: براساس متن کتاب درسی و شکل صفحه ۲۴؛ راه‌انداز موجب می‌شود رنابسپاراز اولین نوکلئوتید مناسب را بطور دقیق پیدا و رونویسی را از آنجا آغاز کند که لزوماً بعد از راه‌انداز نیست و می‌تواند فاصله داشته باشد.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۱۲- گزینهٔ «۳»
(امیرحسین قلی‌زاده)

مولکول رنای ناقل **(tRNA)** نوعی مولکول تک‌رشته‌ای است که آمینواسیدها را برای استفاده در پروتئین‌سازی به سمت رناتن‌ها می‌برد.

در ساختار هر نوکلئوتید سه فسفاته علاوه بر دو پیوند اشتراکی‌ای که بین فسفات‌های آن وجود دارد، پیوندهای اشتراکی دیگری نظیر پیوند بین کربن خارج از حلقهٔ مربوط به قند و پیوند بین قند با باز آلی نیتروژن‌دار نیز از نوع اشتراکی است، بنابراین در ساختار نوکلئوتیدهای مورد استفاده در فرایند رونویسی بیش از دو پیوند اشتراکی به کار رفته است. بررسی سایر موارد:

گزینهٔ «۱»: در نخستین مرحله از فرایند رونویسی ساخت زنجیر کوتاهی از رنا امکان‌پذیر می‌شود، اما امکان برقراری پیوند هیدروژنی بین نوکلئوتیدهای دو رشته دنا (نوکلئوتیدهای با قند یکسان) نخستین بار در مرحله طویل شدن رونویسی فراهم می‌شود.

گزینهٔ «۲»: با توجه به شکل در مرحلهٔ پایان رونویسی نخست رنای ساخته شده از محل حباب رونویسی خارج شده است.

گزینهٔ «۴»: در مرحلهٔ طویل شدن از فرایند رونویسی، نخستین بار پیوند هیدروژنی بین دئوکسی ریبونوکلئوتیدهای رشتهٔ الگو و ریبونوکلئوتیدهای رنای در حال ساخت می‌شکند، در این مرحله از فرایند رونویسی ، در محل رونویسی دئوکسی ریبونوکلئوتیدها در بیشترین فاصله از هم قرار دارند (نه می‌گیرند!).

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۸، ۲۳ و ۲۴)

۱۳- گزینهٔ «۴»
(امیر رشیدی)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: رمزه آغاز از ابتدای رنای پیک فاصله دارد پس نمی‌توان گفت شروع ترجمه از ابتدای رنای پیک است.

گزینهٔ «۲»: تعداد انواع پادرمزه‌ها از تعداد انواع رمزه‌ها کمتر است.

گزینهٔ «۳»: رمزهٔ آمینواسیدها در همهٔ جانداران یکسان است مثلا رمزهٔ **AUG** در همهٔ انواع جانداران معرف آمینواسید متیونین می‌باشد.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های۱۳، ۲۷، ۲۸، ۲۹ و ۳۰)

۱۴- گزینهٔ «۴»
(ارسلان ملی)

گزینهٔ «۱»: طولانی‌ترین مرحله ترجمه طویل شدن می‌باشد. در اولین انتقال آمینواسید از جایگاه **P** به **A** تنها یک آمینواسید انتقال یافته بنابراین رنای ناقل ورودی از جایگاه **A** به **P** تنها دارای دو آمینو اسید می‌باشد. بنابراین این گزینه نادرست می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: این مرحله می‌تواند طویل شدن یا پایان باشد (دقت کنید بیان نشده است الزاما با رنای ناقل جایگاه اشغال شود). در مرحله پایان رنای ناقل فاقد آمینواسید از جایگاه **P** خارج می‌شود. بنابراین این گزینه نادرست می‌باشد.

گزینهٔ «۳»: دقت کنید سلول مورد سؤال ماستوسیت بوده که نوعی سلول جانوری فاقد واکوئول مرکزی می‌باشد! بنابراین این گزینه نادرست می‌باشد.

گزینهٔ «۴»: رنای ناقل محصول رنابسپاراز ۳ می‌باشد. این توالی در رنای ناقل هم می‌تواند به عنوان پادرمزه و هم یک توالی غیرپادرمزه در نظر گرفته شود. حتی در صورت فرض توالی پادرمزه با رمزه **AUG** جفت شده که الزاما کدون آغاز نمی‌باشد. بنابراین این توالی می‌تواند هم در جایگاه **P** و هم در جایگاه **A** وارد شود. «توجه کنید توالی سه‌تایی با رمز، رمزه و پادرمزه تفاوت معنایی بزرگی در تست‌ها دارد.»

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۱۵- گزینهٔ «۳»
(ارسلان ملی)

مطابق سؤال کنکور سراسری ۱۴۰۱، رشته پلی‌پپتیدی از زیر واحد بزرگتر ریبوزوم که در تماس با غشای شبکه آندوپلاسمی بوده و از سر آمینی (آغازگر) وارد فضای درونی شبکه آندوپلاسمی زبر می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مطابق کنکور سراسری ۱۴۰۳ محدوده رونویسی از دنا و ترجمه از رنای پیک مشخص می‌باشد. در رونوشت‌های بیانه هم ترجمه فقط در محدوده کدون آغاز تا پایان انجام می‌شود و توالی‌های قبل از کدون آغاز و بعد از کدون پایان ترجمه نمی‌شوند. رونوشت‌های میانه هیچگاه ترجمه نمی‌شوند. (نادرست)

گزینهٔ «۲»: مطابق شکل صفحهٔ ۲۵ کتاب درسی (شکل ۳) ممکن است بین دو ژن ساختاری با جهت رونویسی متفاوت هیچ راه‌اندازی نداشته باشیم. (نادرست)

گزینهٔ «۴»: دقت کنید هیستون نوعی پروتئین یوکاریوتی بوده و ژن آن با رنابسپاراز ۲ رونویسی می‌شود نه رنابسپاراز ۱! (نادرست)

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲۳، ۲۵، ۲۷، ۳۰ و ۳۱)

۱۶- گزینهٔ «۲»
(حمیدرضا فیض‌آبادی)

در اشکال زیر، با توجه به ساختار پرمانند، راه‌اندازها و جهت رونویسی هر ژن نشان داده شده است. فقط در گزینهٔ «۲»، بین ژن اول و دوم، دو راه‌انداز، بین ژن دوم و سوم یک راه‌انداز قرار دارد بین ژن سوم و چهارم آن‌ها هیچ راه‌اندازی موجود نیست. دایره‌ها نماد راه‌انداز هستند.

بررسی همهٔ موارد:

گزینهٔ «۱»:



گزینهٔ «۲»:



گزینهٔ «۳»:



گزینهٔ «۴»:



(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحهٔ ۲۶)

۱۷- گزینهٔ «۴»
(سهیل روحی اصل)

منظور صورت سؤال باکتری استرپتوکوکوس نومونیاست.

گزینهٔ «۱»: منظور گزینه موش است. در موش که موجودی یوکاریوت است رونویسی همزمان با ترجمه دیده نمی‌شود.

گزینهٔ «۲»: اولین آمینواسید که رمز می‌شود طبق شکل صفحه ۲۷ به انتهای آمینی نزدیک‌تر است.

گزینهٔ «۳»: مطابق شکل رناتنی که به رنابسپاراز نزدیک‌تر است پروتئین طویل‌تری ساخته است.

گزینهٔ «۴»: صحیح است. آمینواسیدها به زیرواحد بزرگتر رناتن نزدیک‌تر هستند.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲، ۱۳، ۲۷ و ۳۲)

۱۸- گزینهٔ «۲»
(امیر رشیدی)

رناتن‌ها از رنای رناتنی **(rRNA)** و پروتئین تشکیل شده‌اند در یوکاریوت‌ها رونویسی از ژن‌های مؤثر در ساخت رناتن توسط آنزیم‌های رنابسپاراز یک و دو و در پروکاریوت‌ها توسط آنزیم رنابسپاراز پروکاریوتی انجام می‌شود.

این آنزیم‌ها پروتئینی هستند و در ساختار خود پیوند پپتیدی دارند. پیوند پپتیدی بین کربن گروه کربوکسیل و نیتروژن گروه آمین در دو آمینواسید مجاور برقرار می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: این آنزیم‌ها پروتئینی هستند و حلقه قندی و باز آلی نیتروژن‌دار ندارند.

گزینهٔ «۳»: در پروکاریوت‌ها هسته وجود ندارد و آنزیم رنابسپاراز پروکاریوتی، رونویسی را در سیتوپلاسم انجام می‌دهد.

گزینهٔ «۴»: در پروکاریوت‌ها شبکه آندوپلاسمی زبر وجود ندارد. همچنین در یوکاریوت‌ها، آنزیم رونویسی‌کننده از ژن‌ها، توسط رناتن‌های آزاد ساخته می‌شوند.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲۳ و ۳۱)

۱۹- گزینهٔ «۱» *(امیر رشیری)*

پروتئین‌های موجود در اندامک‌های دوغشایی یعنی راکیزه و کلروپلاست توسط رناتن‌های آزاد در سیتوپلاسم و رناتن‌های درون خود آنها بدون کمک شبکهٔ آندوپلاسمی و دستگاه گلژی ساخته می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: پروتئین‌های غشایی حین ساخته شدن از ابتدای رشتهٔ پلی‌پپتیدی یعنی سرآمینی خود به شبکهٔ آندوپلاسمی وارد می‌شوند. (نه سر کربوکسیل!)

گزینهٔ «۳»: پروتئین‌های ترشحی قبل از خروج از یاخته ابتدا به کیسه‌ای از دستگاه گلژی وارد می‌شوند که از غشای یاخته دورتر است. (نه نزدیک‌تر!)

گزینهٔ «۴»: برخی از پروتئین‌های غیرترشحی به کمک شبکهٔ آندوپلاسمی و دستگاه گلژی ساخته می‌شوند مانند آنزیم‌های کافنده تن (لیزوزوم) و برخی توسط رناتن‌های آزاد و برخی دیگر توسط رناتن‌های میتوکندری و کلروپلاست ساخته می‌شوند.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحهٔ ۳۱)

۲۰- گزینهٔ «۱» *(سراسری داخل کشور ۱۴۰۳)*

موارد ج و د صحیح هستند.

بررسی موارد:

الف) با توجه به شکل ۴ فصل ۲ کتاب زیست ۳، گاهی اینترون از اگزون مجاورش بزرگ‌تر است.

ب) با توجه به شکل ۸ فصل ۲ کتاب زیست ۳، نوکلئوتیدهای ابتدا و انتهای رنای ناقل با هم پیوند هیدروژنی ندارند.

ج) با توجه به متفاوت بودن قندها و تعداد فسفات در نوکلئوتیدهای آدنین دار، این مولکول‌ها می‌توانند جرم‌ها و نقش‌های متفاوتی داشته باشند (مانند **ATP** و **ADP**).

د) آمینواسید خارج شده از جایگاه **P** رناتن، از سمت گروه کربوکسیل خود با گروه آمین آمینواسید موجود در جایگاه **A** پیوند پپتیدی برقرار می‌کنند.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۸ ، ۲۵ تا۲۹)

۱- گزینهٔ «۱» *(مهدی جباری)*

شماره «۱» نشان دهنده توالی پادرمزه و شماره «۲» نشان دهنده نوکلئوتید جایگاه اتصال به آمینواسید است. دقت کنید که مطابق متن کتاب، آمینواسیدها به عنوان مواد اولیه مصرفی در ترجمه شناخته می‌شوند و به شماره ۲ متصل می شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: در مرحله طویل شدن ترجمه، رنای ناقل فاقد آمینواسید از جایگاه **E** خارج می‌شود.

گزینهٔ «۳»: در این مرحله تنها به آمینواسید متیونین اتصال دارد.

گزینهٔ «۴»: تمامی رناهای ناقل، در اثر رونویسی از یکی از دو رشته ژن حاصل می‌شوند. کلا در هر ژن تنها یکی از رشته‌ها می‌تواند رونویسی شود که به آن رشته الگو می‌گویند.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲۸ و ۳۰)

۲- گزینهٔ «۴» *(مهدی جباری)*

صورت سوال به دنای خطی اشاره دارد پس باید تنها همانندسازی و رونویسی از دنای هسته‌ای یوکاریوت‌ها را در نظر بگیریم.

محصول همانندسازی دنا و محصول رونویسی رنا می‌باشد. پروتئین به همراه رنا در ساختار ریبوزوم قرار دارد. اما دنا در ساختار ریبوزوم یافت نمی‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: دقت کنید که همانندسازی دنای خطی، در کل هر چرخه یاخته‌ای (نه هر مرحله از آن!) تنها یک بار انجام می‌شود. تنها مرحله‌ای از چرخه یاخته‌ای که می‌تواند همانندسازی دنای خطی صورت بگیرد، مرحله **S** در اینترفاز می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: در هر دو فرایند، نوکلئوتید آدنین‌دار در رشته الگو قرار دارد. پس باید در رشته در حال ساخت، از نوکلئوتید مکمل آن استفاده شود. در رونویسی از نوکلئوتید یوراسیل‌دار و در همانندسازی از نوکلئوتید تیمین‌دار به عنوان مکمل آدنین استفاده می‌شود.

گزینهٔ «۳»: محصول رونویسی یعنی رنا، ممکن است دچار تغییرات شود. همچنین محصول همانندسازی یعنی دنا، بعدا برای اینکه از روی آن همانندسازی و رونویسی صورت بگیرد، دچار تغییراتی می‌شود از جمله اینکه دو رشته آن از هم باز شده و رابطه مکملی بین نوکلئوتیدها از بین می‌رود.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست شناسی ۳، صفحه‌های ۱۱، ۱۲ و ۲۵)

۳- گزینهٔ «۲» *(مهدی جباری)*

تنها موارد «الف» و «د» صحیح هستند.

نکته مهم در سوال این است که دقت کنید جاندار مدنظر سوال، نوعی باکتری (پروکاریوت) است. بررسی همه موارد:

الف) در پروکاریوت‌ها یک نوع رنابسپاراز، تمامی رناها را تولید می‌کند.

ب) میانه و بیانه و رنای بالغ، تنها برای یوکاریوت‌ها تعریف می‌شود.

ج) دقت کنید که این دو رشته علاوه بر تفاوت در باز تیمین و یوراسیل، در نوع قند نیز تفاوت دارند. قند دنا دئوکسی ریبوز و قند رنا ریبوز می‌باشد.

د) اگر باکتری در بدن انسان حضور داشته باشد، در پی تب کردن فرد، دمای بدن بالا می‌رود و علاوه بر آسیب به آنزیم‌های بدن فرد، به آنزیم‌های باکتری نیز آسیب وارد می‌شود. آنزیم‌ها ممکن است در دمای بالا به صورت برگشت‌ناپذیر غیرفعال شوند.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست شناسی ۳، صفحه‌های ۴ و ۲۵)(زیست شناسی۲ صفحه ۷۱)

۴- گزینهٔ «۲» *(مهدی جباری)*

شکل مرحله پایان ترجمه را نشان می‌دهد.

دقت کنید که یکی از فرایندهایی که به طور طبیعی در یاخته می‌تواند انجام شود، نوعی تنظیم بیان ژن در مرحله پس از رونویسی است که طی آن، رناهای کوچک از فعالیت ریبوزوم جلوگیری کرده و عمل ترجمه متوقف می‌شود. پس به طور طبیعی می‌توان در مرحله طویل شدن نیز شاهد خروج رنای ناقل از ساختار ریبوزوم و تخریب رابطه مکملی بین رمزه و پادرمزه بود.در هر صورت نمی توان گفت که فقط در این مرحله این اتفاق رخ می دهد. ولی خب فقط در این مرحله تشکیل پیوند نداریم در مراحل دیگر هم پیوند در این جایگاه تشکیل می شود بخاطر همین هم کلا عبارت غلطه. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: ورود یکی از رمزهای پایان به رناتن ، در همین مرحله از ترجمه رخ می‌دهد.

گزینهٔ «۳»: در مرحله طویل شدن، پیوندهای پپتیدی در جایگاه **A** تشکیل می‌شوند.

گزینهٔ «۴»: پادرمزه رنای ناقل در مرحله طویل شدن با رمزه‌های رنای پیک رابطه مکملی تشکیل می‌دهد، مطابق متن کتاب، نکته قابل توجه این است که رمزه آمینواسیدها در جانداران یکسان‌اند.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست شناسی۳، صفحه‌های۲۷، ۳۱، ۳۶)

۵- گزینهٔ «۱» *(مهدی جباری)*

اشاره به رنای ناقل دارد. دقت کنید که رنای ناقل ابتدا تاخوردگی‌هایی پیدا می‌کند اما به ساختار سه بعدی نمی‌رسد. در ادامه با تاخوردگی‌های بیشتر، ساختار سه بعدی پیدا می‌کند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: رمزه پایان هیچ آمینواسیدی را رمز نمی‌کند.

گزینهٔ «۳»: رمزه آغاز تنها می‌تواند درون جایگاه‌های **P** و **E** مشاهده شود.

گزینهٔ «۴»: رنای ناقل آغازگر با رمزه **AUG** رابطه مکملی تشکیل می‌دهد. پس حداقل یک توالی **UAC** را به عنوان پادرمزه دارد.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست شناسی ۳، صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۶- گزینهٔ «۲» *(مهدی جباری)*

الف) عوامل رونویسی به توالی افزاینده متصل شده و در پی ایجاد خمیدگی در دنا، به عوامل رونویسی جایگاه راه انداز، متصل می‌شوند.

ب) دقت کنید که رناهای کوچک، ترجمه را متوقف می‌کنند و رنای ساخته شده پس از مدتی تجزیه می شود.

ج) رنای کوچک به رنای پیک متصل می‌شود و نه به رناتن.

د) کاهش فشردگی در فام‌تن، موجب افزایش دسترسی رنابسپاراز و افزایش محصول ژن‌های آن بخش می‌شود.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست شناسی ۳، صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

۷- گزینهٔ «۴» *(محسن کوهی)*

بررسی تمام موارد:

الف) هنگام حرکت رنابسپاراز روی دنا، در قسمت‌های عقب تر دو رشته ژن که پیش از این از هم باز شده بودند با ایجاد پیوندهای هیدروژنی مجددا بسته می‌شوند و در این هنگام ایجاد پیوند بین نوکلئوتید آدنین‌دار و تیمین‌دار مشاهده می‌شود.

در صورتی که نوکلئوتیدT دار در DNA وجود داشته باشد، ایجاد پیوند هیدروژنی بین Tدنا و A رنا وجود خواهد داشت.

ب) اگر تعداد زیادی آنزیم رنابسپاراز به طور همزمان در حال رونویسی از روی یک ژن باشند (مشابه شکل صفحه ۲۶) دور از انتظار نیست که رشته‌های الگو و رمزگذار از یکدیگر جدا باشند.

ج) نوکلئیک اسید حاصل از رونویسی، رشته رنا است و برابر بودن یا نبودن تعداد نوکلئوتیدهای مختلف آن با یکدیگر ممکن است.

د) در ابتدای مرحله آغاز رونویسی، رنابسپاراز بر روی توالی‌های تنظیمی و خارج از ژن مثل راه‌انداز حرکت می‌کند، با توجه به اینکه این توالی‌ها رونویسی نمی‌شوند، پس هنگام حرکت رنابسپاراز بر روی آن‌ها، پیوند بین نوکلئوتیدی شکل نمی‌گیرد.

همچنین می‌توان عبور رنابسپاراز از روی توالی اپراتور در تنظیم منفی اشرشیاکلای رونویسی را مثال زد.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست شناسی ۳، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۸- گزینهٔ «۳» *(علیرضا فیرفواه معانی)*

صورت سؤال به فرایند پیرایش اشاره دارد.

دقت کنید در پیرایش مولکول دنا دچار تغییر نمی‌شود. در حقیقت خود میانه‌ها حذف نمی‌شوند بلکه رونوشت آن‌ها در رنای پیک حذف می‌شود. بررسی سایرگزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست – دقت کنید براساس شکل ۵ کتاب درسی، تعداد رونوشت‌های بیانه، یکی بیشتر از تعداد رونوشت‌های میانه می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: نادرست – دقت کنید که برای حذف هر رونوشت میانه، باید دو عدد پیوند فسفودی استر شکسته شود. به طور مثال اگر در رنای پیک، ۲۱ رونوشت بیانه و ۲۰ رونوشت میانه داشته باشیم. ابتدا ۴۰ پیوند فسفودی استر برای حذف رونوشت‌های میانه شکسته می‌شود و در نهایت ۲۱ رونوشت بیانه با تشکیل ۲۰ پیوند فسفودی استر به هم متصل می‌شوند. پس تعداد پیوندهای شکسته شده در این فرایند دو برابر پیوندهای تشکیل شده است؛ شکستن پیوند با هیدرولیز و تشکیل پیوند با سنتز آبدهی است؛ بنابراین تعداد مولکول‌های آب مصرف شده، دو برابر تعداد مولکول‌های آب تولید شده است و میزان مولکول‌های آب درون سلول کاسته می‌شود.

گزینهٔ «۴»: نادرست – تغییرات رنای پیک می‌تواند حین یا پس از رونویسی انجام شود. اما فرایند پیرایش یا همان بلوغ رنای پیک، نوعی تغییر است که همواره پس از رونویسی انجام می‌شود.

(پرسمان اطلاعات در یاخته) (زیست شناسی ۳، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۹- گزینهٔ «۳» *(رامتین قیسیوندی)*

شکل ساختار پرماننده‌ای است که نشان‌دهنده رونویسی همزمان چندین رنابسپاراز از یک ژن در سلول یوکاریوتی (سلولی با توانایی تنظیم تعداد جایگاه آغاز همانندسازی) است.

زنجیره‌های رنای موجود در سمت **B** قطعا در مرحله آغاز رونویسی نیستند بلکه یا در مرحله طویل شدن و یا در مرحله پایان رونویسی می‌باشند. در مراحل طویل شدن و پایان شکستن پیوند هیدروژنی (پیوندهای کم‌انرژی) بین دنا و رنا رخ می‌دهد و طبق شکل بخش‌هایی از این رناها از دنا جدا شده است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: دقت کنید علاوه بر رنا و رشته الگو که در جایگاه فعال رنابسپاراز قرار می‌گیرند تا رنا کامل ساخته شود، رشته رمزگذار نیز هنگام شکسته شدن پیوندهای هیدروژنی دنا در جایگاه فعال قرار می‌گیرد.

گزینهٔ «۲»: دقت کنید تنها اگر رنای تولید شده رنای پیک باشد حذف رونوشت‌های میانه رخ می‌دهد! اما اگر رنای ناقل یا رناتنی باشد، دیگر فرایند پیرایش انجام نمی‌شود.

گزینهٔ «۴»: طبق متن کتاب در یاخته‌های یوکاریوتی رناهای پیک می‌توانند در حین یا پس از رونویسی دچار تغییراتی بشوند. پس رنای تولیدی ممکن است در حین فرایند رونویسی تغییر کند.

(پرسمان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه های ۲۶ و ۳۶)

۱۰- گزینهٔ «۲» *(سینا دشتی‌زاده)*

رنای پیک توسط رنابسپاراز ۲، رنای ناقل توسط رنابسپاراز ۳ و رنای رناتنی توسط رنابسپاراز ۱ ساخته می‌شود.

دقت کنید که پیوند هیدروژنی (پیوند غیراشتراکی) به صورت خودبه خودی و بدون فعالیت آنزیمی تشکیل می‌شود پس نیازی به کاهش انرژی فعال‌سازی آن به واسطه فعالیت رنابسپاراز وجود ندارد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: رنابسپاراز نوع ۳ به تولید رنای ناقل می‌پردازد. رنای ناقل در ابتدا به صورت خطی بوده و فاقد شکل سه بعدی و هرگونه تاخوردگی می‌باشد اما برای اینکه فعال شود و بتواند در ترجمه مورد استفاده قرا گیرد، لازم است تا به صورت **L** شکل درآید. پس تمامی رناهای ناقل همواره دچار تغییرات پس از رونویسی می‌شوند. اما مطابق متن کتاب درسی در صفحه ۲۵، رنای پیک ممکن است دستخوش تغییراتی در حین رونویسی و یا پس از آن شود. پس تغییرات رنای پیک قطعی نیست.

گزینهٔ «۳»: رنابسپاراز خود پروتئینی است که از روی رنای پیک ساخته شده است. حال رنابسپاراز نوع ۲ از روی **mRNA** ساخته شده و خود توانایی تولید **mRNA** را نیز دارد.

گزینهٔ «۴»: رنابسپاراز نوع ۱ توانایی تولید **rRNA** را دارد که در ساختار ریبوزوم به کار می‌رود. رنابسپاراز نوع۳، **tRNA** را می‌سازد که مسئول جابه‌جایی آمینواسید برای ساخت پروتئین می‌باشد. دقت کنید که رنای ناقل می‌تواند درون ریبوزوم قرار گیرد اما به هیچ‌وجه جزو ساختار ریبوزوم محسوب نمی‌شود.

(پرسمان اطلاعات در یاخته) (زیست شناسی ۳، صفحه‌های ۲۵ و ۲۸)

۱۱- گزینهٔ «۴» *(محسن کوهی)*

ابتدا باید تعبیر صورت سوال را بررسی کنیم.تجمع رناتن ها برای سرعت بخشیدن به پروتئین سازی هم در یوکاریوت ها و هم پروکاریوت ها دیده می شود. در نتیجه صورت سوال به هر دو نوع یاخته اشاره دارد و باید به دنبال گزینه‌ای باشیم که برای هیچ‌کدام از یاخته‌های یوکاریوتی و پروکاریوتی ممکن نیست.

فرآیند تبدیل زبان نوکلئیک اسیدی به زبان پلی‌پپتیدی، ترجمه است. گزینه «۴» ممکن نیست در حین ترجمه رخ دهد و جدا شدن رنای پیک از ریبوزوم پس از جدا شدن زنجیره پلی‌پپتیدی از رنای ناقل رخ می‌دهد. حتی اگر در مرحله طویل‌شدن ترجمه، رنای کوچک فعالیت ریبوزوم را متوقف کند، باز هم باید ابتدا رنای ناقل و رشته پلی پپتیدی جدا شوند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در پروکاریوت‌ها، حین ترجمه رنای پیکی که هنوز رونویسی از روی ژن آن به اتمام نرسیده (و فاقد رمزه پایان است) این مورد رخ می‌دهد. پس این مورد برای باکتری‌ها ممکن است.

گزینهٔ «۲»: ایجاد ساختار دوم پروتئین (با دخالت پیوندهای هیدروژنی) می‌تواند قبل از تکمیل ساختار اول و در حین ترجمه رنای پیک در داخل سیتوپلاسم رخ دهد.

گزینهٔ «۳»: این مورد در خصوص رناهای ناقلی که وارد جایگاه **A** رناتن شده و به دلیل مکمل نبودن با توالی رمزه رنای پیک، آنجا را ترک می‌کنند مشاهده می‌شود.

(پرسمان اطلاعات در یاخته) (زیست شناسی ۳، صفحه۳۱)

۱۲- گزینهٔ «۲» *(محسن نوائی)*

طبق شکل ۱۳ فصل ۲ در مرحله پایان جایگاه **E** خالی از رنای ناقل است.

بررسی سایرگزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: توالی **UAA** می‌تواند کدون پایان در رنای پیک باشد و همچنین می‌تواند توالی پادرمزه در یک نوع **tRNA** باشد؛ کدون پایان در مرحلهٔ پایان در جایگاه **A** مشاهده می‌شود و توالی **UAA** در صورت تعلق به یک پادرمزه در مرحله طویل شدن می‌تواند در جایگاه **A** مشاهده شود. حتی توالی می تواند بخشی از ساختار **tRNA** باشد.

گزینهٔ «۳»: خروج **tRNA** های بدون آمینواسید در مرحله دوم یعنی مرحله طویل شدن از جایگاه **E** مشاهده می‌شود.

گزینهٔ «۴»: در مرحله پایان آمینواسید متیونین در ۲ جایگاه وجود دارد.

یکی در ساختار رشته پلی‌پپتیدی در جایگاه **P** و دیگری در ساختار پروتئین‌های آزادکننده در جایگاه **A**، آمینواسید متیونین علاوه بر حضور در ابتدای رشته پلی‌پپتیدی، می‌تواند در میانه‌های پروتئین نیز حضور پیدا کند. در این صورت، هر آمینواسید متیونین دو عدد پیوند پپتیدی تشکیل می‌دهد. هرگاه آمینواسیدی دو عدد پیوند پپتیدی تشکیل دهد، گروه‌های آمین و کربوکسیل آزاد ندارد.

(پرسمان اطلاعات در یاخته) (زیست شناسی۳، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

۱۳- گزینهٔ «۱» *(رضا آرامش‌اصل)*

طی فرایند رونویسی و ترجمه همزمان، ریبوزوم‌های نزدیک به دنا، حرکات بیشتری روی رنای پیک انجام داده‌اند و رشته پلی‌پپتیدی طویل‌تری خواهند داشت؛ پس این ریبوزوم‌ها نسبت به سایر ریبوزوم‌ها فاصله بیشتری تا کدون آغاز دارند. کدون آغاز در بخش‌های ابتدایی رنای پیک واقع شده است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: رونویسی و ترجمه همزمان فقط در پروکاریوت‌ها وجود دارد اما میانه و بیانه مخصوص دنای خطی یوکاریوت‌ها می‌باشد پس ژن‌های پروکاریوتی، فاقد توالی‌های بیانه و میانه است. این توالی‌ها فقط در ژن‌های رنای پیک در دنای خطی هسته مشاهده می‌شوند. دقت کنید که حتی ژن‌های سیتوپلاسمی یوکاریوت‌ها نیز فاقد بیانه و میانه هستند.

گزینهٔ «۳»: ساختار نخ و تسبیح که به صورت تجمع رناتن‌ها در ترجمه رنای پیک مشاهده می‌شود، در یوکاریوت‌ها و پروکاریوت‌ها قابل مشاهده است.

گزینهٔ «۴»: در ساختار تسبیح مانند، نخ همان مولکول رنای پیک است؛ نه دنا! منظور از مولکولی که قند متصل به باز آلی تیمین دارد همان دنا است که قند دئوکسی ریبوز است.
(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست شناسی۳، صفحه۳۲)

۱۴– گزینهٔ «۱» (رضا آرامش‌اصل)

تنها مورد «ب» صحیح است. بررسی همه موارد:
مورد الف) نادرست است. در مرحله آغاز رونویسی، تشکیل پیوند فسفودی استر (پیوند اشتراکی) را بین نوکلئوتیدهای زنجیره کوچک از رنا داریم. اما در مرحله آغاز ترجمه، پیوند اشتراکی بین واحدهای سازنده که همان پیوند پپتیدی است تشکیل نخواهد شد. در این مرحله، فقط پیوندهای هیدروژنی (غیراشتراکی)، بین بازهای مکمل رنای ناقل و رنای پیک تشکیل می‌شود. در ترجمه اولین پیوند بین واحدهای سازنده، در مرحله طویل شدن تشکیل می‌شود.
مورد ب) درست است. منظور از پیوندهای ضعیف پیوندهای هیدروژنی است. در مرحله آغاز رونویسی، پیوند هیدروژنی بین دو رشته دنا شکسته می‌شود. اما در مرحله آغاز ترجمه، شکسته شدن پیوند هیدروژنی دیده نمی‌شود.
مورد ج) نادرست است. در مرحله آغاز رونویسی، پیوندهای هیدروژنی فقط بین دنا و رنا شکل می‌گیرد. این دو مولکول واجد قندهای متفاوتی هستند. قند نوکلئوتیدهای دنا از نوع دئوکسی ریبوز و قند نوکلئوتیدهای رنا از نوع ریبوز است.
مورد د) نادرست است. در مرحله پایان رونویسی، آنزیم رنابسپاراز رونویسی توالی پایان را انجام می‌دهد و سپس باعث جدا شدن رنای ساخته شده از رشته الگوی دنا می‌شود. در مرحله پایان ترجمه هم با کمک عامل یا عوامل آزادکننده، شکسته شدن پیوند اشتراکی بین رنای ناقل و پلی‌پپتید رخ می‌دهد چون طبق متن کتاب درسی، عوامل آزادکننده باعث جداشدن پلی‌پپتید از آخرین رنای ناقل می‌شوند.
در حقیقت از نظر علمی عوامل آزادکننده نوعی فعالیت آنزیمی دارند. البته در این سوال نیازی به دانستن این موضوع نبود و تنها لازم بود تا به متن کتاب مسلط باشید.
(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست شناسی ۳، صفحه‌های۲۴، ۳۰، ۳۱)

۱۵– گزینهٔ «۳» (مهدی‌یار سعادتی‌نیا)

این پروتئین‌ها به سطحی از دستگاه گلژی که مجاور شبکه آندوپلاسمی بوده و از غشای یاخته دورتر است وارد می‌شوند. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: بعضی از پروتئین‌های غیرترشحی مثل آنزیم متصل کننده رنای ناقل به آمینواسید، درون ماده زمینه‌ای سیتوپلاسم باقی مانده و همان جا فعالیت می‌کنند. همچنین بعضی دیگر به درون هسته وارد می‌شوند.
گزینهٔ «۲»: دقت کنید تا لیزوزیم و لیزوزوم را با هم اشتباه نگیرید. لیزوزوم یا کافنده تن، نوعی اندامک غشا دار است که واجد آنزیم‌های تجزیه کننده درون یاخته‌ای بوده و از یاخته خارج نمی‌شود اما آنزیم لیزوزیم، نوعی آنزیم ضدباکتریایی بوده که دیواره باکتری را از بین می‌برد. این آنزیم برای فعالیت خود لازم است تا پس از بسته‌بندی در ریزکیسه، از سلول ترشح شود.
گزینهٔ «۴»: سلول کشنده طبیعی می‌تواند آنزیم القاکننده مرگ برنامه‌ریزی شده را ابتدا توسط اندامک‌های خود تولید و سپس به درون یاخته آلوده به ویروس یا سرطانی بدن وارد کند. این آنزیم از جنس پروتئین می‌باشد.
(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست شناسی ۳، صفحه۳۱)

۱۶– گزینهٔ «۱» (وحید کریم‌زاده)

منظور سوال، اپراتور در تنظیم منفی رونویسی و راه‌انداز در تنظیم مثبت رونویسی است. اپراتور در دو محل به دو بازوی پروتئین مهارکننده متصل می‌شود اما راه انداز در تنظیم مثبت رونویسی، تنها در یک محل به رنابسپاراز وصل می‌شود.
بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۲» و «۴»: این دو مورد برای راه‌انداز صحیح هستند اما برای اپراتور در تنظیم منفی رونویسی صادق نیست. رنابسپاراز ابتدا راه‌انداز را شناسایی می‌کند. راه انداز به رنابسپاراز این امکان را می‌دهد تا اولین نوکلئوتید را در رشتهٔ الگو به طور دقیق پیدا کند.
گزینهٔ «۳»: مهارکننده در حالتی که قند به آن متصل است، فاصله متغیری تا اپراتور دارد و از آن دور می‌شود. همچنین فعال کننده بعد از اتصال به مالتوز، تا حدی به راه‌انداز نزدیک شده در نهایت به جایگاه اتصال فعال کننده وصل می‌شود. پس هر دو پروتئین در حالت چسبیده به قند، فاصله متغیری تا توالی مدنظر دارند.
(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست شناسی ۳ ، صفحه های ۳۴ و ۳۵)

۱۷– گزینهٔ «۲» (مهسن کوهی)

ممانعت از اتصال رنابسپاراز (نوعی پروتئین و حاوی پیوندهای هیدروژنی در ساختار دوم و سوم خود) و توالی تنظیمی ژن در باکتری متداول است. به طور مثال در تنظیم مثبت رونویسی، تا زمانی که گلوکز از محیط حذف نشود و مالتوز در محیط موجود نباشد، رنابسپاراز امکان اتصال به راه‌انداز را ندارد. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: تولید ژن‌ها فقط به صورت یکپارچه و در هنگام همانندسازی دنا رخ می‌دهد پس تولید برخی ژن‌ها به عنوان فرآیندی جهت تنظیم بیان ژن‌ها ممکن نیست. به طور خلاصه، تکثیر ژن، جزو مصادیق تنظیم بیان ژن محسوب نمی‌شود.
گزینهٔ «۳»: این جاندار نوعی باکتری بوده و ویژگی‌های یوکاریوت‌ها مانند چرخه سلولی و مراحل اینترفاز را ندارد.
گزینهٔ «۴»: در ارتباط با کنترل رونویسی نیز ممانعت از هر کدام از مراحل آن در باکتری ها امکان‌پذیر نیست و فقط ممانعت از شروع یا تکمیل مرحله آغاز رونویسی قابل انجام است. در ضمن توجه کنید که هر ژن لزوماً رونویسی نمی‌شود.
(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست شناسی ۳، صفحه‌های ۱۳ ، ۳۳ تا ۳۶)

۱۸– گزینهٔ «۴» (علیرضا خیرخواه معانی)

بررسی همه موارد:
الف) رنابسپاراز برای رونویسی از هر سه ژن در جهت یکسانی حرکت می‌کند پس رشته الگوی این ژن‌ها مشترک است.
ب) لاکتوز به دنا وصل نمی‌شود و میلی برای اتصال به آن ندارد بلکه به مهارکننده وصل است.
ج) دقت کنید که تنها در صورت نبود گلوکز، ژن آنزیم‌های تجزیه کننده لاکتوز یا مالتوز رونویسی می‌شوند. حضور مالتوز ولاکتوز به تنهایی کافی نیست.
د) در تنظیم منفی، با اتصال لاکتوز به مهارکننده، تغییر شکل مهارکننده رخ می‌دهد اما در تنظیم مثبت، در پی اتصال مالتوز به فعال کننده، در حد کتاب درسی تغییر شکل پروتئین را نداریم.
(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست شناسی۳، صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۱۹– گزینهٔ «۴» (محمدحسن کریمی‌فرد)

صورت سوال به یوکاریوت ها اشاره دارد. فرایند پیرایش و بلوغ رنای پیک تنها در سلول‌های واجد هسته و دنای خطی می‌تواند انجام شود.
دقت کنید که باکتری نیز غشای پلاسمایی دارد. پس نمی‌توان گفت که فاقد غشا است. ساده‌تر بودن تنظیم بیان ژن در باکتری، به دلیل عدم وجود غشاهای داخلی است. یعنی سیتوپلاسم یوکاریوت برخلاف باکتری، به واسطه غشاهای درون یاخته‌ای به بخش‌های کوچکتر تقسیم شده است. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: در یوکاریوت‌ها، دو نوع عامل رونویسی مشاهده می‌شود. یک نوع از آن‌ها به توالی راه انداز و نوع دیگر به توالی افزاینده متصل می‌شود. مطابق شکل، عامل رونویسی متصل به راه انداز همانند عامل رونویسی متصل به توالی افزاینده، به رنابسپاراز متصل می‌شود.
گزینهٔ «۲»: جهت رونویسی از دنای خطی، به عوامل رونویسی متصل به راه انداز نیاز داریم.
گزینهٔ «۳»: مطابق شکل، هیچ‌کدام از این پروتئین‌های تنظیمی با ژن در تماس نیستند و تنها به توالی‌های بین ژنی متصل می‌شوند.
(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست شناسی ۳، صفحه۳۵)

۲۰– گزینهٔ «۴» (سینا دشتی‌زاده)

این ویژگی مختص پروکاریوت‌ها است که چند ژن متصل به هم می‌توانند یک راه انداز داشته باشند و رونویسی از آنها توسط یک راه انداز به طور هم زمان کنترل شود. در این جانداران راه انداز می‌تواند در اتصال با ژن (ژن‌های تجزیه کننده مالتوز) و یا با فاصله (ژن‌های تجزیه کننده لاکتوز) از آن‌ها باشد. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: دقت کنید که در هیچ جانداری تنظیم رونویسی با تجمع رناتن صورت نمی‌گیرد! تجمع رناتن‌ها، نوعی تنظیم بیان ژن در مرحله پس از رونویسی می‌باشد.
بخش دوم در مورد ژن‌های سازنده رنای رناتنی است که در یاخته‌های تازه تقسیم شده بسیار فعال هستند.
گزینهٔ «۲»: تنظیم بیان ژن در مرحله پیش از رونویسی و کلا کاهش رونویسی در پی فشرده کردن کروموزوم، مخصوص یوکاریوت‌ها می‌باشد. پس بخش اول مربوط به جانداران یوکاریوتی می‌باشد که قابلیت تغییر فشردگی کروموزوم را دارند. دقت کنید این جانداران فاقد جایگاه اتصال فعال کننده هستند! فعال کننده و جایگاه اتصال آن مخصوص پروکاریوت‌ها می‌باشد.
گزینهٔ «۳»: در تنظیم رونویسی دنای خطی یوکاریوت‌ها، رنابسپاراز به کمک عوامل رونویسی به راه‌انداز متصل می‌شود اما دقت کنید که توالی افزاینده در ژن قرار ندارد بلکه همانند راه انداز نوعی توالی بین ژنی است.
(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست شناسی ۳، صفحه۳۵)

زیست‌شناسی ۳

۱- گزینهٔ «۳» *(سپاد اشرف کنبوئی)*

در رونویسی از ژن‌های Rh، یا پروتئین نوع D در نهایت در اثر ترجمه تولید می‌شود یا پروتئینی تولید نمی‌شود و تحت عنوان دگرهٔ d از آن یاد می‌شود، اما در رونویسی از ژن‌های بعد از توالی راه‌انداز در تنظیم منفی رونویسی، حداقل سه نوع آنزیم تولید می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: دقت کنید در تنظیم منفی رونویسی، قبل از جدا شدن مهارکننده از توالی‌اپراتور، رونویسی توسط رنابسپاراز آغاز شده(با اتصال رنابسپاراز به راه انداز) و با جدا شدن مهارکننده ادامه می‌یابد.

گزینهٔ «۲»: این مورد برای هر دو راه‌انداز یوکاریوتی و پروکاریوتی طبق شکل‌های کتاب درسی درست است.

گزینهٔ «۴»: توالی‌های متصل به ژن رونویسی نمی‌شوند!

(جریان اطلاعات در یاخته)(زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۴و۳۵و۳۹)

۲- گزینهٔ «۴» *(عبدالرسول خلفی)*

گزینهٔ «۱»: نادرست است. فنوتیپ A را فقط ژنوتیپ AA بروز می‌دهد.

گزینهٔ «۲»: نادرست است. در این صفت هم‌توانی بین الل‌ها وجود ندارد.

گزینهٔ «۳»: نادرست است. ژنوتیپ CA فنوتیپ C را بروز می‌دهد زیرا A نسبت به C نهفته است .

گزینهٔ «۴»: درست است زیرا نصف ناخالص‌ها صفت حد وسط دارند و نیمی دیگر صفت الل بارز را بروز می‌دهند.

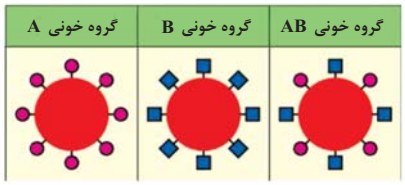
فنوتیپ حدواسط : **CD, BD, BC**

فنوتیپ الل بارز : **DA, CA, BA**

(انتقال اطلاعات در نسل ها)(زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۳- گزینهٔ «۲» *(سید امیرحسین هاشمی)*

بین دگرهٔ D و d رابطهٔ بارز و نهفتگی برقرار است. به همین علت افراد ناخالص که ژن‌نمود Dd را دارند نیز گروه خونی مثبت خواهند داشت.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مطابق شکل، در فردی با گروه خونی AB نسبت به فردی که گروه خونی A دارد، کربوهیدراتهای A به میزان کمتری در غشا گویچه قرمز یافت می‌شود.

گزینهٔ «۳»: اضافه شدن کربوهیدرات‌های A و B به غشای گلبول قرمز، یک واکنش آنزیمی است. دو نوع آنزیم وجود دارد. یکی آنزیم A، که کربوهیدرات A را به غشا اضافه می‌کند و دیگری آنزیم B، که کربوهیدرات B را اضافه می‌کند. دقت داشته باشید که این آنزیم‌ها، کربوهیدرات را تولید نمی‌کنند.

گزینهٔ «۴»: گویچه‌های قرمز، فراوان‌ترین یاخته‌های خونی هستند. این یاخته‌ها فاقد هسته می‌باشند و بنابراین در آن‌ها فام‌تن و دگره وجود ندارد.

(انتقال اطلاعات درنسل ها)(زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۹تا ۴۱)

۴- گزینهٔ «۳» *(سینا الهامی امیری)*

مقایسه یوکاریوت و پروکاریوت هدف تست بوده همزمانی رونویسی و ترجمه (در یک ژن) و طول عمر کوتاه رنای پیک و بیان چند ژن تحت کنترل یک راه‌انداز و چسبیدگی دنا به غشای یاخته از ویژگی‌های پروکاریوت است.

اتصال بعضی رناهای کوچک مکمل به رنای پیک، از ویژگی‌های تنظیم بیان ژن پس از رونویسی است که در یوکاریوت رخ می‌دهد.

(جریان اطلاعات در یاخته)(زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۲ و ۳۶)

۵- گزینهٔ «۴» *(رامتین قیسوندی)*

جاندارانی که دنای حلقوی دارند هم یوکاریوت ها (در راکیزه مشاهده می شود) هم پروکاریوت ها هستند.

به طور کلی فرآیند تنظیم بیان ژن موجب می‌شود تا جاندار به تغییرات پاسخ دهد؛ مثلاً در گیاه، نور می‌تواند باعث فعال شدن ژن سازندهٔ آنزیمی شود که در فتوسنتز مورد استفاده قرار می‌گیرد. در نبود نور این ژن بیان نمی‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: این عبارت تنها برای یوکاریوت ها صحیح است.

گزینهٔ «۲»: با افزایش میزان فشردگی کروموزوم‌ها میزان رونویسی کاهش می‌یابد و فسفات‌های آزاد موجود در سلول افزایش نمی‌یابد.

گزینهٔ «۳»: قند جوانه گندم مالتوز است که از دو گلوکز تشکیل شده و اتصال آن به پروتئین فعال کننده تنها باعث تغییر میل آن به اتصال می شود و تغییرشکل پروتئین برای تنظیم منفی به کار می‌رود. هرچند که این گزینه تنها برای بعضی جانداران پروکاریوت به کار می‌رود.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۶- گزینهٔ «۲» *(آرشام اغاضاتی)*

در تمام گزینه‌ها تعداد ژن‌نمودها برابر است و تفاوت بر سر رخ‌نمودها رخ می‌دهد. قبل از حل سوال بهتر است به این پرسش پاسخ بدهیم که چه زمانی تعداد رخ‌نمودها و ژن‌نمودهای یک صفت با یکدیگر متفاوت می‌شوند؟ با بررسی تمام حالات در روابط بین دگره‌ای به این نتیجه خواهیم رسید تفاوت در تعداد ژن‌نمودها و رخ‌نمودها مربوط به زمانی خواهد بود که رابطهٔ دو دگرهٔ ما از نوع بارز و نهفتگی باشد و به عبارتی این تفاوت به تعداد روابط بارز و نهفتگی دگره‌ها بستگی دارد، در حالی که اگر رابطهٔ بین دو دگره از نوع هم‌توانی و یا بارزیت ناقص باشد تعداد ژن‌نمودها و رخ‌نمودها برابر خواهد بود (مثال: اگر ۲ دگره داشته باشیم برای آن ۳ ژن‌نمود قابل مشاهده خواهد بود، اگر رابطهٔ بین دگره‌ها از نوع هم‌توانی و یا بارزیت ناقص باشد تعداد رخ‌نمودهای این صفت ۳ عدد اما اگر رابطهٔ دگره‌ها از نوع بارز و نهفتگی باشد تعداد رخ‌نمودها ۲ عدد خواهد شد!) با در نظر گرفتن همین نکته می‌توان دریافت مورد ب و ج عبارت را به درستی تکمیل می‌کنند.

(انتقال اطلاعات در نسل ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۷- گزینهٔ «۲» *(رامتین قیسوندی)*

گزینهٔ «۱»: یاخته‌ای با دانه‌های روشن و ریز در سیتوپلاسم خود همان نوتروفیل هاست که توانایی تقسیم ندارد و نمی‌تواند همانندسازی کند.

گزینهٔ «۲»: منظور بخش اول این گزینه یاخته‌های نوروگلیا (پشتیبان) است که در سطح خود فاقد کربوهیدرات‌های گروه خونی ABO است.

نکته: کربوهیدرات‌های A و B تنها در سطح گویچه‌های قرمز دیده می‌شوند.

گزینهٔ «۳»: سلول‌های موجود در خط سوم دفاعی بدن انسان شامل لنفوسیت T و B می‌باشد که در هر صورت هیچ کدام از این سلول نمی‌توانند حاوی همه انواع

دگره‌های گروه خونی ABO باشند چون در هر سلول نهایتا دو نوع دگره می‌توان مشاهده کرد.

گزینهٔ «۴»: بزرگ‌ترین کروموزوم انسان کروموزوم شماره ۱ است که حاوی دگره مربوط به صفت Rh است.

نکته: آنزیم مربوط به گروه خونی ABO سازنده کربوهیدرات ها نیستند. بلکه آنزیم اضافه کننده کربوهیدرات به غشا گویچه قرمز اند. *(ترکیبی)*

(زیست‌شناسی ۱، صفحهٔ ۶۳) (زیست‌شناسی ۲، صفحه‌های ۲ و ۷۲) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۸- گزینهٔ «۲»

(سیدامیرحسین هاشمی)

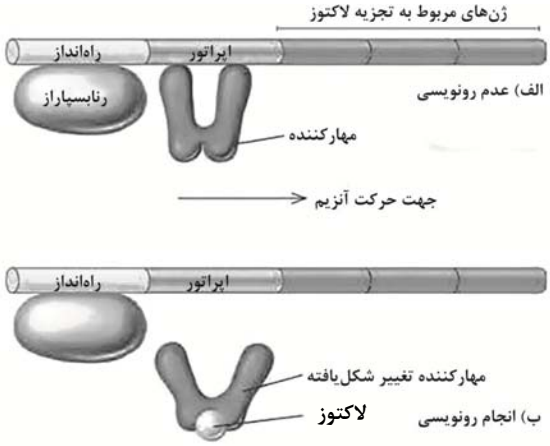
موارد «الف» و «ب» وجه اشتراک دو تنظیم مثبت و منفی، در باکتری اشرشیاکلای می‌باشند. بررسی همهٔ موارد:

الف) در پروکاریوت‌ها یک نوع رنابسپاراز وظیفهٔ ساخت انواع رنا را برعهده دارد. بنابراین ژن یا ژن‌های سازندهٔ همهٔ پروتئین‌هایی که بر روی توالی خاصی از DNA قرار می‌گیرند، به وسیلهٔ همین نوع آنزیم، رونویسی شده‌اند.

ب) در پیکر باکتری اشرشیاکلای سه ژن مربوط به آنزیم‌های تجزیه‌کنندهٔ مالتوز و سه ژن مربوط به آنزیم‌های تجزیه کنندهٔ لاکتوز وجود دارد. در هنگام رونویسی، پیوندهای هیدروژنی بین نوکلئوتیدهای این ژن‌ها شکسته شده و دو رشتهٔ سازندهٔ آن‌ها از یکدیگر جدا می‌شود. (نه به طور کامل)

ج) در تنظیم منفی رونویسی در اشرشیاکلای، به دنبال اتصال لاکتوز به پروتئین مهارکننده، ساختار سه‌بعدی پروتئین تغییر کرده و از توالی اپراتور جدا می‌شود. بدین صورت با برداشته شدن مانع سر راه، رنابسپاراز می‌تواند رونویسی ژن‌ها را انجام دهد.

د) توالی‌های نوکلئوتیدی ویژه‌ای، در دنا وجود دارد که رنابسپاراز آن را شناسایی می‌کند. به این توالی‌ها، راه‌انداز گفته می‌شود. مطابق شکل، در تنظیم منفی رونویسی، راه‌انداز در مجاور نخستین ژن قرار نگرفته است.



(هریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۳، ۳۴ و ۳۵)

۹- گزینهٔ «۴»

(مهدی جباری)

بررسی موارد:

گزینهٔ «۱»: ژن‌های میتوکندری تنها از مادر به ارث می‌رسد و یا ژن‌های روی کروموزوم Y تنها از پدر به پسر به ارث می‌رسند.

گزینهٔ «۲»: طبق متن کتاب درسی این تصور که همواره صفات فرزندان حدواسطی از صفات والدین است کاملا نادرست است.

گزینهٔ «۳»: ژن سازنده پروتئین درتمام یاخته‌های هسته‌دار بدن وجود دارد .

گزینهٔ «۴» الل‌های مربوط به گروه خونی Rh روی بزرگ‌ترین کروموزوم‌یعنی کروموزوم شماره یک هستند.

(انتقال اطلاعات در نسل ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های۳۳ و ۳۷ تا ۴۱)

۱۰- گزینهٔ «۱»

(شهروز قاسمی)

منظور صورت سوال باکتری اشرشیاکلای است.

مورد الف) نادرست زیرا RNA پلیمراز در تنظیم منفی رونویسی بدون نیاز به پروتئین به راه‌انداز متصل می‌شود ولی در تنظیم مثبت به پروتئین فعال‌کننده برای اتصال نیاز دارد.

مورد ب) نادرست است زیرا در پروکاریوت‌ها عوامل رونویسی وجود ندارند.

مورد ج) نادرست زیرا در تنظیم منفی فرایند رونویسی بدون نیاز به لاکتوز شروع می‌شود و برای ادامه آن به حضور لاکتوز نیاز است ولی در تنظیم مثبت رونویسی برای شروع رونویسی و اتصال RNA پلیمراز به راه‌انداز به حضور مالتوز نیاز است.

مورد د) درست زیرا با توجه به شکل کتاب درسی پروتئین فعال کننده به صورت همزمان می‌تواند به مالتوز که نوعی قند است، جایگاه اتصال فعال‌کننده که نوعی نوکلئیک اسید است و همچنین RNA پلیمراز که نوعی پروتئین است متصل شود.

(هریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های۳۴ و ۳۵)

۱۱- گزینهٔ «۲»

(زانا کرمی)

گزینهٔ «۱»: جایگاه ژن تولید پروتئین D طبق شکل در بالای سانترومر شماره ۱ قرار می‌گیرد ولی ژن‌های ABO در فام‌تن شماره ۹ قرار می‌گیرند نه در فام‌تن شماره ۱.

گزینهٔ «۲»: ژنوتیپ‌های ممکن بصورت زیر است.

AA BB AB AO BO OO

که سه تای آن‌ها خالص و سه تا ناخالص است.

گزینهٔ «۳»: کربوهیدرات‌های گروه خونی، مانند هر کربوهیدرات دیگری در لایهٔ خارجی غشا و به سمت بیرون یاخته قرار می‌گیرد و در مجاور سیتوپلاسم نیست. این نکته از شکل صفحه ۱۲ زیست دهم، قابل برداشت است.

گزینهٔ «۴»: محصول نهایی ژن D پروتئین D است که به غشای گویچه قرمز افزوده می‌شود ولی محصول نهایی دگره A، نوعی آنزیم است که کربوهیدرات A را به غشای گویچه قرمز اضافه می‌کند.

(انتقال اطلاعات درنسل ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۱۲- گزینهٔ «۳»

(رضا بهنام)

در اواخر قرن نوزدهم زمانی که هنوز ساختار و عمل دنا و ژنها معلوم نبود دانشمندی به نام گریگور مندل توانست قوانین بنیادی وراثت را کشف کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: دقت کنید که مندل اطلاعی از وجود ژن‌ها نداشت.

گزینهٔ «۲»: پیش از کشف قوانین وراثت، تصور بر آن بود که صفات فرزندان آمیخته‌ای از صفات والدین و حدواسطی از آنهاست. مثلاً اگر یکی از والدین بلندقد و دیگری کوتاه‌قد باشد فرزند آنها قدی متوسط خواهد داشت؛ اما مشاهدات متعدد نشان داد که این تصور درست نیست.

گزینهٔ «۴»: به کمک قوانین مندل می‌شد صفات فرزندان را پیش‌بینی کرد دقت داشته باشید که علاوه بر ژنها عوامل دیگری مانند عوامل محیطی نیز در تعیین صفات زاده جانداران مؤثر هستند.

(انتقال اطلاعات درنسل ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحهٔ ۳۷و۳۸)

۱۳- گزینهٔ «۳»

(سراسری ۱۴۰۳)

رنابسپاراز ابتدا به راه انداز متصل می شود ولی راه انداز رونویسی نمی شود و دو رشته آن از هم باز نمی شوند.

بررسی سایرگزینه‌ها:

گزینهٔ «۱» بعضی از عوامل رونویسی به توالی افزاینده متصل می شوند که در فاصله زیادی از آن قرار دارد.

گزینهٔ «۲» با قرارگیری عوامل رونویسی متصل به افزاینده در کنار عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز سرعت رونویسی افزایش می‌یابد

گزینهٔ «۴» عوامل رونویسی مقدار رونویسی توسط رنابسپاراز را تنظیم می‌کنند.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۳، ۳۴ و ۳۵)

۱۴- گزینهٔ «۳» آزمون وی ای پی *(سپهر اشرف گنبوتی)*

گزینهٔ «۱»: یاخته می‌تواند با تغییر در میزان فشردگی فام‌تن‌ها در بخش‌هایی خاص، دسترسی رنابسپاراز به ژن موردنظر را تنظیم کند که برای مثال ممکن است در طی آن فاصلهٔ بین هیستون‌ها تغییر کند ولی دقت کنید که در مجاورت دنای حلقوی هیستون وجود ندارد.

گزینهٔ «۲»: توجه داشته باشید که استفاده از فعال کننده مربوط به تنظیم بیان ژن در پروکاریوت‌هاست، در حالی که پارامسی جزو یوکاریوت‌ها است.

گزینهٔ «۳»: این مورد بیانگر تنظیم بیان ژن در حین رونویسی است (چون رونویسی شروع شده است).

گزینهٔ «۴»: این مورد بیانگر تشکیل پیوند هیدروژنی بین رناهای کوچک و رنای حاوی رونوشت ژن است که بیانگر تنظیم بیان ژن پس از رونویسی است.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

۱۵- گزینهٔ «۴» *(زانا کرمی)*

گزینهٔ «۱»: در تنظیم مثبت، مالتوز به پروتئین فعال کننده متصل می‌شود نه جایگاه اتصال فعال‌کننده. در کل دقت کنید که اتصال لاکتوز به اپراتور و اتصال مالتوز به توالی جایگاه اتصال فعال‌کننده صورت نمی‌گیرد.

گزینهٔ «۲»: در تنظیم منفی، رنابسپاراز از اپراتور عبور می‌کند ولی اشرشیاکلای که نوعی پروکاریوت است، هسته ندارد.

گزینهٔ «۳»: در تنظیم مثبت اتصال رنابسپاراز به دنا به کمک پروتئین فعال‌کننده صورت می‌گیرد که باعث رونویسی ژن‌های مربوط به تجزیه مالتوز می‌شود نه سنتز. این نکته در کنکور ۹۸ آورده شده بود.

گزینهٔ «۴»: در هر دو نوع تنظیم مثبت و منفی، نوعی دی‌ساکارید به باکتری وارد می‌شود (لاکتوز و مالتوز هر دو دی‌ساکارید هستند) و در تنظیم مثبت رنابسپاراز به دنا و فعال‌کننده متصل می‌شود و در تنظیم منفی نیز رنابسپاراز به دنا وصل است.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۲، ۳۴ و ۳۵)

۱۶- گزینهٔ «۴» *(آرشام اخاضاتی)*

هریک از افراد جمعیت ویژگی هایی دارد که ممکن است به نسل بعد منتقل کند .

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در اواخر قرن نوزدهم زمانی که هنوز ساختار و عمل دنا و ژن‌ها معلوم نبود، دانشمندی به نام گریگور مندل توانست قوانین بنیادی وراثت را کشف کند.

گزینهٔ «۲»: مثال نقض این مورد گروه خونی Rh می باشد که D و d هر دو جایگاه ژنی یکسانی دارند ولی شکل مختلفی از صفت را تعیین می‌کنند.

گزینهٔ «۳»: ژن‌شناسان دگره‌های A، B و O را به‌ترتیب با I^A، I^B و i نشان می‌دهند. این نوع نام‌گذاری به روشنی نشان می‌دهد که دگره I^A و I^B نسبت به یکدیگر بارز نهفته نیستند و نسبت به i بارزند.

(انتقال اطلاعات در نسل ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۱)

۱۷- گزینهٔ «۲» *(زانا کرمی)*

گزینهٔ «۱»: تنظیم بیان ژن در پروکاریوت‌ها می‌تواند در هریک از مراحل ساخت رنا و پروتئین، تأثیر بگذارد ولی بطور معمول در مرحله رونویسی انجام می‌شود.

گزینهٔ «۲»: جانور مورد مطالعه گریفیت موش بود (دقت کنید جانور با جاندار فرق می‌کند) که نوعی یوکاریوت است و در یوکاریوت‌ها یاخته می‌تواند با تغییر در میزان فشردگی فام‌تن در بخشهای خاصی، دسترسی رنابسپاراز را به ژن موردنظر را تنظیم کند، از آنجا که دسترسی رنابسپاراز تنظیم می‌شود، پس نوعی تنظیم بیان ژن پیش از رونویسی است.

گزینهٔ «۳»: نه لزوما، چرا که رناهای کوچک مکمل در صورت اتصال به رنای پیک، از کار رناتن جلوگیری کرده و عمل ترجمه را متوقف می‌کنند.

گزینهٔ «۴»: گویچه قرمز نابالغ هنوز هسته داشته و می‌تواند عوامل رونویسی داشته باشد، ولی عوامل رونویسی برای تنظیم بیان ژن هنگام رونویسی هستند.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲، ۱۳، ۳۳، ۳۵ و ۳۶)

۱۸- گزینهٔ «۴» *(سینا الهامی امیری)*

تحلیل موارد:

مورد «۱»: فردی که گروه خونی A دارد، ژنوتیپش در رابطه با گروه خونی او به‌صورت AA یا AO است. توجه داشته باشید که O نیز دگره گروه خونی حساب می‌شود. اینگونه نیست که فردی که ژنوتیپ A داشته باشد، فقط یک دگره گروه خونی دارد!

مورد «۲»: توجه کنید درون گویچه قرمز هر فرد کربوهیدرات A و B وجود دارد اگر آنزیم اضافه‌کننده‌اش موجود باشد می‌توان آن را در غشای گویچه قرمز مشاهده کرد.

مورد «۳»: طبق فصل ۱ زیست دهم، انواعی از کربوهیدرات‌ها بر روی سطح غشای یاخته‌ها قابل مشاهده است.

مورد «۴»: درست است این مورد گزینه کنکور ۱۴۰۰ بوده است.

(انتقال اطلاعات در نسل ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۱۹- گزینهٔ «۴» *(سینا الهامی امیری)*

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست؛ طبق شکل‌های صفحات ۳۴ و ۳۵ کتاب درسی پروتئین‌های فعال کننده و عوامل رونویسی که به توالی افزاینده متصل می‌شود، با رنابسپاراز در تماس خواهند بود اما مهارکننده با رنابسپاراز در تماس نخواهند بود.

گزینهٔ «۲»: نادرست؛ پروتئین فعال‌کننده دو قسمت فرورفته دارد که به یکی رنابسپاراز که نوعی آنزیم پروتئینی است متصل می‌شود و به سمت دیگرش مالتوز که نوعی دی ساکارید است متصل می‌شود. پس در دو طرف فعال‌کننده اتصال مولکولی واجد نیتروژن را نمی‌توان دید.

گزینهٔ «۳»: نادرست؛ اولاً دی‌ساکارید به فرورفتگی کوچکتر مهارکننده متصل می‌شود. ثانیاً باعث تغییر ساختار سوم برخلاف اول می‌شود.

گزینهٔ «۴»: درست؛ طبق شکل صفحه ۳۵ عوامل رونویسی که جهت شروع رونویسی به توالی راه‌انداز متصل می‌شوند، ممکن است به رنابسپاراز متصل باشند یا نباشند.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۲۰- گزینهٔ «۴» *(رامتین قیسوندی)*

اتصال برخی رناهای تک‌رشته‌ای به رنای پیک یک مثال ذکرشده در کتاب درسی برای مرحله بعد از رونویسی است که از فعالیت رناتن جلوگیری می‌کند و باعث می‌شود ترجمه متوقف شده و پس از مدتی رنا تجزیه شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: تغییر در میزان فشردگی کروموزوم مربوط به مراحل قبل از رونویسی و در سطح فام‌تنی است. (نه حین رونویسی!)

گزینهٔ «۲»: پروتئین‌های دارای قابلیت اتصال به دنا می‌تواند هیستون باشد که نقش آنها در مرحله پیش از رونویسی است. اما تغییر در میزان اتصال رنابسپاراز به دنا و عوامل رونویسی از مراحل تنظیم بیان ژن در حین رونویسی است.

گزینهٔ «۳»: تغییر میزان تولید رنا از مراحل حین رونویسی بوده که مثلاً توالی افزاینده به همراه عوامل رونویسی متصل به آن با ایجاد خمیدگی در دنا در آن نقش دارد.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحهٔ ۳۵ و ۳۶)

زیست‌شناسی ۳

۱- گزینهٔ «۳» *(مهدی جباری)*

در ارتباط با رنگ گل میمونی، رابطه بارزیت ناقص بین دگره‌ها برقرار است. این صفت واجد دو نوع آلل **W** و **R** می‌باشد اگر هر دو آلل در ژنوتیپ جاندار حضور داشته باشند، رنگ صورتی مشاهده می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: اگر رنگ گل صورتی باشد، می‌توان به طور قطع گفت که ژنوتیپ جاندار به صورت **RW** می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: مطابق متن کتاب درسی این صفت در حالت ناخالص، به صورت حدواسط حالت‌های خالص مشاهده می‌شود پس اگر خالص باشد، اینگونه نیست.

گزینهٔ «۴»: بین دگره‌های این صفت رابطه بارزیت ناقص برقرار است.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۲- گزینهٔ «۱» *(مهدی جباری)*

در حد کتاب درسی، دو نوع گروه خونی داریم صورت سوال به گروه خونی **ABO** اشاره می‌کند که برخلاف گروه خونی **Rh** سه نوع الل مختلف دارد.

فردی که برای این گروه خونی فقط آنزیم **A** را دارد، یعنی واجد ژنوتیپ **AO** یا **AA** می‌باشد که با توجه به بارز بودن دگره **A**، در هر دو حالت فنوتیپ او به صورت **A** است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: دگره‌های این گروه خونی در فام‌تن شماره ۹ قرار دارند.

گزینهٔ «۳»: این گروه خونی ۶ نوع ژن نمود دارد.

گزینهٔ «۴»: دو نوع رابطه بارز نهفتگی و هم توانی مشاهده می‌شود.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۳- گزینهٔ «۲» *(مهدی جباری)*

گروه خونی **Rh** براساس بودن یا نبودن پروتئین **D** در غشای گویچه قرمز مشخص می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مطابق متن کتاب درسی، در علم ژن شناسی به ویژگی‌های ارثی جانداران صفت می‌گویند. دقت کنید که علم ژن شناسی خود زیرمجموعه زیست‌شناسی هست. حتی می‌توان گفت که در علوم تجربی به ویژگی‌های ارثی جانداران صفت می‌گویند چون زیست‌شناسی نیز شاخه‌ای از علوم تجربی می‌باشد.

گزینهٔ «۳»: ژنوتیپ گروه خونی فرزند به صورت **OOdd** می‌باشد. یعنی از هر کدام از والدین یک دگره **O** و یک دگره **d** دریافت کرده است. پس مادر باید این دو دگره را در ژنوتیپ خود داشته باشد.

گزینهٔ «۴»: سه دگره **A**، **B** و **O** برای این صفت وجود دارد.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۴- گزینهٔ «۴» *(مهدی جباری)*

تنها مورد «د» نادرست است.

الف) برای فنوتیپ **O** منفی تنها یک نوع ژن نمود می‌توان متصور شد که به صورت **OOdd** است.

ب) با توجه به داشتن دگره **D**، گروه خونی این فرد **Rh** مثبت است.

ج) مطابق متن کتاب صحیح است.

د) در رابطه هم توانی، اثر دگره‌ها همراه با هم ظاهر می‌شود.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

۵- گزینهٔ «۲» *(مهدی جباری)*

مورد «ج» نادرست است.

با توجه به اینکه یکی از فرزندان آن‌ها که در صورت سوال اشاره شده از نظر گروه خونی **Rh** منفی است، پس باید هر دو والد دگره **d** را داشته باشند.

در نتیجه ژنوتیپ پدر به صورت **ABDd** و ژنوتیپ مادر به صورت **OOdd** می‌باشد. بررسی همه موارد:

الف) مطابق توضیحات قبلی صحیح است.

ب) در صورتی که پدر دگره‌های **B** و **D** را به فرزند خود منتقل کند، این گروه خونی را خواهیم داشت.

ج) ژنوتیپ پدر برای هر دو گروه خونی ناخالص است.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۶- گزینهٔ «۳» *(مهدی جباری)*

دقت کنید که در گروه خونی **ABO**، به صورت کلی سه نوع دگره داریم اما در یک انسان برای این صفت حداکثر دو نوع دگره داریم. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در این رابطه به ازای بعضی رخ‌نمودها، بیش از یک ژن نمود وجود دارد. مثلا برای رخ‌نمود **B**، دو ژن نمود **BO** و **BB** را می‌توان متصور شد پس تعداد انواع ژن نمودها نسبت به انواع رخ‌نمودها بیشتر است.

گزینهٔ «۲»: پیش از آزمایشات مندل، مطابق متن کتاب درسی صفات فرزندان را حدواسطی از صفات والدین می‌دانستند.

گزینهٔ «۴»: ژن‌های **D** و **d** نسبت به هم دگره یا الل هستند و مطابق تعریف کتاب درسی، در جایگاه یکسانی در فام‌تن شماره ۱ قرار دارند.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۷- گزینهٔ «۳» *(مزدا شکوری)*

گزینهٔ «۱»: نادرست، ممکن است والدین بصورت **BO × AO** این فرزندان را ایجاد کرده باشند، پس ممکن است والدی ژن **B** داشته باشد.

گزینهٔ «۲»: نادرست، ممکن است مادر در هموفیلی فقط ناقل باشد و پسر مبتلا به هموفیلی نباشد.

گزینهٔ «۳»: درست، والدین با توجه به صورت سوال در گروه خونی **ABO** بصورت **AO × AO** یا **OA × BO** یا **OO × AO** خواهند بود چون دختر دوم **OO** است و دختر اول هم گروه خونی **A** دارد در **Rh** هر دو والد **Dd** باشند یا یکی از آنها **Dd** و دیگری **dd** باشد براین اساس حداقل یک والد در این صفات ناخالص است.

گزینهٔ «۴»: نادرست، ممکن است فرزند **AB** در این خانواده متولد شود، اگر والدین بصورت **BO × AO** باشند. (کربوهیدرات‌های دیگری نیز در غشاء یافت می‌شود.)

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۸- گزینهٔ «۳» *(مزدا شکوری)*

این زوج بصورت **AO × AB** یا **BO × AB** می‌باشند. و بر این اساس امکان تولد زاده با گروه خونی **O** در هر دو حالت غیرممکن خواهد بود (علت نادرستی گزینهٔ «۳»)

گزینهٔ «۱»: درست، امکان تولد پسر یا دختر **AB** در دو حالت قابل تصور است.

گزینهٔ «۲»: درست، امکان تولد پسر یا دختر خالص بارز به صورت **BB** یا **AA** قابل تصور است.

گزینهٔ «۳»: نادرست، امکان تولد فرزند با گروه خونی **O** وجود ندارد.

گزینهٔ «۴»: درست، دختر AA با رخ نمود A ممکن است ایجاد شود و والد AO نیز برای او قابل تصور است که رخ نمود A دارد یا دختر با ژن‌نمود BB با رخ نمود B ایجاد شود که والدش با ژن نمود BO رخ نمود B خواهد داشت.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۹- گزینهٔ «۴» *(مزدا شکوری)*

گزینهٔ «۱»: نادرست از نظر $AB\ O$ نمی تواند خالص نهفته باشد.

گزینهٔ «۲»: نادرست، ممکن است والدین خانواده به صورت پدر سالم و مادر ناقل باشد که در این حالت دختر و پسری با یک دگره بیماری ایجاد کرده باشند.

گزینهٔ «۳»: نادرست، ممکن است فرزندان به صورت AB و BO یا AB و BB یا BO و BB باشند که اگر حالت BB، BO باشد فرزندی با دو نوع کربوهیدرات وجود نخواهد داشت.

گزینهٔ «۴»: درست، پسر که X^hy است و هموفیلی دارد و مشکل در انعقاد خون دارد ولی حتی اگر دختر X^hX^H باشد و سالم باشد ممکن است به دلایلی غیروراثتی مثل کمبود پلاکت یا کمبود ویتامین K، یون کلسیم و ... در جلوگیری از خون‌ریزی شدید مشکل داشته باشند.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۰- گزینهٔ «۳» *(رضا آرامش اصل)*

زنان هموفیل دارای ژنوتیپ X^hX^h هستند. این یاخته‌های بدن زن هموفیل، یاخته‌های تک لاد با کروموزوم‌های تک کروماتیدی (تخمک و دومین جسم قطبی) فقط یک الل برای صفت هموفیلی دارند و هر دو می‌توانند در لقاح شرکت کرده و موجب تولید نوعی تودهٔ یاخته‌ای شوند. دقت کنید اسپرم‌هایی که ممکن است در واژن یا رحم زن یافت شوند، جزو یاخته‌های بدن زن نیستند.

تخمک در صورت لقاح با اسپرم، یاخته تخم ایجاد می‌کند که از تقسیمات متوالی آن به تدریج توده‌های یاخته‌ای مختلفی مانند مورولا و بلاستوسیست تشکیل می‌شوند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»:مرد هموفیل دارای ژن نمود X^hY است. توجه داشته باشید گلبول‌های قرمز بالغ خون نه تنها کروموزوم جنسی ندارند بلکه فاقد دگره هموفیلی هستند چون این یاخته‌ها هسته ندارند.

گزینهٔ «۲»: از آنجایی که ماهیچه‌های قلبی یک یا دو هسته‌ای هستند پس می‌توان گفت در ماهیچه قلبی دو هسته‌ای چهار فام تن شماره ۹ وجود داشته و بر روی هر کدام نیز یک ژن A خواهیم داشت.

گزینهٔ «۴»: این گزینه با توجه به یاخته‌های بیش از یک هسته مثل ماهیچه اسکلتی نادرست است. *(انتقال اطلاعات در نسل‌ها)*

(زیست‌شناسی ۲، صفحه‌های ۸۲، ۹۹ و ۱۰۴) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۰ ، ۴۱ و ۴۲)

۱۱- گزینهٔ «۴» *(مسعود بابایی نایچ)*

اگر پدر سالم باشد می‌تواند الل X^H لازم برای سالم ماندن دختر را تامین کند و هیچگاه پدر سالم دختر هموفیل نخواهد داشت.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: اگر پدر هموفیل (X^hY) و مادر سالم باشد، برای تولد دختر هموفیل نیاز به دو آلل X^h وجود دارد که یکی از طرف پدر و دیگری می‌تواند از مادر سالم ولی ناقل تامین گردد.

گزینهٔ «۲»: اگر پدر سالم (X^HY) و مادر سالم باشد، برای تولد پسر هموفیل نیاز به یک الل X^h خواهد بود که می‌تواند از مادر سالم ولی ناقل (X^HX^h) تامین گردد.

گزینهٔ «۳»: اگر پدر هموفیل و مادر سالم باشد، برای تولد پسر هموفیل نیاز به یک الل X^h خواهد بود که می‌تواند از مادر سالم ولی ناقل (X^HX^h) تامین گردد.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحهٔ ۴۳)

۱۲- گزینهٔ «۲» *(ستاره زال‌خانی)*

ابتدا باید نوع بیماری ژنتیکی و الگوی وراثت آن را مشخص کنیم. نکته اول اینکه می‌دانیم هرگاه یک بیماری ژنتیکی در والدین مشاهده نشده اما در فرزند مشاهده شود، قطعا از نوع نهفته است. همچنین می‌دانیم که در جنس مونث، از هر کروموزوم دو عدد وجود دارد پس دختر برای این صفت دو دگره نهفته دارد. یعنی از هر والد یک دگره معیوب دریافت کرده است. پس باید دگره مربوط به کروموزومی باشد که هر دو والد آن را داشته باشند. در نتیجه دگره بیماری یا بر روی کروموزوم‌های غیرجنسی و یا بر روی کروموزوم X قرار دارد. نکته مهم دیگر آن است که هر دو والد سالم هستند. پس این دگره نباید مربوط به کروموزوم X باشد چون در این حالت پدر تنها دگره نهفته را داشته و بیمار می‌شود. پس در نهایت نتیجه می‌گیریم که این بیماری نهفته و مستقل از جنس است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: والدین می‌توانند با انتقال کروموزوم غیرجنسی معیوب خود، فرزند پسر بیمار داشته باشند. کلا در بیماری‌های ژنتیکی غیرجنسی، اگر در یک جنس از فرزندان بیماری مشاهده شود، در جنس دیگر هم می‌تواند مشاهده شود.

گزینهٔ «۳»: بیماری نهفته است.

گزینهٔ «۴»: بیماری مستقل از جنس است.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱۳- گزینهٔ «۳» *(آرمین شاه‌ولی)*

پیش از گریگور مندل تصور بر این بود که صفات فرزندان حدواسطی از صفات والدین است. در الگوی بارزیت ناقص، در حالت ناخالص صفت به صورت حدواسط حالت‌های خالص دیده می‌شود. بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در الگوی بارزیت ناقص تعداد حالت های ژنوتیپ و فنوتیپ برابر می‌باشند. چون به ازای هر فنوتیپ تنها یک ژنوتیپ تعریف می‌شود.

گزینهٔ «۲»: تمام گربه‌های سیاه دارای ژنوتیپ BB بوده و تنها دگره B را دارا می‌باشند. دقت کنید که گربه با ژنوتیپ BW ، رنگ خاکستری دارد.

گزینهٔ «۳»: رابطه بین دگره‌های گل میمونی نیز از نوع بارزیت ناقص می‌باشد.

گزینهٔ «۴»: در هم توانی در حالت ناخالص اثر دگره‌ها همراه با هم ظاهر می‌شود اما در بارزیت ناقص حد واسط آن‌ها است یعنی هیچ‌کدام از دگره‌ها ظاهر نمی‌شوند بلکه فقط حدواسط آن‌ها ظاهر می‌شود.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۷، ۳۹، ۴۰ و ۴۱)

۱۴- گزینهٔ «۴» *(آرمین شاه‌ولی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: ژن D منجر به ساخت پروتئین D می‌شود. پروتئین D دارای تحدب به سمت داخل می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: در جمعیت دو نوع رابطه بارز و نهفتگی و هم توانی بین الل‌های گروه خونی ABO دیده می‌شود ولی در بدن یک فرد تنها یک رابطه دیده می‌شود چون فرد به طور همزمان هر سه الل را ندارد.

گزینهٔ «۳»: فرد خالص نهفته ژن نمود **dd-OO** خواهد داشت. چنین فردی در سطح گویچه‌های قرمز خود کربوهیدرات و پروتئین‌های مربوط به گروه خونی را ندارد اما انواع دیگری از پروتئین و کربوهیدرات‌ها را خواهد داشت.
گزینهٔ «۴»: فامتن شماره ۹ جایگاه ژن‌های گروه خونی **ABO** است. دگره **A** و **B** سبب ساخت آنزیمی می‌شوند که کربوهیدرات را به غشا گویچه قرمز اضافه می‌کند. به غیر از رنای ریبوزومی، سایر آنزیم‌های بدن از جنس پروتئین می‌باشند. پس این ژن مستقیما باعث ساخت پروتئین و به طور غیرمستقیم باعث اضافه شدن (نه تولید) کربوهیدرات به غشا می‌شود.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۸، ۳۹، ۴۰ و ۴۱)

۱۵- گزینهٔ «۳»

(مسعود بابایی نایبج)

چون جایگاه الل **D** روی کروموزوم بزرگتر و جایگاه الل **A** و **B** روی کروموزوم کوچکتر است پس گزینه‌های «۱» و «۲» رد می‌شوند.
الل‌های کروموزوم‌های دو کروماتیدی شبیه هم هستند (بجز در زمان کراسینگ اور) و گزینه چهار نیز رد می‌شود.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحهٔ ۳۷)

۱۶- گزینهٔ «۲»

(بواد عرب‌تیموری)

این سوال به طور مستقیم از صفحه ۳۷ کتاب درسی طرح شده است. با توجه به متن کتاب درسی، گزینهٔ «۲» صحیح است. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: این تصور مربوط به قبل از کشف قوانین بنیادی وراثت توسط مندل بود.
گزینهٔ «۳»: زمانی که مندل قوانین بنیادی وراثت را کشف کرد، هنوز ساختار و عمل دنا و ژن‌ها مشخص نبود.
گزینهٔ «۴»: به کمک ساختار و عمل دنا می‌توان مفاهیم پایه وراثت را به زبان امروزی بیان کرد، در حالی که در زمان مندل ساختار و عمل دنا هنوز مشخص نشده بود.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه ۳۷)

۱۷- گزینهٔ «۳»

(بواد عرب‌تیموری)

بررسی عبارت‌ها:
عبارت «الف»: درست – برای مثال در صفت رنگ گل میمونی، **RW** ایجاد کننده رنگ صورتی در گلبرگ آن است که حد واسط رنگ‌های سفید و قرمز محسوب می‌شود.
عبارت «ب»: درست – ژن مربوط به هر نوع صفتی برای بروز، نیازمند وجود آنزیم است.
عبارت «ج»: درست – برای مثال در صفت رنگ گل میمونی، دو دگره (**R** و **W**) و دو ژن نمود خالص (**RR** و **WW**) داریم. در حقیقت برای هر دگره، یک ژن نمود خالص وجود دارد.
عبارت «د»: نادرست – به طور مثال در رابطه هم توانی گروه خونی **ABO**، ژن شناسان دگره‌های **A**، **B** و **O** را به ترتیب با I^B، I^A و **i** نشان می‌دهند. پس واضح است که هر کدام از دگره‌های بارز با دو حرف نشان داده می‌شود یک حرف اصلی و یک حرف دیگر در بالای آن.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های۳۸ تا۴۱)

۱۸- گزینهٔ «۴»

(رضا آرامش اصل)

یاخته زاینده بافت خورش با تقسیم میوز خود، چهار یاخته ایجاد می‌کند که تنها یکی از آنها باقی می‌ماند. یاخته باقی مانده چندین مرحله تقسیم میتوز انجام می‌دهد و در نهایت کیسه رویانی را تشکیل می‌دهد. کیسه رویانی شامل ۷ یاخته و ۸ هسته می‌باشد. یکی از یاخته‌های کیسه رویانی دو هسته‌ای بوده و طبق گفته سوال ژن نمود آن **aa** است. بنابراین یاخته تخم‌زا نیز ژن نمود **a** خواهد داشت. در نهاندانگان لقاح مضاعف داریم یعنی دو گامت نر یکی با یاخته تخم زا (تشکیل تخم اصلی) و دیگری با یاخته دوهسته‌ای (تشکیل تخم ضمیمه) لقاح می‌دهد.
یاخته سازنده گرده نارس (یاخته زاینده موجود در کیسه گرده) نیز با تقسیم میوز خود باعث ایجاد چهار دانه گرده نارس می‌شود. اگر این دانه‌های گرده نارس همگی دارای ژن نمود یکسان برای این صفت باشند، به این معناست که ژن‌نمود یاخته سازنده دانه‌های گرده نارس خالص **(AAیاaa)** است.
نکته مهمی که باید به آن توجه کرد این است که گیاه موردنظر خودلقاحی انجام می‌دهد. پس یاخته‌های زاینده در بخش‌های نر و ماده ژنوتیپ یکسانی دارند. در نتیجه ژنوتیپ **AA** پذیرفته نیست و تنها ژنوتیپ **aa** می‌تواند در یاخته‌های پیکری گیاه یافت شود.
بنابراین می‌توان گفت در فرآیند لقاح بخش مادگی با دگره **a** و بخش نر با دگره **a** شرکت می‌کند و تنها یک حالت برای ژنوتیپ رویان و تخم ضمیمه می‌توان متصور شد.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۲، صفحه‌های ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶ و ۱۲۸) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۱۹- گزینهٔ «۱»

(رضا آرامش‌اصل)

در این خانواده، امکان تولید فرزندانی با همه گروه‌های خونی به جز **O** وجود دارد. این یعنی گروه خونی والدین به یکی از سه حالت؛
الف) $AB \times BO$ یا ب) $AB \times AO$ یا ج) $AB \times AB$ است.
در هر سه حالت بین والدین دگره مشترک یافت می‌شود.
بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۲»: حداکثر فقط یکی از والدین می‌توانند الل مربوط به گروه خونی **O** را داشته باشند.
گزینهٔ «۳»: ممکن است هر دو والد ژنوتیپ **AB** داشته باشند.
گزینهٔ «۴»: هیچ یک از والدین گروه خونی **O** ندارند.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۲۰- گزینهٔ «۳»

(ممد پیردایه)

طبق صورت سوال چون رنگ گلبرگ ها متفاوت است ژنوتیپ والد نر باید **RR** یا **WW** باشد. (همین جا گزینهٔ «۴» رد می‌شود) از طرفی دگره تکاری در آندوسپرم مربوط به والد ماده است و دگره دیگر مربوط به والد نر می‌باشد. پس در هر گزینه ژنوتیپ والد نر مشخص می‌باشد و در پی آن ژنوتیپ رویان نیز مشخص می‌شود. بررسی گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: آندوسپرم و رویان باید انواع دگره‌های مشترکی داشته باشند. اگر آندوسپرم دگره **R** دارد، باید رویان نیز این دگره را داشته باشد.
گزینهٔ «۲»: نادرست است. دگره **R** از والد نر گرفته می‌شود پس باید در آندوسپرم تنها یک عدد از این دگره داشته باشیم.
گزینهٔ «۳»: درست است. زیرا از آمیزش گامت ماده که دارای دگره **R** است با گامت نر که دگره **W** دارد رویانی با ژنوتیپ **RW** متولد می‌شود.
گزینهٔ «۴»: نادرست است. مطابق صورت سوال و تفاوت در ژنوتیپ‌های این دو گل باید ژنوتیپ والد نر با ماده متفاوت باشد.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۲، صفحه‌های ۱۲۶، ۱۲۷ و ۱۲۸) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

زیست‌شناسی ۳

۱- گزینهٔ «۲» *(امید رشیدی)*

اغلب آنزیم‌ها از جنس پروتئین‌ها هستند. البته برخی از انواع رنا نیز نقش آنزیمی دارند. همانطور که می‌دانید همهٔ پروتئین‌ها و رناها در ساختار خود کربن، اکسیژن، هیدروژن و نیتروژن دارند. پس این گزینه در رابطه با همهٔ آنزیم‌ها صدق می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: اگر واکنشی انجام نشدنی باشد، حتی با اضافه کردن آنزیم نیز انجام نمی‌شود. پس این گزینه در رابطه با هیچ آنزیمی صدق نمی‌کند.

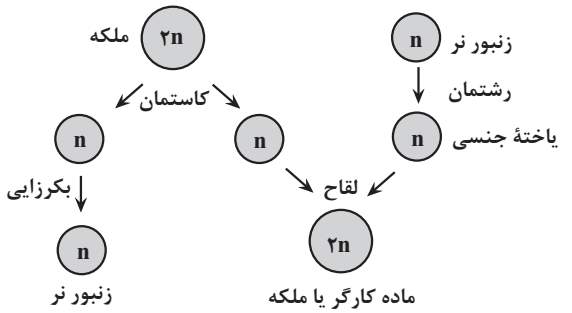
گزینهٔ «۳»: طبق متن کتاب درسی، بعضی آنزیم‌ها برای فعالیت خود به یون‌های فلزی مانند آهن، مس و یا مواد آلی مثل ویتامین‌ها نیاز دارند. (نه همهٔ آنزیم‌ها!)

گزینهٔ «۴»: آنزیم‌هایی که در دمای پایین غیرفعال می‌شوند، با برگشت دما به حالت طبیعی می‌توانند مجدداً فعال شوند.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۰)

۲- گزینهٔ «۲» *(حامد حسین‌پور)*

در جمعیت زنبورهای عسل، زنبورهای نر محصول بکرزایی بوده و هاپلوئیدند. زاده‌های ماده (کارگر و ملکه) محصول لقاح هستند. در صورتی‌که زنبور کارگر MM باشد، ژنوتیپ ملکه هم قطعاً الل M را خواهد داشت (MM یا MN).



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: زنبور بال متوسط دارای ژنوتیپ MN است و دو الل دارد (دیپلوئید) در حالی‌که زنبورهای نر قطعاً هاپلوئید هستند.

گزینهٔ «۳»:زنبورهای نر هاپلوئید هستند.

گزینهٔ «۴»: زنبور بال بلند دارای ژنوتیپ MM است. در صورتی‌که ملکه NN باشد، زنبورهای کارگر نیز حتماً باید دارای الل N باشند و اگر دارای دگره N باشند نمی‌توانند بال بلند باشند. *(ترکیبی)*

(زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۱)(زیست‌شناسی ۲، صفحه ۱۱۶)

۳- گزینهٔ «۱» *(حامد حسین‌پور)*

بررسی همهٔ موارد:

الف) اگر پدر گروه خونی O و مادر B داشته باشد، فرزندان می‌توانند گروه خونی B یا O داشته باشند. اگر پدر غیرهموفیل و مادر ناقل باشد، ممکن است پسری سالم، پسری هموفیل و دختران سالم متولد شود.

ب) اگر والدین گروه خونی A و O داشته باشند، فرزندان نیز می‌توانند A یا O باشند. اگر پدر هموفیل و مادر غیرهموفیل ولی ناقل باشد (ناخالص)، امکان دارد دختری هموفیل متولد شود.

ج) اگر والدین گروه خونی AB و O داشته باشند، ممکن نیست فرزندان گروه خونی AB داشته باشند. همچنین اگر پدر غیرهموفیل باشد، ممکن نیست دختران هموفیل باشند.

د) اگر مادر و پدر برای گروه خونی A و B ناخالص باشند (AO و BO) انتظار می‌رود فرزندی با گروه خونی A متولد شود. همچنین اگر مادر سالم ولی ناقل و پدر بیمار باشد، انتظار می‌رود دختری هموفیل متولد شود.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۴- گزینهٔ «۱» *(رضا مسلم‌زاده)*

مولکول دنا، مورد مطالعه واتسون و کریک و پروتئین‌ها، متنوع‌ترین گروه مولکول‌های زیستی از نظر ساختار شیمیایی و عملکردی هستند.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: پروتئین‌ها در اثر تغییرات دما تغییر ساختار داده و احتمال تغییر و اختلال در عملکردشان وجود دارد در حالی‌که مولکول دنا حساسیت کمتری دارد.

گزینهٔ «۲»: پروتئین‌ها همانند مولکول دنا در ساختار خود پیوند هیدروژنی دارند.

گزینهٔ «۳»: در ساختار کروموزوم انسان دنا و پروتئین یافت می‌شود.

گزینهٔ «۴»: این مورد نیز در ارتباط با هر دو مولکول صادق است.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴ تا ۷، ۱۸ و ۲۰)

۵- گزینهٔ «۳» *(احسان حسن‌زاده)*

واحد سازنده رنابسپارازها، آمینواسید است. رنای رناتنی آنزیمی است که آمینواسید را به آمینواسید متصل می‌کند. رنای رناتنی در ساختار رناتن (محل ساخت همهٔ پروتئین‌ها از جمله همهٔ انواع رنابسپارازها) به‌کار رفته است. بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: آنزیمی که به پلی‌پپتید می‌تواند آمینواسید اضافه کند، رنای رناتنی حین فرایند ترجمه است. دقت کنیم که محل تشکیل و فعالیت رنای رناتنی جایگاه A رناتن است؛ اما چیزی به‌نام آنتی‌کدون AUU وجود خارجی ندارد که بخواهد وارد جایگاه A بشود یا نشود!

گزینهٔ «۲»: رنای ناقل، مولکولی است که در ساختار خودپیوند هیدروژنی دارد. آنزیم‌های اتصال‌دهنده آمینواسید به رنای ناقل، دسته‌ای از آنزیم‌های سیتوپلاسمی با همین فعالیت هستند. این آنزیم‌ها از روی توالی پادرمزه رنا، آمینواسید مناسب را انتخاب و به رنای ناقل می‌چسبانند. پس در این آنزیم معیار انتخاب آمینواسید (پیش‌ماده کوچکتر)، رنای ناقل (پیش‌ماده بزرگتر) است.

گزینهٔ «۴» توجه کنید که آمینواسید هیچگاه به توالی پادرمزه رنای ناقل متصل نمی‌شود و جایگاه اتصال ویژه خود در یکی از سرهای رنای ناقل را دارد.

(پریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۸، ۲۳ و ۲۷ تا ۳۱)

۶- گزینهٔ «۴» *(علی براتی)*

از لقاح زامه و تخم‌زا، یاختهٔ رویان و از لقاح زامه و یاختهٔ دوهسته‌ای، آندوسپرم تشکیل می‌شود. در صورتی‌که سه دگره بارز در یک جایگاه ژنوتیپ آندوسپرم باشد **(AAAbbbccc)**، دو دگره AA مربوط به یاخته دوهسته‌ای و دگره A مربوط به زامه است. با توجه به دگره‌های یاخته دوهسته‌ای و با جدا کردن دگرهٔ زامه، می‌توان ژنوتیپ رویان را به‌دست آورد. **(AAbbcc)**. در حالت دیگر که سه دگره بارز در سه جایگاه ژنی باشند **(AaaBbbCcc)** در هر جایگاه دگره‌ای که با سایرین متفاوت است مربوط به زامه و دو دگره دیگر مربوط به دوهسته‌ای می‌باشد. پس در این حالت ژنوتیپ رویان به‌صورت **AaBbCc** است که سه دگره بارز دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: چنانچه دو دگره بارز در یک جایگاه ژنی قرار داشته باشند. (به عنوان مثال: **(AAabbbccc)** ژنوتیپ رویان در یکی از جایگاه‌ها ناخالص و در دو جایگاه دیگر خالص خواهد بود. در این صورت تنها یک دگرهٔ بارز در رویان قابل مشاهده است که با ژنوتیپ **aaBbcc** رنگ مشابهی دارد.

گزینهٔ «۲»: اگر سه دگره نهفته در یک جایگاه ژنی باشند. (به عنوان مثال **aaaBBBCCC**) آنگاه ژنوتیپ رویان در یک جایگاه نهفته و در دو جایگاه دیگر بارز و به‌صورت **aaBBCC** خواهد بود. در این صورت چهار دگره بارز رنگ ذرت را مشخص خواهد کرد که مشابه با ذرت **AaBbCC** است.

گزینهٔ «۳»: با فرض اینکه دو دگره نهفته در یک جایگاه ژنی باشند (به عنوان مثال: **AaaBBBCCC**)، آنگاه ژنوتیپ رویان یک جایگاه ناخالص و دو جایگاه خالص به‌صورت **AaBBCC** قابل مشاهده است. در این ژنوتیپ پنج دگره، بارز وجود دارد که مشابه با ژن‌نمود **AABBCc** است. *(زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)*

(ترکیبی)(زیست‌شناسی ۲، صفحه‌های ۱۲۷، ۱۲۸، ۱۳۰ و ۱۳۱)

۷- گزینهٔ «۳»

(حسین سرخانی)

در ارتباط با گزینه ۱ و ۳ به هر زن و مرد اشاره شده است پس همهٔ حالات آمیزش برخلاف گزینه ۲ و ۴ در نظر گرفته می‌شود.

گزینهٔ «۳»: هر مردی که مادر بیمار دارد: X^hY - هر زنی که مادر سالم دارد: x^hx^h و X^HX^h و X^HX^H، پس زن می‌تواند خالص یا ناخالص باشد چون فقط یکی از کروموزوم‌های X را از مادرش می‌گیرد و اگر زن خالص و سالم باشد دختر بیمار متولد نمی‌شود (نادرست). بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: هر مردی که مادر سالم خالص دارد قطعاً سالم است: X^HY – هر زن سالمی که پدر بیمار دارد قطعاً ناخالص است؛ X^HX^h در این حالت دختر همواره سالم متولد می‌شود (درست)

گزینهٔ «۲»:زنی سالم که پدر بیمار دارد: X^HX^h، در این حالت پسر سالم می‌تواند متولد شود (درست)

گزینهٔ «۴»: چون بیماری هموفیلی می‌باشد پس فرزند پسر در رابطه با این بیماری اللی از پدر دریافت نمی‌کند – زنی با پدر سالم: $X^HX^h - X^HX^H$ تولد پسر بیمار در این حالت ممکن است. (درست)

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۲ و۴۳)

۸- گزینهٔ «۴»

(سجاد اشرف‌گنبوئی)

طبق متن کتاب درسی، در فرد مبتلا به فنیل‌کتونوری با تغذیه نکردن از غذاهای حاوی فنیل‌آلانین، می‌توان مانع بروز اثرات بیماری شد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: دقت کنید فنیل‌آلانین آمینواسید است نه پروتئین!

گزینهٔ «۲»: نوزاد مبتلا به فنیل کتونوری فاقد علائم آشکار است و این‌طور نیست که کاملاً فاقد علائم باشد. به عنوان مثال، وجود علائمی در آزمایش خون امکان تشخیص این بیماری را در بدو تولد فراهم می‌کند.

گزینهٔ «۳»: حواستان باشد که فقط مغز آسیب می‌بیند و نخاع آسیب نمی‌بیند.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

۹- گزینهٔ «۳»

(احسان حسن‌زاده)

جاندار مورد استفاده در آزمایش مزلسون و استال باکتری اشرشیاکلای است. در صورتی‌که تنها مالتوز (قند جوانه گندم و جو) در محیط کشت باکتری باشد، این قند وارد باکتری شده و باکتری آنزیم‌های مربوط به تجزیه آن را می‌سازد. حاصل تجزیه هر مالتوز، دو مولکول گلوکز است؛ در نتیجه غلظت گلوکز در سیتوپلاسم افزایش پیدامی‌کند.

نادرستی ۱ و ۲ و ۴: دقت کنید که تنوع زیادی از ژن‌ها و نواحی تنظیمی مجاور آن‌ها در باکتری‌ها دیده می‌شود که هیچ ارتباطی به غلظت قندهای محیط باکتری ندارند، مثل ژن‌های سازندهٔ رنای رناتنی یا ژن‌های سازنده پروتئین‌های غشایی، پس این که در صورت وجود یا عدم وجود قند، رنابسپاراز فعالیت نکند یا در ناحیهٔ تنظیمی مجاور ژن دیده نشود یا فعال‌کننده به جایگاه اتصال خود متصل نگردد، نادرست است.

دقت کنید که علاوه بر ژن‌های تجزیه‌کنندهٔ مالتوز ممکن است برای تجزیه مولکول‌ها با دو جزء یکسان، به فعال‌کننده نیاز باشد اما در سطح کتاب چنین چیزی وجود ندارد.

(هریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های۱۰، ۳۳ تا ۳۵)

۱۰- گزینهٔ «۴»

(پویا گراوند)

از ژنوتیپ تخم ضمیمه می‌توان متوجه شد که هسته‌های دارای ژن R در کیسه رویانی با اسپرم های دارای ژن W لقاح انجام داده‌اند. پس الل W مربوط به اسپرم و الل R مربوط به بخش تخمک است.

ژنوتیپ کلاله را از روی تخمک و ژنوتیپ پرچم را از روی اسپرم محاسبه می‌کنیم.

(ترکیبی)

(زیست‌شناسی۳، صفحه۴۱)(زیست شناسی ۲،صفحه های ۱۲۶ تا ۱۲۸)

۱۱- گزینهٔ «۴»

(علیرضا رحیمی)

نبودن لاکتوز در محیط باکتری دلیلی بر عدم وجود دی‌ساکاریدهای دیگر در سلول نیست. لاکتوز به پروتئین مهارکننده متصل می‌شود اما روی بخش تنظیم‌کننده (راه‌انداز و اپراتور) قرار نمی‌گیرد. پروتئین مهارکننده در باکتری مانع از اتصال رنابسپاراز به دنا نمی‌شود.

(هریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۱۲- گزینهٔ «۱»

(مریم سپهی)

توالی UGA می‌تواند به عنوان رمزه یا پادرمزه وارد رناتن شود. دقت داشته باشید توالی UGA به عنوان رمزه نمی‌تواند وارد جایگاه P شود. وقتی توالی وارد جایگاه P شود پادرمزه در مرحلهٔ طویل شدن وارد جایگاه P رناتن می‌شود. بلافاصله پس از مرحلهٔ طویل شدن، مرحله پایان است که در آن رنای ناقل متصل به پلی‌پپتید در جایگاه P قرار دارد و از قبل پیوند هیدروژنی داده است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: در صورتی‌که این توالی پادرمزه باشد، در مرحلهٔ طویل شدن وارد جایگاه A می‌شود. قبل از طویل شدن یعنی آغاز، پیوند اشتراکی تشکیل نمی‌شود.

گزینهٔ «۳»: ورود این توالی به جایگاه E می‌تواند مربوط به مرحلهٔ طویل شدن باشد که بلافاصله پس از آن مرحله پایان است.

گزینهٔ «۴»: طبق توضیح گزینهٔ «۱» ورود این توالی به جایگاه P مربوط به طویل شدن است. در مرحلهٔ قبل از آن یعنی آغاز ورود رنای ناقل به رناتن انجام می‌شود.

(هریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۳- گزینهٔ «۳»

(علی گنجی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: درست – دلیل: با توجه به متن کتاب، در آزمایش‌های مزلسون و استال از باکتری استفاده شد که نوعی سلول پروکاریوتی می‌باشد و با توجه به همانندسازی باکتری‌ها در محیط کشت ^{14}N در دور اول همانندسازی، رشتهٔ دِنای جدید، شامل یک رشته دنای حاوی ^{15}N و یک رشته دیگر دنای حاوی ^{14}N می‌باشد، در نتیجه چگالی متوسط دارد.

گزینهٔ «۲»: درست – دلیل: پیوندهای بین نوکلئوتیدهای متقابل در دو رشته دِنا، پیوند هیدروژنی می‌باشد؛ از طرفی آنزیم هلیکاز دو رشته دِنا را از هم باز می‌کند. بنابراین آنزیم هلیکاز پیوندهای هیدروژنی را از هم باز می‌کند. قسمت دوم عبارت هم با توجه به شکل ۱۱ صفحهٔ ۱۱ کتاب درسی، صحیح می‌باشد.

گزینهٔ «۳»: نادرست – دلیل: منظور عبارت پروکاریوت‌ها می‌باشد. با توجه به متن کتاب درسی صفحهٔ ۱۳، اغلب پروکاریوت‌ها فقط یک جایگاه آغاز همانندسازی در دِنای خود دارند.

گزینهٔ «۴»: درست – دلیل: باتوجه به متن کتاب، در راکیزه (میتوکندری) یوکاریوت‌ها، مقداری دِنا به‌صورت حلقوی وجود دارد؛ همچنین قارچ‌ها هم یوکاریوت هستند.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱۴- گزینهٔ «۳» *(پویا گراوند)*

برای حل این سوال باید تمام حالت‌هایی که فرزندانی با ژنوتیپ یکسان با والدین می‌تواند متولد شود را محاسبه کرد. پس تمام آمیزش‌های ممکن را می‌نویسیم:

$$X^HX^h \times X^hY \Rightarrow X^hY, X^HY, X^HX^h, X^hX^h$$
$$X^hX^h \times X^hY \Rightarrow \underline{X^hY, X^hX^h}$$
$$X^HX^H \times X^HY \Rightarrow \underline{X^HY, X^HX^H}$$
$$X^HX^h \times X^HY \Rightarrow X^hY, \underline{X^HY}, X^HX^H, \underline{X^HX^h}$$
$$X^HX^H \times X^hY \Rightarrow X^HY, X^HX^h$$
$$X^hX^h \times X^HY \Rightarrow X^hY, X^HX^h$$

در دو حالت آخر فرزندی مشابه ژنوتیپ والدین متولد نمی‌شود! پس ما باید فقط چهار حالت ابتدایی نوشته شده را در نظر بگیریم. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در آمیزش اول می‌توان دختر ناقلی را مشاهده کرد که دارای برادرانی سالم و یا بیمار باشد.

گزینهٔ «۲»: در آمیزش دوم تمام فرزندان خانواده بیمار هستند.

گزینهٔ «۳»: دختر بیمار فقط در حالات اول و دوم می‌تواند متولد شود که در هر دو مورد پسرانی بیمار ممکن است متولد شوند.

گزینهٔ «۴»: در حالت سوم آمیزش پسران خانواده سالم‌اند و همگی فقط خواهران سالم دارند.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱۵- گزینهٔ «۴» *(حامد حسین‌پور)*

با توجه به اینکه ژنوتیپ تخم ضمیمه دارای ۳ الل B است، یکی از این الل‌ها مربوط به اسپرم (بخش نر گل) و دو الل دیگر مربوط به یاختهٔ دوهسته‌ای است (بخش مادهٔ گل). پس بخش نر (پرچم) قطعاً باید الل B را داشته باشد (تأیید گزینهٔ ۱ و ۳). بخش ماده نیز قطعاً الل B را دارد (چه به‌صورت BB و یا چه به‌صورت AB): (تأیید گزینهٔ ۲). اگر تخم ضمیمه BBB باشد، بایستی تخم اصلی نیز دقیقاً دارای همان الل‌هایی باشد که در اسپرم و یاختهٔ دوهسته‌ای دخیل در ساخته شدن تخم ضمیمه وجود دارند. بنابراین زادهٔ جدید در این حالت امکان ندارد دارای الل A باشد. *(ترکیبی)*

(زیست‌شناسی ۳، صفحه ۴۱)(زیست شناسی ۲،صفحه های ۱۲۶ تا۱۲۸)

۱۶- گزینهٔ «۲» *(رضا مسلم‌زاده)*

پیوند هیدروژنی در ساختار دوم میوگلوبین، بین بخش‌هایی از (نه کل) زنجیره پلی‌پپتیدی برقرار می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: حین تشکیل ساختار سوم، گروه‌های R آمینواسیدهای آب‌گریز به یکدیگر نزدیک می‌شوند، پس در کمترین فاصله از یکدیگر قرار گرفته‌اند.

گزینهٔ «۳»: ساختار سوم، ساختار نهایی میوگلوبین است. این ساختار در نتیجهٔ تاخوردگی‌های بخش‌های تشکیل‌دهنده ساختار دوم این پروتئین ایجاد می‌شود.

گزینهٔ «۴»: ساختار چهارم ساختار نهایی هموگلوبین است. هر پروتئینی که ساختار چهارم را دارد، دارای بیش از یک رشته پلی‌پپتیدی است.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۱۷- گزینهٔ «۱» *(شاهین راضیان)*

آزمایش‌هایی که در آن موش‌ها مردند، آزمایش اول و آزمایش چهارم بودند. در هر دو آزمایش، موش‌ها به علت سینه پهلو مردند؛ بنابراین می‌توان گفت در شش موش‌های مرده، باکتری‌های دارای پوشینه مشاهده می‌شوند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: در آزمایش چهارم، مخلوطی از باکتری‌های زنده بدون پوشینه و باکتری‌های مردهٔ پوشینه‌دار به موش‌ها تزریق شدند. برخی از باکتری‌های بدون پوشینه طی این آزمایش پوشینه‌دار شدند؛ در نتیجه، باکتری‌های بدون پوشینه نیز در خون آن‌ها وجود داشت.

گزینهٔ «۳»: در آزمایش چهارم، باکتری‌های پوشینه‌دار تزریق شده به موش‌ها، کشته شده بودند.

گزینهٔ «۴»: این عبارت فقط دربارهٔ آزمایش چهارم گریفیت صادق است. در آزمایش اول، مرگ موش‌ها مطابق انتظار او بود.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲و۳)

۱۸- گزینهٔ «۲» *(پارسا گنجی‌پور)*

موارد الف و د محتمل نیستند.

گروه خونی پدر AB و مادر A یا B است. بررسی موارد:

الف) در غشا چندین نوع کربوهیدرات وجود دارد که بعضی مربوط به گروه خونی می‌باشند.

ب) دختر می‌تواند همانند پدر ناخالص باشد.

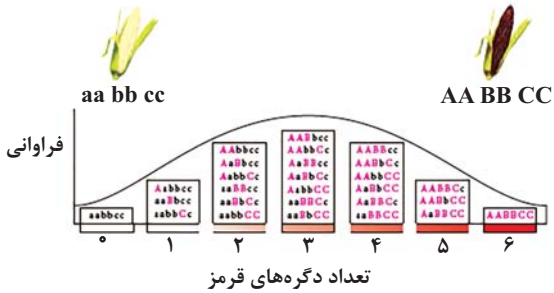
ج) دختر می‌تواند خالص باشد و پدر او ناخالص است.

د) آنزیم‌های متفاوتی در یاخته وجود دارد که گروهی از آن‌ها مربوط به گروه خونی است.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های۳۸ تا۴۱)

۱۹- گزینهٔ «۲» *(رضا بهنام)*

ذرتی که در فقط یک جایگاه دگره‌های (یعنی دو دگره) بارز دارد، در مجموع ۲ الل بارز دارد به ترتیب ذرت‌ها در گزینهٔ «۱»: ۴ الل بارز، گزینهٔ «۲»: ۲ الل بارز، گزینهٔ «۳»: ۱ الل بارز، گزینهٔ «۴»: ۴ الل بارز دارند.



(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۴و ۴۵)

۲۰- گزینهٔ «۳» *(ارسلان ملی)*

گزینهٔ «۳» صحیح می‌باشد. رونوشت‌های میانه در هسته طی پیرایش حذف شده و به سیتوپلاسم جهت ترجمه نمی‌رسند. ضمناً دقت کنید ممکن است نواحی از رونوشت‌های اگزون قبل از کدون آغاز ترجمه AUG و بعد از کدون پایان ترجمه قرار گیرند که مورد ترجمه قرار نمی‌گیرند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست است: مطابق تصویر صفحهٔ ۲۵ کتاب درسی ممکن است برخی میانه‌ها تعداد نوکلئوتید بیشتری از بیانه مجاور خود داشته باشند. این نکته در کنکور سراسری اردیبهشت ۱۴۰۳ مورد سوال بوده است.

گزینهٔ «۲»: نادرست است: دقت کنید در طی پیرایش اغلب رناهای پیک یوکاریوتی، توالی‌های رونوشت میانه حذف شود نه میانه‌ها!

نکتهٔ مهم: میانه و بیانه توالی‌های مولکول دنا در ناحیهٔ ژن هستند ولی رونوشت میانه و رونوشت بیانه توالی‌هایی از رنا می‌باشد.

گزینهٔ «۴»: نادرست است: دقت کنید هرچه از مولکول دنا به رنای بالغ حرکت کنیم تعداد مونومرهای مورد استفاده کمتر می‌شود. مولکول دنا برخلاف رنا دو رشته‌ای می‌باشد و توالی میانه و بیانه بر روی هر دو رشته آن نوکلئوتید دارند. از رنای نابالغ تک رشته رونوشت‌های میانه حذف شده و در رنای بالغ تک رشته فقط رونوشت بیانه مشاهده می‌شود.

(جریان اطلاعات در یاخته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱- گزینهٔ «۳» *(مهدی جباری)*

دقت کنید که با افزایش غلظت پیش ماده، سرانجام به حالتی می‌رسیم که جایگاه فعال تمام آنزیم‌ها اشغال می‌باشد در این حالت افزایش غلظت پیش ماده موجب افزایش سرعت واکنش نمی‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مطابق متن کتاب درسی «آنزیم‌ها در پایان واکنش‌ها دست نخورده باقی می‌مانند تا بدن بتواند بارها از آنها استفاده کند، به همین دلیل یاخته‌ها به مقدار کم به آنزیم‌ها نیاز دارند.»

گزینهٔ «۲»: اشاره به جایگاه فعال آنزیم دارد. مطابق متن کتاب درسی «جایگاه فعال بخشی اختصاصی در آنزیم است که پیش ماده در آن قرار می‌گیرد»

گزینهٔ «۴»: این نکته مستقیماً و به طور واضح از کتاب درسی برداشت نمی‌شود، اما استدلال طراح امتحان نهایی این بوده است؛ چون که توالی ژنی مربوط به تجزیه لاکتوز از سه ژن تشکیل شده و چند آنزیم از روی این ژن‌ها تولید می‌شوند پس هر آنزیم تنها یک رشتهٔ پلی پپتیدی دارد و فاقد ساختار چهارم می‌باشد.

(پریان اطلاعات در یافته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های۱۸، ۱۹، ۲۰ و ۳۴)

۲- گزینهٔ «۴» *(مهدی جباری)*

دقت کنید که تنها گروهی از ژن‌های هستهٔ یوکاریوت رونویسی می‌شوند. از بین رناهایی که از رونویسی حاصل می‌شود، تنها گروهی از آن‌ها رنای پیک هستند و مابقی آن‌ها سایر رناها می‌باشند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مطابق متن کتاب درسی «هر آمینو اسید می‌تواند در شکل‌دهی پروتئین مؤثر باشد و تأثیر آن به ماهیت شیمیایی گروه **R** بستگی دارد. گروه **R** در آمینو اسیدهای مختلف، متفاوت است و ویژگی‌های منحصر به فرد هر آمینواسید به آن بستگی دارد.

گزینهٔ «۲»: زنجیره های هموگلوبین در ساختار دوم خود دارای طرح ساختاری مارپیچی می‌باشند.

گزینهٔ «۳»: مطابق متن کتاب درسی «وقتی تعدادی آمینواسید با پیوند پپتیدی به هم وصل شوند، زنجیره‌ای از آمینواسیدها به نام پلی‌پپتید تشکیل می‌شود. پروتئین‌ها از یک یا چند زنجیرهٔ بلند و بدون شاخه از پلی پپتیدها ساخته شده‌اند.»

(پریان اطلاعات در یافته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های۱۵، ۱۶، ۱۷ و ۲۵)

۳- گزینهٔ «۴» *(مهدی جباری)*

تنها مورد ب نادرست است. بررسی همهٔ موارد:

الف)رخ نمود ژن‌های میانه نمودار دارای بیشترین فراوانی هستند که مطابق نمودار کتاب درسی ۷ نوع ژن‌نمود مختلف دارند.

ب) مطابق متن کتاب درسی « دگره‌های بارز، رنگ قرمز و دگره‌های نهفته رنگ سفید را به وجود می‌آورند» ، اما دقت کنید که مهم تعداد آلل‌های بارز می‌باشد نه انواع آن‌ها!

به طور مثال ذرت با ژنوتیپ **AAbbCC** که تنها دو نوع آلل بارز دارد، نسبت به ذرت با ژنوتیپ **AaBbCc** که سه نوع آلل بارز دارد، شدت رنگ قرمز بیشتری دارد.

ج) ژن نمود داده شده، واجد ۴ دگرهٔ بارز می‌باشد پس به آستانهٔ قرمز نزدیک‌تر است.

د) این ذرت‌ها باید ۵ دگرهٔ بارز و ۱ دگرهٔ نهفته داشته باشند، پس قطعاً در یکی از جایگاه‌های خود یک دگرهٔ بارز و یک دگرهٔ نهفته دارند و در آن جایگاه ناخالص هستند.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۴- گزینهٔ «۳» *(مهدی جباری)*

مطابق متن کتاب درسی، با انجام این کار می‌توان از بروز اثرات بیماری فنیل کتونوری در بزرگسالان جلوگیری کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مطابق متن کتاب درسی «فنیل کتونوری یک بیماری نهفته است. وقتی نوزاد متولد می‌شود، علائم آشکاری ندارد. در عین حال، تغذیهٔ نوزاد مبتلا به فنیل کتونوری با شیر مادر (که حاوی فنیل آلانین است) به آسیب یاخته‌های مغزی او می‌انجامد.»

گزینهٔ «۲»: در این خانواده مادر سالم و خالص است. در نتیجه به هر کدام از فرزندان خود یک آلل سلامتی را می‌دهد. همان‌طور که می‌دانید، هموفیلی یک بیماری نهفته است پس زمانی که فرد آلل سلامتی را داشته باشد، امکان ندارد بیمار باشد.

گزینهٔ «۴»: مطابق متن کتاب درسی «هموفیلی، یک بیماری وابسته به **X** و نهفته است یا به عبارتی دیگر، دگره این بیماری که روی فام‌تن **X** قرار دارد، نهفته است.»

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۳، ۴۵ و ۴۶)

۵- گزینهٔ «۴» *(مهدی جباری)*

بررسی همهٔ موارد:

الف و ج) زمانی که در ارتباط با هموفیلی پدر سالم باشد، امکان تولد فرزند دختر بیمار وجود ندارد چون این فرزند باید یک آلل بیماری را از پدر دریافت کند. اما پدر آنها تنها دارای آلل سالم (X^H) است.

ب و د) ژن نمود مادر به صورت X^HX^h و ژن نمود پدر به صورت X^HY می‌باشد. در نتیجه فرزندانی با ژنوتیپ‌های X^HX^H و X^HX^h و X^HY و X^hY می‌توانند متولد شوند.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحهٔ ۴۳)

۶- گزینهٔ «۴» *(مهدی جباری)*

مطابق متن کتاب درسی در بالای صفحهٔ ۴۴، صفت **Rh** تنها به دو شکل مثبت و منفی دیده می‌شود، پس شکل دیگری نمی‌توان برای آن متصور شد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: صفات چندجایگاهی دارای بازه ای از فنوتیپ ها می باشد.

گزینهٔ «۲»: مطابق متن کتاب درسی «فنیل کتونوری یک بیماری نهفته است. وقتی نوزاد متولد می‌شود، علائم آشکاری ندارد.»

گزینهٔ «۳»: مطابق کتاب درسی، این صفت تنها یک جایگاه مشخص و آن هم در کروموزوم شمارهٔ ۹ دارد، پس تک جایگاهی است.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۱، ۴۴، ۴۵ و ۴۶)

۷- گزینهٔ «۴» *(نیما شکورزاده)*

در جمعیت ذرت‌ها، ذرت‌هایی که فنوتیپ آن‌ها در میانه طیف قرار دارد، سه دگرهٔ بارز دارند.

ذرتی با ژن نمود **aabbcc** تنها از آمیزش ذرت‌هایی ایجاد می‌شود که هر کدام از آن‌ها حداقل یک الل نهفته در هر جایگاه ژنی داشته باشند. از بین ذرت‌های میانه طیف، تنها ذرت‌هایی با ژنوتیپ **AaBbCc** دارای این ویژگی هستند. پس با توجه به شرایط صورت سوال، برای ایجاد گیاهی با ژنوتیپ **aabbcc** باید دو گیاه با ژنوتیپ **AaBbCc** با یکدیگر آمیزش کنند و این در حالی است که در صورت سوال شرط متفاوت بودن ژنوتیپ والدین با یکدیگر آورده شده است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: به عنوان مثال، ذرت‌های والد، **AaBbCc** و **aaBBCc** باشند.

گزینهٔ «۲»: ذرت‌های والد می‌توانند، **AaBbCc** و **aaBBCc** باشند.

گزینهٔ «۳»: ذرت‌های والد می‌توانند، **AaBbCc** و **aaBbCC** باشند.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست شناسی ۳، صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۸- گزینهٔ «۳» *(هاوری علایی)*

در صورتی که مادر ژن نمود ناخالص داشته باشد، پدر با هر ژن نمودی، امکان تولد دختر ناقل (سالم و ناخالص) وجود دارد. در هر کدام از دو صفت مدنظر، با توجه به اینکه مادر هر دو نوع الل بارز و نهفته را دارد، می‌تواند دختری ناقل را ایجاد کند. در

هر صفت اگر پدر الل نهفته را بدهد، مادر می‌تواند آلل بارز را انتقال دهد و اگر پدر الل بارز را بدهد، مادر می‌تواند الل نهفته را انتقال دهد. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۲» و «۴» برای بیماری فنیل کتونوری صدق نمی‌کند. زیرا اگر پدر سالم و خالص باشد، الل سلامتی که بارز است را انتقال می‌دهد و همهٔ فرزندان، با داشتن آلل بارز، سالم هستند.
گزینهٔ «۱»: به طور مثال در بیماری هموفیلی همواره از مادر بیمار، پسر بیمار زاده می‌شود پس امکان تولد پسر سالم وجود ندارد.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۳، ۴۵ و ۴۶)

۹- گزینهٔ «۲»

(سروش شفیعی)

(شبیه ساز تست ۹ دفترچه **A** سراسری اردیبهشت ۱۴۰۴ داخل کشور)
ستون واجد ژنوتیپ‌هایی با یک یا سه جایگاه ژنی ناخالص، همان میانهٔ طیف می‌باشد، که دارای ۳ الل بارز و ۳ آلل نهفته در ژنوتیپ افراد است. بنابراین از نظر رخ نمود به گروه **A** شبیه‌تر از گروه **B** است. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: ستونی که تنها یک جایگاه ژنی خالص دارد، یا واجد دو دگرهٔ نهفته است و یا واجد چهار دگرهٔ نهفته است. با توجه به اینکه گروه **A** واجد دو آلل نهفته است، پس ستون واجد چهار دگرهٔ نهفته، مدنظر این گزینه می‌باشد. مطابق نمودار، ذرت‌هایی که چهار دگره نهفته دارند، فراوانی برابری با ذرت‌های واجد دو دگرهٔ نهفته دارند.
گزینهٔ «۳»: در مجاورت گروه **B**، ستون واجد دو آلل بارز و ستون فاقد آلل بارز مشاهده می‌شود. مثلا ژنوتیپ‌های **aabbcc** و **AAbbcc** در هر سه جایگاه ژنی خالص‌اند، اما از نظر رخ نمود هم گروه نیستند و در دو ستون متفاوت قرار دارند.
گزینهٔ «۴»: در گروه مجاور **A**، ستون‌های واجد یک دگرهٔ نهفته و سه دگرهٔ نهفته مشاهده می‌شود. می‌توان در ستون واجد سه دگرهٔ نهفته ژنوتیپ **AaBbCc** را یافت که در هیچ یک از جایگاه‌های ژنی خالص نیست.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۱۰- گزینهٔ «۳»

(مهدی یار سعادتی نیا)

برخی ژن‌ها باید در تمام یاخته‌های هسته‌دار بدن آدمی بیان شوند، مانند ژن پروتئین‌های ریبوزومی یا ژن رنابسپاراز. در بدن انسان سلول‌های گلبول قرمز درون خون فاقد هسته می‌باشند. همچنین یاخته‌های سطحی پوست مرده هستند.
بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: ممکن است این صفت چندجایگاهی باشد و سایر جایگاه‌ها بر روی کروموزوم‌های دیگری قرار داشته باشند.
گزینهٔ «۲»: یاخته‌های پیکری و هسته‌دار بدن، همگی دیپلوئید بوده و قطعاً برای این صفت دگره دارند.
گزینهٔ «۴»: دقت کنید که پروتئین‌های فعال کننده و مهارکننده مخصوص پروکاریوت‌ها می‌باشند.

(انتقال اطلاعات در نسل‌ها) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۴ ، ۴۲، ۴۴)

۱۱- گزینهٔ «۱»

(نیما شکورزاده)

مشخص شدن ساختار اول رشتهٔ پلی‌پپتید در آخرین گام مرحلهٔ طویل شدن فرآیند ترجمه رخ می‌دهد. بعد از اینکه آخرین رنای ناقل وارد جایگاه **A** ریبوزوم شد و با رمزهٔ مکمل خود پیوند هیدروژنی برقرار کرد، پیوند بین آمینواسید و نوکلئوتید رنای ناقل در جایگاه **P** شکسته شده و آخرین آمینواسید به انتهای زنجیرهٔ پلی‌پپتید در جایگاه **A** متصل می‌شود و ساختار اول پلی‌پپتید مشخص می‌شود.
نکته اصلی سوال این است که دقت کنید مشخص شدن ساختار اول زنجیره پلی‌پپتیدی، قبل از شروع مرحله پایان رخ می‌دهد.
بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۲»: آخرین پیوند بین نوکلئوتید و آمینواسید، در مرحلهٔ پایان ترجمه در جایگاه **P** شکسته می‌شود.
گزینهٔ «۳»: آخرین جابه‌جایی رناتن در طول رنای پیک، در آخرین گام مرحلهٔ طویل شدن و پس از افزوده شدن پلی پپتید به رنای ناقل جایگاه **A** و کامل شدن ساختار «۱» زنجیره، رخ می‌دهد.
گزینهٔ «۴»: جایگاه **A** نزدیک‌ترین جایگاه رناتن به رمزهٔ پایان می‌باشد و اشغال آن توسط پروتئین عوامل آزاد کننده در مرحلهٔ پایان رخ می‌دهد.

(پرسان اطلاعات در یافته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۷، ۳۰ و ۳۱)

۱۲- گزینهٔ «۲»

(پویا کرمی)

در فرآیند ترجمه، مرحلهٔ طویل شدن شامل ورود و استقرار رنای ناقل **(tRNA)** به ریبوزوم، انتقال زنجیرهٔ پپتیدی و حرکت ریبوزوم روی **mRNA** (رنای پیک) است. در این مرحله، جایگاه **A** ریبوزوم محل ورود **tRNA** حامل آمینواسید جدید است و جایگاه **P** محل نگه داری زنجیرهٔ در حال ساخت پپتیدی است. زمانی که رشتهٔ پلی‌پپتیدی از رنای ناقل جایگاه **P** جدا شده و به جایگاه **A** می‌رود، می‌توان گفت که رنای ناقل جایگاه **A** واجد زنجیرهٔ پپتیدی است. در این زمان رنای ناقل جایگاه **P** به هیچ آمینواسیدی متصل نیست. بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: صحیح است، دقیقاً در بازهٔ زمانی که در توضیحات گزینهٔ «۲» ارائه شد رنای ناقل جایگاه **P** فاقد آمینواسید است.
گزینهٔ «۳»: صحیح است، بلافاصله پس از حرکت ریبوزوم که هنوز رنای ناقل جدید درون جایگاه **A** استقرار پیدا نکرده است، جایگاه **A** خالی می‌باشد و جایگاه **P** می‌تواند حامل زنجیره پپتیدی باشد.
گزینهٔ «۴»: درست است، مطابق توضیحات گزینهٔ «۲»، زمانی که رشتهٔ پپتیدی در جایگاه **P** قرار دارد، رنای ناقل موجود در جایگاه **A** تنها واجد یک آمینواسید بوده که به آمینواسید دیگری متصل نیست، پس پیوند پپتیدی ندارد.

(پرسان اطلاعات در یافته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲۷، ۲۸ و ۳۰)

۱۳- گزینهٔ «۴»

(وحید زارع)

منظور صورت سوال، باکتری اشرشیاکلای است. بررسی همهٔ موارد:
گزینهٔ «۴»: هر چقدر فاصلهٔ رناتن‌ها از رنابسپاراز در حال انجام رونویسی، کاهش یابد، یعنی رناتن پیشروی بیشتری بر روی رنای پیک انجام داده و کدون‌های بیشتری را ترجمه کرده است. در نتیجه تعداد آمینواسیدهای قرارگرفته در رشتهٔ پپتیدی در حال ساخت، افزایش می‌یابد و رشتهٔ پلی‌پپتیدی طویل‌تر می‌شود!
گزینهٔ «۱»: آنزیم رنابسپاراز به منظور رونویسی از ژن‌های مربوط به ساخت پروتئین‌ها، هر دو رشتهٔ مربوط به ژن (رشتهٔ الگو و رمزگذار) را در بر می‌گیرد. دقت داشته باشید که مولکول دنا در این یاخته‌ها، حلقوی است؛ نه خطی!
گزینهٔ «۲»: هر چقدر رنای پیک در حال رونویسی به توالی پایان رونویسی نزدیک‌تر باشد، رنای طویل‌تری تولید شده و تعداد رناتن‌های متصل به رنای پیک، بیشتر هستند.
گزینهٔ «۳»: رنای ناقل و آمینواسید متصل به آن، در زیرواحد بزرگ (نه کوچک) رناتن مشاهده می‌شوند. بنابراین رشتهٔ پپتیدی در حال ساخت نیز، تنها در سمت زیر واحد بزرگ رناتن مشاهده می‌شود.

(پرسان اطلاعات در یافته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۱۴- گزینهٔ «۲»

(نیما شکورزاده)

یکی از روش‌های تنظیم بیان ژن در مراحل غیررونویسی یوکاریوت‌ها، در سطح فام‌تنی است. یاخته می‌تواند با تغییر در میزان فشردگی فام‌تن در بخش‌های خاصی، دسترسی رنابسپاراز را به ژن موردنظر تنظیم کند و به طور معمول بخش‌های فشردهٔ فام‌تن کمتر در دسترس رنابسپارازها قرار می‌گیرند؛ پس با افزایش میزان فشردگی کروموزوم، میزان رونویسی و در نتیجهٔ آن میزان تولید پروتئین کاهش می‌یابد.
بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینهٔ «۱»: توالی‌های افزاینده متفاوت از راه‌انداز هستند و ممکن است در فاصلهٔ دوری از ژن قرار داشته باشند. با کنار هم قرارگیری عوامل رونویسی، دو توالی افزاینده

و راه انداز نیز به یکدیگر نزدیک می‌گردند. با افزایش سرعت رونویسی، تعداد رنای پیک تولید شده و به تبع آن میزان پروتئین تولیدشده افزایش خواهد یافت.

گزینهٔ «۳»: در یوکاریوتها تنظیم بیان ژن می‌تواند پیش از رونویسی یا پس از آن هم انجام شود. اتصال بعضی رناهای کوچک مکمل به رنای پیک مثالی از تنظیم بیان ژن پس از رونویسی است. با اتصال این رناها، از کار ریبوزوم جلوگیری می‌شود. در نتیجه، عمل ترجمه متوقف و رنای ساخته شده پس از مدتی تجزیه می‌شود، پس میزان تولید پروتئین کاهش می‌یابد. دقت کنید که در یوکاریوت‌ها، رنای پیک توسط رنابسپاراز ۲ و رنای ناقل توسط رنابسپاراز ۳ تولید می‌شود.

گزینهٔ «۴»: هم در پروکاریوت‌ها و هم در یوکاریوت‌ها، برای پروتئین‌هایی که به مقدار بیشتری مورد نیازند، ساخت پروتئین‌ها، به طور هم زمان و پشت سر هم توسط مجموعه‌ای از ریبوزوم‌ها انجام می‌شود تا تعداد پروتئین بیشتر در واحد زمان ساخته شود. در این مجموعه، ریبوزوم‌ها مانند دانه‌های تسبیح و رنای پیک شبیه نخی است که از درون این دانه‌ها می‌گذرد. همکاری جمعی ریبوزوم‌ها به پروتئین‌سازی سرعت بیشتری می‌دهد.

(جریان اطلاعات در یافته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۲، ۳۵ و ۳۶)

۱۵- گزینهٔ «۲»

(امیررضا یوسفی)

دو روش تنظیم مثبت و منفی رونویسی در باکتری اشرشیاکلای در کتاب درسی بررسی شده است. بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در خصوص هر ۲ نوع تنظیم صحیح است. توالی که توسط رنابسپاراز رونویسی می‌شود، یک توالی سه ژنی بوده و رنای پیک حاصل از آن واجد رونوشت سه ژن می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: در تنظیم مثبت، پروتئین فعال کننده به دنا (نوکلئیک اسید) و مالتوز (کربوهیدرات) و رنابسپاراز (پروتئین) متصل می‌شود. اما در تنظیم منفی، پروتئین مهارکننده در کل به دو نوع مولکول زیستی یعنی دنا (نوکلئیک اسید) و لاکتوز (کربوهیدرات) متصل می‌شود.

گزینهٔ «۳»: رونوشت توالی پایان رونویسی در انتهای رنا مشاهده می گردد.در هر دو نوع تنظیم بیان ژن این توالی بر روی ژن سوم مربوط به تولید آنزیم تجزیه کننده نوعی دی ساکارید قرار گرفته است.

گزینهٔ «۴»: دقت کنید که فروکتوز در هیچ‌کدام از روش‌های تنظیم رونویسی این باکتری نقش ندارد. تنظیم مثبت به واسطه مالتوز و تنظیم منفی به واسطه لاکتوز (که هر دو نوعی دی ساکارید هستند) انجام می‌شود.

(جریان اطلاعات در یافته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۱۶- گزینهٔ «۲»

(حسین سرخانی)

گزینهٔ «۲»: براساس شکل‌های مختلف کتاب درسی که رونویسی را نشان داده‌اند، رنای در حال تولید خمیده می‌شود. (درست)

گزینهٔ «۳» مطابق شکل ۳ صفحهٔ ۲۵ زیست ۳، در رابطه با مقایسهٔ ژن «۲» و «۳» راه اندازها در کمترین فاصله از هم قرار دارند. (نادرست)

گزینهٔ «۴» مطابق شکل ۳ صفحهٔ ۲۵ زیست ۳، در رابطه با مقایسه ژن «۱» و «۲» صدق نمی‌کند. (نادرست)

(جریان اطلاعات در یافته) (زیست‌شناسی ۳، صفحه ۲۵)

۱۷- گزینهٔ «۱»

(امیرمهدی قروسی)

منظور از صورت سوال فرایند رونویسی و تولید مولکول رنا است.

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: رنابسپاراز باید پیوند هیدروژنی بین دو رشتهٔ دنا را تخریب کند.

گزینهٔ «۲»: رنابسپاراز توانایی شکستن پیوند فسفودی استر را ندارد، اما هنگام اضافه کردن نوکلئوتید به رنای در حال ساخت، باید دو فسفات از نوکلئوتید را جدا کند و این یعنی شکستن پیوند اشتراکی!

گزینهٔ «۳»: طبق متن کتاب درسی در صفحهٔ ۲۳ زیست دوازدهم و صفحهٔ ۸۴ زیست‌شناسی یازدهم، هر دوی این فرایندها، فرایندی پیوسته هستند.

گزینهٔ «۴»: با توجه به شکل ۱ صفحهٔ ۲۲ زیست‌شناسی دوازدهم جهت حرکت و خروج رنای در حال ساخت با فلش مشخص شده که برخلاف آنزیم رنابسپاراز که به سمت راست می‌رود، این رشته به سمت چپ در حال خروج از حباب رونویسی است.

(جریان اطلاعات در یافته)

(زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۱۸ ، ۲۲ ، ۲۳) (زیست شناسی۲، صفحه ۸۴)

۱۸- گزینهٔ «۱»

(ماهان علیان مقدم)

این سوال در ارتباط با آزمایشات ایوری مطرح شده است؛ پژوهش ایوری خود شامل سه آزمایش مختلف می‌باشد. دقت کنید گریفیت در جهت کشف عامل اصلی انتقال اطلاعات وراثتی آزمایشی انجام نداد، بلکه قصد اصلی او کشف واکسن آنفلوانزا بود.

در آزمایش دوم ایوری، از سانتریفیوژ با سرعت بالا استفاده شد و پس از جدا کردن مواد به صورت لایه لایه، با اضافه کردن جداگانهٔ هر لایه به محیط کشت باکتری بدون پوشینه، تنها در محیط کشت حاوی دنا انتقال صفت صورت گرفت. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: ایوری در آزمایشات خود، از موش استفاده نکرد!

گزینهٔ «۳»: طبق متن کتاب درسی، در آزمایشات ایوری از باکتری پوشینه‌دار کشته شده برای استخراج عصاره استفاده شد.

گزینهٔ «۴»: همانطور که در پاسخ گزینهٔ دو اشاره شد، ایوری در آزمایشات خود از موش استفاده نکرد.

(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۹- گزینهٔ «۴»

(پویا کرمی)

رشتهٔ پلی نوکلئوتیدی ساخته شده توسط آنزیم دنابسپاراز، واجد دئوکسی ریبونوکلئوتید است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: تشکیل پیوند هیدروژنی بین نوکلئوتید رشتهٔ الگو و نوکلئوتید مکمل آن، به صورت خود به خودی و بدون دخالت آنزیم انجام می‌شود.

گزینهٔ «۲»: همانطور که در شکل‌های کتاب درسی مشخص است، هم رشتهٔ پلی نوکلئوتیدی دنا و هم رشتهٔ پلی نوکلئوتیدی رنا، می‌توانند حالت مارپیچی داشته باشند.

گزینهٔ «۳»: رنا از روی بخشی از یک رشته دنا ساخته می‌شود. پس واضحاً این عبارت برای آنزیم رنابسپاراز صحیح نیست. همچنین اگر صورت سوال را با دقت بخوانید، به یک آنزیم دنابسپاراز اشاره کرده است. دقت کنید که چندین آنزیم دنابسپاراز کنار هم فعالیت می‌کنند تا کل نوکلئوتیدهای رشتهٔ الگو همانندسازی شوند. پس یک آنزیم دنابسپاراز تنها بخشی از نوکلئوتیدهای رشتهٔ الگو را همانندسازی می‌کند، نه کل آن‌ها را!

(جریان اطلاعات در یافته) (زیست‌شناسی ۳، صفحهٔ۵، ۱۱، ۱۲ و۲۴)

۲۰- گزینهٔ «۲»

(نیما شکورزاده)

بررسی همهٔ موارد:

الف) ابتدا دناهای دارای چگالی سبک ایجاد شدند و سپس با گریزانه دنای استخراج شده از باکتری‌ها، دو نوار در لوله مشاهده شد، که نوار بالایی واجد همین دناهای سبک بود.

ب) تنها در آخرین مرحلهٔ سانتریفیوژ (دقیقه ۴۰) دو نوار در یک لولهٔ سانتریفیوژ شده مشاهده شد. در مرحلهٔ دوم، نوکلئوتیدهایی با چگالی‌های غیریکسان با پیوند هیدروژنی به یکدیگر پیوستند و دنایی با چگالی متوسط ایجاد کردند.

ج) چگالی رشتهٔ پلی نوکلئوتید متفاوت از چگالی مولکول DNA است. در آزمایش مزلسون و استال، رشته‌ها یا چگالی سبک دارند (^{14}N) یا چگالی سنگین (^{15}N)! قرارگیری یک رشتهٔ سبک در کنار یک رشتهٔ سنگین باعث تشکیل دنایی با چگالی متوسط خواهد شد!

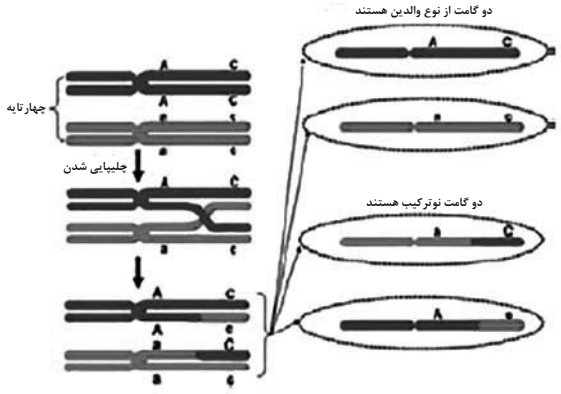
(مولکول‌های اطلاعاتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های۹ و۱۰)

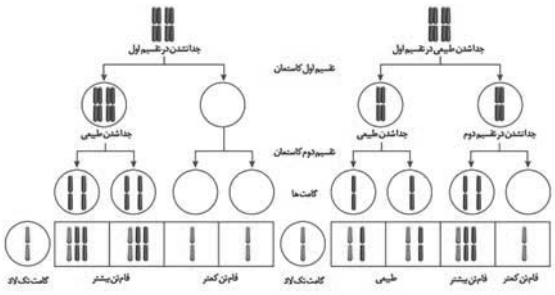
آزمون ۳۰آذر زیست قلمچی ۱۴۰۴

۱- گزینهٔ «۳»

(فاطمه خوشحال)

تعبیر صورت سؤال به کراسینگ‌اور اشاره دارد. در کراسینگ‌اور، اگر قطعات مبادله شده حاوی دگره‌های متفاوتی باشند، دو گامت نوترکیب و دو گامت والدی خواهیم داشت (نکتهٔ کنکور تیر ۱۴۰۲) و اگر قطعات مبادله شده حاوی دگره‌های یکسانی باشند، چهار گامت والدی و طبیعی خواهیم داشت؛ اما همان‌طور که در شکل کتاب درسی مشاهده می‌کنید، اگر جدا نشدن فام‌تن‌ها در میوز ۱ رخ دهد، گامت طبیعی تولید نخواهد شد.





بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: کاستمان ۱ نوعی تقسیم کاهشی است. جلیپایی شدن (کراسینگ‌اور) در کاستمان ۱ هنگام جفت شدن فام‌تن‌های همتا و ایجاد چهارتایه (مرحلهٔ پروفاز) رخ می‌دهد. گوناگونی دگره‌ای در گامت‌ها نیز به آرایش متافازی چهارتایه‌ها در کاستمان ۱ بستگی دارد. هر دوی این مراحل قبل از مرحلهٔ آنافاز ۱ اتفاق می‌افتند.

گزینهٔ «۲»: چلیپایی شدن با شکست و تشکیل پیوند فسفودی‌استر همراه است که متشکل از ۲ پیوند قند – فسفات است. در فرایند تشکیل دوپار تیمین، دو پیوند بین دو باز تیمین متوالی تشکیل می‌شود. طبق سوال ۱۵ کنکور تیر ۱۴۰۳ این پیوندها در نزدیکی توالی قند – فسفات قرار دارند.

گزینهٔ «۴»: طبق نظر سؤال ۳۸ کنکور تیر ۱۴۰۳، همهٔ سازوکارهایی که با وجود انتخاب طبیعی، گوناگونی را تداوم می‌بخشند، فراوانی دگره‌های جمعیت را تغییر می‌دهند. در فرایند شارش ژن نیز در واقع تعدادی از دگره‌های جمعیت مبدأ به جمعیت مقصد وارد می‌شود و فراوانی دگره‌ها تغییر می‌کند.

(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶ و۶۱)

۲- گزینهٔ «۲»

(علی کنجی)

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: شارش جز عوامل برهم‌زننده تعادل است و در گونه‌زایی دگرمیهنی رخ نمی‌دهد و متوقف شده است.

گزینهٔ «۲»: در گونه‌زایی هم‌میهنی با وقوع خطای میوزی که نوعی جهش محسوب می‌شود گونه‌زایی رخ می‌دهد.

گزینهٔ «۳»: در گونه‌زایی هم‌میهنی افراد دوگونه نمی‌توانند با هم آمیزش موفق داشته باشند.

گزینهٔ «۴»: شارش ژن در گونه‌زایی دگرمیهنی صورت نمی‌گیرد. بنابراین توقف شارش ژن در گونه‌زایی دگرمیهنی دیده می‌شود.

(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

۳- گزینهٔ «۱»

(مزدا شکوری)

الف) نادرست، اگر جهش از نوع واژگونی باشد ممکن است موقعیت سانترومر تغییر نکند.

ب) نادرست، اگر برای هر دو فام‌تن جهش جابه‌جایی روی یک فام‌تن رخ دهد، مقدار ماده ژنتیک تغییر نمی‌کند.

ج) نادرست، دقت کنید کراسینگ‌اور نیز بین ۲ فام‌تن همتا رخ می‌دهد و طول ۲ فام‌تن تغییر نمی‌کند.

د) نادرست، منظور جهش واژگونی و نوعی جابه‌جایی است که طول فام‌تن تغییر نمی‌کند در این حالت در واژگونی ممکن است بیان ژن‌هایی که به‌صورت برعکس به آن فام‌تن وصل شده‌اند نسبت به فام‌تن اولیه متفاوت شود. پس توالی رناها متفاوت خواهد شد.

(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۵۰، ۵۱ . ۵۶)

۴- گزینهٔ «۲»

(وحید زارع)

جهش‌هایی که رمزهٔ آغاز را جلوتر ببرند یا رمزهٔ پایان را نزدیک‌تر بیاورند، موجب کاسته شدن تعداد آمینواسیدهای موجود در زنجیرهٔ پلی پپتیدی می‌شوند. بنابراین در اثر این جهش نیز، مولکول رنای‌پیک حاصل از رونویسی ژن قطعاً تغییر می‌کند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: دقت کنید که جهشی که موجب کاسته شدن تعداد آمینواسیدهای موجود در رشتهٔ پلی‌پپتیدی می‌شود، لزوماً جهش حذف نیست. در جهش حذف، از تعداد واحدهای نوکلئوتیدی موجود در ژن کاسته می‌شود.

گزینهٔ «۳»: دقت کنید که برای رونویسی از ژن پروتئین در دنای خطی از رنابسپاراز دو استفاده می‌شود.

گزینهٔ «۴»: دقت کنید هنگام تشکیل پیوند پپتیدی مولکول آب تولید می‌شود. (نه مصرف)

(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های۴۸ تا۵۰)

۵- گزینهٔ «۳»

(علیرضا امیراحمدی)

الف) انتخاب طبیعی به علت کاهش تنوع موجب کاهش توان بقا در شرایط محیطی متغیر می‌شود.

ب) در این جهش والین به‌جای یک گلوتامیک‌اسید می‌آید.تغییر در یک نوکلئوتید را شاهد هستیم و درضمن زنجیره بتا درست است.

ج) مارپیتون از تغییر سوسمار به‌وجود آمده نه برعکس

د) منظور ساختار آنالوگ است اما ساختارهای همتا این خویشاوندی را توجیه می‌کنند.

(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۸، ۵۳، ۵۸ و ۵۹)

۶- گزینهٔ «۴»

(وحید زارع)

منظور از عاملی که باعث ایجاد تغییر دائم در مادهٔ وراثتی می‌شود. جهش است. جهش قادر است تا بر افراد جمعیت اثر بگذارد و ویژگی‌های آنان را تغییر دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: دو عامل جهش و شارش ژن می‌توانند تنوع اللی را در جمعیت افزایش می‌دهند. (نه همواره)

گزینهٔ «۲»: رانش دگره‌ای می‌تواند در نتیجهٔ بروز حوادث طبیعی مانند سیل و زلزله رخ دهد. هرچه جمعیت کوچک‌تر باشد اثر رانش نیز بیشتر خواهد بود. توجه داشته باشید که رانش دگره‌ای فراوانی نسبی دگره‌ها را تغییر می‌دهد. ولی هنگامی که تعادل به‌هم می‌خورد، فراوانی نسبی برخی دگره‌ها کاهش و فراوانی برخی دیگر افزایش پیدا می‌کند.

گزینهٔ «۳»: منظور این گزینه آمیزش تصادفی است که سبب افزایش شباهت میان افراد جمعیت نمی‌شود.

(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های۵۴ و۵۵)

۷- گزینهٔ «۲» *(حامد حسین‌پور)*

موارد (الف) و (د) صحیح هستند. به کل محتوای مادهٔ وراثتی، ژنگان گفته می‌شود که برابر است با مجموع محتوای مادهٔ وراثتی هسته‌ای و سیتوپلاسمی.

بررسی همهٔ موارد:

الف) یاختهٔ اسپرما توگونی به دلیل داشتن کروموزوم Y نسبت به اووگونی که آن را ندارد، کروموزوم‌های متنوع‌تری در ژنگان خود دارد.

ب) تنوع کروموزومی هر دو نوع یاخته در یک فرد، مشابه هم است.

ج) هر دو یاخته فاقد هسته و اندامک هستند، بنابراین محتوای وراثتی دنایی ندارند.

د) یاختهٔ نگهبان روزنه دارای دنای هسته‌ای، دنای میتوکندریایی و دنای کلروپلاستی است اما یاختهٔ مریستمی دارای دنای هسته‌ای و دنای میتوکندریایی است.

(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۵۱)

۸- گزینهٔ «۱» *(محمدعلی اسمعیلی)*

سه گزاره در مورد یوکاریوت‌ها صحیح است و دو گزاره در مورد پروکاریوت‌ها صحیح است. بررسی موارد:

الف) طبق متن کتاب انتخاب طبیعی افراد سازگارتر با محیط را بر می‌گزیند و از فراوانی دیگر افراد می‌کاهد به این ترتیب خزانهٔ ژن نسل آینده دستخوش تغییر می‌شود. (این گزاره هم در مورد پروکاریوت‌ها صحیح است هم در مورد یوکاریوت‌ها)

ب) دقت کنید که گوناگونی دگره‌ای در مرحلهٔ متافاز تقسیم کاستمان رخ می‌دهد نه تقسیم رشتمان (این گزاره در مورد هیچ‌یک از گروه‌ها صحیح نیست.)

ج) دقت کنید که در عبارت ذکر شده انواع رنابسپاراز، که طبق متن کتاب پروکاریوت‌ها یک نوع رنابسپاراز دارند و یوکاریوت‌ها سه نوع بنابراین این گزاره فقط در مورد یوکاریوت‌ها صحیح است.

د) طبق متن کتاب تأثیر جهش به عوامل مختلفی بستگی دارد یکی از این عوامل محل وقوع جهش در ژنگان است ژنگان معادل محتوای مادهٔ وراثتی هسته و سیتوپلاسم است. به بیان دیگر ژن‌های درون میتوکندری یوکاریوت‌ها نیز جزئی از ژنگان هستند. بنابراین جهشی در ژن‌های سیتوپلاسمی یوکاریوت همانند جهش در کروموزوم پروکاریوت‌ها ممکن است منجر به بهبود عملکرد و در نتیجه بیشتر زنده ماندن آن جاندار شود. (در مورد هر دو گروه یوکاریوت‌ها و پروکاریوت‌ها صحیح است.)

(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۹، ۵۱، ۵۴، ۵۵ و ۵۶)

۹- گزینهٔ «۴» *(محمدامین بیگی)*

با جهش در توالی اپراتور، ساختار سوم آنزیم رنابسپاراز بدون تغییر باقی می‌ماند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در صورت وقوع جهش ، تشکیل پیوند فسفودی‌استر بین نوکلئوتیدهای قبل و بعد از محل حذف صورت می‌گیرد.

گزینهٔ «۲»: با توجه به شکل ۳ کتاب درسی، کاهش تعداد آمینواسیدها در زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی می‌تواند به‌دنبال وقوع جهش تغییر چارچوب صورت بگیرد.

گزینهٔ «۳»: باکتری‌ها دارای تنها یک کروموزوم اصلی در سیتوپلاسم خود هستند و به دلیل عدم وجود کروموزوم همتا برای آن، امکان وقوع جهش مضاعف شدن در فام‌تن اصلی آن‌ها وجود ندارد.

(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۳۴، ۴۸ تا ۵۱)

۱۰- گزینهٔ «۴» *(محمدامین بیگی)*

جدایی تولیدمثلی در هر نوع گونه‌زایی صورت می‌گیرد. اما جدایی جغرافیایی تنها در بروز گونه‌زایی دگرمیهنی مؤثرند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: جهش‌های بزرگ (فام‌تنی) با بررسی کاریوتیپ قابل تشخیص‌اند. امکان وقوع جهش در هر دو نوع گونه‌زایی وجود دارد.

گزینهٔ «۲»: گونه‌زایی هم‌میهنی بین افراد یک زیستگاه (در یک بوم‌سازگان) صورت می‌گیرد. در گونه‌زایی دگرمیهنی نیز سد جغرافیایی بین افراد یک جمعیت (ساکن در یک بوم‌سازگان) ممکن است، صورت بگیرد.

گزینهٔ «۳»: در صورت ایجاد زاده‌های زیستا (و زایا) امکان تولیدمثل وجود دارد.

(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

۱۱- گزینهٔ «۲» *(محمدعلی حیدری)*

هنگامی‌که رفتار انتخاب جفت در یک جمعیت انجام شود، بدین معناست که آمیزش غیرتصادفی صورت گرفته که وابسته به فنوتیپ یا ژنوتیپ افراد جمعیت بوده و سبب تغییر ژن نمودها در خزانهٔ ژنی جمعیت می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: دقت داشته باشید که تغییر در فراوانی دگره‌ای، لزوماً سبب تغییر در توالی آمینواسیدها نمی‌شود.

گزینهٔ «۳»: عوامل متعددی در افزایش تنوع در جمعیت مؤثر هستند که دوتای آن‌ها جهش و شارش ژنی هستند که از عوامل برهم‌زنندهٔ تعادل هستند. اما دقت داشته باشید که عامل نوترکیبی نیز در افزایش تنوع نقش دارد.

گزینهٔ «۴»: توجه داشته باشید که در فرایند کراسینگ‌اور، قطعات کروموزومی میان کروماتیدهای غیرخواهری کروموزوم‌های همتا صورت گرفته و سبب تشکیل گامت نوترکیب می‌شود.

(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌ها ۴۸، ۴۹، ۵۳ تا ۵۶)

۱۲- گزینهٔ «۴» *(فاطمه خوشحال)*

این بیماری همان کم‌خونی ناشی از گویچه‌های قرمز داسی‌شکل است.

بررسی همهٔ موارد:

الف) این تغییر ژنی باعث تغییر شکل پروتئین هموگلوبین می‌شود که نتیجه آن تغییر شکل گویچه قرمز از حالت گرد به داسی‌شکل است.

ب) در رشتهٔ الگوی هموگلوبین طبیعی، در محل مربوط به رمز ششمین آمینواسید، توالی CTT وجود دارد. به علت کنار هم قرارگیری دو تیمین، امکان تشکیل دوپار تیمین وجود دارد.

ج) گویچه‌های قرمز افراد ناخالص فقط هنگامی داسی‌شکل می‌شوند که مقدار اکسیژن محیط کم باشد. هنگام کاهش مقدار اکسیژن خون، ترشح هورمون اریتروپویتین در همهٔ افراد افزایش می‌یابد که این حالت در کم‌خونی، بیماری‌های تنفسی و قلبی، ورزش‌های طولانی یا قرار گرفتن در ارتفاعات، ممکن است رخ دهد.

د) طبق کنکور ۱۴۰۱، منظور از فرد کاملاً سالم همان فرد سالم و خالص است. پس فام‌تن‌های همتا برای این ژن الل مشابهی (Hb^A) دارند و در اثر وقوع کراسینگ‌اور، گامت نوترکیب تشکیل نمی‌شود.

(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۸ و ۵۶)

۱۳- گزینهٔ «۴» *(متین رحیمی)*

نوترکیبی حاصل از چلیپایی شدن یکی از عوامل تداوم گوناگونی در جمعیت‌ها و افزایش توان بقای آن است. دقت کنید حتی بدون توجه به شکل هم میتوان به این سوال پاسخ داد گاهی طراح کنکور سوال را پیچیده می کند ولی بطن سوال ساده و خط کتاب درسی است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: انگل مالاریا می‌تواند وارد بدن این شخص شود اما فرد مورد نظر مبتلا نمی‌شود.

گزینهٔ «۲»: گامت‌های Hb^Ad و Hb^SD گامت‌های نوترکیب هستند.

گزینهٔ «۳»: این دگره فقط در مناطق مالاریاخیز نوعی دگره مناسب برای انتخاب طبیعی است. در حالی‌که افراد مبتلا به کم‌خونی داسی‌شکل را می‌توان در هر منطقه‌ای دید.

(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های۵۵و ۵۶)

۱۴- گزینهٔ «۱» *(فاطمه خوشحال)*

در مطالعات مولکولی می‌توان بررسی کرد که کدام ژن‌ها در بین گونه‌ها مشترک‌اند و کدام ژن‌ها ویژگی‌های خاص یک گونه را باعث می‌شوند.

توالی‌هایی از دنا را که در بین گونه‌های مختلف دیده می‌شوند توالی‌های حفظ شده می‌نامند. هرچه بین دنای دو جاندار شباهت بیشتری وجود داشته باشد، خویشاوندی نزدیک‌تری دارند. از خویشاوندی موجودات زنده در رده‌بندی هم استفاده می‌شود. بررسی سایرگزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: ساختارهای آنالوگ نشان می‌دهند که برای پاسخ به یک نیاز، جانداران به روش‌های مختلفی سازش پیدا کرده‌اند. ساختارهای همتا خویشاوندی گونه‌ها را نشان می‌دهند.

گزینهٔ «۳»: در تشریح مقایسه‌ای اجزای پیکر جانداران گونه‌های مختلف با یکدیگر مقایسه می‌شود. مقایسهٔ اندام حرکتی جلویی در مهره‌داران مختلف، از طرح ساختاری یکسان حکایت دارد؛ نه همهٔ جانداران!

گزینهٔ «۴»: سنگواره‌ها نشان می‌دهند که در زمان‌های مختلف، زندگی به شکل‌های مختلفی جریان داشته است. شواهد سنگواره‌ای نشان می‌دهند که درخت گیسو در ۱۷۰ میلیون سال پیش هم وجود داشته است؛ نه اینکه به‌وجود آمده است. *(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۵۷ تا۵۹)*

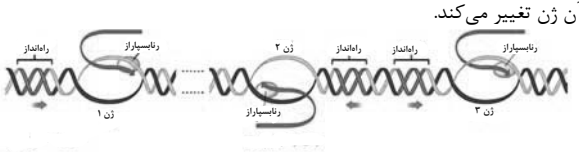
۱۵- گزینهٔ «۴»

(محمدرضا دانشمندی)

جهش‌های بزرگ شامل جهش‌های عددی و ساختاری (حذف، مضاعف شدن، جابه‌جایی و واژگونی) می‌باشند. بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در جهش مضاعف شدن ممکن است دو الل یکسان مربوط به یک ژن، در یک کروموزوم تک‌کروماتیدی قرار بگیرند.

گزینهٔ «۲»: در جهش واژگونی، جایگاه رشته الگو و رمزگذار در یک ژن به خاطر واژگونی تغییر می‌کند و در نتیجه طبق شکل زیر، جهت رونویسی نیز در آن ژن تغییر می‌کند.



گزینهٔ «۳»: در جهش‌های عددی، شکستن پیوند فسفودی‌استر اتفاق نمی‌افتد.

گزینهٔ «۴»: طبق تعریف جهش، هر جهش با تغییر پایدار در مادهٔ وراثتی همراه است. *(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۲۵، ۴۸، ۵۰ و ۵۱)*

۱۶- گزینهٔ «۳»

(سپهر پاشاپور)

جهش حذف باعث کم شدن تعداد نوکلئوتید و در نتیجه کوتاه شدن زمان همانندسازی و رونویسی همراه است، این جهش می‌توان باعث تغییر در چارچوب خواندن شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: جهش جانشینی می‌تواند با تبدیل کردن رمزه پایان به رمزه یک آمینواسید باعث افزایش طول پلی‌پپتید شود.

گزینهٔ «۲»: دقت کنید که جهش در توالی‌های تنظیمی و بین ژنی و همچنین جهشی که یک رمزه پایان را به رمزه پایان دیگری تبدیل کند، تغییری در توالی آمینواسیدی ایجاد نمی‌کنند.

گزینهٔ «۴»: جهش در توالی‌های تنظیمی مثل راه‌انداز و افزاینده می‌تواند باعث افزایش میزان رونویسی از یک ژن شود، که افزاینده می‌تواند در فاصله‌ای دور از ژن قرار داشته باشد.

(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های ۴۸، ۴۹ و ۵۱)

۱۷- گزینهٔ «۲»

(محمدصالح بلوچی)

کار یکسان اما طرح ساختاری متفاوت: ساختارهای آنالوگ

ساختاری یکسان: ساختارهای همتا (همولوگ)

بال کبوتر و باله دلفین جزو ساختارهای همتا و غیر هم کار هستند که برخلاف ساختارهای آنالوگ برای رده‌بندی جانداران به‌کار می‌روند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: دست انسان و دست شامپانزه جزو ساختارهای همتا از نوع هم‌کار هستند.

گزینهٔ «۳»: پای ملخ و پای قورباغه کار یکسانی دارند.

گزینهٔ «۴»: پای جیرجیرک و پای مونارک ساختار یکسانی دارند.

(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحهٔ ۵۸)

۱۸- گزینهٔ «۳»

(داخل کشور ۱۴۰۱)

با توجه به این‌که گویچه های قرمز پدر و مادر در اکسیژن کم داسی شکل می شوند، می توان نتیجه گرفت پدر و مادر ناخالص هستند و به شکل Hb^SHb^A می‌باشند.

مورد اول) امکان تولد دختری با ژنوتیپ ناخالص Hb^SHb^A وجود دارد که به بیماری مالاریا مقاوم است.

مورد دوم) امکان تولد دختر سالم با ژنوتیپ خالص Hb^AHb^A وجود دارد که در معرض خطر ابتلا قرار دارد.

مورد سوم) امکان تولد پسری با ژنوتیپ Hb^AHb^S وجود دارد که ژنوتیپ شبیه مادر دارد اما کاملاً سالم محسوب نمی شوند.

مورد چهارم) امکان تولد پسری با ژنوتیپ Hb^SHb^S وجود دارد که گویچه های داسی شکل دارد و ژنوتیپی متفاوت از پدر خود دارد.

(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست‌شناسی ۳، صفحه۵۶)

۱۹- گزینهٔ «۱»

(کنکور دی ماه ۱۴۰۱)

منظور صورت سوال، انتخاب طبیعی می‌باشد که باعث می‌شود در گذر زمان جمعیت غیرمقاوم باکتری‌ها به جمعیت مقاوم در پاسخ به پادزیست (پاسخ به محیط) تبدیل شوند. می‌دانیم که انتخاب طبیعی برخلاف نوترکیبی، میزان تنوع و گوناگونی را در جمعیت کاهش می‌دهد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲» می‌دانیم که انتخاب طبیعی، بر روی جمعیت مؤثر است؛ نه افراد! از طرفی بعضی جهش ها، اثری بر روی رخ نمود ندارند؛ مثلاً جهش خاموش بر روی رخ‌نمود افراد اثری ندارد.

گزینهٔ «۳»: رانش، انتخاب طبیعی، جهش و نوترکیبی عواملی هستند که می‌توانند در بروز گونه‌زایی دگر میهنی (جدایی تولیدمثلی افراد یک گونه) مؤثر باشند. البته در ابتدا بروز جدایی جغرافیایی باعث جدایی تولیدمثلی می‌شود و در ادامه این عوامل نیز اثرگذار هستند.

گزینهٔ «۴» آمیزش تصادفی، فراوانی نسبی دگره‌ها را تغییر نمی‌دهد زیرا یکی از شروط برقراری تعادل در جمعیت است. اما انتخاب طبیعی فراوانی نسبی دگره‌های جمعیت را تغییر می‌دهد و باعث برهم زدن تعادل در جمعیت می‌شود.

(تغییر در اطلاعات وراثتی) (زیست شناسی ۳ ، صفحه‌های ۵۳ تا۵۶)

۲۰- گزینهٔ «۲»

(علی اکبر شاه حسینی)

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱» لفظ ژن‌های مشترک برای مطالعات مولکولی است.

گزینهٔ «۲» از ساختارهای همتا می‌توان برای رده‌بندی جانداران مختلف استفاده کرد.

گزینهٔ «۳» ارتباط بین دست انسان و باله جلویی دلفین (نوعی جانور آبزی) مختص اندام‌های همتا است.

گزینهٔ «۴» برای تشریح مقایسه‌ای هم از ساختارهای همتا و هم از ساختارهای آنالوگ استفاده می‌شود.

(تغییر در اطلاعات وراثتی)(زیست‌شناسی ۳، صفحه‌های۵۸ و ۵۹)

۱- **مطابق با اطلاعات کتاب درسی، همانندسازی دِنا (DNA) با دقت زیادی انجام می‌شود. این دقت تا حدود زیادی مربوط به کدام مورد زیر می‌باشد؟**

۱) آنزیم هلیکاز، مارپیچ دِنا و دو رشتهٔ آن را به تدریج باز می‌کند.

۲) عاملی که منجر به یکسان شدن قطر دِنا در سراسر آن می‌شود.

۳) فعالیتِ آنزیم دِنابسپاراز که تنها با مصرف مولکول‌های آب همراه است.

۴) نوکلئوتیدها در زمان اتصال به رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی، دو فسفات خود را از دست می‌دهند.

پاسخ: گزینهٔ ۲ — **آسان ـ حفظی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک**

بررسی سریع

۱	باز شدن مارپیچ دِنا توسط آنزیم هلیکاز ارتباطی با دقت زیاد همانندسازی ندارد.
۲	دقت زیاد همانندسازی، تا حدود زیادی مربوط به رابطهٔ مکملی بین بازهای آلی است.
۳	تنها بخشی از دقت زیاد همانندسازی مربوط به فعالیت نوکلئازی آنزیم دِنابسپاراز می‌باشد.
۴	جدا شدن دو فسفات از نوکلئوتیدهای سه‌فسفاته، ارتباطی با دقت زیاد همانندسازی ندارد.

پاسخ تشریحی

همانندسازی دِنا با دقت زیادی انجام می‌شود. این دقت تا حدود زیادی مربوط به رابطهٔ مکملی بین بازهای آلی است. قرارگیری جفت بازهای مکمل در مقابل یکدیگر، باعث می‌شود که قطر مولکول دِنا در سراسر آن یکسان باشد، زیرا بازهای تک‌حلقه‌ای در مقابل بازهای دوحلقه‌ای قرار می‌گیرند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) باز شدن مارپیچ و دو رشتهٔ دِنا توسط آنزیم هلیکاز، ارتباطی با دقت زیاد همانندسازی دِنا ندارد.

۳) آنزیم دِنابسپاراز در فعالیت نوکلئازی خود، تنها پیوند اشتراکی را می‌شکند و مولکول آب مصرف می‌کند. این فعالیت آنزیم دِنابسپاراز، تنها مربوط به بخشی از دقت زیاد همانندسازی می‌باشد و این دقت زیاد تا حدود زیادی مربوط به رابطهٔ مکملی بین بازهای آلی است.

۴) جدا شدن دو فسفات از نوکلئوتیدهای سه‌فسفاته و قرارگیری نوکلئوتید تک‌فسفاته در رشتهٔ درحال ساخت ارتباطی با دقت زیاد همانندسازی ندارد.

کلاس درس: آنزیم‌های مؤثر در همانندسازی



۲- **مطابق با مطالب کتاب درسی، درخصوص نوکلئوتیدهای قابل مشاهده در هستهٔ یاختهٔ سازندهٔ هورمون انسولین، کدام دسته از نوکلئوتیدها، از تنوع بیشتری برخوردار هستند؟**

۱) نوکلئوتیدهایی که یک حلقهٔ پنج کربنی در ساختار خود دارند.

۲) نوکلئوتیدهایی که تنها یک پیوند بین گروه‌های فسفات خود دارند.

۳) نوکلئوتیدهایی که دارای پیوند اشتراکی بین قند پنج کربنی و باز سیتوزین هستند.

۴) نوکلئوتیدهایی که تعداد حلقه‌های باز آلی و گروه‌های فسفات آن‌ها با یکدیگر برابر است.

پاسخ: گزینهٔ ۱ | **سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

در نوکلئوتیدهای قابل مشاهده در یک یاختهٔ یوکاریوتی، دو نوع قند، یک تا سه گروه فسفات و چهار نوع باز آلی می‌تواند وجود داشته باشد. بنابراین، در مجموع ۲۴ نوع نوکلئوتید قابل تصور است.

بررسی سریع

۱	۱۲ نوع نوکلئوتید دارای یک حلقهٔ پنج کربنی در ساختار خود هستند.
۲	۸ نوع نوکلئوتید دارای دو گروه فسفات هستند.
۳	۶ نوع نوکلئوتید دارای باز آلی سیتوزین هستند.
۴	در ۸ نوع نوکلئوتید، تعداد حلقه‌های باز آلی و گروه فسفات با یکدیگر برابر است.

پاسخ تشریحی

حلقهٔ پنج کربنی تنها در بازهای آلی دو حلقه‌ای حضور دارد. بنابراین، نوکلئوتیدهای مدنظر باید دارای باز آلی دوحلقه‌ای باشند. از آنجا که نیمی از تمام نوکلئوتیدها دارای باز دو حلقه‌ای هستند، می‌توان گفت که ۱۲ نوع نوکلئوتید در مجموع دارای باز آلی دوحلقه‌ای هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) زمانی که نوکلئوتید در ساختار خود دو گروه فسفات داشته باشد، تنها یک پیوند فسفات ـ فسفات خواهد داشت. بنابراین، نوکلئوتیدهای مدنظر باید دارای دو گروه فسفات باشند. اگر باز آلی، دئوکسی‌ریبوز باشد، چهار نوع باز آلی و در نهایت چهار نوع نوکلئوتید قابل تصور است. همچنین اگر باز آلی، ریبوز باشد، چهار نوع باز آلی و در نهایت چهار نوع نوکلئوتید قابل تصور است. بنابراین، در کل هشت نوع نوکلئوتید دو فسفاته قابل تصور است.

۳) نوکلئوتیدهای دارای باز آلی سیتوزین، می‌توانند دئوکسی‌ریبونوکلئوتید یا ریبونوکلئوتید باشند و یک تا سه گروه فسفات داشته باشند. بنابراین، در کل شش نوع نوکلئوتید با باز آلی سیتوزین قابل تصور است.

۴) اگر یک نوکلئوتید دارای یک گروه فسفات باشد، دو باز آلی تک‌حلقه‌ای و دو نوع قند برای آن قابل تصور است. همچنین، اگر یک نوکلئوتید دارای دو گروه فسفات باشد، دو باز آلی دوحلقه‌ای و دو نوع قند برای آن قابل تصور است. بنابراین، در مجموع، هشت نوع نوکلئوتید با تعداد حلقهٔ باز آلی و گروه فسفات برابر قابل تصور است.

۳- **مطابق با اطلاعات کتاب درسی، در دو انتهای نوعی نوکلئیک‌اسید، تنها یکی از گروه‌های هیدروکسیل یا فسفات قابل مشاهده می‌باشد. درخصوص این مولکول، کدام عبارت درست است؟**

۱) ممکن است بیان آن به تولید رِنا (RNA) بینجامد.

۲) به‌طور حتم در ساختار خود فاقد باز آلی تیمین می‌باشد.

۳) ممکن است به‌صورت متصل به لایهٔ درونی غشای یاخته‌ای دیده شود.

۴) به‌طور حتم برقراری تعداد زیادی پیوند هیدروژنی منجر به افزایش پایداری مولکول می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۲ — آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

از آنجا که این نوکلئیک‌اسید دارای گروه هیدروکسیل و فسفات آزاد است، این مولکول نمی‌تواند دِنای حلقوی باشد. همچنین از آنجا که در دو انتهای این مولکول، گروه‌های عاملی متفاوتی دیده می‌شود، بنابراین مولکول مدنظر، تنها یک رشته دارد. پس مولکول مطرح شده در صورت سؤال، نوعی رِنا (RNA) می‌باشد.

بررسی سریع

۱	بیان ژن در دِنا به تولید رِنا می‌انجامد.
۲	رنا فاقد باز آلی تیمین است.
۳	رِنا فاقد توانایی اتصال به غشای یاخته‌ای می‌باشد.
۴	رِنا ممکن است فاقد پیوند هیدروژنی در ساختار خود باشد.

پاسخ تشریحی

باز آلی تیمین، نوعی باز آلی تک حلقه‌ای است که تنها در ساختار مولکول‌های دِنا (DNA) دیده می‌شود و مولکول رِنا (RNA)، به‌طور حتم فاقد این باز آلی می‌باشد.

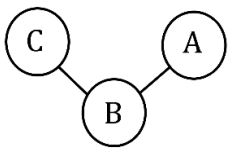
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) بیان ژن، به تولید رِنا یا پلی‌پپتید می‌انجامد. دقت کنید که ژن‌ها، درون مولکول‌های دِنا قرار دارند و امکان تولید مولکول رِنا از روی رِنایی دیگر وجود ندارد.

۳) در پروکاریوت‌ها، مولکول دِنای اصلی می‌تواند به غشای یاخته متصل شود. مولکول رِنا، فاقد توانایی اتصال به غشای یاخته است.

۴) در مولکول‌های دِنا، تعداد زیادی پیوند هیدروژنی وجود دارد که به افزایش پایداری این مولکول کمک می‌کند. مولکول رِنا، ممکن است فاقد پیوند هیدروژنی در ساختار خود باشد.

۴- مطابق مطالب کتاب درسی، بخش‌های A، B و C، نشان‌دهندهٔ بخش‌های مختلف تشکیل‌دهندهٔ نوعی نوکلئوتید قرارگرفته در دِنای (DNA) اصلی نوعی یاختهٔ یوکاریوتی می‌باشد. با توجه به شکل زیر، کدام مورد به‌طور حتم درست است؟



۱) اگر بخش A در پله‌های مدل نردبان مارپیچ قرار داشته باشد، از طریق حلقه‌ای شش کربنی به بخش B اتصال دارد.

۲) اگر بخش A نسبت به بخش C، دارای اتم‌های متنوع‌تری باشد، بخش C مستقیماً به حلقهٔ همان نوکلئوتید اتصال دارد.

۳) اتم کربنی از بخش B که به فسفات نوکلئوتیدی دیگر اتصال دارد، فاقد اتصال به بخش‌های دیگر همان نوکلئوتید است.

۴) اگر بخش C در یکی از دو انتهای مولکول قرار داشته باشد، پیوند آن با بخش B، توسط آنزیم دِنابسپاراز شکسته می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳ — سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک

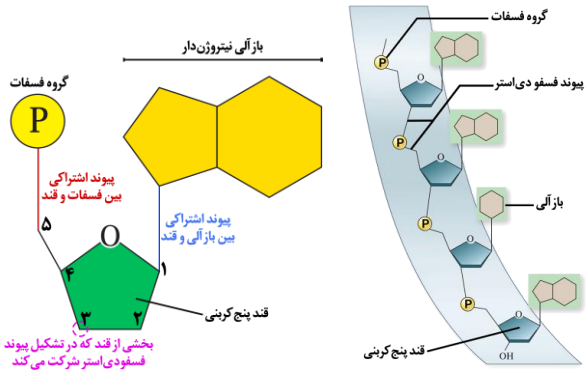
ترجمهٔ صورت سؤال

هر نوکلئوتید، از سه بخش مختلف تشکیل شده است که با پیوند اشتراکی به یکدیگر متصل شده‌اند. بنابراین در طرح ذکر شده در صورت سؤال، بخش B به‌طور حتم، مربوط به قند و هر یک از بخش‌های A و C می‌توانند باز آلی نیتروژن‌دار یا گروه فسفات باشند.

بررسی سریع

۱	اگر باز آلی دو حلقه‌ای باشد، از طریق حلقه‌ای پنج کربنی به قند متصل می‌شود.
۲	گروه فسفات به کربنی از قند متصل می‌شود که درون حلقهٔ پنج‌ضلعی قرار ندارد.
۳	اتم کربنی که با گروه فسفات نوکلئوتید دیگر پیوند برقرار می‌کند، فاقد اتصال به فسفات و باز آلی همان نوکلئوتید است.
۴	آنزیم دِنابسپاراز فاقد توانایی شکستن پیوند قند – فسفات درون نوکلئوتید می‌باشد.

پاسخ تشریحی



همان‌طور که در شکل مشخص است، در یک نوکلئوتید، اتم کربنی که به فسفات نوکلئوتید دیگر اتصال دارد، فاقد اتصال به باز آلی نیتروژن‌دار و گروه فسفات می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در پله‌های مدل نردبان مارپیچ، باز آلی نیتروژن‌دار قرار دارد. باز آلی نیتروژن‌دار، اگر دو حلقه‌ای باشد، از طریق حلقهٔ پنج ضلعی خود به قند متصل می‌شود.

۲) باز آلی نیتروژن‌دار نسبت به گروه فسفات، از اتم‌های متنوع‌تری ساخته شده است. بنابراین، بخش C گروه فسفات است که به کربنی خارج از حلقهٔ پنج ضلعی اتصال دارد.

۴) در دو انتهای مولکول دِنای خطی، گروه فسفات و هیدروکسیل قرار دارد. بنابراین، بخش C گروه فسفات می‌باشد. دقت کنید که آنزیم دِنابسپاراز در طی ویرایش، پیوند فسفودی‌استری بین دو نوکلئوتید را می‌شکند و نمی‌توان گفت که پیوند قند – فسفاتِ درون ساختار نوکلئوتید را می‌شکند.

۵- مطابق با مطالب کتاب درسی، در گروهی از طرح‌های همانندسازی مطرح شده، پیوند هیدروژنی میان نوکلئوتیدهای جدید و قدیمی دیده می‌شود. در ارتباط با این طرح‌ها، کدام عبارت درست است؟

۱) وجه تمایز آن‌ها، تفاوت در چگالی دو رشتهٔ دِنای (DNA) ساخته شده می‌باشد.

۲) وجه تشابه آن‌ها، امکان شکسته شدن پیوند اشتراکی در مولکول دِنای اولیه می‌باشد.

۳) وجه تمایز آن‌ها، مکمل بودن توالی نوکلئوتیدی رشته‌های دِنای ساخته شده می‌باشد.

۴) وجه تشابه آن‌ها، امکان تشکیل پیوند اشتراکی میان نوکلئوتیدهای قدیمی و جدید می‌باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۱ | **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک**

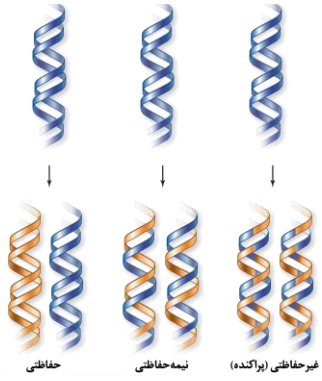
ترجمهٔ صورت سؤال

در طرح‌های همانندسازی نیمه‌حفاظتی و غیرحفاظتی، پیوند هیدروژنی میان نوکلئوتیدهای قدیمی و جدید دیده می‌شود.

بررسی سریع

۱	در طرح نیمه‌حفاظتی برخلاف غیرحفاظتی، چگالی دو رشتهٔ دِنای ساخته شده با یکدیگر متفاوت است.
۲	تنها در طرح غیرحفاظتی امکان شکسته شدن پیوند اشتراکی در دِنای اولیه وجود دارد.
۳	در تمامی طرح‌های همانندسازی، توالی رشته‌های ساخته شده مکمل یکدیگر می‌باشد.
۴	تنها در طرح غیرحفاظتی، بین نوکلئوتیدهای قدیمی و جدید پیوند اشتراکی تشکیل می‌شود.

پاسخ تشریحی



همان‌طور که در شکل مشخص است، در طرح نیمه‌حفاظتی برخلاف طرح غیرحفاظتی، رشته‌های دِنای ساخته شده در مولکول دِنای جدید با یکدیگر تفاوت دارند و چگالی متفاوتی با یکدیگر دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) همان‌طور که در شکل مشخص است، تنها در طرح غیرحفاظتی، پیوند اشتراکی در مولکول دِنای اولیه شکسته می‌شود و این اتفاق در سایر طرح‌ها رخ نمی‌دهد.

۳) همان‌طور که در شکل مشخص است، رشته‌های دِنای ساخته شده در طرح نیمه‌حفاظتی و غیرحفاظتی، مکمل یکدیگر هستند و با یکدیگر پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهند.

۴) همان‌طور که در شکل مشخص است، تنها در طرح غیرحفاظتی پیوند اشتراکی بین نوکلئوتیدهای قدیمی و جدید تشکیل شده و در طرح نیمه‌حفاظتی، تمامی پیوندهای اشتراکی بین نوکلئوتیدهای قدیمی یا جدید تشکیل می‌شود.

۶- مطابق با اطلاعات کتاب درسی، درخصوص پنج مرحله‌ای که همانندسازی دوجهتی دِنا (DNA) در پروکاریوت‌ها با یک نقطهٔ آغاز را نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟

۱) در مرحلهٔ دوم، دو رشتهٔ در حال تشکیل دارای ساختار خطی می‌باشند.
۲) در مرحلهٔ چهارم، فاصلهٔ بین دوراهی‌های همانندسازی در حال افزایش است.
۳) در مرحلهٔ سوم، طول دو رشتهٔ در حال تشکیل می‌تواند با یکدیگر متفاوت باشد.
۴) در مرحلهٔ پنجم برخلاف سایر مراحل، پیوند بین دو رشتهٔ قدیمیِ دنا به‌طور کامل شکسته شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ — متوسط ـ نکات شکل ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک

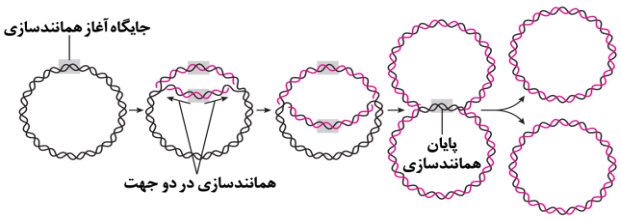
بررسی سریع

۱	رشته‌های جدید دِنا در مراحل دوم و سوم دارای ساختار خطی هستند.
۲	در مرحلهٔ چهارم، فاصلهٔ بین دوراهی‌های همانندسازی در حال کاهش است.
۳	در صورتی که سرعت آنزیم‌های دنا بسپاراز در دوراهی‌ها یکسان نباشد، طول رشته‌های در حال ساخت متفاوت خواهد بود.
۴	در مرحلهٔ پنجم، پیوند بین دو رشتهٔ دِنای قدیمی کاملاً شکسته شده و این دو رشته هیچ اتصالی با یکدیگر ندارند.

پاسخ تشریحی

همان‌طور که در شکل مشخص است، در مرحلهٔ چهارم، فاصلهٔ بین دوراهی‌های همانندسازی دِنا در حال کاهش است و این دوراهی‌ها به یکدیگر نزدیک می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:



۱) همان‌طور که در شکل مشخص است، در مرحلهٔ دوم، رشته‌های دِنای در حال تشکیل دارای ساختار خطی می‌باشند.

۳) همان‌طور که در شکل مشخص است، از آنجا که سرعت آنزیم‌های دنا بسپاراز در دوراهی‌های همانندسازی با یکدیگر متفاوت است، رشته‌های دِنای تشکیل شده در مرحلهٔ سوم طول متفاوتی با یکدیگر دارند.

۴) همان‌طور که در شکل مشخص است، در مرحلهٔ پنجم، پیوند هیدروژنی بین دو رشتهٔ دِنای قدیمی به‌طور کامل شکسته شده است و هیچ پیوندی بین این دو رشته دیده نمی‌شود.

۷- در آزمایشی مشابه آزمایش مزلسون و استال، دِناهایی با ^{14}N در محیط ^{15}N تکثیر می‌شوند. در صورتی که دِناهای حاصل از دور دوم همانندسازی را جدا کرده و با سرعتی بسیار در گُریزانه (سانتریفیوژ) قرار دهیم، نحوهٔ قرارگیری مولکول‌های دِنا در لوله چگونه خواهد بود؟ (درنظر بگیرید که دور اول همانندسازی به صورت حفاظتی و دور دوم به صورت نیمه‌حفاظتی است و ضخامت نوارها در لوله برابر می‌باشد.)

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

پاسخ: گزینهٔ ۲ — سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک

بررسی سریع

۱	در این حالت تمامی مولکول‌های دِنا دارای چگالی متوسط هستند.
۲	در این حالت، مولکول‌های دِنا دارای چگالی سنگین و متوسط هستند.
۳	در این حالت، مولکول‌های دِنا دارای چگالی سبک، سنگین و متوسط هستند.
۴	در این حالت، مولکول‌های دِنا دارای چگالی سبک و متوسط هستند.

پاسخ تشریحی

در این آزمایش فرضی، در ابتدا مولکول‌های دِنای سبک، به صورت حفاظتی، در محیطی حاوی نیتروژن‌های سنگین، همانندسازی خود را انجام می‌دهند. در این دور از همانندسازی، یک مولکول دِنای سبک دست‌نخورده باقی می‌ماند و مولکول دِنای جدید دارای چگالی سنگین خواهد بود. دومین دور از همانندسازی، به صورت نیمه‌حفاظتی انجام می‌شود و از مولکول دِنای سبک، دو مولکول دِنای متوسط و از مولکول دِنای سنگین، دو مولکول دِنای سنگین دیگر ساخته خواهد شد. بنابراین، در لوله، دو نوار دیده می‌شود که یکی از آن‌ها در میانهٔ لوله و دیگری در انتهای لوله قرار گرفته است.

۸- مطابق با مطالب کتاب درسی، مولکول‌های دِنا (DNA) در یاخته‌های انسان، نسبت به زمانی که اندام‌ها تشکیل شده‌اند، چه مشخصه‌ای دارند؟

۱) آنزیم‌هایی که در همانندسازی آن‌ها شرکت می‌کند، دارای تنوع بیشتری هستند.
۲) از روی آن‌ها، رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدی بیشتری در طی همانندسازی ساخته می‌شود.
۳) در هر زمان از همانندسازی آن‌ها، تعداد ساختارهای Y مانند کمتری قابل مشاهده می‌باشد.
۴) مدت زمان مورد نیاز برای همانندسازیِ رشته‌های پلی‌نوکلئوتید در هستهٔ آن‌ها، افزایش یافته است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ — **سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

تعداد جایگاه آغاز همانندسازی و سرعت همانندسازی در مولکول‌های دِنا در دوران جنینی، بیشتر از زمانی است که اندام‌ها تشکیل شده‌اند.

بررسی سریع

۱	آنزیم‌هایی که در همانندسازی از مولکول‌های دِنای متفاوت شرکت دارند، دارای تنوع یکسانی هستند.
۲	در زمانی که تعداد جایگاه آغاز همانندسازی بیشتر است، تعداد رشته‌های جدید ساخته شده بیشتر است.
۳	در مولکول دِنا در دوران جنینی، تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی بیشتر است.
۴	مدت زمان موردنیاز برای همانندسازی دِنای جنین کمتر است.

پاسخ تشریحی

در طی همانندسازی مولکول‌های دِنای خطی، رشته‌های دِنا به صورت مجزا از یکدیگر ساخته می‌شوند و در نهایت با پیوند فسفودی‌استری به یکدیگر متصل شده و یک رشتهٔ کامل را ایجاد می‌کنند. بنابراین از آنجا که در دِنای دوران جنینی، تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی بیشتر، رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدی بیشتری ساخته می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) آنزیم‌هایی که در فرایند همانندسازی از مولکول‌های دِنای دوران جنینی و زمانی که اندام‌ها تشکیل شده‌اند، دارای تنوع یکسانی هستند و آنزیم‌های مرتبط با همانندسازی مولکول‌ها ارتباطی با سرعت همانندسازی از مولکول دِنا ندارد.

۳) سرعت همانندسازی از مولکول دِنا در دوران جنینی بیشتر است، بنابراین، تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی (ساختارهای Y مانند) در این دوران بیشتر است.

۴) مدت زمان مورد نیاز برای همانندسازی دِنا در دوران جنینی نسبت به زمانی که اندام‌ها تشکیل شده‌اند کمتر است.

۹- مطابق با مطالب کتاب درسی، در ساختار گروهی از مولکول‌های زیستی که توسط شبکهٔ آندوپلاسمی ساخته می‌شوند، اتم نیتروژن (N) دیده نمی‌شود. درخصوص بعضی از این مولکول‌ها، کدام مورد نادرست است؟

۱) نسبت به کربوهیدراتی دارای انرژی برابر آن‌ها، سبک‌تر هستند.
۲) از نظر تنوع عناصر سازنده، مشابه رشته‌های پروتئین کلاژن هستند.
۳) اتصال اسیدهای چرب خمیده به دو طرف مولکول گلیسرول در آن‌ها ممکن است.
۴) تعداد آن‌ها در لایهٔ درونی غشای یاختهٔ جانوری، نسبت به لایهٔ بیرونی، بیشتر می‌باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۳ — **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱ ـ سلولی مولکولی**

ترجمهٔ صورت سؤال

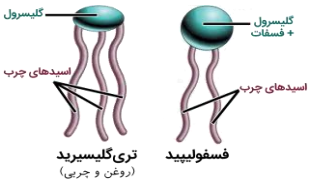
شبکهٔ آندوپلاسمی در ساخت پروتئین‌ها و لیپیدها نقش دارد. پروتئین‌ها، دارای اتم نیتروژن هستند؛ اما **لیپیدها**، نیتروژن ندارند.

بررسی سریع

۱	انرژی تولید شده از یک گرم تری‌گلیسرید، حدود دو برابر انرژی تولید شده از یک گرم کربوهیدرات است.
۲	فسفولیپیدها همانند کلاژن از ۴ نوع عنصر ساخته شده‌اند.
۳	در هیچ‌کدام از لیپیدهای دارای مولکول گلیسرول، اسیدهای چرب به دو طرف این مولکول متصل نشده است.
۴	تعداد کلسترول‌ها در لایهٔ درونی غشا بیشتر از لایهٔ بیرونی می‌باشد.

پاسخ تشریحی

همان‌طور که در شکل مشخص است، در لیپیدهای دارای مولکول گلیسرول (تری‌گلیسریدها و فسفولیپیدها)، اسیدهای چرب تنها به یک سمت از این مولکول اتصال دارند و نمی‌توانند به دو طرف گلیسرول متصل شده باشند.



۱۰- مطابق با مطالب کتاب درسی، چند مورد، ویژگی مشترک مهم‌ترین آنزیم‌های مطرح شده در طی فرایند همانندسازی دِنای (DNA) هستهٔ یاختهٔ اصلی غدد معده را بیان می‌کند؟

الف ـ شرکت در فرایند جداسازی پروتئین‌های هیستون از دِنا

ب ـ شکستن پیوندهایی درون واحدهای سازندهٔ نوکلئیک‌اسیدها

ج ـ اثرگذاری بر روی پیوندهای حاضر در پله‌های مدل مولکولی دِنا

د ـ فاصله گرفتن از آنزیم‌های مشابهِ مربوط به همان جایگاه آغاز همانندسازی

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ | متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

آنزیم‌های هلیکاز و دِنابسپاراز، مهم‌ترین آنزیم‌های فرایند همانندسازی دِنا هستند.

تعبیر

- **واحدهای سازندهٔ نوکلئیک‌اسیدها:** نوکلئوتیدها

بررسی سریع

الف	هیچ‌کدام از این دو آنزیم در فرایند جداسازی هیستون‌ها از دنا دخالت ندارند.
ب	آنزیم هلیکاز پیوند هیدروژنی که بین نوکلئوتیدها تشکیل می‌شود را می‌شکند.
ج	هر دو آنزیم می‌توانند بر پیوندهای هیدروژنی مولکول دِنا مؤثر باشند.
د	هر دو آنزیم در طی همانندسازی از آنزیم‌های مشابهِ دوراهی همانندسازی دیگر فاصله می‌گیرند.

پاسخ تشریحی

موارد «ج» و «د» درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) دقت کنید که فرایند جداسازی پروتئین‌های هیستون از مولکول دِنا، پیش از آغاز فرایند همانندسازی انجام می‌شود و هیچ‌کدام از این دو آنزیم در انجام آن دخالت نمی‌کنند.

ب) آنزیم دِنابسپاراز می‌تواند پیوند فسفات – فسفات درون نوکلئوتیدهای سه‌فسفاته را بشکند. درحالی که، آنزیم هلیکاز پیوند هیدروژنی بین نوکلئوتیدهای مکمل را می‌شکند و فاقد توانایی شکستن پیوندهای درون ساختار نوکلئوتیدها می‌باشد.

ج) آنزیم هلیکاز پیوند هیدروژنی بین نوکلئوتیدهای مکمل که درون پله‌های مدل مولکول دِنا هستند را می‌شکند. همچنین آنزیم دِنابسپاراز با قراردهی نوکلئوتید مناسب در رشتهٔ در حال ساخت، به‌طور غیرمستقیم در ساخت پیوند هیدروژنی بین نوکلئوتیدهای مکمل شرکت می‌کند.



د) همان‌طور که در شکل مشخص است، در یک جایگاه آغاز همانندسازی، دو دوراهی همانندسازی قابل مشاهده است که آنزیم‌های حاضر در یک دوراهی، از آنزیم‌های مشابه که در همان جایگاه آغاز همانندسازی قرار گرفته‌اند، فاصله می‌گیرند.

۱۱- درخصوص نوعی مولکول دِنا (DNA) در باکتری بیماری‌زا که اطلاعات قرارگرفته در آن، منجر به افزایش توانایی بقای باکتری در برابر عوامل مؤثر بر نابودسازی آن می‌شود، کدام مورد به‌طور حتم درست است؟

۱) فاقد توانایی اتصال به غشای فسفولیپیدی می‌باشد.

۲) به منظور همانندسازی آن، تنها دو آنزیم دِنابسپاراز لازم است.

۳) تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی آن در تمام طول حیات باکتری ثابت است.

۴) محل پایان همانندسازی و جایگاه آغاز همانندسازی آن در روبه‌روی یکدیگر قرار گرفته‌اند.

پاسخ: گزینهٔ ۳ — **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

گروهی از باکتری‌ها دارای مولکول دِنای حلقوی به نام دیسک (پلازمید) هستند که اطلاعات مربوط به افزایش مقاومت به پادزیست (آنتی‌بیوتیک) در آن قرار گرفته است. همچنین باکتری به منظور انجام فعالیت‌های حیاتی خود که شامل بقا در برابر عوامل مؤثر در نابودسازی آن می‌باشد، به اطلاعاتی در دِنای اصلی خود نیز نیازمند است.

بررسی سریع

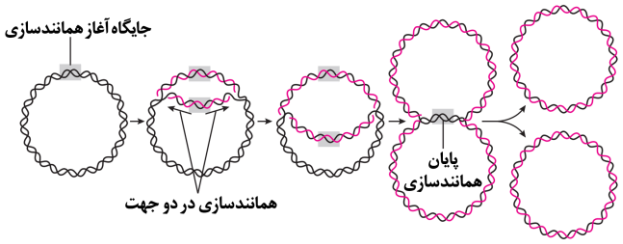
۱	دنای اصلی می‌تواند به غشای یاخته متصل شود.
۲	به منظور همانندسازی دِنای حلقوی باکتری بیش از دو آنزیم دِنابسپاراز لازم است.
۳	در تمامی دِناهای باکتری، تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی در طول حیات ثابت است.
۴	در صورتی که سرعت آنزیم‌ها در دوراهی‌های همانندسازی با یکدیگر متفاوت باشد، محل پایان و آغاز همانندسازی در روبه‌روی یکدیگر نیستند.

پاسخ تشریحی

توانایی تغییر در تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی، مربوط به یاختهٔ یوکاریوتی است و مولکول دِنای حلقوی در باکتری، فاقد توانایی تغییر در تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی خود می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در باکتری، مولکول دِنای اصلی به غشای یاخته متصل شده است. این درحالی است که دیسک، درون سیتوپلاسم قرار دارد به غشای یاخته هیچ اتصالی ندارد.



۲) همان‌طور که در شکل مشخص است، به منظور همانندسازی دوجهته در دِنای یک باکتری با یک جایگاه آغاز همانندسازی، چهار آنزیم دِنابسپاراز لازم است.

۴) در صورتی که سرعت آنزیم‌ها در دوراهی‌های یک جایگاه آغاز همانندسازی با یکدیگر متفاوت باشد، محل پایان همانندسازی و جایگاه آغاز همانندسازی در روبه‌روی یکدیگر قرار نمی‌گیرند.

۱۲- مطابق با مطالب کتاب درسی، در آزمایشی فرضی، عصارهٔ باکتری کشته شدهٔ پوشینه‌دار را به چهار قسمت تقسیم کرده و به هر قسمت، آنزیم تخریب‌کنندهٔ یک گروه از مولکول‌های زیستی را اضافه می‌کنیم. اگر هر کدام از این قسمت‌ها را به همراه باکتری زندهٔ فاقد پوشینه، به موش تزریق کنیم، مشاهدهٔ کدام مورد غیرممکن است؟ (در نظر بگیرید که باکتری مورد استفاده، عامل بیماری سینه‌پهلو می‌باشد.)

۱) باکتری زندهٔ پوشینه‌دار در همهٔ موش‌ها

۲) مُردن سه موش در اثر ابتلا به سینه‌پهلو

۳) فعالیت دستگاه ایمنی همهٔ موش‌ها علیه باکتری

۴) انتقال ژن مربوط به تولید پوشینه در سه موش

پاسخ: گزینهٔ ۱ | متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

در این آزمایش (آزمایش سوم ایوری و همکارانش)، از بین چهار قسمت جدا شده از عصارهٔ باکتری کشته شدهٔ پوشینه‌دار، فقط قسمتی که به آن آنزیم تجزیه‌کنندهٔ نوکلئیک‌اسید اضافه شده است، فاقد توانایی انتقال ژن مربوط به تولید پوشینه به باکتری بدون پوشینه است. بنابراین، در بدن سه موش، باکتری‌های فاقد پوشینه تغییر یافته و پوشینه‌دار می‌شوند.

بررسی سریع

۱	در بدن یک موش، باکتری زندهٔ پوشینه‌دار دیده نمی‌شود.
۲	در بدن سه موش، باکتری‌های زنده، پوشینه‌دار شده و به سینه‌پهلو مبتلا می‌شوند.
۳	فعالیت دستگاه ایمنی علیه باکتری‌ها در هر چهار موش دیده می‌شود.
۴	انتقال ژن مربوط به تولید پوشینه، تنها در بدن یک موش رخ نمی‌دهد.

پاسخ تشریحی

از آنجا که به یکی از قسمت‌های جدا شده از باکتری کشته شدهٔ پوشینه‌دار، آنزیم تجزیه‌کنندهٔ نوکلئیک‌اسید اضافه شده است، مولکول‌های دِنا (DNA) در این قسمت تخریب شده‌اند و در صورت افزودن این بخش به همراه باکتری فاقد پوشینهٔ زنده به بدن موش، ژن مربوط به تولید پوشینه به باکتری فاقد پوشینه منتقل نمی‌شود. بنابراین، نمی‌توان باکتری زندهٔ پوشینه‌دار را در همهٔ موش‌ها مشاهده کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) از آنجا که به یکی از قسمت‌های جدا شده از باکتری کشته شدهٔ پوشینه‌دار، آنزیم تجزیه‌کنندهٔ نوکلئیک‌اسید اضافه شده است، تنها در بدن سه موش، باکتری زندهٔ پوشینه‌دار مشاهده می‌شود که می‌تواند منجر به ابتلای موش‌ها به بیماری سینه‌پهلو شود.

۳) دقت کنید که باکتری وارد شده به بدن موش، اگر مرده باشد یا زنده و یا اگر پوشینه داشته باشد یا نداشته باشد، عامل خارجی برای بدن موش محسوب می‌شود و دستگاه ایمنی موش علیه آن و به منظور نابودی آن فعالیت می‌کند.

۴) از آنجا که به یکی از قسمت‌های جدا شده از باکتری کشته شدهٔ پوشینه‌دار، آنزیم تجزیه‌کنندهٔ نوکلئیک‌اسید اضافه شده است، مولکول‌های دِنا (DNA) در این قسمت تخریب شده‌اند و در صورت افزودن این بخش به همراه باکتری فاقد پوشینهٔ زنده به بدن موش، تنها در یکی از موش‌ها، ژن مربوط به تولید پوشینه به باکتری فاقد پوشینه منتقل نمی‌شود.

۱۳- مطابق با مطالب کتاب درسی، توالی بخشی از میانهٔ رشتهٔ دِنا (DNA) به صورت CTGATC می‌باشد. درخصوص این توالی، کدام مورد نادرست است؟

۱) توالی رشتهٔ مکمل آن به صورت GACTAG خواهد بود.
۲) در آن، شش اتم اکسیژن در حلقه‌های پنج ضلعی دیده می‌شود.
۳) نسبت به توالی CTTAAA پایداری کمتری در برابر گرما دارد.
۴) فاقد گروه‌های هیدروکسیل و فسفات آزاد در ساختار خود می‌باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۳ — متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک

بررسی سریع

۱	توالی رشتهٔ مکمل به صورت GACTAG خواهد بود.
۲	به ازای هر نوکلئوتید، یک اکسیژن در حلقهٔ پنج ضلعی قند حضور دارد.
۳	توالی CTGATC تعداد سیتوزین و گوانین بیشتری دارد و پایداری بیشتری در برابر گرما دارد.
۴	این توالی در میانهٔ رشتهٔ دِنا قرار دارد و فاقد گروه‌های هیدروکسیل و فسفات آزاد است.

پاسخ تشریحی

از آنجا که بین بازهای سیتوزین و گوانین، پیوند هیدروژنی بیشتری نسبت به بازهای آدنین و تیمین تشکیل می‌شود، می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش مقدار بازهای سیتوزین و گوانین در یک توالی، پایداری آن توالی در برابر تغییرات، از جمله گرما، بیشتر خواهد. بنابراین، توالی CTGATC نسبت به توالی CTTAAA پایداری بیشتری در برابر گرما دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) از آنجا که بازهای سیتوزین و گوانین، به همراه بازهای آدنین و تیمین، مکمل یکدیگر محسوب می‌شوند، می‌توان گفت که توالی رشتهٔ مکمل این توالی به صورت GACTAG خواهد بود.

۲) دقت کنید که در هر نوکلئوتید، یک اتم اکسیژن در رأس حلقهٔ پنج‌ضلعی قند حضور دارد. بنابراین در این توالی، شش اتم اکسیژن در حلقهٔ پنج ضلعی قرار گرفته است.

۴) در صورت سؤال ذکر شده است که این توالی در میانهٔ رشتهٔ دِنا واقع شده است. پس می‌توان گفت که این توالی، فاقد گروه هیدروکسیل و فسفات آزاد در ساختار خود می‌باشد.

۱۴- در ارتباط با دانشمندان مطرح شده در کتاب درسی که به منظور کشف ساختار مولکولی دِنا (DNA) تلاش کردند، در کدام گزینه، نام دانشمند و ویژگی ذکر شدهٔ مربوط به آن، با یکدیگر مطابقت ندارند؟

۱) چارگاف: پی بردن به برابر بودن صورت و مخرج در کسر $\frac{G+T}{A+C}$

۲) ویلکینز: اندازه‌گیری فاصلهٔ بین بازهای آلی در مولکول دِنا (DNA)

۳) فرانکلین: مشاهدهٔ ساختار مارپیچی رشته‌های دِنا به صورت قطعاتی تیره و مجزا از هم

۴) واتسون و کریک: مشاهدهٔ پیوند فسفودی‌استر میان قند یک نوکلئوتید و فسفات نوکلئوتید مقابل

پاسخ: گزینهٔ ۴ — متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک

بررسی سریع

۱	چارگاف به برابر بودن بازهای آلی تیمین با آدنین و بازهای سیتوزین با گوانین پی برد.
۲	ویلکینز و فرانکلین، ابعاد مولکول دِنا (DNA) را اندازه‌گیری کردند.
۳	ویلکینز و فرانکلین به ساختار مارپیچی و داشتن بیش از یک رشته در دِنا پی بردند.
۴	دقت کنید که پیوند فسفودی استری بین قند دو نوکلئوتید مجاور دیده می‌شود.

پاسخ تشریحی

دقت کنید که پیوند فسفودی‌استری، بین قند یک نوکلئوتید و فسفات نوکلئوتید مجاور تشکیل می‌شود؛ اما در مدل مولکولی دِنا، که واتسون و کریک به آن پی بردند، این پیوند بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور هم (نه مقابل هم) مشاهده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) چارگاف با مطالعات خود بر روی دِناهای جانداران، پی برد که مقدار بازهای آلی سیتوزین و گوانین، همانند بازهای آلی آدنین و تیمین، با یکدیگر برابر است. بنابراین مقدار کسر ذکر شده در این مورد، برابر با عدد یک خواهد بود و صورت و مخرج آن با یکدیگر برابر می‌باشد.

۲) ویلکینز و فرانکلین در مطالعات خود، توانستند ابعاد مولکول دِنا را اندازه‌گیری کنند. با اندازه‌گیری ابعاد مولکول دِنا، فاصلهٔ بین بخش‌های مختلف این مولکول، از جمله فاصلهٔ بین بازهای آلی مشخص می‌شود.



۳) ویلکینز و فرانکلین در مطالعات خود، فهمیدند که مولکول دِنا ساختار مارپیچ دارد و دارای بیش از یک رشته می‌باشد. همان‌طور که در شکل مشخص است، ساختار مارپیچی دِنا در تصویر تهیه‌شده از مولکول دِنا با استفاده از پرتوی ایکس، به صورت قطعاتی تیره و مجزا از هم دیده می‌شود.

۱۵- درخصوص عامل اصلی انتقال صفات وراثتی در باکتری اشرشیا کُلای (E.coli)، کدام مورد یا موارد زیر، درست است؟

الف ـ تعداد حلقه‌های پنج کربنی و شش کربنی با یکدیگر برابر است.

ب ـ تعداد حلقه‌های آلی نیتروژن‌دار، کمتر از تعداد حلقه‌های پنج ضلعی است.

ج ـ تعداد پیوندهای قند ـ فسفات، چهار برابر تعداد بازهای آلی تک‌حلقه‌ای است.

د ـ تعداد گروه‌های هیدروکسیل آزاد، بیشتر از تعداد گروه‌های فسفات آزاد است.

۱) «ج»
۲) «الف»، «ب» و «ج»
۳) «الف»، «ج» و «د»
۴) «ب» و «ج»

پاسخ: گزینهٔ ۱ | **سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک**

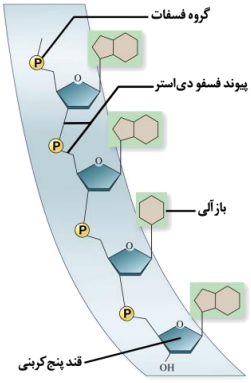
بررسی سریع

الف	تعداد حلقه‌های شش کربنی بیشتر از حلقه‌های پنج کربنی است.
ب	تعداد حلقه‌های آلی نیتروژن‌دار و حلقه‌های پنج ضلعی با یکدیگر برابر است.
ج	تعداد پیوندهای قند – فسفات چهار برابر بازهای آلی تک حلقه‌ای است.
د	مولکول دِنای حلقوی فاقد گروه هیدروکسیل و فسفات آزاد است.

پاسخ تشریحی

تنها مورد «ج» درست است.

بررسی همهٔ موارد:



الف هر نوکلئوتید دارای باز آلی دو حلقه‌ای، دارای یک حلقهٔ پنج کربنی می‌باشد و نوکلئوتیدهایی با باز آلی تک حلقه‌ای، فاقد حلقهٔ پنج کربنی هستند. از طرفی، هر نوکلئوتید، دارای یک حلقهٔ شش کربنی می‌باشد. بنابراین در هر مولکول دِنا، به ازای n نوکلئوتید، n حلقهٔ شش کربنی و به ازای ۲n نوکلئوتید، n حلقهٔ پنج کربنی داریم.

ب در مولکول دِنا، تعداد نوکلئوتیدهای دارای باز آلی تک و دو حلقه‌ای با یکدیگر برابر است. بنابراین، به ازای ۲n نوکلئوتید، ۳n حلقهٔ آلی نیتروژن‌دار داریم. از طرفی، هر نوکلئوتید دارای یک حلقهٔ پنج ضلعی مربوط به قند خود می‌باشد و نیمی از نوکلئوتیدها در هر مولکول دِنا، که باز آلی دو حلقه‌ای دارند، دارای دو حلقهٔ پنج ضلعی در ساختار خود هستند. پس می‌توان گفت در هر مولکول از دِنا، به ازای ۲n نوکلئوتید، ۳n حلقهٔ پنج‌ضلعی داریم.

ج از آنجا که مولکول دِنای مدنظر، مولکولی حلقوی است، تعداد پیوندهای فسفودی‌استری با تعداد کل نوکلئوتیدها برابر است. پس می‌توان گفت که به ازای n نوکلئوتید، ۲n پیوند قند – فسفات وجود دارد. همچنین نیمی از کل نوکلئوتیدهای مولکول دِنا، باز آلی تک‌حلقه‌ای دارند، پس به ازای n نوکلئوتید، $\frac{1}{2}n$ باز آلی تک‌حلقه‌ای داریم.

د دقت کنید که مولکول دِنای مدنظر، مولکولی حلقوی است و فاقد گروه‌های هیدروکسیل و فسفات آزاد است و تعداد آن‌ها با یکدیگر برابر و معادل با عدد صفر است.

۱- **درخصوص رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدی فاقد قند ریبوز در پارامسی، کدام مورد زیر درست است؟**

۱) برخی از آنها دارای ساختار مارپیچی هستند.

۲) همهٔ آنها از روی نوعی نوکلئیک‌اسید خطی ساخته شده‌اند.

۳) همهٔ آن‌ها پیوند فسفودی‌استر بین قند و فسفات نوکلئوتیدهای خود دارند.

۴) برخی از آنها دارای گروه هیدروکسیل و فسفات آزاد در ساختار خود هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۴ | **آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

در پارامسی امکان مشاهدهٔ دِناهای خطی و حلقوی (در میتوکندری) وجود دارد.

رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدی فاقد قند ریبوز: دِنا

بررسی سریع:

۱	همهٔ رشته‌های دِنا دارای ساختار مارپیچی هستند.
۲	دِنای حلقوی موجود در راکیزه از روی دِنای حلقوی ساخته شده است.
۳	فقط دِنای حلقوی هست که همهٔ نوکلئوتیدهای آن دارای پیوند فسفودی استر هستند.
۴	فقط رشتهٔ دِنای خطی دارای گروه هیدروکسیل و فسفات آزاد است.

پاسخ تشریحی:

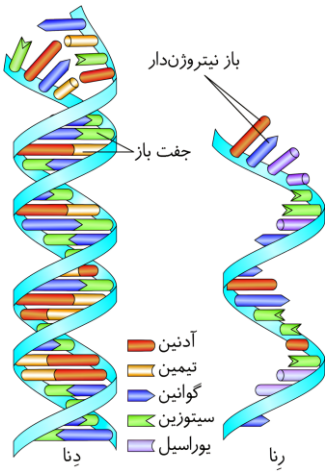
دِنای خطی برخلاف دِنای حلقوی دارای گروه هیدروکسیل و فسفات آزاد در ساختار خود هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) همهٔ (نه برخی) رشته‌های دِنا (خطی و حلقوی)، دارای ساختار مارپیچی هستند.

۲) دِنای حلقوی موجود در راکیزه از روی دِنای حلقوی ساخته شده است.

۳) فقط دِنای حلقوی هست که همهٔ نوکلئوتیدهای آن دارای پیوند فسفودی استر هستند.



۲- **مطابق با اطلاعات کتاب درسی، در مرحله یا مراحلی از آزمایش‌های گریفیت و ایوری، باکتری‌های فاقد پوشینه تغییر ظاهر دادند و پوشینه‌دار شدند. کدام مورد، ویژگی مشترک این مراحل را بیان می‌کند؟**

۱) مولکول‌های مؤثر در ذخیره و انتقال اطلاعات وراثتی از بین رفتند.

۲) دریافت ژن مربوط به تولید پوشینه در محیط کشت صورت گرفت.

۳) آنزیم‌های باکتریِ پوشینه‌دار، شکل غیرطبیعی پیدا کردند و غیرفعال شدند.

۴) از باکتری‌هایی که به تازگی ایجاد شده‌اند، می‌توان برای تولید واکسن استفاده کرد.

پاسخ: گزینهٔ ۴ | متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

در آخرین مرحله از آزمایشات گریفیت و تمامی مراحل آزمایشات ایوری و همکارانش، پوشینه‌دار شدن باکتری‌های بدون پوشینه مشاهده شد.

بررسی سریع:

۱	تخریب نوکلئیک‌اسیدها تنها در سومین مرحله از آزمایش ایوری رخ داد.
۲	در آخرین آزمایش گریفیت، دریافت ژن مربوط به تولید پوشینه در بدن موش رخ داد.
۳	در دومین مرحله از آزمایشات ایوری، هیچ پروتئین یا نوکلئیک‌اسیدی تخریب نشد.
۴	باکتری‌هایی که به تازگی ایجاد شده‌اند پوشینه‌دار و بیماری‌زا هستند و می‌توان برای تولید واکسن از آن استفاده کرد.

پاسخ تشریحی:

دقت کنید که باکتری‌هایی که به تازگی ایجاد شده‌اند، همگی دارای پوشینه در ساختار خود هستند و به همین دلیل می‌توان از آنها به منظور تولید واکسن و تحریک دستگاه ایمنی بر علیه آنها استفاده کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در آخرین مرحله از آزمایش گریفیت، نوکلئیک‌اسیدهای درون باکتریِ کشته‌شده با گرما سالم ماندند و تخریب نشدند. همچنین تخریب این مولکول‌ها در اولین و دومین مرحله از آزمایشات ایوری نیز رخ نداد و تنها در سومین مرحله از آزمایشات ایوری از آنزیم تخریب‌کنندهٔ نوکلئیک‌اسیدها استفاده شد.

۲) در تمامی مراحل آزمایشات ایوری، انتقال صفات و دریافت ژن مربوط به تولید پوشینه در محیط کشت رخ داد؛ اما این اتفاق در آخرین آزمایش گریفیت، درون بدن موش رخ داد.

۳) در آخرین مرحله از آزمایش گریفیت به علت استفاده از گرما، آنزیم‌های باکتری پوشینه‌دار غیرفعال شدند. همچنین در مراحل اول و سوم به دلیل تخریب مولکول‌های زیستی، گروهی از آنزیم‌های باکتری نیز غیرفعال شدند. درحالی که در مرحله دوم آزمایشات ایوری، هیچ مولکول زیستی‌ای تخریب نشد.

۳- **درخصوص بخش‌هایی که به اتم کربن مرکزی آمینواسیدها متصل هستند و بین تمامی آمینواسیدها مشترک می‌باشند، کدام مورد نادرست است؟**

۱) همهٔ آنها، دارای اتم هیدروژن در ساختار خود می‌باشند.

۲) دوتا از آنها، در تشکیل پیوندهای پپتیدی شرکت می‌کنند.

۳) یکی از آنها، دارای بیش از یک اتم اکسیژن در ساختار خود می‌باشد.

۴) یکی از آنها، در تشکیل ساختار تاخورده و متصل به هم نقش اصلی را دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۴ | متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

در آمینواسیدها، گروه کربوکسیل، گروه آمین، اتم هیدروژن و گروه R به اتم کربن مرکزی متصل هستند و از بین آنها، گروه کربوکسیل، گروه آمین و اتم هیدروژن، بین تمامی آمینواسیدها مشترک هستند.

تعبیر

- **ساختار تاخورده و متصل به هم:** ساختار سوم پروتئین‌ها

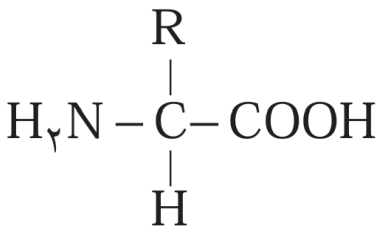
بررسی سریع:

۱	گروه کربوکسیل و گروه آمین دارای اتم هیدروژن در ساختار خود هستند.
۲	گروه کربوکسیل و گروه آمین در تشکیل پیوندهای پپتیدی شرکت می‌کنند.
۳	گروه کربوکسیل دارای دو اتم اکسیژن در ساختار خود است.
۴	گروه R در تشکیل ساختار سوم پروتئین‌ها نقش اصلی را دارد.

پاسخ تشریحی:

دقت کنید که در تشکیل ساختار سوم پروتئین‌ها (ساختار تاخورده و متصل به هم)، گروه‌های R نقش اصلی را دارند. گروه‌های R در بین آمینواسیدهای مختلف متفاوت هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:



۱) یکی از ساختارهای متصل به کربن مرکزی که در تمامی آمینواسیدها مشترک است، اتم هیدروژن می‌باشد. همچنین گروه‌های کربوکسیل و آمین دارای اتم هیدروژن در ساختار خود هستند.

۲) گروه‌های کربوکسیل و آمین، به ترتیب، با از دست دادن گروه OH و اتم هیدروژن، در تشکیل پیوندهای پپتیدی شرکت می‌کنند.

۳) گروه کربوکسیل برخلاف اتم هیدروژن و و گروه آمینی، دارای اتم اکسیژن در ساختار خود می‌باشد.

۴- مطابق با اطلاعات کتاب درسی، در ارتباط با «مدل مارپیچ دو رشته‌ای دِنا (DNA)»، چند مورد درست است؟

الف ـ در این مدل، داشتن حالت مارپیچی در مولکول دِنا برای اولین بار مطرح شد.

ب ـ در ستون‌ها و پله‌های نردبان پیچ‌خورده، امکان مشاهدهٔ پیوند بین واحدهای سازنده وجود دارد.

ج ـ برقراری پیوندی اختصاصی بین بازهای مکمل باعث می‌شود که قطر مولکول دنا در سراسر آن یکسان باشد.

د ـ در صورتی که در آن نسبت بازهای سیتوزین به آدنین بیشتر باشد، پایدارای بیشتری در برابر تغییرات خواهد داشت.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ — **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک**

بررسی سریع:

الف	داشتن حالت مارپیچی در مولکول دِنا برای اولین بار توسط ویلکینز و فرانکلین مطرح شد.
ب	در ستون‌ها و پله‌های نردبان، پیوندها بین واحدهای سازنده وجود دارد.
ج	قرارگیری جفت بازها باعث می‌شود که قطر مولکول دنا در سراسر آن یکسان باشد.
د	افزایش تعداد بازهای سیتوزین و گوانین نسبت به آدنین و تیمین، باعث افزایش پایداری مولکول دِنا می‌شود.

پاسخ تشریحی:

تنها مورد «الف» نادرست است.

بررسی موارد:

الف) دقت کنید که داشتن حالت مارپیچی در مولکول دِنا برای اولین بار از یافته‌های ویلکینز و فرانکلین نتیجه گرفته شد و واتسون و کریک با استفاده از این داده‌ها، مدل مارپیچ دو رشته‌ای دِنا را ارائه کردند.



ب) در ستون‌های مدل نردبان پیچ‌خورده، پیوندهای اشتراکی بین قند و فسفات و در پله‌های این مدل، بازهای آلی دیده می‌شود. دقت کنید که در بازهای آلی دو حلقه‌ای، بین حلقه‌های بازهای آلی پیوند وجود دارد.

ج) پیوندهای هیدروژنی بین بازها، دو رشته دِنا را در مقابل هم نگه می‌دارد. این پیوندها بین جفت بازها به صورت اختصاصی تشکیل می‌شوند. آدنین با تیمین روبه‌روی هم قرار می‌گیرند و گوانین با سیتوزین جفت می‌شوند. به این جفت بازها بازهای مکمل می‌گویند. قرارگیری جفت بازها به این شکل باعث می‌شود که قطر مولکول دنا در سراسر آن یکسان باشد. زیرا یک باز تک حلقه ای در مقابل یک باز دو حلقه ای قرار می گیرد و باعث پایداری مولکول دنا می شود.

د) بین بازهای آلی سیتوزین و گوانین نسبت به بازهای آلی آدنین و تیمین، پیوندهای هیدروژنی بیشتری تشکیل می‌شود. بنابراین، اگر نسبت بازهای سیتوزین به آدنین بیشتر باشد، تعداد پیوندهای هیدروژنی و در نتیجه، پایدارای در برابر تغییرات بیشتر خواهد بود.

۵- مطابق با مطالب کتاب درسی، درخصوص نقش پروتئین‌ها، کدام مورد عبارت زیر را به‌طور مناسب تکمیل می‌کند؟

«هر پروتئینی که ..... .»

۱) در غشای یاخته قرار گرفته است، نقش گیرنده دارد

۲) در حمل گاز کربن‌دی‌اکسید نقش دارد، نقش آنزیمی دارد

۳) باعث استحکام بافت پیوندی می‌شود، واحدهای سازندهٔ متنوع دارد

۴) در انقباض ماهیچه‌ها نقش دارد، نوعی پیک شیمیایی محسوب می‌شود

پاسخ: گزینهٔ ۳ — **آسان ـ خط به خط ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک**

بررسی سریع:

۱	پمپ سدیم – پتاسیم گیرنده نیست.
۲	هموگلوبین فاقد نقش آنزیمی است.
۳	پروتئین‌ها دارای آمینواسیدهای متنوع هستند.
۴	اکتین و میوزین، پیک شیمیایی محسوب نمی‌شوند.

پاسخ تشریحی:

کلاژن پروتئینی است که باعث استحکام بافت پیوندی می‌شود. ساختارهایی مانند زردپی و رباط که دارای استحکام بالایی هستند، مقدار فراوانی رشتهٔ کلاژن دارند. پروتئین‌ها دارای آمینواسیدهای (زیرواحد) متنوع هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) برخی پروتئین‌ها مانند پمپ سدیم – پتاسیم در غشای یاخته قرار دارند. این پمپ یون‌های سدیم و پتاسیم را در عرض غشای یاخته جابه‌جا می‌کند و نقش آنزیمی دارد و فاقد نقش گیرنده می‌باشد.

۲) در حمل گاز کربن‌دی‌اکسید، علاوه بر آنزیم کربنیک‌انیدراز، پروتئین هموگلوبین که فاقد نقش آنزیمی می‌باشد، نقش دارد.

۴) انقباض ماهیچه‌ها ناشی از حرکت لغزشی دو نوع پروتئین یعنی اکتین و میوزین بر روی یکدیگر است. این پروتئین‌ها پیک شیمیایی محسوب نمی‌شوند.

۶- در بررسی عامل اصلی انتقال صفات در باکتری E.coli، درخصوص نوعی نوکلئوتید که با نوکلئوتید آدنین‌دار پیوند تشکیل می‌دهد، کدام مورد به‌طور حتم درست است؟

۱) در ساختار باز آلی نیتروژن‌دارِ خود تنها یک حلقهٔ پنج‌ضلعی دارد.
۲) بین قند آن و فسفات نوکلئوتید مجاور، پیوند فسفودی‌استری برقرار است.
۳) در حین همانندسازی، از سمت فسفات خود به نوکلئوتید بعدی متصل شده است.
۴) پس از برقراری رابطهٔ مکملی با نوکلئوتید رشتهٔ دیگر، دو فسفات خود را از دست می‌دهد.

پاسخ: گزینهٔ ۴ | متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک

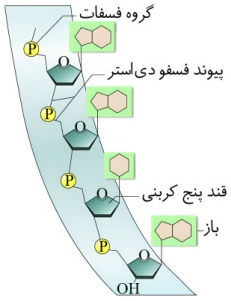
ترجمهٔ صورت سؤال

در بررسی دِنای حلقوی در باکتری، دو دسته از نوکلئوتیدها با نوکلئوتید آدنین‌دار پیوند برقرار می‌کنند: ۱ـ نوکلئوتیدهای تیمین‌دار در رشتهٔ دیگرِ دِنا که پیوند هیدروژنی برقرار می‌کنند. ۲ـ نوکلئوتیدهایی با بازهای آلی گوناگون که پیوند فسفودی‌استری برقرار می‌کنند.

بررسی سریع:

۱	دقت کنید که نوکلئوتید مدنظر ممکن است دارای باز آلی دوحلقه‌ای باشد.
۲	در مولکول دِنا، پیوند فسفودی‌استری بین قندهای نوکلئوتیدهای مجاور برقرار است.
۳	هر نوکلئوتید در حین همانندسازی از سمت گروه هیدروکسیل خود به نوکلئوتید بعدی متصل می‌شود.
۴	هر نوکلئوتید در حین اضافه شدن به رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی، دو فسفات خود را از دست می‌دهد.

پاسخ تشریحی:



هر نوکلئوتید در مولکول دِنا، در حین همانندسازی به منظور اضافه شدن به رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی و برقراری رابطهٔ مکملی با نوکلئوتیدِ رشتهٔ دیگر، دو گروه فسفات خود را از دست می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) دقت کنید که ممکن است نوعی نوکلئوتید دارای باز آلی دوحلقه‌ای در تشکیل پیوند فسفودی‌استری با نوکلئوتید آدنین‌دار شرکت کند. نوکلئوتید دارای باز آلی دوحلقه‌ای، دارای یک حلقهٔ شش‌ضلعی و یک حلقهٔ پنج‌ضلعی می‌باشد.

۲) دقت کنید که در هر مولکول دِنا، پیوند فسفودی‌استری بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور دیده می‌شود؛ نه اینکه بین قند و فسفات دو نوکلئوتید مجاور دیده شود.

۳) دقت کنید که هر نوکلئوتید اضافه شده به رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی دو گروه فسفات خود را از دست می‌دهد و از طریق گروه فسفات به نوکلئوتید قبلی متصل می‌شود، بنابراین این نوکلئوتید دارای گروه هیدروکسیل آزاد خواهد بود که از طریق آن با نوکلئوتید بعدی پیوند برقرار می‌کند.

کلاس درس: نوکلئیک‌اسید

میانبر: مقاومت نوکلئیک‌اسیدها و پروتئین‌ها

۱ـ میزان مقاومت نوکلئیک‌اسیدها و پروتئین‌ها به میزان و قدرت پیوند بین مولکول‌هایشان بستگی دارد، هر چقدر پیوندهای درون مولکولی آن‌ها بیشتر و از نوع قوی‌تری باشد، میزان مقاومت آن‌ها در برابر تغییرات دمایی افزایش می‌یابد.

۲ـ مثلاً در نواحی‌ای از مولکول دنا که غنی از نوکلئوتیدهای با باز آلی C, G است به دلیل داشتن پیوند هیدروژنی بیشتر، مقاومت بیشتری در برابر تغییرات دمایی دارند.

۷- مطابق با اطلاعات کتاب درسی، درخصوص دو نمونهٔ معروف از ساختار دوم پروتئین‌ها، کدام مورد نادرست است؟

۱) در ساختار صفحه‌ای، در هر صفحه یک پیوند پپتیدی قابل مشاهده است.

۲) در ساختار مارپیچ، گروه‌های R به سمت خارج رشتهٔ پلی‌پپتیدی قرار گرفته‌اند.

۳) در ساختار صفحه‌ای، گروه‌های R در دو صفحهٔ متوالی با یکدیگر موازی و هم‌جهت‌اند.

۴) در ساختار مارپیچ، اتم‌های کربن مرکزی در محل پیچ‌خوردگی رشتهٔ پلی‌پپتیدی مشاهده می‌شوند.

پاسخ: گزینهٔ ۳ — سخت ـ نکات شکل ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

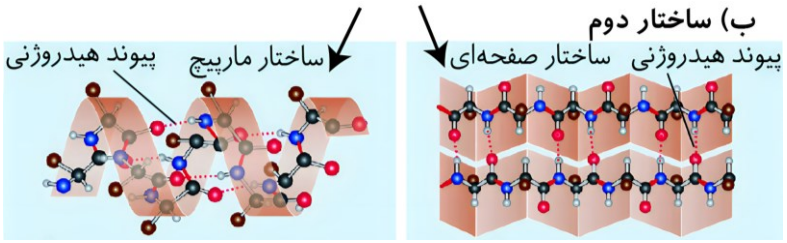
ساختارهای صفحه‌ای و مارپیچ، دو نمونهٔ معروف از ساختارهای دوم پروتئین‌ها هستند.

بررسی سریع:

۱	در هر صفحه یک پیوند پپتیدی دیده می‌شود.
۲	در ساختار مارپیچ، گروه‌های R به سمت خارج رشتهٔ پلی‌پپتیدی قرار دارند.
۳	گروه‌های R در دو صفحهٔ متوالی در جهت‌های متفاوت قرار دارند.
۴	اتم‌های کربن مرکزی در محل پیچ‌خوردگی رشتهٔ پلی‌پپتیدی مشاهده می‌شوند.

پاسخ تشریحی:

همان‌طور که در شکل مشخص است، اتم‌های اکسیژن در دو صفحهٔ متوالی با یکدیگر موازی هستند؛ اما جهت قرارگیری آنها با یکدیگر متفاوت است (اگر گروه R در یک صفحه به سمت بالا باشد، در صفحهٔ بعدی گروه R به سمت پایین قرار گرفته است).



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) همان‌طور که در شکل مشخص است، در هر صفحه، یک پیوند پپتیدی مشاهده می‌شود.

۲) همان‌طور که در شکل مشخص است، در ساختار مارپیچ، گروه‌های R به سمت خارج رشتهٔ پلی‌پپتیدی قرار گرفته‌اند.

۴) همان‌طور که در شکل مشخص است، در ساختار مارپیچ، اتم‌های کربن مرکزی در محل پیچ‌خوردگی رشتهٔ پلی‌پپتیدی مشاهده می‌شوند.

۸- با توجه به مطالب کتاب درسی، اگر در بررسی اجزای یک نوکلئوتید در نوعی دِنای حلقوی، اتمی از باز آلی نیتروژن‌دار که به قند متصل می‌شود را A، اتم کربنی از قند که به گروه فسفات متصل می‌شود را B و اتم کربنِ متصل به B را C نام‌گذاری کنیم، کدام عبارت به‌طور حتم درست است؟

۱) B همانند C دارای گروه هیدروکسیل آزاد می‌باشد.

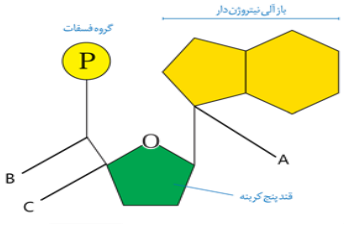
۲) A همانند C در یک حلقهٔ پنج‌ضلعی قرار گرفته است.

۳) A برخلاف B در تشکیل پیوند فسفودی‌استری شرکت می‌کند.

۴) C برخلاف B به اتم اکسیژنی که در رأس حلقهٔ قند قرار دارد، متصل است.

ترجمهٔ صورت سؤال

اتم‌های A، B و C در شکل روبه‌رو مشخص شده‌اند (دقت کنید که اگر باز آلی تک‌حلقه‌ای باشد، اتم A در حلقه‌ای شش ضلعی قرار دارد).

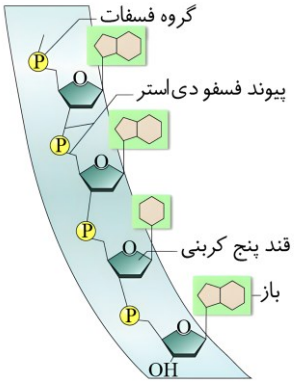


بررسی سریع:

۱	امکان مشاهدهٔ هیدروکسیل آزاد در اتم‌های کربنِ مربوط به قند در دِنای حلقوی وجود ندارد.
۲	اتم A ممکن است در حلقهٔ شش‌ضلعی قرار داشته باشد.
۳	هیچ‌کدام از اتم‌های A و B در تشکیل پیوند فسفودی‌استری شرکت نمی‌کنند.
۴	اتم C برخلاف B به اکسیژنِ قرارگرفته در رأس حلقهٔ قند متصل است.

پاسخ تشریحی:

همان‌طور که در شکل مشخص است، اتم C برخلاف اتم B به اتم اکسیژنی که در رأس حلقهٔ پنج‌ضلعی قند قرار دارد متصل شده است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) دقت کنید که نوکلئوتید موردنظر در دِنای حلقوی قرار گرفته است. در دِنای حلقوی، هیچ‌کدام از اتم‌های کربنِ مربوط به قند پنج کربنی دارای گروه هیدروکسیل آزاد نیستند.

۲) همان‌طور که در شکل مشخص است، ممکن است نوکلئوتید مدنظر دارای باز آلی تک‌حلقه‌ای باشد و اتم A در حلقهٔ شش‌ضلعی قرار داشته باشد.

۳) همان‌طور که در شکل مشخص است، هیچ‌کدام از اتم‌های A و B در تشکیل پیوند فسفودی‌استری شرکت نمی‌کنند.

۹- در رابطه با فعالیت دوگانهٔ آنزیم دِنابسپاراز، کدام مورد نادرست است؟

۱) شکسته شدن پیوند اشتراکی تنها در فعالیت نوکلئازی دیده می‌شود.

۲) تشکیل پیوند فسفودی‌استری تنها در فعالیت بَسپارازی دیده می‌شود.

۳) تشکیل پیوند هیدروژنی در هیچ‌کدام از فعالیت‌های این آنزیم دیده نمی‌شود.

۴) بی اشتباه بودنِ همانندسازی تا حدودی به فعالیت نوکلئازی این آنزیم وابسته است.

پاسخ: گزینهٔ ۱ — آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

آنزیم دِنابسپاراز دارای فعالیت دوگانهٔ نوکلئازی و بسپارازی می‌باشد.

بررسی سریع:

۱	شکسته شدن پیوند اشتراکی در هر دو فعالیت نوکلئازی و بسپارازی دیده می‌شود.
۲	تشکیل پیوند فسفودی‌استری تنها در فعالیت بسپارازی دیده می‌شود.
۳	تشکیل پیوند هیدروژنی به صورت خودبه‌خودی انجام می‌شوند.
۴	دقت زیاد همانندسازی تا حدودی به فعالیت نوکلئازی دِنابسپاراز وابسته است.

پاسخ تشریحی:

در طی فعالیت نوکلئازی آنزیم دِنابسپاراز، پیوند فسفودی‌استری که بین نوکلئوتیدها تشکیل شده است، شکسته می‌شود. همچنین در فعالیت بسپارازی این آنزیم، پیوند بین گروه‌های فسفات در نوکلئوتیدهای سه‌فسفاته نیز شکسته می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ تشکیل پیوند فسفودی‌استری تنها در فعالیت بسپارازی آنزیم دِنابسپاراز دیده می‌شود و در فعالیت نوکلئازی، تنها شکسته شدن پیوند فسفودی‌استری رخ می‌دهد.

۳ دقت کنید که تشکیل پیوند هیدروژنی بین نوکلئوتیدهای مکمل به صورت خودبه‌خودی انجام می‌شود و نیازی به فعالیت مستقیم آنزیم دِنابسپاراز نیست.

۴ همانندسازی دِنا با دقت زیادی انجام می‌شود. این دقت تا حدود زیادی به رابطهٔ مکملی بین بازهای آلی مربوط است و بخشی از آن مربوط به فعالیت نوکلئازی دِنابسپاراز است که باعث رفع اشتباه‌ها در همانندسازی می‌شود.

۱۰- درخصوص نوعی آنزیم که در کاغذسازی استفاده می‌شود، کدام مورد نادرست است؟

۱) از نظر انجام دادنِ واکنش تجزیه به آنزیم هلیکاز شباهت دارد.
۲) از نظر انجام فعالیت بیرون از یاخته با کربنیک‌انیدراز تفاوت دارد.
۳) از نظر اثرگذاری بر مولکول‌های پروتئینی با دِنابسپاراز تفاوت دارد.
۴) از نظر امکان مشاهده شدن درون معدهٔ گوسفند به مایه‌پنیر شباهت دارد.

ترجمهٔ صورت سؤال

آنزیم سلولاز که در تجزیهٔ سلولز به گلوکز نقش دارد، از آنزیم‌های مورد استفاده در کاغذسازی و تولید سوخت‌های زیستی می‌باشد.

بررسی سریع:

۱	سلولاز همانند هلیکاز واکنش تجزیه را انجام می‌دهد.
۲	سلولاز برخلاف کربنیک‌انیدراز فعالیت خود را بیرون از یاخته انجام می‌دهد.
۳	سلولاز بر کربوهیدرات‌ها و دِنابسپاراز بر نوکلئیک‌اسیدها اثر می‌گذارد.
۴	سلولاز همانند مایه‌پنیر درون معدهٔ گوسفند و گاو حضور دارد.

پاسخ تشریحی:

آنزیم سلولاز در تجزیهٔ مولکول‌های کربوهیدرات نقش دارد. این درحالی است که آنزیم دِنابسپاراز در فرایند همانندسازی دِنا (DNA) و بر روی مولکول‌های نوکلئیک‌اسید اثرگذار است. بنابراین هیچ‌کدام از این دو آنزیم بر مولکول‌های پروتئین اثر نمی‌گذارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ آنزیم سلولاز در تجزیهٔ کربوهیدرات‌ها و آنزیم هلیکاز در تجزیهٔ پیوند هیدروژنی بین دو رشتهٔ دِنا نقش دارند. بنابراین هردوی این آنزیم‌ها نوعی واکنش تجزیه را انجام می‌دهند.

۲ آنزیم سلولاز نوعی آنزیم ترشحی است که در خارج از یاخته فعالیت خود را انجام داده و کربوهیدرات‌ها را تجزیه می‌کند. این درحالی است که آنزیم کربنیک‌انیدراز درون گویچه‌های قرمز قرار دارد و درون یاخته فعالیت خود را انجام می‌دهد.

۴ آنزیم سلولاز می‌تواند توسط میکروب‌های درون معدهٔ نشخوارکنندگان مانند گاو و گوسفند تولید شود. همچنین مایه پنیر، در واقع نام عمومی برای آنزیم‌هایی است که با دلمه کردن پروتئین شیر آن را به پنیر تبدیل می‌کنند. این مایه پنیر می‌توانند از معدهٔ نوزادان جانورانی مانند گاو و گوسفند به دست آید.

۱۱- مطابق با اطلاعات کتاب درسی، درخصوص آنزیم کربنیک‌انیدراز، کدام عبارت درست است؟

۱) همانند آنزیم پپسین، pH بهینهٔ آن بین ۶ تا ۸ می‌باشد.

۲) فرآوردهٔ آن همانند همهٔ کوآنزیم‌ها، دارای اتم کربن است.

۳) همانند همهٔ آنزیم‌ها، دارای اتم‌های فسفر و نیتروژن می‌باشد.

۴) یکی از پیش‌ماده‌های آن همانند کوآنزیم‌ها، دارای بار مثبت می‌باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۲ | **آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک**

بررسی سریع:

۱	pH بهینهٔ آنزیم پپسین حدود ۲ است.
۲	کربنیک‌اسید همانند کوآنزیم‌ها دارای اتم کربن است.
۳	کربنیک‌انیداز نوعی آنزیم پروتئینی است که فاقد فسفر می‌باشد.
۴	پیش‌ماده‌های کربنیک‌انیدراز، آب و کربن‌دی‌اکسید هستند که همگی فاقد بار مثبت هستند.

پاسخ تشریحی:

آنزیم کربنیک‌انیدراز از ترکیب آب و کربن‌دی‌اکسید، کربنیک‌اسید را می‌سازد. کربنیک‌اسید دارای اتم کربن در ساختار خود است. همچنین، همهٔ کوآنزیم‌ها، دارای ترکیب‌های آلی مانند ویتامین‌ها هستند که دارای اتم کربن در ساختار خود می‌باشند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) آنزیم کربنیک‌انیدراز در خون قرار دارد و بنابراین، pH بهینهٔ آن در حدود ۷/۴ می‌باشد. این درحالی است که pH بهینهٔ آنزیم پپسین، حدود ۲ می‌باشد.

۳) کربنیک‌اسید همانند اغلب آنزیم‌های بدن، نوعی آنزیم پروتئینی محسوب می‌شود. دقت کنید که پروتئین‌ها فاقد عنصر فسفر در ساختار خود می‌باشند.

۴) پیش‌ماده‌های آنزیم کربنیک‌انیدراز، آب و کربن‌دی‌اکسید است که همگی فاقد بار مثبت می‌باشند. برخی از کوآنزیم‌ها، دارای یون‌های فلزی با بار مثبت مانند یون‌های آهن و مس می‌باشند.

۱۲- در آزمایشی فرضی مشابه آزمایش مزلسون و استال، مولکول‌های دِنای (DNA) طبیعی در باکتری E.coli، ابتدا به مدت ۲۰ دقیقه در محیط دارای ^{15}N یک نسل همانندسازی را انجام می‌دهند و سپس باکتری‌ها به محیطی دارای ^{14}N منتقل می‌شوند و یک نسل دیگر همانندسازی را انجام می‌دهند و بعد از آن، چگالی دِناها مورد سنجش قرار می‌گیرد. در حالتی که همانندسازی هر دو نسل به‌صورت حفاظتی انجام شده است، برخلاف حالتی که همانندسازی هر دو نسل به‌صورت نیمه‌حفاظتی انجام می‌شود، نوارهای تشکیل‌شده در لوله چه مشخصه‌ای دارند؟

۱) در هر نوار دِنای دارای ^{14}N حضور دارد.
۲) دو نوار با ضخامت متفاوت تشکیل می‌شود.
۳) یک نوار در بخش بالایی لوله تشکیل می‌شود.
۴) چگالی رشته‌های دِنا در یک نوار متفاوت خواهد بود.

پاسخ: گزینهٔ ۲ | **سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

در ابتدا، مولکول‌های دِنای سبک یک نسل همانندسازی را انجام می‌دهند. اگر همانندسازی به‌صورت حفاظتی باشد، یک مولکول دِنای سبک و یک مولکول دِنای سنگین تشکیل خواهد شد. اگر به‌صورت نیمه‌حفاظتی باشد، دو مولکول دِنای متوسط تشکیل خواهد شد. سپس در دومین نسل همانندسازی، اگر همانندسازی به‌صورت حفاظتی باشد، درنهایت سه مولکول دِنای سبک و یک مولکول دِنای سنگین تشکیل می‌شود و اگر به‌صورت نیمه‌حفاظتی باشد، دو مولکول دِنای سبک و دو مولکول دِنای متوسط تشکیل می‌شود.

بررسی سریع:

۱	اگر همانندسازی به‌صورت حفاظتی باشد، امکان تشکیل مولکول دِنای سنگین وجود دارد.
۲	اگر همانندسازی به‌صورت حفاظتی باشد، ضخامت نوار حاوی دِنای سبک بیشتر از نوار حاوی دِنای سنگین است.
۳	اگر همانندسازی به‌صورت حفاظتی یا نیمه‌حفاظتی باشد، یک نوار در بخش بالایی تشکیل می‌شود.
۴	اگر همانندسازی به‌صورت حفاظتی باشد، امکان تشکیل دِنای متوسط وجود ندارد.

پاسخ تشریحی:

در صورتی که هر دو نسل همانندسازی به‌صورت حفاظتی باشد، سه مولکول دِنای سبک و یک مولکول دِنای سنگین تشکیل می‌شود. بنابراین در لوله یک نوار در بالا و یک نوار در پایین لوله تشکیل می‌شود که ضخامت نوار بالایی بیشتر است. اگر هر دو نسل همانندسازی به‌صورت نیمه‌حفاظتی باشد، دو مولکول دِنای سبک و دو مولکول دِنای متوسط تشکیل می‌شود (دو نوار با ضخامت‌های برابر در بالا و میانهٔ لوله).

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در صورتی که هر دو نسل همانندسازی به‌صورت حفاظتی باشد، سه مولکول دِنای سبک و یک مولکول دِنای سنگین تشکیل می‌شود. در نوار حاوی مولکول دِنای سنگین، ^{14}N وجود نخواهد داشت.

۳) در هر دو حالت مطرح‌شده در صورت سؤال، مولکول‌های دِنای سبک تشکیل می‌شود. بنابراین در هر دو حالت، یک نوار در بالای لوله تشکیل می‌شود.

۴) در صورتی که هر دو نسل همانندسازی به‌صورت حفاظتی باشد، سه مولکول دِنای سبک و یک مولکول دِنای سنگین تشکیل می‌شود. در هر نوار تشکیل شده در این حالت، چگالی رشته‌های سازندهٔ مولکول دِنا با یکدیگر برابر است.

۱۳- درخصوص همانندسازی دِنای (DNA) هستهٔ در نوعی یاختهٔ یوکاریوتی، چند مورد درست است؟ (درنظر بگیرید که در این دِنا، سه جایگاه آغاز همانندسازی وجود دارد.)

الف ـ دوازده عدد آنزیم هلیکاز مارپیچ دِنا را باز می‌کنند.

ب ـ رشته‌های ساخته شده در چهار نقطه به یکدیگر متصل می‌شوند.

ج ـ طول رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدیِ درحال ساخت، می‌تواند با یکدیگر برابر باشد.

د ـ دوراهی‌های همانندسازیِ نزدیک‌تر به انتهای دِنا از دوراهی‌های دیگر دور می‌شوند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

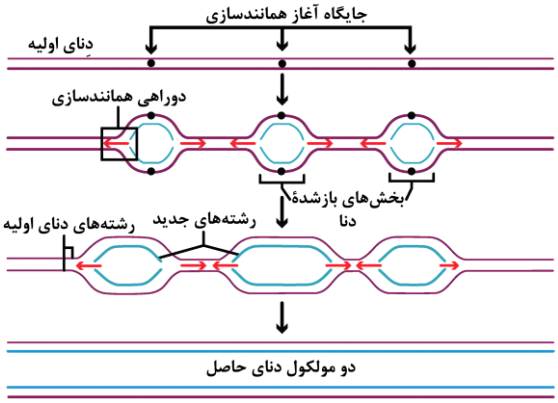
پاسخ: گزینهٔ ۳ **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک**

بررسی سریع:

الف	در این مولکول ۶ عدد آنزیم هلیکاز فعالیت می‌کنند.
ب	رشته‌های ساخته شده در چهار ناحیه به یکدیگر متصل می‌شوند.
ج	اگر سرعت حرکت آنزیم‌ها برابر باشد، طول رشته‌های درحال ساخت برابر خواهد بود.
د	دوراهی‌های همانندسازی انتهایی از دوراهی‌های دیگر دور می‌شوند.

پاسخ تشریحی:

تنها مورد «الف» نادرست است.



بررسی موارد:

الف همان‌طور که در شکل مشخص است، در این مولکول دِنا، ۳ جایگاه آغاز همانندسازی و ۶ دوراهی همانندسازی وجود دارد. از آنجا که در هر دوراهی، یک آنزیم هلیکاز فعالیت می‌کند، می‌توان گفت در مجموع ۶ آنزیم هلیکاز فعالیت خواهند کرد.

ب همان‌طور که در شکل مشخص است، از روی این مولکول دِنا، ۶ رشته در حال ساخت می‌باشد که در ۴ ناحیه به یکدیگر متصل می‌شوند و دو رشتهٔ پیوسته را می‌سازند.

ج دقت کنید که اگر سرعت حرکت و فعالیت آنزیم‌های مربوط به همانندسازی یکسان باشد، طول رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدی در حال ساخت می‌تواند برابر باشد.

د همان‌طور که در شکل مشخص است، دوراهی‌های همانندسازیِ انتهایی همواره از دوراهی‌های دیگر همانندسازی دور می‌شوند.

۱۴- درخصوص عوامل مؤثر بر فعالیت آنزیم‌ها، کدام مورد یا موارد زیر، درست است؟ (درنظر بگیرید که پیش‌مادهٔ موجود در محیط فرضی، نامحدود است و به اتمام نمی‌رسد.)

الف ــ با افزایش غلظت آنزیم، سرعت تولید فراورده همواره افزایش می‌یابد.

ب ــ در صورت کاهش جذب ویتامین‌ها، سرعت مصرف پیش‌ماده می‌تواند کاهش یابد.

ج ــ در صورت افزایش دمای محیط از ۳۴ به ۳۷ درجه، ممکن است سرعت انجام واکنش کاهش یابد.

د ــ در صورت کاهش pH محیط تا حدود ۲، ممکن است میزان مصرف آب در محیط نسبت به قبل افزایش یابد.

۱) «الف»، «ب»، «ج» و «د»
۲) «ب»، «ج» و «د»
۳) «ب»
۴) «الف» و «ب»

پاسخ: گزینهٔ ۱ — **متوسط ــ مفهومی ــ ۱۲۰۱ ــ ژنتیک**

بررسی سریع:

الف	از آنجا که در فرض سؤال پیش‌ماده نامحدود است، افزایش غلظت آنزیم همواره سرعت واکنش را زیاد می‌کند.
ب	برخی آنزیم‌ها به کوآنزیم‌هایی مانند ویتامین‌ها وابسته هستند و کمبود ویتامین منجر به اختلال در عملکرد آنزیم می‌شود.
ج	در آنزیم‌های برخی نقاط بدن مانند بیضه، آنزیم‌ها در دمای ۳۴ درجه بهترین فعالیت را دارند.
د	در معده با کاهش pH محیط تا حدود ۲، عملکرد آنزیم‌های معده افزایش می‌یابد.

پاسخ تشریحی:

همهٔ موارد درست هستند.

بررسی موارد:

الف دقت کنید از آنجا که غلظت پیش‌ماده در محیط نامحدود است و هیچ‌گاه به اتمام نمی‌رسد، در صورت افزایش غلظت آنزیم در محیط، سرعت انجام واکنش همواره افزایش می‌یابد.

ب برخی از آنزیم‌ها برای انجام فعالیت‌های خود به مواد آلی نظیر ویتامین‌ها که کوآنزیم محسوب می‌شوند نیاز دارند و کاهش جذب این مواد منجر به اختلال در عملکرد آنها و کاهش سرعت مصرف پیش‌ماده می‌شود.

ج برخی از آنزیم‌های بدن انسان مانند آنزیم‌های بیضه در محیطی با دمای ۳ درجه کمتر از دمای سایر نقاط بدن (۳۴ درجه) بهترین فعالیت را دارند و با انتقال آنها به محیطی با دمای ۳۷ درجه، سرعت انجام واکنش در آنها کاهش می‌یابد.

د در معده با کاهش pH محیط تا حدود ۲، عملکرد آنزیم‌های معده افزایش می‌یابد.

۱۵- مطابق با اطلاعات کتاب درسی، در ارتباط با «هِم» کدام مورد درست است؟

۱) در ارتباط با یون Fe^{3+} قرار می‌گیرد.

۲) به یکی از دو انتهای یک رشتهٔ پلی‌پپتیدی متصل می‌شود.

۳) در یک پروتئین می‌تواند با رشته‌های پلی‌پپتیدی متنوعی در ارتباط باشد.

۴) انجام فعالیت آن وابسته به تشکیل ساختاری تحت عنوان «آرایش زیرواحدها» می‌باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۳ | **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک**

تعبیر

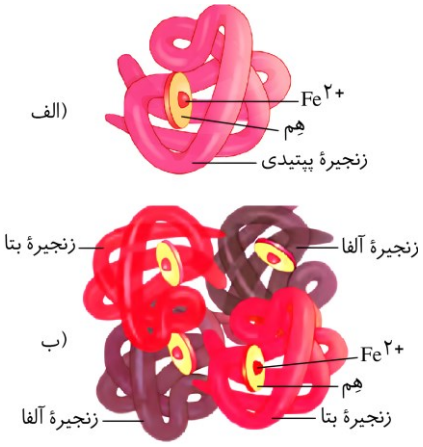
- **ساختاری تحت عنوان آرایش زیرواحدها:** ساختار چهارم

بررسی سریع:

۱	گروه هِم در ارتباط با یون Fe^{2+} قرار می‌گیرد.
۲	گروه هِم به انتهای رشتهٔ پلی‌پپتیدی متصل نمی‌شود.
۳	در هموگلوبین، گروه هِم در ارتباط با زنجیره‌های آلفا و بتا می‌باشد.
۴	گروه هِم در پروتئین میوگلوبین که فاقد ساختار چهارم است می‌تواند فعالیت خود را انجام دهد.

پاسخ تشریحی:

همان‌طور که در شکل مشخص است، در پروتئین هموگلوبین، گروه هِم در ارتباط با زنجیره‌های آلفا و بتا قرار گرفته است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) همان‌طور که در شکل مشخص است، در پروتئین‌های میوگلوبین و هموگلوبین، گروه هِم در ارتباط با یون Fe^{2+} قرار می‌گیرد.

۲) همان‌طور که در شکل مشخص است، در پروتئین‌های میوگلوبین و هموگلوبین، گروه هِم در ارتباط با بخش میانی زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی قرار دارد (نه یکی از دو انتهای آن).

۴) پروتئین میوگلوبین دارای ساختار نهایی سوم است و گروه هم در ساختار آن بدون نیاز به تشکیل ساختار چهارم در پروتئین، فعالیت خود را انجام می‌دهد.

۱- **کدام عبارت، دربارهٔ یک یاختهٔ زنده و دارای دِنا (DNA) درست است؟**

۱) در رمز آغاز و پایان آن، به‌طور حتم، نوکلئوتید یوراسیل‌دار وجود دارد.

۲) در اغلب عوامل لازم در ترجمه، علاوه بر نیتروژن، فسفر هم وجود دارد.

۳) ممکن است همهٔ رِنا (RNA)های حاصل از رونویسی، بدون تغییر، فعال شوند.

۴) فقط بعضی از انواع بسپاراز (پلیمراز)ها، قادر به شکستن پیوند بین نوکلئوتیدها هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۲ | **آسان ـ خط به خط ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

تعبیر

- **رمز آغاز =** TAC
- **رمز پایان =** ATT، ATC و ACT
- **عوامل لازم در ترجمه =** رِنای پیک، آمینواسیدها، رِناتَن‌ها، رِناهای ناقل و ATP

بررسی سریع:

۱	رمز، برخلاف رمزه، در دِنا وجود دارد و فاقد نوکلئوتید یوراسیل‌دار است.
۲	به‌جز آمینواسیدها، سایر عوامل لازم در ترجمه، هم نیتروژن و هم فسفر دارند.
۳	همهٔ رِناهای ناقل، پس از رونویسی دچار تغییراتی می‌شوند.
۴	دِنابسپاراز، پیوندهای فسفودی‌استر را می‌شکند و رِنابسپاراز هم می‌تواند پیوندهای هیدروژنی را بشکند.

پاسخ تشریحی:

از بین عوامل لازم در ترجمه، آمینواسیدها، نیتروژن دارند، ولی فسفر ندارند. سایر عوامل لازم در ترجمه، شامل رِنای پیک، رِناتَن‌ها، رِناهای ناقل و ATP، هم نیتروژن و هم فسفر دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ رمزها، توالی‌های سه‌نوکلئوتیدی در دِنا هستند و در آن‌ها، نوکلئوتید یوراسیل‌دار وجود ندارد.

۳ رِنای ناقل، پس از رونویسی و قبل از اینکه بتواند فعالیت خود را آغاز کند، دچار تغییراتی می‌شود. بنابراین، در همهٔ یاخته‌های زنده، تغییر رِنای ناقل قبل از شروع فعالیت آن الزامی است.

۴ دِنابسپاراز، می‌تواند طی فرایند ویرایش، پیوند فسفودی‌استر بین نوکلئوتیدها را بشکند. آنزیم رِنابسپاراز هم می‌تواند پیوندهای هیدروژنی بین دو رشتهٔ دِنا را بشکند.

۲- نوعی هورمون آزادکنندهٔ هیپوتالاموس که ترشح LH و FSH را تنظیم می‌کند، دارای ۱۰ آمینواسید است. در ارتباط با رِنای پیکِ بالغ مربوط به این هورمون، چند مورد زیر درست است؟

الف ـ در مرحلهٔ پایان ترجمه، دو نوکلئوتید پورین‌دار آن در جایگاه A رِناتَن (ریبوزوم) قرار دارند.

ب ـ فقط پس از قرارگیری بین دو زیرواحد رِناتَن، به رِنای ناقل حامل متیونین متصل می‌شود.

ج ـ نوعی بازخورد منفی می‌تواند باعث فعال‌شدن سازوکارهای حافظت‌کننده از آن شود.

د ـ فقط ۳۰ واحد سه‌بخشی دارای قند ریبوز در ساختار آن قابل‌مشاهده است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ | **سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

بررسی سریع:

الف	رمزه‌های پایان UAA، UGA و UAG هستند و در همهٔ آن‌ها، دو نوکلئوتید پورین‌دار وجود دارد.
ب	در مرحلهٔ آغاز ترجمه، قبل از تکمیل ساختار رِناتَن، رِنای ناقل حامل متیونین به رمزهٔ آغاز متصل می‌شود.
ج	تولید هورمون آزادکنندهٔ LH و FSH تحت تأثیر بازخورد منفی می‌تواند افزایش یابد و در این شرایط، طول عمر رِنای پیک افزایش می‌یابد.
د	ابتدا و انتهای رِنای پیک، ترجمه نمی‌شوند و بنابراین، تعداد نوکلئوتیدهای رِنای پیک، بیش از ۳ برابر تعداد آمینواسیدها است.

پاسخ تشریحی:

موارد «الف» و «ج»، درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) نوکلئوتیدهای پورین‌دار، نوکلئوتیدهای آدنین‌دار و گوانین‌دار هستند. در مرحلهٔ پایان ترجمه، رمزهٔ پایان در جایگاه A رناتَن قرار می‌گیرد. رمزه‌های پایان، UAA، UGA و UAG هستند و در هر سه رمزهٔ پایان، دو نوکلئوتید پورین‌دار وجود دارد.

ب) در مرحلهٔ آغاز ترجمه، ابتدا رِنای ناقلی که مکمل رمزهٔ آغاز است به آن متصل می‌شود و سپس با افزوده شدن زیرواحد بزرگ رِناتَن به این مجموعه، ساختار رِناتَن کامل می‌شود.

ج) ترشح هورمون‌های هیپوتالاموس می‌تواند تحت تأثیر بازخورد منفی تنظیم شود. بازخورد منفی می‌تواند باعث افزایش ترشح هورمون آزادکننده شود و در این شرایط، نیاز به تولید مقادیر بیشتر از هورمون است؛ لذا، سازوکارهای حفاظت‌کننده از رِنای پیک با افزایش طول عمر رِنای پیک، می‌توانند فرصت بیشتری را برای پروتئین‌سازی فراهم کنند.

د) برای ترجمهٔ رِنای پیک دارای ۱۰ آمینواسید، ۱۱ رمزه (۱۰ رمزه برای آمینواسیدها و ۱ رمزهٔ پایان) در رِنای پیک وجود دارد؛ بنابراین، برای این ۱۱ رمزه، ۳۳ نوکلئوتید در رِنای پیک وجود دارد. علاوه‌بر این، بخش‌های ابتدایی و انتهایی رِنای پیک ترجمه نمی‌شوند و تعداد نوکلئوتیدهای رِنای پیک از تعداد نوکلئوتیدهای کل رمزه‌ها بیشتر است.

۳- **در هستهٔ یاختهٔ پوششی کبد، دو ژن بسیار فعال در مجاورت یکدیگر قرار دارند و آنزیم‌های رونویسی‌کنندهٔ آن‌ها، به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند. کدام مورد، دربارهٔ این دو ژن صادق است؟**

۱) ممکن است راه‌انداز مربوط به دو ژن، در فاصلهٔ بین دو ژن قرار داشته باشد.

۲) به‌طور حتم، رِناهای حاصل از رونویسی در ساختار یک اندامک شرکت می‌کنند.

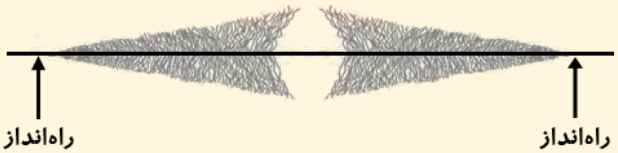
۳) به‌طور حتم، رشتهٔ رمزگذار یک ژن یا رشتهٔ مورد رونویسی ژن دیگر یکسان است.

۴) ممکن است کوتاه‌ترین رِناهای متصل به دو ژن، در نزدیکی یکدیگر قرار داشته باشند.

پاسخ: گزینهٔ ۳ — **آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

با توجه به توضیحات صورت سؤال، وضعیت دو ژن مشابه زیر است:



تعبیر

- **رِناهایی که در ساختار یک اندامک شرکت می‌کنند =** رِنای رِناتَنی (rRNA)

بررسی سریع:

۱	در فاصلهٔ بین دو ژن، راه‌انداز وجود ندارد.
۲	ممکن است ژن‌ها مربوط به rRNA نباشند.
۳	رشتهٔ الگوی دو ژن متفاوت است؛ بنابراین، رشتهٔ رمزگذار یک ژن و رشتهٔ مورد رونویسی ژن دیگر، یکسان هستند.
۴	بلندترین (نه کوتاه‌ترین) رِناهای متصل به دو ژن در نزدیکی یکدیگر قرار دارند.

پاسخ تشریحی:

زمانی که رِنابسپارازهای در حال رونویسی دو ژن مختلف به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند، جهت رونویسی از دو ژن یکسان نیست؛ در نتیجه، رشتهٔ الگوی دو ژن نیز یکسان نیست و در این شرایط، رشتهٔ رمزگذار یک ژن با رشتهٔ مورد رونویسی ژن دیگر یکسان است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) اگر راه‌انداز مربوط به دو ژن، در فاصلهٔ بین دو ژن قرار داشته باشد، باز هم رشتهٔ الگو و جهت رونویسی از دو ژن متفاوت است؛ اما در این حالت، آنزیم رونویسی‌کنندهٔ دو ژن، از یکدیگر دور می‌شوند، نه اینکه به هم نزدیک شوند.



۲) رِنای رِناتَنی (rRNA)، نوعی مولکول رِنا است که در ساختار رِناتَن (ریبوزوم) شرکت می‌کند. اگر هر دو ژن ذکر شده در این سؤال، مربوط به rRNA باشند، این گزینه درست است؛ اما ممکن است ژن‌ها مربوط به rRNA نباشند و مثلاً مربوط به mRNA باشند.

۴) زمانی که تعداد زیادی رِنابسپاراز به‌طور همزمان رونویسی یک ژن را انجام می‌دهند، طویل‌ترین رِناهای متصل به ژن در نزدیکی انتهای آن قرار دارند. با توجه به موقعیت قرارگیری این دو ژن، انتهای آن‌ها به یکدیگر نزدیک است در نتیجه، بلندترین (نه کوتاه‌ترین) رِناهای متصل به دو ژن در نزدیکی یکدیگر قرار دارند.

۴- **در یاخته‌های بنیادی میلوئیدی، فرایندهایی وجود دارند که طی آن‌ها، بسپار (پلیمر)هایی از واحدهای سه‌بخشی تشکیل می‌شوند. کدام مورد، دربارهٔ این فرایندها درست است؟**

۱) در فرایندی که به تعداد دفعات بیشتری انجام می‌شود، هلیکاز نقش دارد.
۲) فقط در یکی از آن‌ها، رشتهٔ جدید به رشتهٔ قدیمی متصل باقی می‌ماند.
۳) بعضی از واحدهای سازندهٔ فراورده‌های این دو فرایند، یکسان هستند.
۴) همهٔ رشته‌های ساخته‌شده در این فرایندها، دو سر متفاوت دارند.

پاسخ: گزینهٔ ۲ | **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

نوکلئیک‌اسیدها، بسپارهایی از واحدهای سه‌بخشی به نام نوکلئوتید هستند. نوکلئیک‌اسیدها، طی فرایندهای **همانندسازی** و **رونویسی** ساخته می‌شوند.

تعبیر

- **فرایندی که به تعداد دفعات بیشتری انجام می‌شود** = رونویسی
- **فراورده‌های این دو فرایند** = دِنا و رِنا
- **رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی دارای دو سر متفاوت** = رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی خطی

بررسی سریع:

۱	هلیکاز در همانندسازی (نه رونویسی) نقش دارد.
۲	در رونویسی، رِنا به‌تدریج از رشتهٔ الگو جدا می‌شود؛ اما در همانندسازی، رشتهٔ جدید به رشتهٔ الگوی خود متصل باقی می‌ماند.
۳	واحدهای سازندهٔ دِنا، دارای قند دئوکسی‌ریبوز هستند و نوکلئوتیدهای رِنا، قند ریبوز دارند؛ لذا، هیچ‌کدام از نوکلئوتیدهای دِنا و رِنا یکسان نیستند.
۴	اگر همانندسازی در میتوکندری انجام شود، رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی حلقوی ساخته می‌شود.

پاسخ تشریحی:

در رونویسی، رِنای در حال ساخت به‌تدریج از رشتهٔ الگوی دِنا جدا می‌شود؛ اما در همانندسازی، رشتهٔ دِنای جدید، به رشتهٔ الگوی دِنا متصل باقی می‌ماند و از آن جدا نمی‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در همانندسازی، آنزیم هلیکاز پیوندهای هیدروژنی بین دو رشتهٔ دِنای الگو را می‌شکند؛ اما در رونویسی، این کار توسط آنزیم رِنابسپاراز انجام می‌شود و هلیکاز نقشی ندارد.

۳) نوکلئوتیدهای تیمین‌دار، فقط در دِنا و نوکلئوتیدهای یوراسیل‌دار، فقط در رِنا وجود دارند. نوکلئوتیدهای سیتوزین‌دار، گوانین‌دار و آدنین‌دار، هم در دِنا و هم در رِنا وجود دارند؛ اما دقت داشته باشید که این نوکلئوتیدها نیز یکسان نیستند و نوع قند آن‌ها متفاوت است. مثلاً نوکلئوتید آدنین‌دار در دِنا، قند دئوکسی‌ریبوز دارد و نوکلئوتید آدنین‌دار در رِنا، دارای قند ریبوز است.

۴) رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدی خطی، همیشه دو سر متفاوت دارند. در هستهٔ یاخته‌های یوکاریوتی، رِنای خطی و دِنای خطی ساخته می‌شود و رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدی آن‌ها، دو سر متفاوت دارند؛ اما در راکیزهٔ (میتوکندری) یاخته‌های یوکاریوتی، دِنای حلقوی وجود دارد و طی فرایند همانندسازی این دِنا، رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدی حلقوی ساخته می‌شوند.

۵- در نوعی پلی‌پپتید موجود در یاختهٔ پارانشیمی گیاه لوبیا، تاخوردگی‌هایی مشاهده می‌شود. کدام عبارت، دربارهٔ این پلی‌پپتید درست است؟

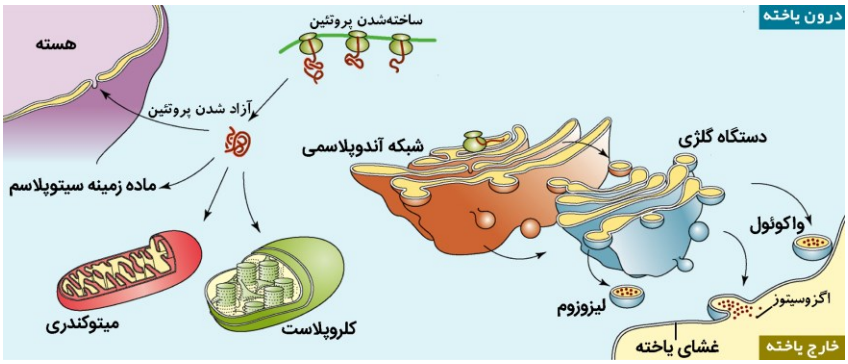
۱) ممکن است به نوعی رِنای ناقل (tRNA) متصل باشد.
۲) ممکن نیست توالی آمینواسیدی، آن را به سوی مقصد هدایت کند.
۳) ممکن نیست هم ساختار صفحه‌ای و هم ساختار مارپیچی داشته باشد.
۴) ممکن نیست از مادهٔ زمینهٔ سیتوپلاسم به درون دیسه (پلاست) منتقل شود.

پاسخ: گزینهٔ ۱ — متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک

بررسی سریع:

۱	ایجاد تاخوردگی در پلی‌پپتید، ممکن است همزمان با ترجمه و در زمان اتصال آن به رِنای ناقل رخ دهد.
۲	در همهٔ پروتئین‌ها، توالی‌های آمینواسیدی برای هدایت پروتئین به سوی مقصد وجود دارد.
۳	در یک پلی‌پپتید، ممکن است به‌طور همزمان هم ساختار صفحه‌ای و هم ساختار مارپیچی وجود داشته باشد.
۴	بعضی از پروتئین‌های مربوط به دیسه‌ها، توسط ریبوزوم‌های مادهٔ زمینهٔ سیتوپلاسم ساخته می‌شود.

پاسخ تشریحی:

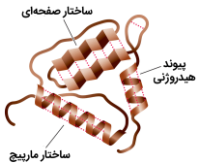


همانطور که در شکل مشخص است، هنگام ساخته‌شدن پروتئین و در زمانی که هنوز پلی‌پپتید به رِنای ناقل متصل است، امکان ایجاد تاخوردگی در آن وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ در همهٔ پروتئین‌ها، براساس مقصدی که پروتئین باید برود، توالی‌های آمینواسیدی در آن وجود دارد که پروتئین را به مقصد هدایت می‌کند.

۳ در یک پلی‌پپتید، ممکن است به‌طور همزمان ساختار صفحه‌ای و ساختار مارپیچی وجود داشته باشد.



۴ پروتئین‌هایی که توسط ریبوزوم‌های مادهٔ زمینهٔ سیتوپلاسم ساخته می‌شود، مقصدهای متفاوتی ممکن است داشته باشند و یکی از این مقصدها، می‌تواند دیسه (پلاست) باشد.

۶- به‌طور معمول، چند مورد، دربارهٔ همهٔ رِناهای پیک ساخته‌شده در هستهٔ پارامسی، صادق است؟

الف ـ دستخوش تغییراتی در حین رونویسی و یا پس از آن می‌شوند.
ب ـ توالی‌های معینی از آن‌ها جدا و حذف می‌شوند.
ج ـ عمری نسبتاً طولانی قبل از تجزیه شدن دارند.
د ـ توسط آنزیم رِنابسپاراز دو ساخته می‌شوند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ — آسان ـ حفظی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک

بررسی سریع:

الف	رِناهای پیک **ممکن است** دستخوش تغییراتی در حین رونویسی و یا پس از آن شوند.
ب	در **بعضی از** ژن‌ها، توالی‌های معینی از رِنای ساخته شده جدا و حذف می‌شوند.
ج	در یوکاریوت‌ها، عمر رِنای پیک پیش از تجزیه، طولانی‌تر است.
د	رِناهای پیک یوکاریوت‌ها توسط رِنابسپاراز دو ساخته می‌شوند.

پاسخ تشریحی:

موارد «ج» و «د»، درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) رِنای پیک ممکن است (نه همواره) دستخوش تغییراتی در حین رونویسی و یا پس از آن شود.

ب) در بعضی ژن‌ها (نه همهٔ ژن‌ها)، توالی‌های معینی از رِنای پیک ساخته شده، جدا و حذف می‌شود و سایر بخش‌ها به هم متصل می‌شوند و یک رِنای پیک یکپارچه می‌سازند.

ج) در یاخته‌های یوکاریوتی سازوکارهایی برای حفاظت رِنای پیک در برابر تخریب وجود دارد. بنابراین، فرصت بیشتری برای پروتئین‌سازی هست. در مجموع، این عوامل موجب طولانی‌تر شدن عمر رِنای پیک پیش از تجزیه می‌شود.

د) در یوکاریوت‌ها، رِناهای پیک توسط آنزیم رِنابسپاراز دو ساخته می‌شوند.

۷- هر آنزیمی در هستهٔ نوتروفیل‌ها که توانایی تشکیل رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی خطی را دارد، چند مشخصهٔ زیر را دارد؟

الف ـ توانایی شکستن پیوند هیدروژنی بین دو نوکلئوتید

ب ـ توانایی شکستن پیوند اشتراکی در یک نوکلئوتید

ج ـ قرارگیری روی قسمتی از دِنا که جزء ژن نیست

د ـ قرارگیری در مجاورت هر دو رشتهٔ دِنای الگو

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۱ — **سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

به‌طور کلی، در هستهٔ یاخته‌های یوکاریوتی، فرایندهای همانندسازی و رونویسی، می‌توانند منجر به تشکیل رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی خطی شوند؛ اما از بین گویچه‌های سفید، فقط گروهی از لنفوسیت‌ها توانایی تقسیم و همانندسازی را دارند و سایر گویچه‌های سفید، مانند نوتروفیل‌ها، همانندسازی را انجام نمی‌دهند. بنابراین، منظور این سؤال، فقط **آنزیم رِنابسپاراز** است که رونویسی را انجام می‌دهد.

بررسی سریع:

الف	رِنابسپاراز می‌تواند پیوندهای هیدروژنی بین دو رشتهٔ دِنا را بشکند.
ب	رِنابسپاراز می‌تواند هنگام اتصال هر نوکلئوتید به رشتهٔ در حال ساخت، پیوند اشتراکی بین فسفات‌ها را بشکند.
ج	رِنابسپاراز می‌تواند روی راه‌انداز قرار بگیرد که جزء ژن نیست.
د	رِنابسپاراز هنگام رونویسی، در مجاورت هر دو رشتهٔ دِنای الگو قرار می‌گیرد.

پاسخ تشریحی:

هر چهار مورد این سؤال، درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

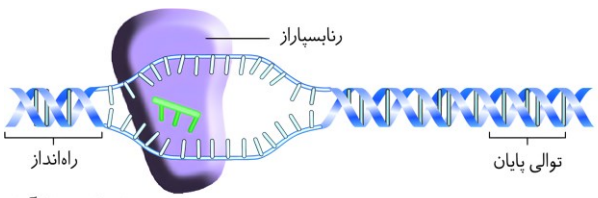
الف) آنزیم رِنابسپاراز می‌تواند پیوندهای هیدروژنی بین دو رشتهٔ دِنا را بشکند و دو رشته را از هم باز کند.

ب) نوکلئوتیدها به‌صورت سه‌فسفاته در یاخته قرار دارند و به‌صورت تک‌فسفاته در رِنا قرار می‌گیرند. زمانی که رِنابسپاراز می‌خواهد یک نوکلئوتید را به رشتهٔ در حال ساخت اضافه کند، پیوند اشتراکی بین گروه‌های فسفات را می‌شکند و دو فسفات را از نوکلئوتید جدا می‌کند.

حواست باشه که:

رِنابسپاراز توانایی شکستن پیوند اشتراکی بین دو نوکلئوتید رو نداره؛ اما دِنابسپاراز، می‌تونه هم پیوند اشتراکی بین دو نوکلئوتید رو بشکنه و هم پیوند اشتراکی در یک نوکلئوتید.

ج) توالی‌های تنظیمی مانند راه‌انداز، جزء ژن نیستند؛ اما رِنابسپاراز، در مرحلهٔ آغاز رونویسی، ابتدا به راه‌انداز متصل می‌شود.



الف) مرحلهٔ آغاز

د) همانطور که در شکل مشخص است، آنزیم رِنابسپاراز، در مجاورت هر دو رشتهٔ دِنای الگو قرار می‌گیرد.

۸- در کدام گزینه، هر دو اتفاق ذکر شده، به‌طور حتم مربوط به یک مرحله از رونویسی هستند؟

۱) متصل باقی‌ماندن رِنا به دِنا ـ شناسایی راه‌انداز توسط آنزیم رِنابسپاراز

۲) حرکت آنزیم رونویسی‌کننده روی دِنا ـ به هم پیوستن مجدد دو رشتهٔ دِنا

۳) شناسایی نوعی توالی ویژه در دِنا ـ تشکیل اولین پیوند فسفودی‌استر رشتهٔ رِنا

۴) تشکیل پیوند هیدروژنی بین یوراسیل و آدنین ـ ساخته شدن بخش عمدهٔ مولکول رِنا

پاسخ: گزینهٔ ۱ | **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

بررسی سریع:

۱	در مرحلهٔ آغاز رونویسی، راه‌انداز توسط رِنابسپاراز شناسایی می‌شود و رِنای ساخته‌شده نیز به دِنا متصل باقی می‌ماند.
۲	در همهٔ مراحل رونویسی، حرکت آنزیم رونویسی‌کننده وجود دارد. در مرحلهٔ طویل‌شدن و پایان نیز به هم پیوستن مجدد دو رشتهٔ دِنا وجود دارد.
۳	در مرحلهٔ آغاز و پایان، نوعی توالی ویژه شناسایی می‌شود؛ اما اولین پیوند فسفودی‌استر، در مرحلهٔ آغاز تشکیل می‌شود.
۴	در تمامی مراحل، پیوند هیدروژنی بین یوراسیل و آدنین تشکیل می‌شود؛ اما بخش عمدهٔ رِنا در مرحلهٔ طویل‌شدن ساخته می‌شود.

پاسخ تشریحی:

در مرحلهٔ آغاز رونویسی، راه‌انداز توسط آنزیم رِنابسپاراز (RNAپلی‌مراز) شناسایی می‌شود. در این مرحله، زنجیرهٔ کوتاهی از رِنا ساخته می‌شود و این زنجیرهٔ کوتاه رِنا، به رشتهٔ الگوی دِنا متصل باقی می‌ماند و از آن جدا نمی‌شود.

نکته:

در مرحلهٔ طویل‌شدن و پایان رونویسی، رشتهٔ رِنا به‌تدریج از رشتهٔ الگوی دِنا جدا می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) در تمامی مراحل رونویسی، آنزیم رِنابسپاراز روی دِنا حرکت می‌کند. به هم پیوستن مجدد دو رشتهٔ دِنا هم فقط مربوط به مرحلهٔ طویل‌شدن و پایان رونویسی است.

نکته:

تشکیل پیوندهای هیدروژنی ← بین ریبونوکلئوتید و دئوکسی ریبونوکلئوتید: در تمامی مراحل رونویسی ـ بین دئوکسی ریبونوکلئوتید و دئوکسی ریبونوکلئوتید: فقط در مرحلهٔ طویل‌شدن و پایان رونویسی

۳) راه‌انداز و توالی پایان رونویسی، توالی‌های ویژه‌ای در دِنا هستند که به‌ترتیب، در مرحلهٔ آغاز و پایان رونویسی شناسایی می‌شوند؛ اما تشکیل اولین پیوند فسفودی‌استر رشتهٔ رِنا، مربوط به مرحلهٔ آغاز رونویسی است.

حواست باشه که:

اولین پیوند فسفودی‌استر در رشتهٔ رِنا، زمانی تشکیل میشه که دومین نوکلئوتید مکمل در مقابل رشتهٔ الگو قرار بگیره.

۴) در تمامی مراحل رونویسی، رشتهٔ رِنا ساخته می‌شود و در نتیجه، پیوند هیدروژنی بین یوراسیل و آدنین تشکیل می‌شود؛ اما بخش عمدهٔ مولکول رِنا، در مرحلهٔ طویل‌شدن ساخته می‌شود.

۹- در کدام گزینه، آنزیم‌های رونویسی‌کنندهٔ ژن هر دو مولکول ذکر شده، به‌طور حتم، ساختار اول یکسانی دارند و تنوع عناصر مولکول‌های ذکر شده، متفاوت است؟

۱) آنزیم مقاوم‌کنندهٔ یاخته در برابر پادزیست ـ آنزیم تولیدکنندهٔ پوشینه

۲) آنزیم جدا کنندهٔ هیستون از مولکول دِنا ـ پیش‌مادهٔ آنزیم پیرایش‌کننده

۳) مولکولی که متیونین را وارد جایگاه A رِناتَن می‌کند ـ رنابسپاراز پروکاریوتی

۴) رشتهٔ ساخته‌شده در هستک ـ رشته‌ای که همزمان به دِنا و رِناتَن متصل است

پاسخ: گزینهٔ ۲ — **سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

تعبیر

- **پیش‌مادهٔ آنزیم پیرایش‌کننده =** رِنای پیک یوکاریوتی
- **مولکولی که متیونین را وارد جایگاه A رِناتَن می‌کند =** رِنای ناقل
- **رشتهٔ ساخته‌شده در هستک =** رِنای رِناتَنی (rRNA) در یوکاریوت‌ها
- **رشته‌ای که همزمان به دِنا و رِناتَن متصل است =** رِنای پیک در باکتری

بررسی سریع:

۱	هر دو آنزیم ذکر شده، پروتئینی و از جنس آمینواسید هستند.
۲	هر دو ژن، توسط رِنابسپاراز دو رونویسی می‌شوند. آنزیم دارای آمینواسید است و رِنای پیک، از نوکلئوتید ساخته شده است.
۳	رِنای ناقل ممکن است توسط رِنابسپاراز سه ساخته شده باشد.
۴	rRNA یوکاریوت‌ها، توسط رِنابسپاراز یک و رِنای پیک باکتری‌ها، توسط رِنابسپاراز پروکاریوتی ساخته شده‌اند.

پاسخ تشریحی:

هیستون‌ها، فقط در یوکاریوت‌ها وجود دارند و بنابراین، ژن آنزیم جداکنندهٔ هیستون از دِنا، توسط رِنابسپاراز دو رونویسی می‌شود و این آنزیم، از آمینواسید ساخته شده است. فرایند پیرایش نیز فقط در یوکاریوت‌ها انجام می‌شود و طی آن، بخش‌هایی از رِنای پیک جدا می‌شوند و بخش‌های باقی‌مانده به هم متصل می‌شوند؛ بنابراین، پیش‌مادهٔ آنزیم پیرایش‌کننده، رِنای پیک است و رِنای پیک در یوکاریوت‌ها، توسط رِنابسپاراز دو ساخته می‌شود. رِنای پیک، از نوکلئوتید ساخته شده است و برخلاف آنزیم‌های پروتئینی، عنصر فسفر نیز دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ژن مقاومت به پادزیست و ژن مربوط به تولید پوشینه، فقط در باکتری‌ها وجود دارد و هر دو ژن، توسط رِنابسپاراز پروکاریوتی رونویسی می‌شوند. اما هر دو آنزیم ذکر شده در این گزینه، پروتئینی هستند و تنوع عناصر آن‌ها یکسان است.

۳) رِنای ناقلی که آنتی‌کدون UAC را دارد، حامل آمینواسید متیونین است و در مرحلهٔ طویل‌شدن رونویسی، می‌تواند وارد جایگاه A ریبوزوم شود. اگر این رِنای ناقل مربوط به یک باکتری باشد، توسط رِنابسپاراز پروکاریوتی ساخته می‌شود و اگر مربوط به یک جاندار یوکاریوت باشد، توسط رِنابسپاراز سه ساخته می‌شود؛ اما ژن مربوط به رِنابسپاراز پروکاریوتی، همواره توسط رِنابسپاراز پروکاریوتی رونویسی می‌شود.

۴) هستک، بخشی در هستهٔ یاخته‌های یوکاریوتی است که محل ساخت رِناتَن می‌باشد و در آن، آنزیم رِنابسپاراز یک می‌تواند رِنای رِناتَنی (rRNA) را تولید کند؛ اما رشته‌ای که همزمان به دِنا و رِناتَن متصل است، رِنای پیک در یک یاختهٔ پروکاریوتی است و توسط رِنابسپاراز پروکاریوتی ساخته شده است. در یاخته‌های پروکاریوتی، ترجمه می‌تواند حتی قبل از تکمیل رونویسی شروع شود و در این شرایط، درحالی‌که هنوز رشتهٔ رِنا به دِنا متصل است، به رِناتَن نیز متصل شده و فرایند ترجمه انجام می‌شود.

۱۰- نوعی رِنابسپاراز (RNAپلیمراز) در باکتری را در نظر بگیرید که در حال رونویسی ژن مربوط به یک پروتئین است که باکتری به مقدار بسیار زیادی از آن نیاز دارد. در این شرایط، کدام عبارت زیر درست است؟

۱) در مرحله‌ای که رِنابسپاراز راه‌انداز را شناسایی می‌کند، زیرواحدهای رِناتَن می‌توانند به یکدیگر بپیوندند.

۲) پس از تشکیل مجموعهٔ رِناتَنی، دورترین رِناتَن از دِنا، بخش بیشتری از ترجمه را انجام داده است.

۳) پس از تکمیل فرایند رونویسی، رِناتَن‌ها فرصت کمی برای تکمیل مراحل ترجمه دارند.

۴) ممکن است توالی رِنای پیک ساخته شده و رشتهٔ رمزگذار ژن، کاملاً یکسان باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۳ | **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

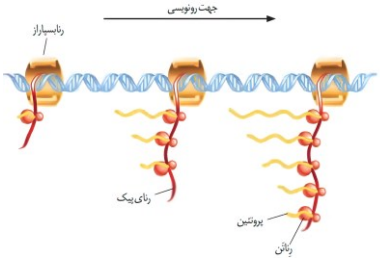
بررسی سریع:

۱	در مرحلهٔ آغاز رونویسی، رِنا به رشتهٔ الگوی دِنا متصل باقی می‌ماند و امکان شروع فرایند ترجمه وجود ندارد.
۲	نزدیک‌ترین رِناتَن به دِنا، بخش بیشتری از ترجمه را انجام داده است.
۳	در پروکاریوت‌ها، فرصت کمی برای پروتئین‌سازی وجود دارد.
۴	در رِنای پیک، به‌طور حتم نوکلئوتید یوراسیل‌دار وجود دارد و ممکن نیست توالی آن با رشتهٔ رمزگذار ژن کاملاً یکسان باشد.

پاسخ تشریحی:

در پروکاریوت‌ها، طول عمر رِنای پیک کم است و پس از تکمیل رونویسی رِنای پیک، فرصت کمی برای پروتئین‌سازی وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:



۱) در مرحلهٔ آغاز رونویسی، رِنابسپاراز می‌تواند راه‌انداز را شناسایی کند. در این زمان، هنوز رشتهٔ رِنا در اتصال به دِنا باقی می‌ماند و از آن جدا نمی‌شود؛ در نتیجه، امکان شروع ترجمه و اتصال زیرواحدهای رِناتَن به یکدیگر وجود ندارد.

۲) همانطور که در شکل مشخص است، نزدیک‌ترین (نه دورترین) رِناتَن به دِنا، بخش بیشتری از ترجمه را انجام داده است.

۴) رمزهٔ آغاز، AUG است و رمزهٔ پایان، UAA، UAG یا UGA می‌باشد. با توجه به اینکه در رِنای پیک، هم رمزهٔ آغاز و هم رمزهٔ پایان وجود دارد، همهٔ رِناهای پیک به‌طور حتم دارای نوکلئوتید یوراسیل‌دار هستند و در نتیجه، ممکن نیست توالی رِنای پیک ساخته‌شده و رشتهٔ رمزگذار ژن کاملاً یکسان باشد.

۱۱- در ارتباط با مراحل ترجمهٔ رِنای پیک حامل اطلاعات لازم برای ساخت انسولین توسط رِناتَن (ریبوزوم)، کدام مورد زیر غیرممکن است؟

۱) قبل از تشکیل اولین پیوند پپتیدی، جایگاه A رِناتَن پر شود؛ اما جایگاه E خالی باقی بماند.

۲) بعد از جدا شدن رِنای ناقل از آمینواسید، رِنای ناقل بدون عبور از جایگاه E، از رِناتَن خارج شود.

۳) زمانی که هر دو جایگاه A و P اشغال هستند، پیوند هیدروژنی بین دو نوع رِنا، در جایگاه P شکسته شود.

۴) هنگام مشاهدهٔ رِنای متصل به زنجیرهٔ آمینواسیدی در جایگاه A، رِنای ناقلِ جایگاه P بدون آمینواسید نباشد.

پاسخ: گزینهٔ ۴ | **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

بررسی سریع:

۱	در ابتدای مرحلهٔ طویل‌شدن، جایگاه A پر می‌شود؛ اما جایگاه E هنوز خالی است.
۲	در مرحلهٔ پایان ترجمه، رِنای ناقل بدون آمینواسید از جایگاه P از رِناتَن خارج می‌شود.
۳	در مرحلهٔ پایان ترجمه، هر دو جایگاه A و P اشغال هستند و پیوند هیدروژنی بین رِنای ناقل و رِنای پیک، در جایگاه P شکسته می‌شود.
۴	زمانی که رِنای ناقل جایگاه A به زنجیرهٔ آمینواسیدی متصل است، آمینواسید از رِنای ناقل جایگاه P جدا شده است.

پاسخ تشریحی:

در مرحلهٔ طویل‌شدن، زنجیرهٔ آمینواسیدی می‌تواند از رِنای ناقل جایگاه P جدا شود و با آمینواسید متصل به رِنای ناقلِ جایگاه A، پیوند پپتیدی تشکیل شود. بنابراین، هر زمانی که رِنای ناقل جایگاه A به زنجیرهٔ آمینواسیدی متصل است، به‌طور حتم، رِنای ناقل بدون آمینواسید در جایگاه P وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در ابتدای مرحلهٔ طویل‌شدن و قبل از تشکیل اولین پیوند پپتیدی، رِنای ناقل حامل دومین آمینواسید در جایگاه A رِناتَن قرار می‌گیرد. در این زمان، جایگاه E رِناتَن همچنان خالی است.

۲) در مرحلهٔ طویل‌شدن، بعد از جدا شدن رِنای ناقل از آمینواسید در جایگاه P، رِنای ناقل بدون آمینواسید وارد جایگاه E می‌شود و از جایگاه E، از رِناتَن خارج می‌شود؛ اما در مرحلهٔ پایان ترجمه، رِنای ناقل در جایگاه P، بدون آمینواسید می‌شود و از همین جایگاه، از رِناتَن خارج می‌شود.

۳) در مرحلهٔ طویل‌شدن و پایان ترجمه، هر دو جایگاه A و P ریبوزوم می‌توانند به‌طور همزمان پر باشند؛ در مرحلهٔ پایان، پیوند هیدروژنی بین رِنای ناقل و رِنای پیک، در جایگاه P شکسته می‌شود و رِنای ناقل از همین جایگاه، رِناتَن را ترک می‌کند.

۱۲- در ارتباط با اندامکی در پلاسموسیت که به سطح شبکهٔ آندوپلاسمی زبر چسبیده است و پروتئین‌سازی را انجام می‌دهد، کدام عبارت درست است؟

۱) محل تولید هر دو نوع مولکول سازندهٔ آن، هستک است.

۲) نمی‌تواند همزمان با اندامک‌های مشابه خود، به یک رِنای پیک متصل شود.

۳) هر دو زیرواحد آن، در تشکیل جایگاه‌های مناسب برای تشکیل پیوند پپتیدی مؤثرند.

۴) پلی‌پپتیدی می‌سازد که از انتهای NH- آمینواسید متیونین خود، وارد شبکهٔ آندوپلاسمی می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴ | **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

به سطح شبکهٔ آندوپلاسمی زبر، **رِناتَن (ریبوزوم)** چسبیده است که وظیفهٔ پروتئین‌سازی را برعهده دارد.

تعبیر

- **دو نوع مولکول سازندهٔ ریبوزوم** = رِنای رِناتَنی (rRNA) و پروتئین رِناتَنی
- **جایگاه مناسب برای تشکیل پیوند پپتیدی** = جایگاه A رِناتَن

بررسی سریع:

۱	پروتئین‌سازی در سیتوپلاسم (نه هستک) انجام می‌شود.
۲	فعالیت مجموعه‌ای از رِناتَن‌ها برای ترجمهٔ همزمان یک رِنای پیک، در یوکاریوت‌ها هم دیده می‌شود.
۳	فقط یکی از جایگاه‌های رِناتَن (جایگاه A)، محل تشکیل پیوند پپتیدی است.
۴	زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی از انتهای آمین خود (ابتدای زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی) وارد شبکهٔ آندوپلاسمی می‌شود.

پاسخ تشریحی:

اولین آمینواسید زنجیرهٔ پلی‌پپتید، از انتهای کربوکسیل خود پیوند پپتیدی تشکیل می‌دهد و انتهای آمین آن آزاد است. پلی‌پپتید ساخته‌شده نیز از انتهای آمین خود وارد شبکهٔ آندوپلاسمی می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) رِنای رِناتَنی، طی فرایند رونویسی در هستک ساخته می‌شود. اما پروتئین‌ها، طی فرایند ترجمه و در سیتوپلاسم ساخته می‌شوند.

۲) در یوکاریوت‌ها امکان اتصال مجموعه‌ای از رِناتَن‌ها به یک رِنای پیک برای ترجمهٔ همزمان آن وجود دارد.

۳) هر دو زیرواحد رِناتَن در تشکیل جایگاه‌های آن نقش دارند؛ اما دقت داشته باشید که پیوند پپتیدی، فقط در جایگاه A تشکیل می‌شود و در واقع، فقط یک جایگاه رِناتَن برای تشکیل پیوند پپتیدی مناسب است.

۱۳- **مطابق با اطلاعات کتاب درسی و در ارتباط با سه مرحلهٔ مربوط به پیوستن آمینواسید متیونین به رِنای ناقل مربوط به خود توسط آنزیم ویژهٔ آن، کدام مورد زیر درست است؟**

۱) در مرحلهٔ اول، فقط آمینواسید در جایگاه فعال آنزیم قرار می‌گیرد.

۲) فقط در مرحلهٔ سوم، پیوند اشتراکی بین آمینواسید و نوکلئوتید وجود دارد.

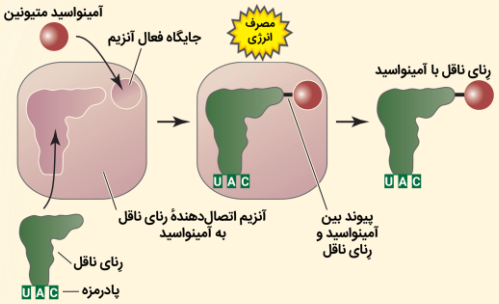
۳) در مرحلهٔ سوم، آنزیم از انرژی ATP برای انجام عملکرد خود استفاده می‌کند.

۴) در مرحلهٔ اول، توالی منحصربه‌فرد UAC در رِنای ناقل، نزدیک جایگاه فعال قرار دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۱ | **متوسط ـ نکات شکل ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

سه مرحلهٔ پیوستن آمینواسید به رِنای ناقل توسط آنزیم ویژه، در شکل زیر نشان داده شده است:



تعبیر

- **توالی منحصربه‌فرد UAC در رِنای ناقل =** توالی آنتی‌کدون در رِنای ناقل مربوط به متیونین

بررسی سریع:

۱	فقط متیونین در جایگاه فعال آنزیم قرار می‌گیرد.
۲	در مرحلهٔ دوم هم پیوند اشتراکی بین آمینواسید و رِنای ناقل وجود دارد.
۳	قبل از مرحلهٔ سوم، از انرژی ATP برای تشکیل پیوند بین آمینواسید و رِنای ناقل استفاده می‌شود.
۴	توالی پادرمزه (آنتی‌کدون) نزدیک به جایگاه فعال آنزیم قرار ندارد.

پاسخ تشریحی:

در جایگاه فعال آنزیم متصل‌کنندهٔ آمینواسید به رِنای ناقل، فقط آمینواسید قرار می‌گیرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ در مرحلهٔ دوم، پیوند اشتراکی بین آمینواسید و نوکلئوتید جایگاه اتصال به آمینواسید تشکیل می‌شود.

۳ در مرحلهٔ سوم، رِنای ناقل متصل به آمینواسید تشکیل شده و از آنزیم خارج شده است. بنابراین، قبل از این مرحله، از انرژی ATP استفاده شده است.

۴ در رِنای ناقل حامل متیونین، توالی UAC، توالی پادرمزه است. توالی پادرمزهٔ رِنای ناقل، با فاصله از جایگاه فعال آنزیم قرار دارد.

۱۴- با توجه به اطلاعات کتاب درسی دربارهٔ بیماری کم‌خونی داسی‌شکل که به‌نوعی، رابطهٔ بین A و B را نشان می‌دهد، کدام مورد زیر دربارهٔ A و B نادرست است؟ (در نظر داشته باشید که A و B، مربوط به بیماری کم‌خونی داسی‌شکل هستند.)

۱) در یاخته‌های داسی‌شکل، یکی از آن‌ها منجر به تولید دیگری می‌شود.

۲) هم A و هم B، پیوندهایی با انرژی پیوند کم بین واحدهای سازندهٔ خود دارند.

۳) هم A و هم B، دو نوع رشتهٔ متفاوت از نظر توالی مونومرها در ساختار خود دارند.

۴) هر دوی آن‌ها، فقط در گویچه‌های قرمز (در مغز استخوان یا خون) مورد استفاده قرار می‌گیرند.

ترجمهٔ صورت سؤال

بیماری کم‌خونی داسی‌شکل، به‌نوعی رابطهٔ بین ژن و پروتئین را نشان می‌دهد. بنابراین A و B، ژن هموگلوبین و پروتئین هموگلوبین هستند. *البته هواستون باشه‌ها، هیچ اهمیتی نداره که شما A رو ژن بگیرین یا B رو. صرفاً مهمه که برونین A و B، ژن و پروتئین هستن. به‌عبارت دیگه، صورت سؤال اینه که کدام عبارت دربارهٔ ژن و پروتئین در بیماری کم‌خونی داسی‌شکل نادرست است.*

تعبیر

- **پیوندهایی با انرژی پیوند کم =** پیوندهای هیدروژنی

بررسی سریع:

۱	گویچه‌های قرمز داسی‌شکل، هسته و پروتئین‌سازی ندارند.
۲	هم در ژن و هم در پروتئین، پیوند هیدروژنی وجود دارد.
۳	دو رشتهٔ دِنا و دو زنجیرهٔ هموگلوبین، توالی مونومرهای متفاوتی دارند.
۴	ژن هموگلوبین، فقط در گویچه‌های قرمز موجود در مغز استخوان استفاده می‌شود و خود هموگلوبین، در گویچه‌های قرمز درون خون.

پاسخ تشریحی:

در بیماری کم‌خونی داسی‌شکل، پروتئین هموگلوبین غیرطبیعی ساخته می‌شود و نتیجهٔ آن، تغییر شکل گویچهٔ قرمز از حالت گِرد به داسی‌شکل است؛ در نتیجه، یاخته‌های داسی‌شکل، همان گویچه‌های قرمز بالغی هستند که هستهٔ خود را از دست داده‌اند و سیتوپلاسم آن‌ها با هموگلوبین پر شده است. گویچهٔ قرمز بالغ، هسته ندارد و پروتئین‌سازی نیز انجام نمی‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) در ساختار ژن، بین رشتهٔ الگو و رمزگذار، پیوند هیدروژنی وجود دارد. در ساختار دوم و سوم پروتئین‌ها نیز پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود.

۳) دو رشتهٔ ژن، توالی مکمل با یکدیگر دارند و توالی آن‌ها یکسان نیست. در هموگلوبین نیز دو نوع زنجیرهٔ آلفا و بتا وجود دارد.

۴) در گویچه‌های قرمزی که در مغز استخوان وجود دارند، هسته وجود دارد و ژن هموگلوبین مورد استفاده قرار می‌گیرد. در گویچه‌های قرمزی که در خون وجود دارند، هموگلوبین وجود دارد و گازهای تنفسی را در خون حمل می‌کند.

۱۵- مطابق با اطلاعات کتاب درسی، درخصوص ساختار اولیهٔ رِنای ناقل (P)، تاخوردگی اولیهٔ آن (S) و ساختار سه‌بعدی (T)، کدام مورد درست است؟

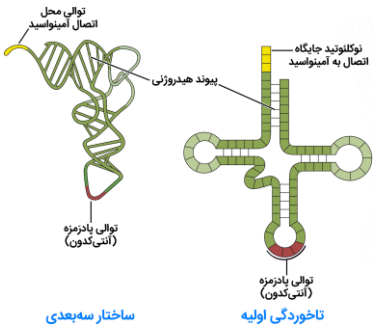
۱) در S و T نسبت به P، انتهای فسفات و هیدروکسیل رِنا به یکدیگر نزدیک‌ترند.
۲) در T و S، حلقه‌های جانبیِ فاقد پیوند هیدروژنی، در مجاورت یکدیگر قرار دارند.
۳) در S و T برخلاف P، اولین و آخرین نوکلئوتید رِنا، پیوند هیدروژنی تشکیل داده‌اند.
۴) در T و S، فاصلهٔ اولین و آخرین نوکلئوتید رِنا از توالی پادرمزه (آنتی‌کدون)، یکسان است.

پاسخ: گزینهٔ ۱ — **سخت ـ نکات شکل ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

بررسی سریع:

۱	پس از تاخوردگی رِنا، دو انتهای رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند.
۲	در تاخوردگی اولیه، حلقه‌های جانبی در مجاورت یکدیگر قرار ندارند.
۳	در ساختار تاخوردهٔ رِنای ناقل، نوکلئوتید مربوط به جایگاه اتصال آمینواسید که در یک انتهای رِنا قرار دارد، پیوند هیدروژنی تشکیل نداده است.
۴	فاصلهٔ انتهایی از رِنا که جایگاه اتصال آمینواسید است تا آنتی‌کدون، بیشتر از فاصلهٔ انتهای دیگر رِنا است.

پاسخ تشریحی:



در ساختار اولیهٔ رِنای ناقل، گروه فسفات و هیدروکسیل آزاد، در دو انتهای رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی و با حداکثر فاصله از یکدیگر قرار دارند؛ اما درتاخوردگی اولیه و ساختار سه‌بعدی رِنای ناقل، دو انتهای رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی در نزدیکی یکدیگر قرار دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) در تاخوردگی اولیه، دو حلقهٔ فاقد پیوند هیدروژنی در دو طرف مولکول و با فاصله از یکدیگر قرار دارند؛ اما در ساختار سه‌بعدی، این حلقه‌ها در مجاورت یکدیگر قرار می‌گیرند.

(۳) نوکلئوتید یک انتهای رشتهٔ رِنا، پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد؛ اما نوکلئوتید انتهای دیگر که جزء جایگاه اتصال به آمینواسید است، پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌دهد.

(۴) همانطور که در شکل مشخص است، دو نیمهٔ رِنای ناقل مشابه نیستند و تعداد نوکلئوتید برابری ندارند؛ در نتیجه، فاصلهٔ انتهایی از رِنا که جایگاه اتصال آمینواسید تا آنتی‌کدون است، نسبت به فاصلهٔ انتهای دیگر تا آنتی‌کدون، بیشتر است.

۱- **مطابق با اطلاعات کتاب درسی، در ارتباط با «تنظیم بیان ژن»، کدام مورد نادرست است؟**

۱) عوامل محیطی در بوم‌سازگان، می‌توانند منجر به افزایش بیان انواعی از ژن‌ها شوند.

۲) مقدار بیان ژنِ مربوط به تولید هورمون انسولین، در طول حیات یاختهٔ سازندهٔ آن ثابت است.

۳) خاموش ماندن گروهی از ژن‌ها، منجر به تفاوت در یاخته‌های ایجادشده از یاخته‌های بنیادی می‌شود.

۴) یاخته‌های عصبی و ماهیچه‌ای، از نظر داشتن ژن مربوط به تولید پروتئین میوگلوبین، با یکدیگر مشابه‌اند.

پاسخ: گزینهٔ ۲ — آسان ـ حفظی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک

بررسی سریع:

۱	نور می‌تواند منجر به افزایش بیان ژن مربوط به آنزیم‌های فتوسنتز شود.
۲	مقدار استفاده از یک ژن در طول حیات یاخته، بسته به نیاز یاخته متفاوت است.
۳	تنظیم بیان ژن منجر به ایجاد یاخته‌های متفاوت از یاخته‌های بنیادی می‌شود.
۴	یاخته‌های حاصل از تقسیم یاختهٔ تخم، از نظر ژنی یکسان هستند.

پاسخ تشریحی:

مقدار، بازه و زمان استفاده از ژن در یک یاخته بسته به نیاز می‌تواند متفاوت باشد و نمی‌توان گفت که یاخته در طول حیات خود به میزان ثابت، یک ژن را بیان می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) عوامل محیطی در بوم‌سازگان می‌توانند منجر به فعال شدن و غیرفعال شدن برخی از ژن‌ها شوند. به‌عنوان مثال، نور می‌تواند منجربه افزایش بیان ژن‌های مربوط به آنزیم‌های مورداستفاده در فتوسنتز شود.

۳) تنظیم بیان ژن موجب می‌شود که یاخته‌های مختلفی از یک یاخته ایجاد شوند. اینکه در هر یاخته برخی از ژن‌ها روشن و برخی دیگر خاموش هستند، نشان‌دهندهٔ تنظیم بیان ژن می‌باشد.

۴) همهٔ یاخته‌های پیکری بدن از تقسیم رشتمان (میتوز) یاختهٔ تخم منشأ می‌گیرند و همگی از نظر فام‌تنی و ژنی یکسان هستند؛ بنابراین، یاخته‌های ماهیچه‌ای و عصبی از نظر داشتن ژن مربوط به تولید پروتئین میوگلوبین، به یکدیگر شباهت دارند.

۲- **در کدام گزینه، صفت فرزند و والدین با تصور رایج دربارهٔ ارتباط صفات فرزندان و والدین پیش از کشف قوانین وراثت، تطابق دارد؟**

۱) تولد فرزندی با گروه خونی AB از والدینی با گروه‌های خونی A و B

۲) تولد فرزندی با گروه خونی O^+ از والدینی با گروه‌های خونی O^- و O^+

۳) تولد فرزندی با گروه خونی B از والدینی با گروه‌های خونی O و B

۴) تولد فرزندی با موهای موجدار از والدینی با موهای صاف و فر

پاسخ: گزینهٔ ۴ — آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

در گذشته، پیش از کشف قوانین وراثت، تصور می‌شد که صفت فرزندان، آمیخته‌ای از صفات والدین می‌باشد؛ بنابراین این تصور درواقع معادل رابطهٔ بارزیت ناقص بین دگره‌ها محسوب می‌شود.

بررسی سریع:

۱	این مورد بیانگر رابطهٔ هم‌توانی می‌باشد.
۲	این مورد بیانگر رابطهٔ بارز و نهفتگی می‌باشد.
۳	این مورد بیانگر رابطهٔ بارز و نهفتگی می‌باشد.
۴	این مورد بیانگر رابطهٔ بارزیت ناقص می‌باشد.

پاسخ تشریحی:

همان‌طور که در کتاب درسی ذکرشده است، حالت موهای انسان می‌تواند صاف، فر یا موجدار باشد. ازآنجاکه حالت موی موجدار آمیخته‌ای از حالت موی صاف و فر می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت که رابطهٔ بین دگره‌ها در این صفت از نوع بارزیت ناقص محسوب می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) درصورتی‌که والدین دارای ژن‌نمودهای AA و BB باشند، فرزند آن‌ها ژن‌نمود AB و گروه خونی AB خواهد داشت. قرارگیری هر دو نوع کربوهیدرات A و B در سطح غشای گویچه‌های قرمز، نشان‌دهندهٔ رابطهٔ هم‌توانی بین دگره‌ها محسوب می‌شود.

۲) درصورتی‌که والدین از نظر گروه خونی Rh دارای ژن‌نمودهای dd و Dd باشند، فرزند آن‌ها ژن‌نمود Dd و گروه خونی Rh مثبت خواهد داشت. حضور پروتئین D در سطح غشای گویچه‌های قرمز با وجود داشتن ژن‌نمود ناخالص، نشان‌دهندهٔ رابطهٔ بارز و نهفتگی بین دگره‌ها می‌باشد.

۳) درصورتی‌که والدین دارای ژن‌نمودهای OO و BB باشند، فرزند آن‌ها ژن‌نمود BO و گروه خونی B خواهد داشت. حضور تنها یک نوع کربوهیدرات گروه خونی در سطح غشای گویچه‌های قرمز، با وجود داشتن ژن‌نمود ناخالص، نشان‌دهندهٔ رابطهٔ بارز و نهفتگی بین دگره‌ها می‌باشد.

۳- مطابق با اطلاعات کتاب درسی، درخصوص پروتئین‌هایی که توسط رِناتن‌های متصل به ساختار کیسه‌ای شکل ساخته می‌شوند، کدام مورد نادرست است؟

۱) برخلاف آنزیم هلیکاز، پیش از اتمام ساخت آن‌ها، زنجیرهٔ آن‌ها شروع به تاخوردن می‌کند.

۲) همانند پمپ سدیم - پتاسیم، می‌توانند درون ساختارهای کیسه‌ای شکل غشادار قرار بگیرند.

۳) همانند مولکول رِنای رناتنی (rRNA)، از روی اطلاعات نوعی بَسپار با ساختار خطی ساخته می‌شوند.

۴) برخلاف آنزیم رِنابسپاراز، انتهای آمینی آن‌ها به درون اندامکی متشکل از کیسه‌های متصل‌به‌هم وارد می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۱ — متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

منظور صورت سؤال، پروتئین‌هایی است که توسط رناتن‌های متصل به شبکهٔ آندوپلاسمی زبر ساخته می‌شوند.

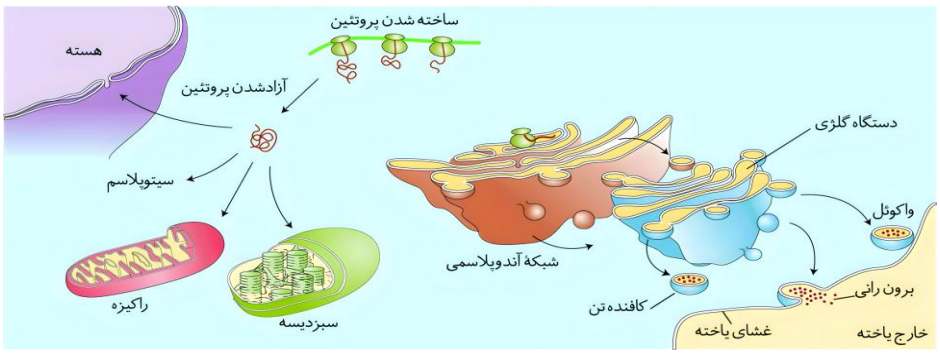
بررسی سریع:

۱	پروتئین‌های ساخته‌شده توسط رناتن‌های آزاد، پیش از اتمام ساخته‌شدن شروع به تاخوردن می‌کنند.
۲	پروتئین‌های ساخته‌شده توسط رناتن‌های متصل به شبکهٔ آندوپلاسمی زبر، درون ریزکیسه‌های غشادار قرار می‌گیرند.
۳	پروتئین‌ها از روی اطلاعات رِنای پیک و رِنای رناتنی از روی اطلاعات دِنای هسته‌ای می‌توانند ساخته شوند.
۴	انتهای آمینی پروتئین‌هایی که توسط رناتن‌های متصل به شبکهٔ آندوپلاسمی زبر ساخته می‌شوند، به درون شبکهٔ آندوپلاسمی وارد می‌شود.

پاسخ تشریحی:

همان‌طور که در شکل مشخص است، در پروتئین‌هایی که توسط رناتن‌های آزاد سیتوپلاسمی ساخته می‌شوند، مانند آنزیم هلیکاز، شروع تاخوردگی زنجیره پیش از اتمام ساخته‌شدن آن صورت می‌گیرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:



۲) همان‌طور که در شکل مشخص است، پروتئین‌هایی که توسط رِناتن‌های متصل به شبکهٔ آندوپلاسمی ساخته می‌شوند، مانند پمپ سدیم - پتاسیم، درنهایت درون ریزکیسه‌های غشادار قرار می‌گیرند.

۳) زنجیره‌های پلی‌پپتیدی از روی اطلاعات رِنای پیک و رِنای رناتنی می‌تواند از روی اطلاعات دِنای هسته‌ای ساخته شود که همگی نوعی بَسپار با ساختار خطی محسوب می‌شوند.

۴) همان‌طور که در شکل مشخص است، انتهایی از زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی که زودتر ساخته می‌شود (انتهای آمینی)، به درون شبکهٔ آندوپلاسمی واردشده است.

۴- مطابق با اطلاعات کتاب درسی، کدام مورد، ویژگی مشترک توالی اپراتور و جایگاه اتصال فعال‌کننده را بیان می‌کند؟

۱) عبور آنزیمی با فعالیت بَسپارازی از روی آن

۲) اتصال به اولین نوکلئوتید نوعی توالی تنظیمی دیگر

۳) چسبیدن نوعی پروتئین تنظیمیِ متصل به دی‌ساکارید به آن

۴) شروع فرایند رونویسی پس از اتصال نوعی مولکول پروتئینی به آن

پاسخ: گزینهٔ ۱ | **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

بررسی سریع:

۱	از هر دو توالی اپراتور و جایگاه اتصال فعال‌کننده، آنزیم دِنابسپاراز عبور می‌کند.
۲	جایگاه اتصال فعال‌کننده به اولین نوکلئوتید راه‌انداز متصل شده است.
۳	پروتئین فعال‌کنندهٔ متصل به مالتوز به جایگاه اتصال فعال‌کننده می‌چسبد.
۴	فرایند رونویسی پس از اتصال آنزیم رِنابسپاراز به‌توالی راه‌انداز آغاز می‌شود.

پاسخ تشریحی:

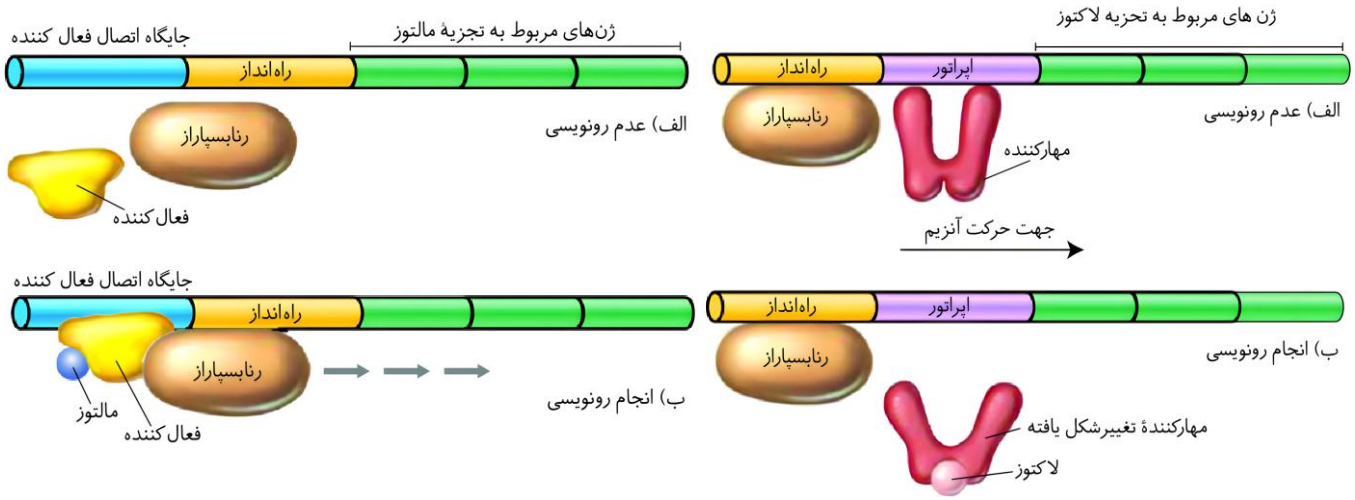
توالی‌های اپراتور و جایگاه اتصال فعال‌کننده، همگی در مولکول دِنای اصلی باکتری واقع شده‌اند و ازآنجاکه امکان همانندسازی این مولکول وجود دارد، امکان عبور آنزیم دِنابسپاراز از روی این توالی‌ها وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ همان‌طور که در شکل مشخص است، جایگاه اتصال فعال‌کننده به اولین نوکلئوتید و توالی اپراتور به آخرین نوکلئوتید از توالی راه‌انداز متصل شده است.

۳ همان‌طور که در شکل مشخص است، به جایگاه اتصال فعال‌کننده، پروتئین فعال‌کنندهٔ متصل به مالتوز و به‌توالی اپراتور، پروتئین مهارکنندهٔ جدا از لاکتوز می‌چسبد.

۴ دقت کنید که فرایند رونویسی، پس از اتصال آنزیم رِنابسپاراز به‌توالی راه‌انداز آغاز می‌شود (نه توالی اپراتور و جایگاه اتصال فعال‌کننده).



۵- مطابق با مطالب کتاب درسی، کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر نامناسب است؟

«به‌طور معمول، گروهی از عوامل رونویسی که ..... ، برخلاف سایر عوامل رونویسی ..... .»

۱) در تنظیم مقدار و سرعت رونویسی ژن مؤثر هستند - اندازهٔ بزرگ‌تری از آنزیم رِنابسپاراز دارند

۲) به‌توالی دارای تعداد نوکلئوتیدِ بیشتر متصل می‌شوند - در مجاورت آنزیم رِنابسپاراز قرار می‌گیرند

۳) تنها به بخش میانی نوعی توالی تنظیمی متصل می‌شوند - منجر به شروع شدن رونویسی می‌شوند

۴) پیوستن آن‌ها به دِنا منجر به ایجاد خمیدگی در آن می‌شود - به‌توالی تنظیمی دورتر از ژن متصل می‌شوند

پاسخ: گزینهٔ ۲ | متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک

تعبیر

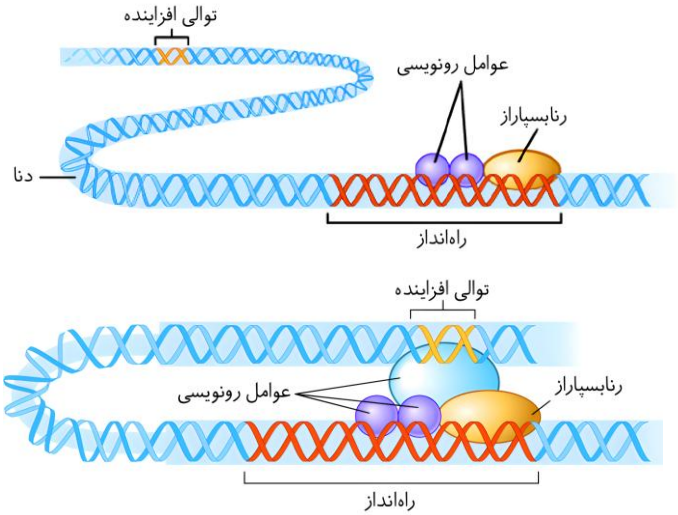
- **عوامل رونویسی که در تنظیم مقدار و سرعت رونویسی ژن مؤثر هستند=** عوامل رونویسیِ متصل به افزاینده
- **عوامل رونویسی که به‌توالی دارای تعداد نوکلئوتیدِ بیشتر متصل می‌شوند=** عوامل رونویسیِ متصل به راه‌انداز
- **عوامل رونویسی که تنها به بخش میانی نوعی توالی تنظیمی متصل می‌شوند=** عوامل رونویسیِ متصل به راه‌انداز
- **عوامل رونویسی که پیوستن آن‌ها به دِنا منجر به ایجاد خمیدگی در آن می‌شود=** عوامل رونویسیِ متصل به افزاینده

بررسی سریع:

۱	عوامل رونویسی متصل به افزاینده، بزرگ‌تر از راه‌انداز هستند.
۲	تمامی عوامل رونویسی می‌توانند در مجاورت رنابسپاراز قرار بگیرند.
۳	عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز، منجر به شروع شدن رونویسی می‌شوند.
۴	عوامل رونویسی متصل به افزاینده، به‌توالی دورتر از ژن متصل می‌شوند.

پاسخ تشریحی:

همان‌طور که در شکل مشخص است، عوامل رونویسی متصل به‌توالی راه‌انداز همانند (نه برخلاف) عوامل رونویسی متصل به افزاینده، می‌توانند در مجاورت آنزیم رنابسپاراز قرار بگیرند.



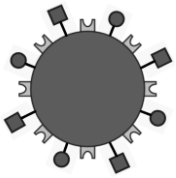
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) همان‌طور که در شکل مشخص است، عوامل رونویسی متصل به افزاینده برخلاف عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز، اندازهٔ بزرگ‌تری نسبت به آنزیم رنابسپاراز دارند.

۳) همان‌طور که در شکل مشخص است، عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز تنها به بخش میانی راه‌انداز متصل می‌شوند. این عوامل، با هدایت آنزیم رِنابسپاراز به‌سوی راه‌انداز، منجر به شروع شدن رونویسی می‌شوند.

۴) همان‌طور که در شکل مشخص است، توالی افزاینده نسبت به‌توالی راه‌انداز، در فاصلهٔ دورتری از ژن واقع‌شده است.

۶- **شکل زیر، طرح ساده‌ای از گویچه‌های قرمز یک فرد سالم و بالغ را نشان می‌دهد. درخصوص این فرد، کدام مورد به‌طور حتم درست است؟**



۱) این افراد امکان ندارد که بتواند دگرهٔ (اللِ) d را به نسل بلافاصله بعد از خود منتقل کند.
۲) این فرد از والد خود، دگره‌های مربوط به کربوهیدرات‌های گروه خونی را دریافت کرده است.
۳) در یاخته‌های بنیادی مغز استخوان او، دگره‌های یکسانی بر روی فام‌تن‌های شمارهٔ ۹ قرار گرفته‌اند.
۴) تعداد ژن‌نمودهای قابل‌تصور برای گروه خونی این فرد، بیشتر از ژن‌نمودهای فردی با گروه خونی A^- است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ — **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

ازآنجاکه مطابق با شکل مطرح‌شده در کتاب درسی، تمامی انواع کربوهیدرات‌های گروه خونی به همراه پروتئین D در سطح غشای گویچه‌های قرمز حضور دارند، گروه خونی این فرد AB^+ می‌باشد.

بررسی سریع:

۱	اگر ژن‌نمود گروه خونی Rh فرد، Dd باشد، می‌تواند الل d را به نسل بعد از خود منتقل کند.
۲	این فرد چون دارای گروه خونی AB است، پس از هر دو والد خود الل‌های مربوط به گروه خونی را گرفته است.
۳	بر روی فام‌تن‌های شمارهٔ ۹ این فرد، دگره‌های متفاوتی از گروه خونی ABO حضور دارند.
۴	برای این فرد همانند فردی با گروه خونی A^-، دو ژن‌نمود قابل‌تصور است.

پاسخ تشریحی:

بر روی فام‌تن‌های شمارهٔ ۹ این فرد، دگره‌های مربوط به گروه خونی ABO حضور دارند و ازآنجاکه فرد دارای گروه خونی AB می‌باشد، پس یعنی الل‌های مربوط به کربوهیدرات‌های گروه خونی را از والدین خود دریافت کرده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) اگر ژن‌نمود گروه خونی Rh فرد، Dd باشد، می‌تواند الل d را به نسل بعد از خود منتقل کند.

۳) بر روی فام‌تن‌های شمارهٔ ۹ این افراد، دگره‌های مربوط به گروه خونی ABO حضور دارند و ازآنجاکه فرد دارای گروه خونی AB می‌باشد، دگره‌های متفاوتی بر روی این فام‌تن‌ها قرار گرفته است.

۴) ازآنجاکه گروه خونی Rh این فرد، مثبت است، دو ژن‌نمود برای گروه خونی Rh او قابل‌تصور است. همچنین برای فردی با گروه خونی A منفی، دو ژن‌نمود برای گروه خونی ABO حضور دارد و برای هر دوی این افراد، دو ژن‌نمود تصور می‌شود.

۷- **به‌طور معمول، به‌منظور درمان افرادی که به برخی از عفونت‌های باکتریایی مبتلا شده‌اند، دارویی به نام تتراسایکلین (Tetracycline) تجویز می‌شود. یکی از آثار مصرف این دارو، مهار فعالیت یاخته‌های پوششی در لولهٔ پیچ‌خوردهٔ نزدیک می‌باشد. در صورت مصرف بیش‌ازحد این دارو، کدام مورد غیرممکن است؟**

۱) تجمع سموم در سرخرگ وابران
۲) مشاهدهٔ مقداری گلوکز در ادرار فرد
۳) افزایش مصرف انرژی در ماهیچهٔ صاف مثانه
۴) افزایش میزان آمینواسیدها در شبکهٔ مویرگی دورِ لوله‌ای

پاسخ: گزینهٔ ۴ — **سخت ـ مفهومی ـ ۱۰۰۵ ـ انسان**

ترجمهٔ صورت سؤال

در صورت مهار فعالیت یاخته‌های پوششی در لولهٔ پیچ‌خوردهٔ نزدیک، مقدار بازجذب و ترشح کاهش می‌یابد.

بررسی سریع:

۱	با کاهش ترشح، برخی سموم در سرخرگ وابران تجمع می‌یابند.
۲	با کاهش بازجذب، مقداری گلوکز وارد ادرار فرد می‌شود.
۳	با کاهش بازجذب آب، حجم ادرار و میزان کشیدگی مثانه افزایش می‌یابد.
۴	با کاهش بازجذب آمینواسیدها از میزان آن‌ها در شبکهٔ مویرگی دور لوله‌ای کاسته می‌شود.

پاسخ تشریحی:

مواد مفیدی مانند آمینواسیدها که در طی تراوش وارد گُردیزه می‌شوند، در مرحلهٔ بازجذب مجدداً به خون بازمی‌گردند. درصورتی‌که بازجذب در گُردیزه کاهش یابد، آمینواسیدها درون گُردیزه تجمع می‌یابند و میزان آن‌ها در شبکهٔ مویرگی دور لوله‌ای کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در طی مرحلهٔ ترشح، برخی سموم دفع می‌شوند. درنتیجهٔ کاهش ترشح، این سموم نمی‌توانند وارد گُردیزه شوند و درون سرخرگ وابران تجمع می‌یابند.

۲) مواد مفیدی مانند گلوکز که در طی تراوش وارد گُردیزه می‌شوند، در مرحلهٔ بازجذب مجدداً به خون بازمی‌گردند. در صورت کاهش بازجذب در گُردیزه، گلوکز در گُردیزه تجمع می‌یابد و درنتیجه مقداری از آن در ادرار ساخته‌شده مشاهده می‌شود.

۳) با کاهش بازجذب آب در گُردیزه، مقدار آب در ادرار درنهایت بالا رفته و حجم ادرار بیشتر می‌شود؛ بنابراین، مقدار ادرار واردشده به مثانه و کشیدگی ماهیچهٔ صاف دیوارهٔ مثانه زیاد می‌شود.

۸- درخصوص رنگ گل میمونی مطرح‌شده در کتاب درسی، اگر ژن‌نمود یاختهٔ کیسهٔ گرده یا یاختهٔ بافت خورش متفاوت باشد و هریک از زاده‌های متولدشده، رنگ یکسانی با یکی از والدین خود داشته باشند، کدام مورد درخصوص ژن‌نمود زاده‌های متولدشده می‌تواند درست باشد؟

۱) ساقهٔ رویانی با ژن‌نمود RW و درون‌دانه با ژن‌نمود RRW
۲) پوستهٔ دانه با ژن‌نمود WW و ریشهٔ رویانی با ژن‌نمود RR
۳) درون‌دانه با ژن‌نمودWWW و پوستهٔ دانه با ژن‌نمود RR
۴) درون‌دانه با ژن‌نمود RRR و ساقهٔ رویانی با ژن‌نمود RW

پاسخ: گزینهٔ ۱ — متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

مطابق صورت سؤال، ژن‌نمود والدین متفاوت با یکدیگر است و ازآنجاکه هریک از زاده‌ها رنگ یکسانی با یکی از والدین دارند، می‌توان گفت که دو حالت برای والدین مدنظر است:

۱ ـ ژن‌نمودهای RW و WW
۲ ـ ژن‌نمودهای RW و RR

بررسی سریع:

۱	اگر ژن‌نمود ساقهٔ رویانی RW باشد، ممکن است درون‌دانه RRW باشد.
۲	اگر پوستهٔ دانه WW باشد، ریشهٔ رویانی نمی‌تواند RR باشد.
۳	اگر پوستهٔ دانه RR باشد، درون‌دانه نمی‌تواند WWW باشد.
۴	اگر ساقهٔ رویانی RW باشد، درون‌دانه نمی‌تواند RRR باشد.

پاسخ تشریحی:

اگر ژن‌نمود ساقهٔ رویانی RW باشد، یکی از والدین دگرهٔ R و یکی دیگر دگرهٔ W خواهد داشت. اگر دگرهٔ R مربوط به والد ماده باشد، امکان ایجاد شدن درون‌دانه با ژن‌نمود RRW وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) دقت کنید که ژن‌نمود پوستهٔ دانه مربوط به والد ماده است و اگر دارای ژن‌نمود WW باشد، دگرهٔ W باید در ریشهٔ رویانی‌زادهٔ متولدشده حضورداشته باشد.

۳) دقت کنید که ژن‌نمود پوستهٔ دانه مربوط به والد ماده است و اگر دارای ژن‌نمود RR باشد، دگرهٔ R باید در درون‌دانهٔ زادهٔ متولدشده حضورداشته باشد.

۴) اگر ژن‌نمود ساقهٔ رویانی RW باشد، ژن‌نمود درون‌دانه باید RRW یا RWW باشد و نمی‌تواند به‌صورت RRR باشد.

۹- به‌طور معمول در نوعی یاختهٔ یوکاریوتی، به‌منظور تنظیم بیان ژن پس از اتصال آنزیم رنابسپاراز به راه‌انداز، کدام مورد پیش از سایرین رخ می‌دهد؟

۱) تغییر در میزان فشردگی مولکول‌های دِنا (DNA)
۲) برقراری رابطهٔ مکملی بین دو مولکول رِنا (RNA)
۳) کاهش فاصلهٔ بین عوامل رونویسی متصل به دِنا
۴) اتصال گروهی از عوامل رونویسی به‌توالی راه‌انداز

پاسخ: گزینهٔ ۳ — **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

بررسی سریع:

۱	تغییر در میزان فشردگی دِنا پیش از شروع رونویسی انجام می‌شود.
۲	برقراری رابطهٔ مکملی بین رنای پیک و رناهای کوچک پس از رونویسی انجام می‌شود.
۳	کاهش فاصلهٔ بین عوامل رونویسی در مرحلهٔ رونویسی رخ می‌دهد.
۴	اتصال عوامل رونویسی به راه‌انداز پیش از شروع رونویسی انجام می‌شود.

پاسخ تشریحی:

در بین وقایع ذکرشده، کاهش فاصلهٔ بین عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز و افزاینده، در مرحلهٔ رونویسی انجام می‌شود که نسبت به سایر وقایع، زودتر رخ می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) یکی از روش‌های تنظیم بیان ژن در سطح فام‌تنی است که یاخته با تغییر در میزان فشردگی فام‌تن، دسترسی آنزیم رنابسپاراز به ژن را تنظیم می‌کند. دقت کنید که این روش پیش از شروع رونویسی و اتصال رنابسپاراز به راه‌انداز انجام می‌شود.

۲) در یاخته‌های یوکاریوتی، برقراری رابطهٔ مکملی بین رنای پیک و رناهای کوچک، باعث جلوگیری از کار رناتن می‌شود. این فرایند، پس از رونویسی انجام می‌شود.

۴) دقت کنید که اتصال عوامل رونویسی به راه‌انداز، زمینهٔ اتصال آنزیم رنابسپاراز به راه‌انداز را فراهم کرده و به‌طورکلی پیش از شروع رونویسی انجام می‌شود.

۱۰- درخصوص بررسی صفت رنگ مو در گونهٔ خاصی از گربه‌ها، دگرهٔ B مربوط به رنگ مشکی و دگرهٔ W مربوط به رنگ سفید می‌باشد. درخصوص این‌گونه از گربه‌ها، در حالتی که رابطهٔ بین دگره‌ها از نوع هم‌توانی است برخلاف حالتی که از نوع بارزیت ناقص می‌باشد، کدام مورد درست است؟ (درنظر بگیرید که برای این صفت، هر گربه دارای دو دگره می‌باشد.)

۱) تولد نوزادی با موهای خاکستری از والدینی با موهای سفید و موهای مشکی ممکن است.
۲) تولد نوزادی با موهای سفید از والدینی با موهای مشکی و موهای خاکستری غیرممکن است.
۳) تولد نوزادی با موهای مشکی از والدینی با موهای سفید و موهای خاکستری غیرممکن است.
۴) تولد نوزادی با موهای سفید و مشکی از والدینی با موهای سفید و موهای مشکی ممکن است.

پاسخ: گزینهٔ ۴ — **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

در حالتی که رابطهٔ بین دگره‌ها از نوع هم‌توانی باشد، قرارگیری دگره‌های B و W در کنار یکدیگر منجر به تولد نوزادی با موهای سفید و سیاه‌رنگ می‌شود. در حالتی که رابطهٔ بین دگره‌ها از نوع بارزیت ناقص باشد، قرارگیری دگره‌های B و W در کنار یکدیگر منجر به تولد نوزادی با موهای خاکستری‌رنگ می‌شود

بررسی سریع:

۱	در حالتی که رابطهٔ بین دگره‌ها هم‌توانی باشد، امکان تولد نوزادی با موی خاکستری وجود ندارد.
۲	در حالتی که رابطهٔ بین دگره‌ها هم‌توانی باشد، امکان حضور والدین با موی خاکستری وجود ندارد.
۳	در حالتی که رابطهٔ بین دگره‌ها هم‌توانی باشد، امکان حضور والدین با موی خاکستری وجود ندارد.
۴	در حالتی که رابطهٔ بین دگره‌ها هم‌توانی باشد، امکان تولد نوزادی با موهای سفید و مشکی از والدین با موهای سفید و مشکی وجود دارد.

پاسخ تشریحی:

در حالتی که والدین موهای سفید و موهای مشکی داشته باشند، ژن‌نمود آن‌ها به‌صورت BB و WW خواهد بود و فرزندان آن‌ها دارای ژن‌نمود BW خواهند بود. در حالتی که رابطهٔ بین دگره‌ها از نوع هم‌توانی باشد، رنگ موها ترکیبی از موهای سفید و سیاه بوده و در حالتی که رابطهٔ بین دگره‌ها از نوع بارزیت ناقص باشد، رنگ موها خاکستری خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:



۱ و ۲ و ۳: دقت کنید که در حالتی که رابطهٔ بین دگره‌ها از نوع هم‌توانی باشد، امکان حضور گربه‌ای با رنگ خاکستری در این‌گونه از جانور وجود ندارد و امکان تولد نوزادی با رنگ موی خاکستری و یا امکان حضور والدین با رنگ موی خاکستری وجود نخواهد داشت.

این تصویر هم واسه مازی‌های Cat Person که خستگی‌شون حسابی در بره!!!

۱۱- مطابق با اطلاعات کتاب درسی، کدام ویژگی، پروتئین‌های مؤثر در تنظیم بیان ژن باکتری E.coli که فاقد خاصیت آنزیمی هستند را از یکدیگر متمایز می‌سازد؟

۱) توانایی اتصال به دو نوع مولکول زیستیِ نیتروژن‌دار را دارند.
۲) پیش از آغاز فرایند رونویسی، از مولکول دِنا (DNA) جدا می‌شوند.
۳) پس از اتصال به‌نوعی دی‌ساکارید، در عملکرد آن‌ها تغییراتی ایجاد می‌شود.
۴) به‌نوعی توالی نوکلئوتیدی متصل می‌شوند که پیوند بین دو رشتهٔ آن در رونویسی باز می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۱ — **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

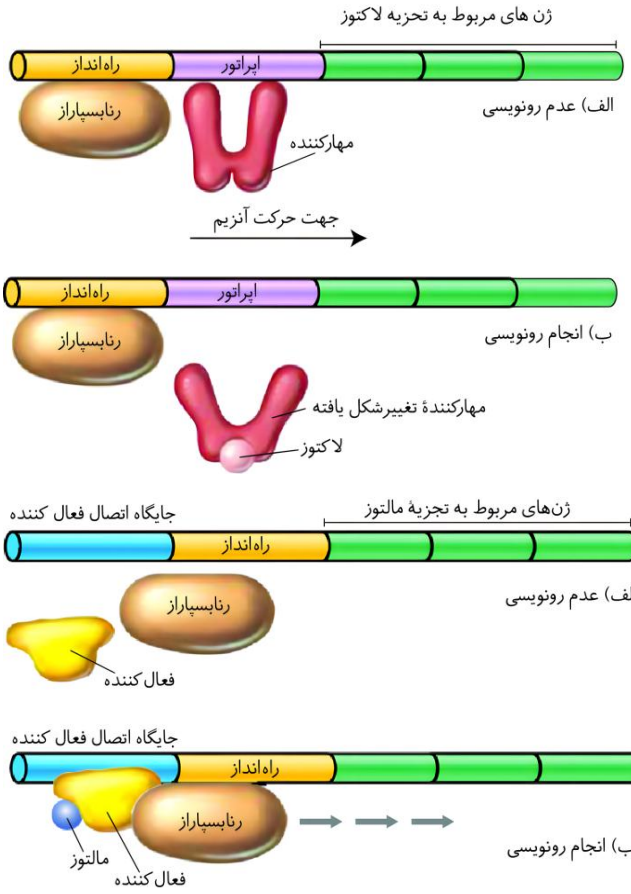
پروتئین‌های مهارکننده و فعال‌کننده، پروتئین‌های مؤثر در تنظیم بیان ژن هستند که فاقد خاصیت آنزیمی می‌باشند.

بررسی سریع:

۱	پروتئین فعال‌کننده به آنزیم رنابسپاراز و مولکول دِنا متصل می‌شود.
۲	پروتئین مهارکننده پس از آغاز فرایند رونویسی از مولکول دِنا جدا می‌شود.
۳	هر دو مولکول پس از اتصال به‌نوعی دی‌ساکارید، دچار تغییراتی در عملکرد خود می‌شوند.
۴	پیوند بین دو رشتهٔ توالی‌های اپراتور و جایگاه اتصال فعال‌کننده در طی رونویسی باز نمی‌شود.

پاسخ تشریحی:

پروتئین مهارکننده تنها توانایی اتصال به مولکول دِنا و لاکتوز را دارد که تنها یکی از آن‌ها دارای نیتروژن می‌باشد. این درحالی‌که پروتئین فعال‌کننده به آنزیم رنابسپاراز (پروتئین)، مولکول دِنا و مالتوز متصل می‌شود که از آن‌ها، آنزیم رنابسپاراز و مولکول دِنا دارای نیتروژن در ساختار خود هستند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) از بین پروتئین‌های ذکرشده در صورت سؤال، تنها پروتئین مهارکننده می‌تواند از مولکول دِنا جدا شود. دقت کنید که جدا شدن پروتئین مهارکننده از دِنا، پس از اتصال آنزیم رنابسپاراز به راه‌انداز و شروع رونویسی می‌باشد.

۳) هر دو پروتئین ذکرشده در صورت سؤال، پس از اتصال به‌نوعی دی‌ساکارید، دچار تغییراتی در عملکرد خود می‌شوند و میل آن‌ها برای اتصال به مولکول دِنا تغییر می‌کند.

۴) پروتئین مهارکننده به‌توالی اپراتور و پروتئین فعال‌کننده به جایگاه اتصال فعال‌کننده متصل می‌شود. دقت کنید که در طی فرایند رونویسی، هیچ‌کدام از این توالی‌ها رونویسی نمی‌شوند و پیوند بین دو رشتهٔ دنای آن‌ها باز نمی‌شود.

۱۲- توالی زیر مربوط به‌نوعی رِنای پیک (mRNA) فرضی می‌باشد. درخصوص مراحل ساخته‌شدن رشتهٔ پلی‌پپتیدی از روی این مولکول، کدام مورد درست است؟

UAAAUCAUGCCCAUCGGCUAAAAAA

۱) تنها رِنای ناقلی که می‌تواند به جایگاه A رناتن وارد شود، پادرمزه‌ای با توالی GGG می‌باشد.
۲) در زمانی که دومین پیوند پپتیدی در حال تشکیل است، رمزهٔ AUC در جایگاه P قرار دارد.
۳) امکان شکسته شدن پیوند هیدروژنی بین نوکلئوتیدهای G و C در جایگاه‌های P و E وجود دارد.
۴) بلافاصله پس از دومین حرکت رِناتن روی رِنای پیک، رِنای ناقلی با توالی پادرمزهٔ CCG جایگاه E را ترک می‌کند.

پاسخ: گزینهٔ ۳ — **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

بررسی سریع:

۱	اولین رِنای ناقل استقراریافته در جایگاه A، پادرمزه‌ای با توالی GGG دارد.
۲	در زمانی که دومین پیوند پپتیدی در حال تشکیل است، رمزهٔ AUC در جایگاه A قرار دارد.
۳	در هر دو جایگاه E و P پیوند هیدروژنی بین نوکلئوتیدهای C و G شکسته می‌شود.
۴	بلافاصله پس از دومین حرکت رِناتن، رِنای ناقلی با پادرمزهٔ GGG جایگاه E را ترک می‌کند.

پاسخ تشریحی:

پس از دومین حرکت رِناتن، رمزهٔ CCC وارد جایگاه E شده و پیوند هیدروژنی بین آن و رِنای ناقل شکسته می‌شود. همچنین پس از آخرین حرکت رِناتن، رمزهٔ GGC در جایگاه P قرار دارد که پیوند هیدروژنی بین آن و رِنای ناقل در این جایگاه شکسته می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) دقت کنید که ممکن است رِناهای ناقل متفاوتی وارد جایگاه A شوند ولی تنها رِنایی در این جایگاه استقرار می‌یابد که توالی پادرمزهٔ آن مکمل توالی رمزه باشد؛ بنابراین اولین رِنای ناقل استقراریافته (نه واردشده) در جایگاه A، پادرمزه‌ای با توالی GGG دارد.

۲) در زمانی که دومین پیوند پپتیدی در حال تشکیل است، اولین حرکت رِناتن انجام‌شده است و رمزهٔ CCC در جایگاه P و رمزهٔ AUC در جایگاه A قرار گرفته‌اند.

۴) بلافاصله پس از دومین حرکت رِناتن، رمزهٔ CCC وارد جایگاه E رِناتن شده و رنای ناقلی با پادرمزهٔ GGG این جایگاه را ترک خواهد کرد.

۱۳- درخصوص مراحل ساخته‌شدن پروتئین میوگلوبین از روی رِنای پیک (mRNA)، کدام مورد درست است؟

۱) در زمانی که پیوند بین آمینواسید متیونین و رِنای ناقل شکسته می‌شود، ممکن نیست جایگاه A رناتن خالی باشد.

۲) در زمانی که پیوند هیدروژنی بین دو رشتهٔ رِنا شکسته می‌شود، ممکن نیست در جایگاه P رناتن آمینواسید دیده شود.

۳) در زمانی که اولین پیوند پپتیدی تشکیل می‌شود، ممکن نیست در جایگاه A رناتن، پادرمزهٔ UAC حضورداشته باشد.

۴) در زمانی که در جایگاه A توالی UGA قرار دارد، ممکن نیست رِنای ناقل در جایگاه P تنها به یک آمینواسید متصل باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۱ | **سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

بررسی سریع:

۱	در هنگام شکسته شدن پیوند بین آمینواسید و رنای ناقل، جایگاه A پُر می‌باشد.
۲	در ساختار جایگاه P رناتن، پروتئین به همراه رنا حضور دارد.
۳	اگر دومین آمینواسید زنجیره، آمینواسید متیونین باشد، در هنگام تشکیل اولین پیوند پپتیدی، پادرمزهٔ UAC در جایگاه A قرار دارد.
۴	ممکن است در رِنای ناقل، توالی UGA دیده شود و رنای ناقل در جایگاه P تنها به یک آمینواسید متصل باشد.

پاسخ تشریحی:

پیوند بین آمینواسید و رِنای ناقل در دو زمان می‌تواند شکسته شود:

۱ـ در مرحلهٔ طویل‌شدن به‌منظور تشکیل پیوند پپتیدی

۲ـ در مرحلهٔ پایان به‌منظور جدا شدن زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی از رِنای ناقل

در **حالت اول**، جایگاه A توسط رِنای ناقلِ متصل به آمینواسید و در **حالت دوم**، جایگاه A توسط عوامل آزادکننده اشغال‌شده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) هر زیرواحد در رِناتن از پروتئین و رنا تشکیل‌شده است؛ بنابراین در هر زمان از مراحل ترجمه، در جایگاه P رناتن، آمینواسید دیده می‌شود.

۳) درصورتی‌که دومین آمینواسید در زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی، آمینواسید متیونین باشد، در هنگام تشکیل اولین پیوند پپتیدی، رِنای ناقل با پادرمزهٔ UAC در جایگاه A حضور دارد.

۴) دقت کنید که علاوه‌بر رمزهٔ پایان، توالی UGA ممکن است در نواحی دیگری از ساختار رِنای ناقل حضورداشته باشد و اگر در اولین رِنای استقراریافته در جایگاه A دیده شود، در این حالت، رِنای ناقل در جایگاه P تنها به یک آمینواسید متصل می‌باشد.

۱۴- در ساختار تاخوردگی اولیهٔ رنای ناقل (tRNA)، ساختارهای بازومانند دیده می‌شود که بین نوکلئوتیدهای آن‌ها، تعدادی پیوند هیدروژنی برقرار است. درخصوص ساختار بازویی که در نزدیکی توالی پادرمزه می‌باشد، کدام مورد نادرست است؟

۱) به حلقهٔ دارای توالی پادرمزه (آنتی کدون) ختم می‌شود.

۲) در امتداد نوعی پیچ‌خوردگی در ساختار مولکول قرارگرفته است.

۳) در ساختار سه‌بعدی رِنای ناقل، در قسمت بلندتر مولکول L شکل قرارگرفته است.

۴) در امتداد دو انتهای آن، نوکلئوتیدهای دارای گروه هیدروکسیل و فسفات آزاد حضور دارند.

پاسخ: گزینهٔ ۴ — **سخت ـ نکات شکل ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

بررسی سریع:

۱	بازوی پایینی رِنای ناقل به حلقهٔ دارای توالی پادرمزه ختم می‌شود.
۲	بازوی پایینی رِنای ناقل در امتداد نوعی پیچ‌خوردگی در ساختار مولکول واقع‌شده است.
۳	در ساختار سه‌بعدی رِنای ناقل، بازوی پایینی در بازوی بلندتر مولکول L شکل قرار می‌گیرد.
۴	نوکلئوتیدهای دارای گروه هیدروکسیل و فسفات آزاد در امتداد دو انتهای بازوی بالایی قرار دارند.

پاسخ تشریحی:

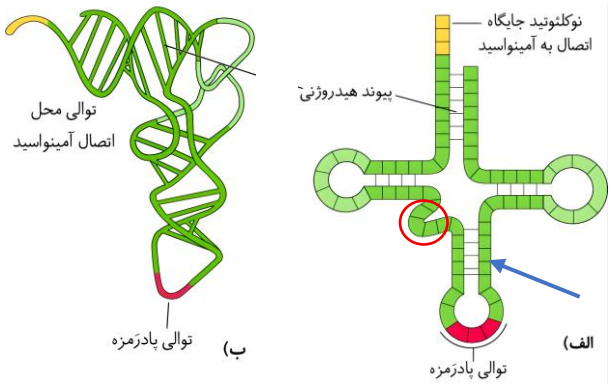
همان‌طور که در شکل مشخص است، از بین ساختارهای بازومانند در ساختار رِنای ناقل، بازوی پایینی (مشخص‌شده در شکل با رنگ آبی) آن در نزدیکی توالی پادرمزه می‌باشد. درحالی‌که نوکلئوتیدهای دارای گروه هیدروکسیل و فسفات آزاد در امتداد دو انتهای بازوی بالایی این مولکول قرار دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) همان‌طور که در شکل مشخص است، بازوی پایینی رِنای ناقل به حلقهٔ دارای پادرمزه ختم می‌شود.

۲) همان‌طور که در شکل مشخص است، نوعی پیچ‌خوردگی (مشخص‌شده در شکل با رنگ قرمز) در امتداد بازوی پایینی رِنای ناقل واقع‌شده است.

۳) همان‌طور که در شکل زیر مشخص است، در ساختار سه‌بعدی رِنای ناقل، مولکول ساختاری L شکل دارد که بازوی پایینی مربوط به تاخوردگی اولیه، در بازوی بلندتر این مولکول L شکل قرار دارد.



۱۵- در خانواده‌ای که دو پسر و دو دختر دارد، ژن‌نمود (ژنوتیپ) هر چهار فرزند برای گروه خونی ABO متفاوت است؛ اما دو برادر دارای گروه خونی یکسان هستند. کدام مورد زیر، دربارهٔ این خانواده صادق نیست؟

۱) حداقل یکی از پسرها، ژن‌نمود خالص دارد.

۲) حداکثر یکی از دخترها، دو نوع دگرهٔ (اللِ) گروه خونی ABO را دارد.

۳) یکی از دخترها می‌تواند هر دو نوع کربوهیدرات‌های گروه خونی را داشته باشد.

۴) در پسرها، فقط یک نوع کربوهیدرات گروه خونی در غشای گویچهٔ قرمز وجود دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۲ — **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳ ـ ژنتیک**

بررسی سریع:

۱	یکی از پسرها، ژن‌نمود خالص و پسر دیگر، ژن‌نمود ناخالص دارد.
۲	ممکن است هر دو دختر ژن‌نمود ناخالص داشته باشند.
۳	یکی از دختران می‌تواند دارای گروه خونی AB باشد.
۴	هر دو پسر، گروه خونی A یا گروه خونی B دارند و فقط یک نوع کربوهیدرات گروه خونی را در غشای گویچه‌های قرمز خود دارند.

پاسخ تشریحی:

با توجه به اینکه هر دو پسر، گروه خونی یکسانی دارند؛ اما ژنوتیپ آن‌ها متفاوت است، می‌توان نتیجه گرفت که هر دوی آن‌ها، گروه خونی A یا گروه خونی B دارند. زیرا، فقط برای این دو گروه خونی، دو نوع ژنوتیپ متفاوت وجود دارد و برای گروه خونی AB و O، فقط یک نوع ژنوتیپ وجود دارد. پس مثلاً اگر فرض کنیم که پسرها گروه خونی A دارند، یکی از آن‌ها دارای ژنوتیپ AA و دیگری دارای ژنوتیپ AO است (درستی گزینهٔ ۱) و هر دوی آن‌ها، فقط یک نوع کربوهیدرات گروه خونی را در غشای گویچه‌های قرمز خود دارند (درستی گزینهٔ ۴).

خُب حالا برای ادامهٔ پاسخ هم فرض می‌کنیم که پسرها همون گروه خونی A رو دارن. اگه هم خواستین B در نظر بگیرین، روند کلیش مثل همین کاری هست که در ادامه انجام می‌دیم و تأثیری روی پاسخ نهایی نداره.

ژنوتیپ دخترها با ژنوتیپ پسرها متفاوت است. پس دخترها ژنوتیپ AO یا AA ندارند و فقط ژنوتیپ‌های OO، BO، BB و AB برای آن‌ها امکان‌پذیر است. پس مثلاً ممکن است که یکی از دخترها، دارای ژنوتیپ AB باشد (درستی گزینهٔ ۳) و دختر دیگر، ژنوتیپ BO داشته باشد و در این حالت، هر دو دختر ژنوتیپ ناخالص دارند (نادرستی گزینهٔ ۲).

البته، اگه آمیزش‌ها رو به‌طور دقیق بررسی کنیم، کلاً دو حالت برای فرزندان این خانواده امکان‌پذیر هست: ۱ـ پسرها AO و AA و دخترها، AB و BO و ۲ـ پسرها BO و BB و دخترها، AB و AO. اینکه چرا اینجوری میشه، مربوط به پیش‌بینی آمیزش‌هاست که در گفتار (۲) فصل ۳ دوازدهم راجع بهش صحبت میشه.

۱- **در ارتباط با تصویر تهیه‌شده از مولکول دِنا (DNA) توسط ویلکینز و فرانکلین، کدام مورد نادرست است؟**

۱) مولکول دِنا به‌صورت مولکولی X شکل مشاهده می‌شود.

۲) نواحی تیره‌تر در مرکز تصویرِ تهیه‌شده مشاهده می‌شوند.

۳) فاصلهٔ نسبتاً منظمی بین قطعات تیره و روشن وجود دارد.

۴) رشته‌های مولکول دِنا نسبت به مرکز تصویر متقارن هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۲ | آسان ـ نکات شکل ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک

بررسی سریع:

۱	در این تصویر مولکول دِنا X شکل می‌باشد.
۲	در مرکز تصویر نواحی روشن‌تر دیده می‌شوند.
۳	بین قطعات تیره و روشن تصویر فاصلهٔ نسبتاً منظمی وجود دارد.
۴	رشته‌های قابل‌مشاهده نسبت به مرکز تصویر متقارن هستند.

پاسخ تشریحی:



همان‌طور که در شکل مشخص است، در مرکز تصویر تهیه‌شده توسط ویلکینز و فرانکلین، نواحی روشن‌تر (نه تیره‌تر) دیده می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) همان‌طور که در شکل مشخص است، در تصویر تهیه‌شده توسط ویلکینز و فرانکلین، مولکول دِنا به‌صورت مولکولی X شکل مشاهده می‌شود.

۳) همان‌طور که در شکل مشخص است، در تصویر تهیه‌شده توسط ویلکینز و فرانکلین، بین قطعات تیره و روشن، فاصلهٔ نسبتاً منظمی وجود دارد.

۴) همان‌طور که در شکل مشخص است، در تصویر تهیه‌شده توسط ویلکینز و فرانکلین، رشته‌های مولکول دِنا نسبت به مرکز تصویر متقارن هستند.

۲- **مطابق با اطلاعات کتاب درسی، در دو ژن فرضی مربوط به رِنای ناقل (tRNA) در هستهٔ یک یاختهٔ استخوانی، راه‌اندازهای دو ژن در کمترین فاصلهٔ ممکن از یکدیگر واقع شده‌اند. درخصوص این دو ژن، کدام مورد نادرست است؟**

۱) رشتهٔ رمزگذار این دو ژن با یکدیگر متفاوت می‌باشد.

۲) آنزیم‌های رونویسی‌کننده از آن‌ها، از یکدیگر دور می‌شوند.

۳) نوکلئوتیدهای میانی راه‌انداز این دو ژن به یکدیگر چسبیده‌اند.

۴) آنزیم‌های رونویسی‌کننده از آن‌ها، توانایی تولید تنها یک نوع رِنا را دارند.

پاسخ: گزینهٔ ۳ | متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک

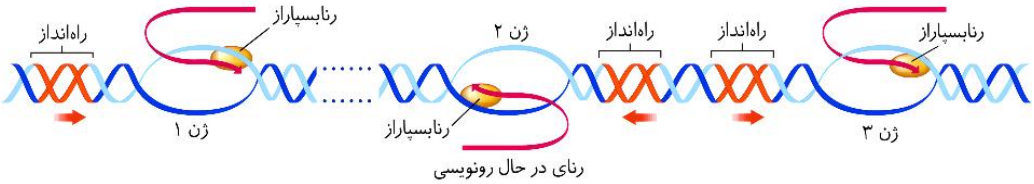
ترجمهٔ صورت سؤال

همان‌طور که در شکل مشخص است، راه‌اندازهای مربوط به ژن‌های «۲» و «۳»، در کمترین فاصله از یکدیگر واقع شده‌اند.

بررسی سریع:

۱	در این حالت، رشتهٔ الگو و رشتهٔ رمزگذار ژن‌ها متفاوت است.
۲	در این حالت، آنزیم‌های رِنابسپاراز (RNA پلیمراز) از یکدیگر دور می‌شوند.
۳	نوکلئوتیدهای میانی راه‌اندازهای این دو ژن از هم فاصله دارند و به یکدیگر نچسبیده‌اند.
۴	هر آنزیم رنابسپاراز در هستهٔ یاخـتهٔ یوکاریوتی، تنها یک نوع رِنا می‌سازد.

پاسخ تشریحی:



همان‌طور که در شکل مشخص است، نوکلئوتیدهای میانی توالی‌های راه‌انداز مربوط به ژن ۲ و ۳، به یکدیگر نچسبیده‌اند و از یکدیگر فاصله دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) همان‌طور که در شکل مشخص است، رشته‌هایی از ژن‌های ۲ و ۳ که رونویسی می‌شوند با یکدیگر متفاوت هستند؛ بنابراین این دو ژن، رشتهٔ الگو و رمزگذار متفاوتی دارند.

۲) همان‌طور که در شکل مشخص است، آنزیم‌هایی که از روی ژن‌های ۲ و ۳ رونویسی می‌کنند، درحال دور شدن از یکدیگر هستند.

۴) یاختهٔ ذکرشده در صورت سؤال، نوعی یاختهٔ یوکاریوتی می‌باشد. آنزیم‌های رنابسپاراز در هستهٔ یاخته‌های یوکاریوتی تنها توانایی تولید یک نوع رِنا را دارند.

۳- اگر پدر و مادر یک خانواده، دارای گروه‌های خونی ABO متفاوتی باشند و در این صفت هیچ دگرهٔ (الل) مشترکی با یکدیگر نداشته باشند، کدام مورد درخصوص فرزندان متولدشدهٔ آن‌ها درست است؟

۱) همهٔ آن‌ها، دارای ژن‌نمود ناخالص این صفت هستند.

۲) برخی از آن‌ها، دارای ژن‌نمود متفاوتی با والدین خود هستند.

۳) همهٔ آن‌ها، دارای رابطهٔ بارز و نهفتگی بین دگره‌های مربوط به این صفت هستند.

۴) برخی از آن‌ها، فاقد هر نوع کربوهیدرات مربوط به گروه خونی در سطح گویچه‌های قرمز هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۱ — **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

ازآنجاکه گروه خونی والدین با یکدیگر متفاوت است و هیچ دگرهٔ مشترکی با یکدیگر ندارند، حالات مطرح‌شده به‌صورت زیر است:

AB×OO/AA×BB/AA×OO/BB×OO/AO×BB/BO×AA

بررسی سریع:

۱	همهٔ فرزندان ژن‌نمود ناخالص دارند.
۲	همهٔ فرزندان ژن‌نمود متفاوتی با والدین خود دارند.
۳	برخی از فرزندان گروه خونی AB دارند و رابطهٔ بین این دگره‌ها هم‌توانی است.
۴	هیچ فرزندی دارای گروه خونی O نمی‌باشد.

پاسخ تشریحی:

با توجه به حالات ذکرشده برای این خانواده، تمامی فرزندان دارای یکی از ژن‌نمودهای AO، BO، AB هستند و دارای ژن‌نمود ناخالص هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) با توجه به حالات ذکرشده برای این خانواده و با توجه به اینکه پدر و مادر هیچ دگرهٔ یکسانی ندارند، ژن‌نمود تمامی (نه برخی از) فرزندان با والدین خود متفاوت می‌باشد.

۳) برخی از فرزندان متولدشده دارای گروه خونی AB هستند و رابطهٔ بین دگره‌های آن‌ها از نوع هم‌توانی (نه بارز و نهفتگی) می‌باشد.

۴) ازآنجاکه والدین هیچ دگرهٔ یکسانی با یکدیگر ندارند، بنابراین امکان اینکه هر والد دگرهٔ i داشته باشد وجود ندارد و تولد فرزندی با گروه خونی O ممکن نیست.

۴- **در ارتباط با ساختار رنای ناقل (tRNA)، کدام مورد درست است؟**

۱) فاقد سه توالی AUU، ACU و AUC در تمامی طول خود می‌باشد.

۲) به‌منظور تشکیل ساختار سه‌بعدی، دو حلقهٔ جانبی آن به یکدیگر نزدیک می‌شوند.

۳) ساختار نهایی آن به شکل L می‌باشد که از سمت بازوی بلندتر خود به آمینواسید متصل می‌شود.

۴) اولین نوکلئوتید پس از توالی جایگاه اتصال به آمینواسید، با نوکلئوتید مقابلِ خود رابطهٔ مکملی برقرار می‌کند.

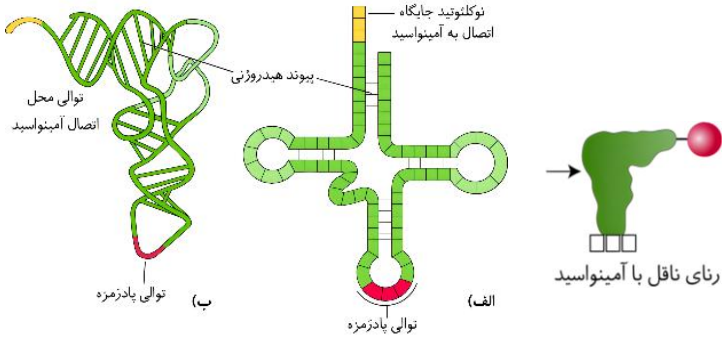
پاسخ: گزینهٔ ۲ — **سخت ـ نکات شکل ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

بررسی سریع:

۱	سه توالی ذکرشده اگر مربوط به پادرمزه نباشند، می‌توانند در سایر مناطق رِنا حضور داشته باشند.
۲	به‌منظور تشکیل ساختار سه‌بعدی، دو حلقهٔ جانبی رنای ناقل به یکدیگر نزدیک می‌شوند.
۳	ساختار نهایی رنا به شکل L بوده و از سمت بازوی کوتاه‌تر خود به آمینواسید متصل می‌شود.
۴	اولین نوکلئوتید پس از توالی جایگاه اتصال به آمینواسید، فاقد رابطهٔ مکملی با نوکلئوتید دیگر می‌باشد.

پاسخ تشریحی:

همان‌طور که در شکل مشخص است، به‌منظور تشکیل ساختار سه‌بعدی، دو حلقهٔ جانبی در تاخوردگی اولیه به یکدیگر نزدیک می‌شوند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ دقت کنید که سه توالی ذکرشده مربوط به توالی‌های مکمل با رمزهٔ (کدون) پایان هستند. ازآنجاکه پادرمزهٔ پایان وجود ندارد، این توالی‌ها باید در مناطقی به‌جز توالی پادرمزه حضور داشته باشند، بنابراین امکان مشاهدهٔ این سه توالی در رِنای ناقل وجود دارد.

۳ همان‌طور که در شکل مشخص است، ساختار نهایی رِنای ناقل به شکل حرف L بوده و این مولکول از سمت بازوی کوتاه‌تر خود به آمینواسید مربوطه متصل می‌شود.

۴ همان‌طور که در شکل مشخص است، اولین نوکلئوتید پس از توالی جایگاه اتصال به آمینواسید، فاقد رابطهٔ مکملی با نوکلئوتید دیگر می‌باشد.

۵- **در نوعی بیماری ارثی به نام راشیتیسم (Rickets)، استخوان‌های کودکان نرم باقی می‌مانند و خمیدگی و رشد ناقص استخوان‌ها، احتمال شکستگی آن‌ها را افزایش می‌دهد. اگر الگوی توارث این بیماری به‌صورت وابسته به X بارز باشد، تولد چند فرزند ممکن است؟**

الف ـ دختری سالم از مادر سالم و پدر بیمار

ب ـ دختری بیمار از مادر بیمار و پدر سالم

ج ـ پسر سالم از مادر بیمار و پدر بیمار

د ـ پسر بیمار از مادر سالم و پدر سالم

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ — **سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳ ـ ژنتیک**

بررسی سریع:

الف	اگر پدر بیمار باشد، دختر قطعاً بیمار خواهد بود.
ب	اگر مادر دارای ژن‌نمود ناخالص باشد، ممکن است دختر متولدشده بیمار باشد.
ج	اگر مادر دارای ژن‌نمود ناخالص باشد، ممکن است پسر متولدشده سالم باشد.
د	اگر مادر و پدر سالم باشند، پسر قطعاً سالم خواهد بود.

پاسخ تشریحی:

موارد «ب» و «ج» درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) دقت کنید که اگر پدر بیمار باشد، دختر دارای دگرهٔ بیماری خواهد بود و ازآنجاکه دگرهٔ بیماری بارز است، دختر متولدشده قطعاً بیمار خواهد بود.

ب) پدر سالم است پس فاقد دگرهٔ بازر است. مادر بیمار است پس حتماً یک دگرهٔ بارز را دارد. درصورتی که مادر دگرهٔ بارز را به دختر خود منتقل کرده باشد، دختر نیز بیمار می‌شود.

ج) ازآنجاکه دگرهٔ بیماری بارز است، مادر خانواده ممکن است بیمار باشد و ژن‌نمود ناخالص داشته باشد؛ بنابراین ممکن است پسر او دارای دگرهٔ سالم باشد و از نظر بیماری سالم باشد.

د) ازآنجاکه دگرهٔ بیماری بارز است، اگر پدر و مادر سالم باشند به‌طور قطع فاقد دگرهٔ بیماری هستند و نمی‌توانند فرزندی بیمار داشته باشند.

۶- **در ارتباط با آزمایش‌های گریفیت و نتایج آن، در یکی از مراحل آزمایش، گریفیت نتیجه گرفت که وجود پوشینه به‌تنهایی عامل مرگ موش‌ها نیست. کدام مورد، مرحلهٔ بعد از این آزمایش را از سایر مراحل متمایز می‌سازد؟**

۱) بین باکتری‌ها، بخشی از پوشش خارجی آن‌ها منتقل شد.

۲) آنزیم‌های درون باکتری به‌صورت برگشت‌ناپذیر، غیرفعال شدند.

۳) در خون و شش‌های موش، باکتری‌هایی با ظاهر متفاوت از هم مشاهده شدند.

۴) فعالیت درشت‌خوارهای بافتی به‌منظور نابودسازی باکتری‌ها افزایش یافت.

پاسخ: گزینهٔ ۳ | **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

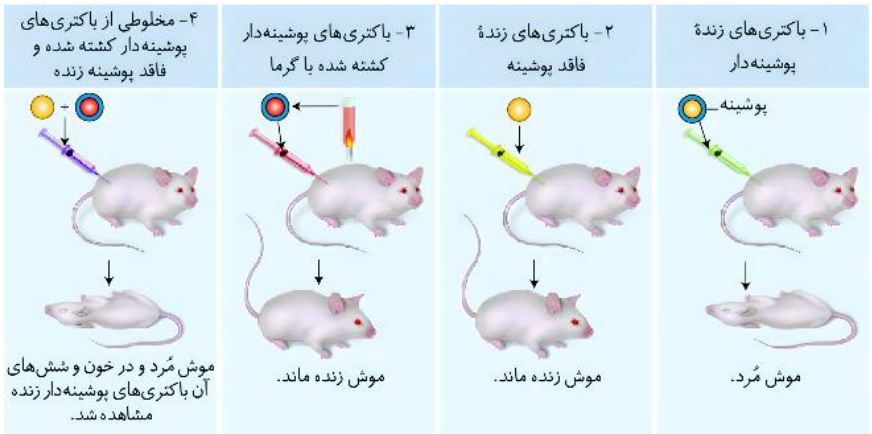
گریفیت در سومین مرحلهٔ آزمایش‌های خود نتیجه گرفت که پوشینه به‌تنهایی عامل مرگ موش‌ها نیست.

بررسی سریع:

۱	در مرحلهٔ چهارم، ژن مربوط به پوشینه (نه خود آن) منتقل شد.
۲	در مرحله سوم و چهارم، به دلیل استفاده از گرما، آنزیم‌های درون باکتری غیرفعال شدند.
۳	در مرحلهٔ چهارم برخلاف سایر مراحل، دو نوع باکتری پوشینه‌دار و بدون پوشینه در خون و شش‌های موش دیده شدند.
۴	در تمامی مراحل، فعالیت دستگاه ایمنی علیه باکتری‌های واردشده به بدن افزایش یافت.

پاسخ تشریحی:

در مرحلهٔ چهارم آزمایش‌های گریفیت، باکتری‌های بدون پوشینه با دریافت ژن مربوط به تولید پوشینه، تغییر ظاهر دادند و پوشینه‌دار شدند؛ بنابراین در این مرحله، در خون و شش‌های موش، دو نوع باکتری پوشینه‌دار و بدون پوشینه که ظاهری متفاوت دارند، مشاهده شد.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) دقت کنید که در مرحلهٔ چهارم، ژن مربوط به تولید پوشینه بین باکتری‌ها منتقل شد؛ نه اینکه خود پوشینه منتقل شود.

۲) در مراحل سوم و چهارم آزمایش‌های گریفیت، باکتری‌های پوشینه‌دار به‌وسیلهٔ گرما کشته شدند و افزایش دمای غیرطبیعی منجر به غیرفعال شدن آنزیم‌های درون باکتری به‌صورت برگشت‌ناپذیر شد.

۴) دقت کنید که در تمامی مراحل آزمایش‌های گریفیت، فعالیت دستگاه ایمنی علیه باکتری به‌منظور نابودسازی آن، افزایش یافت؛ نه اینکه فقط در مرحلهٔ چهارم این اتفاق رخ بدهد.

۷- **مطابق با اطلاعات کتاب درسی، اگر گیاه گل‌میمونی با ژن‌نمود (ژنوتیپ) RW یاختهٔ کیسهٔ گرده در لقاح با گیاه دیگری شرکت کند، کدام ژن‌نمود یاختهٔ بافت خورش، در گیاه شرکت‌کننده در لقاح و درون‌دانهٔ (آندوسپرم) گیاه حاصل از لقاح غیرممکن می‌باشد؟**

۱) RW و RWW
۲) RR و RWW
۳) WW و WWW
۴) RW و RRW

پاسخ: گزینهٔ ۲ — آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳ ـ ژنتیک

بررسی سریع:

۱	اگر دگرهٔ W مربوط به گیاه ماده و دگرهٔ R مربوط به گیاه نر باشد، درون‌دانه به‌صورت RWW خواهد بود.
۲	اگر دگرهٔ R مربوط به گیاه ماده باشد، درون‌دانه به‌صورت RRR یا RRW خواهد بود (نه RWW).
۳	اگر دگرهٔ W مربوط به گیاه ماده و دگرهٔ W مربوط به گیاه نر باشد، درون‌دانه به‌صورت WWW خواهد بود.
۴	اگر دگرهٔ R مربوط به گیاه ماده و دگرهٔ W مربوط به گیاه نر باشد، درون‌دانه به‌صورت RRW خواهد بود.

پاسخ تشریحی:

درصورتی‌که ژن‌نمود والد ماده به‌صورت RR باشد، درون‌دانه باید دارای حداقل دو دگرهٔ R باشد و نمی‌تواند ژن‌نمود RWW داشته باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) اگر دگرهٔ W مربوط به گیاه ماده و دگرهٔ R مربوط به گیاه نر باشد، درون‌دانه به‌صورت RWW خواهد بود.
۳) اگر دگرهٔ W مربوط به گیاه ماده و دگرهٔ W مربوط به گیاه نر باشد، درون‌دانه به‌صورت WWW خواهد بود.
۴) اگر دگرهٔ R مربوط به گیاه ماده و دگرهٔ W مربوط به گیاه نر باشد، درون‌دانه به‌صورت RRW خواهد بود.

۸- **مطابق با اطلاعات کتاب درسی، گروهی از آنزیم‌ها در هستهٔ یاختهٔ مریستمی، توانایی شکستن پیوندهای فسفودی‌استری را دارند. درخصوص همهٔ این آنزیم‌ها، کدام مورد به‌طور حتم درست است؟**

۱) تنها در مرحلهٔ S اینترفاز فعالیت می‌کنند.
۲) فاقد توانایی شکستن پیوندهای هیدروژنی هستند.
۳) پیوندهایی درون ساختار نوکلئوتیدها را نیز می‌شکنند.
۴) از روی اطلاعات فرآوردهٔ آن‌ها، مستقیماً پروتئین ساخته می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۲ — متوسط ـ ترکیبی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

آنزیم دِنابسپاراز (DNA پلیمراز) دارای فعالیت نوکلئازی است و پیوند فسفودی‌استری را در حین همانندسازی می‌شکند. همچنین، آنزیم‌های انجام‌دهندهٔ فرایند پیرایش، با حذف کردن رونوشت‌های میانه (اینترون)، پیوند فسفودی‌استری را می‌شکنند.

بررسی سریع:

۱	آنزیم انجام‌دهندهٔ پیرایش می‌تواند در هر مرحله از چرخهٔ یاخته‌ای فعالیت کند.
۲	هر دو آنزیم مطرح‌شده فاقد توانایی شکستن پیوندهای هیدروژنی هستند.
۳	آنزیم انجام‌دهندهٔ پیرایش نمی‌تواند پیوندی را درون ساختار نوکلئوتید بشکند.
۴	از روی اطلاعات دِنای ساخته‌شده توسط دِنابسپاراز، مستقیماً پروتئین ساخته نمی‌شود.

پاسخ تشریحی:

آنزیم دِنابسپاراز فاقد توانایی شکستن پیوندهای هیدروژنی در طی همانندسازی می‌باشد. همچنین ازآنجاکه در ساختار رِنای پیک، پیوند هیدروژنی وجود ندارد، می‌توان گفت آنزیم انجام‌دهندهٔ پیرایش فاقد توانایی شکستن پیوندهای هیدروژنی می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) فرایند رونویسی برخلاف همانندسازی دِنای هسته‌ای، در هر مرحله از چرخهٔ یاخته‌ای انجام می‌شود؛ بنابراین آنزیم انجام‌دهندهٔ فرایند پیرایش می‌تواند فعالیت خود را در هر مرحله از چرخهٔ یاخته‌ای انجام بدهد.

(۳) آنزیم دِنابسپاراز پیوندهای فسفات - فسفات درون ساختار نوکلئوتیدها را می‌شکند، درحالی‌که آنزیم انجام‌دهندهٔ فرایند پیرایش، تنها پیوند بین رونوشت‌های میانه و بیانه را می‌شکند و نمی‌تواند پیوندی را درون ساختار نوکلئوتیدها بشکند.

(۴) فرآوردهٔ آنزیم انجام‌دهندهٔ پیرایش، رِنای پیک بالغ است که از روی آن مستقیماً پروتئین ساخته می‌شود. فرآوردهٔ آنزیم دِنابسپاراز مولکول دِنا است که از روی آن مستقیماً دِنا یا رِنا ساخته می‌شود و هیچ‌گاه به‌طور مستقیم از روی آن پروتئین ساخته نمی‌شود.

۹- مطابق با مطالب کتاب درسی، در گروهی از روش‌های تنظیم بیان ژن، مولکول‌های پروتئینی در هدایت آنزیم رنابسپاراز (RNA پلیمراز) به‌توالی راه‌انداز نقش دارند. درخصوص این روش‌ها، کدام مورد درست است؟

۱) وجه شباهت آن‌ها، اتصال تمامی عوامل مؤثر در تنظیم بیان ژن به راه‌انداز می‌باشد.
۲) وجه تمایز آن‌ها، فعالیت مولکول‌های پروتئینی در همان محل ساخته‌شدن خود می‌باشد.
۳) وجه شباهت آن‌ها، عدم تماس آنزیم رنابسپاراز به بخشی از مولکول پروتئینی دیگر می‌باشد.
۴) وجه تمایز آن‌ها، تأثیرگذاری حضور مولکول‌های قندی بر میزان رونویسی از ژن‌های مربوطه می‌باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۲ — **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

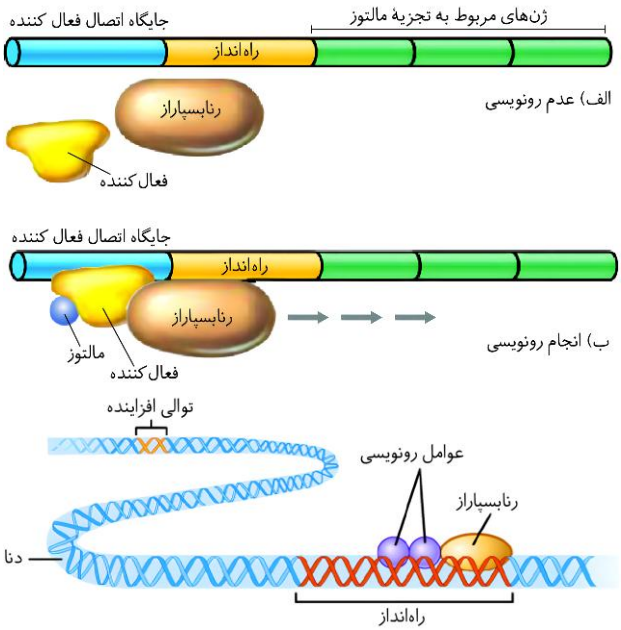
در تنظیم مثبت رونویسی و تنظیم بیان ژن در مرحلهٔ رونویسی در یوکاریوت‌ها، مولکول‌های پروتئینی در هدایت رنابسپاراز به‌توالی راه‌انداز نقش دارند.

بررسی سریع:

۱	در تنظیم مثبت، پروتئین فعال‌کننده به راه‌انداز متصل نمی‌شود.
۲	تنظیم مثبت رونویسی مربوط به باکتری اشرشیاکلای است و مولکول‌های پروتئینی آن در محل ساخته‌شدن فعالیت می‌کنند.
۳	آنزیم رنابسپاراز با عوامل رونویسی و پروتئین فعال‌کننده تماس دارد.
۴	در هر دو روش ذکرشده، حضور مولکول‌های قندی مانند گلوکز و مالتوز بر میزان رونویسی از ژن‌ها مؤثر است.

پاسخ تشریحی:

تنظیم مثبت رونویسی مربوط به باکتری اشرشیاکلای می‌باشد که در آن تمامی پروتئین‌ها در همان محل ساخته‌شدن خود، یعنی فضای آزاد سیتوپلاسم، فعالیت می‌کنند. این درحالی است که عوامل رونویسی در یوکاریوت‌ها در هسته فعالیت کرده و در فضای آزاد سیتوپلاسم ساخته شده‌اند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) همان‌طور که در شکل مشخص است، پروتئین فعال‌کننده به جایگاه اتصال فعال‌کننده متصل می‌شود؛ نه راه‌انداز.

(۳) همان‌طور که در شکل مشخص است، عوامل رونویسی و پروتئین فعال‌کننده با آنزیم رنابسپاراز تماس دارند.

(۴) در تنظیم مثبت رونویسی، میزان رونویسی از ژن بستگی به حضور گلوکز و مالتوز دارد؛ همچنین رونویسی از گروهی از ژن‌ها در یاخته‌های یوکاریوتی مانند ژن مربوط به تولید هورمون انسولین، به حضور گلوکز در محیط بستگی دارد.

۱۰- **در جمعیتی از زنبورهای عسل، صفت پرزهای روی بدن با دگره‌های L (بلند) و S (کوتاه) نشان داده می‌شود. اگر رابطهٔ بین دگره‌ها (الل)ها از نوع هم‌توانی باشد و زنبور ملکه دارای ژن‌نمود (ژنوتیپ) LS باشد، درخصوص این جمعیت از زنبورها، کدام مورد درست است؟**

۱) همهٔ زنبورهای دارای پرزهای کوتاه، نَر هستند.
۲) همهٔ زنبورهای دارای پرزهای متوسط، ماده هستند.
۳) برخی از زنبورهای نَر، طول پرز مشابهی با زنبور ملکه دارند.
۴) برخی از زنبورهای ماده، دارای دو نوع پرز با طول‌های متفاوت هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۴ — **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

ازآنجاکه رابطهٔ بین دگره‌ها از نوع هم‌توانی است، زنبور ملکه با ژن‌نمود LS دارای دو نوع پرز با طول کوتاه و بلند می‌باشد.

بررسی سریع:

۱	زنبور ماده ممکن است به‌صورت SS باشد و طول پرز کوتاهی داشته باشد.
۲	طول پرز متوسط در زمانی ایجاد می‌شود که رابطهٔ بین دگره‌ها، بارزیت ناقص باشد.
۳	هیچ زنبور نری نمی‌تواند پرزهایی با دو طول کوتاه و بلند داشته باشد.
۴	برخی از زنبورهای ماده، دارای پرزهایی با دو طول کوتاه و بلند هستند.

پاسخ تشریحی:

به‌منظور ایجاد شدن پرزهایی با دو طول کوتاه و بلند، قرارگیری دگره‌های L و S در کنار هم نیاز است؛ بنابراین این نوع طول پرز تنها در زنبورهای ماده دیده می‌شود. درنتیجهٔ لقاح بین گامت L یا S از ملکه و گامت S یا L از زنبورهای نر هاپلوئید، زنبور مادهٔ LS ایجاد می‌شود که دارای دو نوع پرز با طول‌های متفاوت است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) زنبورهای ماده ممکن است دارای ژن‌نمود SS باشند (درنتیجهٔ لقاح بین گامت S ملکه و گامت S زنبور نر) و درنتیجه ممکن است دارای طول پرز کوتاه باشند.

۲) دقت کنید که به‌منظور بروز طول پرز متوسط، نیاز است که رابطهٔ بین دگره‌ها از نوع بارزیت ناقص باشد؛ نه هم‌توانی.

۳) به‌منظور ایجاد شدن پرزهایی با دو طول کوتاه و بلند، قرارگیری دگره‌های L و S در کنار هم نیاز است؛ بنابراین این نوع طول پرز تنها در زنبورهای ماده دیده می‌شود و در زنبورهای نر که همگی تنها یک دگرهٔ این صفت را دریافت می‌کنند، دیده نمی‌شود.

۱۱- **در ارتباط با «سطوح مختلف ساختاری در پروتئین‌ها»، کدام مورد درست است؟**

۱) در ساختار صفحه‌ای، پیوندهای پپتیدی در محل تاخوردگی صفحات قرار دارند.
۲) در ساختار سوم، نسبت به ساختارهای قبلی، تعداد پیوندهای هیدروژنی برخلاف اشتراکی ثابت است.
۳) در ساختار مارپیچی، گروه‌های R آمینواسیدها، در نزدیکی محل تشکیل پیوندهای هیدروژنی قرار دارند.
۴) در ساختار اول، اتم‌های هیدروژن متصل به کربن مرکزی، به‌صورت یک‌درمیان، به سمت بالا و پایین قرار دارند.

پاسخ: گزینهٔ ۴ — **سخت ـ نکات شکل ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک**

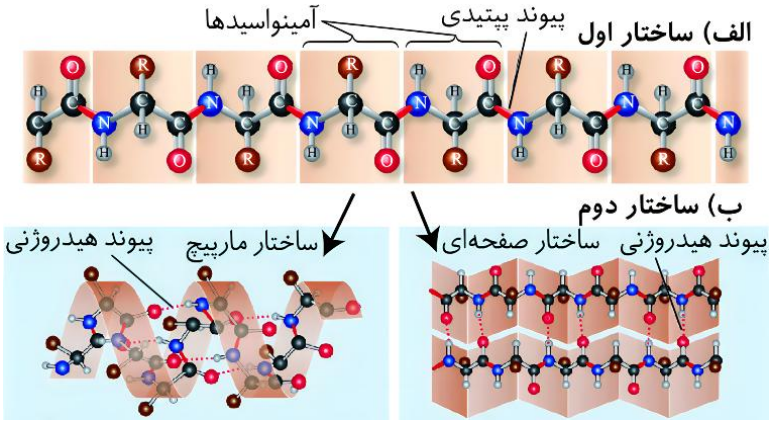
بررسی سریع:

۱	در محل تاخوردگی صفحات، اتم کربن مرکزی (نه پیوند پپتیدی) قرار دارد.
۲	در ساختار سوم نسبت به ساختارهای قبلی، تعداد پیوندهای هیدروژنی بیشتر (نه ثابت) است.
۳	در ساختار مارپیچی، گروه‌های R به سمت خارج رشتهٔ مارپیچی و دور از محل تشکیل پیوندهای هیدروژنی قرار دارند.
۴	در ساختار اول، اتم‌های هیدروژن متصل به کربن مرکزی، یک‌درمیان به سمت بالا و پایین قرار دارند.

پاسخ تشریحی:

همان‌طور که در شکل مشخص است، در ساختار اول، اتم‌های هیدروژنی که به اتم کربن مرکزی متصل هستند، به‌صورت یک‌درمیان، به سمت بالا و پایین قرار گرفته‌اند.

بررسی سایر گزینه‌ها:



۱) همان‌طور که در شکل مشخص است، در ساختار صفحه‌ای، اتم کربن مرکزی (نه پیوندهای پپتیدی) در محل تاخوردگی صفحات قرار گرفته‌اند.

۲) در ساختار سوم پروتئین‌ها، پیوندهای هیدروژنی جدیدی بین آمینواسیدها به‌منظور تثبیت نسبی ساختار تشکیل می‌شود؛ بنابراین در این ساختار نسبت به ساختارهای قبلی، تعداد پیوندهای هیدروژنی افزایش‌یافته است.

۳) همان‌طور که در شکل مشخص است، در ساختار مارپیچی، گروه‌های R آمینواسیدها به سمت خارج رشتهٔ مارپیچی و دور از محل تشکیل پیوندهای هیدروژنی قرار گرفته‌اند.

۱۲- در ارتباط با صفت رنگ مربوط به‌نوعی ذرت مطرح‌شده در کتاب درسی، درخصوص همهٔ ذرت‌هایی که دارای دو جایگاه ژنی ناخالص هستند، کدام مورد درست است؟

۱) نسبت به ذرت‌هایی با سه جایگاه ژنی ناخالص، دارای رنگ تیره‌تری هستند.
۲) با انجام خودلقاحی، می‌توانند ذرت‌هایی با رنگ کاملاً سفید را به وجود بیاورند.
۳) در بین ذرت‌هایی با دو جایگاه ژنی خالص و یک جایگاه ژنی ناخالص قرار گرفته‌اند.
۴) فاصلهٔ آن‌ها از ذرت‌هایی با بیشترین فراوانی، بیشتر از ذرت‌هایی با کمترین فراوانی می‌باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۳ — سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

ذرت‌هایی با دو یا چهار دگرهٔ بارز، دارای دو جایگاه ژنی ناخالص هستند.

بررسی سریع:

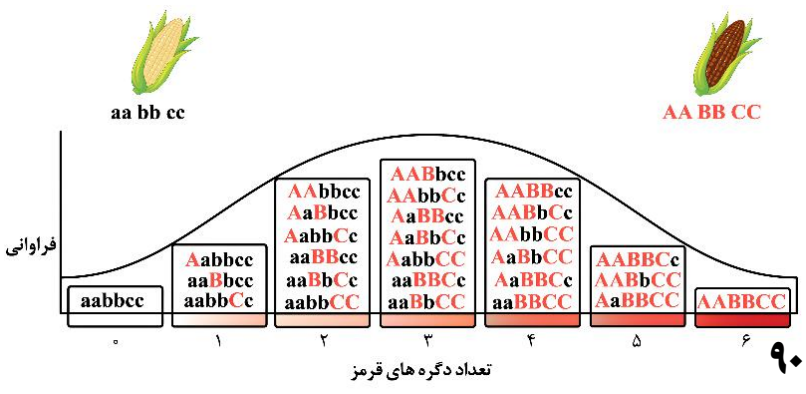
۱	ذرت‌های دارای دو دگرهٔ بارز، روشن‌تر از ذرت‌هایی با سه دگرهٔ بارز هستند.
۲	ذرت‌های دارای چهار دگرهٔ بارز نمی‌توانند ذرت‌هایی فاقد دگرهٔ بارز را به وجود بیاورند.
۳	ذرت‌های دارای دو و چهار دگرهٔ بارز، بین ذرت‌های با یک، سه و پنج دگرهٔ بارز قرار دارند.
۴	ذرت‌های دارای دو و چهار دگرهٔ بارز، به ذرت‌های دارای سه دگرهٔ بارز نزدیک‌تر هستند.

پاسخ تشریحی:

ذرت‌هایی که دارای یک جایگاه ژنی ناخالص و دو جایگاه ژنی خالص هستند، دارای یک، سه و پنج دگرهٔ بارز هستند. همان‌طور که در شکل مشخص است، ذرت‌های دارای دو و چهار دگرهٔ بارز، در بین ذرت‌های دارای یک، سه و پنج دگرهٔ بارز قرار گرفته‌اند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

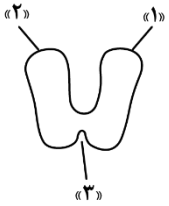
۱) ذرت‌هایی با سه جایگاه ژنی ناخالص، دارای سه دگرهٔ بارز هستند. ذرت‌های دارای دو دگرهٔ بارز، نسبت به ذرت‌های دارای سه دگرهٔ بارز، رنگ روشن‌تری دارند.



(۲) ذرت‌های دارای دو جایگاه ژنی ناخالص و چهار دگرهٔ بارز، در صورت انجام خودلقاحی ذرت‌هایی را به وجود می‌آورند که حداکثر چهار دگرهٔ نهفته دارند و نمی‌تواند ذرت‌هایی با رنگ کاملاً سفید با شش دگرهٔ نهفته ایجاد کنند.

(۴) همان‌طور که در شکل مشخص است، ذرت‌های دارای دو یا چهار دگرهٔ بارز، به ذرت‌های دارای سه دگرهٔ بارز (دارای بیشترین فراوانی)، نزدیک‌تر از ذرت‌های کاملاً سفید یا کاملاً قرمز (دارای کمترین فراوانی) هستند.

۱۳- شکل زیر طرح ساده‌ای از نوعی پروتئین مؤثر در تنظیم بیان ژن در باکتری E.coli را نشان می‌دهد. درخصوص بخش‌های مشخص‌شده، کدام مورد درست است؟



۱) مولکولی که به بخش «۳» متصل می‌شود، در جوانهٔ گندم و جو وجود دارد.
۲) بخش‌های «۱» و «۲» به‌نوعی توالی تنظیمیِ قرارگرفته در بین ژن و راه‌انداز متصل می‌شوند.
۳) با اتصال نوعی مولکول قندی به بخش «۳»، فاصلهٔ بین بخش‌های «۱» و «۲» کاهش می‌یابد.
۴) شروع فرایند رونویسی نیازمند سست‌شدن اتصال بین مولکول دِنا و بخش‌های «۱» و «۲» می‌باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۲ — **متوسط ـ نکات شکل ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

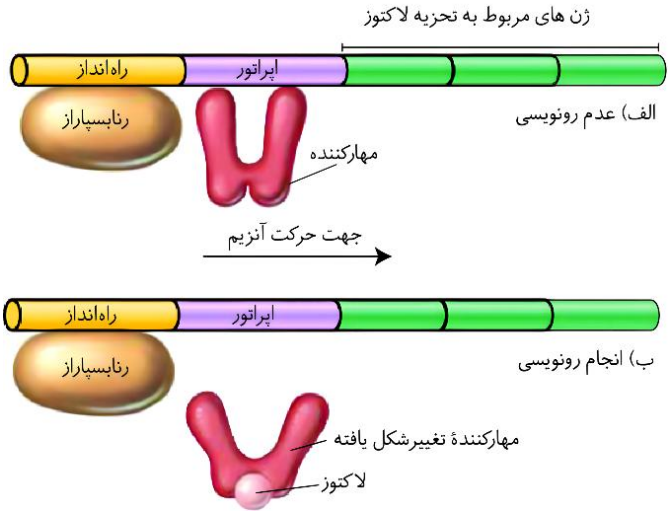
شکل صورت سؤال نشان‌دهندهٔ طرح ساده‌ای از ساختار پروتئین مهارکننده است که بخش‌های ۱ و ۲ به مولکول دِنا و بخش ۳ به لاکتوز متصل می‌شود.

بررسی سریع:

۱	مالتوز (نه لاکتوز) در جوانهٔ گندم و جو وجود دارد.
۲	پروتئین مهارکننده به‌توالی اپراتور که بین ژن و راه‌انداز قرار گرفته، متصل می‌شود.
۳	با اتصال لاکتوز به پروتئین مهارکننده، فاصلهٔ بین دو بخش ۱ و ۲ افزایش (نه کاهش) می‌یابد.
۴	شروع رونویسی پیش از جدا شدن پروتئین مهارکننده از دِنا رخ می‌دهد.

پاسخ تشریحی:

همان‌طور که در شکل مشخص است، پروتئین مهارکننده از طریق دو بخش ۱ و ۲، به‌توالی اپراتور که بین ژن و راه‌انداز قرارگرفته است، متصل می‌شود.



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) بخش ۳ پروتئین مهارکننده به مولکول لاکتوز متصل می‌شود. این مولکول به قند شیر معروف است. مالتوز در جوانهٔ گندم و جو وجود دارد.

(۳) همان‌طور که در شکل مشخص است، اتصال لاکتوز به بخش ۳ از پروتئین مهارکننده، منجر به افزایش (نه کاهش) فاصلهٔ بین بخش‌های ۱ و ۲ می‌شود.

(۴) دقت کنید که شروع فرایند رونویسی پیش از جدا شدن پروتئین مهارکننده از دِنا و با اتصال آنزیم رنابسپاراز به راه‌انداز رخ می‌دهد.

۱۴- مطابق با مطالب کتاب درسی، در ارتباط با مولکول‌های مرتبط با ژن درون هستهٔ یاختهٔ نوع دوم حبابک، کدام مورد نادرست است؟

۱) همهٔ آن‌ها، در دو انتهای خود گروه‌های عاملی متفاوتی دارند.
۲) برخی از آن‌ها، توسط نوعی آنزیم درون سیتوپلاسم ساخته شده‌اند.
۳) همهٔ آن‌ها، از روی اطلاعات نوعی بَسپار با ساختار خطی ساخته شده‌اند.
۴) برخی از آن‌ها، به‌منظور تکمیل ساختار خود پیوندهای هیدروژنی تشکیل می‌دهند.

پاسخ: گزینهٔ ۱ | متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

دِنا (DNA)، رِنا (RNA) و پروتئین‌ها از مولکول‌های مرتبط با ژن هستند.

بررسی سریع:

۱	در دو انتهای مولکول دِنا، گروه‌های عاملی یکسانی حضور دارند.
۲	پروتئین‌ها درون سیتوپلاسم ساخته شده‌اند.
۳	همهٔ مولکول‌های ذکرشده از روی اطلاعات رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی خطی ساخته شده‌اند.
۴	دِنا، پروتئین و برخی از رِناهای دارای پیوندهای هیدروژنی در ساختار نهایی خود هستند.

پاسخ تشریحی:

مولکول‌های رِنای خطی در هسته، دارای گروه هیدروکسیل در یک انتها و گروه فسفات در انتهای دیگر خود هستند. همچنین پروتئین‌ها، دارای گروه کربوکسیل در یک انتها و گروه آمین در انتهای دیگر خود هستند. این درحالی است که دو رشتهٔ دِنای خطی در کنار یکدیگر قرار می‌گیرند و مولکول دِنا را به وجود می‌آورند؛ بنابراین در هر دو انتهای مولکول دِنای خطی، گروه‌های فسفات و هیدروکسیل مشاهده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) مولکول‌های پروتئینی برخلاف یِنا و رِنا، درون سیتوپلاسم ساخته شده‌اند.

۳) مولکول‌های رِنای خطی در هسته، از روی اطلاعات مولکول دِنای خطی، پروتئین‌ها از روی اطلاعات رِنای پیک و مولکول دِنا در طی همانندسازی از روی مولکول دِنا ساخته می‌شود؛ بنابراین تمامی این مولکول‌ها از روی اطلاعات نوعی رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی خطی ساخته شده‌اند.

۴) در بین مولکول‌های ذکرشده، دِنا، پروتئین‌ها و برخی از رِناها (رناهای ناقل) دارای پیوند هیدروژنی در ساختار نهایی خود می‌باشند.

۱۵- **مطابق با اطلاعات کتاب درسی، درون پروتئین‌های ساخته‌شده در نوعی یاختهٔ یوکاریوتی، توالی‌های آمینواسیدی وجود دارد که پروتئین را به مقصد هدایت می‌کند. این توالی‌ها در پروتئین‌های ذکرشده در کدام گزینه، شباهت بیشتری به یکدیگر دارند؟**

۱) پروتئین‌های هدایت‌کنندهٔ رنابسپاراز به راه‌انداز و گیرنده‌های آنتی‌ژنی در سطح لنفوسیت‌ها

۲) آنزیمی با توانایی جابه‌جایی یون‌های سدیم و پتاسیم و پروتئین‌های حاضر در ساختار فام‌تن‌ها

۳) پروتئین‌های ایجادکنندهٔ حرکات لغزشی در ماهیچه‌ها و آنزیم متصل‌کنندهٔ رنای ناقل به آمینواسید

۴) آنزیمی با فعالیت دوگانهٔ نوکلئازی ـ بسپارازی و پروتئین حمل‌کنندهٔ گاز اکسیژن در گویچه‌های قرمز

پاسخ: گزینهٔ ۳ | سخت ـ ترکیبی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

توالی‌های هدایت‌کننده در پروتئین‌هایی که مقصد یکسانی دارند، شباهت بیشتری به یکدیگر دارند.

بررسی سریع:

۱	عوامل رونویسی درون هسته و گیرنده‌های آنتی‌ژنتی در سطح غشا حضور دارند.
۲	پمپ سدیم ـ پتاسیم در غشا و هیستون‌ها در هسته حضور دارند.
۳	اکتین و میوزین همانند آنزیم متصل‌کنندهٔ رنای ناقل به آمینواسید درون سیتوپلاسم حضور دارند.
۴	آنزیم دنابسپاراز درون هسته، راکیزه و دیسه و هموگلوبین درون سیتوپلاسم حضور دارد.

پاسخ تشریحی:

انقباض ماهیچه‌ها ناشی از حرکات لغزشی پروتئین‌های اکتین و میوزین می‌باشد. این پروتئین‌ها درون سیتوپلاسم حضور دارند و توسط رناتن‌های آزاد سیتوپلاسمی ساخته می‌شوند. همچنین آنزیم متصل‌کنندهٔ رنای ناقل به آمینواسید نیز درون سیتوپلاسم حضورداشته و توسط رناتن‌های آزاد سیتوپلاسمی ساخته می‌شود؛ بنابراین پروتئین‌های ذکرشده در این گزینه، مقصد یکسانی داشته و توالی‌های هدایت‌کننده در آن‌ها شباهت بیشتری به یکدیگر دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) عوامل رونویسی درون هسته حضور دارند و رنابسپاراز را به‌توالی راه‌انداز هدایت می‌کنند و توسط رناتن‌های آزاد سیتوپلاسمی ساخته می‌شوند. همچنین، گیرنده‌های آنتی‌ژنی در سطح غشای لنفوسیت حضور دارند و توسط رناتن‌های متصل به شبکهٔ آندوپلاسمی ساخته می‌شوند.

۲) پمپ سدیم - پتاسیم نوعی مولکول پروتئینی در غشای یاخته با فعالیت آنزیمی است که یون‌های سدیم و پتاسیم را در عرض غشای یاخته جابه‌جا می‌کند و توسط رناتن‌های متصل به شبکهٔ آندوپلاسمی ساخته می‌شوند. این درحالی است که پروتئین‌های همراه دِنا ازجمله هیستون‌ها در ساختار فام‌تن‌ها در هسته حضور دارند و توسط رناتن‌های آزاد سیتوپلاسمی ساخته می‌شوند.

۴) آنزیم دِنابسپاراز دارای فعالیت دوگانهٔ نوکلئازی - بسپارازی می‌باشد که درون هسته، راکیزه و دیسه حضور دارد. این درحالی است که پروتئین هموگلوبین در سیتوپلاسم گویچه‌های قرمز، در حمل گاز اکسیژن نقش مؤثری دارد.

۱۶- درخصوص آغازِ ساخته‌شدن پروتئین پیش از پایان رونویسی رِنای پیک (mRNA)، مشاهدهٔ چند مورد ممکن است؟

الف ـ رشته‌های رِنای بلندتر، فاصلهٔ کمتری از توالی راه‌انداز دارند.

ب ـ رشته‌های پلی‌پپتیدی بلندتر، فاصلهٔ بیشتری از آنزیم رِنابسپاراز دارند.

ج ـ جهت حرکت رِناتن روی رِنای پیک و رنابسپاراز روی ژن عمود برهم می‌باشند.

د ـ رشته‌های تشکیل‌دهندهٔ ژن و رشته‌های پلی‌پپتیدی درحال ساخت با یکدیگر موازی هستند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ — **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

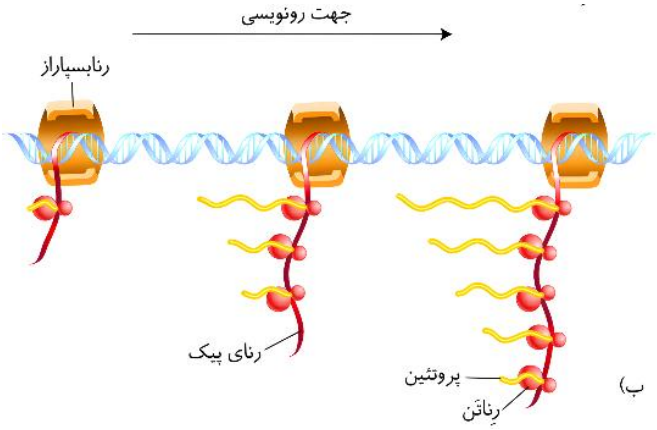
بررسی سریع:

الف	رناهای بلندتر فاصلهٔ بیشتری از راه‌انداز دارند.
ب	رشته‌های پلی‌پپتیدی بلندتر به رنابسپاراز نزدیک‌تر هستند.
ج	جهت حرکت رناتن و رنابسپاراز عمود برهم می‌باشد.
د	رشته‌های دنا و پلی‌پپتیدی با یکدیگر موازی هستند.

پاسخ تشریحی:

موارد «ج» و «د» درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:



الف) همان‌طور که در شکل مشخص است، رشته‌های رِنای درحال ساخت که طول بلندتری دارند، به انتهای ژن نزدیک‌تر بوده و فاصلهٔ بیشتری از توالی راه‌انداز دارند.

ب) همان‌طور که در شکل مشخص است، رشته‌های پلی‌پپتیدی درحال ساخت که طول بلندتری دارند، به آنزیم رنابسپاراز نزدیک‌تر هستند و فاصلهٔ کمتری از آن دارند.

ج) همان‌طور که در شکل مشخص است، جهت حرکت رناتن روی رنای پیک و جهت حرکت رنابسپاراز روی ژن، عمود برهم می‌باشد.

د) همان‌طور که در شکل مشخص است، رشته‌های دنا و پلی‌پپتیدی درحال ساخت با یکدیگر موازی هستند.

۱۷- با فرض اینکه دگره (الل)های مربوط به صفت حالت مو بر روی فام‌تن شمارهٔ ۱ قرارگرفته باشند، اگر ژن‌نمود (ژنوتیپ) پدر خانواده به‌صورت $\frac{FD}{Sd}$ و ژن‌نمود مادر خانواده به‌صورت $\frac{Fd}{SD}$ باشد، درخصوص فرزندان متولدشده، کدام مورد نادرست است؟ (دگره‌های D و d مربوط به گروه خونی Rh، دگرهٔ F مربوط به حالت موی فِر و دگرهٔ S مربوط به حالت موی صاف می‌باشد. (چلیپایی‌شدن (کراسینگ‌اور) را در نظر نگیرید.))

۱) همهٔ فرزندان دارای موهای موج‌دار، دارای گروه خونی Rh مثبت هستند.
۲) همهٔ فرزندان دارای ژن‌نمود ناخالص برای صفت گروه خونی، فاقد موهای موج‌دار هستند.
۳) همهٔ فرزندان دارای موهای فِر، دارای پروتئین D در سطح غشای گویچه‌های قرمز هستند.
۴) همهٔ فرزندان دارای گروه خونی Rh منفی، دارای ژن‌نمود ناخالص برای صفت حالت مو هستند.

بررسی سریع:

۱	فرزندانی با ژن‌نمود $\frac{Fd}{Sd}$ دارای موهای موج‌دار و گروه خونی Rh منفی هستند.
۲	فرزندان با ژن‌نمود Dd برای گروه خونی، دارای ژن‌نمود SS یا FF برای حالت مو هستند.
۳	همهٔ فرزندان دارای موهای فر، ژن‌نمود Dd برای گروه خونی دارند و دارای پروتئین D در سطح غشای گویچه‌های قرمز هستند.
۴	همهٔ فرزندان با ژن‌نمود dd برای گروه خونی، دارای ژن‌نمود FS برای حالت مو هستند.

پاسخ تشریحی:

درصورتی‌که فام‌تن با ترکیب دگرهٔ Sd از پدر و فام‌تن با ترکیب دگرهٔ Fd از مادر در لقاح شرکت کنند، فرزند متولدشده دارای موهای موج‌دار و گروه خونی Rh منفی خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) فرزندانی با ژن‌نمود Dd برای گروه خونی Rh، دارای ژن‌نمود SS یا FF برای صفت حالت مو خواهند بود و درنتیجه، هیچ‌کدام از فرزندان متولدشده موهای موج‌دار نخواهند داشت.

(۳) درصورتی‌که فام‌تن با ترکیب دگرهٔ Fd از مادر و فام‌تن با ترکیب دگرهٔ FD از پدر در لقاح شرکت کنند، فرزند متولدشده دارای موهای فر و گروه خونی Rh مثبت خواهد بود.

(۴) فرزندانی با ژن‌نمود dd برای گروه خونی، همگی دارای ژن‌نمود FS برای صفت حالت مو هستند و ژن‌نمود ناخالصِ این صفت را دارند.

۱۸- در ارتباط با وقایع رخ‌داده در طی فرایند همانندسازی دِنای هسته‌ای، کدام مورد نادرست است؟

۱) نوکلئوتیدهای جدید از سمت گروه فسفات خود به گروه هیدروکسیل نوکلئوتید قبلی متصل می‌شوند.
۲) یکی از آنزیم‌های دوراهی همانندسازی، دو رشتهٔ دِنا (DNA) و پیچ‌وتاب فامینه را باز می‌کند.
۳) تنها از برخی از نوکلئوتیدهای حاضر در محل دوراهی همانندسازی استفاده می‌شود.
۴) رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدی، در حین ساخته‌شدن حالت مارپیچی پیدا می‌کنند.

پاسخ: گزینهٔ ۲ — متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱ ـ ژنتیک

بررسی سریع:

۱	در همانندسازی، نوکلئوتیدهای جدید از سمت گروه فسفات خود اضافه می‌شود.
۲	باز شدن پیچ‌وتاب فامینه پیش از شروع همانندسازی رخ می‌دهد.
۳	در دوراهی همانندسازی، ریبونوکلئوتیدهای یوراسیل‌دار حضور دارند که مورداستفاده قرار نمی‌گیرند.
۴	رشته‌های در حال ساخت، حالت مارپیچی پیدا می‌کنند.

پاسخ تشریحی:

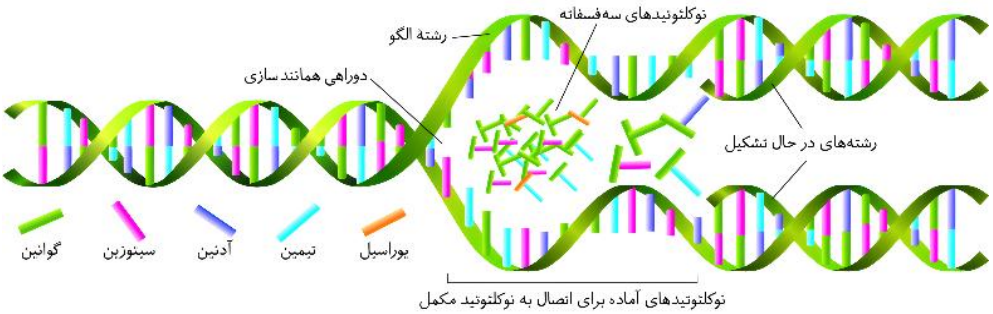
در دوراهی همانندسازی، انواعی از آنزیم‌های گوناگون حضور دارند که آنزیم‌های هلیکاز و دِنابسپاراز، مهم‌ترین آن‌ها محسوب می‌شوند. باز شدن دو رشتهٔ دِنا توسط آنزیم هلیکاز انجام می‌شود. دقت کنید که باز شدن پیچ‌وتاب فامینه پیش از همانندسازی انجام‌شده و توسط آنزیم هلیکاز انجام نمی‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نوکلئوتیدهایی که به رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی اضافه می‌شوند، دو گروه فسفات خود را از دست می‌دهند و از سمت فسفات خود به گروه هیدروکسیل نوکلئوتید قبلی متصل می‌شوند.

۳) همان‌طور که در شکل مشخص است، در محل دوراهی همانندسازی انواعی از نوکلئوتیدهای گوناگون حضور دارند که از برخی از آن‌ها مانند ریبونوکلئوتیدهای یوراسیل‌دار استفاده نمی‌شوند.

۴) همان‌طور که در شکل مشخص است، رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدیِ در حال ساخت، حالت مارپیچی را در حین ساخته‌شدن پیدا می‌کنند.



۱۹- در صفت مربوط به پیوسته‌بودن گلبرگ‌های نوعی گیاه دولاد که دارای دو دگرهٔ A و a است، دگرهٔ A، باعث پیوسته‌بودن گلبرگ‌ها می‌شود. اگر گامت‌های دو گیاه با ژن‌نمود (ژنوتیپ)های متفاوت با یکدیگر آمیزش انجام دهند و گیاه حاصل از آمیزش، گلبرگ‌های جدا از هم داشته باشد، کدام مورد زیر به‌طور حتم درست است؟

۱) آندوسپرم دانه، دگره‌های متفاوتی داشته است.
۲) هر دو والد، دارای گلبرگ‌های جدا از هم هستند.
۳) ژن‌نمود پوستهٔ دانه به‌صورت aa یا Aa بوده است.
۴) در صورت خودلقاحی گیاه جدید، گیاهی با گلبرگ‌های پیوسته ایجاد می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳ — **متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

ازآنجاکه گیاه حاصل از لقاح دارای گلبرگ‌های جدا از هم می‌باشد، دارای ژن‌نمود aa می‌باشد. پس هر والد آن دارای حداقل یک دگرهٔ a می‌باشند و ازآنجاکه ژن‌نمود والدین با یکدیگر متفاوت است، یک والد دارای ژن‌نمود aa و والد دیگر دارای ژن‌نمود Aa خواهد بود.

بررسی سریع:

۱	ژن‌نمود درون‌دانه به‌صورت aaa می‌باشد.
۲	یکی از والدین دارای ژن‌نمود Aa و کلبرک‌های پیوسته می‌باشد.
۳	ژن‌نمود والد ماده به‌صورت aa یا Aa خواهد بود.
۴	با انجام خودلقاحی در این گیاه، زاده‌ها دارای ژن‌نمود aa و کلبرک‌های جدا از هم تشکیل می‌شوند.

پاسخ تشریحی:

ازآنجاکه ژن‌نمود پوستهٔ دانه با ژن‌نمود والد ماده یکسان است و والد ماده دارای یکی از دو ژن‌نمود aa یا Aa می‌باشد، پوستهٔ دانه نیز به‌صورت aa یا Aa خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ازآنجاکه از هر والد با دگرهٔ a در لقاح شرکت کرده است، ژن‌نمود درون‌دانه به‌صورت aaa و کاملاً خالص خواهد بود.

۲) مطابق حالت ذکرشده، یکی از والدین دارای ژن‌نمود Aa بوده و گلبرگ‌های پیوسته دارد.

۴) ازآنجاکه زادهٔ حاصل دارای ژن‌نمود aa، زادهٔ حاصل از خودلقاحی آن نیز به‌صورت aa بوده و گلبرگ‌های جدا از هم دارد.

۲۰- در ارتباط با انواع جاندارانی که در آن‌ها امکان مشاهدهٔ اتصال بین نوکلئیک‌اسیدها و لایهٔ درونی غشای یاخته وجود دارد، کدام مورد درست است؟

۱) رِناهای ناقل (tRNA) با از دست دادن اتم‌های هیدروژن و اکسیژن، به آمینواسید متصل می‌شوند.
۲) تاخوردگی صفحاتِ رشته‌های پلی‌پپتیدیِ درحال ساخت، از سمت انتهای کربوکسیلی آن‌ها شروع می‌شود.
۳) پیش از پایان فرایند همانندسازی، رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدی دارای انتهای فسفات و هیدروکسیل آزاد هستند.
۴) با قرار دادن رِنای پیک (mRNA) در مجاورت مولکول دِنا، حلقه‌هایی دارای قند دئوکسی‌ریبوز تشکیل می‌شوند.

پاسخ: گزینهٔ ۳ — **سخت ـ ترکیبی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک**

ترجمهٔ صورت سؤال

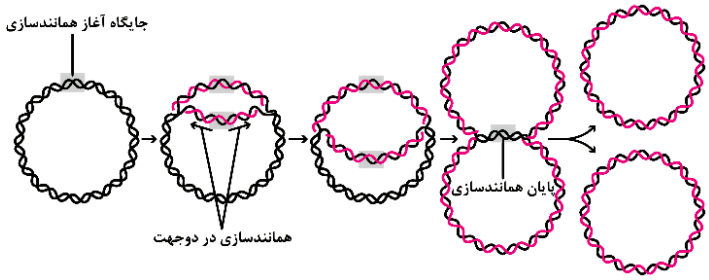
در پروکاریوت‌ها، دِنای اصلی به لایهٔ درونی غشای یاخته متصل شده است.

بررسی سریع:

۱	رناهای ناقل به‌منظور اتصال به آمینواسید، تنها یک اتم هیدروژن از دست می‌دهند
۲	تاخوردگی صفحات رشته‌های پلی‌پپتیدی از سمت انتهای آمینی آغاز می‌شود.
۳	در هنگام همانندسازی، رشته‌های درحال ساخت حالت خطی دارند و گروه فسفات و هیدروکسیل آزاد دارند.
۴	پروکاریوت‌ها فاقد میانه و بیانه در ژن خود هستند.

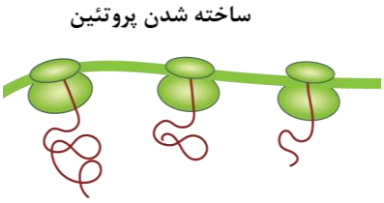
پاسخ تشریحی:

همان‌طور که در شکل مشخص است، در هنگام همانندسازی دِنای حلقوی در پروکاریوت‌ها، رشته‌های درحال ساخت حالت خطی دارند و دارای گروه فسفات و هیدروکسیل آزاد هستند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) آمینواسیدها از سمت گروه کربوکسیل خود به رنای ناقل متصل می‌شوند و به‌منظور آزادسازی مولکول آب و تشکیل پیوند، اتم اکسیژن و هیدروژن را از دست می‌دهد. همچنین، رناهای ناقل از سمت گروه هیدروکسیل خود به آمینواسید متصل شده و تنها یک اتم هیدروژن از دست می‌دهند.



۲) همان‌طور که در شکل مشخص است، تاخوردگی صفحات در رشته‌های پلی‌پپتیدی درحال ساخت، از سمت انتهای آزاد آن‌ها یا همان انتهای آمینی (نه کربوکسیلی) آغاز می‌شود.

۴) دقت کنید که پروکاریوت‌ها فاقد میانه و بیانه در ژن خود هستند و تشکیل ساختارهای حلقه مانند پس از قرارگیری رنای پیک در کنار مولکول دِنا مربوط به یاخته‌های یوکاریوتی است.

۲۱- مطابق با اطلاعات کتاب درسی، در ارتباط با زمانی که مولکولی با گروه آمین آزاد در جایگاه A رناتن مستقر می‌شود، کدام مورد درست است؟

۱) ممکن است پیش از آن، بَسپاری با گروه کربوکسیل آزاد به فضای درون سیتوپلاسم آزاد شود.
۲) ممکن است پس از آن، پیوند بین دو رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی دارای قند ریبوز شکسته شود.
۳) به‌طور حتم پس از آن، رِنای ناقلی فاقد آمینواسید، جایگاه E رناتن را ترک خواهد کرد.
۴) به‌طور حتم پیش از آن، رِناتن به‌اندازهٔ یک رمزه (کدون) جابه‌جاشده است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

در طی فرایند ترجمه، در دو زمان مولکولی با گروه آمین آزاد در جایگاه A رناتن مستقر می‌شود:

۱ ـ هنگام استقرار رنای ناقل متصل به آمینواسید در این جایگاه

۲ ـ ورود عوامل آزادکننده به این جایگاه

بررسی سریع:

۱	آزاد شدن زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی پس از (نه پیش از) ورود عوامل آزادکننده رخ می‌دهد.
۲	پس از ورود عوامل آزادکننده، پیوند بین رنای ناقل و رنای پیک در جایگاه P شکسته می‌شود.
۳	پس از ورود عوامل آزادکننده، رنای ناقل فاقد آمینواسید جایگاه P (نه E) را ترک خواهد کرد.
۴	پیش از استقرار اولین رنای ناقل در جایگاه A، جابه‌جایی رناتن انجام‌نشده است.

پاسخ تشریحی:

پس از استقرار عوامل آزادکننده در جایگاه A، پیوند هیدروژنی بین رنای ناقل و رنای پیک در جایگاه P شکسته خواهد شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) پس از (نه پیش از) استقرار عوامل آزادکننده در جایگاه A، زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی که دارای گروه کربوکسیل آزاد است، به فضای درون سیتوپلاسم آزاد می‌شود.

(۳) پس از ورود عوامل آزادکننده به جایگاه A، رنای ناقل فاقد آمینواسید از طریق جایگاه P (نه E)، رناتن را ترک خواهد کرد.

(۴) دقت کنید که پیش از استقرار اولین رنای ناقل در جایگاه A، جابه‌جایی و حرکت رناتن انجام‌نشده است.

۱- **شواهدی وجود دارند که نشان می‌دهند گونه‌ها در طول زمان تغییر کرده‌اند. کدام مورد، دربارهٔ فقط یکی از این شواهد صادق است؟**

۱) روند تغییرات یک گونه را نشان می‌دهد.
۲) خویشاوندی دو گونهٔ مختلف را نشان می‌دهد.
۳) اجزای مورد مقایسه، بین بعضی گونه‌ها مشابه هستند.
۴) برای تخمین زمان پیدایش یک گونهٔ جدید قابل‌استفاده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴ — آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

شواهدی وجود دارند که نشان می‌دهند گونه‌ها در طول زمان تغییر کرده‌اند. این شواهد عبارت‌اند از: ۱ـ سنگواره‌ها، ۲ـ تشریح مقایسه‌ای و ۳ـ مطالعات مولکولی (مقایسهٔ گونه‌ها در تراز ژنگان).

بررسی سریع:

دلیل درستی یا نادرستی هر گزینه	
۱	هم سنگواره‌ها و هم مطالعات مولکولی، می‌توانند روند تغییرات یک گونه را نشان دهند.
۲	هم تشریح مقایسه‌ای و هم مطالعات مولکولی، می‌توانند برای تعیین خویشاوندی دو گونه مورد استفاده قرار بگیرند.
۳	در تشریح مقایسه‌ای، اندام‌های همتا در نیای مشترک نیز وجود داشته‌اند. در مطالعات مولکولی هم بعضی از ژن‌ها بین گونه‌های مختلف مشابه هستند.
۴	با مطالعهٔ سنگواره‌ها می‌توان متوجه شد که گونه‌های جدید چه زمانی ایجاد شده‌اند.

پاسخ تشریحی:

سنگواره‌ها اطلاعات فراوانی به ما می‌دهند. مثلاً دیرینه‌شناسان دریافته‌اند که جاندارانی هستند که امروز زندگی می‌کنند، اما در گذشته زندگی نمی‌کرده‌اند. در واقع با مطالعهٔ سنگواره‌ها، می‌توان زمان پیدایش این گونه‌ها را تخمین زد. مثلاً *وقتی ببینیم که سنگواره‌های مربوط به یک گونه از ۱۰۰ میلیون سال پیش وجود دارن و قبل از اون، سنگواره‌ای از این گونه وجود نداره، میفهمیم که زمان تقریبی پیدایش این گونه برمی‌گرده به ۱۰۰ میلیون سال پیش.*

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ سنگواره‌ها نشان می‌دهند که در زمان‌های مختلف، زندگی به شکل‌های مختلفی جریان داشته است. از طریق مطالعات مولکولی هم می‌توان به تاریخچهٔ تغییر گونه‌ها پی برد.

۲ زیست‌شناسان از ساختارهای همتای مورد مطالعه در تشریح مقایسه‌ای، می‌توانند برای تعیین خویشاوندی گونه‌های مختلف استفاده کنند. همچنین، زیست‌شناسان از مقایسهٔ بین دِنای جانداران مختلف نیز برای تشخیص خویشاوندی آن‌ها استفاده می‌کنند. هر چه بین دنای دو جاندار شباهت بیشتری وجود داشته باشد، خویشاوندی نزدیک‌تری دارند.

۳ مقایسهٔ اجرای پیکر جانداران گونه‌های مختلف در تشریح مقایسه‌ای، نشان می‌دهد که ساختار بدنی بعضی گونه‌ها از طرح مشابهی برخوردار است. در مقایسهٔ ژنگان گونه‌های مختلف از طریق مطالعات مولکولی نیز می‌توان متوجه شد که کدام ژن‌ها در بین گونه‌ها مشترک‌اند و کدام ژن‌ها ویژگی‌های خاص یک گونه را باعث می‌شوند. *در واقع توی تشریح مقایسه‌ای، می‌تونیم متوجه بشیم که از نظر ساختار بدنی، چه شباهت‌هایی بین گونه‌های مختلف وجود داره و توی مطالعات مولکولی، می‌تونیم بفهمیم که چه ژن‌های مشابهی در جانداران وجود دارن.*

۲- **اگر یک جهش جانشینی در ژن آنزیم آمیلاز در یاختهٔ تخم ایجادکنندهٔ دختر یک خانواده رخ داده باشد، کدام ویژگی دربارهٔ این دختر، به‌طور حتم صادق است؟**

۱) تغییر میزان تجزیهٔ نشاسته در دهان
۲) تفاوت ژنگان (ژنوم) هسته‌ای دختر و پدر او
۳) تغییر میزان تولید آمیلاز در یاخته‌های غدد بناگوشی
۴) تفاوت ساختار اول آمیلاز موجود در بزاق دختر و مادر او

پاسخ: گزینهٔ ۲ — متوسط ـ ترکیبی ـ ۱۲۰۴ ـ ژنتیک

بررسی سریع:

دلیل درستی یا نادرستی هر گزینه	
۱	ممکن است جهش در جایی دور از جایگاه فعال آنزیم رخ داده باشد و تأثیری روی عملکرد آنزیم نداشته باشد.
۲	ژنگان هسته‌ای زن دارای ۲۲ کروموزوم غیرجنسی و ۱ کروموزوم X است؛ اما ژنگان هسته‌ای مردان، ۲۲ کروموزوم غیرجنسی و ۲ کروموزوم X و Y را دارد.
۳	جهش در توالی‌های تنظیمی (نه در ژن)، بر مقدار رونویسی و تولید پروتئین مؤثر است.
۴	ممکن است جهش خاموش در ژن رخ داده باشد و تغییری در توالی آمینواسیدی (ساختار اول) آنزیم رخ ندهد.

پاسخ تشریحی:

ژنگان هسته‌ای در زنان، شامل ۲۳ کروموزوم (۲۲ کروموزوم غیرجنسی و ۱ کروموزوم X) است. اما ژنگان هسته‌ای مردان، شامل ۲۴ کروموزوم (۲۲ کروموزوم غیرجنسی و ۲ کروموزوم X و Y) است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ اگر جهش باعث تغییر در جایگاه فعال آنزیم شود، آن‌گاه احتمال تغییر عملکرد آنزیم بسیار زیاد است. اما اگر جهش در جایی دور از جایگاه فعال رخ دهد، به‌طوری که بر آن اثری نگذارد، احتمال تغییر در عملکرد آنزیم کم یا حتی صفر است.

۳ گاهی جهش در یکی از توالی‌های تنظیمی رخ می‌دهد، مثلاً در راه‌انداز یا افزاینده. این جهش بر توالی پروتئین اثری نخواهد داشت بلکه بر «مقدار» آن تأثیر می‌گذارد. اما جهشی که در خود ژن رخ دهد، بر میزان تولید محصول تأثیری ندارد.

۴ اگر جهش رخ داده در ژن، یک جهش خاموش باشد، تغییری در توالی آمینواسیدی پروتئین (ساختار اول پروتئین) رخ نمی‌دهد.

۳- **کدام مورد، برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟**

«در باکتری اشرشیا کُلای، نوعی جهش کوچک در یکی از ژن‌های مربوط به تجزیهٔ لاکتوز که .....، به‌طور حتم .....»

۱) رمز پایان را به رمز یک آمینواسید تبدیل می‌کند ـ نوعی جهش دگرمعنا است.

۲) باعث افزایش طول پلی‌پپتید می‌شود ـ تعداد نوکلئوتیدهای رِنای پیک را بیشتر می‌کند.

۳) منجر به تغییر تعداد نوکلئوتیدهای ژن می‌شود ـ به تغییر در چارچوب خواندن می‌انجامد.

۴) رمز یک آمینواسید را به رمز دیگری برای همان آمینواسید تبدیل می‌کند ـ نوعی جهش جانشینی است.

پاسخ: گزینهٔ ۴ | متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

جهش‌های کوچک، یک یا چند نوکلئوتید را دربرمی‌گیرند و شامل جهش‌های **جانشینی**، **حذف** و **اضافه** می‌شوند.

بررسی سریع:

دلیل درستی یا نادرستی هر گزینه	
۱	در جهش دگرمعنا، رمز یک آمینواسید (نه رمز پایان)، به رمز آمینواسید دیگری تبدیل می‌شود.
۲	افزایش طول پلی‌پپتید ممکن است ناشی از جهش جانشینی یا جهش حذف باشد که در این صورت، تعداد نوکلئوتیدهای رِنای پیک افزایش نمی‌یابد.
۳	در صورتی که تعداد نوکلئوتیدهای حذف یا اضافه‌شده، مضربی از سه باشد، چارچوب خواندن تغییر نمی‌کند.
۴	جهش خاموش، نوعی جهش جانشینی است که در آن رمز یک آمینواسید به رمز دیگری برای همان آمینواسید تبدیل می‌شود.

پاسخ تشریحی:

گاهی جهش جانشینی، رمز یک آمینواسید را به رمز دیگری برای همان آمینواسید تبدیل می‌کند. این نوع جهش تأثیری بر توالی آمینواسیدها نخواهد گذاشت و چنین جهشی را جهش خاموش می‌نامند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در جهش دگرمعنا، رمز یک آمینواسید (نه رمز پایان) به رمز آمینواسید دیگری تبدیل می‌شود.

حواست باشه که!

جهشی که رمز پایان را به رمز آمینواسید تبدیل کند، جهش دگرمعنا محسوب نمی‌شود.

۲ جهش حذف و اضافه، با تغییر چارچوب خواندن و یا ایجاد تغییر در رمزهٔ پایان، می‌توانند باعث شوند که ترجمه دیرتر تمام شده و طول پلی‌پپتید بیشتر شود. در جهش جانشینی هم اگر رمز پایان به رمز یک آمینواسید تبدیل شود، طول پلی‌پپتید افزایش خواهد یافت. دقت داشته باشید که جهش اضافه، باعث افزایش تعداد نوکلئوتیدهای ژن و در نتیجه، افزایش تعداد نوکلئوتیدهای رِنای پیک می‌شود؛ اما این مورد دربارهٔ جهش حذف و جانشینی صادق نیست.

۳ جهش حذف و اضافه، تعداد نوکلئوتیدهای ژن را تغییر می‌دهند. در صورتی که تعداد نوکلئوتیدهای حذف و اضافه شده مضربی از سه باشد، تغییری در چارچوب خواندن رخ نمی‌دهد.

۴- کدام مورد، برای تکمیل عبارت زیر دربارهٔ گونه‌ای از گل‌های مغربی که توسط هوگو دووری کشف شد، درست است؟

«اگر در تقسیم میوز یاختهٔ کیسهٔ گرده، جدا نشدن همهٔ فام‌تن (کروموزوم)ها در تقسیم ..... میوز رخ دهد و با فرض اینکه همهٔ یاخته‌های حاصل از تقسیم، در نهایت اسپرم‌هایی ایجاد کنند که با یاخته‌های تخم‌زای طبیعی لقاح یابند، .....»

۱) اول ـ بعضی از اسپرم‌ها و تخم‌های اصلی، ۴n هستند.
۲) دوم ـ بعضی از اسپرم‌ها و تخم‌های اصلی، ۲n هستند.
۳) دوم ـ نیمی از تخم‌های غیرطبیعی، گیاهانی نازا تولید می‌کنند.
۴) اول ـ نیمی از تخم‌های اصلی، دگره (الل)های یاختهٔ تخم‌زا را دارند.

پاسخ: گزینهٔ ۲ — متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴ ـ ژنتیک

قِلِقش رو یاد بگیر!

برای اینکه بتونین گزینه‌ها رو به‌درستی بررسی کنین، اول باید انواع اسپرم‌ها و نتیجهٔ لقاح اونا با یاخته‌های تخم‌زا رو مشخص کنین. جدول زیر می‌تونه بهتون کمک کنه:

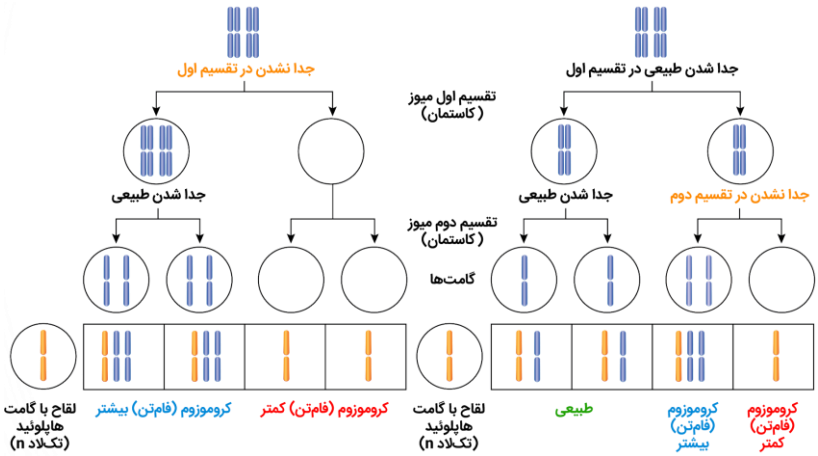
	جدا نشدن کروموزوم‌ها در میوز ۲				جدا نشدن کروموزوم‌ها در میوز ۱	
اسپرم	۰n	۴n	۲n	۲n	۰n	۴n
یاختهٔ تخم‌زا	۲n	۲n	۲n	۲n	۲n	۲n
یاختهٔ تخم اصلی	۲n	۶n	۴n	۴n	۲n	۶n
وضعیت یاختهٔ تخم	غیرطبیعی کروموزوم کمتر	غیرطبیعی کروموزوم بیشتر	طبیعی	طبیعی	غیرطبیعی کروموزوم کمتر	غیرطبیعی کروموزوم بیشتر

بررسی سریع:

	دلیل درستی یا نادرستی هر گزینه
۱	اگر جدا نشدن کروموزوم‌ها در تقسیم اول میوز رخ دهد، یاخته‌های تخم ۲n یا ۶n هستند.
۲	اگر جدا نشدن کروموزوم‌ها در تقسیم دوم میوز رخ دهد، بعضی از گامت‌ها و بعضی از یاخته‌های تخم اصلی، ۲n هستند.
۳	اگر جدا نشدن کروموزوم‌ها در تقسیم دوم میوز رخ دهد، تخم‌های غیرطبیعی ۲n یا ۶n هستند و گیاهانی زایا را تولید می‌کنند.
۴	با توجه به اینکه یاخته‌های تخم‌زا طبیعی هستند، همهٔ یاخته‌های تخم اصلی، دگره‌های مربوط به یاختهٔ تخم‌زا را دارند.

پاسخ تشریحی:

اگر جدا نشدن کروموزوم‌ها در تقسیم دوم میوز رخ دهد، بعضی از اسپرم‌ها طبیعی هستند و ۲n می‌باشند. همچنین بعضی از اسپرم‌ها هیچ کروموزومی را دریافت نمی‌کنند و در نتیجهٔ لقاح آن‌ها با یاختهٔ تخم‌زای طبیعی، یاختهٔ تخم ۲n تولید می‌شود.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ اگر جدا نشدن کروموزوم‌ها در تقسیم اول میوز رخ دهد، بعضی از اسپرم‌ها هیچ کروموزومی دریافت نمی‌کنند و بعضی دیگر از اسپرم‌ها، ۴n هستند. از لقاح این اسپرم‌ها با یاخته‌های تخم‌زای طبیعی، یاخته‌های تخم ۶n و ۲n تولید خواهد شد.

۳ اگر جدا نشدن کروموزوم‌ها در تقسیم دوم میوز رخ دهد، تخم‌های غیرطبیعی ۶n یا ۲n هستند. با توجه به اینکه تعداد مجموعه‌های کروموزومی این یاخته‌های تخم زوج هست، گیاهان حاصل از آن‌ها، توانایی تقسیم میوز را دارند و زایا محسوب می‌شوند.

۴ با توجه به اینکه یاخته‌های تخم‌زا طبیعی هستند، همهٔ یاخته‌های تخم حاصل از لقاح اسپرم‌ها با یاخته‌های تخم‌زا، دگره‌های یاختهٔ تخم‌زا دریافت کرده‌اند.

۵- در محیطی با شرایط عادی و با در نظر گرفتن بیماری کم‌خونی ناشی از گویچه‌های قرمز داسی‌شکل، در چند مورد از موارد زیر، تولد پسری ناقل در همهٔ حالات محتمل است؟ (با فرض ممکن بودن ازدواج‌ها)

الف: پدر سالم و مادر بیمار باشد.
ب: پدر کاملاً سالم باشد.
ج: پدر بیمار باشد.
د: مادر ناقل باشد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ — متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

در بیماری کم‌خونی ناشی از گویچه‌های قرمز، سه نوع ژنوتیپ در افراد جمعیت دیده می‌شود: ۱ـ ژنوتیپ Hb^SHb^S (فرد بیمار)، ۲ـ ژنوتیپ Hb^AHb^S (فرد سالم و ناقل) و ۳ـ ژنوتیپ Hb^AHb^A (فرد کاملاً سالم).

قِلِقش رو یاد بگیر!

برای اینکه متوجه شیم امکان تولد پسر ناقل وجود داره یا نه، اول ژنوتیپ پسر ناقل رو می‌نویسیم که به‌صورت Hb^AHb^S است. از بین دو الل این فرزند، یک الل از پدر به ارث رسیده و الل دیگه هم از مادر اومده. پس باید مجموعهٔ این دو تا الل، در والدین وجود داشته باشه. یعنی اگه مثلاً پدر فقط الل Hb^A رو داره، مادر باید الل Hb^S رو داشته باشه تا پسر ناقل متولد بشه. پس در این شرایط، اگه مادر ژنوتیپ Hb^AHb^A داشته باشه، تولد پسر ناقل غیرممکن هست.

بررسی سریع:

دلیل درستی یا نادرستی هر مورد	
الف	مادر بیمار، الل Hb^S را به پسر انتقال می‌دهد. پدر سالم هم قطعاً الل Hb^A را دارد و پسر می‌تواند ژنوتیپ Hb^AHb^S داشته باشد.
ب	اگر پدر و مادر، هر دو کاملاً سالم باشند، ژنوتیپ Hb^AHb^A دارند و پسر نیز دارای ژنوتیپ Hb^AHb^A خواهد شد.
ج	اگر پدر و مادر، هر دو بیمار باشند، ژنوتیپ Hb^SHb^S دارند و پسر نیز دارای ژنوتیپ Hb^SHb^S خواهد شد.
د	مادر ناقل، ژنوتیپ Hb^AHb^S دارد. چه پدر الل Hb^A و چه الل Hb^S را انتقال دهد، اگر مادر الل غیرمشابه را به پسر انتقال دهد، ژنوتیپ پسر Hb^AHb^S می‌شود.

پاسخ تشریحی:

موارد «الف» و «د»، درست هستند.

بررسی موارد:

الف: مادر بیمار، دارای ژنوتیپ Hb^SHb^S است و الل Hb^S را به فرزندان خود انتقال می‌دهد. پدر سالم، ژنوتیپ Hb^AHb^A یا Hb^AHb^S را دارد و در هر دو حالت، می‌تواند الل Hb^A را به فرزند انتقال دهد و در این حالت، ژنوتیپ فرزند Hb^AHb^S می‌شود و فرزند ناقل خواهد بود.

ب: پدر کاملاً سالم، ژنوتیپ Hb^AHb^A دارد و الل Hb^A را به همهٔ فرزندان منتقل می‌کند. بنابراین، برای اینکه فرزند ناقل کم‌خونی داسی‌شکل باشد، باید الل Hb^S را از مادر بگیرد و مادر باید ژنوتیپ Hb^SHb^S یا Hb^AHb^S داشته باشد. اگر مادر ژنوتیپ Hb^AHb^A داشته باشد، مادر هم الل Hb^A را به فرزند انتقال می‌دهد و ژنوتیپ همهٔ فرزندان به‌صورت Hb^AHb^A خواهد شد.

ج: پدر بیمار، ژنوتیپ Hb^SHb^S دارد و الل Hb^S را به همهٔ فرزندان خود انتقال می‌دهد. برای اینکه فرزند ناقل کم‌خونی داسی‌شکل باشد، باید مادر الل Hb^A را به فرزند خود انتقال دهد. اگر مادر هم بیمار باشد، الل Hb^S را به فرزند انتقال می‌دهد و در این حالت، همهٔ فرزندان ژنوتیپ Hb^SHb^S خواهند داشت.

د: مادر ناقل دارای ژنوتیپ Hb^AHb^S است. اگر فرزند از پدر خود الل Hb^A را بگیرد، مادر می‌تواند الل Hb^S را انتقال دهد و باعث تولد فرزندی ناقل شود. اگر پدر الل Hb^S را به فرزند انتقال دهد، با انتقال الل Hb^A از مادر به فرزند، ژنوتیپ فرزند Hb^AHb^S می‌شود و فرزند ناقل است. پس در همهٔ حالات، امکان تولد فرزندی ناقل کم‌خونی داسی‌شکل وجود دارد.

۶- با توجه به مطالب کتاب درسی دربارهٔ تغییرات امکان‌پذیر در مادهٔ وراثتی، کدام موارد، برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«اگر در یک یاختهٔ پیکری زنی سی‌ساله، یکی از فام‌تن (کروموزوم)های یاخته نسبت به فام‌تن همتای خود، ..... داشته باشد، در این صورت می‌توان گفت که به‌طور حتم ..... رخ داده است.»

الف: ترتیب متفاوتی از ژن‌ها ـ یک جهش واژگونی
ب: طول کمتری ـ حذف‌شدن قطعه‌ای از این فام‌تن
ج: طول بیشتری ـ جهش جابه‌جایی بین فام‌تن‌های غیرهمتا
د: نسخه‌های بیشتری از بعضی ژن‌ها ـ جهش مضاعف‌شدگی

۱) «ب» و «د» ۲) «ب» و «ج» ۳) «الف»، «ب» و «د» ۴) «الف»، «ب»، «ج» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۱ — سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴ ـ ژنتیک

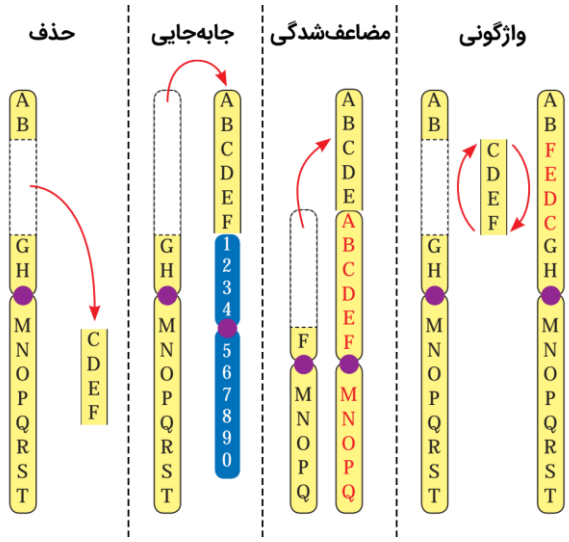
بررسی سریع:

دلیل درستی یا نادرستی هر مورد	
الف	ترتیب متفاوتی از ژن‌ها بین دو کروموزوم همتا، ممکن است به‌خاطر جهش واژگونی یا جهش‌های دیگر (مثلاً جهش جابه‌جایی) مشاهده شود.
ب	چون کروموزوم نسبت به کروموزوم همتای خود طول کمتری دارد، قطعاً بخشی از آن حذف شده است.
ج	طول بیشتر کروموزوم نسبت به کروموزوم همتای خود، ممکن است ناشی از جهش جابه‌جایی یا جهش مضاعف‌شدگی باشد.
د	در جهش مضاعف‌شدگی، در یکی از کروموزوم‌های همتا، دو نسخه از بعضی از ژن‌ها وجود دارد و کروموزوم همتای دیگر، نسخه‌ای از این ژن‌ها را ندارد.

پاسخ تشریحی:

موارد «ب» و «د»، درست هستند.

بررسی موارد:



الف: تغییر در ترتیب ژن‌ها در یک کروموزوم، ممکن است به دلیل جهش واژگونی یا نوع دیگری از جهش‌های ساختاری باشد. مثلاً ممکن است قسمتی از یک کروموزوم به بخش دیگری از همان کروموزوم منتقل شده باشد و ترتیب ژن‌ها در کروموزوم تغییر کرده باشد.

ب: هر زمان که طول یک کروموزوم کاهش می‌یابد، قطعاً قسمتی از آن کروموزوم حذف شده است.

ج: افزایش طول یک کروموزوم می‌تواند به‌دلیل جهش جابه‌جایی یا نوع دیگری از جهش باشد. مثلاً ممکن است جهش مضاعف‌شدگی رخ داده باشد و قسمتی از کروموزوم همتا به این کروموزوم منتقل شده باشد.

د: در جهش مضاعف‌شدگی، قسمتی از یک کروموزوم به کروموزوم همتای آن منتقل می‌شود. در نتیجه، در یک کروموزوم، دو نسخه از ژن‌ها دیده می‌شود.

۷- جهش، می‌تواند تحت اثر عوامل جهش‌زا رخ دهد. کدام عبارت، دربارهٔ این عوامل درست است؟

۱) می‌تواند ناشی از بروز اشتباه توسط آنزیم دِنابسپاراز (DNAپلیمراز) باشد.
۲) پرتوی فرابنفش و بنزوپیرن، به دستهٔ یکسانی از این عوامل جهش‌زا تعلق دارند.
۳) مصرف میوه و سبزیجات می‌تواند از بروز سرطان تحت اثر این عوامل جلوگیری کند.
۴) سدیم نیترات موجود در محصولات گوشتی، می‌تواند باعث تغییر در مادهٔ وراثتی شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳ — آسان ـ خط‌به‌خط ـ ۱۲۰۴ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

گاهی در همانندسازی خطاهایی رخ می‌دهد که باعث جهش می‌شوند. جهش، تحت اثر عوامل جهش‌زا هم رخ می‌دهد. عوامل جهش‌زا را می‌توان به دو دستهٔ فیزیکی و شیمیایی تقسیم کرد.

بررسی سریع:

دلیل درستی یا نادرستی هر گزینه	
۱	خطا در همانندسازی، جزء عوامل جهش‌زا محسوب نمی‌شود.
۲	پرتوی فرابنفش، جزء عوامل جهش‌زای فیزیکی است؛ اما بنزوپیرن موجود در دود سیگار، جزء عوامل جهش‌زای شیمیایی است.
۳	غذاهای گیاهی دارای پاداُکسنده و الیاف هستند و در پیشگیری از سرطان مؤثر می‌باشند.
۴	در سوسیس و کالباس، سدیم نیتریت (نه سدیم نیترات) وجود دارد. خود سدیم نیتریت هم سرطان‌زا نیست و به ترکیباتی تبدیل می‌شود که سرطان‌زا هستند.

پاسخ تشریحی:

غذاهای گیاهی که پاداُکسنده و الیاف دارند، در پیشگیری از سرطان مؤثر هستند.

ترکیب: گفتار ۱ فصل ۶ دهم

مشخص شده است که ترکیبات رنگی در واکوئول و رنگ‌دیسه، پاداُکسنده (آنتی‌اکسیدان) هستند. ترکیبات پاداُکسنده در پیشگیری از سرطان و نیز بهبود کارکرد مغز و اندام‌های دیگر نقش مثبتی دارند.

بررسی سریع:

دلیل درستی یا نادرستی هر گزینه	
خطا در همانندسازی، جزء عوامل جهش‌زا محسوب نمی‌شود.	۱
پرتوی فرابنفش، جزء عوامل جهش‌زای فیزیکی است؛ اما بنزوپیرن موجود در دود سیگار، جزء عوامل جهش‌زای شیمیایی است.	۲
غذاهای گیاهی دارای پاداُکسنده و الیاف هستند و در پیشگیری از سرطان مؤثر می‌باشند.	۳
در سوسیس و کالباس، سدیم نیتریت (نه سدیم نیترات) وجود دارد. خود سدیم نیتریت هم سرطان‌زا نیست و به ترکیباتی تبدیل می‌شود که سرطان‌زا هستند.	۴

پاسخ تشریحی:

غذاهای گیاهی که پاداُکسنده و الیاف دارند، در پیشگیری از سرطان مؤثر هستند.

ترکیب: گفتار ۱ فصل ۶ دهم

مشخص شده است که ترکیبات رنگی در واکوئول و رنگ‌دیسه، پاداُکسنده (آنتی‌اکسیدان) هستند. ترکیبات پاداُکسنده در پیشگیری از سرطان و نیز بهبود کارکرد مغز و اندام‌های دیگر نقش مثبتی دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ گرچه سازوکارهای دقیقی برای اطمینان از صحت همانندسازی دِنا وجود دارد، اما با وجود این‌ها، گاهی در همانندسازی خطاهایی رخ می‌دهد که باعث جهش می‌شوند. به‌جز این جهش‌ها، جهش، تحت اثر عوامل جهش‌زا هم رخ می‌دهد.

دام تستی

جهش‌ها یا به دلیل خطا در همانندسازی رخ می‌دهند یا تحت تأثیر عوامل جهش‌زا. خطاهای همانندسازی، جزء عوامل جهش‌زا محسوب نمی‌شوند.

۲ عوامل جهش‌زا را می‌توان به دو دستهٔ فیزیکی و شیمیایی تقسیم کرد. پرتو فرابنفش یکی از عوامل جهش‌زای فیزیکی است. از مواد شیمیایی جهش‌زا هم می‌توان به بنزوپیرن اشاره کرد.

۴ ترکیبات نیتریت‌دار مانند سدیم نیتریت (نه سدیم نیترات)، که برای ماندگاری محصولات پروتئینی مانند سوسیس و کالباس به آن‌ها اضافه می‌شود، در بدن به ترکیباتی تبدیل می‌شوند که تحت شرایطی قابلیت سرطان‌زایی دارند.

حواست باشه که!

خود سدیم نیتریت، مستقیماً توانایی سرطان‌زایی نداره و بلکه، ترکیباتی که از تغییر سدیم نیتریت در بدن تولید میشن، اونم در شرایط خاصی (نه همیشه) قابلیت سرطان‌زایی دارن.

۸- با توجه به مطالب کتاب درسی دربارهٔ اندام‌هایی که در تشریح مقایسه‌ای مورد مطالعه قرار می‌گیرند، در کدام گزینه، هر دو ویژگی ذکر شده می‌توانند مربوط به یک نوع یکسان از این اندام‌ها باشند؟

۱) کار یکسانی انجام می‌دهند و برای رده‌بندی جانداران استفاده می‌شوند.
۲) طرح ساختاری متفاوتی دارند و بال کبوتر و بالهٔ دلفین، مثالی از این نوع اندام‌ها هستند.
۳) ردپای تغییر گونه‌ها هستند و روش‌های مختلف سازش برای پاسخ به یک نیاز را نشان می‌دهند.
۴) نشان‌دهندهٔ اشتقاق از نیای مشترک هستند و ممکن است در بعضی گونه‌ها، فاقد کار خاصی باشند.

پاسخ: گزینهٔ ۱ — متوسط ـ خط‌به‌خط ـ ۱۲۰۴ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

در تشریح مقایسه‌ای اجزای پیکر جانداران گونه‌های مختلف با یکدیگر مقایسه می‌شود. در تشریح مقایسه‌ای، سه نوع ساختار مورد مطالعه قرار می‌گیرند: **۱ـ** ساختارهای همتا، **۲ـ** ساختارهای آنالوگ و **۳ـ** ساختارهای وستیجیال.

بررسی سریع:

دلیل درستی یا نادرستی هر گزینه	
اندام‌های همتا، ممکن است کار یکسان یا متفاوتی داشته باشند. از اندام‌های همتا برای رده‌بندی جانداران استفاده می‌شود.	۱
اندام‌های آنالوگ، طرح ساختاری متفاوت دارند؛ اما بال کبوتر و بالهٔ دلفین، مثالی از اندام‌های همتا هستند.	۲
اندام‌های وستیجیال، ردپای تغییر گونه‌ها هستند؛ اما اندام‌های آنالوگ، روش‌های مختلف سازش برای پاسخ به یک نیاز را نشان می‌دهند.	۳
اندام‌های همتا، نشان‌دهندهٔ اشتقاق گونه‌ها از نیای مشترک هستند؛ اما اندام‌های وستیجیال، ممکن است در بعضی گونه‌ها، فاقد کار خاصی باشند.	۴

پاسخ تشریحی:

اندام‌هایی را که طرح ساختاری آن‌ها یکسان است، **حتی اگر کار متفاوتی انجام دهند**، اندام‌ها یا ساختارهای همتا می‌نامند. زیست‌شناسان از ساختارهای همتا برای رده‌بندی جانداران استفاده می‌کنند.

دام تستی

ساختارهای همتا، قطعاً طرح ساختاری یکسانی دارند؛ اما کار آن‌ها ممکن است متفاوت یا یکسان باشد. *یعنی چیزی که برای تعریف رو سافتار به‌عنوان ساختارهای همتا مهم هست، طرح ساختاری اونا هست و کارشون اهمیتی نداره که یکسان باشه یا متفاوت.*

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ ساختارهایی را که کار یکسان اما طرح ساختاری متفاوت دارند، ساختارهای آنالوگ می‌نامند. بال کبوتر و بال پروانه آنالوگ هستند؛ اما اندام‌های جلویی مهره‌داران، مانند بال کبوتر و بالهٔ دلفین، ساختار همتا محسوب می‌شوند.

۳ ساختارهای آنالوگ نشان می‌دهند که برای پاسخ به یک نیاز، جانداران به روش‌های مختلفی سازش پیدا کرده‌اند؛ اما ساختارهای وستیجیال ردپای تغییر گونه‌ها هستند.

۴ علت وجود ساختارهای همتا در گونه‌های متفاوت این است که این گونه‌ها، نیای مشترکی دارند؛ یعنی اینکه در گذشته از گونهٔ مشترکی (نیای مشترک) مشتق شده‌اند؛ اما ساختارهایی که در یک عده بسیار کارآمد هستند و در عدهٔ دیگر، ممکن است فاقد کار خاصی باشند، ساختارهای وستیجیال نام دارند.

۹- کدام موارد، دربارهٔ یاخته‌های پوست فردی که دچار آفتاب‌سوختگی شده است، امکان‌پذیر می‌باشد؟

الف: یاخته‌های آسیب‌دیده با مرگ برنامه‌ریزی‌شده از بین بروند.

ب: در بخشی از دِنا، بازهای آلی تیمین به هم نزدیک‌تر شده باشند.

ج: نوکلئیک‌اسیدهای جدید از روی دِناهای آسیب‌دیده ساخته شوند.

د: بین دو نوکلئوتید مجاور در دِنا، دو پیوند اشتراکی جدید تشکیل شده باشد.

۱) «ب» و «ج» ۲) «الف» و «د» ۳) «الف»، «ج» و «د» ۴) «الف»، «ب»، «ج» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۴ — متوسط ـ ترکیبی ـ ۱۲۰۴ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

پرتوهای خورشید دارای اشعهٔ فرابنفش هستند و آفتاب‌سوختگی می‌تواند سبب آسیب به دِنای یاخته‌ها و بروز سرطان شود. **اشعهٔ فرابنفش**، جزء عوامل جهش‌زای فیزیکی است که می‌تواند منجر به **تشکیل دوپار (دیمر) تیمین** شود.

بررسی سریع:

	دلیل درستی یا نادرستی هر مورد
الف	یاخته‌های آسیب‌دیده در اثر آفتاب‌سوختگی، ممکن است بر اثر مرگ برنامه‌ریزی‌شدهٔ یاخته‌ای از بین بروند.
ب	با تشکیل دیمر تیمین، دو باز آلی تیمین به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند.
ج	دیمر تیمین در فرایند همانندسازی اختلال ایجاد می‌کند؛ اما امکان رونویسی از روی بخش‌های دیگر دِنا و تشکیل رِنا وجود دارد.
د	پرتوی فرابنفش باعث تشکیل دیمر تیمین می‌شود و در ساختار دیمر تیمین، دو پیوند اشتراکی بین بازهای آلی تیمینِ دو نوکلئوتید مجاور تشکیل شده است.

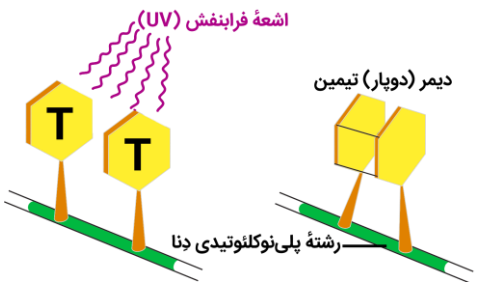
پاسخ تشریحی:

هر چهار مورد این سؤال، درست است.

بررسی موارد:

الف: حذف یاخته‌های پیر یا آسیب‌دیده، مانند آنچه در آفتاب‌سوختگی اتفاق می‌افتد، مثالی از مرگ برنامه‌ریزی‌شدهٔ یاخته‌ای است؛ چون پرتوهای خورشید دارای اشعهٔ فرابنفش هستند، آفتاب‌سوختگی می‌تواند سبب آسیب به دِنای یاخته‌ها و بروز سرطان شود. مرگ برنامه‌ریزی‌شدهٔ یاخته‌ای، با از بین بردن یاخته‌های آسیب‌دیده، آن‌ها را حذف می‌کند.

ب: همانطور که در شکل مشخص است، با تأثیر اشعهٔ فرابنفش بر دو تیمین مجاور و تشکیل پیوند بین آن‌ها، دو باز آلی تیمین به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند.



ج: دوپار تیمین با ایجاد اختلال در عملکرد آنزیم دِنابسپاراز، همانندسازی دِنا را با مشکل مواجه می‌کند. اما امکان رونویسی از دِنا وجود دارد و لذا، رِنا ساخته می‌شود. *اصلاً دیمر تیمین که توی همهٔ ژن‌ها تشکیل نمیشه. بعضی از ژن‌ها کاملاً سالم هستن و رِنابسپاراز می‌تونه رونویسی از روی اونا رو انجام بده.*

د: همانطور که در شکل مشخص است، در ساختار دوپار تیمین، دو پیوند اشتراکی بین بازهای آلی تیمین تشکیل شده است.

۱۰- در نتیجهٔ پدیدهٔ کوه‌زایی در یک منطقه و ایجاد کوه، یک جمعیت زیستی به دو قسمت با اندازه‌های متفاوت تقسیم شده است. چند مورد، دربارهٔ این دو جمعیت جدید درست است؟ (با فرض اینکه جمعیت زیستی دیگری وجود ندارد.)

الف: تأثیر عوامل مختلف بر خزانهٔ ژنی دو جمعیت، یکسان است.

ب: همهٔ عوامل مؤثر بر تعادل دو جمعیت، در جمعیت کوچک‌تر فعال هستند.

ج: همهٔ عوامل افزایندهٔ تفاوت بین این دو جمعیت، گوناگونی را افزایش می‌دهند.

د: ممکن است بعد از مدتی، بعضی از افراد یک جمعیت، نتوانند با افراد دیگر همان جمعیت آمیزش کنند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ — سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

گاهی بر اثر وقوع رخدادهای زمین‌شناختی و سدهای جغرافیایی، یک جمعیت، به دو قسمت جداگانه تقسیم می‌شود. مثلاً در نتیجهٔ پدیدهٔ کوه‌زایی، ممکن است در یک منطقه مثلاً کوه، دره و یا دریاچه ایجاد شود و یک جمعیت را به دو قسمت تقسیم کند.

تعبیر

- **عوامل مؤثر بر تعادل جمعیت‌ها: ۱ـ** جهش، **۲ـ** رانش دگره‌ای، **۳ـ** شارش ژن، **۴ـ** آمیزش غیرتصادفی و **۵ـ** انتخاب طبیعی؛ با توجه به ایجاد سد جغرافیایی، شارش ژن بین این دو جمعیت صورت نمی‌گیرد.
- **عوامل افزایندهٔ تفاوت بین دو جمعیت:** پدیده‌هایی مانند جهش، نوترکیبی و انتخاب طبیعی

قِلِقش رو یاد بگیر!

احتمالاً با دیدن صورت سؤال، یاد گونه‌زایی دگرمیهنی افتادین. خُب اشتباهی هم نکردین، چون صورت سؤال دقیقاً متن کتاب درسی در قسمت گونه‌زایی دگرمیهنی هست؛ اما نکتهٔ مهم در حل سؤال این هست که این سؤال دربارهٔ گونه‌زایی دگرمیهنی نیست و در اون، کل مطالب گفتار دو و سه فصل ۴ مورد بررسی قرار گرفتن و فقط یکی از موارد هست که با گونه‌زایی دگرمیهنی در ارتباط هست. ساده بخوام بگم؛ این سؤال درباره جمعیت‌های زیستی در یک شرایط خاص هست که این شرایط، ممکنه منجر به گونه‌زایی دگرمیهنی بشه، اما الزماً مربوط به گونه‌زایی دگرمیهنی نیست. حالا پاسخ سؤال رو که بخونین بیشتر متوجه میشین.

بررسی سریع:

دلیل درستی یا نادرستی هر مورد	
الف	در جمعیت کوچک‌تر، تأثیر رانش ژن بیشتر است.
ب	به‌دلیل وقوع پدیدهٔ کوه‌زایی و ایجاد سد جغرافیایی، شارش ژن متوقف شده است.
ج	انتخاب طبیعی، باعث افزایش تفاوت بین دو جمعیت می‌شود؛ اما گوناگونی را در هر جمعیت کاهش می‌دهد.
د	ممکن است در هر کدام از جمعیت‌ها، به‌دلیل وقوع گونه‌زایی هم‌میهنی، جدایی تولیدمثلی بین افراد همان جمعیت رخ دهد.

پاسخ تشریحی:

فقط مورد «د»، درست است.

بررسی موارد:

الف: هر چه اندازهٔ یک جمعیت کوچک‌تر باشد، رانش دگره‌ای اثر بیشتری دارد. با توجه به اینکه اندازهٔ دو جمعیت یکسان نیست، تأثیر رانش دگره‌ای در این دو جمعیت نیز یکسان نیست.

ب: ایجاد سد جغرافیایی باعث می‌شود که شارش ژن متوقف شود.

ج: پدیده‌هایی همچون جهش، نوترکیبی، انتخاب طبیعی و رانش دگره‌ای، می‌توانند باعث افزایش تفاوت بین دو جمعیت شوند. انتخاب طبیعی و رانش دگره‌ای، گوناگونی را در جمعیت کاهش می‌دهند.

د: گاهی بین جمعیت‌هایی که در یک زیستگاه زندگی می‌کنند، جدایی تولیدمثلی اتفاق می‌افتد و در نتیجه، گونهٔ جدیدی حاصل می‌شود. منظور از جدایی تولیدمثلی، عواملی است که مانع آمیزش بعضی از افراد یک گونه با بعضی دیگر از افراد همان گونه می‌شود. *گفتم که سؤال فقط دربارهٔ گونه زایی دگرمیهنی نیست و اگه فقط هواستون به اون بود، نمی‌تونستین به درست بودن این مورد پی ببرین و در نتیجه، سؤال رو اشتباه جواب می‌دادین.*

۱۱- اگر جمعیتی بزرگ از باکتری‌های استرپتوکوکوس نومونیا روند تغییر را در پیش گرفته باشد، کدام مورد دربارهٔ این جمعیت، به‌طور حتم درست است؟

۱) فراوانی نسبی دگره (الل)ها از نسلی به نسل دیگر تغییر کرده است.
۲) رخدادهای تصادفی تأثیر زیادی بر تغییر خزانهٔ ژنی جمعیت داشته‌اند.
۳) دگره (الل)های جدیدِ خزانهٔ ژنی، سازگارتر از دگره‌های قبلی عمل کرده‌اند.
۴) رخ‌نمود (فنوتیپ) افرادِ جمعیت بر احتمال تولیدمثل آن‌ها تأثیری نداشته است.

پاسخ: گزینهٔ ۱ — متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

اگر در جمعیتی فراوانی نسبی دگره‌ها (الل‌ها) یا ژن‌نمودها (ژنوتیپ‌ها) از نسلی به نسل دیگر ثابت باشد، آن‌گاه می‌گویند جمعیت در حال تعادل ژنی است. تا وقتی جمعیت در حال تعادل است، تغییر در آن، مورد انتظار نیست. اگر جمعیت از تعادل خارج شود، روند تغییر را در پیش گرفته است. ۵ عامل می‌توانند باعث شوند که جمعیت از حال تعادل خارج شود: ۱ـ جهش، ۲ـ رانش دگره‌ای، ۳ـ شارش ژن، ۴ـ آمیزش غیرتصادفی و ۵ـ انتخاب طبیعی. دقت داشته باشید که آمیزش غیرتصادفی فقط در جمعیت‌های دارای تولیدمثل جنسی دیده می‌شود و در جمعیت باکتری‌ها، دیده نمی‌شود. همچنین چون جمعیت بزرگ است، اثر رانش دگره‌ای را نیز نباید در نظر بگیریم. بنابراین، این سؤال در ارتباط با جهش، شارش ژن و انتخاب طبیعی است.

بررسی سریع:

دلیل درستی یا نادرستی هر گزینه	
۱	جهش، شارش ژن و انتخاب طبیعی، می‌توانند باعث تغییر فراوانی نسبی دگره‌ها در خزانهٔ ژنی شوند.
۲	در رانش دگره‌ای، رخدادهای تصادفی باعث تغییر در خزانهٔ ژنی جمعیت می‌شوند. در جمعیت بزرگ، رانش دگره‌ای اثر چندانی ندارد.
۳	دگره‌های جدیدی که در اثر جهش ایجاد می‌شوند، ممکن است سازگارتر از دگره‌های قبلی باشند؛ اما ممکن هم هست سازگارتر از دگره‌های قبلی نباشند.
۴	بر اساس انتخاب طبیعی، افراد سازگارتر با محیط (دارای رخ‌نمود سازگارکننده)، احتمال بقا و تولیدمثل بیشتری دارند.

پاسخ تشریحی:

هم جهش، هم شارش ژن و هم انتخاب طبیعی، می‌توانند باعث تغییر فراوانی نسبی دگره‌ها از نسلی به نسل دیگر شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ به فرایندی که باعث تغییر فراوانی دگره‌ای بر اثر رویدادهای تصادفی می‌شود، رانش دگره‌ای می‌گویند. هر چه اندازهٔ یک جمعیت کوچک‌تر باشد، رانش دگره‌ای اثر بیشتری دارد. به همین علت، برای آنکه جمعیتی در تعادل باشد، باید اندازهٔ بزرگی داشته باشد. پس در یک جمعیت بزرگ، رانش دگره‌ای اثر چندانی برای خزانهٔ ژنی جمعیت ندارد.

۳ جهش با افزودن دگره‌های جدید، خزانهٔ ژن را غنی‌تر می‌کند و گوناگونی را افزایش می‌دهد. بسیاری از جهش‌ها تأثیری فوری بر رخ‌نمود (فنوتیپ) ندارند و بنابراین، ممکن است تشخیص داده نشوند؛ اما با تغییر شرایط محیط **ممکن است** دگرهٔ جدید، سازگارتر از دگره یا دگره‌های قبلی عمل کند. دقت داشته باشید که دگرهٔ جدید، ممکن است هیچ تأثیری نداشته باشد و یا اینکه حتی سازگاری را کاهش دهد.

نکته

تغییرپذیری مادهٔ وراثتی پیامدهای مختلفی دارد. تغییر، ممکن است «مفید»، «مضر» یا «خنثی» باشد.

۴ در آمیزش غیرتصادفی و انتخاب طبیعی، رخ‌نمود (فنوتیپ) افراد جمعیت مؤثر است. در انتخاب طبیعی، افراد سازگارتر با محیط، یعنی آن‌هایی که شانس بیشتری برای زنده‌ماند و تولیدمثل دارند، انتخاب می‌شوند. سازگاری افراد نیز به رخ‌نمود (فنوتیپ) آن‌ها بستگی دارد. افرادی که رخ‌نمود سازگار با محیط را داشته باشند، توانایی بقا و تولیدمثل بیشتری دارند.

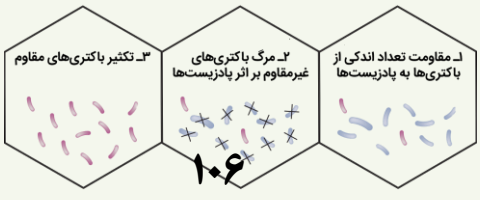
۱۲- در جمعیتی غیرمقاوم از باکتری‌ها نسبت به پادزیست (آنتی‌بیوتیک)، دو نوع باکتری «۱» (غیرمقاوم) و «۲» (مقاوم) وجود دارند. با توجه به مطالب کتاب درسی دربارهٔ علت مقاوم‌شدن باکتری‌ها به پادزیست، کدام مورد درست است؟

۱) در جمعیت نهایی، تعداد اندکی از باکتری‌ها از نوع «۱» هستند.
۲) در جمعیت اولیه، میزان تکثیر باکتری‌های نوع «۱» و «۲» یکسان است.
۳) بعد از مدتی، بعضی از باکتری‌های نوع «۱»، نسبت به پادزیست مقاوم می‌شوند.
۴) در نتیجهٔ انتخاب طبیعی، بعضی از باکتری‌ها نسبت به حضور پادزیست سازش پیدا می‌کنند.

پاسخ: گزینهٔ ۴ — متوسط ـ خط‌به‌خط ـ ۱۲۰۴ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

انتخاب طبیعی می‌تواند علت مقاوم‌شدن باکتری‌ها به پادزیست‌ها را نیز توضیح دهد. شکل زیر، چگونگی مقاوم‌شدن باکتری‌ها به پادزیست را نشان می‌دهد.



بررسی سریع:

	دلیل درستی یا نادرستی هر گزینه
۱	در جمعیت نهایی، فقط باکتری‌های مقاوم وجود دارند.
۲	در جمعیت اولیه، باکتری‌های غیرمقاوم از بین می‌روند و باکتری‌های مقاوم تکثیر می‌شوند.
۳	انتخاب طبیعی باعث تغییر در جمعیت می‌شود، نه تغییر در فرد. انتخاب طبیعی نمی‌تواند باعث مقاوم‌شدن باکتری‌های غیرمقاوم شود.
۴	در فرایند مقاوم‌شدن باکتری‌ها به پادزیست، در نتیجهٔ انتخاب طبیعی، بعضی از باکتری‌ها نسبت به تغییر شرایط (حضور پادزیست‌ها) سازش پیدا کرده‌اند.

پاسخ تشریحی:

در فرایند مقاوم‌شدن باکتری‌ها به پادزیست، در نتیجهٔ انتخاب طبیعی، بعضی از باکتری‌ها نسبت به تغییر شرایط (حضور پادزیست‌ها) سازش پیدا کرده‌اند (درستی گزینهٔ ۴). در این فرایند، باکتری‌های غیرمقاوم از بین می‌روند و باکتری‌های مقاوم تکثیر می‌شوند (نادرستی گزینهٔ ۲) و به‌تدریج همهٔ جمعیت را به خود اختصاص می‌دهند (نادرستی گزینهٔ ۱)؛ در نتیجه، جمعیت از غیرمقاوم به مقاوم تغییر می‌یابد. انتخاب طبیعی، «جمعیت» را تغییر می‌دهد و نه «فرد» را (نادرستی گزینهٔ ۳).

۱۳- با فرض عدم بروز جهش در یک جمعیت انسانی، کدام ویژگی می‌تواند دربارهٔ یکی از سازوکارهای حفظ‌کنندهٔ گوناگونی در جمعیت صادق باشد؟

۱) ممکن است باعث افزایش تنوع دگره (الل)های خزانهٔ ژنی شود.
۲) ممکن است بر فردی دارای ژن‌نمود (ژنوتیپ) خالص اثر بگذارد.
۳) ممکن است باعث تغییر در فامینک (کروماتید)های خواهری شود.
۴) ممکن است احتمال انتقال یک دگره (الل) به نسل بعد را افزایش دهد.

پاسخ: گزینهٔ ۴ — آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

سازوکارهایی در جمعیت وجود دارند که باعث می‌شوند با وجود انتخاب طبیعی، گوناگونی تداوم داشته باشد. این سازوکارها عبارت‌اند از: ۱ـ گوناگونی دگره‌ای در گامت‌ها، ۲ـ نوترکیبی، ۳ـ اهمیت ناخالص‌ها و ۴ـ جهش. دقت داشته باشید که در صورت سؤال فرض شده است که جهش رخ نمی‌دهد و بنابراین، فقط سه سازوکار دیگر را در نظر می‌گیریم.

بررسی سریع:

	دلیل درستی یا نادرستی هر گزینه
۱	جهش باعث افزایش تنوع دگره‌های خزانهٔ ژنی می‌شود؛ اما در این سؤال فرض شده است که جهش رخ نمی‌دهد.
۲	گوناگونی دگره‌ای در گامت‌ها، نوترکیبی و اهمیت ناخالص‌ها، فقط در صورت حضور افراد ناخالص می‌توانند باعث حفظ گوناگونی شوند.
۳	در نوترکیبی بر اثر کراسینگ‌اور، کروماتیدهای غیرخواهری (نه خواهری)، تغییر می‌کنند.
۴	اهمیت ناخالص‌ها، باعث می‌شود که الل نامناسب در مناطق دیگر، به‌عنوان الل مناسب عمل کند و احتمال انتقال آن به نسل بعدی بیشتر شود.

پاسخ تشریحی:

در مثال کم‌خونی داسی‌شکل برای بررسی اهمیت ناخالص‌ها، می‌خوانیم که دگرهٔ Hb^S در مناطق مالاریاخیز، باعث بقای جمعیت می‌شود؛ حال آنکه این دگره در سایر مناطق، دگرهٔ مناسبی نیست. در این مثال، اهمیت ناخالص‌ها باعث شده است که احتمال انتقال دگرهٔ Hb^S به نسل بعد، در مناطق مالاریاخیز افزایش یابد و در نتیجه، فراوانی دگرهٔ Hb^S در این مناطق، بسیار بیشتر از سایر مناطق است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ جهش باعث افزایش تنوع دگره‌ها در خزانهٔ ژنی می‌شود. اما در صورت سؤال فرض شده است که جهش در این جمعیت رخ نمی‌دهد.

۲ گوناگونی دگره‌ای در گامت‌ها و نوترکیبی، در صورتی باعث ایجاد گامت‌های متنوع می‌شوند که فرد ژن‌نمود ناخالص داشته باشد. در صورتی که ژن‌نمود فرد خالص باشد، این سازوکارها هیچ تأثیری بر گوناگونی گامت‌ها ندارند. *مثلاً اگه فردی ژنوتیپ AABB داشته باشه، کراسینگ‌اور هم رخ بده، باز هم فقط گامت‌های AB تولید می‌کنه و هیچ نوع گامت دیگه‌ای نمی‌تونه تولید کنه. دربارهٔ سازوکار مربوط به «اهمیت ناخالص‌ها» هم که مشخصه باید افراد ناخالص وجود داشته باشن.*

۳ در میوز ۱، هنگام جفت‌شدن فام‌تن‌های (کروموزوم‌های) همتا و ایجاد چهارتایه (تتراد)، ممکن است قطعه‌ای از فام‌تن بین فامینک‌های (کروماتیدهای) **غیرخواهری** مبادله شود. این پدیده را چلیپایی‌شدن (کراسینگ‌اور) می‌گویند. پس نوترکیبی باعث تغییر در کروماتیدهای غیرخواهری می‌شود. دو سازوکار دیگر (گوناگونی دگره‌ای در گامت‌ها و اهمیت ناخالص‌ها) هم تأثیری بر کروماتیدها ندارند.

۱۴- اگر پدیدهٔ چلیپایی‌شدن (کراسینگ‌اور) در فاصلهٔ بین دگره (الل)های جایگاه ژنی «صفت **A**» و «صفت **B**» رخ دهد، در کدام حالت زیر، امکان تولید گامتی نوترکیب با ژن‌نمود (ژنوتیپ) **Abc** وجود دارد؟ (دگره‌های هر کدام از صفت‌های **A**، **B** و **C**، با حروف بزرگ و کوچک **A**، **B** و **C** نشان داده می‌شوند.)

۱) $\frac{A\ b\ c}{a\ B\ C}$

۲) $\frac{A\ B\ C}{a\ b\ c}$

۳) $\frac{A\ b\ C}{a\ B\ c}$

۴) $\frac{A\ B\ c}{a\ b\ C}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

در میوز ۱، هنگام جفت‌شدن فام‌تن‌های (کروموزوم‌های) همتا و ایجاد چهارتایه (تتراد)، ممکن است قطعه‌ای از فام‌تن بین فامینک‌های (کروماتیدهای) غیرخواهری مبادله شود. این پدیده را **چلیپایی‌شدن (کراسینگ‌اور)** می‌گویند. اگر قطعات مبادله‌شده حاوی دگره‌های متفاوتی باشند، ترکیب جدیدی از دگره‌ها در این دو فامینک به‌وجود می‌آید و به آن‌ها فامینک‌های نوترکیب می‌گویند. از میان گامت‌ها، آن‌هایی که فامینک‌های نوترکیب را دریافت می‌کنند، **گامت نوترکیب** نامیده می‌شوند.

قِلِقش رو یاد بگیر!

وقتی یک جفت کروموزوم همتا رو داریم، برای تشخیص اینکه چه گامت‌هایی از نوع والدی تولید میشن، کافیه که الل‌های هر کدوم از کروموزوم‌ها رو کنار هم بنویسیم تا ژنوتیپ یک گامت ایجاد بشه. مثلاً میخوایم کروموزوم ذکر شده در گزینهٔ ۴ رو مورد بررسی قرار بدیم:

$\frac{A\ B\ c}{a\ b\ C}$

با توجه به نحوهٔ قرارگیری الل‌ها روی هر کدوم از کروموزوم‌ها، ژنوتیپ گامت‌های والدی به این صورت هست: ABc و abC. اما برای تشخیص گامت‌های نوترکیب، اول باید تشخیص بدیم که کدوم قسمت از یک کروماتید جابه‌جا میشه. برای این کار، باید محل شکست رو در کروموزوم‌ها بدونیم. مثلاً توی این سؤال گفته شده که کراسینگ‌اور در فاصلهٔ بین دگره‌های جایگاه ژنی صفت A و B رخ میده.

$\frac{A\ \times\ B\ c}{a\ \times\ b\ C}$

همانطور که در شکل مشخص است، در یک کروماتید، شکست در بین الل‌های A و B رخ می‌دهد. در کروماتید دیگر هم شکست در بین الل‌های a و b رخ میده. حالا اون قسمتی از کروماتیدها که جدا میشن، با هم جاشون عوض میشه. در همین مثال خودمون همچین حالتی ایجاد میشه:

$\frac{a\ B\ c}{A\ b\ C}$

در نتیجه، حالا دو تا گامت جدید می‌تونن ایجاد شن: گامت aBc و گامت AbC. این گامت‌ها میشن گامت‌های نوترکیب.

بررسی سریع:

دلیل درستی یا نادرستی هر گزینه	
۱	**گامت‌های والدی:** Abc و aBC ـ **گامت‌های نوترکیب:** abc و ABC
۲	**گامت‌های والدی:** ABC و abc ـ **گامت‌های نوترکیب:** Abc و aBC
۳	**گامت‌های والدی:** AbC و aBc ـ **گامت‌های نوترکیب:** abC و ABc
۴	**گامت‌های والدی:** ABc و abC ـ **گامت‌های نوترکیب:** aBc و AbC

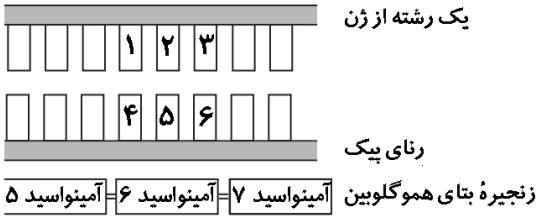
پاسخ تشریحی:

برای پاسخگویی به این سؤال، به جدول زیر دقت کنید:

گزینه	ژنوتیپ	گامت‌های والدی	گامت‌های نوترکیب
۱	$\frac{A\ b\ c}{a\ B\ C}$	aBC و Abc	abc و ABC
۲	$\frac{A\ B\ C}{a\ b\ c}$	abc و ABC	aBC و Abc
۳	$\frac{A\ b\ C}{a\ B\ c}$	aBc و AbC	abC و ABc
۴	$\frac{A\ B\ c}{a\ b\ C}$	abC و ABc	aBc و AbC

۱۵- با توجه به شکل زیر و مطالب کتاب درسی دربارهٔ بیماری کم‌خونی داسی‌شکل، کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«اگر رشته‌ای از ژن که در شکل نشان داده شده است، رشتهٔ ..... ژن در فردی ..... باشد، در این صورت می‌توان گفت که نوکلئوتیدهای ..... هستند.»



۱) الگو ـ بیمار ـ «۲» و «۶»، دارای باز آلی مشابه با ATP
۲) رمزگذار ـ سالم ـ «۳» و «۵»، دارای جرم مولکولی یکسان
۳) الگو ـ سالم ـ «۱» و «۴»، نسبت به «۲» و «۵»، دارای پیوندهای هیدروژنی کمتری
۴) رمزگذار ـ بیمار ـ «۴» و «۶»، نوکلئوتیدهای دو حلقه‌ای رمزهٔ آمینواسید گلوتامیک‌اسید

پاسخ: گزینهٔ ۱

سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴ ـ ژنتیک

ترجمهٔ صورت سؤال

برای پاسخگویی به این سؤال، به جدول زیر دقت کنین:

	فرد مبتلا به کم‌خونی داسی‌شکل			فرد سالم		
	۳	۲	۱	۳	۲	۱
رشتهٔ رمزگذار	A	T	G	A	A	G
رشتهٔ الگو	T	A	C	T	T	C
رِنای پیک	A	U	G	A	A	G
	۶	۵	۴	۶	۵	۴
ششمین آمینواسید زنجیرهٔ بتای هموگلوبین	آمینواسید والین (Val)			آمینواسید گلوتامیک‌اسید (Glu)		

قِلِقش رو یاد بگیر!

این سؤال، نکتهٔ خاصی نداره و فقط شما لازمه که توالی نوکلئوتیدی ژن مربوط به زنجیرهٔ بتای هموگلوبین رو بلد باشین؛ اما سؤال خیلی سختی محسوب میشه. به‌خاطر اینکه ۴ حالت مختلف در این سؤال وجود داره و خیلی وقت‌گیره. پس برای حل این سؤال باید دنبال راهی باشیم که سریع‌تر بشه به جواب رسید. توی این سؤال، از بین ۶ تا نوکلئوتیدی که باید مقایسه کنین، دو نوکلئوتید هستن که در همهٔ حالات ثابتن: نوکلئوتید «۴»، G هست و نوکلئوتید «۶» هم A. با دونستن همین دو تا، می‌تونین گزینهٔ ۳ و ۴ رو رد کنین. تازه توی گزینهٔ ۴ همین که گفته توی فرد بیمار گلوتامیک‌اسید، آمینواسید ششم زنجیرهٔ بتا هست، مشکل داره و نیازی به بررسی توالی‌های نوکلئوتیدی هم نبود. پس اینجا یاد می‌گیریم که در ابتدا باید خود گزارهٔ آخر هر گزینه رو بخونیم و ببینیم که آیا اصلاً نیازی هست بریم سراغ بررسی توالی‌های نوکلئوتیدی یا نه. مثلاً توی گزینهٔ ۲ هم جرم مولکولی یک نوکلئوتید از دِنا و یک نوکلئوتید از رِنا داره مقایسه میشه. حتی اگه باز آلی این دو تا نوکلئوتید یکسان باشه، قندشون متفاوت هست و بنابراین، جرم مولکولی یکسانی ندارن و باز هم نیازی نیست توالی نوکلئوتیدی رو بنویسین. دیگه مشخص شد که جواب گزینهٔ ۱ هست. برای بررسی این گزینه هم کافیه که توالی نوکلئوتیدی رشتهٔ الگوی ژن در فرد بیمار رو بنویسین.

همونطور که دیدین، توی دو تا گزینه هیچ نیازی به بررسی توالی‌های نوکلئوتیدی نداشتیم. توی گزینهٔ ۳ هم فقط توالی رِنای پیک رو می‌دونستیم کافی بود. در نتیجه، فقط برای گزینهٔ ۱ لازم بود که توالی رشتهٔ الگوی ژن رو بنویسیم. البته همین که بخواین چنین ذهنیتی برای حل سریع سؤال داشته باشین، خودش کار خیلی سختی هست؛ اما اگه الان تمرین کنین این چیزا رو، نه فقط توی زیست و توی همهٔ درسا، احتمال اینکه سر جلسهٔ کنکور بتونین به چنین راه‌حل‌های سریع‌تر و آسون‌تری برسین، خیلی بیشتره. کل فلسفهٔ وجودی این کادرهای ما هم همینه.

بررسی سریع:

	دلیل درستی یا نادرستی هر گزینه
۱	در فرد بیمار، نوکلئوتید «۲» و «۶»، همانند مولکول ATP، دارای باز آلی آدنین هستند.
۲	در فرد سالم، نوکلئوتید «۳» و «۵»، نوکلئوتید آدنین‌دار هستند اما قند نوکلئوتید در دِنا، دئوکسی‌ریبوز است و نسبت به نوکلئوتید آدنین‌دار رِنا، سبک‌تر است.
۳	نوکلئوتید «۱» و «۴» (C و G)، نسبت به نوکلئوتید «۲» و «۵» در رشتهٔ الگوی فرد سالم (T و A)، پیوندهای هیدروژنی بیشتری دارند.
۴	در فرد مبتلا به کم‌خونی داسی‌شکل، ششمین آمینواسید زنجیرهٔ بتای هموگلوبین، والین است نه گلوتامیک‌اسید.

پاسخ تشریحی:

رشتهٔ الگوی ژن در فرد بیمار دارای توالی CAT است و رِنای پیک، توالی GUA دارد. بر این اساس، نوکلئوتید «۲» و «۶»، نوکلئوتید آدنین‌دار هستند و باز آلی آن‌ها، با نوکلئوتید آدنین‌دارِ ATP مشابه است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ توالی رشتهٔ رمزگذار در فرد سالم، GAA است و توالی رِنای پیک هم GAA می‌باشد. نوکلئوتید «۳» و «۵»، نوکلئوتید آدنین‌دار هستند؛ اما نوکلئوتید «۳» در دِنا وجود دارد و قند دئوکسی‌ریبوز دارد و نوکلئوتید «۵» که در رِنای پیک است، دارای قند ریبوز می‌باشد. با توجه به اینکه دئوکسی‌ریبوز، یک اکسیژن کمتر از ریبوز دارد، نوکلئوتید «۳» نسبت به نوکلئوتید «۵»، یک اکسیژن کمتر دارد و سبک‌تر است.

۳ نوکلئوتید «۱» و «۴»، نوکلئوتید C و G هستند. نوکلئوتید «۲» و «۵» هم در فرد سالم، نوکلئوتید T و A می‌باشند. بین C و G نسبت به T و A، پیوندهای هیدروژنی بیشتری تشکیل می‌شود.

۴ در فرد سالم، ششمین آمینواسید زنجیرهٔ بتای هموگلوبین، آمینواسید گلوتامیک‌اسید است؛ اما در فرد بیمار، ششمین آمینواسید زنجیرهٔ بتای هموگلوبین، آمینواسید والین می‌باشد.

SanjeshCloud

پاسخنامه تشریحی آزمون مرحله ۱

زیست‌شناسی پایه دوازدهم | ۱۷ مهرماه ۱۴۰۴

۱. نوعی باز آلی قادر به تشکیل رابطهٔ مکملی با دو نوع باز آلی نیتروژن‌دار دیگر می‌باشد. کدام گزینه، در ارتباط با هر نوکلئوتیدی در دنای خطی یاختهٔ بنیادی مغز استخوان انسان که واجد این باز آلی می‌باشد، صحیح است؟

۱) حلقهٔ شش‌ضلعی باز آلی این نوکلئوتید، مستقیماً به حلقهٔ پنج‌ضلعی قند متصل است.

۲) از طریق گروه OH حلقهٔ پنج‌ضلعی قندی خود در تشکیل پیوند قند- فسفات شرکت می‌کند.

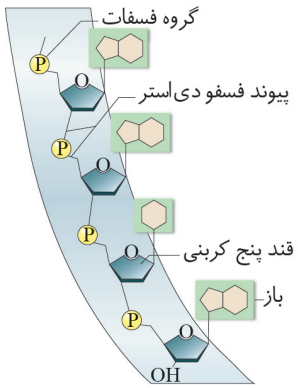
۳) نوعی پیوند مربوط به حلقهٔ شش‌ضلعی آن طی فعالیت آنزیم آغازگر همانندسازی شکسته می‌شود.

۴) افزایش تعداد این نوکلئوتید در ساختار دنا، منجر به کاهش سرعت هلیکاز حین فعالیت روی دنا می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | مفهومی

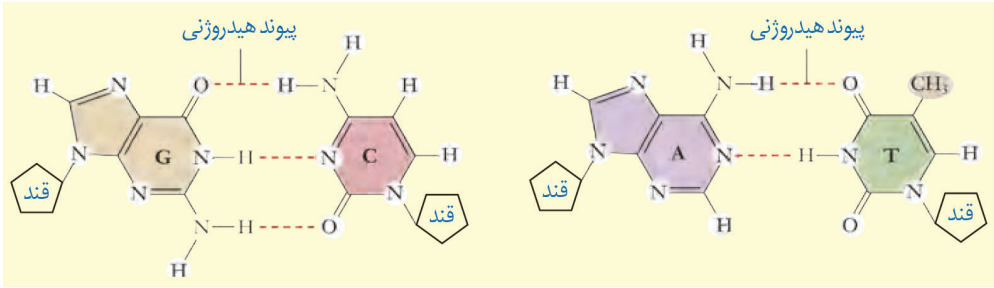
ایستگاه آمار: در ارتباط با ساختار نوکلئوتیدها، با بررسی کنکورهای نظام جدید به ۱ تست برمی‌خوریم (اون هم در کنکور ۱۴۰۰). پس از نکات شکل نوکلئوتیدها غافل نشید چون ممکنه در کنکورهای پیش رو باز هم مورد سؤال قرار بگیرن!

سرنخ باز آلی آدنین قادر است با تیمین و یوراسیل پیوند هیدروژنی برقرار کند. بنابراین منظور صورت سؤال دئوکسی ریبونوکلئوتید آدنین‌داری است که در ساختار دنای خطی قرار گرفته است.



با توجه به شکل کتاب درسی، نوکلئوتیدهای واجد باز پورین از طریق حلقه شش ضلعی باز خود با نوکلئوتیدهای واجد باز پیریمیدین پیوند هیدروژنی برقرار می‌کنند. بنابراین پیوندهای هیدروژنی مربوط به حلقه شش ضلعی این نوکلئوتید (که با نوکلئوتید مکمل برقرار شده است!) طی فعالیت آنزیم هلیکاز (آنزیم آغازگر همانندسازی) شکسته می‌شود.

رفع ابهام: چطور فهمیدیم که پیوند بین بازهای آلی، بین حلقه‌های شش ضلعی است؟ خب اولاً که باز آلی پیریمیدین یک حلقهٔ آلی دارد که آن هم شش ضلعی است، پس یک طرف قضیه که باز پیریمیدین است تنها از طریق حلقهٔ شش ضلعی در تشکیل پیوند هیدروژنی شرکت دارد. در مورد باز آلی پورین هم باید ارجاعت بدم به شکل قبلی! اگه به شکل نگاه کنی، میبینی که حلقهٔ شش ضلعی به سمت بیرونی‌تر رشته قرار گرفته و حلقهٔ پنج ضلعی به سمت قند نوکلئوتید قرار گرفته است. پس حلقهٔ شش ضلعی باز پورین، در مجاورت باز پیریمیدین رشتهٔ مقابل قرار می‌گیرد و به همین دلیل هم پیوند هیدروژنی توسط این حلقهٔ شش ضلعی ایجاد می‌شود. به شکل زیر که از بیشتر بدانید آوردیم هم توجه کن تا بهتر متوجه بشی!



بررسی سایر گزینه‌ها:

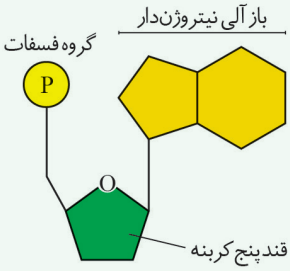


۱ با توجه به شکل کتاب درسی، حلقه پنج ضلعی قند در این نوکلئوتید، به حلقه پنج ضلعی باز آدنین متصل است! (در نوکلئوتیدهای پورین، پیوند اشتراکی بین حلقه پنج ضلعی قند با حلقه پنج ضلعی باز دیده می‌شود!)

۲ به هنگام تشکیل پیوند فسفودی استر، فسفات یک نوکلئوتید با گروه OH قند نوکلئوتید دیگر پیوند برقرار می‌کند. بنابراین اگر این نوکلئوتید در انتهای رشته پلی‌نوکلئوتیدی خطی باشد، ممکن است تنها از طریق گروه فسفات خود در تشکیل پیوند فسفودی استر شرکت کند و گروه OH آن به صورت آزاد باشد!

۴ بین بازهای آدنین و تیمین نسبت به بازهای سیتوزین و گوانین، پیوند هیدروژنی کم‌تری تشکیل می‌شود. بنابراین اگر در یک مولکول دنا، تعداد جفت‌های آدنین و تیمین (نسبت به گوانین و سیتوزین) بیشتر شود، سرعت حرکت هلیکاز روی دنا افزایش (نه کاهش!) می‌یابد.

نکته **نکاتی در خصوص اجزای یک نوکلئوتید**



۱ دئوکسی ریبوز یک اتم (نه مولکول) اکسیژن کم‌تر از ریبوز دارد یا به عبارت دیگر، ریبوز یک گروه هیدروکسیل بیشتر از دئوکسی‌ریبوز دارد.

۲ بازهای آلی پورین، یک حلقهٔ شش‌ضلعی و یک حلقهٔ پنج‌ضلعی دارند و بازهای آلی پیریمیدین فقط یک حلقهٔ شش‌ضلعی دارند.

۳ ریبوز و دئوکسی‌ریبوز، مونوساکاریدهای پنج‌کربنه‌ای هستند که ساختار حلقوی پنج‌ضلعی دارند. یکی از اتم‌های کربن این دو قند در خارج از حلقهٔ پنج ضلعی قرار می‌گیرد.

۴ هر نوکلئوتید از پنج عنصر کربن، هیدروژن، اکسیژن، نیتروژن و فسفر تشکیل شده است. نیتروژن فقط در ساختار باز آلی نوکلئوتید و فسفر فقط در ساختار گروه فسفات نوکلئوتید شرکت دارد.

۵ برای تشکیل یک نوکلئوتید، باز آلی نیتروژن‌دار و گروه یا گروه‌های فسفات با پیوند اشتراکی (کووالانسی) به دو سمت قند متصل می‌شوند. باز آلی به یکی از کربن‌های داخل حلقه (در همهٔ نوکلئوتیدها این کربن ثابت است) و گروه فسفات به کربن واقع در خارج از حلقهٔ پنج‌ضلعی قند متصل می‌شود.

۶ بازهای آلی پورین، از طریق حلقهٔ کوچک‌تر (پنج‌ضلعی) خود به قند متصل می‌شوند.

تست‌درتست **اگر توالی نوکلئوتیدها در یک رشته از دنای جاندار هم‌زیست با گونرا به صورت GAATTC باشد، تعداد کدام مورد، در رشتهٔ مکمل آن بیش از سایر موارد است؟**

۱) پیوندهای قند-باز آلی ۲) پیوندهای قند-فسفات ۳) حلقه‌های آلی پنج‌ضلعی ۴) حلقه‌های آلی نیتروژن‌دار

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | مفهومی

سرنخ جاندار هم‌زیست با گونرا، سیانوباکتری است و دنای حلقوی دارد. اگر توالی یک رشتهٔ دنا به صورت GAATTC باشد، توالی رشتهٔ مکمل آن به صورت CTTAAG است.

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱ این رشتهٔ دنا دارای ۶ نوکلئوتید و در نتیجه دارای ۶ پیوند قند-باز آلی است.

۲ پیوندهای قند-فسفات شامل پیوند بین قند و فسفات هر نوکلئوتید و پیوند بین قند یک نوکلئوتید با فسفات نوکلئوتید دیگر است. این رشتهٔ دنا دارای ۶ پیوند بین قند و فسفات هر نوکلئوتید و ۶ پیوند بین قند یک نوکلئوتید با فسفات نوکلئوتید دیگر (در مجموع ۱۲ پیوند قند-فسفات) می‌باشد.

استراتژی توی سوالات فصل ۱ و ۲ دوازدهم حتماً باید حواست باشه نوع یاخته چیه؟ توی این تست با نوعی پروکاریوت سروکار داریم. پس دنای موردنظر از نوع حلقویه و تعداد پیوندهای فسفودی‌استر اون با تعداد نوکلئوتیدها برابره!

۳ این رشتهٔ دنا دارای ۶ حلقهٔ پنج‌ضلعی قند دئوکسی‌ریبوز و ۳ حلقهٔ پنج‌ضلعی در بازهای آلی آدنین و گوانین (در مجموع ۹ حلقهٔ آلی پنج‌ضلعی) می‌باشد.

۴ این رشتهٔ دنا دارای ۳ باز آلی دوحلقه‌ای و ۳ باز آلی تک‌حلقه‌ای (در مجموع ۹ حلقهٔ آلی نیتروژن‌دار) می‌باشد.

۲. با توجه به اطلاعات کتاب درسی دربارهٔ فرایند همانندسازی، کدام مورد، در خصوص این فرایند در جاندار مورد مطالعهٔ مزلسون و استال درست است؟

۱) قبل از همانندسازی و به‌منظور باز شدن پیچ‌وتاب فامینه، باید هیستون‌ها از آن جدا شوند.

۲) هلیکازهای موجود در محل هر دوراهی همانندسازی، مارپیچ دنا و دو رشتهٔ آن را از هم باز می‌کنند.

۳) یکی از آنزیم‌های این فرایند که نوکلئوتیدهای مشابه را با نوکلئوتیدهای رشتهٔ الگو جفت می‌کند، دنابسپاراز است.

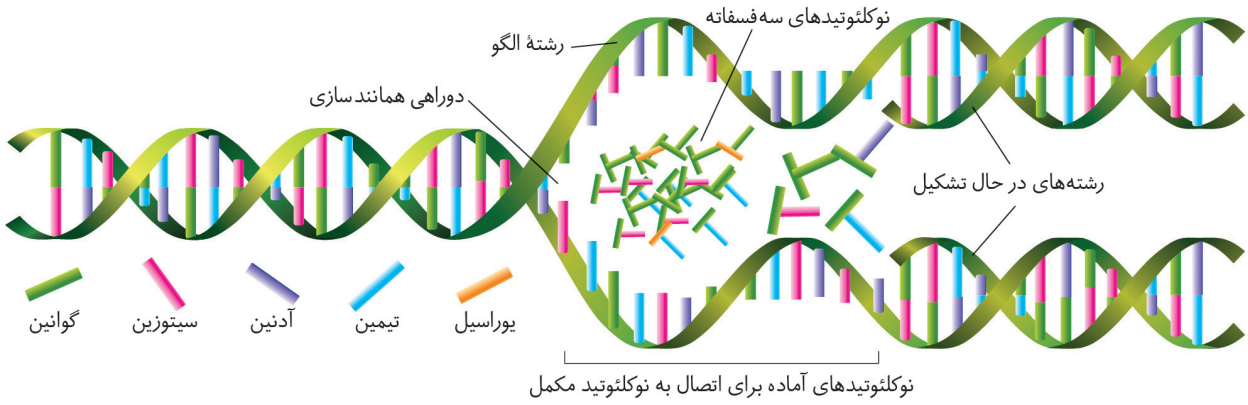
۴) گروهی از نوکلئوتیدهای قابل مشاهده در محل دوراهی همانندسازی، فاقد مونوساکارید قابل مشاهده در ساختار دنا هستند.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | خط به خط

ایستگاه آمار: تا کنون از مجموع ۲۳ سؤالی که به‌طور مستقیم یا غیرمستقیم از مباحث فصل ۱ در کنکورهای داخل کشور مطرح شده‌است، مجموعاً ۶ سوال از مباحث همانندسازی مطرح شده که در ۴ سوال، همانندسازی در پروکاریوت‌ها مستقیماً مورد پرسش قرار گرفته!

سرنخ جاندار مورد مطالعهٔ مزلسون و استال، باکتری E.coli است. بنابراین، منظور صورت سؤال فرایند همانندسازی دنا در پروکاریوت‌هاست.

با توجه به شکل زیر، در محل دوراهی همانندسازی، نوکلئوتیدهای مختلفی از جمله نوکلئوتیدهای دارای باز آلی یوراسیل مشاهده می‌شوند. این نوکلئوتیدها دارای قند ریبوز هستند؛ در حالی‌که مونوساکارید قابل مشاهده در ساختار دنا، دئوکسی‌ریبوز است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ دقت داشته باشید که پروکاریوت‌ها فاقد پروتئین هیستون هستند.

تله‌تستی دقت داشته باشید که چرخهٔ یاخته‌ای، میوز و میتوز، پروتئین‌های هیستون و نوکلئوزوم مربوط به یوکاریوت‌ها هستند و در یاخته‌های پروکاریوتی دیده نمی‌شوند!

۲ آنزیم هلیکاز با شکست پیوندهای هیدروژنی، مارپیچ دنا و دو رشتهٔ آن را از هم باز می‌کند. اما دقت داشته باشید که در هر دوراهی همانندسازی، یک آنزیم هلیکاز (نه هلیکازها!) وجود دارد.

۳ یکی از آنزیم‌های فرایند همانندسازی که نوکلئوتیدهای مکمل (نه مشابه!) را با نوکلئوتیدهای رشتهٔ الگو جفت می‌کند، دنابسپاراز است.

تله‌تستی دنابسپاراز تنها آنزیم دخیل در همانندسازی نیست، اما تنها آنزیمی در همانندسازی است که نوکلئوتیدها را به صورت مکمل جفت می‌کند.

موشکافی شکل بالا، همانندسازی دوجهتی را در یک نقطهٔ آغاز همانندسازی نشان می‌دهد. در مورد این نقطهٔ همانندسازی به نکات زیر دقت کنید:

۱ در هر نقطهٔ آغاز همانندسازی، تعداد دنابسپاراز دو برابر تعداد هلیکاز است.

۲ هر دوراهی همانندسازی، شکلی شبیه به حرف Y دارد و هلیکاز در دهانهٔ این Y قرار می‌گیرد.

۳ هلیکاز برخلاف دنابسپاراز، فقط روی دنای اولیه مؤثر است و اثری روی رشته‌های دنای جدید ندارد.

۴ هر آنزیم دنابسپاراز، فقط به یکی از رشته‌های دنای اولیه متصل می‌شود و فقط در ساخت یک رشتهٔ دنای جدید نقش دارد.

۵ هر آنزیم هلیکاز (برخلاف دنابسپاراز)، توانایی اتصال به هر دو رشتهٔ دنای اولیه را دارد.

۶ هر رشتهٔ دنا در هر نقطهٔ همانندسازی، به دو آنزیم دنابسپاراز و دو آنزیم هلیکاز متصل است. هر رشتهٔ دنا در هر دوراهی همانندسازی به یک آنزیم دنابسپاراز و یک آنزیم هلیکاز اتصال دارد.

۷ دنابسپاراز توانایی شکستن پیوند هیدروژنی را ندارد!

۳. در مرحله‌ای از آزمایشات ایوری و همکارانش، انتقال صفت فقط در یکی از محیط‌های به‌کاررفته رخ داد. کدام ویژگی، این مرحله را از دیگر مراحل آزمایشات ایوری، متمایز می‌کند؟

۱) افزوده‌شدن نوعی باکتری پوشینه‌دار زنده به محیط کشت

۲) معرفی دنا به عنوان مادهٔ وراثتی برای نخستین بار

۳) مشاهدهٔ عنصر فسفر تنها در یک لایهٔ تهیه‌شده

۴) افزایش تعداد آمینواسیدهای آزاد در باکتری

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | استنباطی

ایستگاه آمار: تا کنون از آزمایشات ایوری سوالی به‌طور مستقیم در کنکورهای نظام جدید مطرح نشده است، ولی با توجه به اینکه در کنکورهای ۱۴۰۴ از آزمایشات دانشمندان فصل ۱ دوازدهم سوال داشتیم، مطرح‌شدن سوال مستقیم از آزمایشات ایوری هم بعید نیست!

سرنخ در مرحلهٔ دوم آزمایشات ایوری و همکارانش، انتقال صفت فقط در یکی از محیط‌های به‌کاررفته رخ داد.

ایوری و همکارانش، پس از انجام مرحلهٔ دوم آزمایش خود به این نتیجه رسیدند که عامل اصلی و مؤثر در انتقال صفات، دنا است. بنابراین، در مرحلهٔ دوم، دنا برای نخستین بار به عنوان مادهٔ وراثتی معرفی شد.

تله‌تستی دقت داشته باشید که در مرحلهٔ اول آزمایشات ایوری نیز انتقال صفت فقط در یک محیط رخ داد. پس چرا مرحلهٔ اول رو در نظر نگرفتیم؟ چون در مرحلهٔ اول فقط یک محیط به کار گرفته شد و در همون یک محیط هم انتقال صفت رخ داد، اما در صورت سؤال گفته شده «فقط در یکی از محیط‌های به‌کاررفته»؛ یعنی مرحله‌ای مدنظره که در اون بیش از یک محیط به‌کار رفته، اما فقط در یکی از اون‌ها انتقال صفت رخ داده!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ دقت کنید که ایوری و همکارانش، باکتری پوشینه‌دار زنده به محیط کشت اضافه نکردند!

تله‌تستی ایوری از موش استفاده نکرد!

تله‌تستی ایوری باکتری‌های پوشینه‌دار را به محیط کشت اضافه نکرد؛ بلکه از عصارهٔ این باکتری‌ها استفاده کرد.

۳ در مرحلهٔ دوم آزمایشات ایوری، در لایهٔ حاوی لیپید (به دلیل وجود فسفولیپید) و در لایهٔ حاوی نوکلئیک‌اسید، امکان مشاهدهٔ عنصر فسفر وجود داشت.

۴ در مرحلهٔ اول و سوم (نه دوم!) آزمایش ایوری و همکارانش، به دلیل تخریب پروتئین‌ها، تعداد آمینواسیدهای آزاد باکتری افزایش یافت.

تفکرطراح **هر مرحله‌ای از آزمایش ایوری که .....**

۱ در بعضی از محیط‌های کشت انتقال صفت صورت گرفت : دوم و سوم

۲ از عصارهٔ استخراج‌شده از باکتری‌های پوشینه‌دار (کشته‌شده) استفاده شد : اول، دوم و سوم

۳ در آن پروتئین‌ها تخریب شدند : اول و سوم

۴ در آن از سانتریفیوژ با سرعت بالا استفاده شد : دوم

۵ در آن مواد به صورت لایه‌لایه جدا شدند : دوم

۶ در آن مشخص شد پروتئین عامل موثر انتقال صفات نیست : اول، دوم و سوم

۷ در آن مشخص شد دنا عامل انتقال صفات است : دوم و سوم

۴. با توجه به آنزیم‌هایی که حین همانندسازی بر روی دنای یاخته‌های پوششی پوست انسان اثر می‌گذارند، چند مورد صحیح است؟ «آنزیمی که .....»

الف) عملکردی دوگانه حین همانندسازی دارد، قادر به شکستن پیوندی درون‌نوکلئوتیدی است.

ب) دومین سطح فشردگی مادهٔ وراثتی را از بین می‌برد، در تماس با هر دو رشتهٔ دنای اولیه قرار می‌گیرد.

ج) دقت بالای همانندسازی منحصراً وابسته به فعالیت بسپارازی آن است، می‌تواند در طول رشتهٔ الگو به عقب بازگردد.

د) پیوندهایی در ساختار دنای اولیه را می‌شکند، قادر به شناسایی جایگاه آغاز همانندسازی و ایجاد دوراهی همانندسازی می‌باشد.

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۱ سخت | مفهومی

ایستگاه آمار: به‌طور کلی ۵ تست از مباحث آنزیم‌ها در کنکورهای نظام جدید مطرح شده است که از این بین ۳ تست مستقیماً از آنزیم‌های دخیل در همانندسازی بوده است. اگر بخوام درصدی بهتون بگم، حدود ۵۰ درصد از سوالات مباحث همانندسازی از آنزیم‌های دخیل در این فرایند بوده!

سرنخ منظور سوال آنزیم‌هایی است که پس از آغاز همانندسازی بر روی دنا اثر می‌گذارند. حواست باشه که آنزیم جداکننده هیستون از دنا جزء این آنزیم‌ها طبقه بندی نمی‌شود، چون قبل از شروع همانندسازی فعالیت می‌کند.

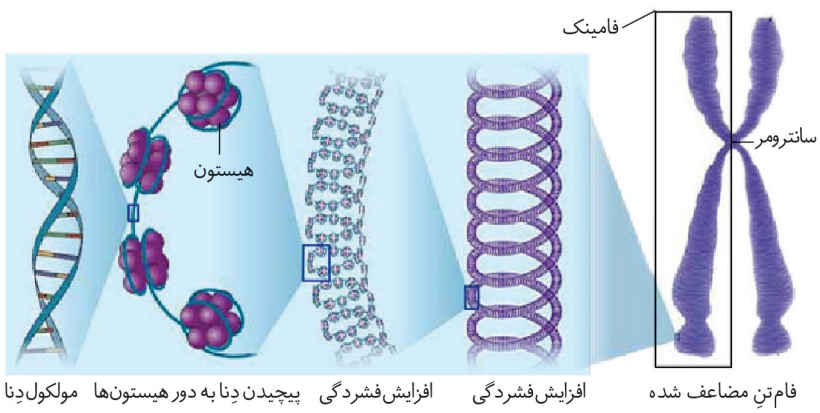
موارد (الف) و (د) عبارت را به طور مناسب کامل می‌کنند.

بررسی همهٔ موارد:

الف آنزیم دنابسپاراز عملکرد دوگانه دارد که شامل بسپارازی و نوکلئازی است. این آنزیم قادر به شکستن پیوند بین فسفاتی می‌باشد که نوعی پیوند درون‌نوکلئوتیدی است.

نکته نوکلئوتیدهای آزاد در یاخته به صورت سه‌فسفاته هستند و آنزیم دنابسپاراز هنگام اضافه‌کردن آن‌ها به دنای در حال ساخت، پیوند بین دو گروه فسفات را می‌شکند و نوکلئوتید را به صورت تک‌فسفاته به رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی اضافه می‌کند.

ب طبق شکل کتاب درسی یازدهم، دومین سطح فشردگی مادهٔ وراثتی یاخته‌های انسان، پیچیدن دنا به دور هیستون می‌باشد که این مرحله از فشردگی توسط آنزیم جداکننده هیستون از دنا از بین می‌رود. دقت بفرما که این آنزیم پیش از شروع همانندسازی فعالیت می‌کند!



تله‌تستی دقت داشته باشید که بازکردن **پیچ‌وتاب فامینه** و جداکردن **پروتئین‌های همراه** آن، **قبل از** فرایند همانندسازی و توسط آنزیم‌هایی ویژه‌ای **غیر از هلیکاز** صورت می‌گیرد، اما بازکردن **مارپیچ دنا** و جداکردن **دو رشتهٔ** آن از هم، **حین** فرایند همانندسازی و توسط **هلیکاز** انجام می‌شود.

ج دقت زیاد همانندسازی، تا حدود زیادی مربوط به رابطهٔ مکملی بین نوکلئوتیدها است و آنزیم دنابسپاراز، نوکلئوتیدها را براساس رابطهٔ مکملی مقابل هم قرار می‌دهد. پس چرا این مورد غلطه؟ به خاطر قید منحصراً!

د آنزیم هلیکاز پیوندهای هیدروژنی دنای اولیه را می‌شکند. این آنزیم قادر به شناسایی جایگاه آغاز همانندسازی و ایجاد دوراهی‌های Yمانند همانندسازی می‌باشد.

تست‌درتست **با توجه به انواع آنزیم‌هایی که در فرایند همانندسازی دنا فعالیت می‌کنند، کدام مورد را می‌توان بیان نمود؟**

۱) هر آنزیمی که مارپیچ دنا را باز می‌کند، پروتئین‌های همراه آن را جدا می‌کند.

۲) هر آنزیمی که می‌تواند به آنزیم مشابه خود برسد، پیوند فسفودی‌استر را تشکیل می‌دهد.

۳) هر آنزیمی که قادر به تشکیل پیوند نمی‌باشد، فعالیت آن سریع‌تر از آنزیم‌های دیگر به پایان می‌رسد.

۴) هر آنزیمی که پیوندهای موجود در پله‌های مولکول دنا را می‌سازد، دو رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی را در بر می‌گیرد.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | مفهومی

منظور از آنزیمی که قادر به تشکیل پیوند نمی‌باشد، هلیکاز است. این آنزیم، مارپیچ دنا و دو رشتهٔ آن را از هم باز می‌کند و فعالیت آن لازمهٔ انجام فعالیت آنزیم‌های دیگر است؛ بنابراین فعالیت این آنزیم، سریع‌تر از آنزیم‌های دیگر به پایان می‌رسد.

تفکرطراح **آنزیمی مؤثر در همانندسازی و فرایندهای پیش از آن که .....**

۱) پیوندهای موجود در مولکول دنای اولیه را می‌شکند ← هلیکاز (شکستن پیوندهای هیدروژنی دنای اولیه)

۲) پیوندهای موجود در رشتهٔ دنای در حال ساخت را می‌شکند ← دنابسپاراز (فعالیت نوکلئازی)

۳) دقت زیادی دارد و اشتباه‌های حین همانندسازی را اصلاح می‌کند ← دنابسپاراز

۴) پیوندی را که خودش ایجاد کرده است، می‌تواند بشکند ← دنابسپاراز

۵) باعث بازشدن مارپیچ دنا می‌شود ← هلیکاز

۶) دو رشتهٔ دنای اولیه را از هم جدا می‌کند و باعث افزایش فاصلهٔ بین این دو رشته می‌شود ← هلیکاز

۷) پیچ و تاب فامینه را باز می‌کند ← آنزیم‌های مؤثر در جداشدن هیستون‌ها از مولکول دنا

۸) در یاخته‌های یوکاریوتی در مرحلهٔ S چرخهٔ یاخته‌ای فعالیت شدیدی دارد ← همهٔ آنزیم‌های مؤثر در همانندسازی دنای خطی

۹) باعث ایجاد ساختار Y مانند می‌شود ← هلیکاز

۱۰) مهمترین آنزیم در جفت‌شدن نوکلئوتیدهای مکمل در مقابل نوکلئوتیدهای رشتهٔ الگوی دنا است ← دنابسپاراز

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) آنزیم هلیکاز، مارپیچ دنا و دو رشتهٔ آن را از هم باز می‌کند. این آنزیم نقشی در جداکردن پروتئین‌های همراه دنا (هیستون‌ها) ندارد.

۲) هلیکاز و دنابسپاراز می‌توانند به آنزیم مشابه خود برسند. هلیکاز نقشی در تشکیل پیوند فسفودی‌استر ندارد.

۴) منظور از پیوندهای موجود در پله‌های مولکول دنا، پیوندهای هیدروژنی است. دقت داشته باشید که تشکیل پیوندهای هیدروژنی به صورت خودبه‌خودی و بدون دخالت آنزیم صورت می‌گیرد.

موارد مقایسه	دنابسپاراز	هلیکاز
بازکردن مارپیچ دنا	✗	✓
شکستن پیوند	پیوند فسفات-فسفات در نوکلئوتید سه فسفاته - پیوند فسفودی‌استر در دنای در حال تشکیل	پیوند هیدروژنی بین دو رشتهٔ دنا
ایجاد پیوند	پیوند فسفودی‌استر در دنای در حال تشکیل	-
الگوبرداری از روی ژن	✓ (دنابسپاراز طی همانندسازی از همهٔ انواع قسمت‌های مولکول دنا الگو برداری می‌کند؛ از جمله ژن!)	-
توانایی ویرایش و اصلاح اشتباهات خود	✓	✗
توانایی ایجاد حباب در مولکول دنا	✗	✓ (حباب همانندسازی)

۵. با توجه به دانشمندان مطرح‌شده در گفتار اول فصل ۱ دوازدهم، کدام مورد صحیح است؟

۱) هر دانشمندی که چندرشته‌ای بودن دنا را نشان داد، به مارپیچی‌بودن ساختار مولکول دنا نیز پی برد.

۲) هر دانشمندی که نظرات دانشمندان قبلی را رد کرد، در راستای شناسایی ماهیت مادهٔ وراثتی تلاش کرد.

۳) هر دانشمندی که برای اولین بار انتقال صفت بین یاخته‌ها را نشان داد، از دو گونهٔ مختلف باکتری استفاده کرد.

۴) هر دانشمندی که علت برابری بازهای پورینی با پیریمیدینی در دنا را نشان داد، دنای جانداران مختلف را بررسی کرد.

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | مفهومی

ایستگاه آمار: از دانشمندانی که در زمینهٔ شناخت ساختار دنا فعالیت کردند، برای اولین بار در کنکور تیرماه ۱۴۰۴ سوال مطرح شد و خب اهمیت موضوع دانشمندان دوچندان شد! در این سوال، گزینه‌ها از همهٔ دانشمندان (مزلسون و استال، واتسون و کریک، چارگاف و ویلکینز و فرانکلین) مطرح شده بود.

ویلکینز و فرانکلین و واتسون و کریک، نشان دادند که دنا بیش از یک رشته دارد. همهٔ این دانشمندان، در جریان پژوهش‌های خود، مارپیچی‌بودن ساختار مولکول دنا را نیز نشان دادند.

تله‌تستی حواستون باشه که ویلکینز و فرانکلین فقط فهمیدن که مولکول دنا بیش از یک رشته داره، اما اینکه دقیقاً دورشته‌ای هست رو مطرح نکردن، اما واتسون و کریک دقیقاً گفتن که مولکول دنا به صورت یک مارپیچ دورشته‌ایه!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ ایوری و چارگاف با پژوهش‌های خود، نظرات دانشمندان قبل از خود را رد کردند. چارگاف در راستای شناسایی ساختار دنا (نه ماهیت آن!) تلاش کرد.

۳ گریفیت، برای اولین بار انتقال صفت میان یاخته‌ها را نشان داد. این دانشمند در جریان پژوهش‌های خود، از یک **گونه** باکتری که دارای **دو نوع** پوشینه‌دار و بدون پوشینه بود، استفاده کرد.

تله‌تستی حواست باشه که اولین بار گریفیت (نه ایوری) فهمید که صفات منتقل میشن. تخریب مولکول‌های زیستی هم اولین بار توسط گریفیت (نه ایوری!) صورت گرفت.

تله‌تستی دقت داشته باشید که هر دو نوع باکتری استرپتوکوکوس نومونیای پوشینه‌دار و بدون پوشینه، متعلق به یک گونه هستند!

۴ واتسون و کریک با ارائهٔ مدل مولکولی نردبان مارپیچ برای ساختار دنا، علت برابری بازهای آلی دنا را نشان دادند. این دانشمندان برخلاف چارگاف، دنای جانداران مختلف را بررسی نکردند.

تله‌تستی حواستون باشه که چارگاف با استخراج دنای جانداران مختلف و بررسی آن‌ها، برابری بازهای آلی پورینی با پیریمینی را نشان داد و نتوانست علت این برابری را مشخص کند و علت این برابری در اثر تلاش‌های واتسون و کریک مشخص گردید.

تفکرطراح دانشمند (یا دانشمندانی) که .....

۱ سعی داشت واکسنی برای آنفلوانزا تولید کند : گریفیت

۲ اطلاعات اولیه در مورد مادهٔ وراثتی را به دست آورد : گریفیت

۳ نشان داد مادهٔ وراثتی می‌تواند به یاختهٔ دیگری منتقل شود : گریفیت / ایوری

۴ ماهیت عامل اصلی انتقال صفات وراثتی را مشخص کرد : ایوری

۵ از باکتری‌های استرپتوکوکوس نومونیا استفاده کرد : گریفیت / ایوری

۶ در آزمایشات خود از آنزیم تخریب‌کنندهٔ مولکول‌های زیستی (پروتئین، لیپید، کربوهیدرات، نوکلئیک اسید) استفاده کرد : ایوری

۷ در آزمایش خود پروتئین‌ها (فراوان‌ترین و متنوع‌ترین گروه مولکول‌های زیستی) را تخریب کرد : گریفیت (با گرما) + ایوری

۸ در آزمایشات خود از سانتریفیوژ با سرعت بالا/ بسیاربالا استفاده کردند : ایوری / مزلسون و استال

۹ برای نخستین بار نشان داد تعداد آدنین با تیمین (و تعداد گوانین با سیتوزین) در دنا برابر است : چارگاف

۱۰ از داده‌های حاصل از تصاویر تهیه‌شده از دنا با پرتو ایکس استفاده کردند : ویلکینز و فرانکلین / واتسون و کریک

۱۱ با استفاده از پرتو ایکس ابعاد مولکول دنا را تشخیص دادند : ویلکینز و فرانکلین

۱۲ می‌دانستند مولکول دنا دارای بیش از یک رشته است: ویلکینز و فرانکلین / واتسون و کریک / مزلسون و استال

۱۳ می‌دانستند مولکول دنا دارای دو رشته است : واتسون و کریک / مزلسون و استال

۱۴ از نتایج آزمایش‌های چارگاف استفاده کردند : واتسون و کریک

۱۵ به خاطر مدل مولکولی خود در سال ۱۹۶۲ جایزهٔ نوبل دریافت کردند : واتسون و کریک

۶. کدام مورد، برای تکمیل عبارت زیر نامناسب است؟ (از دنای سیتوپلاسمی یوکاریوت‌ها صرف نظر کنید.)

«در ریزوبیوم ..... میکوریزا، .....»

۱) برخلاف - طی همانندسازی دنا، دو هلیکاز می‌توانند ابتدا از هم دور و سپس به هم نزدیک شوند.

۲) همانند - مادهٔ وراثتی حاوی ژن(های) مربوط به ساخت آنزیم دنابسپاراز می‌باشد.

۳) برخلاف - تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی ممکن نیست افزایش یابد.

۴) همانند - همانندسازی دنا می‌تواند در دو جهت انجام شود.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | استنباطی

ایستگاه آمار: از مجموع ۶ سوالی که از مبحث همانندسازی در کنکورهای نظام جدید مطرح شده است، نیمی از سوالات (۳ سوال)، در زمینهٔ مقایسهٔ همانندسازی در پروکاریوت‌ها و یوکاریوت‌ها بوده است.

سرنخ میکوریزا نوعی قارچ‌ریشه‌ای (یوکاریوت) و ریزوبیوم نوعی باکتری (پروکاریوت) است.

می‌دانیم که تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی در یوکاریوت‌ها می‌تواند بسته به مراحل رشد و نمو تنظیم (کم یا زیاد) شود. از طرفی می‌دانیم که از نتایج آزمایشات گریفیت مشخص شد که مادهٔ وراثتی می‌تواند به یاخته‌ای دیگر منتقل شود. برای مثال، دنای حاوی دستور ساخت پوشینه می‌تواند از باکتری پوشینه‌دار به باکتری بدون پوشینه منتقل شود. در این شرایط، تعداد جایگاه آغاز همانندسازی در باکتری بدون پوشینه افزایش می‌یابد. این ویژگی در خصوص باکتری‌های دیگر مانند ریزوبیوم نیز صادق است.

بررسی مثال‌هایی از افزایش نقاط همانندسازی:

۱) مثلا در دوران جنینی: در مرحلهٔ مورولا و بلاستولا

۲) بخش مریستمی گیاه (مریستم نخستین و مریستم های پسین)

۳) یاخته های مغز قرمز استخوان در شرایط ترشح زیاد اریتروپویتین

۴) هورمون رشد با اثر بر یاخته های غضروفی صفحات رشد

۵) یاخته های سرطانی

۶) یاخته های تودهٔ ملانوما

۷) افزایش تقسیم یاخته‌های لایهٔ داخلی رحم با اثر هورمون‌های استروژن و پروژسترون

نکته جمع بندی این مبحث: با افزایش تعداد جایگاه آغاز همانندسازی ← افزایش سرعت همانندسازی، افزایش تعداد هلیکاز و دنابسپاراز، افزایش سرعت مصرف نوکلئوتیدها و سرعت تولید فسفات، افزایش مصرف انرژی و کاهش زمان صرف‌شده برای همانندسازی مشاهده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در دنای خطی یوکاریوت‌ها، دو هلیکاز می‌توانند از هم دور یا به هم نزدیک شوند، اما نمی‌توانند ابتدا از هم دور و سپس به هم نزدیک شوند. این ویژگی فقط در همانندسازی دوجهتی دنای حلقوی دیده می‌شود.

۲ ژن(های) مربوط به ساخت آنزیم دناسپاراز، در مولکول‌های دنای حلقوی پروکاریوت‌ها و دنای خطی و حلقوی یوکاریوت‌ها وجود دارد.

۴ در یوکاریوت‌ها و پروکاریوت‌ها، همانندسازی دنا می‌تواند در دو جهت انجام شود.

مورد مقایسه	همانندسازی دنای اصلی یوکاریوت‌ها	همانندسازی دنای اصلی پروکاریوت‌ها
محل انجام همانندسازی	هسته	سیتوپلاسم
تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی دنا	بیش از یک (چندین) جایگاه	معمولاً یک جایگاه
جهت همانندسازی	دوجهتی	دوجهتی - تک‌جهتی
تعداد هلیکاز در هر جایگاه آغاز همانندسازی	دو	یک - دو
تعداد دنابسپاراز در هر جایگاه آغاز همانندسازی	چهار	دو - چهار
تعداد هلیکاز در هر دوراهی همانندسازی	یک	یک
تعداد دنابسپاراز در هر دوراهی همانندسازی	دو	دو
تغییر تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی در یک مولکول دنا	امکان‌پذیر است.	امکان‌پذیر نیست.
جداشدن هیستون‌ها پیش از آغاز همانندسازی	بله	خیر (فاقد هیستون)
تعداد جایگاه آغاز و پایان همانندسازی	نابرابر	برابر
امکان قرارگیری جایگاه آغاز و پایان همانندسازی روبه‌روی هم	وجود ندارد.	وجود دارد.

کنکورچی‌میگه؟ کدام گزینه، عبارت زیر را به‌طور مناسب کامل می‌کند؟

«در جاندارانی که عامل اصلی انتقال صفات وراثتی به غشای یاخته متصل .....»

۱) نیست، در هر فام‌تن (کروموزوم)، می‌تواند جایگاه‌های آغاز همانندسازی متعددی به وجود آید.

۲) است، در ساختار هر واحد تکرارشوندهٔ دنا (AND)ی آن‌ها، پیوند فسفودی‌استر وجود دارد.

۳) است، با جداشدن دو گروه فسفات از انتهای رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی دنا (AND)، نوکلئوتید جدید به آن اضافه می‌شود.

۴) نیست، آنزیم دورکنندهٔ دو رشتهٔ دنا (AND) از یکدیگر، می‌تواند نوکلئوتیدها را بر اساس رابطهٔ مکملی بازها و ساختار آن‌ها مقابل نوکلئوتیدهای رشتهٔ الگو قرار دهد.

پاسخ: گزینه ۱ آسان | مفهومی

در یوکاریوت‌ها، دنا (عامل اصلی انتقال صفات) به غشا متصل نیست، اما در پروکاریوت‌ها، دنای اصلی به غشا متصل است. در یوکاریوت‌ها، در بیش از یک از محل از فام‌تن‌ها ممکن است همانندسازی آغاز شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ پیوند فسفودی‌استر در ساختار واحدهای تکرارشوندهٔ دنا (نوکلئوتیدها) مشاهده نمی‌شود؛ بلکه بین دو نوکلئوتید مجاور تشکیل می‌شود.

۳ با جداشدن دو گروه فسفات از نوکلئوتید جدید (نه انتهای رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی)، امکان افزوده‌شدن آن به رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی فراهم می‌شود.

۴ دور کردن دو رشتهٔ دنا از یکدیگر توسط هلیکاز و قراردادن نوکلئوتیدها در مقابل رشتهٔ الگو توسط دنابسپاراز انجام می‌شود.

۷. کدام مورد، در خصوص گونه‌ای از باکتری‌ها که در آزمایش گریفیت مورد استفاده قرار گرفت، صحیح است؟

۱) کم‌تربودن ضخامت پوشینه نسبت به دیواره

۲) کروی‌شکل بودن و داشتن قطر کمتر از ۴۰۰ نانومتر

۳) غیریکنواخت بودن تراکم اندامک‌های غشادار در سیتوپلاسم

۴) ایجاد تغییرات عملکردی در ریهٔ موش توسط نوع پوشینه‌دار آن

پاسخ: گزینه ۴ آسان | مفهومی

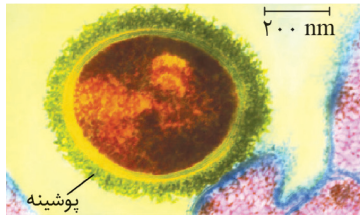
ایستگاه آمار: از گریفیت و آزمایشاتی که انجام داد، برای اولین بار در کنکور اردیبهشت ۱۴۰۴ یک سوال مطرح شد.

سرنخ در آزمایشات گریفیت، از باکتری استرپتوکوکوس نومونیا استفاده شد.

با توجه به مطالب کتاب درسی، نوع پوشینه‌دار این باکتری موجب سینه‌پهلو در موش‌ها شد. بنابراین نوع پوشینه‌دار آن، می‌تواند تغییرات عملکردی در ریهٔ موش ایجاد کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ با توجه به شکل زیر، ضخامت پوشینه در استرپتوکوکوس نومونیا نسبت به ضخامت دیواره بیشتر (نه کمتر!) است.



۲ با توجه به شکل بالا، استرپتوکوکوس نومونیا دارای ظاهر کروی‌شکل بوده و قطر آن بیش از (نه کم‌تر از!) ۴۰۰ نانومتر است.

نکته باکتری‌ها دارای شکل‌های گوناگونی هستند. برای مثال، استرپتوکوکوس نومونیا، کروی‌شکل و اشرشیاکلای، میله‌ای‌شکل است.

۳ قسمتی از سیتوپلاسم این باکتری، تیره‌تر و قسمتی از آن، روشن‌تر دیده می‌شود. اما دقت کنید که در باکتری‌ها، اندامک غشادار وجود ندارد!

موشکافی **باکتری استرپتوکوکوس نومونیای پوشینه‌دار**

۱ اندازهٔ باکتری استرپتوکوکوس نومونیا، بیش از ۲۰۰ نانومتر (نه میکرومتر) و چیزی در حدود ۸۰۰ نانومتر است. بنابراین استرپتوکوکوس نومونیا نسبت به یاخته‌های بدن انسان کوچک‌تر است.

۲ از آن‌جایی که باکتری استرپتوکوکوس نومونیا تقریبا کروی‌شکل است؛ کپسول، دیوارهٔ یاخته‌ای و غشای آن نیز به صورت کروی قرار می‌گیرد.

۳ تراکم سیتوپلاسم استرپتوکوکوس نومونیا در بخش‌های مختلف آن یکسان نیست. این موضوع از تفاوت رنگ بخش‌های مختلف سیتوپلاسم برداشت می‌شود.

۴ پوشینهٔ باکتری با غشای یاخته تماس مستقیم ندارد. بین پوشینه و غشا بخش دیگری قرار دارد که کتاب درسی نام‌گذاری نکرده اما بهتر است بدانید که این بخش، دیوارهٔ یاخته‌ای است. بنابراین می‌توان گفت در اطراف سیتوپلاسم باکتری استرپتوکوکوس نومونیای پوشینه‌دار سه جزء مشاهده می‌شود که از داخل به خارج عبارت‌اند از: غشا - دیوارهٔ یاخته‌ای - پوشینه

۵ ترتیب اجزا از نظر ضخامت به این صورت است: پوشینه > دیوارهٔ یاخته‌ای > غشا

۶ ضخامت پوشینه، دیوارهٔ یاخته‌ای و غشا کمتر از ۲۰۰ نانومتر است.

۷ سطح پوشینه صاف نیست. در سطح پوشینه برجستگی‌هایی دیده می‌شود که به اتصال باکتری به سطوح مختلف کمک می‌کنند.

۸ باکتری استرپتوکوکوس نومونیا مژک و تاژک ندارد!

۸. کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«در انسان، فقط (در) آن بخشی از مولکول دنای هسته‌ای که ..... ساختار نردبان‌مانند را تشکیل می‌دهد، .....»

۱) ستون‌های - درون هر یک از زیرواحدهای خود، پیوند فسفودی‌استر دارد.

۲) پله‌های - بین دو حلقه با تعداد اضلاع برابر، پیوند هیدروژنی دارد.

۳) ستون‌های - هر قند پنج‌کربنی با دو گروه فسفات پیوند دارد.

۴) پله‌های - از چهار نوع عنصر مختلف تشکیل شده است.

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | مفهومی

سرنخ ستون‌های ساختار نردبان‌مانند دنا شامل قند و گروه فسفات و پله‌های آن شامل بازهای آلی است.



در پله‌ها، بازهای آلی مکمل با یکدیگر پیوند هیدروژنی دارند. باز آلی تک‌حلقه‌ای دارای یک حلقهٔ شش‌ضلعی و باز آلی دوحلقه‌ای دارای یک حلقهٔ پنج‌ضلعی و یک حلقهٔ شش‌ضلعی است و حلقهٔ شش‌ضلعی آن‌ها با یکدیگر پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهند. در ستون‌های مولکول دنا، پیوند هیدروژنی وجود ندارد.

مقایسهٔ ستون‌ها و پله‌ها در مدل مولکولی نردبان مارپیچ

موارد مقایسه	ستون‌های نردبان	پله‌های نردبان
اجزاء	قند و فسفات	بازهای آلی
تعداد	۲	نصف تعداد نوکلئوتیدها
پیوند فسفودی‌استر	دارد	ندارد
پیوند هیدروژنی	ندارد	دارد

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) پیوند فسفودی‌استر بین زیرواحدها وجود دارد؛ نه درون هر زیرواحد!

نکته پیوند فسفودی‌استر بین دو قند مجاور برقرار شده و خودش از دو پیوند اشتراکی تشکیل شده است: ۱- پیوند اول در ساختار نوکلئوتید قرار دارد و بین قند و فسفات همان نوکلئوتید است. ۲- پیوند دوم بین فسفات یک نوکلئوتید و قند نوکلئوتید مجاور ایجاد می‌شود. به منظور تشکیل و شکسته شدن پیوند فسفودی‌استر فقط در این قسمت پیوند تغییر ایجاد می‌شود و پیوند درون نوکلئوتید همیشه ثابت است.

۳) دنای هسته خطی است و قند واقع در یکی از دو انتهای هر رشتهٔ دنا، تنها با یک (نه دو!) گروه فسفات پیوند دارد.

۴) پله‌ها شامل چهار نوع عنصر هیدروژن، کربن، اکسیژن و نیتروژن هستند و ستون‌ها شامل چهار نوع عنصر کربن، هیدروژن، اکسیژن و فسفر هستند. پس هر دو بخش (نه فقط پله‌ها!) دارای چهار نوع عنصر می‌باشند.

۹. در ارتباط با آزمایشات مزلسون و استال، کدام عبارت صحیح است؟

۱) در یکی از مراحلی که در قسمت میانی لوله نواری از دنا تشکیل گردید، یکی از طرح‌های همانندسازی رد شد.

۲) در هر مرحله‌ای که طرح همانندسازی حفاظتی رد شد، نواری با دو رشته با چگالی متفاوت در محلول سدیم‌کلرید تشکیل گردید.

۳) در یکی از مراحلی که نواری متشکل از تنها یک نوع نوکلئوتید تشکیل گردید، نوکلئوتیدهای نشانه‌گذاری‌شده در میانهٔ لوله قرار داشتند.

۴) در هر مرحله‌ای که تنها یک نوار در لوله تشکیل شد، در نوار تشکیل‌شده تعداد نوکلئوتیدهای ^{14}N و ^{15}N دنای باکتری‌های کروی‌شکل برابر بود.

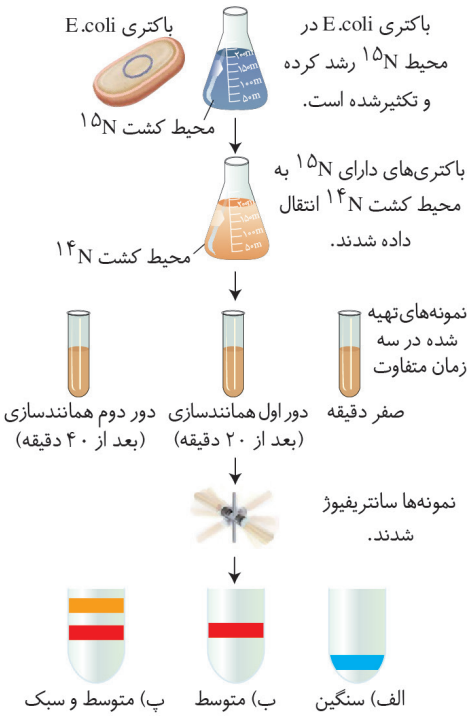
پاسخ: گزینه ۳ متوسط | مفهومی

در مرحله اول نوار کاملاً سنگین در قسمت پایین لوله و در مرحله سوم نوار کاملاً سبک در قسمت بالای لوله تشکیل شد. در مرحله اول نوکلئوتیدهای نشانه‌گذاری‌شده در قسمت پایینی لوله بودند و در مرحله سوم نوکلئوتیدهای نشانه‌گذاری شده در قسمت میانی لوله قرار داشتند. بنابراین این گزینه در مورد مرحله سوم درسته!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در مرحله دوم و سوم از آزمایش‌های مزلسون و استال، در قسمت میانی لوله نواری از دنا تشکیل شد. در مرحله دوم طرح حفاظتی و در مرحله سوم طرح غیرحفاظتی رد شد.

۲) در مرحله دوم طرح حفاظتی رد شد. در این مرحله، نواری با دو رشته با چگالی متفاوت تشکیل شد. دقت کن که محلول استفاده شده در آزمایش مزلسون و استال، سزیم کلرید بود؛ نه سدیم کلرید! پس علت نادرستی این گزینه همین بود!



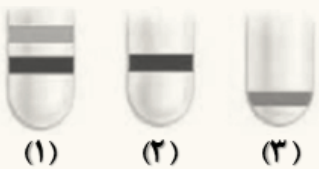
تله‌تستی در خصوص آزمایشات مزلسون و استال، به تله‌های تستی زیر دقت کنید:

۱) دنای باکتری‌ها (نه خود باکتری‌ها!) در فواصل ۲۰ دقیقه‌ای سانتریفیوژ می‌شدند!

۲) دنای باکتری‌ها در محلول سزیم‌کلرید (نه سدیم‌کلرید!) سانتریفیوژ می‌شدند!

۴ در مرحله اول و دوم تنها یک نوار در لوله تشکیل شد. در مرحله اول در نوار تشکیل‌شده صرفاً نوکلئوتیدهای ^{15}N و در مرحله دوم نوکلئوتیدهای ^{14}N و ^{15}N در نوار تشکیل‌شده دیده می‌شود. بنابراین این گزینه غلطه! ضمناً یک ایراد دیگه هم توی این گزینه داریم که اون هم اینه که باکتری مورداستفاده در این آزمایش، اشرشیاکلای است که باکتری میله‌ای شکل است، نه کروی!

تست‌درتست **با توجه به شکل‌های زیر و با فرض اینکه دناهای اولیه فقط دارای ^{15}N باشند و همانندسازی در محیط کشت حاوی ^{14}N انجام شود، کدام مورد برای تکمیل عبارت سؤال نامناسب است؟ «شکل ..... می‌تواند نتیجهٔ حاصل از دور ..... همانندسازی به روش ..... باشد.»**



۱) ۱ - دوم - نیمه‌حفاظتی

۲) ۲ - اول - غیرحفاظتی

۳) ۳ - اول - حفاظتی

۴) ۲ - سوم - پراکنده

پاسخ: گزینه ۳ آسان | مفهومی

با توجه به شرایط ذکرشده در سؤال، در این حالت، نیمی از دناهای حاصل فقط دارای ^{15}N و نیمی از آن‌ها فقط دارای ^{14}N خواهند بود. در این حالت، یک نوار در پایین و یک نوار در بالای لوله تشکیل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ با توجه به شرایط ذکرشده در سؤال، در این حالت، نیمی از دناها دارای هر دو نوع نیتروژن (^{14}N و ^{15}N) و نیمی از آن‌ها فقط دارای ^{14}N خواهند بود. در این حالت، یک نوار در وسط لوله و یک نوار در بالای لوله تشکیل می‌شود.

۲ و ۴ با توجه به شرایط ذکرشده در سؤال، در این حالت، همهٔ دناها دارای هر دو نوع نیتروژن (^{14}N و ^{15}N) خواهند بود. در این حالت، یک نوار در وسط لوله تشکیل می‌شود.

تله‌تستی دقت داشته باشید که فقط در دور اول همانندسازی، گریزدادن دناهای حاصل از هر دو طرح غیرحفاظتی و نیمه‌حفاظتی نتیجهٔ مشابهی در پی دارد و در دورهای بعدی همانندسازی گریزدادن دناهای حاصل از این دو طرح همانندسازی، نوارهای متفاوتی را در لوله ایجاد می‌کنند!

مقایسهٔ مراحل آزمایش مزلسون و استال

موارد مقایسه	صفر دقیقه	دور اول همانندسازی (بعد از ۲۰ دقیقه)	دور دوم همانندسازی (بعد از ۴۰ دقیقه)
تعداد نوار تشکیل‌شده	یک	یک	دو
چگالی نوار(های) تشکیل‌شده	سنگین	متوسط	متوسط و سبک
استفاده از سانتریفیوژ	بله	بله	بله
نتیجه	-	طرح همانندسازی حفاظتی رد شد.	طرح همانندسازی پراکنده رد و نیمه حفاظتی تأیید شد.
شکل			

۱۰. با توجه به مراحل آزمایش گریفیت، کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«در هر مرحله‌ای که تزریق باکتری‌های ..... به موش‌ها صورت گرفت، ..... شدند.»

۱) پوشینه‌دار - موش‌ها به بیماری سینه‌پهلو مبتلا

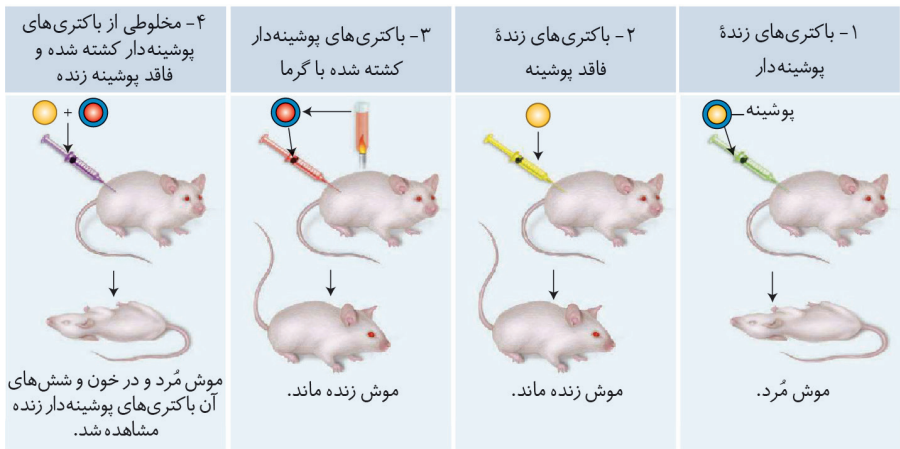
۲) فاقد پوشینه - تعدادی از آن‌ها تغییر کرده و پوشینه‌دار

۳) زنده - باکتری‌ها در خون و شش‌های موش‌های مرده مشاهده

۴) کشته‌شده - پادتن‌های موش‌ها به پادگن‌های سطحی باکتری‌ها متصل

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | مفهومی

با توجه به شکل زیر، در مراحل سوم و چهارم، تزریق باکتری‌های کشته‌شده به موش‌ها صورت گرفت. دقت داشته باشید که در همهٔ مراحل آزمایش گریفیت، دستگاه ایمنی موش‌ها علیه پادگن‌های باکتری‌ها به تولید پادتن پرداخته و این پادتن‌ها به پادگن‌های سطحی باکتری‌ها متصل می‌شوند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در مراحل اول، سوم و چهارم، تزریق باکتری‌های پوشینه‌دار به موش‌ها صورت گرفت. در مرحلهٔ سوم، موش‌ها به سینه‌پهلو مبتلا نشدند.

۲ در مراحل دوم و چهارم، تزریق باکتری‌های فاقد پوشینه به موش‌ها صورت گرفت. فقط در مرحلهٔ چهارم، تعدادی از باکتری‌های فاقد پوشینه تغییر کرده و پوشینه‌دار شدند.

۳ در مراحل اول، دوم و چهارم، تزریق باکتری‌های زنده به موش‌ها صورت گرفت. فقط در مراحل اول و چهارم، موش‌ها مردند.

تله‌تستی در هر آزمایشی از گریفیت که باکتری پوشینه‌دار در خون موش‌ها مشاهده شد، لزوماً موش‌ها نمردند. در آزمایش سوم با تزریق باکتری‌های پوشینه‌دار مرده، موش‌ها زنده ماندند.

تله‌تستی در هر آزمایشی از گریفیت که موش‌ها نمردند، لزوماً در خون موش‌ها باکتری فاقد پوشینه مشاهده نشد. آزمایش سوم این‌گونه بود.

تله‌تستی در هر آزمایشی از گریفیت که باکتری پوشینه‌دار در خون موش‌ها مشاهده شد، لزوماً باکتری پوشینه‌دار زنده به موش‌ها تزریق نشد. آزمایش چهارم این‌گونه بود.

آزمایش‌های گریفیت	اول	دوم	سوم	چهارم
سرنوشت موش‌ها	مردند	زنده ماندند	زنده ماندند	مردند
نتایج مطابق انتظار گریفیت بود؟	✓	✓	✓	✗
ابتلای موش‌ها به سینه پهلو؟	✓	✗	✗	✓
از باکتری‌های پوشینه‌دار استفاده شد؟	✓ (زنده)	✗	✓ (مرده)	✓ (مرده)
از باکتری‌های بدون پوشینه استفاده شد؟	✗	✓	✗	✓
تغییری در ظاهر برخی باکتری‌های استرپتوکوکوس نومونیا صورت گرفت؟	✗	✗	✗	✓
تمام باکتری‌های مشاهده شده در خون موش‌ها، پوشینه‌دار بودند؟	✓ (زنده)	✗	✓ (مرده)	✗ (برخی پوشینه‌دار زنده و برخی پوشینه‌دار مرده و برخی بدون پوشینه)
فعالیت دستگاه ایمنی موش‌ها تحریک شد؟	✓	✓	✓	✓
مشخص شد که وجود پوشینه به تنهایی عامل مرگ موش‌ها نیست؟	✗	✗	✓	✗
باکتری‌های پوشینه‌دار زنده درون شش‌های جانور یافت شد؟	✓	✗	✗	✓
ماهیت عامل مؤثر در انتقال صفات بین یاخته‌ها مشخص گردید؟	✗	✗	✗	✗
از گرما استفاده شد؟	✗	✗	✓	✓

۱۱. مطابق با مطالب کتاب درسی، کدام عبارت صحیح است؟

۱) هر ژن، بخشی از مولکول دنا بوده و بیان آن به تولید پلی‌پپتید می‌انجامد.

۲) هر رنای ناقل، اطلاعات لازم برای پروتئین‌سازی را از دنا به رناتن‌ها منتقل می‌کند.

۳) بعضی از دئوکسی‌ریبونوکلئیک‌اسیدها، نقش آنزیمی داشته و در تنظیم بیان ژن دخالت دارند.

۴) بعضی از نوکلئوتیدها در ساختار مولکول‌هایی وارد می‌شوند که نقش حامل الکترون را بر عهده دارند.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | خط به خط

ایســتگاه آمار: از مباحثی که در این ســوال مورد استفاده قرار گرفته‌اند، تا الان ۳ سوال در مجموع کنکورهای نظام جدید مطرح شده است. از نظر درصدی، چیزی حدود ۱۳ درصد کل سوالات فصل ۱ دوازدهم!

مطابق خط کتاب درسی، بعضی از نوکلئوتیدها در ساختار مولکول‌هایی وارد می‌شوند که در فرایندهای فتوسنتز و تنفس یاخته‌ای، نقش حامل الکترون را بر عهده دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ ژن بخشی از مولکول دنا است که بیان آن می‌تواند به تولید رنا یا پلی‌پپتید بینجامد. بنابراین؛ بیان هر ژنی الزاماً به تولید پلی‌پپتید نمی‌انجامد.

نکته ژن مولکول‌های رنای ناقل و رنای رناتنی به تولید پلی‌پپتید نمی‌انجامد.

۲ رنای پیک (نه رنای ناقل!)، اطلاعات لازم برای پروتئین‌سازی را از دنا به رناتن‌ها منتقل می‌کند.

نکته رنای پیک، اطلاعات را از دنا به رناتن‌ها می‌رساند. رنای ناقل، آمینواسیدها را برای استفاده در پروتئین‌سازی به سمت رناتن‌ها می‌برد. رنای رناتنی، در ساختار رناتن‌ها شرکت دارد.

۳ مطابق متن کتاب درسی، رناها دارای نقش آنزیمی نیز هستند. دقت داشته باشید که دئوکسی‌ریبونوکلئیک‌اسیدها، دنا (نه رنا!) هستند و نقش آنزیمی ندارند.

مورد مقایسه	دئوکسی ریبونوکلئیک اسید (دنا)	ریبونوکلئیک اسید (رنا)
واحد سازنده	دئوکسی ریبونوکلئوتید	ریبونوکلئوتید
نوع قند	دئوکسی ریبوز	ریبوز
انواع باز های آلی پورینی	A , G	A , G
انواع باز های آلی پیریمیدینی	T , C	U , C
نوع فرایند تولید	همانندسازی	رونویسی
آنزیم های دخیل در ساخت	هلیکاز، دنابسپاراز و انواعی از آنزیم‌های دیگر	رنابسپاراز
انواع	۱.خطی: در هسته یاخته‌های یوکاریوتی ۲.حلقوی: یاخته‌های پروکاریوتی + راکیزه + سبزدیسه	mRNA : (رنای پیک) اطلاعات را از دنا به رناتن‌ها می رساند. tRNA : (رنای ناقل) آمینواسیدها را برای استفاده در پروتئین‌سازی به سمت رناتن‌ها می برد. rRNA : در ساختار رناتن‌ها علاوه بر پروتئین، رنای رناتنی نیز شرکت دارد. رناهای کوچک: دخالت در تنظیم بیان ژن
قطر مولکول	ثابت	متغیر
محل تولید	یاختهٔ یوکاریوتی: هسته + میتوکندری + کلروپلاست یاختهٔ پروکاریوتی: سیتوپلاسم	یاختهٔ یوکاریوتی: هسته + میتوکندری + کلروپلاست یاختهٔ پروکاریوتی: سیتوپلاسم
وجود پیوند هیدروژنی در ساختار مولکول	دارد	فقط رنای ناقل دارد
پیوند فسفودی استر	دارد	دارد

چند رشته ای؟	دو رشته ای	تک رشته ای
شکل		

۱۲. چند مورد، در خصوص فرایند ویرایش درست است؟

الف) توسط آنزیمی دارای فعالیت بسپارازی صورت می‌گیرد.

ب) پیوند فسفودی‌استر در آن، ابتدا شکسته و سپس تشکیل می‌شود.

ج) می‌تواند با برداشت نوکلئوتید تیمین‌دار از رشتهٔ در حال ساخت همراه باشد.

د) در اطراف محل انجام آن، می‌توان نوکلئوتیدهای دارای یوراسیل را مشاهده کرد.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۲ سخت | مفهومی

ایستگاه آمار: اگرچه تاکنون تستی نداشتیم که فقط و به‌طور مستقیم از فرایند ویرایش مطرح شده باشد، ولی از مفاهیم آن در تست‌های مختلفی استفاده شده است.

موارد (الف)، (ج) و (د) درست است.

بررسی همهٔ موارد:

الف فرایند ویرایش توسط آنزیم دنابسپاراز صورت می‌گیرد. این آنزیم دارای دو نوع فعالیت بسپارازی و نوکلئازی است.

ب مطابق متن کتاب درسی، فعالیت نوکلئازی دنابسپاراز را که باعث رفع اشتباه‌ها در همانندسازی می‌شود، ویرایش می‌گویند. بنابراین در این فرایند، پیوند فسفودی‌استر فقط شکسته می‌شود.

تله‌تستی دقت داشته باشید که در فرایند ویرایش، تشکیل پیوند فسفودی‌استر صورت نمی‌گیرد!

ج هرگاه نوکلئوتید اشتباهی در ساختار رشتهٔ در حال ساخت دنا قرار گیرد، دنابسپاراز این نوکلئوتید اشتباه را برمی‌دارد. این نوکلئوتید می‌تواند هر یک از نوکلئوتیدهای تیمین‌دار، آدنین‌دار، سیتوزین‌دار و یا گوانین‌دار باشد.

د در اطراف محل همانندسازی و ویرایش، انواع نوکلئوتیدها از جمله نوکلئوتیدهای یوراسیل‌دار را می‌توان مشاهده کرد، اما نوکلئوتیدهای یوراسیل‌دار در این فرایندها استفاده نمی‌شوند.

۱۳. با توجه به طرح‌های مختلف مطرح‌شده در کتاب درسی برای همانندسازی دنا، کدام مورد را می‌توان بیان نمود؟

۱) در طرح حفاظتی برخلاف نیمه‌حفاظتی، رشته‌های دنای اولیه دست‌نخورده باقی می‌مانند.

۲) در طرح غیرحفاظتی همانند نیمه‌حفاظتی، پیوندهای فسفودی‌استر دنای اولیه شکسته می‌شوند.

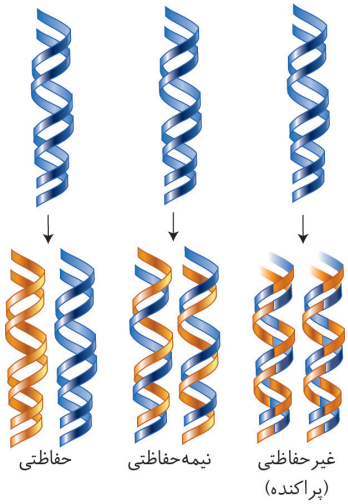
۳) در طرح غیرحفاظتی همانند نیمه‌حفاظتی، نوکلئوتیدهای قدیمی و جدید در دنای جدید وجود دارند.

۴) در طرح حفاظتی برخلاف نیمه‌حفاظتی، بین نوکلئوتیدهای قدیمی و جدید، پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳ سخت | مفهومی

ایستگاه آمار: تا کنون تستی به‌طور مستقیم و مستقل از طرح‌های همانندسازی دنا در کنکورهای نظام جدید نداشتیم.

با توجه به شکل مقابل، در هر دو طرح غیرحفاظتی و نیمه‌حفاظتی، نوکلئوتیدهای قدیمی و جدید در دنای جدید وجود دارند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در طرح حفاظتی همانند (نه برخلاف!) نیمه‌حفاظتی، رشته‌های دنای اولیه دست‌نخورده باقی می‌مانند.

۲ فقط در طرح غیرحفاظتی، پیوندهای فسفودی‌استر دنای اولیه شکسته می‌شوند.

۴ در طرح حفاظتی، بین نوکلئوتیدهای قدیمی و جدید، پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌شود.

تفکرطراح **هر نوع طرح پیشنهادشده برای همانندسازی مولکول دنا که .....**

۱ در هر مولکول دنای حاصل، هم بخش‌های جدید و هم بخش‌های قدیمی یافت می‌شوند ← نیمه‌حفاظتی، غیرحفاظتی

۲ نوکلئوتیدهای جدید و اولیه با هم در یک رشته وجود دارند ← غیرحفاظتی

۳ شکستن پیوندهای فسفودی‌استر دنای اولیه مشاهده می‌شود ← غیرحفاظتی

۴ مولکول دنای اولیه به صورت دست‌نخورده باقی می‌ماند ← حفاظتی

۵ رشته‌های دنای اولیه، به صورت دست‌نخورده باقی می‌مانند ← حفاظتی، نیمه‌حفاظتی

۶ در هر رشته، بین نوکلئوتیدهای جدید و قدیمی پیوند فسفودی‌استر تشکیل می‌شود ← غیرحفاظتی

۷ بین نوکلئوتیدهای جدید و قدیمی در مولکول‌های دنای حاصل، پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود ← نیمه‌حفاظتی، غیرحفاظتی

۸ پس از دو نسل همانندسازی در آزمایش مزلسون و استال رد شد ← غیرحفاظتی

۹ پس از یک نسل همانندسازی در آزمایش مزلسون و استال رد شد ← حفاظتی

۱۴. مطابق مطالب ذکرشده در کتب درسی زیست شناسی متوسطه دوم، در شرایط متعددی ممکن است میزان دنا در یاخته‌ها افزایش یابد. چند مورد، در رابطه با این شرایط مختلف صحیح است؟

الف) در همهٔ موارد، نوعی ژن باعث تولید محصول جدیدی در یاخته می‌شود.

ب) در بعضی از موارد، عملکرد یاخته بهبود یافته و شانس بقای آن افزایش می‌یابد.

ج) در همهٔ موارد، تعداد بازهای پورین و پیریمیدین در نوکلئیک‌اسیدهای یاخته برابر است.

د) در بعضی از موارد، آنزیم‌های درون‌یاخته‌ای عامل اصلی افزایش مقدار دنای یاخته می‌باشند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ سخت | استنباطی

سرنخ حالت‌های مختلفی باعث افزایش میزان دنا در یاخته‌ها می‌شوند که از جمله می‌توان به همانندسازی دنا، انتقال ژن از خارج به درون یاخته (مشابه آن چیزی که در آزمایش گریفیت رخ داد) و آلوده شدن یاخته به ویروس (بعضی ویروس‌ها دنا دارند!) اشاره کرد.

موارد (ب) و (د) صحیح هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف در مورد همانندسازی دنای یاخته، ژن جدید و محصول جدیدی در یاخته تولید نمی‌شود؛ بلکه از همان ژن‌های قبلی تعداد نسخه‌های بیشتری در یاخته وجود خواهد داشت. بنابراین قید (همهٔ موارد!) عامل نادرستی این گزینه است!

ب در بعضی از موارد نظیر آن چیزی که در آزمایشات گریفیت رخ داد، ورود دنا به درون یاخته باعث بهبود عملکرد آن و افزایش شانس بقای

آن شد، ولی در مورد آلوده‌شدن یاخته به ویروس، چنین اتفاقی رخ نمی‌دهد و در واقع شانس بقای یاخته کاهش می‌یابد!

ج در دناهای سالم، همواره تعداد بازهای پورین با پیریمیدین برابر است، اما در رناها ممکن است تعداد بازهای پورین با پیریمیدین برابر نباشد. حالا توی این گزینه گفته شده که در نوکلئیک‌اسیدهای یاخته، تعداد این بازها با هم برابر می‌باشد که خب می‌دونیم نوکلئیک‌اسیدها شامل رناها و دناها می‌شود و ممکن است این برابری تعداد باز پورین و پیریمیدین صدق نکند!

نکته تعداد بازهای آلی پورین و پیریمیدین، در مجموع دو رشتهٔ دنا باهم برابر است و در خصوص هر رشتهٔ دنا به‌طور جداگانه نمی‌توان این ویژگی را بیان کرد.

د این مورد در رابطه با همانندسازی صدق می‌کند که با فعالیت آنزیم‌هایی منجر به افزایش تعداد دناهای یاخته می‌شود.

۱۵. کدام گزینه، برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«هر نوکلئیک اسیدی که .....»

۱) دئوکسی‌ریبوز دارد، طی پژوهش‌های ویلکینز و فرانکلین مشخص شد که دورشته‌ای بوده و مرکز آن فضای خالی دارد.

۲) پیوندهای هیدروژنی بین نوکلئوتیدهای خود تشکیل نمی‌دهد، تک‌رشته‌ای و فاقد باز آلی تیمین می‌باشد.

۳) دورشته‌ای است، طی پژوهش‌های گریفیت حین تلاش برای کشف واکسن آنفلوانزا کشف شد.

۴) فاقد باز آلی یوراسیل است، به عنوان مادهٔ وراثتی طی پژوهش‌های ایوری معرفی شد.

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | مفهومی

ایستگاه آمار: با بررسی کنکورهای نظام جدید، در می‌یابیم که تا کنون دو سوال مستقیماً در ارتباط با مقایسهٔ ساختارهای دنا و رنا با یکدیگر طراحی شده است. البته باید بگم در ارتباط با دنا و رنا، به تعداد بسیار بیشتری سوال طراحی و در کنکور مطرح شده است، اما ۲ تست مستقیماً به مقایسهٔ ساختار این دو نوکلئیک‌اسید پرداخته است.

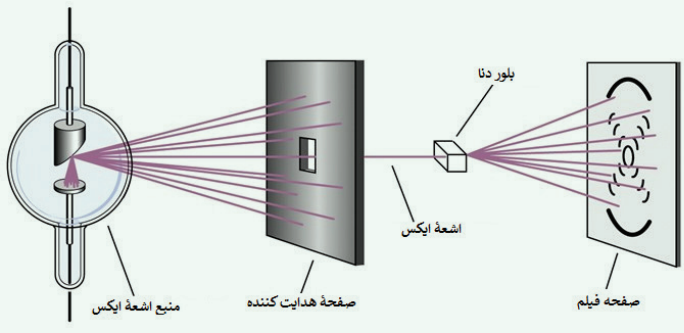
بعضی رناها بین نوکلئوتیدهای خود پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌دهند. رناها تک‌رشته‌ای هستند و باز تیمین ندارند.

نکته در فصل دوم زیست‌شناسی دوازدهم می‌خوانیم که رنای ناقل همانند دنا، در ساختار خود دارای پیوند هیدروژنی است و سایر انواع رناها، در ساختار خود فاقد پیوند هیدروژنی هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ دناها قند دئوکسی‌ریبوز دارند. طی پژوهش‌های ویلکینز و فرانکلین مشخص شد که دنا بیش از یک رشته دارد و مرکز آن فضای خالی دارد. دقت کن که ویلکینز و فرانکلین تعداد دقیق رشته‌های دنا را مشخص نکردند!

نکته در نتیجهٔ پژوهش‌های ویلکینز و فرانکلین، تصویری به دست آمد که خطوطی تیره در قسمت‌های کناری داشت و در قسمت مرکزی سفید رنگ بود. ضمناً خطوط تیره حالتی ضربدری را ایجاد کرده بودند.



تله‌تستی ویلکینز و فرانکلین، دریافتند که دنا بیش از یک رشته دارد، اما اینکه دقیقاً دو رشته دارد را متوجه نشدند!

۳ دنا مولکولی دورشته‌ای است. دنا توسط گریفیت کشف نشد!

۴ دناها که همگی فاقد یوراسیل هستند و مادهٔ وراثتی می‌باشند. اما باید دقت کنی که بعضی از رناها نیز ممکن است فاقد یوراسیل باشند (صرفاً از سه نوع نوکلئوتید ساخته شده باشند.) و این مولکول‌ها طی پژوهش‌های ایوری به عنوان ماده وراثتی معرفی نشدند!

تله‌تستی هر نوکلئیک‌اسید دارای باز یوراسیل، قطعاً نوعی رنا است، اما هر نوکلئیک‌اسید فاقد باز یوراسیل، الزاماً دنا نیست!

تفکرطراح **نوعی نوکلئیک اسید در یاخته‌ها که .....**

۱ عامل اصلی انتقال صفات وراثتی است ← دنا

۲ از نوکلئوتیدهای واجد قند ریبوز تشکیل شده است ← رنا

۳ در ساختار خود باز آلی یوراسیل دارد ← رنا

۴ می‌تواند هم به صورت حلقوی و هم به صورت خطی دیده شود ← دنا

۵ در تحقیقات چارگاف مورد استفاده قرار گرفت ← دنا

۶ در آزمایش‌های ویلکینز و فرانکلین تصویری از آن تهیه شد ← دنا

۷ مدل مارپیچ دورشته‌ای برای آن صدق می‌کند ← دنا

۸ هر مولکول آن از دو رشته تشکیل شده است ← دنا

۹ در ساختار خود پیوندی هیدروژنی دارد ← دنا و بعضی از رناها

۱۰ توسط آنزیم رنابسپاراز مورد الگو قرار می‌گیرد ← دنا

۱۱ توسط آنزیم دنابسپاراز مورد الگو قرار می‌گیرد ← دنا

۱۲ اطلاعات را از دنا به رناتن‌ها می‌رساند ← رنای پیک

۱۳ آمینواسیدها را به رناتن‌ها می‌برد ← رنای ناقل

۱۴ در ساختار رناتن‌ها شرکت می‌کند ← رنای رناتنی

۱۵ در تنظیم بیان ژن‌ها موثر است ← بعضی از رناها

کنکورچی‌میگه؟ **در ارتباط با هر مولکول حامل اطلاعات وراثتی در یوکاریوت‌ها، کدام مورد صحیح است؟**

۱) هر رشتهٔ آن، دو سر متفاوت دارد.

۲) همانندسازی آن در دو جهت انجام می‌گیرد.

۳) واحدهای سه‌بخشی آن توسط نوعی پیوند به هم متصل می‌شوند.

۴) تعداد جایگاه‌های همانندسازی آن بسته به مراحل رشد و نمو تنظیم می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | مفهومی

مولکول‌های حاوی اطلاعات وراثتی در یاخته‌های یوکاریوتی، شامل دنا و رنا می‌باشند. در همهٔ این مولکول‌ها، نوکلئوتیدها (دارای سه بخش قند، فسفات و باز آلی) توسط پیوند فسفودی‌استر به یکدیگر متصل می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ این مورد فقط در ارتباط با دنای خطی صحیح است.

۲ و ۴ همانندسازی و جایگاه همانندسازی تعابیری مخصوص مولکول‌های دنا هستند و در خصوص رنا صدق نمی‌کنند.

پاسخنامه دفترچه ۱ آزمون مرحله ۲

زیست‌شناسی دوازدهم | ۱ آبان‌ماه ۱۴۰۴

۱. در ارتباط با یاخته‌هایی که با سیانوباکتری‌ها رابطه همزیستی برقرار می‌کنند، کدام مورد درست بیان شده است؟

۱) در ساختار پرمانند ایجادشده حین رونویسی از نوعی ژن، طول رناها در نزدیکی راه‌انداز بیشتر است.

۲) در دو ژن متوالی هم که راه‌انداز آن‌ها در نزدیک هم قرار دارد، رشتهٔ متفاوتی رونویسی می‌شود.

۳) دو سر رشته‌های رنای پیک نابالغ از میانه‌ها تشکیل‌شده که از بیانه‌های مجاور طویل‌ترند.

۴) تنها یک نوع رنابسپاراز در تولید مولکول‌های پروتئینی در یاخته نقش دارد.

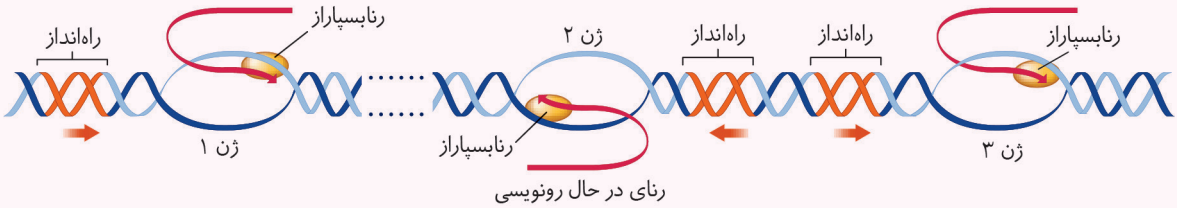
پاسخ: گزینه ۲ متوسط | مفهومی

(ایستگاه آمار): به‌طورکلی تا الان حدود ۸ سوال از فصول ۱ و ۲ دوازدهم داشتیم که به مقایسهٔ پروکاریوت‌ها و یوکاریوت‌ها پرداخته‌اند و از این میان، در ۳ تست از ۸ تست گفته شده، از مباحث رونویسیِ مطرح شده در این سوال (اعم از آنزیم رونویسی‌کننده و راه‌اندازها و ...) استفاده شده‌است. علاوه‌بر این، از مباحث استفاده شده در این سوال، ۳ تست دیگر نیز در مجموع کنکورهای سراسری داخل داشتیم. یعنی بدون درنظرگرفتن قالب سوال (که ترکیب یوکاریوت و پروکاریوت می‌باشد) از مباحث مطرح‌شده در گزینه‌ها، چیزی حدود ۶ تست داشتیم!

سرنخ یاخته‌هایی که با سیانوباکتری‌ها همزیستی دارند، یاخته‌های یوکاریوتی (یاخته‌های گیاهی!) هستند.

در یوکاریوت‌ها در دو ژن متوالی که راه انداز آن‌ها در نزدیک هم قرار گرفته است، رشته‌های متفاوتی از دنا الگو قرار گرفته و رنابسپارازها حین رونویسی از آن‌ها از هم دور می‌شوند.

موشکافی **این موشکافی خیلی مهمه و تست کنکور داشته!**



۱ اگر در دو ژن، رشته یکسانی از مولکول دنا الگو قرار بگیرد، جهت حرکت رنابسپاراز در آن‌ها با یک‌دیگر مشابه است. (مثل ژن ۱ و ۳ در تصویر)

۲ اگر در دو ژن، رشته متفاوتی از مولکول دنا الگو قرار بگیرد، جهت حرکت رنابسپاراز در آن‌ها متفاوت است. (مثل ژن ۱ و ۲ در تصویر)

۳ اگر در سوالی در مورد جهت رونویسی و اتفاقات دیگر از ما سوال بپرسند، طبق این شکل سه حالت داریم:

الف) دو راه‌انداز در مجاورت هم (یا به عبارت دیگر، راه‌انداز مربوط به ژن‌ها نزدیک‌ترین نقاط مربوط به توالی‌های تنظیمی باشند) (مثل وضعیت ژن ۲ و ۳ در تصویر)

در این حالت، جهت حرکت رنابسپارازها با هم متفاوت است و رنابسپارازها در حال دورشدن از هم هستند. - رشته الگوی دنا در این دو ژن با هم متفاوت است. - دورترین نقطه این دو ژن از هم، توالی پایان رونویسی است.

ب) دو راه‌انداز در دورترین فاصله از هم قرار دارند و دو ژن بین دو راه‌انداز قرار گرفته‌اند: (مثل وضعیت ژن ۱ و ۲ در تصویر)

در این حالت، جهت حرکت رنابسپارازها با هم متفاوت است و رنابسپارازها در حال نزدیک‌شدن به هم هستند. - رشته الگوی دنا در این دو ژن با هم متفاوت است. - نزدیک‌ترین نقطه این دو ژن به هم، توالی پایان رونویسی است.

ج) دو ژن به نحوی قرار گرفته‌اند، یکی از آن‌ها بین دو راه‌انداز قرار دارد و دیگری بین راه‌اندازها نیست: (مثل وضعیت ژن ۱ و ۳ در تصویر)

در این حالت جهت حرکت رنابسپارازها با هم یکی است و رشته الگوی دنا نیز در دو ژن یکسان است. - جایگاه پایان رونویسی یکی در نزدیکی راه‌انداز دیگری است.

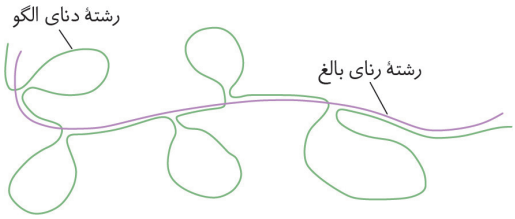
۴ توالی‌هایی بین دو ژن ممکن است دیده شوند که تنظیمی نباشند و نوعی توالی غیرتنظیمی بین ژنی محسوب شوند. (مثل آن توالی که بین راه‌انداز ژن ۲ و ۳ در تصویر دیده می‌شود.)

بررسی سایر گزینه ها:

۱ در ساختار پرمانند (مربوط به رونویسی همزمان از روی یک ژن)، هر چه به راه‌انداز نزدیک‌تر شویم، طول رناهای تولیدی کمتر می‌شود.

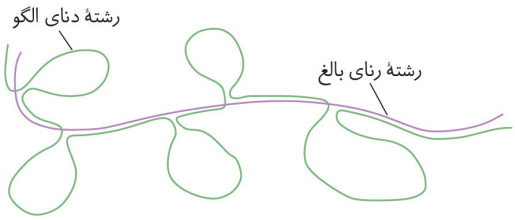


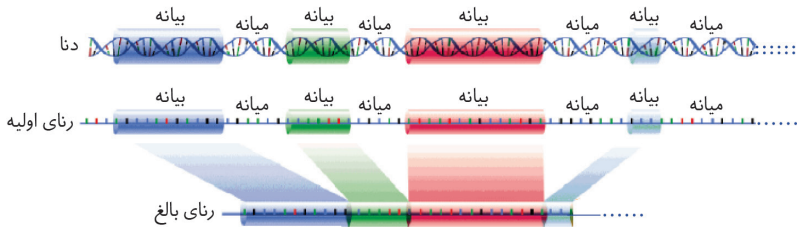
۳ طبق شکل زیر با توجه به رشته رنای بالغ و رشته الگوی دنا، دو قسمت انتهایی دو رشته با هم پیوند هیدروژنی برقرار کرده‌اند و می‌توان نتیجه گرفت که دو سر رشته رنای اولیه، حاوی رونوشت بیانه‌ها می‌باشند و رونوشت میانه‌ها در قسمت میانی قرار داشته‌اند که حذف شده‌اند و آن‌ها باعث ایجاد قسمت‌های حلقوی در شکل شده است.



رفع ابهام: در شکل سمت راست نمیشه فهمید که دو سر رشته رنای پیک نابالغ، میانه وجود دارد یا بیانه، چون که انتهای رشته رو نشون نداده است! اما در شکل سمت چپ اگه توجه کنی، میبینی که دو انتهای رشته دنای الگو با رشته رنای بالغ، پیوند هیدروژنی تشکیل داده است و به همین دلیل می‌توان نتیجه گرفت که دو سر رشته دنای الگو در ژن مربوطه حاوی توالی‌های اگزون است که با رونوشت خود پیوند هیدروژنی برقرار می‌کنند.

از طرف دیگه، در دنیای علم هم میدونیم که دو سر ژن در رشته الگو حاوی توالی‌های اگزون می‌باشد و توی کتاب نظام قدیم هم به این موضوع پرداخته شده بود که اگزون‌ها دو سر ژن را تشکیل می‌دهند.





۴ در یوکاریوت‌ها ۳ نوع رنابسپاراز در رونویسی نقش دارد.

کنکورچی‌میگه؟ **فرض می‌کنیم در قطعه‌ای از مولکول دنای ( ) یک یاختهٔ جانوری فعال، دو ژن سازندهٔ رنای رناتنی (rRNA)، با فاصله‌ای در پشت سر هم قرار دارند. در صورتی که رنابسپارازهای این دو ژن، در دو جهت متفاوت حرکت کنند، کدام مورد نادرست است؟** (کنکور ۱۴۰۲ نوبت دوم)

۱) ممکن است راه‌انداز این دو ژن، به یک‌دیگر نزدیک باشند.

۲) ممکن است بسپارهای ساخته‌شده در بیان ژن‌ها دخالت داشته باشند.

۳) به‌طورحتم، رشته رمزگذار یک ژن با رشتهٔ رمزگذار ژن دیگر، متفاوت باشد.

۴) به‌طورحتم، از روی توالی‌های سه تایی رناهای موردنظر، پلی‌پپتیدهایی ساخته می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | مفهومی

دقت داشته باشید که در صورت سوال، ژن سازندهٔ رنای رناتنی مورد بررسی قرار گرفته است. بنابراین لزومی به ساخت رشتهٔ پلی‌پپتید نیست!

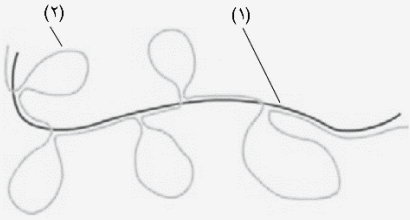
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ با توجه به شکل کتاب درسی، ممکن است راه‌انداز دو ژنی که رنابسپارازهای آن در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند، در نزدیکی هم مشاهده شوند.

۲ همانطور که می‌دانید، رنای رناتنی که نوعی بسپار است در تنظیم بیان ژن نقش دارد.

۳ با توجه به شکل، رشتهٔ الگوی دو ژنی که رنابسپارازهای آن‌ها در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند، متفاوت است.

۲. با توجه به شکل مقابل، کدام مورد زیر به طور درست بیان شده است؟



۱) بخش (۱) ممکن است نوکلئیک‌اسیدی باشد که فقط درون سیتوپلاسم مشاهده می‌شود.

۲) بخش (۲) ممکن است نوعی توالی داشته باشد که رونوشت آن در رنای پیک، حذف می‌شود.

۳) بخش (۲) ممکن است بخشی از نوکلئیک‌اسیدی باشد که توالی‌های میانه و بیانه در بخش غیرژنی دارد.

۴) بخش (۱) ممکن است طی فرایندی با امکان اصلاح اشتباه‌ها توسط آنزیم بسپاراز تولید شده باشد.

پاسخ: گزینه ۲ آسان | مفهومی

(ایستگاه آمار): پیش‌تر گفته شد که از مفهوم و نکات مربوط به پیرایش، ۴ سوال داشتیم، که باید بگم یکی از این سوالات، با مباحث میانه و بیانه ترکیب شده است. همچنین از مفهوم بیانه و میانه نیز ۱ سوال دیگر (مستقل از پیرایش) داشتیم. البته از هریک از این مباحث (پیرایش و یا میانه و بیانه)، تستی مستقل نداشتیم و از نکات آن‌ها در گزینهٔ سوال‌های ذکر شده استفاده شده‌است.

سرنخ مولکول ۱ و ۲ می‌توانند به ترتیب رنای بالغ و دنا (رشته الگوی دنا) باشند.

همانطور که گفته شد، بخش ۲ می‌تواند حاوی توالی میانه باشد که رونوشت آن در مولکول رنا حذف می‌شود.

بررسی سایر موارد:

۱ دقت داشته باشید که رنای بالغ که پس از فرایند پیرایش ایجاد شده است، هم می‌تواند درون هسته و هم درون سیتوپلاسم مشاهده شود.

۳ دقت داشته باشید که توالی‌های میانه و بیانه، در بخش ژنی مولکول دنا وجود دارد، نه بخش غیرژنی آن!

۴ اصلاح اشتباه توسط آنزیم بسپاراز، همان ویرایش است که مربوط به همانندسازی دنا می‌باشد و برای رونویسی در نظر نمی‌گیریم!

۳. کدام گزینه می‌تواند معرف نوعی فعالیت باشد که توسط آنزیم‌های درون‌یاخته‌ای برخلاف آنزیم‌های برون‌یاخته‌ای انسان انجام می‌گیرد؟

۱) افزودن CO_2 به نوعی ترکیب دیگر
۲) تجزیه پیوند بین مونومرهای گلیکوژن
۳) تجزیه پروتئین‌های ناقل عصبی
۴) کمک به فرایندهای دستگاه ایمنی

پاسخ: گزینه ۱ سخت | مفهومی

(ایستگاه آمار): در ارتباط با تعداد تست‌هایی که در ارتباط با آنزیم‌ها مطرح شده‌است، صحبت کردیم ولی در ارتباط با عملکرد آنزیم‌ها، تا کنون ۲ تست داشتیم که خب در ارتباط با عملکرد آنزیم‌ها صحبت شده‌است ولی مشخصاً به درون یاخته‌ای یا برون‌یاخته‌ای بودن آن‌ها اشاره‌ای نکرده است.

تنها مورد (۱) شرط ذکرشده در صورت سوال را دارد.

بررسی همهٔ موارد:

۱ افزودن کربن دی اکسید به ترکیب دیگر در بدن انسان در دو جا اتفاق می‌افتد ← یکی درون گویچه‌های قرمز که با اثر آنزیم انیدراز کربنیک، CO_2 با مولکول آب ترکیب می‌شود و دیگری درون یاخته‌های کبدی که با اثر آن، CO_2 با آمونیاک ترکیب می‌شود. هر دوی این موارد درون یاخته‌های بدن (برخلاف بیرون یاخته‌ها!) اتفاق می‌افتد. (پس توسط آنزیم درون‌یاخته‌ای رخ می‌دهد!)

۲ تجزیه گلیکوژن در بدن انسان ممکن است هم به صورت درون یاخته‌ای و هم به صورت برون‌یاخته‌ای صورت گیرد. چطور؟ اگه غذایی بخوریم که داخلش گلیکوژن وجود داشته باشد، این گلیکوژن توسط آنزیم‌های دستگاه گوارش تجزیه می‌شود. (به صورت برون‌یاخته‌ای!) از طرفی، گلیکوژن در یاخته‌های کبد و ماهیچه‌های اسکلتی تولید و ذخیره می‌شود و ممکن است در صورت نیاز این گلیکوژن توسط آنزیم‌های درون این یاخته‌ها تجزیه گردد.

۳ تجزیه پروتئین‌های ناقل عصبی پس از آزادسازی این ناقل، ممکن است به صورت برون‌یاخته‌ای صورت گیرد!

۴ فرایندهای دستگاه ایمنی بسیار گسترده هستند. برخی از این فرایندها درون یاخته‌ای هستند (مثل فعالیت آنزیم لیزوزوم ماکروفاژها بر روی عامل فاگوسیتوزشده) و برخی از این فرایندها برون یاخته‌ای هستند. (مثل اثر لیزوزیم بر روی باکتری‌ها)

مشاوره نقش آنزیم‌ها در بدن خیلی گسترده است و اگه بخوام جدول همهٔ آنزیم‌ها رو بیارم خیلی خسته کننده میشه، بهتره خودت به صورت گهگاهی بعضی از آنزیم‌ها رو مجدد بخونی و نقش‌هاشون رو بررسی کنی! از جمله آنزیم‌های مهم (پپسین، انیدراز کربنیک، آنزیم موثر در تولید اوره از آمونیاک و ...) هستند.

۴. کدام مورد مشخصهٔ هر جانداری است که در آن ساختار نردبان‌مانند دیده می‌شود؟

۱) بنا به نیاز تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی را تغییر می‌دهد.

۲) کاهش دمای محیط، آنزیم‌های آن را به صورت برگشت ناپذیر دچار تغییر می‌کند.

۳) رنای پیک تولیدی در هستهٔ آن ممکن است طی پیرایش به حالت یکپارچه تبدیل شود.

۴) نوعی آنزیم به منظور تولید نوکلئیک اسید، دو رشته راه‌انداز را از هم باز می‌کند.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | مفهومی

(ایستگاه آمار): از نکات درون این سوال، تا الان مجموعاً ۸ تست در کنکورهای نظام جدید داشتیم که اگر بخوام ریزتر بهتون بگم؛ از تعداد جایگاه‌های همانندسازی متغیر در یوکاریوت‌ها، ۲ سوال، از فرآیند پیرایش، ۴ سوال، از اثر دما بر روی فعالیت آنزیم‌ها، ۱ سوال و از شناسایی راه‌انداز توسط رنابسپاراز، ۱ سوال داشتیم.

سرنخ طبق مطالب ذکرشده در کتاب درسی، ساختار نردبان‌مانند در دستگاه عصبی پلاناریا دیده می‌شود. اما باید دقت کنی که علاوه بر این ساختار، مولکول DNA نیز دارای ظاهر نردبان‌مانند می‌باشد. بنابراین همهٔ یاخته‌های زنده که حاوی DNA هستند، می‌تواند مدنظر صورت سوال باشد.

تنها مورد (۴) در ارتباط با همهٔ یاخته‌های مدنظر صورت سوال صحیح است.

بررسی همهٔ موارد:

۱ این مورد در رابطه با یوکاریوت‌ها صادق است، ولی در مورد پروکاریوت‌ها صدق نمی‌کند!

۲ کاهش دمای محیط باعث تغییر برگشت‌پذیر آنزیم‌ها می‌شود!

نکته **اثر تغییرات دمایی بر فعالیت آنزیم‌ها به این صورت است که :**

۱- کاهش دما ← غیرفعال شدن به صورت موقتی ← بازگشت دما به حالت نرمال: آنزیم مجدداً فعال می‌شود.

۲- افزایش دما ← ممکن است به صورت برگشت ناپذیر شکل غیرطبیعی پیدا کند ← ممکن است غیرفعال شود!

۳ هسته و فرایند پیرایش مربوط به یوکاریوت‌هاست و در مورد پروکاریوت‌ها صدق نمی‌کند!

۴ در نگاه اول ممکنه این گزینه نادرست باشه ولی اگه دقت کنی متوجه میشی که طی فرایند همانندسازی، آنزیم هلیکاز دو رشته دنا در محل راه‌انداز را باز می‌کند تا از روی آن همانندسازی صورت گیرد. بنابراین منظور این گزینه همانندسازی از روی راه‌انداز است که درست می‌باشد!

۵. مطابق با مطالب ذکرشده در کتاب درسی زیست شناسی (۳)، کدام عبارت در ارتباط با آزمایشات گریفیت و ایوری، درست است؟

۱) در سومین مرحله آزمایشات گریفیت برخلاف اولین مرحله آزمایشات ایوری، نتیجه‌ای کاملاً خلاف انتظار رخ داد.

۲) در آخرین مرحله آزمایشات ایوری برخلاف سومین مرحله آزمایشات گریفیت، تغییر در محتوای وراثتی باکتری‌ها رخ داد.

۳) در اولین مرحله آزمایشات گریفیت همانند اولین مرحله آزمایشات ایوری، آنزیم‌های تخریب‌کننده استفاده شدند.

۴) در دومین مرحله آزمایشات ایوری همانند دومین مرحله آزمایشات گریفیت، از انواع باکتری‌های یک گونه استفاده شد.

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | مفهومی

(ایستگاه آمار): تا کنون ۲۳ سوال به‌طور مستقیم و غیرمستقیم از فصل ۱ دوازدهم داشتیم که فقط در یک سوال، مستقیماً در ارتباط با آزمایشات گریفیت صحبت شده‌است. (چیزی حدود ۴درصد!)

در آخرین مرحله از آزمایشات ایوری (که در طی آن عصارهٔ باکتری‌های پوشینه‌دار کشته شده با گرما، استخراج و به چهار قسمت تقسیم شد. سپس به هر قسمت، آنزیم‌های تخریب‌کنندهٔ یک گروه از مواد آلی اضافه شد و هر یک به یک محیط کشتی اضافه شد)، برخلاف سومین مرحله از آزمایشات گریفیت (که در طی آن، باکتری‌های پوشینه‌دار کشته شده با گرما به موش‌ها تزریق شدند)، تغییر در محتوای وراثتی باکتری‌ها و انتقال صفت رخ داد.

مشاوره بهتره که با توجه به رویکرد کنکور ۱۴۰۴، به دانشـــمندان فصل یک توجه ویژه داشـــته باشیم و تمامی مفاهیمشون رو خوب مطالعه کنیم!

	مقایسه آزمایشات گریفیت با آزمایشات ایوری و همکارانش	
	گریفیت	**ایوری و همکارانش**
تعداد مراحل آزمایش	۴ مرحله آزمایش	۳ مرحله آزمایش
استفاده از باکتری پوشینه‌دار	آزمایش ۱ و ۳ و ۴	هر ۳ مرحله آزمایش
استفاده از باکتری فاقد پوشینه	آزمایش ۲ و ۴	هر ۳ مرحله آزمایش
استفاده از باکتری پوشینه دار و بدون پوشینه	آزمایش ۴	هر ۳ مرحله آزمایش
استفاده از آنزیم‌های تخریب کنندهٔ مواد آلی	✗	آزمایش ۱ و ۳
انتقال صفات	آزمایش ۴	هر ۳ مرحله آزمایش
استفاده از موش (جاندار یوکاریوت)	✓	✗
نحوه متوجه شدن انتقال صفت؟	مرگ موش و سپس بررسی خون و شش های موش مرده	مشاهده محیط کشت
هدف اولیهٔ آزمایش	ساخت واکسن آنفلوانزا	کشف عامل مؤثر در انتقال صفت
نتیجه نهایی آزمایش	صفات می‌توانند به یاخته دیگری منتقل شوند.	دنا ماده وراثتی است
تغییر ظاهر باکتری‌ها	آزمایش ۴	آزمایش ۱ و ۲ و ۳

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در آخرین مرحله از آزمایشات گریفیت، موش‌ها مردند و در خون و شش‌های آن‌ها، باکتری‌های پوشینه‌دار زنده مشاهده شدند که نتیجه‌ای برخلاف انتظار گریفیت بود. در اولین مرحله از آزمایشات ایوری نیز مشخص شد که پروتئین‌ها مادهٔ وراثتی نیستند و از آن‌جایی که در آن زمان تصور می‌شد که پروتئین‌ها، مادهٔ وراثتی می‌باشند، نتیجهٔ رخ داده برخلاف انتظار ایوری بود.

۳ در اولین مرحله از آزمایشات گریفیت، باکتری‌های پوشینه‌دار به موش‌ها تزریق شدند و از آنزیم‌های تخریب‌کننده استفاده نشد. در اولین مرحله از آزمایشات ایوری از پروتئازها استفاده شد.

۴ در دومین مرحله از آزمایشات ایوری، از عصارهٔ باکتری‌های پوشینه‌دار کشته شده با گرما و باکتری‌های بدون پوشینهٔ زنده استفاده شد. در دومین مرحله از آزمایشات گریفیت تنها از باکتری‌های بدون پوشینه (یک نوع) استفاده شد.

کنکورچی‌میگه؟ کدام مورد در خصوص آزمایشات یا نتایج کارهای گریفیت، نادرست است؟ (کنکور نوبت اول ۱۴۰۴)

۱) به بحث‌ها و پژوهش‌های چندساله دربارهٔ ماهیت مادهٔ ژنتیک خاتمه داد.

۲) دریافت که یک ویژگی ارثی می‌تواند از نوعی یاختهٔ زنده به نوعی یاختهٔ دیگر منتقل شود.

۳) در یکی از آزمایشات خود ملاحظه کرد که تعداد زیادی از باکتری‌های فاقد پوشینه، پوشینه‌دار شدند.

۴) در یکی از آزمایشات انجام‌شده، باکتری‌های پوشینه‌دار زنده را در محلی غیر از خون موش‌های مرده مشاهده کرد.

پاسخ: گزینه ۱ آسان | خط‌به‌خط

عامل مؤثر در انتقال صفت طی آزمایش‌های گریفیت تا حدود ۱۶ سال پس از مرگ گریفیت همچنان ناشناخته ماند. تا اینکه نتایج کارهای دانشمندی به‌نام ایوری و همکارانش عامل مؤثر در آن را مشخص کرد. بنابراین پژوهش‌ها در ارتباط با کشف ماهیت مادهٔ ژنتیک (وراثتی) پس از گریفیت نیز ادامه داشت.

مشاوره شـــاید تا قبل از برگزاری کنکور اردیبهشـــت ۱۴۰۴، کمتر کسی فکر میکرد که یه تست مستقل از مبحث گریفیت طرح بشود! اما این کنکور نشان داد که همهٔ مباحث در کنکور اهمیت دارند و باید همه مطالب کتب درسی رو با دقت بخونی!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ پس از آزمایش‌هایی که گریفیت انجام داد و با مشاهدهٔ نتیجهٔ آزمایش چهارم، مشخص شد که مادهٔ وراثتی می‌تواند از یاخته‌ای به یاختهٔ دیگر منتقل شود، ولی ماهیت و چگونگی این انتقال مشخص نشد.

۳ در آزمایش چهارم گریفیت، مخلوطی از باکتری‌های پوشینه‌دار کشته‌شده با گرما و زندهٔ بدون پوشینه به موش‌ها تزریق شد. او در بررسی خون و شش‌های موش‌های مرده، تعداد زیادی باکتری‌های پوشینه‌دار مشاهده کرد. بنابراین تعداد زیادی (نه همهٔ) از باکتری‌های فاقد پوشینه طی این آزمایش، پوشینه‌دار شدند.

۴ مطابق زیرنویس تصویر مراحل آزمایشات گریفیت در کتاب درسی زیست۳، گریفیت در مرحلهٔ چهارم، با بررسی خون و شش‌های موش مرده، باکتری‌های پوشینه‌دار زیادی را در خون و شش‌های جانور مشاهده کرد.

۶. گروهی از مولکول‌های پروتئینی در بدن انسان برای آن که عملکرد مناسبی داشته باشند، به وجود یون یا یون‌هایی معدنی نیاز دارند. کدام مورد مشخصهٔ این پروتئین‌ها را به طور صحیح بیان می‌کند؟

۱) بعضی از آن‌ها در جلوگیری از خون‌ریزی نقش اساسی دارند.

۲) همهٔ آن‌ها از طریق جایگاه فعال خود به پیش‌ماده(ها) متصل می‌شوند.

۳) همهٔ آن‌ها با افزایش غلظت پیش‌ماده تا حد خاصی باعث افزایش سرعت واکنش می‌شوند.

۴) بعضی از آن‌ها در هنگام تشکیل ساختار سوم، گروه‌های R آب‌گریز را در قسمت مرکزی ساختار خود جای می‌دهند.

پاسخ: گزینه ۱ سخت | مفهومی

(ایستگاه آمار): تا کنون در ارتباط با آنزیم‌ها، ۳ سوال در کنکورهای سراسری نظام جدید داشتیم.

سرنخ صورت سوال درباره پروتئین‌هایی صحبت می‌کند که برای آن که عملکرد مناسبی داشته باشند، به وجود یون یا یون‌های معدنی نیاز دارند. این پروتئین‌ها ممکن است غیرآنزیمی باشند (مثل هموگلوبین که برای فعالیت به یون آهن نیاز دارد!) و یا ممکن است آنزیمی باشند (مثل آنزیم‌های موثر در انعقاد خون که به یون کلسیم نیاز دارند و یا ...).

تنها مورد (۱) درست است.

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱ پروتئین‌ها و آنزیم‌هایی که در روند انعقاد خون نقش دارند، به وجود یون کلسیم نیاز دارند. بنابراین بعضی از پروتئین‌های ذکرشده در صورت سوال در جلوگیری از خون‌ریزی نقش اساسی دارند.

۲ و ۳ این دو مورد در ارتباط با پروتئین‌های آنزیمی درست هستند، ولی در رابطه با هموگلوبین صدق نمی‌کنند!

۴ در هنگام تشکیل ساختار سوم، پروتئین‌ها گروه‌های R آب‌گریز را در مرکز ساختار خود قرار می‌دهند تا کمتر در معرض آب قرار داشته باشند. بنابراین این گزینه در ارتباط با همهٔ آن‌ها صدق می‌کند.

تست‌درتست **چند مورد زیر را می‌توان نوعی مولکول متعلق به متنوع‌ترین گروه مولکول‌های زیستی از نظر ساختار و عملکرد دانست؟**

الف) هر مولکولی که دارای عملکرد اختصاصی است.

ب) هر مولکولی که باعث تغییر گروهی از پروتئین‌ها در معده انسان می‌شود.

ج) هر مولکولی که در غیرفعال‌کردن ژن‌ها مؤثر است.

د) هر مولکولی که در انتقال پیام بین یاخته‌های انسان نقش دارد.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | مفهومی

متنوع‌ترین گروه مولکول‌های زیستی از نظر ساختار و عملکرد، **پروتئین‌ها** هستند. پس سوال می پرسد که چندتا از موارد مذکور، پروتئین هستند.

بررسی موارد:

الف هر مولکولی که دارای عملکرد اختصاصی است (آنزیم) پروتئینی نیست! گفتهٔ کتاب درسی: بیشتر آنزیم ها پروتئینی هستند!

ب هر مولکولی که باعث تغییر گروهی از پروتئین‌ها در معده انسان می‌شود : پپسین و HCL. HCL پروتئینی نیست!

ج در یوکاریوت‌ها تنظیم بیان ژن می‌تواند پیش از رونویسی یا پس از آن انجام شود، برای مثال اتصال برخی رناهای کوچک مکمل به رنای پیک باعث جلوگیری از بیان شدن آن ژن می‌شود. رنا که پروتئینی نیست!!

د هورمون‌ها در انتقال پیام نقش دارند و برخی هورمون ها استروئیدی هستند؛ پس هر مولکولی که در انتقال پیام بین یاخته‌های انسان نقش دارد پروتئینی نیست!

۷. با توجه به پلی‌نوکلئوتیدهایی که در یاخته‌های مختلف وجود دارند، کدام مورد به طور درست بیان شده است؟

۱) همهٔ حلقه‌های پنج ضلعی در نوکلئیک اسیدهای حلقوی در تشکیل پیوند فسفودی استر شرکت دارند.

۲) بعضی از حلقه‌های شش ضلعی در نوکلئیک اسیدهای حلقوی در پله‌های ساختار نردبان‌مانند قرار می‌گیرند.

۳) همهٔ حلقه‌های شش ضلعی نیتروژن‌دار در نوکلئیک اسیدهای خطی در تشکیل پیوند هیدروژنی شرکت می‌کنند.

۴) بعضی از حلقه‌های نیتروژن‌دار در نوکلئیک اسیدهای خطی به طور مستقیم به حلقه قندی پنج ضلعی متصل هستند.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | استنباطی

(ایستگاه آمار): از مفاهیم مربوط به این سوال (ساختار نوکلئوتیدها، رناها و دنا)، مجموعاً ۵ سوال در کنکورهای نظام جدید داخل کشور داشتیم.

سرنخ حلقه‌های آلی در ساختار نوکلئیک اسیدها به صورت زیر هستند:

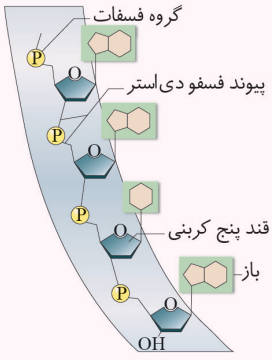
۱- حلقه‌های پنج ضلعی ← حلقه آلی قند + یک حلقهٔ آلی باز در بازهای پورین

۲- حلقه‌های شش ضلعی ← حلقهٔ آلی باز در همه بازهای آلی

۳- حلقه‌های نیتروژن‌دار ← حلقهٔ آلی پنج ضلعی و شش ضلعی در بازهای آلی پورین + حلقهٔ آلی شش ضلعی در بازهای پیریمیدین

بنابراین با این توصیفات منظور گزینه ۴ شامل حلقه‌های آلی پنج ضلعی و شش ضلعی در بازها هستند. در این بین، در بازهای پیریمیدین حلقهٔ شش ضلعی مستقیماً به حلقهٔ قندی پنج ضلعی متصل است. در بازهای پورین، حلقهٔ پنج ضلعی باز به حلقهٔ قند پنج ضلعی متصل می‌باشد؛ اما حلقهٔ شش ضلعی در بازهای پورین به قند متصل نیست!

موشکافی در ارتباط با این شکل داریم:



۵ حلقه‌های شش ضلعی در بازهای آلی در تشکیل پیوندهای هیدروژنی شرکت دارند.

۶ در یک نوکلئوتید، قند از طریق کربنی در خارج از حلقه خود به فسفات همان نوکلئوتید است. اما از طریق یکی از کربن‌های ساختار حلقه پنج ضلعی خود به فسفات نوکلئوتید دیگر متصل است.

۷ در نوکلئوتیدهای واجد باز پیریمیدین، حلقهٔ آلی شش ضلعی باز مستقیماً به یکی از کربن‌های موجود در حلقه پنج ضلعی قند خود متصل است. (اتصال حلقهٔ شش ضلعی به حلقهٔ پنج ضلعی)

۸ در نوکلئوتیدهای واجد باز پورین، حلقهٔ شش ضلعی به حلقهٔ پنج ضلعی باز آلی متصل است. از طرف دیگه حلقهٔ پنج ضلعی باز آلی مستقیماً به یکی از کربن‌های حلقه پنج ضلعی قند متصل است. (اتصال پیوند بین دو حلقهٔ پنج ضلعی از طریق پیوند اشتراکی در نوکلئوتیدهای واجد باز پورین دیده می‌شود!)

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ حلقه‌های پنج ضلعی قند در نوکلئیک اسیدها در تشکیل پیوند فسفودی استر شرکت می‌کنند؛ اما حلقه‌های پنج ضلعی باز آلی در آن‌ها هیچ نقشی در تشکیل پیوند فسفودی استر ندارند!

نکته در نوکلئیک اسیدهای حلقوی، همهٔ قندها در تشکیل پیوند فسفودی استر شرکت دارند. در نوکلئیک اسیدهای خطی، در هر رشته یک نوکلئوتید در تشکیل پیوند فسفودی استر شرکت ندارد و بقیهٔ قندهای رشته در تشکیل پیوند فسفودی استر شرکت می‌کنند.

۲ همهٔ حلقه‌های شش ضلعی مربوط به باز آلی هستند و همشون در بخش پله ساختار نردبان‌مانند شرکت می‌کنند.

۳ در نگاه اول گزینه ۳ ممکنه درست به نظر برسه! چرا؟ چون در دناها همهٔ حلقه‌های شش ضلعی بازهای آلی در تشکیل پیوند هیدروژنی شرکت دارند. ولی باید حواست باشه که منظور از نوکلئیک اسید خطی شامل دنای خطی و رنای خطی می‌شود. بنابراین در بعضی از نوکلئیک اسیدهای خطی (مثل رنای پیک!) حلقه‌های شش ضلعی بازهای آلی پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌دهند!

استراتژی در سوالات مربوط به فصل یک و دو دوازدهم، همیشه حواست باشه که منظور از نوکلئیک اسید ممکنه هم شامل دنا و هم شامل رنا باشد!

۸. در ارتباط با ساختار پروتئینی که برای اولین‌بار ساختار آن شناسایی شد، کدام مورد صحیح بیان شده است؟

۱) انتهای کربوکسیل و آمینی زنجیره‌های آن در فاصله کمی از هم قرار می‌گیرند.

۲) اتم آهن در قسمت مرکزی گروه هم قرار داشته و به انتهای زنجیره پپتیدی متصل است.

۳) تغییر هر آمینواسید ساختار اول، به‌طورحتم عملکرد و شکل سه بعدی آن را تغییر می‌دهد.

۴) اندازه ساختارهای مارپیچی آن، می‌تواند متفاوت باشد و آمینواسیدهای متفاوتی داشته باشد.

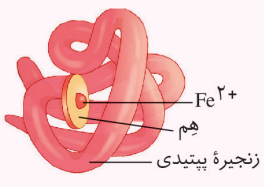
پاسخ: گزینه ۴ متوسط | مفهومی

(ایستگاه آمار): از مبحث میوگلوبین، ۵ تست در کنکورهای سراسری نظام جدید داشتیم.

سرنخ منظور از ساختار پروتئینی که برای اولین‌بار ساختار آن شناسایی شد، میوگلوبین است.

میوگلوبین دارای ساختار سوم است بدین معنی که دارای چندین مارپیچ در خود می باشد که اندازه‌های متفاوتی می‌توانند داشته باشند و همچنین توالی آمینواسیدی آن‌ها می‌تواند متفاوت باشد.

موشکافی در ارتباط با ساختار میوگلوبین داریم:



۱ در ساختار دوم تعداد زیادی ساختارهای مارپیچی دارد! حواست باشه که این ساختارهای مارپیچی اندازه‌های متفاوتی ممکنه داشته باشند و همچنین بین این ساختارهای مارپیچی قسمت‌هایی میبینیم که آمینواسیدهای آن‌ها در تشکیل پیوند هیدروژنی ساختار دوم شرکت نمی‌کنند! (قسمت‌هایی که بین دو مارپیچ هستند!)

۲ در ساختار سوم، پیچ و خم‌های بیشتر باعث می‌شود تا شکلی شبیه بتای هموگلوبین پیدا کند.

۳ در ساختار میوگلوبین، دو انتهای زنجیره در فاصله کمی از هم قرار دارند.

۴ در میوگلوبین، هم به قسمتی از میانهٔ زنجیره پپتیدی متصل است. در قسمت مرکزی هم، یون آهن (Fe^{+2}) دیده می‌شود.

۵ هر میوگلوبین تنها یک گروه هم دارد و تنها به یک مولکول اکسیژن متصل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در ساختار میوگلوبین، انتهای کربوکسیل و آمین زنجیره پپتیدی از هم کمی فاصله دارند. اما میدونی چرا این گزینه غلطه؟ برگرد و دوباره گزینه رو بخون! توی این گزینه عبارت (زنجیره‌های میوگلوبین) ذکرشده که نادرسته!

تله‌تستی یکی از تکنیک‌های ناجوانمردانه طراحان به کاربردن کلمات جمع به جای کلمات مفرد و بالعکس است! مثلاً توی همین مورد میوگلوبین تنها یک زنجیره دارد ولی طراح از لفظ زنجیره‌های میوگلوبین استفاده کرده است!

۲ اولاً که یون آهن در قسمت مرکزی گروه هم قرار دارد و ثانیاً باید بهت بگم که گروه هم به انتهای زنجیره پپتیدی متصل نیست، بلکه به قسمتی در میانهٔ آن متصل است.

تله‌تستی حواست باشه که گروه هم جزئی از زنجیره پپتیدی نیست، بلکه صرفاً به آن متصل است!

۳ تغییر آمینواسید در جایگاه اول ممکن است (نه همواره!) باعث تغییر شدید فعالیت، عملکرد و شکل پروتئین شود.

مشاوره طراح کنکور در سال ۱۴۰۳ به اشتباه برای میوگلوبین ساختار صفحه‌ای را نیز در نظر گرفته بود که اشتباه بود و این غلط تا حالا دوباره تکرار نشـــده است! اما تو با توجه به متن کتاب درسی برای کنکورهای بعدی، ساختار مارپیچی رو برای میوگلوبین در نظر بگیر، چون احتمالاً دیگه طراح هم متوجه اشتباهش شده و دیگه تکرار نمیکنه!

کنکورچی‌میگه؟ **کدام عبارت، دربارهٔ ساختار پروتئین قرمزرنگ موجود در تار ماهیچه‌ای کند انسان، صحیح است؟** (کنکور۹۹ داخل کشور)

۱) بخشی که دارای اتم آهن مرکزی است، جزئی از زنجیرهٔ پپتیدی آن محسوب می‌شود.

۲) زنجیره‌های تاخوردهٔ آن، از طریق پیوندهای غیراشتراکی در کنار یک دیگر قرار می‌گیرند.

۳) همهٔ آمینواسیدهای موجود در ساختار دوم، از طریق پیوند هیدروژنی با یکدیگر ارتباط دارند.

۴) در یک زنجیره، گروه CO یک آمینواسید به گروه NH آمینواسید غیرمجاورش نزدیک و پیوند برقرار می‌نماید.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | مفهومی

منظور از صورت سؤال، میوگلوبین است. در ساختار دوم میوگلوبین، گروه‌های آمین و کربوکسیل آمینواسیدهایی که در فاصله‌ای دورتر از هم قرار دارند، باهم پیوند هیدروژنی می‌دهند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ گروه هم جزء زنجیرهٔ پلی پپتیدی نیست.

۲ این پروتئین تنها یک زنجیره تاخورده دارد.

۳ دقت کنید که بسیاری از آمینواسیدهای آن، پیوند هیدروژنی نمی‌دهند.

۹. با در نظرگرفتن نوعی یاخته بنیادی مغز استخوان، کدام گزینه صحیح است؟

۱) ویرایش برخلاف پیرایش، تنها بر روی رشته پلی‌نوکلئوتیدی جدید اثر می‌گذارد.

۲) ویرایش برخلاف پیرایش، با شکستن پیوند اشتراکی بین قندهای دئوکسی‌ریبوز، همراه است.

۳) پیرایش برخلاف ویرایش، توسط آنزیم‌های متنوع‌تری، منجر به حذف بخش‌هایی از نوعی ژن دنا می‌شود.

۴) پیرایش برخلاف ویرایش، در مرحله‌ای از اینترفاز که فاقد نقطهٔ وارسی اصلی است، به طور شدید رخ می‌دهد.

پاسخ: گزینه ۲ سخت | مفهومی

(ایستگاه آمار): اگرچه تا کنون سوالی مستقل در ارتباط با فرآیند ویرایش و یا پیرایش در کنکورهای سراسری نداشتیم ولی از مفاهیم این دو مبحث تا الان در کنکورهای سراسری استفاده شده‌است. از مفهوم پیرایش، تا کنون در ۴ تست و از مفهوم ویرایش، در ۲ تست کنکور یاد شده است.

پیرایش با شکستن پیوندهای اشتراکی بین قندهای ریبوز و ویرایش با شکستن پیوندهای اشتراکی بین قندهای دئوکسی ریبوز همراه است! ضمناً یادت باشد که در پیرایش تشکیل پیوندهای فسفودی استر بین قند ریبوز و فسفات رو داریم!

	پیرایش	ویرایش
شکسته‌شدن پیوند فسفودی استر	داریم	داریم
اثرگذاری بر چه نوعی رشته پلی‌نوکلئوتیدی	رنا	دنا
اثر بر چه نوع نوکلئوتیدهایی؟	ریبونوکلئوتیدها	دئوکسی ریبونوکلئوتیدها
در چه مرحله‌ای بیشتر انجام می‌شود؟	G_2	S
تنوع آنزیمی آن چطور است؟	چند نوع آنزیم	دنابسپاراز

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ هم پیرایش و هم ویرایش، هر دو بر روی رشته در حال ساخت یا رشته جدید اثرگذار هستند.

نکته تفاوت بین پیرایش و ویرایش در این اســـت که طی ویرایش، رشته متشکل از دئوکســـی ریبونوکلئوتیدها دچار اصلاح می‌شود و طی پیرایش، رشته متشکل از ریبونوکلئوتیدها!

۳ پیرایش توسط آنزیم‌های متنوع‌تری انجام گرفته(طی پیرایش آنزیم‌های نوکلئاز و آنزیم‌های تشکیل‌دهنده پیوند فسفودی استر فعالیت دارند!) ولی ویرایش توسط دنابسپاراز صورت می‌گیرد. اما میدونی چرا این گزینه غلطه؟ چون طی پیرایش، هیچ بخشی از ژن حذف نمی‌شود، بلکه بخش‌هایی از رونوشت ژن (به نام اینترون!) حذف می‌گردند.

رفع ابهام: بعضی از طراحان آزمون‌ها و مدرسین محترم، ممکنه کلمات (رونوشت اینترون) و (اینترون) - (رونوشت اگزون) و (اگزون) رو به جای هم به کار ببرند و یجوراپی غلط رایجی در فضای کنکور شده است! اما باید حواست باشه که خیلی به این مسئله گیر ندهی و ازش رد بشی، چون معمولاً طراحان این مطلب رو در نظر نمی‌گیرند! حالا یعنی چی؟ جمله زیر رو بخون: (طی پیرایش، با حذف بخش‌هایی از رنا، اگزون‌ها به هم متصل می‌شوند.) ← این جمله رو معمولاً در فضای کنکور درست بوده ولی در اصل میدونیم که رونوشت اگزون‌ها به هم متصل می‌شوند. بنابراین با این که میدونیم این جمله به صورت جزئی ایراد دارد، ولی بهش گیر نمی‌دهیم و درست در نظر میگیریمش!

۴ پیرایش در مرحله G_2 به میزان زیادی انجام می‌گیرد که کوتاه‌ترین مرحله چرخه یاخته‌ای است. ویرایش در مرحله S صورت می‌گیرد. در مرحله G_1 و G_2، نقاط وارسی اصلی دیده می‌شود، ولی در مرحله S این طور نیست!

۱۰. کدام موارد زیر ویژگی بخشی از همهٔ آنزیم‌ها که به کمک آن بر روی پیش‌ماده(ها) اثرگذار هستند، را به طور مناسب بیان می‌کند؟

الف) به‌طورحتم بین مونومرهای سازنده آن پیوندهای پپتیدی به حفظ پایداری کمک می‌کنند.

ب) ممکن است با پیش‌ماده‌ای(هایی) که از نظر سه بعدی مشابه آن هستند، پیوند برقرار کند.

ج) به‌طورحتم در پی تغییرات شدید pH ابتدا پیوندهای آن دچار تغییر می‌شود.

د) ممکن است نوعی ماده در آن قرار گیرد که پیش‌ماده آنزیم نباشد.

۱) الف و ب ۲) ج و د ۳) الف و ج و د ۴) ب و ج و د

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | مفهومی

سرنخ منظور صورت تست، جایگاه فعال آنزیم‌هاست. البته یادت باشه که این آنزیم ممکن است پروتئینی یا از جنس رنا باشد!

دو مورد (ج) و (د) صحیح هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف اگر آنزیم از جنس پروتئین باشد، تشکیل پیوندهای پپتیدی بین مونومرهای آن باعث حفظ پایداری مولکول می‌شود. اما اگر آنزیم از جنس نوکلئیک اسیدها باشد، چنین چیزی درست نیست!

ب جایگاه فعال از نظر شکل سه بعدی با پیش‌ماده(ها) مکمل است؛ نه مشابه!

ج تغییر pH محیط ابتدا بر پیوندهای شیمیایی آنزیم‌ها تأثیر گذاشته و می‌تواند باعث تغییر شکل آن‌ها شود.

د بعضی از مواد سمی در محیط مثل سیانید و آرسینک می‌توانند با قرار گرفتن در جایگاه فعال آنزیم، مانع فعالیت آن شوند. پس هرچیزی که در جایگاه فعال آنزیم قرار می‌گیرد، لزوماً پیش ماده آنزیم نیست!

در مبحث آنزیم‌ها، مفاهیم مربوط به قیدها خیلی مهمه و باید بدونی که چه مطالبی در رابطه با همهٔ آنزیم‌ها صادقه و چه مطالبی در ارتباط با بعضی از آنزیم‌ها:

آنزیم‌ها	در ارتباط با همهٔ آنزیم‌ها صدق می‌کند	۱- باعث افزایش برخورد مناسب بین پیش‌ماده(ها) می‌شوند. ← سرعت واکنش‌های شیمیایی را افزایش می‌دهند. ۲- باعث کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش‌های شیمیایی می‌شوند. ۳- محل تولید همهٔ آنزیم‌ها درون یاخته است. ۴- با کمک بخشی به نام جایگاه فعال، عمل می‌کند. ← همه آنزیم‌ها عملکرد اختصاصی دارند. ۵- تغییرات شدید دما و pH باعث اختلال در عملکرد آنزیم‌ها می‌شود. ۶- به مرور زمان مقدار آن‌ها کاهش می‌یابد. ۷- همهٔ آن‌ها در ساختار خود، کربن، هیدروژن، اکسیژن و نیتروژن دارند.
	در ارتباط با بعضی از آنزیم‌ها صدق می‌کند	۱- محل فعالیت گروهی از آنزیم‌ها درون یاخته و محل فعالیت گروهی بیرون از یاخته و محل فعالیت برخی در سطح غشای یاخته است. ۲- بیشتر آن‌ها پروتئینی هستند و برخی از آن‌ها، از جنس رنا می‌باشند. ← بنابراین بین برخی از آن‌ها پیوندهای پپتیدی دیده می‌شود. ← بعضی محصول رونویسی هستند و بعضی محصول فرایند ترجمه. ۳- بعضی آنزیم‌ها برای فعالیت به وجود یون‌های فلزی (مثل آهن، مس) و بعضی آنزیم‌ها برای فعالیت به وجود مواد آلی (کوآنزیم) نیاز دارند. ۴- اغلب آن‌ها سرعت یک نوع واکنش شیمیایی را افزایش می‌دهند، ولی برخی از آن‌ها سرعت بیش از یک نوع واکنش شیمیایی را بیشتر می‌کنند. ۵- برخی از آنزیم‌ها در pH خون انسان (۷,۴) و برخی در pH معده (۲) و برخی در pH رودهٔ باریک (۸) فعالیت بهینه را دارند و برخی دیگر در pHهای دیگر! ۶- پیش ماده بعضی از آن‌ها ترکیبات سمی است و لذا با قرارگیری این مواد در جایگاه فعال خود ممکن است دچار اختلال عملکرد نشوند!
	در ارتباط با هیچ آنزیمی صدق نمی‌کند	۱- هیچ آنزیمی واکنش‌های انجام نشدنی را به واکنش‌های انجام شدنی تبدیل نمی‌کند! ۲- هیچ آنزیمی بر روی انرژی آزادشده از واکنش‌های شیمیایی اثری ندارد. ۳- هیچ آنزیمی در طی واکنش‌های شیمیایی مصرف نمی‌شود.

۱. با توجه به ریزوبیوم‌ها، کدام گزینه برای تکمیل عبارت مقابل مناسب است؟ «در هر مرحله‌ای از فرایند رونویسی که در آن ..... »

۱) توالی خاصی شناسایی می‌شود، به فسفات‌های آزاد هسته افزوده می‌شود.

۲) باز شدن دو رشته راه‌انداز در ژن شروع می‌شود، شکسته‌شدن پیوند هیدروژنی بین دنا و رنا غیرمحتمل است.

۳) تشکیل پیوند هیدروژنی میان دئوکسی‌ریبونوکلئوتیدها مشاهده می‌شود، حرکت رنابسپاراز در طول ژن دیده می‌شود.

۴) بیشترین تعداد پیوندهای قند - فسفات تشکیل می‌شود، توالی نوکلئوتیدی رشته تولیدی با رشته رمزگذار یکسان است.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | مفهومی

(ایستگاه آمار): اگرچه از مفاهیم رونویسی تست‌های زیادی در کنکورها داشتیم ولی از مراحل رونویسی و وقایع اون (برخلاف ترجمه) تاکنون تست مستقیمی نداشتیم.

تشکیل پیوند هیدروژنی میان دئوکسی‌ریبونوکلئوتیدها یعنی بسته شدن دنا، که در دو مرحلهٔ طویل شدن و پایان انجام می‌شود. در این مراحل، حرکت رنابسپاراز در طول ژن دیده می‌شود.

استراتژی موقع حل کردن سوالات مربوط به رونویسی و همانندسازی و ترجمه، باید همیشه حواست باشه که نوع یاخته ذکرشده، یوکاریوتی است یا پروکاریوتی! چون ممکنه توی گزینه‌ها از ویژگی‌های کلی جانداران یوکاریوت (مثل داشتن هیستون، هسته و ...) و یا ویژگی‌های کلی پروکاریوت‌ها (مثل اتصال دنا به غشا و ...) استفاده شده باشد و خب همیشه لازمه که یه نیم نگاهی به نوع یاخته ذکرشده در صورت اصلی تست هم داشته باشیم!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ شناسایی توالی نوکلئوتیدی خاص در مرحلهٔ آغاز و پایان رونویسی دیده می‌شود. در هر دوی این مراحل، فسفات آزاد می‌گردد. اما میدونی چرا این گزینه غلطه؟ چون ریزوبیوم نوعی پروکاریوت است و هسته ندارد!

۲ در مرحله آغاز راه‌انداز شناسایی می‌شود. در این مرحله، شکسته‌شدن پیوند هیدروژنی بین دنا و رنا نداریم! (چون زنجیره تازه‌ساخته‌شده خیلی کوتاه است!) ولی میدونی چرا این گزینه غلطه؟ چون راه‌انداز باز نمی‌شود و الگو قرار نمی‌گیرد! از طرفی، راه‌انداز جزئی از ژن نیست!

۴ در مرحله طویل‌شدن بیشترین میزان پیوندهای قند - فسفات بین نوکلئوتیدها شکل می‌گیرد. دقت داشته باشید که در این مرحله، توالی رشته تولیدی با رشته رمزگذار مشابه است؛ نه این که یکسان باشد! چرا؟ چون ممکن است رشته رمزگذار AATT باشد و رشته تازه‌ساخته‌شده توالی بازهای آن به صورت AAUU باشد. (در ساختار رنا، باز تیمین نداریم!) بنابراین توالی‌هاشون مشابه است، نه یکسان!

تله‌تستی خیلی توی آزمون‌ها این جابه‌جاکردن مشابه و یکسان، رایجه!

تفکرطراح **هر مرحله‌ای از فرایند رونویسی که .....**

۱ رنابسپاراز به راه‌انداز متصل می‌شود: آغاز

۲ رنابسپاراز راه انداز را رونویسی می‌کند: هیچ کدام (راه انداز رونویسی نمی‌شود.)

۳ کمترین تعداد پیوندهای فسفودی‌استر تشکیل می‌شود: آغاز

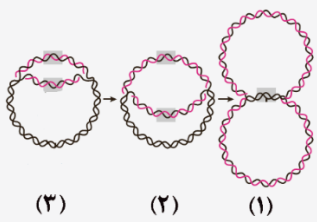
۴ توالی آغاز رونویسی الگوبرداری می‌شود: هیچ‌کدام! (توالی آغاز نداریم، بلکه نوکلئوتید مناسب آغاز رونویسی داریم.)

۵ تعداد رونوشت میانه بیشتری تشکیل می‌شود: طویل شدن

۶ غلظت فسفات‌های آزاد درن هسته به میزان بیشتری افزایش می‌یابد: طویل شدن (در یوکاریوت‌ها! چون به هسته اشاره شده است!)

۷ توالی پایان رونویسی می‌شود: پایان

۱۲. با توجه به شکل زیر که همانندسازی DNA در ریزوبیوم را نشان می‌دهد، کدام مورد صحیح بیان شده است؟



۱) پیش از مرحلهٔ (۳) لازم است تا قبل از فعالیت هلیکاز، نوعی آنزیم هیستون‌ها را از دنا جدا کند.

۲) اندکی بعد از مرحله (۱) ممکن است نوعی پیوند در ساختار رشته جدید، بدون مصرف نوکلئوتید تشکیل شود.

۳) در فاصله بین (۳) تا (۲)، هلیکازها در حال دورشدن بوده و با شکستن پیوندهایی پرانرژی، پایداری دنا را برهم می‌زنند.

۴) در فاصلهٔ (۲) تا (۱)، دنابسپارازها باعث اتصال فسفات یک نوکلئوتید به کربنی در خارج از حلقه پنج ضلعی قند نوکلئوتید انتهایی می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | مفهومی

(ایستگاه آمار): تا کنون ۴ سوال از مبحث همانندسازی پروکاریوت‌ها درون کنکورهای سراسری نظام جدید داشتیم.

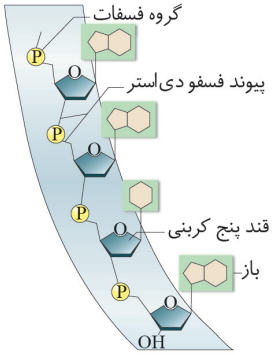
پس از آن که رشته‌های جدید به صورت کامل در مقابل رشته‌های اولیه تشکیل شدند، این رشته‌ها باید از حالت خطی به فرم حلقوی تبدیل شوند. در چنین حالتی لازم است تا دو سر رشته خطی تازه تشکیل‌شده به یک‌دیگر متصل شوند. برای تشکیل این اتصال، نوکلئوتید جدیدی مصرف نمی‌شود، بلکه نوکلئوتید اول و آخر دو رشته به یک‌دیگر متصل می‌گردند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ این تصویر مربوط به همانندسازی در پروکاریوت‌هاست و خب میدونیم که پروکاریوت‌ها هیستون ندارند!

۳ هلیکاز پیوندهای هیدروژنی (کم انرژی) را می‌شکند.

۴ دنابسپاراز باعث اتصال فسفات یک نوکلئوتید به کربنی در داخل حلقهٔ پنج ضلعی قند نوکلئوتید انتهایی می‌شود!



۱۳. در ارتباط با ساختارهای دوم پروتئینی که در کتاب درسی ذکرشده‌اند، کدام گزینه برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«در نوعی پروتئین در ساختار ..... »

۱) صفحه‌ای، پیوندهای پپتیدی و پیوندهای هیدروژنی در محل اتصال دو صفحه و کربن مرکزی در قسمت میانی صفحات قرار دارد.

۲) مارپیچ، گروه‌های R به سمت مرکز ساختار بوده و در هر دور از این ساختار حدود چهار پیوند پپتیدی وجود دارد.

۳) مارپیچ، پیوندهای هیدروژنی بین گروه‌های CO و NH آمینواسیدهای نزدیک به هم، بر یکدیگر عمود می‌باشند.

۴) صفحه‌ای، گروه‌های R دو آمینواسید مجاور هم در سمت متفاوتی از محل اتصال صفحات قرار گرفته‌اند.

پاسخ: گزینه ۴ سخت | استنباطی

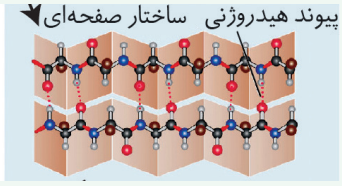
(ایستگاه آمار): در سوالات قبلی اشاره شد که تا کنون ۵ تست مستقیماً از ساختار میوگلوبین داشتیم ولی جدای از این ۵ تست، تاکنون ۲ تست از ساختار پروتئین‌ها (۱ تست مستقیماً از ساختار دوم پروتئین‌ها در کنکور اردیبهشت ۱۴۰۴) داشتیم.

در ساختار صفحه‌ای، گروه‌های R دو آمینواسید در دو سمت متفاوت از ساختار قرار می‌گیرند. در واقع گروه R آمینواسیدهای مجاور به این نحو است که یکی به سمت جلوی صفحه و دیگری به سمت پشت صفحه قرار گرفته است! ضمناً محل قرارگیری گروه‌های R در محل اتصال دو صفحه به هم می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ با توجه به شکل زیر، پیوند پپتیدی در قسمت مرکزی صفحات قرار گرفته است و کربن مرکزی و گروه R در محل اتصال دو صفحه به یک‌دیگر دیده می‌شود. ضمناً طبق شکل میبینی که پیوندهای هیدروژنی نیز در قسمت تاخوردگی و اتصال صفحات قرار ندارند!

نکته وضعیت قرارگیری اجزای مختلف در ساختار صفحه‌ای:



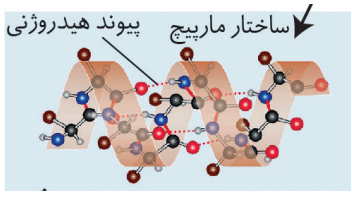
۱ گروه CO و NH، در بخشی از صفحات که نه مرکزی است و نه محل اتصال صفحات است!

۲ گروه R و اتم کربن مرکزی، در محل اتصال دو صفحه به یک‌دیگر قرار دارد.

۳ پیوند پپتیدی، در قسمت مرکزی صفحات قرار گرفته است.

۴ پیوند هیدروژنی، در محلی نزدیک به قسمت مرکزی صفحات دیده می‌شود.

۲ که در ساختار مارپیچی گروه R آمینواسیدها به سمت محیط ساختار قرار گرفته است و در هر پیچ از ساختار مارپیچی، حدوداً چهار پیوند پپتیدی دیده می‌شود. شک داری؟ برو توی شکل کتاب درسی تعداد پیوندهای قرمزرنگ در هر پیچ رو بشمر!



۳ طبق شکل کتاب درسی، پیوندهای هیدروژنی در ساختار مارپیچ تقریباً موازی هم می‌باشند!

موشکافی **ساختار دوم پروتئینی:**

۱) بین بخش‌هایی از یک زنجیرهٔ پلی پپتیدی، می‌تواند پیوندهای هیدروژنی برقرار شود. این پیوندها منشأ تشکیل ساختار دوم در پروتئین‌ها هستند.

۲) این پیوند هیدروژنی بین هیدروژن آمین و اکسیژن کربوکسیل برقرار می‌شود.

۳) در این ساختار هم پیوند پپتیدی دیده می‌شود (از ساختار اول) و هم پیوند هیدروژنی ولی منشأ تشکیل این ساختار، پیوند هیدروژنی است!

۴) ساختار دوم در پروتئین‌ها به چند صورت دیده می‌شود که دو مورد معروف آن عبارتند از: مارپیچ و صفحه‌ای

۵) ساختار مارپیچ: آمینواسیدهای مجاور با هم پیوند هیدروژنی تشکیل داده‌اند. - جهت گیری گروه R به سمت خارج از مارپیچ است. - پیوند هیدروژنی بین اکسیژن گروه کربوکسیل و هیدروژن گروه آمین دیده می‌شود. مثلاً بین آمینواسید شمارهٔ ۱ و پنجمین آمینواسیدِ پس از آن. (i،i+۴)

۶) ساختار صفحه‌ای: آمینواسیدهای مقابل با هم پیوند هیدروژنی تشکیل داده‌اند.

۷) ساختار مارپیچی تعداد پیوند هیدروژنی بیشتری نسبت به صفحه ای دارد. پس استحکام و پایداری بیشتری نیز دارد.

۸) طبق شکل‌ها مشخص است که گروهی از آمینواسیدها با هم پیوند هیدروژنی می‌دهند نه همهٔ آمینواسیدها.

کنکورچی‌میگه؟ **با توجه به ساختار دوم پروتئین‌ها و آن دسته از پیوندهای هیدروژنی که منشأ تشکیل دو نمونه معروف این ساختار هستند، کدام مورد نادرست است؟** (کنکور ۱۴۰۲ نوبت دوم)

۱) در ساختار مارپیچی، گروه‌های R آمینواسیدها به سمت خارج ساختار قرار می‌گیرند.

۲) در ساختار صفحه‌ای، کربن مرکزی آمینواسیدها، تقریباً در محل تاخوردگی قرار دارد.

۳) در هر دو ساختار، پیوندهای هیدروژنی بین آمینواسیدهای مجاور هم در یک زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی برقرار می‌شوند.

۴) در هر دو ساختار، پیوندهای هیدروژنی بین اتم اکسیژن متصل به کربن یک آمینواسید با اتم هیدروژن گروه آمینی آمینواسید دیگر، برقرار می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۳ سخت | استنباطی

در هر دو ساختار، پیوندهای هیدروژنی بین اکسیژن متصل به کربن و اتم هیدروژن گروه آمینی مربوط به آمینواسید دیگر تشکیل می‌شود. دقت داشته باشید که دو آمینواسیدی که در تشکیل پیوندهای هیدروژنی شرکت می‌کنند، مجاور یک‌دیگر نیستند! (رد گزینهٔ ۴)

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) به هنگام تشکیل ساختار مارپیچی، گروه‌های R آمینواسیدها به سمت خارج از ساختار پروتئین قرار می‌گیرند.

۲) در ساختار صفحه‌ای در محل تاخوردگی صفحات، کربن مرکزی آمینواسید قابل مشاهده است.

---

۱۴. کدام موارد در ارتباط با آنزیم‌ها نادرست بیان شده است؟

الف) هر آنزیمی که برای فعالیت به یون‌های فلزی نیاز دارد، در یک pH ویژه بهترین فعالیت را دارد.

ب) هر آنزیمی که در سنتز سلولز از گلوکز مؤثر است، در تولید سوخت‌های زیستی و کاغذسازی کاربرد دارد.

ج) هر آنزیمی که انرژی فعال‌سازی نوعی واکنش را کم می‌کند، با قرارگیری هر ترکیب سمی در جایگاه خود غیرفعال می‌شود.

د) هر آنزیمی که طی مصرف در واکنش دلمه‌کردن پروتئین شیر باعث تولید پنیر می‌شود، با افزایش شدید دما غیرفعال می‌گردد.

۱) الف و ج ۲) ب و د ۳) الف و ب و ج ۴) ب و ج و د

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | مفهومی

موارد (ب)، (ج) و (د) نادرست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف بعضی آنزیم‌ها برای فعالیت به یون‌های فلزی مانند آهن، مس و یا مواد آلی مثل ویتامین‌ها نیاز دارند. همهٔ آنزیم‌ها، در یک pH ویژه بهترین فعالیت را دارند که به آن pH بهینه می‌گویند.

ب آنزیم سلولاز در تبدیل سلولز به گلوکز (نه سنتز سلولز!) نقش دارد. این آنزیم در تولید سوخت‌های زیستی و کاغذسازی کاربرد دارد!

ج آنزیم‌ها همگی انرژی فعال‌سازی واکنش یا واکنش‌هایی را کم می‌کنند. اما باید دقت کنی که در برخی موارد ممکن است پیش‌ماده یک آنزیم ترکیبی سمی باشد. برای مثال آنزیم تبدیل کننده آمونیاک به اوره، با قرارگیری آمونیاک (نوعی ترکیب سمی!) در جایگاه فعال خود، واکنش مربوطه را انجام می‌دهد و غیرفعال نمی‌شود!

د آنزیم‌های مربوط به مایه پنیر در تبدیل کردن پروتئین شیر به پنیر نقش دارند. این آنزیم‌ها در پی افزایش شدید دما غیرفعال می‌شوند؛ اما باید یادت باشد که آنزیم‌ها در واکنش‌های شیمیایی مصرف نمی‌شوند ولی توی این گزینه گفته شده که (آنزیم طی مصرف در واکنش ...) بنابراین این گزینه نادرسته!

تست‌درتست **کدام یک از گزینه‌های زیر به طور درست بیان شده است؟**

۱) بعضی مولکول‌ها با عملکرد اختصاصی همانند همهٔ ترکیبات مؤثر در غیرفعال‌کردن ژن‌ها، واحدهای آمینواسیدی دارند.

۲) همهٔ آنزیم‌ها برخلاف همهٔ کوآنزیم‌ها، باعث کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش‌های انجام نشدنی می‌شوند.

۳) بعضی از نوکلئیک اسیدها همانند همهٔ پروتئین‌ها، بین مونومرها پیوند هیدروژنی برقرار می‌کنند.

۴) همهٔ آنزیم‌ها همانند همهٔ ترکیبات کمک کننده به فعالیت آنزیم‌ها، ترکیباتی آلی هستند.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | مفهومی

بعضی از نوکلئیک اسیدها شامل همهٔ دناها و بعضی از رناها، بین مونومرهای خود پیوند هیدروژنی برقرار می‌کنند. از سوی دیگر، همهٔ پروتئین‌ها نیز در سطح ساختاری دوم خود پیوند هیدروژنی دارند! بنابراین این مقایسه درسته!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ انواعی از مولکول‌ها دارای عملکرد اختصاصی هستند که از جمله آن‌ها آنزیم‌ها هستند. بعضی آنزیم‌ها غیرپروتئینی هستند! ضمناً در مورد قسمت دوم این گزینه هم باید خدمتت عرض کنم که بعضی از ترکیبات مؤثر در تنظیم بیان ژن، پروتئینی و بعضی دیگر، نوکلئیک اسیدی (از جنس رنا!) هستند. بنابراین قید مناسب برای هر دو قسمت این گزینه، قید (بعضی) است!

۲ همهٔ آنزیم‌ها باعث کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش‌های انجام‌شدنی (نه‌انجام‌نشدنی!) می‌شوند. توجهت رو به دو تلهٔ تستی مربوط به آنزیم‌ها جلب می‌کنم:

تله‌تستی آنزیم‌ها باعث کاهش انرژی آزادشده از واکنش‌های شیمیایی می‌شوند! این عبارت غلط است؛ چون آنزیم روی انرژی فعال‌سازی اثر دارد!

تله‌تستی آنزیم‌ها در طی مصرف حین واکنش، باعث انجام بعضی واکنش‌ها می‌شوند! این عبارت غلط است، چون آنزیم‌ها حین واکنش مصرف نمی‌شوند!

(ایستگاه آمار): از مبحث کوآنزیم‌ها، تا کنون ۲ سوال از مفاهیم مرتبط با کوآنزیم‌ها در کنکورهای سراسری نظام جدید داشتیم.

۴ بعضی از ترکیباتی که به آنزیم‌ها کمک می‌کنند، معدنی هستند؛ مثل مس و آهن!

کنکورچی‌میگه؟ **کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟** (کنکور ۱۴۰۱ داخل کشور)

« در بدن انسان، همهٔ آنزیم‌ها ..... همهٔ کوآنزیم‌ها ..... »

۱) برخلاف - همواره با تغییرات دما، تغییر شکل برگشت‌ناپذیری پیدا می‌کنند.

۲) برخلاف - در روند تنظیم سوخت‌وساز یاخته‌ها موثرند.

۳) همانند - در ساختار خود اتم کربن دارند.

۴) همانند - فقط یک نوع واکنش را سرعت می‌بخشند.

پاسخ: گزینه ۳ آسان | مفهومی

همهٔ آنزیم‌ها و همهٔ کوآنزیم‌ها مواد آلی هستند و حاوی کربن می‌باشند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ آنزیم‌هایی که در دمای پایین غیرفعال می‌شوند، می‌توانند با بازگشت دما به حالت اولیه به شکل قبلی خود بازگردند.

۲ برخی از آنزیم‌ها در روند تنظیم سوخت و ساز یاخته‌ها موثرند. (نه همه!)

۴ برخی از آنزیم‌ها می‌توانند بیش از یک واکنش را تسریع کنند.

۱۵. با در نظرگرفتن پارامسی، کدام گزینه فرایندی که در طی چرخه یاخته‌ای تنها بخشی از دنا را الگو قرار می‌دهد، را از فرایندی که کل دنا را الگو قرار می‌دهد، متمایز می‌کند؟

۱) طی فرایندی سه مرحله‌ای محصولی تولید می‌شود که خطی می‌باشد.

۲) آنزیمی که پیوندهای اشتراکی ایجاد می‌کند، پیوندهایی در دنای اولیه را می‌شکند.

۳) پس از تشکیل کامل رشته جدید، پیوندهای کم انرژی شکسته نمی‌شوند.

۴) محصول تولیدی در ذخیره یا انتقال اطلاعات نقش مؤثری دارد.

پاسخ: گزینه ۲ سخت | مفهومی

(ایستگاه آمار): تا کنون ۸ تست از رونویسی و مراحل اون در کنکورهای نظام جدید داشتیم که ۴ مورد از این تست‌ها، همزمان به مفاهیم همانندسازی و رونویسی پرداخته‌اند. پس ترکیب این دو فرآیند سوال شایعیه!

فرایندی که در طی یک چرخه یاخته‌ای کل دنا را الگو قرار می‌دهد، همانندسازی بوده و فرایندی که تنها بخشی از دنا را الگو قرار می‌دهد، رونویسی می‌باشد. بنابراین صورت سوال به طور خلاصه به شکل (در پارامسی، کدام گزینه رونویسی را از همانندسازی متمایز می‌کند؟) است. ضمناً حواست باشه که پارامسی نوعی یوکاریوته!

آنزیمی که طی همانندسازی پیوند اشتراکی ایجاد می‌کند، دنابسپاراز بوده و آنزیمی که در رونویسی این پیوندها را ایجاد می‌کند، رنابسپاراز است. آنزیم رنابسپاراز قادر است تا پیوندهای هیدروژنی در دنای اولیه را بشکند، ولی دنابسپاراز هیچ پیوندی در دنای اولیه را تحت‌تأثیر قرار نمی‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ هر دو فعالیت‌های همانندسازی و رونویسی ۳ مرحله‌ای هستند. ضمناً حواست باشه که پارامسی دنای خطی و رنای خطی دارد!

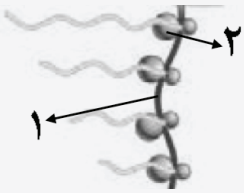
۳ در همانندسازی پیوندهای کم‌انرژی هیدروژنی بین رشته تشکیل‌شده و رشته اولیه نمی‌شکند و این دو رشته از هم جدا نمی‌شوند! ولی در رونویسی رشته تازه تشکیل‌شده از رشته الگو جدا شده و پیوندهای هیدروژنی بین آن‌ها می‌شکنند.

۴ محصول تولیدی همانندسازی، DNA و محصول تولیدی رونویسی، RNA است. دنا و رنا در ذخیره و انتقال اطلاعات نقش دارند!

	همانندسازی	رونویسی
نوع نوکلئوتید مصرفی	دئوکسی ریبونوکلئوتید	ریبونوکلئوتید
امکان اصلاح اشتباه‌ها	دارد (توسط دنابسپاراز)	ندارد
تنوع آنزیمی	دنابسپاراز - هلیکاز و ...	رنابسپاراز
محصول تولیدی	دنا که دو رشته‌ای است!	رنا که تک رشته‌ای است!
تعداد مراحل	سه تا (در تست کنکور مطرح شده است!)	سه تا (آغاز - طویل‌شدن - پایان)
شکسته‌شدن پیوندهای هیدروژنی	دارد	دارد
تشکیل پیوند هیدروژنی	دارد	دارد
شکسته‌شدن پیوند فسفودی استر	دارد	ندارد
محصول نهایی آن از قانون چارگاف پیروی می‌کند؟	بله	خیر
قطر محصول آن تغییر می‌کند؟	خیر	بله

زیست‌شناسی دوازدهم | ۱۵ آبان‌ماه ۱۴۰۴

۱. با توجه به شکل زیر که اجتماع رناتن‌ها بر روی رنای پیک در ریزوبیوم را نشان می‌دهد، کدام گزینه صحیح است؟



۱) بخش (۱) به دلیل وجود سازوکارهای حفاظتی طول عمر زیادی دارد.

۲) با دور شدن بخش (۲) از رنابسپاراز، طول زنجیرهٔ پپتیدی افزایش می‌یابد.

۳) راه‌انداز ژن برخی از ترکیبات بخش (۲)، توسط رنابسپاراز ۱ شناسایی می‌شود.

۴) بخش (۱) با نزدیک‌ترشدن به توالی پایان رونویسی، توسط رناتن‌های بیشتری احاطه می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴ آسان | مفهومی

ایستگاه آمار: این مبحث سوال مستقل تاحالا توی کنکور نداشته ولی مفاهیمش میتونند توی کنکورهای بعدی مورد توجه طراحان باشند!

مطابق شکل زیر، هرچه طول رنای‌پیک بیشتر و به توالی پایان رونویسی نزدیک‌تر می‌شود، توسط رناتن‌های بیشتری دربرگرفته می‌شود.

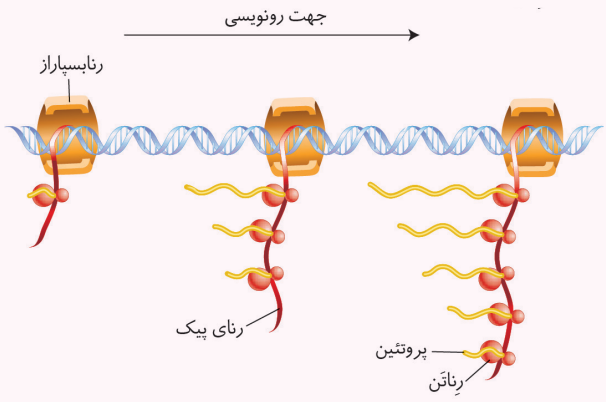
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ طبق متن کتاب درسی، سازوکارهای حفاظتی برای یوکاریوت‌هاست! ضمناً طبق متن، طول عمر رنای پیک در پروکاریوت‌ها کم است.

۲ هرچه رناتن در حال انجام ترجمه، به آنزیم رنابسپاراز نزدیک‌تر باشد، طول زنجیره پپتیدی افزایش خواهد یافت.

۳ رناتن از دو زیرواحد تشکیل می‌شود که هر یک واجد رنا و پروتئین هستند. اما دقت کنید در پروکاریوت‌ها یک نوع رنابسپاراز وظیفه ساخت انواع رناها را برعهده دارد. رنابسپاراز ۱ در یوکاریوت‌ها به ساخت رنای‌رناتنی می‌پردازد.

موشکافی با توجه به شکل مقابل که ساختاری درون پروکاریوت‌ها را نشان می‌دهد، داریم:



۱ در این مجموعه، رناتن‌ها مانند دانه‌های تسبیح و رنای پیک شبیه نخی است که از درون این دانه‌ها می‌گذرد.

۲ هر سه رنابسپاراز از یک رشته رونویسی می‌کنند. (رشتهٔ الگوی ژن)

۳ هر سه رنابسپاراز از نوع رنابسپاراز پروکاریوتی هستند.

۴ دنای موجود در شکل فاقد دوانتهای متفاوت است و بصورت حلقه‌ای می‌باشد.

۵ رناتن‌های نزدیک تر به دنا، پلی‌پپتید طویل‌تری دارند.

۶ همهٔ پلی‌پپتیدهای شکل از یک نوع هستند.

۷ همهٔ رناهای شکل از یک نوع هستند.

۸ رنابسپارازهایی که جلوتر هستند، زودتر به راه‌انداز ژن متصل شده‌اند.

۹ جهت حرکت رناتن‌ها از پایین به بالاست.

۱۰ راه‌انداز این ژن در سمت چپ آن قرار دارد.

۲. نوعی نوکلئیک اسید در یاخته‌های یوکاریوتی توسط رنابسپاراز ۳ و در یاخته‌های پروکاریوتی توسط رنابسپاراز پروکاریوتی تولید می‌شود. در ارتباط با ساختار آن، کدام مورد زیر صحیح است؟

۱) وجود سه نوکلئوتید در جایگاه اتصال آن به آمینواسید

۲) قرارگیری پادرمزه در نزدیکی سایر حلقه‌ها در ساختار سه بعدی

۳) تشکیل پیوند هیدروژنی بین نوکلئوتیدهای دو سر آن

۴) وجود پیوندهای هیدروژنی در بخش‌هایی از این مولکول دو رشته‌ای

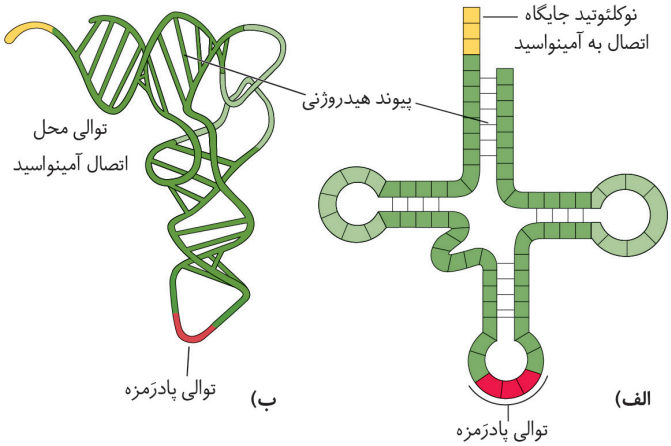
پاسخ: گزینه ۱ متوسط | استنباطی

ایستگاه آمار: در ارتباط با نکات ساختار رناهای ناقل، تاکنون ۵ تست در مجموع کنکورهای سراسری نظام جدید داخل کشور مطرح شده‌است.

سرنخ خیلی تابلوعه که منظور صورت سوال رنای ناقله!

جایگاه اتصال رنای ناقل به آمینواسید بخش زردرنگ در تصویر است که از سه نوکلئوتید تشکیل شده است!

نکته جایگاه اتصال به آمینواسید در رنای ناقل، از سه نوکلئوتید تشکیل شده است، ولی تنها یک نوکلئوتید آن مستقیماً به آمینواسید متصل است!



بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ مطابق شکل مقابل، حلقه‌ای که واجد توالی پادرمزه می‌باشد، از سایر حلقه‌ها فاصلهٔ زیادی دارد.

۳ دو نوکلئوتیدی که دو سر رنای ناقل را تشکیل داده‌اند، پیوند هیدروژنی با هم تشکیل نمی‌دهند!

۴ با توجه به شکل، پیوندهای هیدروژنی در بخش‌هایی از رنای ناقل دیده می‌شوند که ظاهر دو رشته‌ای دارند! اما باید حواست باشه که خود رنای ناقل مولکولی تک رشته‌ای است!

موشکافی چند نکته در ارتباط با مولکول‌های رنای ناقل:

۱ یک سری مطالب حفظی در موردش خوندیم: رناهای ناقل در انتقال آمینواسیدها به سمت رناتن‌های یاخته نقش دارند. در همهٔ مولکول‌های رنای ناقل به جز در توالی پادرمزه‌ای (آنتی کدونی) انواع توالی‌های مشابهی وجود دارد. توسط آنزیم رنابسپاراز ۳ در یاخته‌های یوکاریوتی و آنزیم رنابسپاراز پروکاریوتی در پروکاریوت‌ها ساخته می‌شود. ← ضمناً رناهای ناقل پس از رونویسی دچار تغییراتی می‌شوند. (این تغییرات میتونه شامل تشکیل پیوندهای هیدروژنی باشه!)

۲ در ساختار تاخوردگی اولیه (دو بعدی برگ شبدری) همانند ساختار نهایی (سه بعدی و L مانند) این مولکول امکان مشاهدهٔ پیوندهای هیدروژنی وجود دارد. ← بنابراین نوعی از ریبونوکلئیک اسیدهای یک یاخته است که می‌تواند پیوند هیدروژنی داشته باشد. (علی‌رغم تک رشته‌ای بودن!)

۳ در ساختار دوبعدی، سه حلقهٔ بزرگ و یک خمیدگی کوچک در بین حلقهٔ پادرمزه و یکی از حلقه‌های جانبی دیده می‌شود. ← در ساختار بخش‌های حلقه‌مانند پیوند هیدروژنی مشاهده نمی‌شود.

۴ در ساختار دوبعدی، تعداد پیوندهای هیدروژنی در بازوهای مختلف مولکول متفاوت است و بیشترین تعداد پیوند هیدروژنی در بازوی فاقد حلقه و دارای جایگاه اتصال به آمینواسید دیده می‌شود.

۵ نوکلئوتیدهایی که نوکلئوتیدهای رنای ناقل می‌توانند با آن‌ها پیوند هیدروژنی تشکیل دهند:
الف) دئوکسی‌ریبونوکلئوتیدهای دنا ب) ریبونوکلئوتیدهای رنای پیک ج) ریبونوکلئوتیدهای دیگر همان رنای ناقل

۶ جایگاه اتصال به آمینواسید نیز همانند پادرمزه، نوعی توالی سه‌نوکلئوتیدی است. ← یکی از دو سر رنای ناقل است و نوکلئوتیدهای آن با هیچ نوکلئوتیدی پیوند هیدروژنی ندارند! ← در هر دو ساختار تاخوردگی اولیه و ساختار سه‌بعدی، جایگاه اتصال به آمینواسید و توالی پادرمزه در دورترین فاصله از یکدیگر قرار دارند.

۷ در ساختار نهایی (سه بعدی) این مولکول دو توالی سه نوکلئوتیدی جایگاه اتصال به آمینواسید و توالی پادرمزه در دورترین قسمت نسبت به یکدیگر قرار گرفته‌اند. ← ضمناً در ساختار نهایی (سه بعدی) مولکول‌های رنای ناقل حلقه‌های غیر پادرمزه‌ای مجاور (بازوهای کناری) در نزدیک‌ترین فاصله از یکدیگر قرار گرفته‌اند.

۸ توالی آنتی کدونی در tRNA اگرچه در خود مولکول در تشکیل پیوند هیدروژنی شرکت نمی‌کند؛ اما دقت داشته باشید در فرایند ترجمهٔ مولکول‌های رنای پیک این توالی با نوکلئوتیدهای مکمل خود در ساختار رنای پیک پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.

۹ ساختار سه بعدی نسبت به ساختار برگ شبدری (دوبعدی) تعداد پیوندهای هیدروژنی بیشتری دارد!

۱۰ از آنجا که برای رمزه‌های پایان (UAG، UAA و UGA) هیچ پادرمزه‌ای وجود ندارد، هیچ رنای ناقلی دارای پادرمزه با توالی‌های AUU ، AUC و ACU وجود ندارد. اما این توالی‌ها در سایر قسمت‌های رنای ناقل (به جز توالی پادرمزه) ممکن است، دیده شوند.

۳. به‌طورمعمول، همزمان با فرایند رونویسی از روی نوعی ژن واجد توالی‌های اینترون و اگزون درون هستهٔ یک جاندار تک یاخته‌ای، وقوع کدام مورد از اتفاقات زیر محتمل است؟

۱) خروج بخشی از رنای درحال تشکیل از حباب (محل) رونویسی، همزمان با شکستن پیوندهای هیدروژنی

۲) مشاهدهٔ رناهایی با اندازه‌های نابرابر و توالی‌های متفاوت بر روی یک ژن خاص

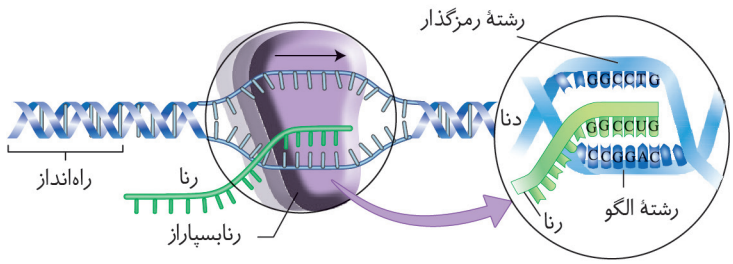
۳) اتصال ریبوزوم به رنای پیک در حال تولید جهت تسریع پروتئین‌سازی

۴) حذف رونوشت‌های بیانه و چسبیدن رونوشت‌های میانه به یکدیگر

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | مفهومی

ایستگاه آمار: سوالات با مضامین مشابه توی کنکورها زیاد بوده ولی سوالی که با این جزئیات مباحث مختلف فصل را با هم ترکیب کند، توی کنکور نداشتیم!

دقت کنید که طی مرحلهٔ طویل‌شدن رونویسی، همزمان با شکسته شدن پیوندهای هیدروژنی، بخشی از مولکول رنا از محل رونویسی ژن خارج می‌شود.



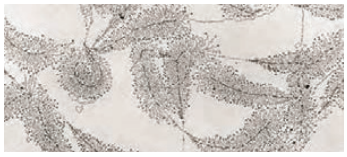
ب) مرحلهٔ طویل شدن

استراتژی در سوالات مربوط به فصل ۱ و ۲ زیست دوازدهم به چند مورد باید توجه ویژه داشته باشی که دوتاشو فعلا بهت میگم، بقیشو توی آزمونای جلوتر با هم مرور خواهیم کرد:

۱- فرایند مربوطه در چه نوع یاخته‌ای در حال وقوع است؟ برای مثال در این تست، فرایند ذکرشده در جانداری یوکاریوتی و درون هسته در حال رخ‌دادن است!

۲- زمان مطرح شده چه نسبتی با فرایند ذکرشده دارد؟ مثلاً قبل از همانندسازی یا حین همانندسازی یا برای مثال قبل از رونویسی یا حین رونویسی یا بعد از رونویسی، مدنظر طراح است؟!

بررسی سایر موارد:



۲ دقت کنید که در بعضی از ژن‌ها، ممکن است تعداد زیادی از آنزیم‌های رنابسپاراز در حال رونویسی از ژن باشند. بنابراین در چنین حالتی، ممکن است رناهای با اندازه‌های نابرابر در مجاورت یک ژن خاص دیده شوند که به دلیل تفاوت در زمان شروع رونویسی، طول متفاوتی دارند!

نکته توی آزمون قبلی گفتیم که رونویسی همزمان چندین آنزیم از روی یک ژن، باعث ایجاد ساختار پرمانند می‌شود که به دلیل تفاوت طول رناهای تولیدی از روی ژن می‌باشد.

۳ محل ترجمه در یوکاریوت‌ها درون سیتوپلاسم است و محل رونویسی در این جانداران، درون هسته می‌باشد. بنابراین امکان این که به صورت همزمان با رونویسی و تولید رنای پیک، قرار باشد ترجمه صورت گیرد، اشتباه است!

مشاوره این که توی استراتژی قبلی گفتم که نوع یاخته مهمه، به خاطر وجود تله‌هایی مثل این گزینه است!

۴ دقت کنید که طی پیرایش، رونوشت بیانه‌ها به هم متصل شده و رونوشت میانه‌ها حذف می‌گردند! ضمناً فرایند پیرایش در یاخته‌های یوکاریوتی همواره بعد از اتمام رونویسی اتفاق می‌افتد؛ نه در حین رونویسی!

تست‌درتست **در چند مورد زیر، رنابسپارازها حین رونویسی از ژن‌های معرفی‌شده در جهت یکسانی در طول دنا حرکت می‌کنند؟**

الف) دو ژن که راه‌انداز آن‌ها در مجاورت هم می‌باشد.

ب) دو ژن که رشتهٔ یکسانی از دنای آن‌ها الگو قرار می‌گیرد.

ج) دو ژن که جایگاه پایان رونویسی آن‌ها در مجاورت هم می‌باشد.

د) دو ژن که راه‌انداز یکی در مجاورت جایگاه پایان رونویسی دیگری می‌باشد.

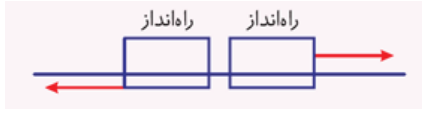
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ سخت | مفهومی

موارد (ب) و (د) صحیح هستند.

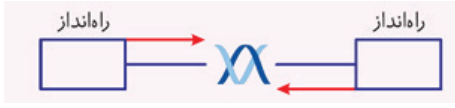
بررسی همهٔ موارد:

الف دو ژن که راه‌انداز آن‌ها در مجاورت هم می‌باشد، دارای الگویی شبیه شکل زیر هستند و به همین دلیل می‌توان نتیجه گرفت که رشته متفاوتی از آن‌ها رونویسی شده و جهت حرکت رنابسپاراز در آن‌ها متفاوت است:

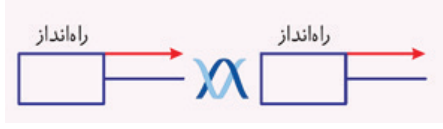


ب هر دو ژنی که رشته یکسانی از آن‌ها الگو قرار گیرد، جهت حرکت رنابسپاراز حین رونویسی از آن‌ها یکسان است!

ج دو ژنی که جایگاه پایان رونویسی آن‌ها در مجاورت هم می‌باشد، الگویی شبیه شکل زیر دارند و به همین دلیل می‌توان نتیجه گرفت که رشته متفاوتی از آن‌ها مورد رونویسی قرار گرفته است!



د طبق شکل زیر، جهت رونویسی از روی دو ژن زیر یکسان است:



۴. در ارتباط با یاخته اوگلنا (نوعی آغازی تک یاخته‌ای) کدام گزینه صحیح بیان شده است؟

۱) هر رنای پیک هسته نسبت به هر رنای پیک سیتوپلاسمی محتوای نوکلئوتیدی کمتری دارد.

۲) نوعی آنزیم پس از شناسایی آمینواسید باعث اتصال گروه آمین آن به نوعی رنای ناقل می‌شود.

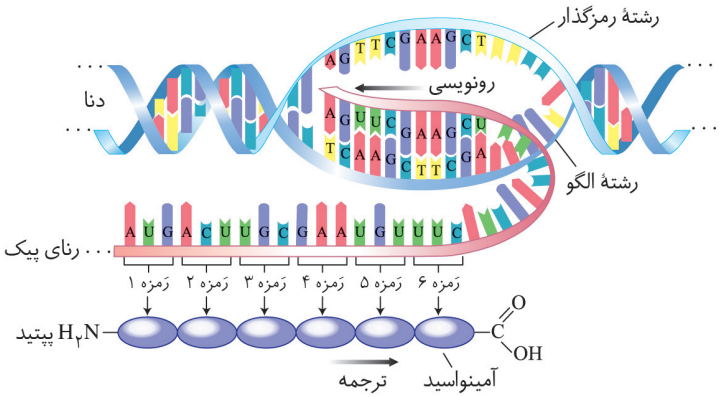
۳) بخش‌هایی از رنای پیک که زودتر وارد ریبوزوم می‌شوند، زودتر توسط آنزیم رنابسپاراز تولید شده‌اند.

۴) با قراردادن رشتهٔ رمزگذار ژن در کنار رنای پیک، بین نوکلئوتیدها با قند متفاوت پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | مفهومی

ایستگاه آمار: مفاهیم مربوط به گزینه ۲ و ۳ از نکات مشابه کنکورهای گذشته هستند و نشون می‌دهند که حتی مفاهیم پراکنده در این فصل هم ممکنه توسط طراح کنکور مورد توجه قرار بگیرند!

هر بخشی از رنای پیک که زودتر وارد ریبوزوم شود، زودتر تولید شده است. به شکل مقابل نگاه کن:



نکته در ارتباط با ساختار پروتئین و رنای پیک داریم:

۱- بخشی از رنای پیک ← باعث می‌شود تا ترجمه از محل درست شروع شود.

۲- بخشی از پروتئین ← تعیین‌کننده مقصد این پروتئین است.

۳- بخش‌هایی از رنای پیک که قبل از کدون آغاز هستند و بعد از کدون پایان می‌باشند، اصلاً ترجمه نمی‌شوند!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ فرایند بلوغ رنای پیک درون هسته رخ می‌دهد و پس از آن به سیتوپلاسم وارد می‌شود. اولاً که درون هسته ممکن است هم رنای بالغ و هم رنای نابالغ دیده شود، بنابراین درون هسته رنای پیک پیرایش یافته نیز دیده می‌شود که طول مشابهی با رنای پیک سیتوپلاسمی دارد! دوماً باید دقت کنی که یکی از تغییرات مربوط به رنای پیک، کوتاه شدن طول آن است و ممکن است تغییرات دیگری باعث تغییر رنای پیک شده باشد!

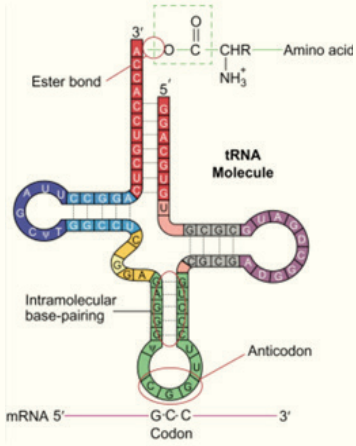
۲ آنزیم موثر در اتصال آمینواسید به رنای ناقل، به ترتیب زیر عمل می‌کند:

ابتدا توالی پادرمزه را شناسایی کرده ← سپس آمینواسید مناسب را پیدا کرده ← سپس با مصرف انرژی رنای ناقل و آمینواسید را به هم متصل می‌کند.

در این فرایند اتصال، پیوند بین گروه کربوکسیل آمینواسید و جایگاه اتصال در رنای ناقل تشکیل می‌شود. چجوری فهمیدیم؟ برای کسانی که خیلی مشتاقن، خوندن رفع ابهام زیر رو توصیه میکنم:

رفع ابهام: موقعی که آمینواسید اول به آمینواسید دوم متصل می‌شود ← آمینواسید اول از طریق گروه کربوکسیلش به گروه آمین آمینواسید دوم متصل می‌شود. در چنین زمانی، آمینواسید دوم به رنای ناقل متصل است. ← خب در چنین شرایطی میفهمیم که در بین دو گروه آمینی و کربوکسیل آمینواسید دوم، گروه آمینش در تشکیل پیوند پپتیدی شرکت کرده و گروه کربوکسیلش به رنای ناقل متصل بوده است!

شکل‌مکمل تصویری از رنای ناقلی که به نوعی آمینواسید متصل است:



۴ رشته الگوی ژن با رشته رنای پیک پیوند هیدروژنی برقرار می‌کنند. دقت کنید که توالی رشته رمزگذار مشابه رشته رنای پیک است!

۵. کدام گزینه در ارتباط با همهٔ mRNAهایی که در سیتوپلاسم اشرشیاکلای قرار دارند، درست بیان شده است؟

۱) حاوی رونوشت مربوط به چند ژن هستند.
۲) به منظور ترجمه، ابتدا به زیرواحد بزرگ ریبوزوم متصل می‌شوند.
۳) پس از اتصال عوامل رونویسی به راه‌انداز تولید شده‌اند.
۴) در پی آزادشدن فسفات‌ها توسط یک نوع رنابسپاراز تولید شده‌اند.

پاسخ: گزینه ۴ آسان | مفهومی

ایستگاه آمار: تاکنون سوالی که مستقیماً بخواهد رناها را در کنکورهای نظام جدید مقایسه کند، نداشته‌ایم! الگوبرداری این تست هم از یه سوال کنکور نظام قدیم اســت که در مورد رناهای مختلف یوکاریوت‌ها صحبت کــرده بود! ما هم اومدیم و از رناهای پروکاریوت‌ها مطابق مطالب کتاب جدید صحبت کردیم!

سرنخ یاخته مدنظر سوال نوعی یاخته پروکاریوتی است و رناهای مختلفی درون سیتوپلاسم آن دیده می‌شوند.

رناها از هر نوعی که باشند، حین تولید آن‌ها گروه‌های فسفات از ریبونوکلئوتیدها آزادشده و پیوند فسفودی استر تشکیل می‌شود. در این فرایند، یک نوع رنابسپاراز نقش دارد!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ رناها در پروکاریوت‌ها ممکن است حاوی رونوشت یک یا چند ژن باشند. برای مثال در یاختهٔ اشرشیاکلای، نوعی رنای پیک حاوی رونوشت سه ژن مربوط به تجزیه لاکتوز است، ولی ممکن است رناهای پیک دیگری نیز در این یاخته دیده شوند که تنها از روی یک ژن رونویسی شده‌اند.

نکته همهٔ رناها در یوکاریوت‌ها تک ژنی هستند؛ ولی رناهای پیک در پروکاریوت‌ها ممکن است تک یا چند ژنی باشند.

۲ رناهای پیک به منظور ترجمه، ابتدا به زیرواحد کوچک ریبوزوم متصل می‌شوند.

۳ عوامل رونویسی مربوط به یوکاریوت‌ها هستند؛ نه پروکاریوت‌ها!

تله‌تستی بعضی مواقع طراحان وسط سوال مربوط به یاختهٔ پروکاریوتی، یک ویژگی خاص مثل (داشتن هیستون)، (فعالیت عوامل رونویسی) و یا ... را مطرح می‌کنند که مربوط به یاخته‌های یوکاریوتی است. در موقع آزمون‌دادن ممکنه حواست به این مسئله نباشه و فراموش کنی که اصلاً این جور موارد برای یاختهٔ مدنظر سوال، مطرح نباشند و در نتیجه به سادگی تمام در دام طراح محترم بیفتی! پس شش دونگ حواست رو جمع کن!

۶. حین فرایند ترجمه، بعضی از توالی‌های رنای پیک به درون ریبوزوم وارد شده، اما منجر به قرارگیری آمینواسید در زنجیره پپتیدی نمی‌شوند. کدام گزینه در مورد جایگاه‌هایی از ریبوزوم کامل که این توالی‌ها در آن‌ها دیده می‌شوند، نادرست است؟

۱) در هر دوی آن‌ها، ممکن است بسپار واجد پیوندهای کم‌انرژی دیده شود.

۲) فقط در یکی از آن‌ها، پیوند بین آمینواسیدها تشکیل می‌شود.

۳) در هر دوی آن‌ها، رنای ناقل ممکن است مستقیماً از ریبوزوم خارج شود.

۴) فقط در یکی از آن‌ها، پیوند اشتراکی بین رنای ناقل و آمینواسید شکسته می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | مفهومی

ایستگاه آمار: از ترجمه و مفاهیم و مراحل آن مجموعاً ۱۳ سوال در کنکورهای سراسری نظام جدید داخل کشور مطرح شده‌است.

سرنخ اول باید مشخص کنیم که کدام توالی‌ها وارد ریبوزوم می‌شوند، اما ترجمه نمی‌شوند؟! اولین توالی مدنظر، نخستین توالی است که در مرحله آغاز درون جایگاه E دیده می‌شود. این توالی دقیقاً قبل از کدون آغاز قرار گرفته است. دومین توالی مدنظر، کدون پایان است که در مرحله پایان درون جایگاه A دیده می‌شود. ← حالا میفهمیم که مدنظر سوال، جایگاه A و E ریبوزوم است!

شکسته‌شدن پیوند اشتراکی بین رنای ناقل و آمینواسید، در جایگاه P ریبوزوم رخ می‌دهد!

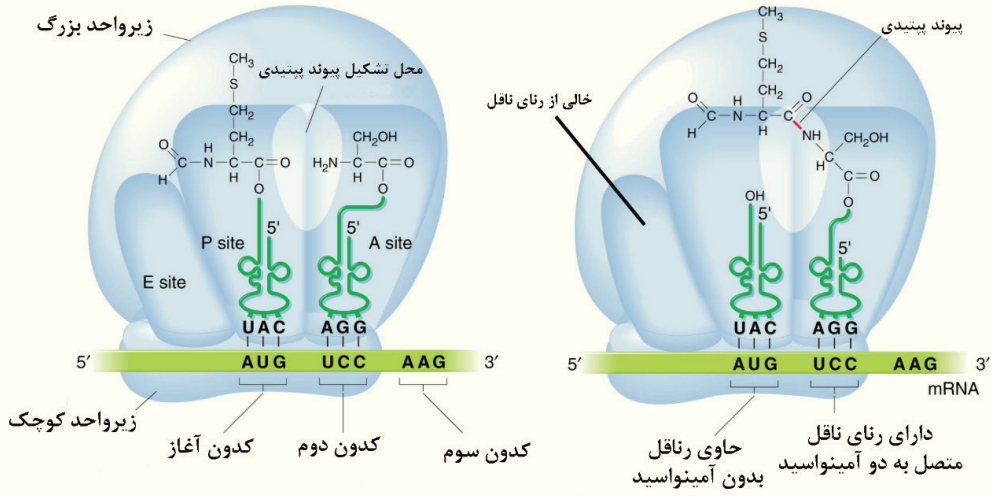
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در جایگاه E، رنای ناقل و در جایگاه A، هم رنای ناقل و هم پروتئین عامل آزادکننده ممکن است دیده شود. در این مولکول‌هایی که ذکرکردیم، پیوندهای هیدروژنی دیده می‌شود. این پیوندها از نوع کم انرژی هستند!

۲ تشکیل پیوند پپتیدی بین آمینواسیدها در جایگاه A رخ می‌دهد!

نکته آمینواســـید متصل به رنای ناقل درون جایگاه A از طریق گروه آمینی‌اش در تشـــکیل پیوند پپتیدی شرکت دارد و زنجیره پپتیدی یا آمینواسید درون جایگاه P، از طریق گروه کربوکسیل یکی از آمینواسیدهایش (آمینواسیدی که مستقیما به رنای ناقل متصل است!) در تشکیل پیوند پپتیدی شرکت می‌کند. در تصویر زیر این مطلب رو قشنگ براتون آوردیم:

شکل‌مکمل شکلی از لحظه طلایی تشکیل پیوند پپتیدی:



۳ در مرحلهٔ طویل‌شدن، رنای ناقل بدون آمینواسید مستقیماً از جایگاه E خارج می‌شود. از طرفی، در مرحله طویل‌شدن همچنین ممکن است رنای ناقل واجد آمینواسید که مکمل کدون جایگاه A نیست، نیز مستقیماً از جایگاه A خارج شود! بنابراین این امکان وجود دارد تا رنای ناقل از هر دوی این جایگاه‌ها از ریبوزوم خارج شود.

	جایگاه A	جایگاه P	جایگاه E
مولکول‌های درون آن در مرحله آغاز ترجمه	خالی (البته دقت کنید که توالی رنای پیک وجود دارد)	رنای ناقل + آمینواسید متیونین	خالی (البته دقت کنید که توالی رنای پیک وجود دارد)
مولکول‌های درون آن در مرحله طویل شدن ترجمه	یا رنای ناقل غیرمکمل به همراه آمینواسید غیر مرتبط / یا رنای ناقل مکمل با آمینواسید(ها)	رنای ناقل مکمل + آمینواسید(ها)	رنای ناقل مکمل بدون آمینواسید
مولکول‌های درون آن در مرحله پایان ترجمه	پروتئین هایی به نام عوامل آزاد کننده	رنای ناقل + آمینواسیدها	خالی (البته دقت کنید که توالی رنای پیک وجود دارد)
تشکیل پیوند هیدروژنی در آن	+ (در مرحلهٔ طویل شدن)	+ (در مرحلهٔ آغاز، پیش از تکمیل رناتن)	-
مشاهدهٔ پیوند هیدروژنی در آن	+	+	+
شکست پیوند هیدروژنی در آن	در کتاب درسی جای بحث دارد!	+ (در مرحلهٔ پایان)	+ (در مرحلهٔ طویل شدن)
تشکیل پیوند اشتراکی در آن	+ (پیوند پپتیدی در مرحلهٔ طویل شدن)	-	-
شکستن پیوند اشتراکی در آن	-	+ (شکست پیوند بین آمینواسید و رنای ناقل)	-

تشکیل آخرین پیوندپپتیدی در ترجمه	+ (در مرحلهٔ طویل شدن)	-	-
شکستن آخرین پیوند هیدروژنی در ترجمه	-	+ (در مرحلهٔ پایان)	-
اولین رنای ناقل وارد آن می‌شود؟	-	بله (پیش از تکمیل رناتن در مرحلهٔ آغاز)	بله (از جایگاه P آمده (در مرحلهٔ طویل شدن))
آخرین رنای ناقل وارد آن می‌شود؟	بله	بله (در مرحلهٔ پایان از همین جایگاه خارج می‌شود و دیگر به E نمی‌رود.)	خیر!
جدا شدن آمینواسید(ها) از رنای ناقل	-	در مرحلهٔ طویل شدن (به جایگاه A می‌رود) در مرحلهٔ پایان (خروج از رناتن)	-
ورود پروتئین مهارکننده به آن	+ (برای مرحلهٔ پایان)	-	-
کدون آغاز وارد آن می‌شود؟	خیر (البته ممکن است کدون AUG درون آن مشاهده گردد ولی این کدون، اولین کدون نیست)	بله	بله
کدون پایان وارد آن می‌شود؟	بله	خیر (البته ممکن است نوعی رنای ناقل با نوکلئوتیدهای مشابه (نه مکمل) با کدون پایان وارد آن شود)	خیر (البته ممکن است نوعی رنای ناقل با نوکلئوتیدهای مشابه (نه مکمل) با کدون پایان وارد آن شود)
هر توالی سه نوکلئوتیدی از رنای پیک که در آن مشاهده می‌شود، ترجمه می‌گردد؟	خیر (کدون پایان ترجمه نمی‌شود.)	بله	خیر (توالی سه نوکلئوتیدی موجود در این جایگاه در مرحلهٔ آغاز ترجمه، اصلاً ترجمه نمی‌شود و پیش از کدون آغاز است)
آیا رنای ناقل حامل آمینواسید وارد آن می‌شود؟	بله	بله	خیر

تست‌درتست **کدام گزینه در ارتباط با توالی‌های سه نوکلئوتیدی رنای پیک صحیح بیان شده است؟**

۱) هر توالی که باعث قرارگیری آمینواسید متیونین می‌شود، تنها به دو جایگاه وارد می‌گردد.

۲) هر توالی که به یک جایگاه ریبوزوم وارد می‌شود، با پروتئین عامل آزادکننده پیوند برقرار می‌کند.

۳) هر توالی که تنها به دو جایگاه ریبوزوم وارد می‌شود، مستقیماً از طریق جایگاه E از ریبوزوم خارج می‌گردد.

۴) هر توالی که به هر سه جایگاه ریبوزوم وارد می‌شود، باعث قرارگیری یک آمینواسید در زنجیره پپتیدی می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴ سخت | مفهومی

از توالی بعد از کدون آغاز تا توالی مربوط به دو کدون ماقبل پایان، به هر سه جایگاه ریبوزوم وارد می‌شوند. همه این موارد باعث قرارگیری یک آمینواسید در زنجیره پپتیدی می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ اگر کدون مربوط به متیونین، کدون آغاز باشد تنها در جایگاه P و E دیده می‌شود؛ اما اگر این کدون مربوط به آمینواسید متیونین در قسمت میانی زنجیره پپتیدی باشد، به هر سه جایگاه ریبوزوم می‌تواند وارد گردد!

۲ توالی پیش از کدون آغاز تنها به جایگاه E وارد می‌شود، از طرف دیگر کدون پایان نیز تنها به جایگاه A ریبوزوم وارد می‌گردد. در این بین، تنها کدون پایان با عامل آزادکننده پیوند برقرار می‌کند و اون کدونی که قبل از کدون آغاز قرار گرفته، هیچ ربطی به عوامل آزادکننده ندارد!

۳ توالی کدون آغاز و توالی کدون قبل از کدون پایان، تنها به دو جایگاه ریبوزوم وارد می‌شوند. در این بین، کدون ما قبل از کدون پایان هیچوقت به جایگاه E وارد نمی‌گردد!

۷. در رابطه با محل ساخت پروتئین‌ها و سرنوشت آن‌ها در انسان، کدام مورد زیر درست است؟

۱) همهٔ پروتئین‌هایی که در خارج از یاخته‌ها فعالیت می‌کنند، توسط شبکهٔ آندوپلاسمی یاخته‌های همان فرد تولید می‌شوند.

۲) فقط بعضی از پروتئین‌هایی که در داخل یاخته‌ها فعالیت می‌کنند، توسط رناتن‌های غشادار همان یاخته تولید می‌شوند.

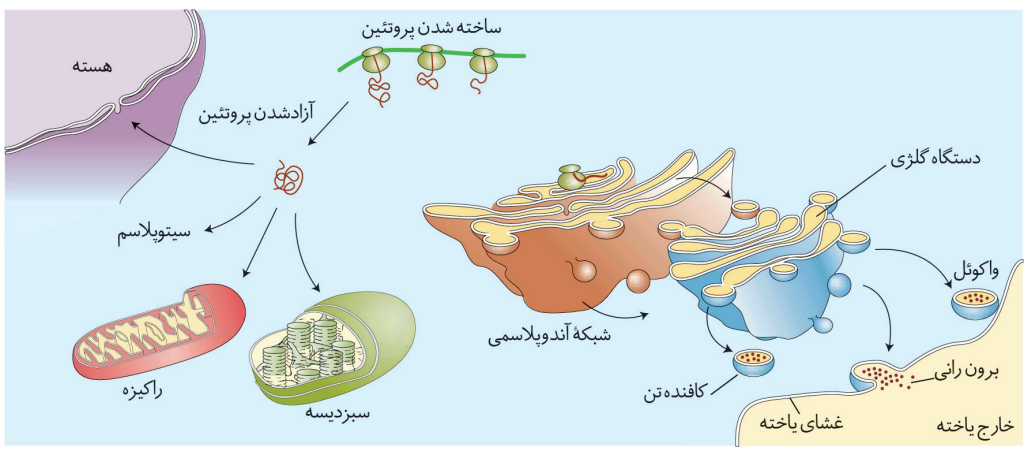
۳) همهٔ پروتئین‌هایی که رناتن‌های متصل به شبکهٔ آندوپلاسمی می‌سازند، پس از تولید نهایتاً درون کافندتن ذخیره می‌شوند.

۴) فقط بعضی از پروتئین‌هایی که در نوعی اندامک دوغشایی وجود دارند، درنتیجهٔ استفاده از محتویات ژنتیکی دنای حلقوی ساخته می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | مفهومی

ایستگاه آمار: از نکات مربوط به سرنوشت پروتئین‌ها تاکنون ۳ تست در کنکورهای سراسری نظام جدید داخل کشور داشتیم.

دقت کنید که گروهی از پروتئین‌های میتوکندری، توسط اطلاعات خود آن و گروهی دیگر نیز توسط اطلاعات دنای هسته تولید می‌شوند. ← بنابراین اطلاعات برخی از این پروتئین‌ها در دنای خطی و اطلاعات برخی دیگر از آن‌ها در دنای حلقوی قرار دارد.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ دقت کنید که ممکن است فرد به بدنش پادتن تزریق شده باشد. طبیعتاً این پادتن‌ها در یاخته‌های فرد تولید نشده‌اند.

۲ مثلاً آنزیم مرگ برنامه‌ریزی شده یاخته‌ای، که وارد یاخته‌های آلوده به ویروس و یا سرطانی می‌شود، توسط رناتن‌های همان یاخته تولید نمی‌شود. اما میدونی چرا این گزینه غلطه؟ چون رناتن غشادار نیست!

نکته یک سری استثناها در ارتباط با پروتئین‌ها وجود دارد:

۱ در برخی موارد ممکن است پروتئینی در نوعی یاخته فعالیت کند، ولی در آن یاخته تولید نشده باشد ← مثلاً آنزیم‌های القاکنندهٔ مرگ برنامه‌ریزی‌شده که ممکن است از یاخته‌های کشندهٔ طبیعی و لنفوسیت T کشنده به نوعی یاخته سرطانی یا آلوده به ویروس وارد شود و بر آن اثرگذار باشند.

۲ در برخی موارد ممکن است پروتئین اصلاً توسط خود فرد تولید نشده باشد ← مثل پادتن آماده یا همان سرم!

۳ در برخی موارد ممکن است نوعی پروتئین در ریزکیسهٔ یاخته دیگری دیده شود، اما فعالیت نداشته باشد ← مثلاً پادتنی که توسط درشت‌خوار بلعیده شده، درون نوعی واکوئول دیده می‌شود، ولی توسط خود درشت‌خوار تولید نشده است!

۳ طبق شکل کتاب‌درسی، پروتئین‌هایی که در شبکهٔ آندوپلاسمی ساخته می‌شوند، پس از تولید ممکن است درون کافندتن، واکوئول یا ریزکیسه ذخیره گردند!

پروتئین‌هایی که توسط ریبوزوم‌های متصل به شبکه آندوپلاسمی زبر ساخته شده و در دستگاه گلژی بسته بندی می‌شوند		
پروتئین‌های غشایی	پروتئین‌های ترشحی	پروتئین‌های واکوئول و لیزوزوم
پمپ سدیم - پتاسیم کانال های نشتی کانال های دریچه‌دار گیرنده های آنتی ژنی (اغلب) گیرنده های هورمونی و ...	بیشتر هورمون ها (نظیر انسولین و اکسی توسین) آنزیم های لوله گوارش (نظیر پپسینوژن) آنزیم لیزوزیم پروتئین های مکمل، پادتن و پرفورین و ...	پروتئین گلوتن در گندم و جو (ذخیره شده در واکوئول‌ها) آنزیم‌های گوارشی در لیزوزوم و ....

۸. با توجه به نوعی یاخته در اسپیروژیر (نوعی جلبک)، کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

« هر عامل رونویسی که با ..... تماس دارد، می‌تواند ..... »

۱) افزاینده - بدون ایجاد خمیدگی، رونویسی را تسریع کند.

۲) راه‌انداز - به طور مستقیم با رنابسپاراز تماس داشته باشد.

۳) رنابسپاراز - به شناسایی راه‌انداز کمک کند.

۴) نوعی توالی خارج ژن - توسط ریبوزوم‌های آزاد سیتوپلاسم تولید شود.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | مفهومی

ایستگاه آمار: دربارهٔ تنظیم بیان ژن در یوکاریوت‌ها و نکات آن، تاکنون ۴ تست در کنکورهای سراسری نظام جدید داخل کشور داشتیم.

در کتاب‌درسی، دو نوع عامل رونویسی متصل به توالی‌های خارج ژنی معرفی شده است. یکی عوامل متصل به توالی افزاینده و دیگری عوامل متصل به راه‌انداز. دقت کنید که تمامی پروتئین‌های موجود در هسته، توسط ریبوزوم‌های سیتوپلاسمی ساخته می‌شوند.

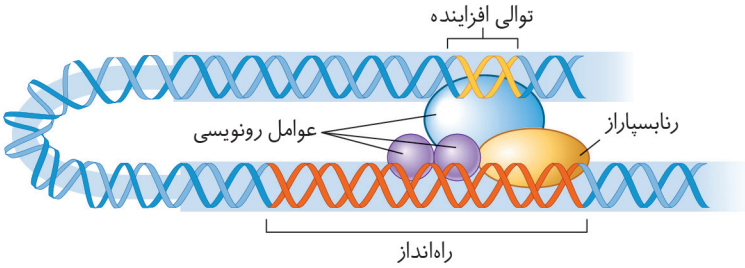
نکته نقش عوامل رونویسی متصل به افزاینده به صورت زیر است:

اتصال عوامل رونویسی به افزاینده دور از ژن ← ایجاد خمیدگی در دنا ← کنار هم قرارگرفتن عوامل رونویسی متصل به افزاینده در کنار عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز ← تسریع رونویسی!

	عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز	عوامل رونویسی متصل به افزاینده
ابعاد	معمولاً کوچکتر از رنابسپاراز	می‌تواند بزرگتر از رنابسپاراز باشد
تعداد	بیشتر	کمتر
تماس با رنابسپاراز	برخی دارند برخی ندارند	دارند
کمک به شناسایی راه‌انداز	نقش دارد	نقش ندارد
تماس با افزاینده	ندارد	دارد
نقش در ایجاد خمیدگی در دنا	نقش ندارد	نقش دارد (در برخی موارد که افزاینده دور است!)
تولید توسط چه نوع ریبوزومی؟	ریبوزوم‌های آزاد سیتوپلاسم	ریبوزوم‌های آزاد سیتوپلاسم

بررسی همهٔ موارد:

۱ طبق شکل مقابل در یوکاریوت‌ها، گروهی از عوامل رونویسی به توالی افزاینده‌ای دور از ژن متصل می‌شوند.
← در چنین حالتی، عوامل رونویسی متصل به افزاینده با ایجاد خمیدگی باعث تسریع رونویسی می‌شوند.



نکته این خیلی مهمه که همیشـــه یادت باشه که افزاینده ممکن است در فاصله نزدیک هم قرار داشته باشد!

۲ طبق شکل، گروهی از عوامل رونویسی به راه‌انداز متصل می‌شوند. این عوامل در هدایت رنابسپاراز به سمت راه‌انداز نقش دارند. دقت کنید که فقط یکی از این عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز، مستقیماً به رنابسپاراز متصل می‌شود.

۳ عوامل رونویسی متصل به توالی افزاینده و عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز با رنابسپاراز تماس دارند. فقط عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز هستند که در اتصال رنابسپاراز به راه‌انداز و کمک به شروع فرایند رونویسی نقش دارند.

حالا که بحث تماس‌ها مطرح شد، تماس اجزای مختلف رو با هم بررسی کنیم:

نام ساختار	توانایی تماس با .....
لاکتوز	مهارکننده
مهارکننده	اپراتور و لاکتوز
اپراتور	نخستین ژن، راه‌انداز و رنابسپاراز، مهارکننده
راه‌انداز در تنظیم منفی رونویسی	رنابسپاراز و اپراتور
رنابسپاراز در تنظیم منفی رونویسی	راه‌انداز، اپراتور و ژن‌ها
مالتوز	فعال کننده
فعال کننده	مالتوز، رنابسپاراز و جایگاه اتصال فعال کننده
جایگاه اتصال فعال کننده	راه‌انداز، فعال کننده
راه‌انداز در تنظیم مثبت رونویسی	جایگاه اتصال فعال کننده، نخستین ژن و رنابسپاراز
رنابسپاراز تنظیم مثبت رونویسی	فعال کننده، راه‌انداز و ژن‌ها

کنکورچی‌میگه؟ **مطابق با اطلاعات کتاب درسی و با توجه به فرایند تنظیم بیان ژن در هستهٔ یوکاریوت‌ها در مرحلهٔ رونویسی، کدام عبارت نادرست است؟** (کنکور ۱۴۰۳ نوبت دوم)

۱) بعضی از عوامل رونویسی، در ابتدا به توالی‌هایی متصل می‌شوند که با فاصله زیادی از راه‌انداز قرار دارند.
۲) همهٔ عوامل رونویسی، سرانجام با قرارگرفتن در کنار یک‌دیگر، سرعت رونویسی را افزایش می‌دهند.
۳) رنابسپاراز در ابتدا به توالی خاصی متصل می‌شود و دو رشته آن را برای رونویسی از هم باز می‌کند.
۴) رنابسپاراز، تحت‌تأثیر پروتئین‌های ویژه‌ای، مقدار رونویسی ژن‌ها را افزایش یا کاهش می‌دهد.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | مفهومی

رنابسپاراز ابتدا به راه‌انداز متصل می‌شود ولی باید دقت کنید که هیچ یک از دو رشتهٔ مربوط به جایگاه راه‌انداز توسط رنابسپاراز الگو قرار نمی‌گیرند!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ فاصلهٔ توالی افزاینده از از راه‌انداز می‌تواند زیاد باشد. بنابراین در این حالت، عوامل رونویسی که به راه‌انداز متصل می‌شوند، به محلی دور از راه‌انداز متصل می‌گردند!

۲ زمانی سرعت رونویسی افزایش می‌یابد که عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز و توالی افزاینده در مجاورت یکدیگر قرار داشته باشند. بنابراین همهٔ این عوامل با قرارگیری در کنار هم سرعت رونویسی را زیاد می‌کنند

۴ اگر عوامل رونویسی متصل به توالی افزاینده در کنار عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز قرار بگیرند؛ افزایش رونویسی را شاهد هستیم و اگر در کنار یکدیگر قرار نگیرند افزایش رونویسی اتفاق نمی‌افتد!

۹. در خصوص فرایند تنظیم بیان ژن در هستهٔ یاخته‌های بنیادی مغز استخوان انسان، کدام مورد زیر صحیح بیان نشده است؟

۱) تنظیم بیان ژن‌ها تحت‌تأثیر لیپیدها و پروتئین‌های غیرآنزیمی قرار می‌گیرد.

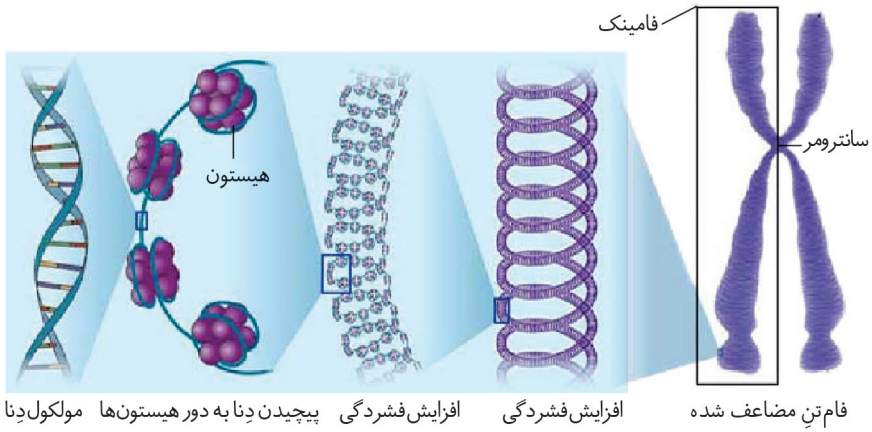
۲) تحت‌تأثیر ترکیبات تولیدی اندام‌هایی از حفرهٔ شکمی ساختارهای پرمانند متعددی شکل می‌دهند.

۳) تغییر طول عمر محصول نوعی بسپاراز در تنظیم بیان ژن در سطح پس از رونویسی این یاخته‌ها نقش دارد.

۴) افزایش تعداد نوکلئوزوم‌ها در نخستین ساختار مربوط به فشردگی کروموزوم‌ها، میزان بیان ژن‌ها را کاهش می‌دهد.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | مفهومی

افزایش تعداد نوکلئوزوم‌ها باعث کاهش بیان ژن‌ها می‌شود. اما باید دقت کنی که تشکیل نوکلئوزوم‌ها مربوط به دومین ساختار مربوط به فشردگی کروموزوم‌هاست!



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ تحت تأثیر لیپیدها و پروتئین‌هایی نظیر هیستون، تنظیم بیان ژن‌ها در یوکاریوت‌ها رخ می‌دهد.

۲ بعضی از ترکیبات نظیر اریتروپویتین تولیدی در کلیه و کبد می‌تواند باعث تحریک تقسیم یاخته‌ای در یاخته‌های بنیادی مغز استخوان شود. برای تحریک تقسیم یاخته‌ای در این یاخته‌ها، لازم است تا بیان ژن‌ها تغییر کند. ← برای تولید زیاد رناها لازم است تا ساختارهای پرمانند شکل بگیرند!

۳ تغییر طول عمر رنای پیک ممکن است در تنظیم پس از رونویسی در یاخته‌های یوکاریوتی موثر باشد!

کنکورچی‌میگه؟ در خصوص فرایند تنظیم بیان ژن در هستهٔ یاختهٔ میانبرگ لوبیا، کدام مورد زیر، به‌طورحتم صحیح است؟

(کنکور ۱۴۰۳ نوبت اول)

۱) گروهی از لیپیدها در این فرایند نقش موثری دارند.

۲) این فرایند بر تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی یاخته بی‌تأثیر است.

۳) فقط نوعی مولکول شیمیایی یا زیستی، محرک اولیه این فرایند است.

۴) هر پروتئین موثر در این فرایند، فقط به یک نوع بسپار متصل می‌شود.

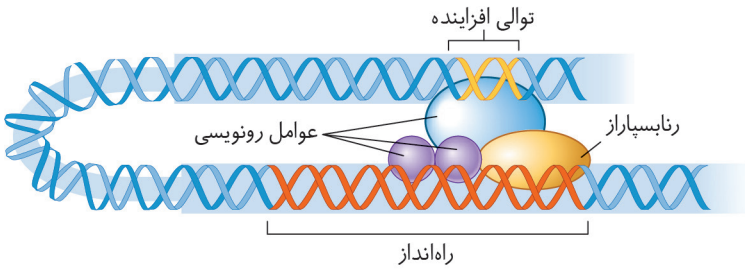
پاسخ: گزینه ۱ متوسط | مفهومی

در متن کتاب درسی می‌خوانیم که در یوکاریوت‌ها، یاخته به وسیلهٔ غشاها به بخش‌های مختلفی تقسیم شده‌اند. بنابراین برای آنکه یاخته نسبت به یک ماده واکنش نشان دهد، آن ماده باید به طریقی از غشاها عبور کند و ژن‌ها را تحت تأثیر قرار دهد. در نتیجه فسفولیپیدهای غشایی در تنظیم بیان ژن مؤثر می‌باشند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ تنظیم بیان ژن در یاخته‌های یوکاریوتی ممکن است باعث شود تا این یاخته‌ها وارد مسیر تولید یاخته شوند و یا تقسیم یاخته‌ای در آن‌ها متوقف گردد. بنابراین ممکن است نوعی عامل باعث شود تا تقسیم یاخته‌های گیاهی تحریک شده و از این طریق بیان ژن‌های یاخته دچار تغییر گردد و به صورت همزمان تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی دنا (به منظور افزایش سرعت همانندسازی) بیشتر گردد.

۳ انواعی از مولکول‌های زیستی می‌توانند بر فعالیت تنظیم بیان ژن موثر باشند. برای مثال ممکن است پروتئین‌ها یا کربوهیدرات‌ها یا ... بر تنظیم بیان ژن یاخته‌ها اثرگذار باشند. از طرف دیگه یاخته‌های میانبرگ گیاهان، سبزدیسه داشته و فتوسنتزکننده هستند. در نتیجه نور خورشید در تنظیم بیان ژن‌ها مؤثر است که مولکول محسوب نمی‌شود!



۴ طبق شکل مقابل، عوامل رونویسی توانایی اتصال به دنا و رنابسپاراز (۲ نوع بسپار) را دارند.

۱۰. با توجه به اطلاعات کتاب درسی، در ارتباط با همهٔ جانداران تک یاخته‌ای، کدام گزینه می‌تواند صحیح بیان شده باشد؟

۱) در آنزیم متصل‌کننده رنای ناقل به آمینواسید، محل پادرمزه و آمینواسید دور از هم می‌باشد.

۲) دو رشته ژن‌های آن‌ها بین جایگاه آغاز و پایان RNAسازی، توسط رنابسپاراز الگو قرار می‌گیرد.

۳) رمز AUG درون ژن هر نوع پروتئین، باعث قرارگیری متیونین در زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی می‌شود.

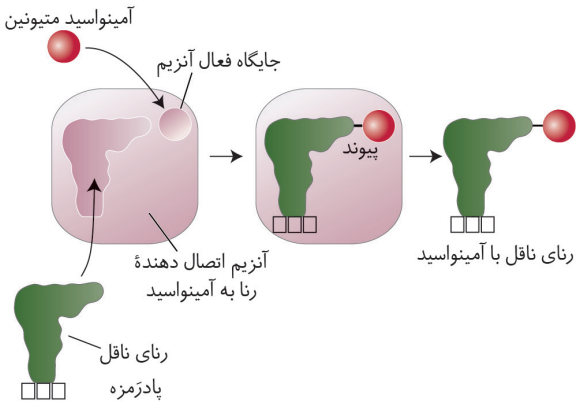
۴) ریبوزوم‌های متصل به شبکهٔ آندوپلاسمی از طریق زیرواحد بزرگ خود به آن متصل می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۱ آسان | مفهومی

ایستگاه آمار: نکات این تست به صورت جسته و گریخته در سوالات سال‌های مختلف کنکور تکرار شده است! در واقع گزینه ۱، ۲ و ۴ بیان دیگری از نکات کنکورهای سال‌های گذشته بودند!

سرنخ جانداران تک یاخته‌ای شامل بعضی یوکاریوت‌ها و همهٔ پروکاریوت‌ها می‌باشند. بنابراین ویژگی ذکرشده باید در ارتباط با هر دو دسته از جانداران صادق باشد!

با توجه به شکل مقابل، محل پادرمزه و آمینواسید در آنزیم متصل کننده آمینواسید به رنای ناقل، دور از هم قرار گرفته است!



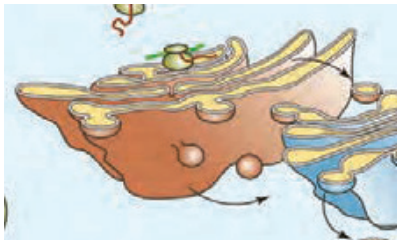
بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ درسته که ژن در محلی بین جایگاه آغاز و پایان RNAسازی توسط رنابسپاراز الگو قرار می‌گیرد، ولی باید حواست باشه که از هر ژن تنها یک رشته الگو قرار می‌گیرد، نه دو رشته!

۳ AUG کدون یا رمزه‌ای است که در رنای پیک وجود دارد و باعث قرارگیری متیونین در زنجیره پپتیدی می‌شود. حواست باشه که رمز مربوط به متیونین در ژن، TAC می‌باشد که توالی مکمل AUG است! بنابراین در ارتباط با متیونین داریم: (رمز TAC = رمزهٔ AUG = پادرمزهٔ UAC)

تله‌تستی این جابه‌جاکردن رمز و رمزه و پادرمزه، میتونه یکی از شیطنت‌های خطرناک طراحا باشه!

۴ با توجه به شکل زیر، ریبوزوم‌هایی که به شبکهٔ آندوپلاسمی در یاخته‌های یوکاریوتی متصل هستند، از طریق زیرواحد بزرگ به آن متصل هستند. اما میدونی چرا این گزینه غلطه؟ چون توی پروکاریوت‌ها شبکهٔ آندوپلاسمی نداریم!



تفکرطراح **هر زیرواحدی از ریبوزوم که .....**

۱ زودتر به رنای پیک متصل می‌شود ← زیرواحد کوچک

۲ به شبکه آندوپلاسمی در یاخته‌های یوکاریوتی متصل می‌شود ← زیرواحد بزرگ

۳ زنجیره پپتیدی از سمت آن از ریبوزوم خارج می‌شود ← زیرواحد بزرگ

۴ تعداد اجزای تشکیل‌دهندهٔ آن بیشتر است ← زیرواحد بزرگ

۱۱. کدام گزینه وجه اشتراک تنظیم بیان ژن منفی باکتری اشرشیاکلای با تنظیم رونویسی در یاخته‌های پوششی انسان را به درستی بیان می‌کند؟

۱) هر پروتئینی که به راه‌انداز متصل می‌شود، آنزیمی مؤثر بر رونویسی است.

۲) هر پروتئینی که روی رنابسپاراز اثرگذار است، به نوعی توالی در نزدیکی ژن متصل می‌شود.

۳) هر مولکولی که مانع فعالیت رنابسپاراز می‌شود، نوعی پروتئین با میل زیاد به نوعی قند است.

۴) هر مولکولی که از ژن رونویسی می‌کند، به کمک توالی خاصی از دنا، محل شروع رونویسی را شناسایی می‌کند.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | مفهومی

ایســتگاه آمار: اگرچه گفته شــد که از تنظیم بیان ژن در یوکاریوت تاکنون ۴ تست و از تنظیم بیان ژن در پروکاریوت تاکنون ۸ تست داشتیم! یکی از مباحث جذاب که میتونه در کنکور بعدی مورد توجه طراح باشه، مقایسهٔ تنظیم بیان ژن در یوکاریوت و پروکاریوت‌هاست!

رنابسپاراز از ژن رونویسی می‌کند. رنابسپاراز به کمک راه‌انداز نخستین نوکلئوتید قابل رونویسی را شناسایی می‌کند. این اتفاق هم در یوکاریوت‌ها رخ می‌دهد و هم در پروکاریوت‌ها!

تفکرطراح **هر پروتئین موثر در رونویسی در تک یاخته‌ای ها که .....**

۱ به راه‌انداز متصل می‌شود ← رنابسپاراز (یوکاریوتی و پروکاریوتی) + عوامل رونویسی (یوکاریوتی)

۲ بر فعالیت رنابسپاراز اثر می‌گذارد ← عوامل رونویسی (یوکاریوتی) + مهارکننده (تنظیم منفی پروکاریوتی) + فعال‌کننده (تنظیم مثبت پروکاریوتی)

۳ مانع فعالیت رنابسپاراز می‌شود ← مهارکننده (تنظیم منفی پروکاریوتی) + هیستون‌ها (یاخته‌های یوکاریوتی)

۴ ژن را الگو قرار می‌دهد ← رنابسپاراز

۵ میل آن به قند زیاد است ← مهارکننده در اپران لک پروکاریوت‌ها

۶ به توالی در فاصله بسیار دور از ژن متصل می‌شود ← عوامل رونویسی متصل به افزاینده یوکاریوت‌ها

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در یوکاریوت‌ها، عوامل رونویسی و رنابسپاراز می‌توانند به راه‌انداز متصل شوند. از طرفی، در تنظیم منفی نیز رنابسپاراز به راه‌انداز متصل می‌گردد. همهٔ موارد ذکرشده در رونویسی ژن نقش دارند. ← اما باید حواست باشه که عوامل رونویسی خاصیت آنزیمی ندارند!

۲ در پروکاریوت‌ها، مهارکننده بر فعالیت رنابسپاراز اثرگذار است که به اپراتور متصل می‌گردد. (اپراتور در نزدیکی ژن قرار دارد.) از طرفی در یوکاریوت‌ها عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز و عوامل رونویسی متصل به افزاینده (در رابطه با بعضی ژن‌ها افزاینده داریم) بر فعالیت رنابسپاراز

اثرگذار هستند. در این بین، عوامل رونویسی که به افزاینده متصل می‌شوند، ممکن است به افزاینده‌ای متصل گردند که دور از ژن قرار دارد!

۳ در پروکاریوت‌ها اپراتور مانع فعالیت رنابسپاراز می‌شود و در یوکاریوت‌ها هیستون‌ها در جلوگیری از دسترسی رنابسپاراز به ژن‌ها نقش دارند. در این بین، مهارکننده به لاکتوز تمایل دارد که نوعی قند است، ولی هیستون‌ها تمایلی به قندها ندارند!

۱۲. به منظور ساخت آنزیم لیزوزیم در یاخته‌های غدد بزاقی انسان، کدام گزینه رخ می‌دهد؟

۱) هر زمانی که جایگاه P رناتن از رنای ناقل پر شده است، در جایگاه E، رنای ناقل فاقد آمینواسید حضور دارد.

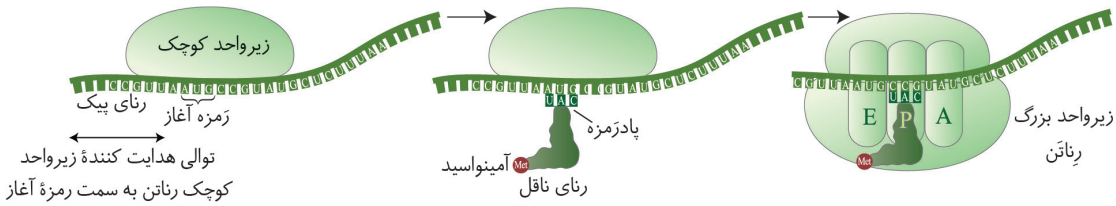
۲) هر زمانی که پیوندی در جایگاه P شکسته می‌شود، نوعی پیوند اشتراکی در جایگاه A تشکیل می‌گردد.

۳) هر زمانی که جایگاه A رناتن از مولکول رنای ناقل و پروتئین خالی است، در جایگاه P، رنای ناقل قرار دارد.

۴) هر زمانی که رنای ناقل به رناتن وارد می‌شود، با تشکیل پیوندهای کم‌انرژی، مستقر می‌گردد.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | استنباطی

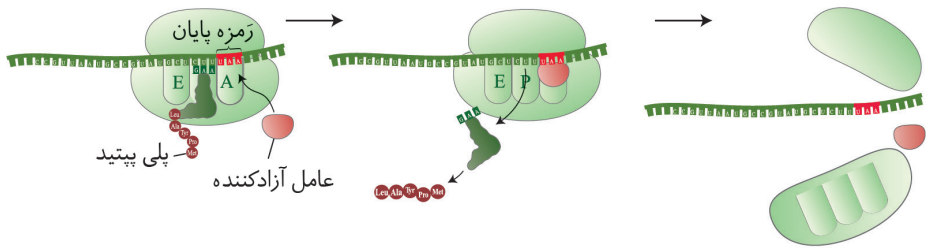
با توجه به شکل‌های مقابل که نشان‌دهندهٔ هر سه مرحلهٔ آغاز، طویل‌شدن و پایان ترجمه است، در هر زمانی که جایگاه A رناتن از مولکول نیتروژن‌دار (پروتئین آزادکننده و رنای ناقل) خالی است، در جایگاه P، رنای ناقل قرار دارد.



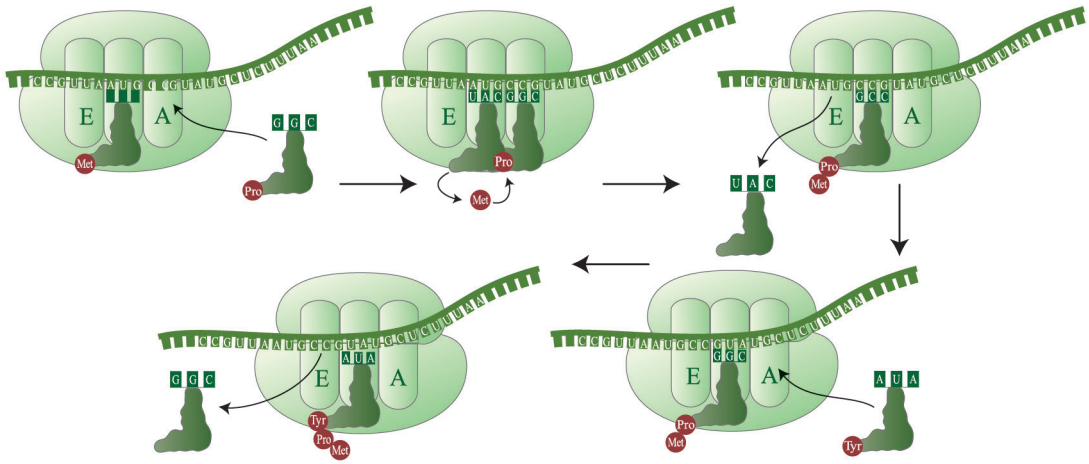
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ به طور مثال، در مرحلهٔ آغاز ترجمه، با وجود اینکه در جایگاه P رناتن، رنای ناقل حضور دارد، در جایگاه E، رنای ناقلی دیده نمی‌شود!

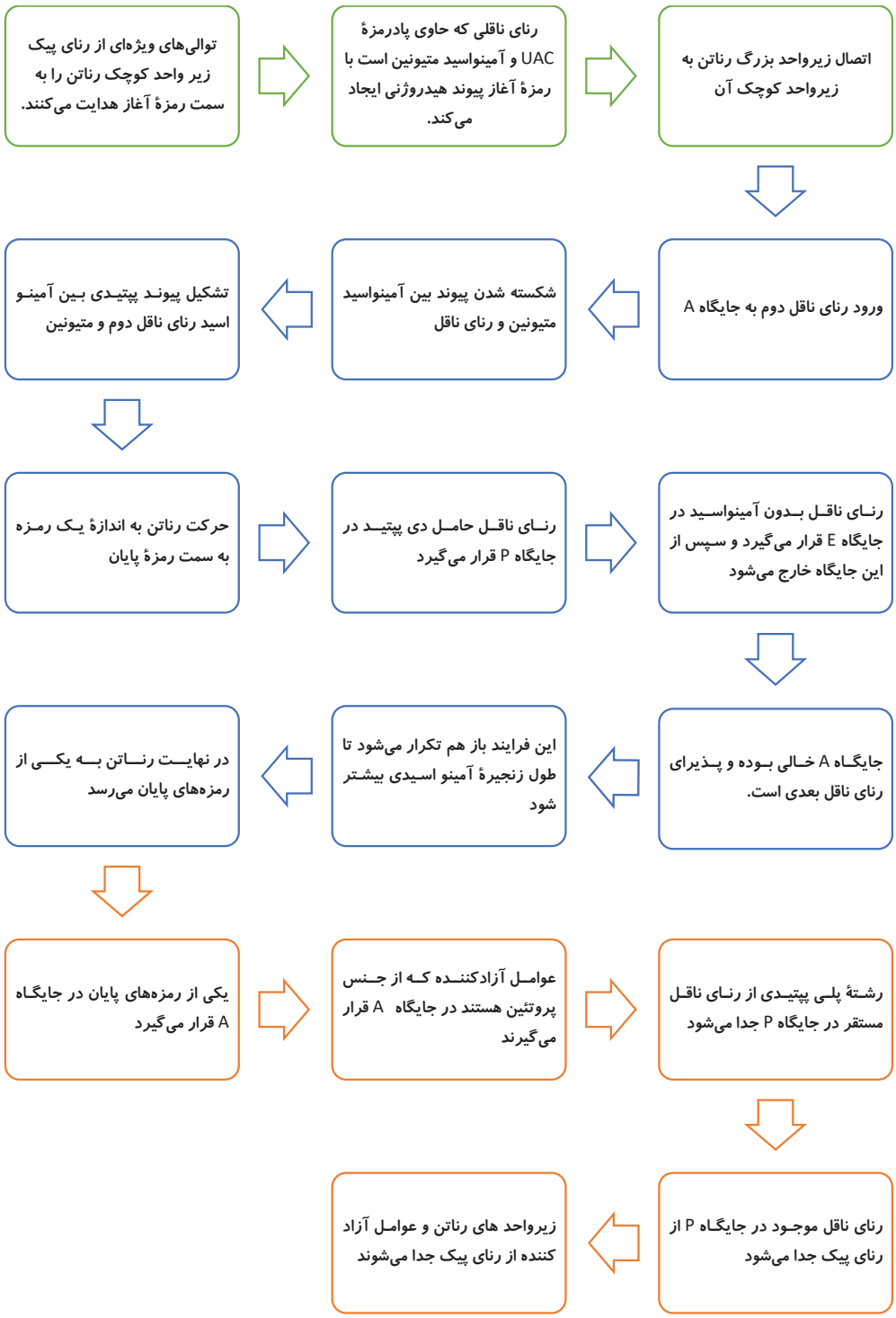
۲ به طور مثال، در مرحلهٔ پایان ترجمه، با وجود شکست پیوند هیدروژنی میان رنای ناقل جایگاه P و رنای پیک، پیوند اشتراکی در جایگاه A تشکیل نمی‌شود!



۴ دقت داشته باشید که در مرحلهٔ طویل‌شدن، گروهی از رناهای ناقلی که به جایگاه A رناتن وارد می‌شوند، نمی‌توانند در آن مستقر شوند!



نمودار شماتیک زیر مراحل مربوط به ترجمه رو براتون ساده‌سازی کرده:



کنکورچی‌میگه؟ **در ارتباط با فرایند پروتئین‌سازی در اشرشیاکلای، کدام مورد غیرممکن است؟** (کنکور ۱۴۰۴ نوبت دوم)

۱) در زمانی که رشته پلی‌پپتیدی از رناتن (ریبوزوم) خارج می‌شود، جایگاه E رناتن خالی است.

۲) پس از این که اتصال tRNA و توالی آمینواسیدها قطع شد، رناتن (ریبوزوم) به اندازهٔ یک رمزه جابه‌جا می‌شود.

۳) زمانی که جایگاه E رناتن (ریبوزوم) در حال خالی‌شدن است، tRNA حامل توالی آمینواسیدها در جایگاه A قرار دارد.

۴) در زمانی که زیرواحد بزرگ رناتن (ریبوزوم) به زیرواحد کوچک آن متصل می‌شود، جایگاه A و E رناتن خالی است.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | استنباطی

مطابق شکل کتاب درسی، پس از خروج tRNA از جایگاه E رناتن، tRNA حامل آمینواسید جدید (نه توالی آمینواسیدی!) به جایگاه A رناتن وارد می‌شود. حواست باشه که طبق تجربه کنکوری بین توالی آمینواسیدها و آمینواسید تفاوت زیادیه!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در مرحلهٔ پایان ترجمه، رشتهٔ پلی‌پپتیدی از جایگاه P رناتن خارج می‌شود و در این زمان جایگاه E رناتن خالی می‌باشد.

۲ پس از اینکه اتصال tRNA و آمینواسیدها قطع شود، ممکن است این توالی آمینواسیدی به جایگاه A رفته و پیوند پپتیدی در این جایگاه تشکیل دهد و سپس رناتن به اندازهٔ یک رمزه در طول رنای پیک جابه‌جا شود. با توجه به اینکه در صورت این سوال، عبارت غیرممکن است مطرح شده، این گزینه، نمی‌تواند جواب مدنظر طراح باشد، چراکه طبق توضیحات ذکر شده، وقوع چنین اتفاقی ممکن است!

۴ مطابق شکل کتاب درسی، زمانیکه زیرواحد بزرگ و کوچک رناتن به یکدیگر متصل می‌شوند و ساختار کامل رناتن را شکل می‌دهد، تنها جایگاه P رناتن پر است و جایگاه‌های A و E خالی است.

۱۳. کدام موارد در ارتباط با تنظیم بیان ژن در باکتری موردمطالعهٔ مزلسون و استال، می‌توانند صحیح بیان شده باشند؟

« در صورتی که نوعی باکتری اشرشیاکلای را به محیطی غنی از ..... منتقل کنیم، آن‌گاه به‌طورحتم ..... »

الف) مالتوز و فاقد گلوکز – با اتصال فعال‌کننده به بخشی مجاور راه‌انداز، ژن‌های سنتز مالتوز رونویسی می‌شوند.

ب) گلوکز و لاکتوز – گروهی از آنزیم‌ها فعالیت می‌کنند که در فرایند تجزیهٔ کامل لاکتوز نیز مؤثرند.

ج) لاکتوز و فاقد گلوکز – تولید پروتئین مهارکننده بر اثر ورود لاکتوز متوقف می‌شود.

د) مالتوز و لاکتوز – برهم‌کنش‌های سه بعدی نوعی پروتئین دچار تغییر می‌شود.

۱) «الف»، «ب» و «ج» ۲) «ب» و «د» ۳) «الف» و «ج» ۴) «ب»، «ج» و «د»

پاسخ: گزینه ۲ سخت | مفهومی

ایستگاه آمار: مجموعاً ۸ تست دربارهٔ تنظیم بیان ژن در E.Coli در کنکورهای سراسری نظام جدید داشتیم که در ۶ تست مفاهیم هردو تنظیم مثبت و منفی مورد سوال قرار گرفته‌است.

موارد (ب) و (د) عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کنند.

بررسی همهٔ موارد:

الف اگر باکتری به محیط غنی از مالتوز و فاقد گلوکز منتقل شود ← بیان ژن‌های مربوط به تجزیهٔ مالتوز! ← به این منظور اتفاقات زیر رخ می‌دهد: اتصال مالتوز به فعال‌کننده ← اتصال فعال‌کننده به جایگاه اتصال آن (محلی در مجاورت راه‌انداز) ← شناسایی راه‌انداز توسط رنابسپاراز (به کمک فعال‌کننده) ← رونویسی از ژن‌های مربوط به تجزیهٔ مالتوز (نه سنتز!) ← تولید رنای پیک سه ژنی.

بنابراین علت نادرستی این گزینه به کاربردن لفظ (سنتز مالتوز) به جای (تجزیهٔ مالتوز) است.

تله‌تستی در ارتباط با ژن‌های مربوط به تجزیه مالتوز و لاکتوز تاکنون بارها طراح کنکور از لفظ (سنتز) به جای (تجزیه) استفاده کرده است! پس جدی بگیرش!

ب با انتقال باکتری به محیط غنی از گلوکز و لاکتوز، نیازی به بیان ژن‌های اپران لک نیست و باکتری از خود گلوکز استفاده می‌کند. بنابراین در این حالت، آنزیم‌های مربوط به تجزیه گلوکز (آنزیم‌های تنفس یاخته‌ای) فعالیت دارند. از طرفی باید حواست باشه که تجزیهٔ کامل لاکتوز به منظور تولید ATP، با تبدیل آن به مونوساکاریدها و سپس مصرف این مونوساکاریدها در واکنش‌های تنفس یاخته‌ای همراه است. بنابراین بخشی از مسیر تجزیهٔ لاکتوز و مالتوز، مشابه روند تجزیه گلوکز است. ← پس در زمان تجزیه گلوکز، برخی از آنزیم‌هایی که در روند تجزیهٔ کامل لاکتوز نقش دارند (مربوط به تجزیهٔ مونوساکاریدهای آن) نیز فعال هستند.

ج در صورت قرارگیری باکتری در محیط غنی از لاکتوز و فاقد گلوکز، ژن‌های مربوط به تجزیه لاکتوز رونویسی می‌شوند. ← در چنین حالتی، تولید مهارکننده همچنان ادامه می‌یابد ولی مهارکننده از اپراتور جدا می‌شود.

نکته تولید مهارکننده هیچ ارتباطی به حضور لاکتوز یا عدم حضور لاکتوز در محیط اطراف باکتری ندارد! ← در واقع همیشه مهارکننده تولید می‌شود، چه لاکتوز باشد چه نباشد!

د با انتقال باکتری به محیط غنی از مالتوز و لاکتوز، ژن‌های مربوط به تجزیه هر دو فعال می‌شوند. ← در چنین زمانی، با اتصال لاکتوز به پروتئین مهارکننده، برهم‌کنش‌های مهارکننده دچار تغییر می‌شود و شکل ظاهری آن عوض می‌گردد!

	اپران لاکتوز	اپران مالتوز
راه انداز حضور دارد؟	+	+
اپراتور حضور دارد؟	+	-
جایگاه اتصال پروتئین فعال کننده حضور دارد؟	-	+
پروتئین مهار کننده فعالیت دارد؟	+	-
پروتئین فعال کننده فعالیت دارد؟	-	+
تعداد ژن	۳	۳
تعداد راه انداز	۱	۱
هر ژن یک راه انداز جدا دارد؟	خیر	خیر
بخشی که بلافاصله قبل از ژن اول قرار دارد	اپراتور	راه انداز
در هنگام حضور گلوکز، ژن های آن	خاموش هستند	خاموش هستند
در عدم حضور گلوکز، ژن های آن	اگر لاکتوز در محیط باشد، روشن هستند	اگر مالتوز در محیط باشد، روشن هستند
وضعیت اتصال رنابسپاراز به راه‌انداز	در زمان خاموش و روشن بودن ژن‌ها می‌تواند متصل باشد.	فقط در زمان روشن بودن ژن ها با فعالیتِ پروتئین فعال کننده متصل می‌شود
فعالیت قند (در صورت عدم حضور گلوکز)	لاکتوز با اتصال به مهار کننده موجب جدا شدن آن از اپراتور می شود	مالتوز با اتصال خود به فعال کننده موجب وصل شدن آن به جایگاه خود می شود
نتیجهٔ اتصال پروتئین مربوطه به جایگاه خود	رونویسی انجام نمی‌شود	رونویسی انجام می‌شود
نتیجه عدم اتصال پروتئین	رونویسی انجام می‌شود	رونویسی انجام نمی‌شود
فعالیت آنزیم‌های تجزیه کننده	هیدرولیز لاکتوز به گلوکز و گالاکتوز	هیدرولیز مالتوز به دو تا گلوکز

تست‌درتست چند مورد، به ترتیب بیان‌کنندهٔ وجه‌های تمایز و تشابه تنظیم مثبت و منفی رونویسی در باکتری اشرشیاکلای است؟

الف) تسهیل رونویسی در پی اتصال مستقیم پروتئین تنظیمی به رنابسپاراز

ب) تماس مستقیم جایگاه اتصال پروتئین تنظیم‌کنندهٔ رونویسی با ژن

ج) وابستگی آغاز رونویسی به اتصال پروتئین تنظیم‌کنندهٔ رونویسی با نوعی دی‌ساکارید

د) تولید شدید آنزیم‌های تجزیه‌کنندهٔ نوعی دی‌ساکارید در حضور گلوکز و دی‌ساکارید موردنظر در محیط رشد باکتری

۱) ۳ - ۱ ۲) ۳ - صفر ۳) ۲ - ۱ ۴) ۲ - ۲

پاسخ: گزینه ۲ سخت | مفهومی

موارد «الف»، «ب» و «ج» وجه‌های تمایز این دو تنظیم را بیان می‌کند و مورد «د» درارتباط با هر دوتنظیم اشتباه است و نمی‌تواند وجه تشابه باشد.

بررسی همهٔ موارد:

الف در تنظیم منفی رونویسی برخلاف تنظیم مثبت، پروتئین تنظیم‌کننده (پروتئین مهارکننده) نمی‌تواند به‌طور مستقیم به آنزیم رنابسپاراز متصل شود؛ در حالیکه در تنظیم مثبت رونویسی پروتئین فعال‌کننده در تماس مستقیم با آنزیم رنابسپاراز قرار دارد.

ب مطابق شکل کتاب درسی، در تنظیم مثبت رونویسی برخلاف تنظیم منفی، جایگاه اتصال پروتئین تنظیم‌کننده (جایگاه اتصال فعال‌کننده)، پیش از توالی راه‌انداز قرار گرفته‌است و در تماس مستقیم با ژن قرار ندارد.

در یوکاریوت‌ها، راه‌انداز در تماس مستقیم با ژن قرار دارد.

ج در تنظیم مثبت رونویسی در باکتری اشرشیاکلای، آنزیم رنابسپاراز برای اتصال به راه‌انداز، نیازمند وجود پروتئین فعال‌کننده می‌باشد؛ در حالیکه در تنظیم منفی، آنزیم رنابسپاراز نیازی به پروتئین‌های دیگر برای اتصال به راه‌انداز ندارد. دقت کنید که آغاز رونویسی با اتصال آنزیم به راه‌انداز شروع می‌شود.

د دقت کنید که قند ترجیحی باکتری، گلوکز است و در حضور گلوکز، از دی‌ساکاریدها استفاده نخواهد کرد که بخواهد آنزیم‌های تجزیه‌کنندهٔ آن‌ها را تولید کند.

نکته در تنظیم منفی، پروتئین مهارکننده یا به دنا متصل است و یا به قند لاکتوز ولی در تنظیم مثبت، پروتئین فعال‌کننده یا به چیزی متصل نیست و یا اینکه هم به دنا و هم به مالتوز متصل است.

کنکورچی‌میگه؟ **مطابق با اطلاعات کتاب درسی، کدام عبارت در ارتباط با «اشرشیاکلای»، نادرست است؟** (کنکور ۱۴۰۴ نوبت اول)

۱) در فرایندهای تجزیهٔ کامل گلوکز و لاکتوز، تعدادی از آنزیم‌ها مشترک‌اند.

۲) در نوعی تنظیم بیان ژن، پس از ورود مالتوز به محیط کشت باکتری، قند به فعال‌کننده متصل می‌شود.

۳) در نوعی تنظیم بیان ژن، با دورشدن دو بخش از ساختار مهارکننده از یک‌دیگر، رنابسپاراز فعال می‌شود.

۴) در صورت وجود لاکتوز در محیط کشت باکتری، به‌طورحتم ژن‌های مربوط به تجزیهٔ این قند به مقدار زیاد رونویسی می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | مفهومی

دقت داشته باشید که به منظور رونویسی از ژن‌ها در تنظیم مثبت و منفی رونویسی، لازم است تا مولکول گلوکز در سیتوپلاسم باکتری وجود نداشته باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در هر دو فرایند مورد نظر، گروهی از آنزیم‌ها عملکرد مشترک و برخی دیگر، فعالیت منحصر به فرد دارند. برای مثال، آنزیم‌های موثر در تنفس یاخته‌ای به تجزیهٔ کامل این دو مولکول کمک می‌کنند و در هر دو فرایند مشترک محسوب می‌شوند.

۲ در تنظیم مثبت رونویسی در باکتری اشرشیاکلای، به دنبال ورود مالتوز به درون سیتوپلاسم باکتری، این مولکول دی‌ساکاریدی به پروتئین فعال‌کننده متصل می‌شود.

۳ با توجه به شکل کتاب درسی، پس از اینکه فاصلهٔ بین دو بازوی پروتئین مهارکننده نسبت به یکدیگر افزایش پیدا کرد، آنزیم رنابسپاراز با عبور از روی توالی اپراتور، به رونویسی از ژن‌های مربوط به ساخت آنزیم‌های تجزیه‌کنندهٔ لاکتوز اقدام می‌کند.

۱۴. با توجه به مطالب ذکرشده در کتاب درسی در ارتباط با اپران لک و اپران مالتوز در باکتری اشرشیاکلای، کدام گزینه می‌تواند عبارت زیر را به طور مناسب کامل کند؟

«در تنظیم مثبت برخلاف تنظیم منفی رونویسی، توالی مؤثر در تنظیم رونویسی که به نخستین ژن متصل .....»

۱) نیست، به پروتئینی متصل است که در پی اتصال به نوعی قند تمایل به دنا را از دست می‌دهد.

۲) است، باعث می‌شود تا رنابسپاراز نخستین رمزهٔ رشته الگو را به طور دقیق شناسایی کند.

۳) نیست، همزمان با بیان ژن به نوعی پروتئین تنظیمی غیرآنزیمی متصل است.

۴) است، نوعی دی ساکارید پس از ورود به باکتری، به آن متصل می‌گردد.

پاسخ: گزینه ۳ سخت | مفهومی

سرنخ توالی‌های رونویسی که در تنظیم مثبت و منفی به نخستین ژن متصل هستند، شامل (راه‌انداز) و (اپراتور) می‌باشد. بنابراین منظور گزینه‌های ۲ و ۴ عبارت (راه‌انداز برخلاف اپراتور) می‌باشد. از طرفی توالی‌های رونویسی که در تنظیم مثبت و منفی به نخستین ژن متصل نیستند، شامل (جایگاه اتصال فعال‌کننده) و (راه‌انداز) می‌باشد. بنابراین منظور گزینه‌های ۱ و ۳ عبارت (جایگاه اتصال فعال‌کننده برخلاف راه‌انداز) است.

همزمان با بیان ژن، جایگاه اتصال فعال‌کننده به پروتئین فعال‌کننده متصل است و راه‌انداز به رنابسپاراز اتصال دارد. بنابراین در زمان بیان ژن، به جایگاه اتصال فعال‌کننده برخلاف راه‌انداز، پروتئینی تنظیمی و غیرآنزیمی متصل است!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ جایگاه اتصال فعال‌کننده به فعال‌کننده متصل است و راه‌انداز به رنابسپاراز متصل می‌باشد. فعال‌کننده پس از اتصال به قند مالتوز، تمایلش به دنا بیشتر می‌شود؛ نه این که تمایلش را از دست بدهد! در واقع توضیح ارائه‌شده در قسمت دوم این گزینه مربوط به مهارکننده است که هیچ ربطی به این گزینه ندارد!

۲ راه‌انداز باعث می‌شود تا رنابسپاراز نخستین نوکلئوتید (نه نخستین رمزه!) رشته الگو را شناسایی کند! دقت کن که رمزه مربوط به رنای پیک است، نه دنا!

۴ دی‌ساکارید پس از ورود باکتری، هیچوقت مستقیماً به دنا متصل نمی‌شود!

وجه مقایسه	راه‌انداز	افزاینده	جایگاه اتصال فعال‌کننده	اپراتور
در دنای اصلی یوکاریوت‌ها وجود دارد؟	آره	آره	نه	نه
در دنای اصلی پروکاریوت‌ها وجود دارد؟	آره	نه	آره	آره
همانندسازی	می‌شود	می‌شود	می‌شود	می‌شود
رونویسی	نمی‌شود	نمی‌شود	نمی‌شود	نمی‌شود
توانایی عبور رنابسپاراز از روی آن وجود	دارد	ندارد	ندارد	دارد
رنابسپاراز به آن متصل می‌شود؟	آره	نه	نه	نه
عوامل رونویسی به آن متصل می‌شوند؟	آره	آره	نه	نه
در ساختار ژن قرار دارد؟	نه	نه	نه	نه
وجود نوکلئوتید بین آن و ژن‌ها در یوکاریوت‌ها؟	نه	آره	-	-

کنکورچی‌میگه؟ **با توجه به اطلاعات کتاب درسی دربارهٔ تنظیم مثبت و منفی در باکتری اشرشیاکلای، کدام مورد دربارهٔ توالی‌های تنظیمی موثر در شروع رونویسی، نادرست است؟** (کنکور ۱۴۰۴ نوبت دوم)

۱) فقط یکی از آن‌ها، در مجاورت نخستین ژن قرار دارد.

۲) هر دوی آن‌ها، بر ساختار اول محصول آخرین ژن بی‌تأثیرند.

۳) فقط یکی از آن‌ها، باعث می‌شود تا رنابسپاراز اولین نوکلئوتید رمزه را در رشته الگو به طور دقیق پیدا کند.

۴) هر دوی آن‌ها، می‌توانند به مولکولی متصل شوند که یک یا چند زنجیره بلند و بدون شاخه دارد.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | مفهومی

سرنخ منظور از صورت سوال، توالی اپراتور و جایگاه اتصال فعال کننده است.

دقت کنید که رنابسپاراز اولین نوکلئوتید دنا را در رشتهٔ الگو شناسایی می‌کند امّا کلمهٔ «رمزه» مربوط به رنای پیک است نه دنا!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ طبق شکل کتاب درسی، از بین اپراتور و جایگاه اتصال فعال کننده، اپراتور در مجاورت نخستین ژن قرار دارد.

۲ دقت کنید که این توالی‌ها، بر ساختار محصول ژن اثر ندارند و تغییر در آن‌ها صرفاً میزان تولید محصول را بیشتر یا کمتر می‌کند. (توالی‌های تنظیمی هستند.)

۴ اپراتور و جایگاه اتصال فعال کننده به ترتیب به رنابسپاراز و پروتئین فعال کننده متصل می‌شوند. پروتئین‌ها یک یا چند زنجیرهٔ بلند و بدون شاخه دارند.

۱۵. در طی مراحل ساخت نوعی پلی‌پپتید در یاخته پوششی بدن انسان، بسپارهایی وجود دارند که از خارج وارد جایگاه A ریبوزوم می‌شوند. کدام مورد یا موارد را در ارتباط با همهٔ این بسپارها می‌توان بیان نمود؟

الف) در ساختار غیرمنشعب، فقط یک نوع پیوند اشتراکی دارند.

ب) بلافاصله باعث خروج نوعی بسپار از جایگاه دیگری در ریبوزوم می‌شوند.

ج) پیوندهایی سست و کم‌انرژی در بخش‌هایی از ساختار آن‌ها مشاهده می‌شوند.

د) کنار هم قرارگیری واحدهای نیتروژن‌دار آن‌ها طی فرآیندی درون یاخته‌ای و تدریجی رخ داده است.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ج» و «د» ۳) «ب»، «ج» و «د» ۴) «الف»، «ب» و «ج»

پاسخ: گزینه ۲ سخت | مفهومی

ایستگاه آمار: تاکنون مقایسه پروتئین و رنا مستقیماً در کنکور مطرح نشده، اما در یک سوال در مورد ساختارهای مارپیچی صحبت شد که در آن می‌شد دنا (نه رنا!) و پروتئین را با هم مقایسه کرد.

سرنخ بسپارهایی که از خارج وارد ریبوزوم می‌شوند، شامل رنای ناقل و عوامل آزادکننده می‌باشد.

موارد (ج) و (د) صحیح هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف در ساختار رنای ناقل، پیوند اشتراکی فسفودی استر دیده می‌شود و یک سری پیوندهای درون نوکلئوتیدی نیز دارد! از طرفی درون پروتئین، هم پیوندهای پپتیدی و هم پیوندهای درون آمینواسیدی وجود دارد. بنابراین در ساختار رنای ناقل و پروتئین‌ها، بیش از یک نوع پیوند اشتراکی دیده می‌شود! ضمناً یادت باشه که هم پروتئین‌ها و هم رناها، همگی ساختار خطی و غیرمنشعب دارند!

ب قرارگیری عوامل آزادکننده در جایگاه A ریبوزوم، باعث خروج رنای ناقل و پروتئین از جایگاه P ریبوزوم می‌شود! ولی چنین چیزی در مورد رنای ناقل واردشده به جایگاه A صدق نمی‌کند.

ج در ساختار پروتئین‌ها و رنای ناقل پیوندهای هیدروژنی (سست و کم انرژی) دیده می‌شود!

د رنای ناقل طی رونویسی و پروتئین طی ترجمه تولید شده است. هم رنای ناقل و هم عوامل آزادکننده واحدهای نیتروژن‌دار دارند!

	رنا	پروتئین
واحدهای مونومری	ریبونوکلئوتید	آمینواسید
عناصر سازنده	کربن، هیدروژن، اکسیژن، نیتروژن و فسفر	کربن، هیدروژن، اکسیژن و نیتروژن (برخی موارد فسفر هم دارند)
پیوندهای اشتراکی بین مونومری	فسفودی استر	پپتیدی
پیوند هیدروژنی در ساختار خود	رنای ناقل دارد	دارد
محصول مستقیم چه فرایندی است؟	رونویسی	ترجمه
محل تشکیل در یوکاریوت‌ها	هسته و میتوکندری و کلروپلاست	سیتوپلاسم و میتوکندری و کلروپلاست
آنزیم موثر در تشکیل آن	رنابسپاراز	آنزیم‌های ریبوزومی
ساختار منشعب یا غیرمنشعب	خطی و غیرمنشعب	خطی و غیرمنشعب

زیست‌شناسی دوازدهم | ۲۹ آبان ماه ۱۴۰۴

۱. در جمعیت انسان‌ها، حالت مو صفتی تک جایگاهی است که به سه شکل صاف، فر و موجدار دیده می‌شود و دگره‌های S (بروز حالت صاف) و C (بروز حالت فر) آن را کنترل می‌کنند. کدام گزینه در ارتباط با این صفت به‌طورحتم درست بیان شده است؟

۱) از روی فنوتیپ هر فرد، ژنوتیپ آن مشخص می‌شود.

۲) هر فرزند فنوتیپی مشابه یکی از والدین خود بروز می‌دهد.

۳) در افراد ناخالص، هر دو دگره به صورت همزمان اثرخود را ظاهر می‌کنند.

۴) در نتیجهٔ آمیزش دو فرد با حالت موی یکسان، تنها یک نوع فنوتیپ در فرزندان ظاهر می‌شود.

پاسخ: گزینه ۱ آسان - مفهومی | زیست ۳ - فصل ۳ (انتقال اطلاعات در نسل‌ها) - مفاهیم پایه

مشاوره در مجموع سوالاتی که از فصل ژنتیک در کنکورهای سراسری نظام جدید مطرح شده‌است، تاکنون تستی نداشتیم که در اون به یک صفت ژنتیکی متفاوت با صفات مطرح شده در کتاب درسی (نظیر هموفیلی، فنیل‌کتونوری و ...) پرداخته باشه ولی خب خود این صفت در متن کتاب درسی ذکر شده و بررسیش خالی از لطف نیست!

سرنخ صفت حالت مو، به سه فرم صاف (SS)، فر (CC) و موجدار (CS) دیده می‌شود.

بنابراین با توجه به توضیحات ذکرشده از روی فنوتیپ هر فرد می‌توان ژنوتیپش را تشخیص داد.

نکته با توجه به متن کتاب درسی، صفت حالت مو به سه شکل و صفت رنگ چشم به چهار حالت مشکی، قهوه‌ای، سبز و آبی دیده می‌شود.

نکته صفت رنگ مو و رنگ چشم، کاملاً ارثی هستند، ولی صفت تیره شدن رنگ پوست در برابر نور خورشید، تحت تأثیر محیط است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ در صورت آمیزش دو فرد با موی صاف و فر، فرزندان همگی موجدار خواهند بود که شبیه هیچ یک از والدین نیستند!

۳ در افراد ناخالص، نه حالت صاف و نه حالت فر دیده نمی‌شوند! در واقع افراد ناخالص حدواسطی از دو صفت خالص را بروز می‌دهند، نه این که هر دو را به صورت همزمان ظاهر کنند.

۴ در نتیجهٔ آمیزش دو فرد با موی موجدار، سه نوع فنوتیپ در بین فرزندان ممکن است دیده شود.

$$CS \times CS \rightarrow CC + CS + SS$$

۲. با فرض اینکه در گیاه گل میمونی، یاختهٔ باقی‌مانده از تقسیم بافت خورش دگرهٔ W را داشته باشد و یاختهٔ سازندهٔ دانهٔ گرده ژنوتیپ ناخالص داشته باشد، کدام ژنوتیپ زیر را می‌توان برای تخم اصلی و تخم ضمیمه محتمل دانست؟

۱) WW و RWW ۲) RW و RWW ۳) WW و RRW ۴) RW و RRW

پاسخ: گزینه ۲ آسان - مفهومی | زیست ۳ - فصل ۳ (انتقال اطلاعات در نسل‌ها) - مفاهیم پایه

مشاوره از مجموع حدود ۳۲ سوالی که به‌طور مستقیم و غیرمستقیم از فصل ۳ دوازدهم در کنکورهای سراسری نظام جدید مطرح شده‌است، در مجموع ۸ سوال چنین تیپ سوالی را مشاهده می‌کنیم که در آن ژنوتیپ بخش‌هایی از دو گیاه را در سوال مطرح کرده‌اند و سپس ژنوتیپ بخش‌های دیگر را خواسته‌اند. (چیزی حدود ۲۵٪) از میان این ۸ سوال، ۳ سوال دربارهٔ گل میمونی بوده است.

یاختهٔ ایجاد کنندهٔ دانهٔ گرده ژنوتیپ RW را دارد. دقت کنید که وقتی یاختهٔ اسپرم دگرهٔ R را داشته باشد، ژنوتیپ تخم ضمیمه RWW و ژنوتیپ تخم اصلی RW می‌تواند باشد، چرا که یاختهٔ دو هسته‌ای که با یاختهٔ اسپرم لقاح می‌کند، باید ژنوتیپ WW را داشته باشد.

حالات آمیزش این دو گیاه گل میمونی به صورت زیر است: (داخل پرانتز ژنوتیپ آندوسپرم رو نوشتیم!)

$$RW \times W \rightarrow RW(RWW) + WW(WWW)$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ و ۳ توجه کنید که وقتی یاختهٔ اسپرم دگرهٔ W را داشته باشد، تخم ضمیمه ژنوتیپ WWW خواهد داشت.

۴ در مورد این گزینه نیز همانطور که گفتیم اگر یاختهٔ اسپرم، دگرهٔ R را داشته باشد، تخم ضمیمه ژنوتیپ RWW خواهد داشت.

۳. کدام عبارت در ارتباط با انسان صحیح است؟

۱) برای بیان هر صفت ژنتیکی، همواره وجود دو دگره در فام‌تن‌های همتا نیاز است.

۲) همهٔ ویژگی‌های یک فرد، صرفاً از تعامل میان دگره‌های به ارث رسیده از والدین ظاهر می‌شوند.

۳) برخی از روابط بین دگره‌ای، تاییدکنندهٔ تصورات موجود در دورهٔ قبل از کشف قوانین وراثت می‌باشد.

۴) تنوع در کربوهیدرات‌های غشایی گویچه‌های قرمز، تنها به دگره‌های واقع در فام‌تن‌های شمارهٔ ۹ وابسته است.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط - مفهومی | زیست ۳ - فصل ۳ (انتقال اطلاعات در نسل‌ها) - مفاهیم پایه

مشاوره با بررسی کنکورهای سراسری نظام جدید داخل کشور، به ۱ تست برمی‌خوریم که در اون با همین تیپ و بیان تستی، به بررسی روابط بین دگره‌ای و گروه خونی ABO پرداخته شده است.

پیش از کشف قوانین وراثت، تصور می‌شد که صفات ژنتیکی آمیخته‌ای از صفات پدر و مادر می‌باشد؛ به عنوان مثال از ازدواج مردی قد بلند با زنی قد کوتاه، فرزندی با قد متوسط متولد می‌شود. پس از کشف قوانین وراثت نیز، رابطهٔ بین دگره‌ای از نوع بارزیت ناقص، نیز چنین موردی را بیان می‌کند. در بارزیت ناقص، صفت در حالت ناخالص، به صورت حد واسط حالت‌های خالص مشاهده می‌شود (مانند تصوری که پیش از گریگول مندل و کشف قوانین وراثت وجود داشت.)

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ برای مثال، در بیماری هموفیلی، در مردان، وجود یک دگره بر روی کروموزوم X برای ایجاد فنوتیپ کافی است و نیازی به وجود دو دگره نمی‌باشد.

۲ ویژگی‌هایی مانند تیره شدن پوست در پی آفتاب سوختگی صرفاً در پی تعامل میان دگره‌ها رخ نمی‌دهد و نوعی صفت اکتسابی می‌باشد.

۴ در غشای گویچه‌های قرمز، علاوه‌بر کربوهیدرات‌های خونی، کربوهیدرات‌های دیگری نیز مشاهده می‌شود که ارتباطی به دگره‌های گروه خونی ABO و فام‌تن شمارهٔ ۹ ندارند. بنابراین الزاماً تنوع در کربوهیدرات‌های غشایی گویچه‌های قرمز وابسته به نوع دگره‌های موجود در فام‌تن‌های شمارهٔ ۹ نمی‌باشد.

۴. در خانواده‌ای که والدین سالم بوده و ژن‌نمود(ژنوتیپ)های ناخالص و متفاوتی برای گروه خونی دارند، دختری با گروه خونی B و مبتلا به فنیل کتونوری و پسری با گروه خونی O و فاقد عامل انعقادی شمارهٔ ۸ متولد شده‌اند. در این خانواده، تولد کدام فرزند زیر را نمی‌توان محتمل دانست؟ (بیماری فنیل کتونوری نوعی بیماری مستقل از جنس نهفته است)

۱) پسری بیمار از نظر هر دو بیماری و دارای هر دو نوع کربوهیدرات گروه خونی

۲) دختری سالم و ناخالص از نظر بیماری‌های ارثی و فاقد کربوهیدرات‌های گروه خونی

۳) پسری سالم و دارای ژن‌نمود (ژنوتیپ) مشابه با یکی از والدین از نظر صفت گروه خونی ABO

۴) دختری دارای دو نوع کربوهیدرات گروه خونی و فاقد عامل انعقادی ۸ و سالم از نظر فنیل کتونوری

پاسخ: گزینه ۴ متوسط-مفهومی | زیست ۳ - فصل ۳ (انتقال اطلاعات در نسل‌ها) - ترکیبی

مشاوره مجموع سوالاتی که در اون ترکیبی از صفت‌های ABO، هموفیلی و فنیل‌کتونوری مطرح شده است و حالتی مشابه این سوال و مسئله‌طور داشته است در کنکورهای سراسری نظام جدید داخل کشور، ۱ سوال می‌باشد.

استراتژی در سوالاتی که به دنبال فرزندی هستیم که متولد نمی‌شود، بهتره اول صفتی را بررسی کنیم که استثناهای بیشتری دارد و حالات کمتری براش درست هستند! بنابراین در این سوال بهتره اول بریم سراغ صفت وابسته به X نهفته که همون هموفیلیه!

هر دو والد سالم هستند، بنابراین پدر X^HY است! ← پسر در این خانواده، بیمار است! بنابراین ژنوتیپش X^hY می‌باشد. ← با توجه به این که مادر سالم است ولی دگره بیماری را به پسرش منتقل کرده است، می‌توان نتیجه گرفت که مادر ناخالص است: X^HX^h!

بنابراین آمیزش به صورت مقابل است: $X^HX^h \times X^HY \rightarrow X^HX^H + X^hX^H + X^hY + X^HY$

۱ پسر هموفیل هم که توی صورت تست مطرح شده و نیاز به بررسی نداره!

۲ دختر سالم و ناخالص X^HX^h می‌شود که خب تولدش ممکنه!

۳ تولد پسر سالم که ممکنه X^HY!

۴ دختر هموفیل X^hX^h است که در بین ژنوتیپ‌های بالا نیست! ← پس تولدش ممکن نیست!

بنابراین جواب میشه گزینه ۴!

دیدی چقدر سریع به جواب رسیدیم! باید استراتژیست باشی توی سوالات ژنتیک و بدونی از کجا شروع کنی! ولی برای رفاه حال دانش آموزان عزیز، میریم سراغ بررسی قسمت‌های دیگه. حالا صفت گروه خونی رو با هم بررسی کنیم:

دختر با گروه خونی B (ژنوتیپ‌های ممکن: I^BI^B و I^Bi) و پسر با گروه خونی O (ژنوتیپ: ii) هستند. ← حالا با توجه به این که دو حالت برای دختر مدنظر است، بریم بررسیش کنیم:

اگر دختر I^BI^B باشد ← یک والد I^Bi و والد دیگر I^Bi خواهد بود! ← شرط متفاوت بودن ژنوتیپ والدین رعایت نشده است! ← پس کلاً این ژنوتیپ دخترکنسله!

اگر دختر I^Bi باشد ← یک والد I^Bi و والد دیگر می‌تواند ii یا I^Ai و یا حتی I^Bi باشد ← با توجه به شرط متفاوت‌بودن ژنوتیپ والدین، I^Bi برای والد دوم کنسله و با توجه به شرط ناخالص بودن والدین، ژنوتیپ ii هم کنسله! ← بنابراین ژنوتیپ والد دیگر از نظر صفت گروه خونی I^Ai خواهد بود!

پس آمیزش والدین از نظر صفت گروه خونی به صورت مقابل است: $I^Ai \times I^Bi \rightarrow I^AI^B + X^Ai + I^Bi + ii$

حالا صفت گروه خونی توی گزینه‌ها رو بررسی کنیم:

۳ پسر با ژنوتیپ مشابه یکی از والدین می‌شود، I^Ai یا I^Bi که خب ممکنه!

۱ و ۴ دختر و پسر دارای دو نوع کربوهیدرات گروه خونی می‌شود I^AI^B!

۲ دختر فاقد کربوهیدرات‌های گروه خونی می‌شود ii. ← پس از نظر گروه خونی محدودیت نداریم و باید بریم سراغ صفت بعدی:

استراتژی در مورد بیماری‌های مستقل از جنس نهفته، اگر والدین سالم صاحب فرزند بیمار شوند، قطعاً هر دو والد ناخالص هستند!

با توجه به استراتژی بالا، هر دو والد Ff خواهند بود و فرزندان FF و Ff و ff هستند. ← پس همه حالات بیماری فنیل کتونوری برای این خانواده محتمل است و نیاز به بررسی تک تک گزینه‌ها نیست!

۵. با فرض عادی بودن شرایط و با در نظر گرفتن بیماری کم خونی داسی شکل (نوعی بیماری مستقل از جنس نهفته) معرفی شده در کتاب‌درسی دوازدهم، کدام عبارت صحیح است؟ (با فرض ممکن بودن ازدواج‌های ذکرشده در گزینه‌ها)

۱) در صورت ازدواج مردی سالم با هر نوع ژنوتیپ با زنی بیمار، تولد پسری بیمار محتمل است.

۲) در صورت ازدواج زنی بیمار با مردی با هر نوع ژنوتیپ، تولد دختری کاملاً سالم محتمل است.

۳) در صورت ازدواج زنی فاقد دگرهٔ بیماری‌زا با مردی با هر نوع ژنوتیپ، تولد پسری ناقل محتمل است.

۴) در صورت ازدواج مردی بیمار با زنی سالم با هر نوع ژنوتیپ، تولد دختری ناقل محتمل است.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط - مفهومی | زیست ۳ - فصل ۳ (انتقال اطلاعات در نسل‌ها) - انواع صفات

مشاوره تاکنون در مجموع ۳ تســت، به‌طور مستقل توارث بیماری گویچه‌های قرمز داسی‌شکل مورد سوال واقع شده است. که در مقایسه با ۳۲ سوال این فصل چیزی حدود ۱۰٪!

مشاوره توی این آزمون چون مبحث کم خونی داســی شــکل و مبحث فنیل کتونوری، نوع بیماری رو هنوز نخوندی ما توی صورت سوال مطرحش کردیم! از آزمونای بعدی خودت دیگه باید نوع بیماری‌های ذکرشده در کتاب درسی رو بلد باشی!

اگر پدر بیمار باشد، قطعاً دگرهٔ بیماری‌زا را انتقال خواهد داد. بنابراین اگر مادر دگرهٔ سالم و پدر دگرهٔ بیماری را به فرزند بدهند، وی ناقل خواهد بود! (Hb^A= دگرهٔ سالم بودن / Hb^S= دگرهٔ ابتلا به کم خونی داسی شکل)

$$Hb^SHb^S \times Hb^AHb^A \rightarrow Hb^AHb^S$$

$$Hb^SHb^S \times Hb^AHb^S \rightarrow Hb^AHb^S + Hb^SHb^S$$

با توجه به آمیزش‌های مطرح‌شده در هر دو حالت، امکان تولد دختر ناقل وجود دارد!

استراتژی در سوالاتی با این بیان که دنبال اتفاق افتادن در (همهٔ حالات) هستند، بهتره بری سراغ گزینه‌هایی که حالت‌های کمتری رو میشه براشون در نظر گرفت. برای مثال در این تست، بهتر است اول گزینه‌هایی رو بررسی کنی که فرد والد بیمار است، چون فرد بیمار تنها یک ژنوتیپ دارد، ولی فرد سالم دو ژنوتیپ می‌تواند داشته باشد!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ اگر پدر سالم باشد، می‌تواند Hb^AHb^A یا Hb^AHb^S باشد و مادر هم ژنوتیپ Hb^SHb^S خواهد داشت. بنابراین، داریم:

$$Hb^SHb^S \times Hb^AHb^A \rightarrow Hb^AHb^S$$

بنابراین در این حالت که پدر خالص سالم باشد، پسر بیمار متولد نمی‌شود!

۲ اگر مادر بیمار باشد، ژنوتیپ Hb^SHb^S را داشته و مرد هم Hb^SHb^S را برایش در نظر بگیریم، همهٔ فرزندان بیمار هستند.

۳ مادر وقتی فاقد دگرهٔ بیماری‌زا است، یعنی ژنوتیپ Hb^AHb^A را دارد. اگر پدر نیز کاملاً سالم باشد، تولد پسری ناقل امکان ندارد.

۶. با توجه به مطالب ذکرشده در کتاب زیست شناسی دوازدهم، کدام موارد زیر به طور نادرست بیان شده‌اند؟

الف) دگره‌های مربوط به رنگ گل در گیاه گل میمونی صورتی، همراه با هم ظاهر می‌شوند.

ب) هر دو دگرهٔ مربوط به گروه خونی در گویچه‌های قرمز خون فرد با گروه خونی AB، رونویسی می‌شوند.

ج) در هر مرد هموفیل، بر اثر وجود یک دگره نهفته، اختلال در تولید فاکتور انعقادی هشت رخ می‌دهد.

د) در هر فرد Rh مثبت، بر اثر بیان نوعی ژن، کربوهیدرات D در سطح غشای گویچه‌های قرمز دیده می‌شود.

۱) همهٔ موارد ۲) الف و ب و ج ۳) ب و ج و د ۴) الف و د

پاسخ: گزینه ۱ متوسط-مفهومی | زیست ۳ - فصل ۳ (انتقال اطلاعات در نسل‌ها) - ترکیبی

مشاوره مفاهیم این تست به صورت پراکنده در سوالات مربوط به این فصل در کنکور سراسری استفاده شده‌اند!

همهٔ موارد نادرست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف رابطهٔ بین دگره‌های رنگ گل در گل صورتی، بارزیت ناقص است و رخ نمود آن به صورت حد واسط حالت‌های خالص مشاهده می‌شود. ظاهر شدن همراه باهم دو دگره مربوط به رابطهٔ هم‌توانی است.

نکته در رابطه هم‌توانی هر دو دگره با هم ظاهر می‌شــوند، ولی در رابطه بارزیت ناقص، هیچ یک از دو دگره در افراد ناخالص، به طورکامل ظاهر نمی‌شوند!

ب گویچهٔ قرمز خونی، هسته و دگره ندارد! ← توی این گزینه لفظ (گویچه‌های قرمز خون) بیان شده که اشاره به گویچه‌های قرمز بدون هسته دارد. بنابراین این گویچه‌های قرمز هیچ دگره‌ای ندارند، چون هسته ندارند!

تله‌تستی این مورد خیلی به صورت شایع اتفاق می‌افتد که در سوالات مربوط به فصل ژنتیک و سوالات گروه خونی، به وجود ژن در گویچه‌های قرمز بالغ اشاره کنند که خب میدونیم کلاً عبارت نادرستیه!

ج مرد هموفیل دارای ژنوتیپ X^hY است و اختلال انعقادی دارد. اما میدونی مشکل چیه؟ مسئله اینه که ما انواعی از هموفیلی داریم و در یک نوعش اختلال فاکتور انعقادی هشت دیده می‌شود و ممکن است برخی از مردان هموفیل، کمبود فاکتور انعقادی دیگری داشته باشند!

نکته **در ارتباط با هموفیلی به سه مورد زیر توجه کن:**

۱) اولاً که انواعی هموفیلی داریم که یکیشون بر اثر اختلال در تولید فاکتور انعقادی هشت است!

۲) دوماً انواعی اختلال انعقادی در بدن انسان ممکن است دیده شود که یکیشون هموفیلیه! (بنابراین ممکن است فردی از نظر هموفیلی سالم باشد، ولی اختلال انعقادی داشته باشد!)

۳) سوماً که افراد ناقل هموفیلی همگی زنان هستند، چون مردان یا بیمارند یا کاملاً سالمند!

د در افراد با Rh مثبت در سطح گویچه‌های قرمز، پروتئین D دیده می‌شود؛ نه کربوهیدرات D!

نکته حواست باشـــه که در بدن انسان، علاوه بر کربوهیدرات‌های A و B و پروتئین D، کربوهیدرات‌ها و پروتئین‌های دیگری نیز در سطح غشـــای گویچه‌های قرمز دیده می‌شـــود. بنابراین در افراد با گروه خونی O^-، در سطح گویچه‌های قرمز کربوهیدرات و پروتئین دیده می‌شود، ولی مربوط به گروه خونی نیستند!

۷. در بررسی بیماری طاسی شدن موهای سر، با فرض ممکن بودن ازدواج‌های زیر، کدام مورد نامحتمل است؟ (در نظر داشته باشید که در مردان برای بروز صفت طاسی موهای سر، تنها یک دگرهٔ طاسی و در زنان به دو دگرهٔ طاسی نیاز است)

۱) از پدری غیرطاس و مادری غیرطاس، پسری مبتلا به طاسی متولد شود.

۲) از پدری غیرطاس و مادری طاس، دختری سالم از نظر طاسی متولد شود.

۳) از پدری طاس و مادری غیرطاس، دختری مبتلا به طاسی متولد شود.

۴) از پدری طاس و مادری طاس، پسری سالم از نظر طاسی متولد شود.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط - مفهومی | زیست ۳ - فصل ۳ (انتقال اطلاعات در نسل‌ها) - انواع صفات

مشاوره تاکنون تستی در مجموع کنکورهای سراسری نظام جدید داخل کشور، از توارث صفت طاسی نداشتیم ولی قالب به کار رفته در این تست، در بسیاری از تست‌های ژنتیک کنکور مشاهده می‌شود.

سرنخ طبق رسمی که از آیکیو جامع بنا نهادیم، دگرهٔ طاسی را B و دگرهٔ رویش موی طبیعی را b در نظر میگیریم و در زنان و مردان به صورت زیر خواهد بود:

	BB	Bb	bb
زنان	طاس	غیرطاس	غیرطاس
مردان	طاس	طاس	غیرطاس

پسر غیرطاس، bb خواهد بود ← بنابراین یک دگرهٔ b از مادر و یکی از پدر گرفته است! ← بنابراین پدر ممکن است Bb و طاس باشد و مادر ممکن است دو ژنوتیپ bb یا Bb را داشته باشد که در هر دو حالت مادر، غیرطاس خواهد بود! ← پس این گزینه غیرممکنه!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) پسر مبتلا به طاسی ممکن است Bb یا BB باشد. ← پدرش غیرطاس است، بنابراین پدرش bb می‌باشد. ← پس ژنوتیپ پسر، Bb می‌باشد

و دگرهٔ b را از پدر و دگرهٔ B را از مادرش گرفته است. ← مادرش ممکن است BB یا Bb باشد که در حالتی که Bb باشد، غیرطاس خواهد بود! پس می‌شود یک حالت را برایش درست در نظر گرفت! (bb×Bb)

۲ دختر سالم از نظر طاسی ممکن است bb یا Bb باشد. ← پدر غیرطاس bb خواهد بود و مادر طاس BB می‌باشد. ← از آمیزش BB×bb ممکن است دختر Bb متولد شود. ← بنابراین این مورد هم ممکنه متولد بشه!

۳ پدر طاس BB یا Bb و مادر غیرطاس bb یا Bb می‌باشند. ← دختر مبتلا به طاسی BB است! ← اگر مادر را Bb در نظر بگیریم و پدر هر کدوم از دو ژنوتیپ باشد، امکان تولد دختر BB وجود خواهد داشت! ← پس ممکنه متولد بشه!

۸. در ارتباط با زنی با گروه خونی B^+ و سالم از نظر کوررنگی (توارث مشابه هموفیلی)، کدام موارد زیر را با قاطعیت می‌توان بیان نمود؟

الف: بر روی حداقل یکی از فام‌تن(کروموزوم)های جنسی آن، دگرهٔ سالم کوررنگی قرار دارد.

ب: در آینده نمی‌تواند دختری فاقد هر گونه کربوهیدرات بر روی غشای گویچه‌های قرمز را باردار شود.

ج: بر روی حداقل یکی از فام‌تن(کروموزوم)های شمارهٔ ۱ آن، دگرهٔ بارز مربوط به گروه خونی قرار گرفته است.

د: در آینده نمی‌تواند پسری مبتلا به کوررنگی و دارای پروتئین گروه خونی بر روی غشای گویچه‌های قرمز را باردار شود.

۱) «الف» و «ب» ۲) «الف»، «ب» و «ج» ۳) «الف» و «ج» ۴) «ب» و «د»

پاسخ: گزینه ۲ سخت - مفهومی | زیست ۳ - فصل ۳ (انتقال اطلاعات در نسل‌ها) - انواع صفات

مشاوره از مجموع تست‌های ژنتیک مطرح شده در کنکورهای سراسری نظام جدید داخل کشور، یک تست داشتیم که دقیقاً با همین شکل و شمایل مطرح شده‌است (البته در اون تست خبری از صفت کوررنگی نبود!).

سرنخ ژنوتیپ مدنظر برای فرد صورت سوال رو با هم بنویسیم:

فرد از نظر گروه خونی ممکن است I^BI^B یا I^Bi باشد! ← از نظر گروه خونی فرعی، ممکن است DD یا Dd باشد! ← از نظر کوررنگی ممکن است X^BX^b یا X^BX^B باشد!

همهٔ موارد به جز «د» صحیح هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف فرد مورد نظر، ممکن است ژنوتیپ X^BX^b یا X^BX^B را داشته باشد. بنابراین، بر روی حداقل یکی از فام‌تن‌های جنسی آن، دگرهٔ سالم کوررنگی قرار گرفته است.

ب دقت کنید که هر فرد، بر روی غشای گویچه‌های قرمز و سایر یاخته‌های خود، دارای کربوهیدرات می‌باشد.

ج در فام‌تن شمارهٔ ۱، دگرهٔ مربوط به گروه‌های خونی Rh قرار می‌گیرد. فرد ممکن است ژنوتیپ DD و یا ژنوتیپ Dd برای گروه خونی Rh داشته باشد. بنابراین بر روی حداقل یکی از فام‌تن‌های شمارهٔ ۱ خود، دگرهٔ D را دارد.

د دقت کنید که اگر فرد، دارای ژنوتیپ X^BX^b باشد، می‌تواند پسری مبتلا به کوررنگی به دنیا بیاورد.

۹. باتوجه به صفت‌های گروه خونی مطرح شده در کتاب‌درسی، خانواده‌هایی را در نظر بگیرید که در آنها پدران فقط دارای دگرهٔ I^B و مادران علاوه بر دگرهٔ I^B، دگرهٔ دیگری نیز داشته باشد. درصورتی که در هر خانواده، هر یک از والدین از نظر صفت گروه خونی Rh دارای ژنوتیپ خالص و فنوتیپ متفاوتی باشند، تولد کدام فرزند در هر خانواده‌ای ممکن است؟

۱) فرزندی دارای فقط کربوهیدرات B و دارای پروتئین D

۲) فرزندی فاقد کربوهیدرات گروه خونی و دارای پروتئین D

۳) فرزندی دارای هر دو کربوهیدرات گروه خونی و دارای پروتئین D

۴) فرزندی دارای ژنوتیپ خالص برای گروه خونی اصلی و فاقد پروتئین D

پاسخ: گزینه ۱ متوسط - مفهومی | زیست ۳ - فصل ۳ (انتقال اطلاعات در نسل‌ها) - مفاهیم پایه

مشاوره سـوالاتی با سبک مشابه این تســت در کنکور ۱۴۰۴ مطرح شدند. در مجموع ۴ تست از ۳۲ تست فصل ژنتیک دوازدهم در کنکور، ردپای همزمان گروه‌های خونی ABO و Rh دیده می‌شود (حدود ۱۲/۵٪)

سرنخ پدر تنها دارای دگرهٔ I^B، یعنی I^BI^B و مادران نیز طبق گفته صورت سوال ممکن است I^AI^B یا I^Bi باشند! ← هر دو والد ژنوتیپ خالص و متفاوت از نظر Rh یعنی DD و dd!

آمیزش‌ها به صورت زیر هستند:

۱) گروه خونی Rh:

$$DD \times dd \rightarrow Dd$$

۲) گروه خونی ABO:

$$I^BI^B \times I^BI^A \rightarrow I^BI^B + I^BI^A$$

$$I^BI^B \times I^Bi \rightarrow I^BI^B + I^Bi$$

بررسی گزینه‌ها:

۱ فرزند دارای کربوهیدرات B ممکن است I^BI^B باشد که در هر دو حالت متولد می‌شود. از طرفی، در همهٔ حالات هم فرزند دارای پروتئین D خواهد بود!

۲ فرزند فاقد کربوهیدرات گروه خونی، ii می‌باشد که در هیچ حالتی متولد نمی‌شود!

۳ فرزند دارای هر دو کربوهیدرات گروه خونی، I^AI^B است که در حالت دوم مربوط به گروه خونی اصلی متولد نمی‌شود!

۴ فرزند دارای ژنوتیپ خالص برای گروه خونی اصلی می‌تواند I^BI^B باشد که در هر دو حالت متولد می‌شود. اما باید حواست باشه که همه فرزندان پروتئین D خواهند داشت!

۱۰. با توجه به بیماری زالی (نوعی بیماری مستقل از جنس نهفته) در صورت بروز کدام گزینه، ژنوتیپ تمامی اعضای خانواده به صورت دقیق از نظر این بیماری قابل تعیین است؟

۱) تولد دختر سالم از ازدواج زن و مرد سالم
۲) تولد پسر بیمار از ازدواج مرد سالم و زن بیمار
۳) تولد دختر سالم از ازدواج زن بیمار و مرد بیمار
۴) تولد پسر سالم از ازدواج مرد بیمار و زنی سالم

پاسخ: گزینه ۲ متوسط - مفهومی | زیست ۳ - فصل ۳ (انتقال اطلاعات در نسل‌ها) - انواع صفات

سرنخ در کنکور سوالات با سبک بررسی یک صفت مستقل از جنس داریم، ولی سوالی که تعیین دقیق ژنوتیپ رو از ما بخواد، توی کنکور نظام جدید نداشتیم! البته دقت کن که این سبک در آینده قطعاً مورد توجه طراحان کنکور خواهد بود.

از آنجایی که از ازدواج مردی سالم با زنی که مبتلا به این بیماری است، پسری بیمار متولد شده‌است، می‌توان به ژنوتیپ تمامی اعضای خانواده پی برد. چطور؟

پسر بیمار ff بوده و به همین دلیل یک دگرهٔ f را از پدر و یک دگره را از مادرش گرفته است. (تکلیف مادرش هم مشخص است، چون بیمار است باید ff باشد!) حالا نوبت میرسه به پدر این فرد، چون پدر سالم است باید یکی از دو ژنوتیپ Ff و FF را داشته باشد. حالا چون فرزندش یک دگرهٔ f را از پدر دریافت کرده است، می‌توان فهمید که پدر ناخالص بوده و ژنوتیپش Ff می‌باشد!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در این خانواده، زن و مرد می‌توانند دارای ژنوتیپ‌های (FF یا Ff) باشند (چون که سالم‌اند!). ← فرزند این افراد هم سالم است و به همین دلیل میشه نتیجه گرفت که دختر هم ممکن است FF یا Ff باشد. بنابراین ژنوتیپ هیچ یک از اعضای این خانواده رو به طور دقیق نمیشه مشخص کرد! (هر کدوم FF یا Ff!)

۳ زن بیمار و مرد بیمار ff هستند و اصلاً دختر سالم (Ff یا FF) نخواهند داشت!

۴ مرد بیمار ff بوده و زن سالم ممکن است FF یا Ff باشد. پسر سالم (با توجه به بیمار بودن پدرش) Ff است. بنابراین در این خانواده ژنوتیپ مادر خانواده قابل تشخیص نیست و هر دو ژنوتیپ را می‌تواند داشته باشد!

۱۱. در صورت ازدواج دو فرد با ژنوتیپ نامشخص، فرزند اول مبتلا به هانتینگتون و دارای گروه خونی AB^+ و فرزند دوم سالم و دارای گروه خونی A^- می‌باشد. کدام آمیزش ژنوتیپی برای پدر و مادر این خانواده می‌تواند درست باشد؟ (هانتینگتون نوعی بیماری مستقل از جنس بارز است و دگرهٔ بیماری آن H و دگره سالم بودن از نظر آن، h می‌باشد.)

۱) $hh\ I^BI^A\ Dd \times Hh\ I^Ai\ Dd$
۲) $Hh\ I^AI^A\ Dd \times HH\ I^Bi\ dd$
۳) $Hh\ I^BI^B\ dd \times hh\ I^AI^A\ Dd$
۴) $Hh\ I^AI^B\ DD \times Hh\ I^AI^B\ Dd$

پاسخ: گزینه ۱ سخت - مفهومی | زیست ۳ - فصل ۳ (انتقال اطلاعات در نسل‌ها) - انواع صفات

مشاوره خبر خوبی که براتون دارم که اینه که از این تیپ تســتی و صفات مطرح شده در آن تاکنون تستی در کنکورهای سراسری نداشتیم ولی خبر بد اینه که احتمال بیان شدن این تیپ تستی و این صفات در کنکورهای آینده اصلاً کم نیست!

مشاوره این ســوال در واقع یک ســبک جدید از تست‌های مربوط به آمیزش هست که بهش میگن آمیزش ژنوتیپی! یعنی توی گزینه‌های به جای فنوتیپ، ژنوتیپ‌ها رو مطرح کرده‌اند. توی نظام قدیم از این دســت ســوالات داشتیم ولی توی نظام جدید کمتر کسی بهش پرداخته ولی خب ما هیچ چیزی رو از قلم نمیندازیم! توی این سبک سوالات بهتره از رد گزینه استفاده کنیم و با بررسی گزینه‌ها به فرزندان برسیم تا ببینیم که آیا امکان تولد این فرزند در این خانواده وجود دارد یا نه؟!

خب اول بیایم و ژنوتیپ فرزندان رو تا جایی که میتونیم واکاوی کنیم:

فرزند اول مبتلا به هانتینگتون و دارای گروه خونی AB^+ ← ممکنه از نظر هانتینگتون HH یا Hh باشد و از نظر گروه خونی اصلی، AB و از نظر گروه خونی فرعی ممکن است DD یا Dd باشد.

فرزند دوم فاقد دگرهٔ بیماری‌زای هانتینگتون بوده و دارای گروه خونی A^- ← از نظر هانتینگتون hh می‌باشد. از نظر گروه خونی اصلی ممکنه AA یا AO بوده و از نظر گروه خونی فرعی dd است.

حالا با توجه به مواردی که تا اینجا گفتیم بریم تک تک گزینه‌ها رو با هم بررسی کنیم:

۱ در آمیزش گزینه ۱، این امکان وجود دارد تا هر دو فرزند متولد شوند. برای مثال فرزند اول ممکنه ژنوتیپ HhI^AI^BDD و فرزند دوم ممکنه ژنوتیپ hhI^AI^Add داشته باشد.

۲ در آمیزش ۲، امکان تولد فرزند hh (سالم) وجود ندارد! ولی از نظر گروه خونی اصلی و فرعی مشکلی نداره!

۳ در آمیزش گزینه ۳، امکان تولد فرزند با گروه خونی A وجود ندارد!

۴ در آمیزش گزینه ۴، امکان تولد فرزند با گروه خونی Rh منفی وجود ندارد!

۱۲. با در نظرگرفتن اطلاعات کتاب درسی، در خانوادهای گروه خونی پدر(M_1) و مادر (F_1) متفاوت بوده و بین دگره‌های این صفت در آنها رابطهٔ بارز و نهفتگی وجود دارد. فرض کنید در این خانواده، پسری (M_2) متولد شود که دارای آنزیم اضافه‌کنندهٔ فقط یک نوع کربوهیدرات گروه خونی به غشای گویچه‌های قرمز خود می‌باشد و با خانمی (F_2) دارای هر دو نوع کربوهیدرات گروه خونی در سطح گویچه‌های قرمز خود ازدواج کند. در این صورت، تولد فرزندانی با کدام ژن‌نمودها در همهٔ انواع حالات مختلف برای ژن‌نمود فرد (M_2) امکان‌پذیر است؟

۱) فقط AO و AB
۲) فقط BO و AB
۳) BO ، AO و AB
۴) فقط AO و BO

پاسخ: گزینه ۳ سخت - مفهومی | زیست ۳ - فصل ۳ (انتقال اطلاعات در نسل‌ها) - مفاهیم پایه

مشاوره در ۳ ســوال از مجموع ۳۲ ســوال فصل ژنتیک دوازدهم در کنکورهای سراســری نظام جدید، مستقلاً گروه خونی ABO مورد سوال واقع شده است و تیپ سوال، مسئله‌طور بوده است. سوالاتی با این سبک توی کنکور نظام قدیم زیاد داشتیم که در مورد نسل دوم صحبت میکرد!

پسری که آنزیم اضافه‌کنندهٔ فقط یک نوع کربوهیدرات گروه خونی به غشای گویچه‌های قرمز رو داره، برای گروه خونی چهار ژن‌نمود AA ، AO ، BO ، و BB میتونه داشته باشه. از طرفی پدر و مادر این پسر ژن‌نمود متفاوت دارن و بین دگره‌هاشون رابطهٔ بارز و نهفتگی (یعنی قطعاً یه دگرهٔ

O دارن!) وجود داره؛ پس ژن‌نمود پسر نمیتونه AA یا BB باشه و قطعاً ژن‌نمود ناخالص داره. از ازدواج این پسر با خانمی دارای گروه خونی AB (دارای هر دو نوع کربوهیدرات گروه خونی در سطح گویچه‌های قرمز خود) با فرض هر دو نوع ژن‌نمود AO و BO برای پسر، داریم:

$$AO \times AB \rightarrow AA + AB + AO + BO$$

$$BO \times AB \rightarrow BB + AB + AO + BO$$

با توجه به دو آمیزش بالا، در هر دو نوع ژن‌نمود ممکن برای فرد M_2، ژن‌نمود فرزندان این زوج میتونه BO ، AO یا AB باشه و فقط مشاهدهٔ ژن‌نمود AA یا BB بستگی به ژن‌نمود پدر داره!

۱۳. اگر در نتیجهٔ ازدواج مرد و زنی سالم، فرزند پسر مبتلا به این بیماری متولد شود، چند مورد از الگوهای زیر ممکن است برای این بیماری صدق کند؟

الف) مستقل از جنس و بارز

ب) مستقل از جنس و نهفته

ج) وابسته به X و بارز

د) وابسته به X و نهفته

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ سخت - مفهومی | زیست ۳ - فصل ۳ (انتقال اطلاعات در نسل‌ها) - انواع صفات

مشاوره راستش برای این سوال یکم آمار دادن جالب نیست چون در این سوال، شما بایستی از انواع توارث صفاتی که روابط بارز و نهفتگی دارند، اطلاعات داشته باشید و ما تقریباً در تمامی سوالات مربوط به ژنتیک انسانی، به این اطلاعات نیاز داریم!

موارد (ب) و (د) صحیح هستند.

بررسی همهٔ موارد:

بیایید الگوها رو یکی یکی بررسی کنیم و ابتدا مواردی که ژنوتیپ دقیقشون قابل تشخیصه رو بنویسیم و بعد ببینیم که آیا این آمیزش‌ها درست هستند یا نه؟!

الف در بیماری مستقل از جنس بارز داریم: مرد و زن سالم ژنوتیپ aa خواهند داشت و فرزندان آن‌ها قطعاً aa خواهند بود. ← بنابراین فرزند بیمار نخواهند داشت!

$$aa \times aa \rightarrow aa$$

ب در بیماری مستقل از جنس نهفته داریم: فرزند مبتلا به بیماری bb خواهد بود ← بنابراین پدر و مادر سالم باید Bb باشند. ← بنابراین الگو می‌تواند برای این آمیزش صدق کند!

$$Bb \times Bb \rightarrow bb$$

ج در بیماری وابسته به X بارز داریم: مرد و زن سالم ژنوتیپ X^dY و X^dX^d دارند و فرزند پسر ژنوتیپ X^DY دارد. بنابراین این الگو درست نیست و این فرزند از والدین گفته‌شده متولد نمی‌شود!

$$X^dX^d \times X^dY \rightarrow X^dX^d + X^dY$$

د در بیماری وابسته به X نهفته داریم: مرد سالم X^HY و پسر بیمار X^hY می‌باشند. ← مادر سالم می‌تواند X^HX^h باشد و در نتیجه آمیزش ذکرشده درسته!

$$X^HY \times X^HX^h \rightarrow X^hY + X^HY + X^HX^H + X^HX^h$$

نکته حواست باشه توی سوالاتی به این سبک، اگه یک آمیزش برای بیماری مستقل از جنس نهفته صدق نکند، برای بیماری وابسته به X نهفته نیز صدق نمی‌کند. ← از طرفی اگه یک آمیزش، برای بیماری وابسته به X نهفته درست باشد، قطعاً برای بیماری مستقل از جنس نهفته نیز درست خواهد بود.

۱۴. بیماری دیستروفی عضلانی دوشن، نوعی بیماری با الگوی توارث از نوع وابسته به X نهفته می‌باشد. اگر در نتیجه ازدواج مردی هموفیل با زنی مبتلا به دیستروفی عضلانی، فرزند دختری هموفیل و سالم از نظر دیستروفی و پسر مبتلا به دیستروفی عضلانی و سالم از نظر هموفیلی متولد شود. آن‌گاه کدام گزینه در ارتباط با ژنوتیپ اعضای این خانواده صحیح است؟

۱) پسر سالم از نظر هر دو بیماری ممکن است متولد شود.

۲) دختر ناقل هر دو بیماری ممکن است متولد شود.

۳) پسری تنها مبتلا به هموفیلی ممکن است متولد شود.

۴) دختر مبتلا به دیستروفی عضلانی ممکن است متولد شود.

پاسخ: گزینه ۲ سخت - استنباطی | زیست ۳ - فصل ۳ (انتقال اطلاعات در نسل‌ها) - انواع صفات

مشاوره همانطورکه گفته شد در ۱۱ سوال، از مفاهیم هموفیلی استفاده شده است، ولی تاکنون تستی نداشتیم که همزمان دو صفت وابسته به X رو بررسی کند!

با توجه به این که هر دو بیماری وابسته به X نهفته هستند، با هم به ارث می‌رسند و مجبوریم با هم بررسیشون کنیم:

اول بریم سراغ والدین که مرد هموفیل و زن مبتلا به دیستروفی عضلانی دوشن هستند. ← ژنوتیپ مرد به صورت $X^{hD}Y$ و ژنوتیپ زن به صورت $X^{d}X^{d}$ خواهد بود.

فرزند اول دختر هموفیل است ولی به دیستروفی عضلانی مبتلا نیست. بنابراین این دختر دو دگره هموفیلی از هر دو والد گرفته است! $X^{h}X^{h}$

← با توجه به این که مادر مبتلا به دیستروفی و پدر سالم از نظر دیستروفی می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت که دختر، دگرهٔ X^{hD} را از پدرش و دگرهٔ X^{hd} را از مادرش گرفته است!

فرزند دوم پسر مبتلا به دیستروفی عضلانی دوشن است، اما هموفیل نیست! بنابراین ژنوتیپش X^{HdY} است. ← بنابراین این پسر دگره X^{Hd} را از مادرش گرفته است.

حالا فلش بک بزنیم و ژنوتیپ مادر رو به صورت کامل بنویسیم: $X^{hd}X^{Hd}$!

$$X^{hD}Y \times X^{hd}X^{Hd} \rightarrow X^{hd}Y + X^{Hd}Y + X^{hD}X^{hd} + X^{hD}X^{Hd}$$

با توجه به آمیزش بالا ممکن است فرزندان به صورت (پسر مبتلا به هر دو بیماری - پسر مبتلا به تنها دیستروفی عضلانی - دختر مبتلا به هموفیلی و ناقل دیستروفی - دختر ناقل هر دو بیماری) متولد شوند.

بنابراین در بین موارد، گزینه ۲ ممکن است متولد شود.

۱۵. با در نظر گرفتن دو بیماری فنیل کتونوری (مستقل از جنس نهفته) و هموفیلی، تولد کدام یک از موارد مطرح‌شده در تمام حالات محتمل است؟ (با فرض ممکن بودن ازدواج‌ها)

۱) تولد پسری بیمار از پدری سالم

۲) تولد پسری سالم از مادری بیمار

۳) تولد دختری بیمار از پدری بیمار

۴) تولد دختری سالم از مادری سالم و ناخالص

پاسخ: گزینه ۴ سخت-مفهومی | زیست ۳ - فصل ۳ (انتقال اطلاعات در نسل‌ها) - انواع صفات

مشاوره اگرچه تاکنون تستی نداشتیم که در اون فقط به بررسی دو صفت مستقل از X و وابسته به X پرداخته باشد، ولی از این تیپ تستی در ۴ سوال از ۳۲ سوال فصل ۳ دوازدهم، استفاده شده است!

تنها مورد (۴) صحیح است.

بررسی همهٔ موارد:

۱ در صورتی که ژنوتیپ پدر و مادر از نظر بیماری فنیل‌کتونوری FF باشد، آنگاه فرزندان حاصل قطعاً از نظر این بیماری سالم خواهند بود و امکان تولد فرزند بیماری وجود نخواهد داشت.

۲ در صورتی که مادر از نظر بیماری هموفیلی بیمار باشد($X^{h}X^{h}$) آنگاه قطعاً فرزندان پسر مبتلا به بیماری هموفیلی خواهند بود.

۳ در صورتی که ژنوتیپ مادر برای هردو بیماری سالم و خالص باشد(FF و $X^{H}X^{H}$) آنگاه حتی اگر پدر به هردو بیماری مبتلا باشد (ff و $X^{h}Y$) فرزندان دختر سالم و ناخالص خواهند بود (Ff و $X^{H}X^{h}$).

۴ در صورتی که مادر سالم و ناخالص باشد (Ff و $X^{H}X^{h}$)، آنگاه ژنوتیپ پدر هر حالتی باشد، تولد فرزند دختر سالم ممکن خواهد بود.

زیست‌شناسی دوازدهم | ۱۳ آذر ماه ۱۴۰۴

۱. با در نظر گرفتن صفت‌های شایع‌ترین هموفیلی و فنیل‌کتونوری، کدام مورد نشانگر حالتی است که همواره در آن همهٔ فرزندان از نظر ژنوتیپ (ژن‌نمود) هردو صفت، کاملاً با پدر و مادر متفاوتی باشند؟ (توجه داشته باشید که ویژگی ذکرشده در جلوی فرد، مربوط به هر دو صفت آن است، یعنی فرد بیمار، از نظر هردو صفت، بیمار و فرد سالم از نظر هردو صفت، سالم است.)

۱) مادر بیمار و پدر سالم
۲) پدر بیمار و مادر خالص سالم
۳) پدر سالم و مادر ناقل هر دو بیماری
۴) مادر بیمار و پدر بیمار

پاسخ: گزینه ۲ متوسط - مفهومی | دوازدهم فصل ۳ گفتار دو ژنتیک انسان

سرنخ برای صفت فنیل‌کتونوری دو دگرهٔ P و p و برای صفت شایع‌ترین هموفیلی، دو دگرهٔ X^H و X^h را در نظر می‌گیریم. که در این صفات، دگرهٔ مغلوب، عامل بیماری‌زایی می‌باشد.

ژن‌نمود مادر سالم خالص به صورت (X^HX^H و PP) و ژن‌نمود پدر بیمار به صورت (X^hY و pp) خواهد بود. بنابراین خواهیم داشت:

$$X^HX^H \times X^hY \rightarrow X^HX^h + X^HY$$

$$PP \times pp \rightarrow Pp$$

همه فرزندان از نظر هر دو صفت ژنوتیپ‌های متفاوتی با والدین دارند!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ ژن‌نمود مادر بیمار به صورت (X^hX^h و pp) و ژن‌نمود پدر سالم به صورت (X^HY و PP یا Pp) خواهد بود.

$$X^hX^h \times X^HY \rightarrow X^HX^h + X^hY$$

با توجه به این صفت، همه فرزندان از نظر هموفیلی ژنوتیپ متفاوت با والدین خواهند داشت!

در مورد صفت فنیل کتونوری باید با هم بررسی کنیم ← اگر پدر را Pp در نظر بگیریم، خواهیم داشت: $Pp \times pp \rightarrow Pp + pp$

در این حالت، هر یک از فرزندان مشابه یکی از والدین هستند! ← بنابراین این گزینه از نظر صفت هموفیلی ویژگی ذکرشده در صورت سوال را دارد، ولی از نظر صفت فنیل کتونوری این طور نیست!

۳ پدر سالم از نظر هر دو بیماری، از نظر هموفیلی X^HY بوده و از نظر فنیل کتونوری Pp یا PP می‌باشد. مادر ناقل هر دو بیماری به صورت X^HX^h و Pp می‌باشد. بنابراین داریم:

$$X^HX^h \times X^HY \rightarrow X^HX^h + X^HX^H + X^HY + X^hY$$

بنابراین از نظر هموفیلی، بعضی از فرزندان شبیه والدین هستند. (پسر X^HY و دختر X^HX^h) ← پس همینجا این گزینه رد میشه!

۴ ژن‌نمود مادر بیمار به صورت (X^hX^h و pp) و ژن‌نمود پدر بیمار نیز به صورت (X^hY و pp) خواهد بود. در این حالت، همهٔ فرزندان بیمار خواهند بود و ژنوتیپ کاملاً یکسانی با والدین دارند.

۲. بسپارهای حاصل از کنار هم قرارگیری نوکلئوتیدها در یاخته‌های بنیادی مغز استخوان انسان به دو دسته تقسیم می‌شوند. کدام گزینه در ارتباط با مقایسه این دو دسته، صحیح است؟

۱) بسپارهای دارای جایگاه فعال، تک رشته‌ای هستند.
۲) بسپارهای با چگالی بیشتر، قطر ثابتی دارند.
۳) بسپارهای فعال در سیتوپلاسم، پیوندهای هیدروژنی ندارند.
۴) بسپارهای متنوع‌تر از نظر عملکرد، پایداری بیشتری دارند.

پاسخ: گزینه ۱ متوسط - استنباطی | دوازدهم فصل ۱ گفتار یک مقایسه دنا و رنا ترکیبی

سرنخ منظور صورت سوال، دناها و رناها می‌باشد.

بعضی از رناها (رنای رناتنی!) جایگاه فعال دارند و خاصیت آنزیمی دارند.

نکته دناها مولکول‌هایی دورشـــته‌ای بوده و رناها مولکول‌هایی تک رشته‌ای هستند. پروتئین‌ها ممکن است تک رشته‌ای (واجد یک زنجیره پلی‌پپتیدی!) و چند رشته‌ای (واجد چند زنجیره پلی‌پپتیدی!) باشند.

تله‌تستی حواست باشه که قند دئوکسی ریبوز یک اتم اکسیژن (نه مولکول اکسیژن!) از ریبوز کمتر دارد!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ رناها (به دلیل داشتن ریبوز) نسبت به دناها چگالی بیشتری دارند. رناها به دلیل تک رشته‌ای بودن و امکان وجود بازهای پورین و پیریمیدین در آن رشته، قطر متغیری دارند!

نکته ترکیبات دارای خاصیت آنزیمی ← بعضی پروتئین‌ها + بعضی رناها

۳ بسپارهای فعال در سیتوپلاسم یاخته‌های انسان، همان رناها هستند. در ساختار بعضی از رناها (رنای ناقل!) پیوندهای هیدروژنی دیده می‌شود!

نکته مولکول‌هایی که در ساختار خودشان پیوند هیدروژنی دارند ← پروتئین‌ها + بعضی رناها + همهٔ دناها

۴ رناها تنوع بیشتری نسبت به دناها دارند. دناها به دلیل دو رشته‌ای بودن نسبت به رناها پایداری بیشتری دارند. (تشکیل پیوند هیدروژنی بین نوکلئوتیدهای مکمل!)

مورد مقایسه	انواع نوکلئیک اسید	
	دئوکسی ریبونوکلئیک اسید (دنا)	ریبونوکلئیک اسید (رنا)
واحد سازنده	دئوکسی ریبونوکلئوتید	ریبونوکلئوتید
نوع قند	دئوکسی ریبوز	ریبوز
انواع باز های آلی پورینی	A , G	A , G
انواع باز های آلی پیریمیدینی	T , C	U , C
نوع فرایند تولید	همانندسازی	رونویسی
آنزیم های دخیل در ساخت	هلیکاز، دنابسپاراز و انواعی از آنزیم‌های دیگر	رنابسپاراز
قطر مولکول	ثابت	گاهاً متغیر
محل تولید	یاختهٔ یوکاریوتی: هسته + میتوکندری + کلروپلاست یاختهٔ پروکاریوتی: سیتوپلاسم	یاختهٔ یوکاریوتی: هسته + میتوکندری + کلروپلاست یاختهٔ پروکاریوتی: سیتوپلاسم
پیوند هیدروژنی	دارد	رنای ناقل دارد
پیوند فسفودی استر	دارد	دارد
چند رشته‌ای؟	دو رشته‌ای	تک رشته‌ای
جایگاه فعال	ندارند	برخی از آن‌ها دارند
میزان چگالی	کمتر	بیشتر
میزان پایداری	بیشتر (به دلیل دو رشته‌ای بودن!)	کمتر
قوانین چارگاف برای آن صدق ...	می‌کند	نمی‌کند

۳. کدام گزینه در مورد بیماری فنیل کتونوری (PKU) درست است؟

۱) به دلیل اختلال در تجزیه آمینواسید آلانین ایجاد می‌شود.

۲) با رعایت نوعی رژیم غذایی، می‌توان این بیماری را درمان کرد.

۳) به منظور تشخیص آن، از پاشنهٔ پای نوزادان نمونه خون تهیه می‌شود.

۴) علائم آن به دلیل تجمع ترکیبات مضر حاصل از نوعی آمینواسید، در ابتدای تولد ظاهر می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط - خط به خط | دوازدهم فصل ۳ گفتار دو بیماری فنیل آنالین

برای تشخیص بیماری فنیل کتونوری، لازم است تا از پاشنهٔ پای نوزادان نمونه خون تهیه شود تا از نظر ابتلا به این بیماری بررسی گردند.

مشاوره در کنار تمام مواردی که مربوط به مسائل فصل ژنتیکه، نباید از مفاهیم این فصل غافل بشی! طراح کنکور نشون داده که همیشه به صورت غافلگیرانه از هر مبحثی که دلش میخواد تست طرح میکنه!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ این بیماری به دلیل اختلال در تجزیهٔ آمینواسید فنیل آلانین (نه آلانین!) ایجاد می‌شود.

۲ با رعایت رژیم غذایی فاقد فنیل آلانین، این بیماری کنترل می‌شود و علائم آن ظاهر نمی‌گردد؛ نه این که کلاً درمان شود!

۴ علائم این بیماری در ابتدای تولد ایجاد نشده‌اند. در واقع در این بیماری، فرد با گذشت زمان و ایجاد ترکیبات مضر حاصل از تجمع فنیل آلانین در بدن دچار آسیب یاخته‌های مغزی می‌شود.

۴. در بخشی از کتاب درسی آنزیم زیستی با کاربرد در صنایع کاغذسازی معرفی شده است. کدام گزینه برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«این آنزیم و ..... »

۱) آنزیم‌های مایه پنیر، توسط یاخته‌های معده گاو تولید می‌شوند.

۲) آنزیم‌های بدن انسان، همواره با کاهش دما به‌طور برگشت‌ناپذیر غیرفعال می‌شوند.

۳) آنزیم‌های پرکاربرد در شوینده‌ها، پیوندهایی در مولکول‌های زیستی را می‌شکنند.

۴) آنزیم متصل‌کننده آمینواسید به tRNA، انرژی آزادشده از یک نوع واکنش را کاهش می‌دهند.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط - مفهومی | دوازدهم فصل ۱ گفتار سه کاربرد آنزیم ها در صنعت

سرنخ آنزیم سلولاز نوعی آنزیم زیستی است که در صنایع کاغذسازی کاربرد دارد.

سلولاز و آنزیم‌های مورداستفاده در شوینده‌ها (یعنی پروتئاز، آمیلاز و لیپاز!) همگی در واکنش‌های تجزیه و شکستن پیوندهایی در مولکول‌های زیستی شرکت دارند!

تله‌تستی یکی از تکنیک‌های طراحان برای به دام انداختن، جابه‌جاکردن کلمات (سنتز) و (تجزیه) با همدیگه است!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ آنزیم‌های مایهٔ پنیر توسط معدهٔ نوزاد گاو و گوسفند تولید می‌شوند. این آنزیم‌ها در دلمه‌کردن شیر نقش مؤثری دارند و توسط یاخته‌های شیردان ساخته می‌شوند؛ اما آنزیم‌های سلولازی که در معده نشخوارکنندگان دیده می‌شوند، توسط میکروب‌های موجود در معدهٔ این جانوران (سیرابی) ساخته می‌شوند؛ نه خود جانور!

۲ تغییر عملکرد آنزیم‌ها در پی کاهش دما، به صورت برگشت‌پذیر است!

۴ آنزیم سلولاز و آنزیم مؤثر در اتصال آمینواسید به رنای ناقل، هر دو در کاهش انرژی فعال‌سازی یک نوع واکنش نقش دارند و بر میزان انرژی آزادشده از واکنش اثری ندارند!

تله‌تستی جابه‌جاکردن لفظ (انرژی آزادشده) و (انرژی فعال‌سازی) از جمله حیله‌های ناجوانمردانه طراحان است!

۵. صفت رنگ دانه در ذرت ذکرشده در کتاب درسی را در نظر بگیرید. در کدام موارد از گزینه‌های زیر، رنگ ذرت‌های ذکرشده به ذرت کاملاً قرمز نزدیک‌تر از ذرت کاملاً سفید می‌باشد؟

الف) بعضی از ذرت‌هایی که فاقد جایگاه ژنی خالص نهفته هستند.

ب) بعضی از ذرت‌هایی که یک جایگاه ژنی ناخالص و دو جایگاه خالص دارند.

ج) همهٔ ذرت‌هایی که در ستونی از نمودار زنگوله‌ای قرار دارند که سه نوع ژن‌نمود مختلف دارد.

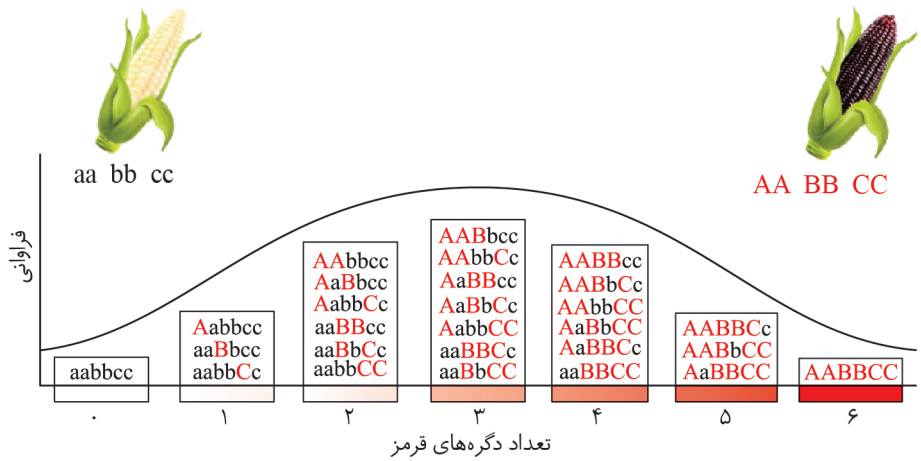
د) همهٔ ذرت‌هایی که در ستونی از نمودار زنگوله‌ای قرار دارند که با ستون قبل خود، سه نوع ژنوتیپ اختلاف دارد.

۱) الف و ب ۲) ب و ج ۳) الف، ب و ج ۴) ب، ج و د

پاسخ: گزینه ۱ متوسط - مفهومی | دوازدهم فصل ۳ گفتار دو ژنتیک ذرت

سرنخ ژن‌نمود ذرت مدنظر سوال (تمایل بیشتر به قرمز)، باید حداقل ۴ دگره بارز داشته باشد. چرا؟ چون تمایل بیشتر به رنگ قرمز به معنای بیشتر بودن دگره‌های بارز نسبت به نهفته است.

موارد (الف) و (ب) شرط ذکرشده در صورت سوال را دارند.



بررسی همه موارد:

الف ذرت‌هایی که جایگاه ژنی خالص نهفته دارند، در ستون‌های مختلفی قرار دارند. این ذرت‌ها شامل موارد ذیل هستند: بعضی از ذرت‌های ستونی با سه دگره بارز (مثل ذرت AaBbCc) و بعضی از ذرت‌های ستون با چهار دگره بارز (مثل AaBbCC) و همه ذرت‌های ستون با پنج و شش دگره بارز! ← بنابراین بعضی از این ذرت‌ها در ستون با سه دگره بارز قرار دارند و از نظر فنوتیپی حد بین ذرت کاملاً قرمز و کاملاً سفید محسوب می‌شوند؛ ولی بقیه به ذرت کاملاً قرمز نزدیک‌تر هستند!

نکته در مبحث ژنتیک ذرت، همیشـــه توجه کنید که وقتی در سوال "جایگاه خالص" گفته می‌شود، منظور هم جایگاه خالص بارز و هم نهفته است.

ب ذرت‌هایی که یک جایگاه ناخالص و دو جایگاه خالص دارند در ستون‌های مختلفی قرار دارند:

۱- ذرت‌هایی که یک جایگاه ناخالص و دو جایگاه خالص نهفته دارند ← Aabbcc و ... ← این ذرت‌ها در ستون با یک دگره بارز قرار دارند و به ذرت کاملاً سفید شبیه‌ترند!

۲- ذرت‌هایی که یک جایگاه ناخالص و یک جایگاه خالص بارز و یک جایگاه خالص نهفته دارند ← AaBBcc و ... ← این ذرت‌ها در ستون با سه دگره بارز قرار دارند و حدواسط دو نوع ذرت سفید و قرمز هستند!

۳- ذرت‌هایی که یک جایگاه ناخالص و دو جایگاه خالص بارز دارند ← AaBBCC و ... ← این ذرت‌ها در ستون با پنج دگره بارز قرار دارند و به ذرت کاملاً قرمز شبیه‌ترند!

بنابراین در بین این سه دسته، دسته سوم (یعنی بعضی از ذرت‌های ذکرشده) به ذرت کاملاً قرمز نزدیک‌تر هستند.

ج با توجه به نمودار، منظور از ستونی با سه نوع ژن‌نمود مختلف و رخ‌نمود یکسان، ستون با یک دگره بارز و ستون با پنج دگره بارز است. میدونیم که ذرت‌ها با یک دگره بارز، به ذرت کاملاً سفید شبیه‌ترند و به همین دلیل این گزینه غلطه!

د با توجه به نمودار زنگوله‌ای، ستون با دو دگره بارز و ستون با پنج دگره بارز، با ستون قبل خود سه نوع ژنوتیپ اختلاف دارند. بنابراین منظور ذرت‌های این دو ستون است که خب ذرت‌های ستون با دو دگرهٔ بارز به ذرت کاملاً سفید شبیه‌ترند!

موشکافی **نمودار زنگوله‌ای:**

۱ ستون اول دارای صفر دگره بارز است: در این ستون تنها یک نوع ژنوتیپ دارد که aabbcc است ← در هر سه جایگاه ژنی خالص نهفته است.

۲ در ستون دوم یک دگره بارز داریم: سه نوع ژنوتیپ در این ستون دیده می‌شود که شامل aaBbcc، Aabbcc و aabbCc است. ← هر سه ژنوتیپ این ستون در یک جایگاه ناخالص بوده (یک دگره بارز) و در دو جایگاه خالص نهفته است.

۳ در ستون سوم، دو دگره بارز داریم: این مورد از نظر خالص یا ناخالص بودن ژنوتیپ انواعی دارد (۶ نوع ژنوتیپ داریم):

حالت اول) در دو جایگاه ژنی ناخالص و در یک جایگاه خالص نهفته هستند ← AaBbcc - AabbCc - aaBbCc

حالت دوم) در هر سه جایگاه ژنی خالص هستند ← در یک جایگاه خالص بارز و در دو جایگاه خالص نهفته هستند ← AAbbcc - aaBBcc - aabbCC

۴ در ستون چهارم، سه دگره بارز داریم: از نظر ژنوتیپی بیشترین تنوع را بین ستون‌ها دارد (هفت نوع ژنوتیپ مربوط به این فنوتیپ هستند):

حالت اول) در هر سه جایگاه ژنی ناخالص هستند: AaBbCc

حالت دوم) در یک جایگاه ژنی خالص بارز و در یک جایگاه ناخالص و در جایگاه دیگر خالص نهفته هستند: - AABbcc - AAbbCc - AaBBcc - AabbCC - aaBBCc - aaBbCC

۵ در ستون پنجم، چهار دگره بارز دیده می‌شود ← مثل ستون سوم، شش نوع ژنوتیپ دارد ← مثل ستون سوم دو حالت دارد:

حالت اول) دو جایگاه ژنی ناخالص و یک جایگاه خالص بارز دارند ← AaBbCC - AABbCc - AaBBCc

حالت دوم) در هر سه جایگاه ژنی خالص هستند ← در یک جایگاه خالص نهفته و در دو جایگاه خالص بارز هستند ← - AABBcc - AabbCC - aaBBCC

۶ در ستون ششم، پنج دگره بارز دیده می‌شود ← مثل ستون دوم، سه نوع ژنوتیپ دارد ← هر سه ژنوتیپ در یک جایگاه ناخالص و در دو جایگاه خالص بارز هستند ← AABBCc - AABbCC - AaBBCC

۷ در ستون هفتم، شش دگره بارز دیده می‌شود ← مثل ستون اول، یک نوع ژنوتیپ دارد ← در هر سه جایگاه ژنی خالص بارز است ← AABBCC

۸ ژنوتیپ AaBbCc، در هر سه جایگاه ژنی ناخالص بوده و طی خودلقاحی قادر است تا همهٔ ژنوتیپ‌های مربوط به رنگ ذرت‌ها را تولید کند.

۹ ذرت‌هایی که در یک ستون قرار دارند، رخ‌نمود مشابهی دارند و هر چی فاصله ستون‌ها از هم بیشتر باشند، رخ‌نمودشان تفاوت بیشتری دارد. ← در بعضی سوالات، ژنوتیپ‌هایی که رخ‌نمودهای شبیه‌تری دارند، مورد سوال قرار می‌گیرند و خب در این جور سوالات باید میزان فاصله ستون‌های مربوط به قرارگیری این ژنوتیپ‌ها رو بررسی کنیم!

۱۰ تعداد انواع ژنوتیپ‌ها در ستون ۱ و ۷ با هم برابر بوده (یک نوع ژنوتیپ) و در ستون ۲ و ۶ (سه نوع ژنوتیپ) با هم و در ستون ۳ و ۵ نیز با هم برابر است. (شش نوع ژنوتیپ)

۱۱ بیشترین اختلاف تنوع ژنوتیپی بین دو ستون مجاور هم ← بین ستون دوم و سوم (سه نوع ژنوتیپ اختلاف دارند) + بین ستون پنجم و ششم (سه نوع ژنوتیپ اختلاف دارند)

۱۲ کمترین اختلاف تنوع ژنوتیپی بین دو ستون مجاور هم ← بین ستون سوم و چهارم (یک نوع ژنوتیپ اختلاف دارند) + بین ستون چهارم و پنجم (یک نوع ژنوتیپ اختلاف دارند)

۶. با فرض اینکه در نوعی گیاه نهان‌دانه، یاخته‌های کیسه گرده حامل ژن A باشند و ژنوتیپ تخم ضمیمه تشکیل شده، ABB باشد. چند مورد از ژنوتیپ‌های زیر را می‌توان به ترتیب (از راست به چپ)، برای یاخته بافت خورش و یاخته کیسه گرده مربوط به این تخم در نظر گرفت؟

الف) AB و AB　　ب) BB و AA　　ج) AA و AB　　د) AB و AA

۱) یک مورد　　۲) دو مورد　　۳) سه مورد　　۴) چهار مورد

پاسخ: گزینه ۳ آسان - مفهومی | دوازدهم فصل ۳ گفتار دو ژنتیک گیاهان

موارد الف، ب و د صحیح هستند.

این تست مشابه کنکور ۱۴۰۴ تیرماه بیان شده است.

بریم برای توضیحات و تعیین ژنوتیپ‌های پدری و مادری : یاخته‌های کیسه گرده (نر) دارای ژن A هستند، پس از طرف پدری یا ژنوتیپ AA داریم یا AB. ژنوتیپ تخم ضمیمه ایجاد شده ABB می‌باشد که به سادگی تعیین می‌شود که از بخش ماده، ژن B وارد لقاح شده است. پس از طرف مادری یا ژنوتیپ BB داریم یا AB. یاخته بافت خورش مربوط به یاخته‌های مادری و کیسه گرده نیز مربوط به یاخته پدری می‌شود.

با توجه به توضیحات بیان شده، ژنوتیپ AA را برای یاخته مادری نمی‌توان در نظر گرفت زیرا یاخته مادری حتماً باید ژن B را داشته باشد (رد مورد سوم). بقیه موارد صحیح هستند.

۷. با توجه به فرایندهای سه مرحله‌ای درون یاختهٔ پارامسی، کدام گزینه صحیح بیان شده است؟

۱) هنگام رونویسی هر ژن، ممکن است ابتدا رنابسپاراز، به تنهایی توالی راه‌انداز را شناسایی کند.

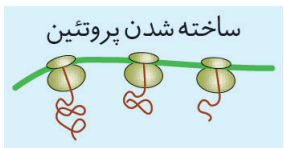
۲) هنگام همانندسازی ژن‌ها، به‌طورحتم نوعی آنزیم، دو رشته دنا و پیچ و تاب فامینه را باز می‌کند.

۳) هنگام رونویسی هر ژن، به‌طورحتم عوامل رونویسی متصل به افزاینده باعث تسریع مصرف نوکلئوتیدها می‌شوند.

۴) هنگام ترجمهٔ mRNA، پیش از تکمیل ساختار اول پروتئین ممکن است پیوندهای هیدروژنی در زنجیره در حال ساخت، تشکیل شوند.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط - مفهومی | دوازدهم ترکیبی دو فصل یک و دو مقایسه فرایند های سه مرحله‌ای

سرنخ فرایندهای سه مرحله‌ای شامل همانندسازی، رونویسی و ترجمه می‌باشد.



در یک یاختهٔ یوکاریوتی، طی فرایند ترجمه، این امکان وجود دارد تا پیش از آن که ساختار اول تکمیل گردد، پیچ و تاب‌هایی در ساختار زنجیره پپتیدی تشکیل شود. تشکیل این پیچ و تاب‌ها در واقع با تشکیل ساختار دوم و پیوندهای هیدروژنی همراه است. بنابراین قبل از آن که ساختار اول پروتئین کامل شود، ممکن است بین آمینواسیدهای آن پیوندهای هیدروژنی تشکیل شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ دقت داشته باشید که در یک یاختهٔ یوکاریوتی، آنزیم رنابسپاراز نمی‌تواند به تنهایی راه‌انداز را شناسایی کند و برای پیوستن به آن، نیازمند پروتئین‌هایی به نام عوامل رونویسی است. گروهی از این پروتئین‌ها با اتصال به نواحی خاصی از راه‌انداز، رنابسپاراز را به محل راه‌انداز هدایت می‌کنند.

مشاوره یادگرفتن توالی اتفاقات در فرایندهای مرحله‌ای اهمیت زیادی داره و توی کنکور هم بارها تکرار شده است!

تله‌تستی به هنگام رونویسی ژن‌ها در هستهٔ یاخته‌های یوکاریوتی: ابتدا عوامل رونویسی توالی راه‌انداز را شناسایی می‌کنند ← رنابسپاراز به کمک عوامل رونویسی، راه‌انداز را شناسایی می‌کند.

۲ **قبل** از فرایند همانندسازی لازم است تا **پیچ و تاب فامینه** باز و پروتئین‌های همراه آن یعنی هیستون‌ها از آن جدا شوند. این کار به کمک آنزیم‌هایی انجام می‌شود. در ادامه، آنزیم هلیکاز مارپیچ دنا و دو رشتهٔ دنا را از هم باز می‌کند.

نکته **بازشدن پیچ و تاب فامینه و بازشدن مارپیچ دنا دوچیز متفاوت هستند:**

الف) بازشدن پیچ و تاب فامینه ← فرایندی است که قبل از شروع همانندسازی رخ می‌دهد و آنزیمی غیر از هلیکاز در انجام آن نقش دارد.

ب) بازشدن مارپیچ دنا ← فرایندی است که در ابتدای همانندسازی رخ می‌دهد و آنزیم هلیکاز در انجام آن نقش دارد.

۳ دقت داشته باشید که طبق متن کتاب‌درسی، عوامل رونویسی دیگری ممکن است که به توالی افزاینده متصل شوند. با پیوستن این پروتئین‌ها به توالی افزاینده، رونویسی دنا تسریع می‌شود. ← بنابراین ممکن است برای بعضی ژن‌ها، افزاینده نداشته باشیم!

۸. با توجه به آنزیم‌های ذکرشده در فصل (۱) و (۲) زیست شناسی دوازدهم، دو نوع آنزیم در تشکیل پیوند فسفودی استر در فرایندهایی مؤثر در تولید بسپارهای نوکلئوتیدی در یاخته‌های پوششی انسان نقش دارند. کدام موارد در ارتباط با آن‌ها صحیح بیان شده‌اند؟

الف) هر دوی آن‌ها، رشته پلی‌نوکلئوتیدی می‌سازند که در برابر پرتو X به صورت روشن دیده می‌شود.

ب) فقط یکی از آن‌ها، پیوندهایی اشتراکی در ساختار رشته در حال ساخت را می‌شکنند.

ج) فقط حین فعالیت یکی از آن‌ها، امکان بروز اشتباه وجود ندارد.

د) هر دوی آن‌ها، در نقاط مختلفی به دنا متصل می‌شوند.

۱) ب و د ۲) الف و ب و ج ۳) ب و ج و د ۴) ج و د

پاسخ: گزینه ۱ سخت - مفهومی | دوازدهم ترکیبی دو فصل ۱ و ۲ مقایسه آنزیم ها

سرنخ آنزیم‌های متعددی در فصل ۱ و ۲ مطرح شده‌اند که شامل دنابسپاراز، هلیکاز و رنابسپاراز می‌باشد. در این بین، رنابسپاراز و دنابسپاراز در تشکیل پیوند فسفودی استر در فرایندهای رونویسی و همانندسازی نقش دارند.

موارد (ب) و (د) صحیح هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف هر دوی این آنزیم‌ها در تولید رشته پلی‌نوکلئوتیدی نقش دارند. اما باید حواست باشه که رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدی در برابر پرتو X به صورت تیره دیده می‌شوند چون مانع عبور پرتو X می‌شوند!

ب آنزیم دنابسپاراز همزمان با فعالیت خود قادر است تا پیوندهای فسفودی استر اشتباهی که تشکیل شده است را بشکند! در واقع آنزیم دنابسپاراز برخلاف رنابسپاراز قادر است تا با فعالیت ویرایش، پیوندهایی اشتراکی در رشته در حال تشکیل را بشکند!

ج حین فعالیت هر دو آنزیم، امکان بروز خطا وجود دارد! فقط یادت باشه که یک تفاوت بینشون هست: دنابسپاراز امکان اصلاح اشتباه‌ها رو داره، ولی رنابسپاراز نه!

د حین همانندسازی از یاخته‌های یوکاریوتی دنابسپارازها به نقاط مختلفی متصل می‌شوند و همانندسازی در چندین نقطه صورت می‌گیرد. از طرفی، حین رونویسی نیز به دلیل این که در طول یک مولکول دنا، تعداد زیادی ژن وجود دارد، می‌توان نتیجه گرفت که رنابسپارازها نیز به نقاط مختلفی از دنا متصل می‌گردند تا رونویسی انجام دهند.

وجه مقایسه	هلیکاز	رنابسپاراز	دنابسپاراز
تشکیل پیوند هیدروژنی	✗	✗	✗
شکستن پیوند هیدروژنی	✓	✓	✗
تشکیل پیوند کووالانسی	✗	✓	✓
تشکیل پیوند فسفودی استر	✗	✓	✓
شکستن پیوند فسفودی استر	✗	✗	✓
دارای جایگاه فعال	✓	✓	✓

توانایی حرکت بر روی دنا	✓	✓	✓
دارای فعالیت بسپارازی	✗	✓	✓
دارای فعالیت نوکلئازی	✗	✗	✓
قابل مشاهده در یوکاریوت‌ها	✓	✓	✓
قابل مشاهده در پروکاریوت‌ها	✓	✓	✓
دارای ساختار اول پروتئین	✓	✓	✓
دارای ساختار دوم پروتئین	✓	✓	✓
دارای ساختار سوم پروتئین	✓	✓	✓
توانایی اتصال به دنا	✓	✓	✓

۹. در صورتی که اپران لک و اپران مالتوز در اشرشیاکلای در مجاورت هم قرار داشته باشند و از روی آن‌ها، ساختارهای پرمانندی تشکیل شود. کدام گزینه صحیح است؟ (باکتری به مصرف این قندها نیاز شدید دارد.)

۱) قرارگیری لاکتوز در اطراف محیط باکتری، باعث توقف تولید پروتئین مهارکننده درون سیتوپلاسم باکتری می‌شود.

۲) در صورت قرارگیری طویل‌ترین رناها در نزدیک‌ترین فاصله، رشته الگوی رونویسی این اپران‌ها یکسان است.

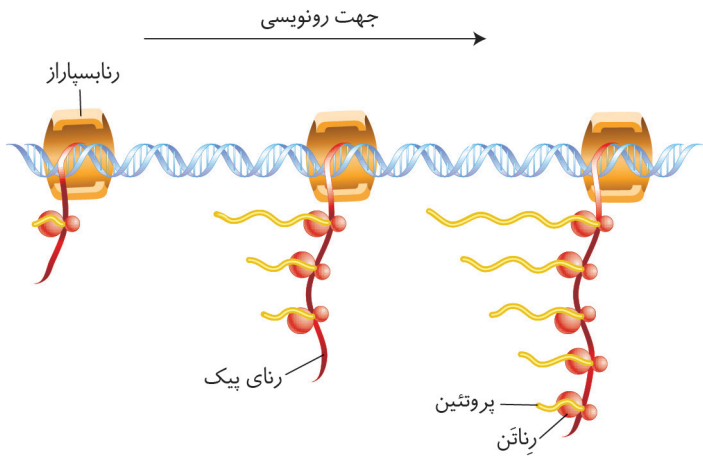
۳) پس از اتصال نوعی پروتئین به دنا، رنابسپارازها توانایی شناسایی راه‌اندازهای این اپران‌ها را پیدا کرده‌اند.

۴) پس از تشکیل مجموعهٔ رناتنی، دورترین رناتن از دنا کمترین آمینواسیدها را مصرف کرده است.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط - مفهومی | دوازدهم فصل ۲ گفتار ۳ تنظیم در پروکاریوت ها

سرنخ منظور رونویسی شدید از روی اپران لک و اپران مالتوز است.

با توجه به شکل زیر، پس از آن که مجموعهٔ رناتنی تشکیل می‌شود؛ دورترین رناتن از دنا طول کمتری از پروتئین را ساخته است و آمینواسیدهای کمتری مصرف کرده است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ تولید پروتئین مهارکننده هیچ ارتباطی به وجود لاکتوز در اطراف باکتری ندارد و همیشه تولید می‌شود. در واقع پس از قرارگیری لاکتوز در اطراف باکتری، مهارکننده از دنا جدا می‌شود، نه این که اصلاً تولید نگردد!

۲ اگر طویل‌ترین رناها در نزدیک‌ترین فاصله قرار بگیرند، این به آن معناست که جایگاه پایان رونویسی آن‌ها در نزدیکی هم قرار دارد. بنابراین در این دو اپران، جهت رونویسی مخالف هم می‌باشد و به همین دلیل، رشته مورد رونویسی آن‌ها نیز متفاوت است!

۳ این مورد در ارتباط با اپران مالتوز درست است، ولی در ارتباط با اپران لک صدق نمی‌کند!

۱۰. به منظور تنظیم در سطح رونویسی در یاخته‌های بنیادی انسان، کدام گزینه پس از تشکیل خمیدگی در دنا رخ می‌دهد؟

۱) اتصال عوامل رونویسی به افزاینده
۲) شناسایی راه‌انداز توسط رنابسپاراز
۳) تماس رنابسپاراز با عوامل رونویسی متصل به افزاینده
۴) شکستن پیوندهای هیدروژنی راه‌انداز توسط رنابسپاراز

پاسخ: گزینه ۲ آسان - خط به خط | دوازدهم فصل ۲ گفتار ۳ تنظیم رونویسی

ترتیب اتفاقات طبق شکل و متن کتاب به صورت زیر است:

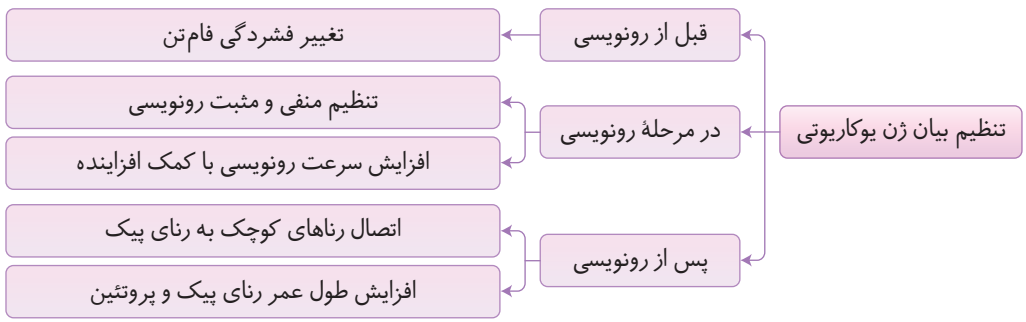
اتصال عوامل رونویسی به راه‌انداز ← کمک به رنابسپاراز ← شناسایی راه‌انداز توسط رنابسپاراز

بعد از آن نوبت به عمل افزاینده می‌رسد:

اتصال عوامل رونویسی به افزاینده ← تشکیل خمیدگی در دنا ← کنار هم قرارگیری عوامل رونویسی متصل به افزاینده و راه‌انداز ← تسریع رونویسی

بنابراین بعد از این اتفاق، عوامل رونویسی متصل به افزاینده در تماس با رنابسپاراز و عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز قرار می‌گیرند.

ضمناً دقت داشته باش که پیوندهای هیدروژنی راه‌انداز توسط رنابسپاراز شکسته نمی‌شوند!



۱۱. در ساختار نهایی رنای ناقل، هر نوکلئوتیدی که در تشکیل پیوند هیدروژنی شرکت می‌کند برخلاف هر نوکلئوتیدی که در تشکیل پیوند اشتراکی با نوعی مولکول زیستی دیگر شرکت می‌کند، دارای چند مورد از مشخصه‌های زیر می‌باشد؟ (فرض کنید رنای ناقل بعد از رونویسی دچار تغییر طول و ترتیب نوکلئوتیدها نمی‌شود.)

الف) در ساختار بازوهای دراز کناری و مارپیچ قرار دارد.

ب) در تشکیل دو پیوند فسفودی‌استر نقش دارد.

ج) در یک انتهای ساختار L مانند مولکول قرار دارد.

د) در مرحلهٔ طویل‌شدن رونویسی در ساختار رنا قرار می‌گیرد.

۱) صفر
۲) یک
۳) دو
۴) سه

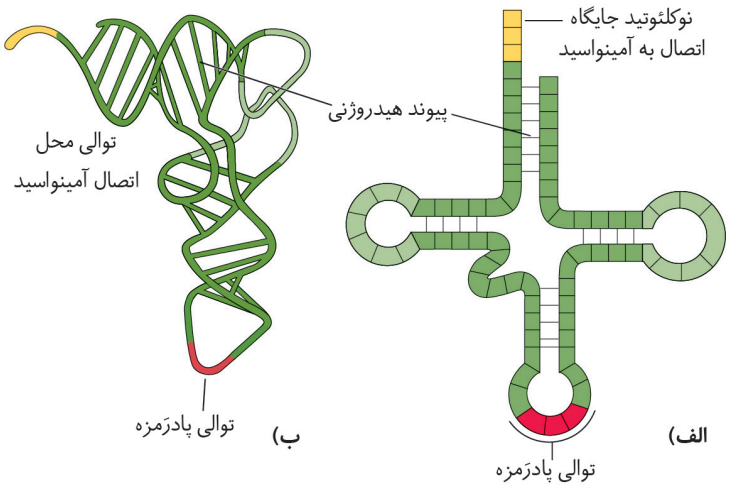
پاسخ: گزینه ۱ سخت-مفهومی | دوازدهم فصل ۲ گفتار دو ساختار رنای ناقل

سرنخ با توجه به شکل، نوکلئوتیدهای موجود در بازوها و توالی پادرمزه در ساختار نهایی توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی دارند. یک نوکلئوتید انتهایی نیز در تشکیل پیوند اشتراکی با آمینواسید (نوعی مولکول زیستی دیگر) نقش دارد.

هیچ یک از موارد صحیح نیستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف توالی پادرمزه در ساختار بازوها قرار ندارد. همچنین نوکلئوتید محل اتصال آمینواسید در ساختار بازوهای کناری قرار ندارد.



ب) یک نوکلئوتید انتهایی که پیوند هیدروژنی تشکیل داده است، در یک پیوند فسفودی‌استر شرکت دارد.

ج) با توجه به شکل، در یک انتهای ساختار Lمانند، توالی پادرمزه و در انتهای دیگر آن نوکلئوتید محل اتصال آمینواسید قرار دارد.

د) نوکلئوتید محل اتصال آمینواسید و یک نوکلئوتید انتهایی که طبق شکل، پیوند هیدروژنی تشکیل داده است، در مرحلهٔ طویل‌شدن رونویسی، در ساختار رنا قرار نمی‌گیرند. در واقع نوکلئوتید انتهایی (یک سر آزاد رنای ناقل) در مرحله پایان رونویسی، تولید می‌شود و نوکلئوتیدهای ابتدایی (سر دیگر آزاد رنای ناقل) در مرحلهٔ آغاز رونویسی، تولیدشده و در ساختار رنا قرار می‌گیرند.

۱۲. با توجه به فرایند ترجمه رشته رنای پیک مربوط به پروتئین کلاژن، چند مورد نادرست بیان شده است؟

« هر رنای ناقل که ..... »

الف) پادرمزه UAC دارد، به جایگاه A وارد نمی‌شود.

ب) زنجیره پپتیدی از آن جدا می‌شود، به جایگاه E منتقل می‌گردد.

ج) به جایگاه E و P وارد می‌شود، فاقد توالی AUC در تمامی بخش‌ها است.

د) تنها در یک جایگاه ریبوزوم دیده می‌شود، با رمزه رابطهٔ مکملی برقرار می‌کند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴ متوسط - مفهومی | دوازدهم فصل ۲ گفتار دو ترجمه

هر چهار مورد نادرست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) پادرمزهٔ UAC مکمل کدون AUG است! بنابراین رنای ناقلی که پادرمزه UAC دارد، ناقل آمینواسید متیونین است. رنای ناقل متصل به متیونین، اگر در ابتدای زنجیره باشد، هرگز به جایگاه A وارد نمی‌شود؛ ولی در صورتی که مربوط به بخش‌های بعدی در زنجیره باشد، به جایگاه A وارد می‌شود.

نکته هر رنای ناقل متصل به متیونین، لزوماً رنای ناقل آغازگر نیست!

ب) جداشدن زنجیره پپتیدی از رنای ناقل، در مرحله طویل‌شدن در جایگاه E ریبوزوم رخ می‌دهد؛ اما جداشدن این زنجیره از رنای ناقل، در مرحله پایان ترجمه در جایگاه P نیز ممکن است رخ دهد!

ج) رناهای ناقل متعددی به جایگاه P و E وارد می‌شوند و ممکن است توالی AUC در بخش‌هایی غیر از محل پادرمزه داشته باشند.

نکته توالی‌های پادرمزه AUC، AUU و ACG وجود ندارند! چون برای کدون‌های پایان هیچ آنتی‌کدونی نداریم! اما این توالی‌ها ممکن است در بخش‌های دیگری از رنای ناقل دیده شوند.

د) بعضی از رناهای ناقل ممکن است به جایگاه A وارد شوند ولی به دلیل این که با کدون این جایگاه مکمل نیستند، مستقیماً از این جایگاه خارج شوند. بنابراین این رناها تنها در یک جایگاه ریبوزوم دیده می‌شوند، ولی هیچ رابطهٔ مکملی برقرار نمی‌کنند!

تفکرطراح هر مولکول رنای ناقل که .....

۱) از جایگاه E خارج می‌شود ← همهٔ رناهای ناقل، به جز آخرین آنها

۲) از جایگاه A، وارد ریبوزوم می‌شود ← همهٔ رناهای ناقل، به جز اولین آنها

۳) در جایگاه P مشاهده می‌شود ← همهٔ رناهای ناقل

۴) به یک رشتهٔ پلی‌پپتیدی (بیش از یک آمینواسید) متصل می‌شود ← همهٔ رناهای ناقل، به جز اولین آنها

۵) به صورت فاقد آمینواسید در جایگاه P ریبوزوم قابل مشاهده است ← همهٔ رناهای ناقل

۶) حداکثر به یک آمینواسید اتصال دارد ← اولین رنای ناقل (حامل آمینواسید متیونین آغازگر)

۷) در مرحلهٔ پایان ترجمه به ریبوزوم وارد می‌شود ← هیچ!

۸) در مرحلهٔ طویل‌شدن ترجمه به ریبوزوم وارد می‌شود ← همهٔ رناهای ناقل، به جز اولین آنها

۱۳. در خانواده‌ای، دختری فاقد عامل انعقادی هشت با گروه خونی O^- و پسری سالم و با گروه خونی AB^+ متولد شده است. در صورتی که فقط یکی از والدین بیمار باشد و دو والد گروه خونی اصلی متفاوت و گروه خونی Rh یکسانی داشته باشند، تولد کدام فرزند در این خانواده غیرممکن است؟

۱) پسری واجد کربوهیدرات A، فاقد عامل انعقادی شماره هشت و دارای ژنوتیپ ناخالص از نظر Rh

۲) دختری واجد هر دو کربوهیدرات A و B، ناقل شایع‌ترین نوع هموفیلی و فاقد پروتئین D

۳) پسری فاقد کربوهیدرات‌های گروه خونی، سالم از نظر هموفیلی و فاقد پروتئین D

۴) دختری واجد کربوهیدرات A، فاقد دگره ابتلا به هموفیلی و دارای پروتئین D

پاسخ: گزینه ۴ متوسط - مفهومی | دوازدهم فصل ۳ گفتار دو ژنتیک انسانی

سرنخ با توجه به آمیزش مطرح شده برای دختر ژنوتیپ X^hX^h OO dd و برای پسر ژنوتیپ X^HY AB DD (Dd) را می‌توان در نظر گرفت.

حالا باید بریم ژنوتیپ والدین رو پیدا کنیم:

از نظر هموفیلی: با توجه به تولد دختر بیمار، هر دو والد یک دگره X^h دارند. ← بنابراین پدر X^hY و مادر X^hX? می‌باشد. ← حالا با توجه به این که پسر سالم بوده است، می‌توان نتیجه گرفت که مادر دگرهٔ X^H را به پسرش داده است. ← بنابراین مادر ناقل هموفیلی بوده و ژنوتیپش X^HX^h است! پس آمیزش از نظر هموفیلی به صورت زیر است:

$$X^HX^h \times X^hY \rightarrow X^HX^h + X^hX^h + X^hY + X^HY$$

با توجه به این صفت، تولد پسر هموفیل و سالم ممکن است. تولد دختر فاقد دگره ابتلا به هموفیلی (یعنی X^HX^H) ممکن نیست! بنابراین گزینه ۴ جواب میشه!

از نظر گروه خونی اصلی: دختر OO یک دگره را از هر والد گرفته است. از طرف دیگه، پسر AB بوده و دگرهٔ A را از یک والد و دگرهٔ B را از والد دیگر گرفته است. بنابراین آمیزش از نظر صفت گروه خونی به صورت زیر است:

$$AO \times BO \rightarrow AB + AO + BO + OO$$

با توجه به این آمیزش، فرزندان همهٔ حالات گزینه‌ها را خواهند داشت.

حالا از نظر صفت گروه خونی Rh هم بخوایم بررسی کنیم، باید بگیم که هر دو والد Dd هستند. بنابراین آمیزششان به صورت زیر است:

$$Dd \times Dd \rightarrow DD + Dd + dd$$

بنابراین از نظر صفت گروه خونی Rh همهٔ انواع ژنوتیپ‌ها ممکنه تولید بشوند!

۱۴. در ارتباط با یک یاختهٔ فعال پانکراس، کدام گزینه درست است؟

۱) هنگام ترجمه رنای پیک، هر کدون توسط یک آنتی‌کدون خاص شناسایی می‌شود.

۲) به منظور تولید نوعی پروتئین، اتصال رنابسپاراز به راه‌اندازهای چند ژن ضروری است.

۳) بیان هر ژن مستلزم فعالیت آنزیم‌های درون یاخته‌ای موثر در رونویسی و ترجمه می‌باشد.

۴) ممکن است پیام چند ژن متوالی توسط یک مولکول نیتروژن‌دار به سیتوپلاسم منتقل شود.

پاسخ: گزینه ۲ متوسط - مفهومی | دوازدهم ترکیبی فصل ۱ و ۲ ترجمه

سرنخ منظور از یاختهٔ فعال پانکراس، یاختهٔ یوکاریوتی است!

بعضی از پروتئین‌ها از چند زنجیره پلی‌پپتیدی تشکیل شده‌اند. بنابراین برای تولید آن‌ها لازم است تا از روی چند ژن رونویسی صورت گیرد و

زنجیره پپتیدی تولید شود. بنابراین برای تولید برخی پروتئین‌ها لازم است تا چند ژن فعال و بیان شوند. ← برای فعال‌شدن این ژن‌ها لازم است تا رنابسپاراز به راه‌اندازهای این ژن‌ها متصل شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ کدون‌های پایان هیچ آنتی‌کدون مکملی ندارند!

نکته تعداد آمینواسیدها کمتر از انواع آنتی‌کدون‌ها و تعداد انواع آنتی‌کدون‌ها کمتر از کدون‌ها می‌باشد.

۳ بیان‌شدن ژن منجر به تولید محصول آن می‌شود. بنابراین اگر ما ژن مربوط به رنای رناتنی و رنای ناقل رو در نظر بگیریم، بیان این ژن‌ها تنها در نتیجه رونویسی رخ می‌دهد و خب ترجمه هیچ نقشی در تولید آن‌ها ندارد!

۴ رناها در دنیای زنده به دو صورت تک ژنی و چندژنی هستند. رناهای پیک یوکاریوتی همگی تک ژنی هستند و تنها حاوی رونوشت یک ژن می‌باشند. ← بنابراین در یوکاریوت‌ها، هر نوکلئیک اسیدی که در انتقال پیام به سیتوپلاسم نقش دارد، تنها اطلاعات یک ژن را دارد!

۱۵. با در نظر گرفتن آزمایشات و پژوهش‌های مطرح‌شده در فصل ۱ زیست‌شناسی ۳، کدام مورد را می‌توان بیان نمود؟

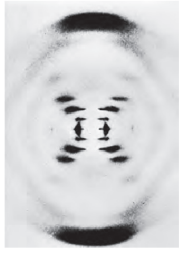
۱) مزلسون و استال برای سنجش چگالی مولکول‌های دنا از محلول سدیم‌کلرید با غلظت‌های متفاوت استفاده کردند.

۲) ویلکینز و فرانکلین به کمک پرتو ایکس تصاویری از دنا تهیه کردند که بخش مرکزی آن‌ها روشن‌تر از سایر نواحی بود.

۳) باکتری‌شناس انگلیسی که سعی در تولید واکسن سینه‌پهلو داشت، نشان داد مادهٔ وراثتی می‌تواند به یاخته‌ای دیگر منتقل شود.

۴) واتسون و کریک به کمک مدل مولکولی خود نشان دادند که تشکیل پیوند هیدروژنی بین جفت‌بازهای مشابه، دنا را پایدارتر می‌کند.

پاسخ: گزینه ۲ متوسط - مفهومی | دوازدهم فصل ۱ گفتار یک دانشمندان



شکل مقابل، تصویر تهیه‌شده از دنا با استفاده از پرتو ایکس توسط ویلکینز و فرانکلین را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل مشخص است، بخش مرکزی آن روشن‌تر از سایر نواحی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ مزلسون و استال برای سنجش چگالی دناها در هر فاصلهٔ زمانی، دنای باکتری را استخراج و در شیبی از محلول سزیم‌کلرید (نه سدیم کلرید!) با غلظت‌های متفاوت و در سرعتی بسیار بالا گریز دادند.

۳ گریفیت، باکتری‌شناس انگلیسی بود که سعی داشت واکسنی برای آنفلوانزا (نه سینه‌پهلو!) تولید کند. از نتایج آزمایشات گریفیت مشخص شد که مادهٔ وراثتی می‌تواند به یاختهٔ دیگری منتقل شود؛ ولی ماهیت این ماده و چگونگی انتقال آن مشخص نشد.

۴ واتسون و کریک، مدل مولکولی نردبان مارپیچ دنا را ساختند. بر اساس این مدل، برقراری پیوند هیدروژنی بین بازهای آلی به مولکول دنا حالت پایدارتری می‌دهد. اما دقت داشته باشید که پیوند هیدروژنی بین جفت‌بازهای مکمل (نه مشابه!) تشکیل می‌شود.

نام دانشمند	جاندار مورد مطالعه			نتایج پژوهش
گریفیت	باکتری استرپتوکوکوس نومونیا و موش	مراحل آزمایش	آزمایش اول	تزریق باکتری زنده پوشینه‌دار باعث بروز علائم بیماری می شود.
			آزمایش دوم	تزریق باکتری زنده بدون پوشینه باعث بروز علائم بیماری نمی‌شود. پس احتمالاً پوشینه عامل بیماری‌زایی باکتری است.
			آزمایش سوم	تزریق باکتری پوشینه‌دار کشته‌شده باعث بیماری نشد! پس نتیجه گرفت که پوشینه به تنهایی عامل بیماری‌زایی موش نیست.
			آزمایش چهارم	تزریق مخلوط باکتری کشته‌شده پوشینه‌دار و باکتری زنده بدون پوشینه باعث بروز علائم بیماری شد و باکتری‌های زنده پوشینه‌دار را درخون و شش های موش مشاهده کرد. پس نتیجه گرفت که بین باکتری‌ها انتقال صفت انجام شده است.

ایوری و همکارانش	باکتری	مراحل آزمایش	آزمایش اول	پروتئین مادهٔ وراثتی نیست.
			آزمایش دوم	دنا مادهٔ وراثتی است.
			آزمایش سوم	دنا قطعاً مادهٔ وراثتی است.
چارگاف	–	مقدار تیمین در دنا با مقدار آدنین در دنا برابر است و مقدار گوانین در آن با مقدار سیتوزین برابری می‌کند.		
ویلکینز و فرانکلین	–	دنا حالت مارپیچی و بیش از یک رشته دارد. ابعاد مولکول دنا نیز مشخص شد.		
واتسون و کریک	–	ارائه مدل مولکولی نردبان مارپیچ		
مزلسون و استال	باکتری E.coli	مراحل آزمایش	دقیقه صفر	یک نوار در انتها لوله تشکیل شد
			دقیقه ۲۰	یک نوار در میانهٔ لوله تشکیل شد و طرح همانندسازی حفاظتی رد شد.
			دقیقه ۴۰	یک نوار در میانهٔ لوله و یک نوار در بالای لوله تشکیل شد و طرح همانند سازی پراکنده (غیرحفاظتی) رد شد.

۱۶. با توجه به انواع مولکول‌های زیستی ذکرشده در کتاب درسی، کدام گزینه عبارت زیر را به طور مناسب کامل می‌کند؟

«هر مولکول زیستی که ..... »

۱) در انتقال پیام نقش دارد، از کنار هم قرارگیری واحدهای نیتروژن‌دار طی فرایند سه مرحله‌ای تولید می‌شود.

۲) عملکرد آن توسط ترکیبات سمی مختل می‌شود، جایگاه فعالی حساس به تغییرات pH دارد.

۳) در ساختار رناتن دیده می‌شود، در نتیجهٔ الگوقرارگرفتن نوعی نوکلئیک اسید تولید می‌گردد.

۴) ساختار مارپیچی دارد، پیوندهای هیدروژنی بین تک‌پارهای دو رشته خود دارد.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط - مفهومی | دوازدهم ترکیبی فصل یک نمونه های پروتئین ها

در ساختار رناتن، رنای ریبوزومی و پروتئین دیده می‌شود. رنای ریبوزومی محصول رونویسی (الگوقرارگرفتن دنا) و پروتئین محصول ترجمه (الگوقرارگرفتن رنا) محسوب می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ هورمون‌ها در انتقال پیام بین یاخته‌های مختلف نقش دارند و رناهای پیک در انتقال پیام از هسته به سیتوپلاسم مؤثر هستند. هورمون‌های پروتئینی و رناهای پیک از کنار هم قرارگرفتن واحدهای نیتروژن‌دار (آمینواسیدها و ریبونوکلئوتیدها، نیتروژن دارند!) تشکیل می‌شوند. (طی فرایندهای رونویسی و ترجمه که سه مرحله‌ای هم هستند!) اما میدونی چرا این گزینه غلطه؟ چون بعضی از هورمون‌ها از جنس کلسترول هستند و فاقد واحدهای نیتروژن‌دار می‌باشند!

۲ عملکرد آنزیم‌ها توسط ترکیبات سمی مختل می‌شود و خب همونجور که میدونیم، آنزیم‌ها جایگاه فعالی دارند که به تغییرات دما و pH حساس است. اما میدونی چرا این گزینه غلطه؟ آفرین! عملکرد هموگلوبین نیز توسط ترکیب سمی مونوکسید کربن ممکن است دچار اختلال شود و این در صورتی است که هموگلوبین، فاقد جایگاه فعال می‌باشد و عملکرد آنزیمی ندارد!

۴ دنا و ساختار دوم مارپیچی پروتئین‌ها، حالت مارپیچی دارند. دقت کن که هم در ساختار دنا و هم در ساختار پروتئین‌ها پیوندهای هیدروژنی دیده می‌شود؛ ولی باید دقت کنی که بعضی پروتئین‌ها تک رشته‌ای هستند؛ نه دورشته‌ای!

۱۷. چند مورد، معرف ساختاری از پروتئین‌ها می‌باشد که تحت عنوان «ساختار تاخورده و متصل به هم» شناخته می‌شود؟

الف: ساختار ایجادکنندهٔ شکل کروی برای پروتئین

ب: ساختار ایجاد شونده در نتیجهٔ تشکیل پیوند یونی

ج: ساختار حاوی انواعی پیوند مشابه با ساختار پیش از خود

د: ساختار حاوی پیوند هیدروژنی در خارج از بخش‌های مارپیچ و صفحه

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

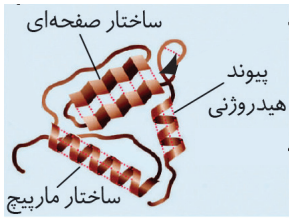
پاسخ: گزینه ۳ متوسط- استنباطی | دوازدهم فصل ۱ گفتار سه ساختار پروکاریوت

سرنخ ساختار تاخورده و متصل به هم، ساختار سوم پروتئینی است.

فقط مورد «ب» نادرست است.

بررسی همهٔ موارد:

الف در ساختار سوم، گروه‌های R آمینواسیدهایی که آب‌گریزند به هم نزدیک می‌شوند تا در معرض آب نباشند. پس در این زمان امکان ایجاد ساختار کروی وجود دارد.



ب دقت کنید که ساختار سوم به دلیل برهم‌کنش‌های آبگریز **ایجاد** می‌شود و به دلیل پیوندهایی مانند پیوندهای یونی، هیدروژنی و اشتراکی **تثبیت** می‌گردد.

ج ساختار سوم پروتئینی، پیوند هیدروژنی و اشتراکی دارد که در ساختار دوم نیز مشاهده می‌گردد.

د ساختار سوم، حاوی پیوند هیدروژنی در خارج از بخش‌های مارپیچ و صفحه است. این موضوع از دقت در شکل روبه‌رو قابل استنباط می‌باشد.

۱۸. کدام عبارت، صحیح است؟

«هر جاندار تک یاخته‌ای که .....»

۱) قادر است تنظیم بیان ژن را پس از رونویسی انجام دهد، می‌تواند ترجمه رنای پیک را پیش از اتمام رونویسی آغاز نماید.

۲) با اتصال نوعی پروتئین به دنا، از رونویسی ممانعت به عمل می آورد، رناهای کوچکی برای اختلال در کار رناتن ها دارد.

۳) از طریق اتصال پروتئین به بخشی غیر از راه انداز، بیان ژن را تنظیم می کند، در صورت لزوم رنای پیک بالغ می‌سازد.

۴) می‌تواند در ساختار پرمانند، ساختارهای تسبیح مانند را پدید آورد، دنای اصلی دارند که به غشای یاخته متصل است.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط - مفهومی | دوازدهم فصل ۱ و ۲ ترکیبی

ساختار پرمانند مربوط به رناهای پیکی است که همزمان در حال ساخته شدن از روی دنا هستند و هنوز رونویسی آنها تمام نشده و فرایند بلوغ آنها نیز انجام نشده است. ساختار تسبیح مانند نیز مربوط به تجمع رناتن ها روی یک رنای پیک است. تشکیل همزمان این دو ساختار (ترجمه پیش از تکمیل رونویسی) مربوط به پروکاریوت ها است. این جانداران دنای اصلی حلقوی دارند که به غشای یاخته متصل است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ هم یوکاریوت‌ها و هم پروکاریوت‌ها قابلیت تنظیم بیان ژن پس از رونویسی را دارند. یوکاریوت ها نمی توانند ترجمهٔ رنای پیک را پیش از اتمام رونویسی آغاز کنند.

۲ در پروکاریوت ها مهارکننده و در یوکاریوت ها هیستون (به علت افزایش فشردگی و کاهش دسترسی دنا برای رنابسپاراز) می توانند از رونویسی ممانعت به عمل آورند. رناهای کوچک مکمل با رنای پیک که در کار رناتن اختلال ایجاد می کنند، تنها در یوکاریوت ها وجود دارند.

۳ هم یوکاریوت‌ها با اتصال عوامل رونویسی به افزاینده و هم پروکاریوت ها در هر دو تنظیم مثبت و منفی این مشخصه را دارند. پروکاریوت ها فاقد رنای پیک بالغ هستند.

مورد مقایسه	یوکاریوت‌ها	پروکاریوت‌ها
فرمانروها	جانوران، گیاهان، آغازیان و قارچ‌ها	باکتری‌ها
تعداد یاخته	تک یاخته‌ای (آغازیانی مثل پارامسی و اوگلنا و عامل بیماری مالاریا) پر یاخته‌ای (همهٔ جانوران و گیاهان و بسیاری از قارچ‌ها و بسیاری از آغازیان)	تک یاخته‌ای (همهٔ باکتری‌ها مانند استرپتوکوکوس‌نومونیا، اشرشیاکلای، سیانوباکتری، ریزوبیوم و ...)
اندامک درون یاخته‌ای (اندامک غشادار)	دارند	ندارند!
نوکلئیک‌اسید خطی	دارند (دنای هسته‌ای و رنا)	دارند (فقط رنا)
نوکلئیک‌اسید حلقوی	دارند (دنای سیتوپلاسمی درون میتوکندری و کلروپلاست)	دارند (دنای اصلی و دیسک)
انواع دنا	هسته‌ای (اصلی) و سیتوپلاسمی	اصلی و دیسک (پلازمید)
چرخهٔ یاخته‌ای	دارند	ندارند!
انواع رنابسپاراز	چهار نوع (رنابسپاراز ۱، ۲ و ۳ و رنابسپاراز پروکاریوتی درون میتوکندری و کلروپلاست)	یک نوع (رنابسپاراز پروکاریوتی)
نوع رنای‌پیک	ساخته شده از روی دنای هسته‌ای : تک ژنی	تک ژنی و چند ژنی
توانایی فشرده‌سازی دنا به وسیلهٔ هیستون	دارند	ندارند! (فاقد پروتئین هیستون)
تنظیم بیان ژن	قبل از رونویسی تا بعد از ترجمه، در مراحل غیر از رونویسی	قبل از رونویسی تا بعد از ترجمه
روش تنظیم بیان ژن	به کمک عوامل رونویسی متصل شونده به راه‌انداز و افزاینده، اتصال برخی رناهای کوچک به رنای‌پیک (توقف ترجمه)، تغییر در مقدار فشردگی کروموزوم‌ها، تغییر در طول عمر رنای‌پیک	تنظیم مثبت و منفی رونویسی و تغییر در طول عمر رنای‌پیک
توالی اپراتور	-	دارند! (اپران‌لک در اشرشیاکلای)
توالی راه‌انداز	دارند	دارند
شناسایی راه‌انداز توسط رنابسپاراز	رنابسپاراز به تنهایی نمی‌تواند راه‌انداز را شناسایی کند و به کمک عوامل رونویسی انجام می‌شود.	پروتئین فعال‌کننده به شناسایی راه‌انداز توسط رنابسپاراز کمک می‌کند. در برخی موارد رنابسپاراز به تنهایی می‌تواند راه‌انداز را شناسایی کند.
پروتئین مهارکننده و فعال‌کننده	-	دارند
عوامل رونویسی	دارند	ندارند!
محل انجام همانندسازی و رونویسی	هسته و درون میتوکندری و کلروپلاست	سیتوپلاسم
محل انجام ترجمه	سیتوپلاسم و درون میتوکندری و کلروپلاست	سیتوپلاسم
توانایی رونویسی چندین رنابسپاراز پشت سر هم از روی ژن	دارند	دارند

توانایی ترجمهٔ یک رنای‌پیک توسط چندین رناتن به صورت همزمان	دارند	دارند
محل فعالیت ریبوزوم	درون سیتوپلاسم	درون سیتوپلاسم
ریبوزوم متصل به شبکهٔ آندوپلاسمی	دارند	ندارند!
دنای اصلی متصل به غشای پلاسمایی	ندارند! (در مورد میتوکندری و کلروپلاست در کتاب درسی چیزی گفته نشده است.	دنای اصلی این‌گونه است. دیسک به غشای پلاسمایی متصل نمی‌باشد.
تعداد جایگاه آغاز همانندسازی دنای اصلی	در یوکاریوت‌ها بسته به مراحل رشد و نمو تنظیم می‌شود.	
	بیش از یک در هر کروموزوم	اغلب یکی و گاهی بیشتر از یک
نوع همانندسازی	در یوکاریوت‌ها بسیار پیچیده‌تر از پروکاریوت‌هاست.	
	نیمه حفاظتی - همانندسازی دنای هسته‌ای: به صورت دو جهتی	نیمه حفاظتی - در دنای اصلی می‌تواند تک جهته یا دو جهته باشد.
توانایی انجام فتوسنتز	در آغازیانی چون جلبک‌ها و اوگلنا و در بیشتر گیاهان (به غیر از برخی از گیاهان انگل)	سیانوباکتری‌ها و باکتری‌های گوگردی سبز و ارغوانی

۱۹. در نمودار زنگوله‌ای مربوط به نوعی ذرت در فصل ۳ کتاب زیست شناسی دوازدهم، ستونی از نمودار با بیشترین تنوع ژنوتیپی با حرف A و ستون بعد از آن با حرف B نامگذاری می‌شود. کدام مورد در ارتباط با این دو ستون صحیح بیان شده است؟

۱) همهٔ افرادی که در گروه A قرار دارند، دارای یک جایگاه ژنی خالص هستند.

۲) فقط بعضی از افرادی که در گروه B قرار دارند، دارای حداقل یک جایگاه ژنی خالص هستند.

۳) همهٔ افرادی که در گروه B قرار دارند، دارای یک جایگاه ژنی ناخالص هستند.

۴) فقط بعضی از افرادی که در گروه A قرار دارند، در دو جایگاه ژنی خالص هستند.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط - مفهومی | دوازدهم فصل ۳ گفتار دو ژنتیک ذرت

سرنخ طبق شکل کتاب درسی، ستون A، مربوط به سه دگره بارز بوده و ستون B مربوط به چهار دگره بارز است.

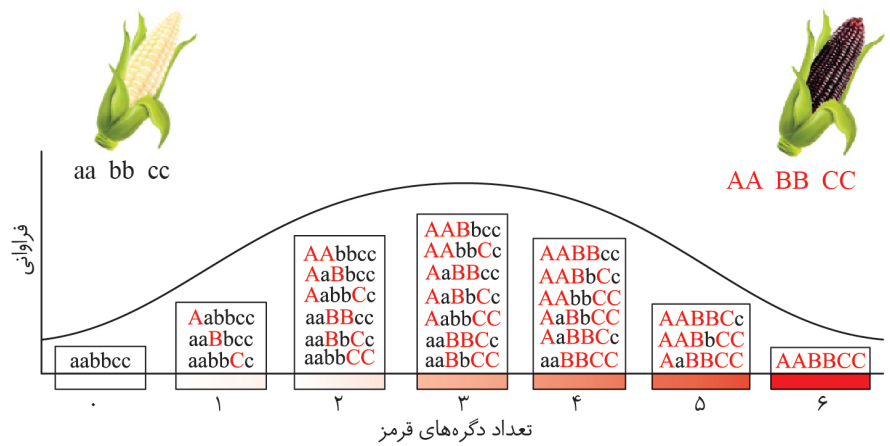
طبق شکل کتاب‌درسی، در این گروه، به جز ذرت با ژن‌نمود AaBbCc، بقیهٔ ذرت‌ها دارای دو جایگاه ژنی خالص هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ دقت کنید که ذرتی با ژن‌نمود AaBbCc فاقد جایگاه ژنی خالص می‌باشد.

۲ دقت کنید که همهٔ ذرت‌هایی که در این گروه قرار می‌گیرند، در حداقل یک جایگاه ژنی خالص هستند.

۳ دقت کنید که مثلاً ذرتی با ژن‌نمود AABBcc فاقد جایگاه ژنی ناخالص است.



۲۰. چند مورد، برای تکمیل عبارت مقابل مناسب است؟ «جانوری با ژن‌نمود ..... می‌تواند حاصل ..... باشد.»

الف) AaBb – بکرزایی مار ماده با ژن‌نمود AaBb

ب) AB – لقاح گامت هاپلوئید دو زنبور عسل هم‌گونه

ج) aabb – خودلقاحی کرم کبد دارای ژن‌نمود ناخالص

د) AaBB – لقاح دو کرم خاکی دارای ژن‌نمود خالص بارز

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱ متوسط - مفهومی | دوازدهم فصل ۳ گفتار دو ژنتیک جانوری

فقط مورد (ج) برای تکمیل عبارت سؤال مناسب است.

بررسی همهٔ موارد:

الف می‌دانیم که مار ماده به‌منظور بکرزایی، با تقسیم میوز تخمک ایجاد می‌کند و سپس از روی فام‌تن‌های تخمک یک نسخه ساخته می‌شود تا فام‌تن‌های تخمک دو برابر شوند و سپس شروع به تقسیم می‌کند و یاختهٔ دولاد را ایجاد می‌کند. با توجه به اینکه یاختهٔ دولاد اولیه از دو برابر شدن فام‌تن‌های تخمک ایجاد می‌شود، مار حاصل از بکرزایی همواره ژن‌نمود خالص دارد. بنابراین ژن‌نمود مار حاصل از بکرزایی نمی‌تواند به صورت AaBb باشد.

ب جانوری با ژن‌نمود AB، تک‌لاد (هاپلوئید) است. این جانور می‌تواند زنبور نر حاصل از بکرزایی باشد، اما نمی‌تواند حاصل لقاح گامت هاپلوئید دو زنبور باشد.

ج ژن‌نمود کرم کبد دارای ژن‌نمود ناخالص به صورت AaBb است. این کرم کبد می‌تواند گامت‌های Ab، AB، ab و aB را ایجاد کند و هر یک از این گامت‌ها می‌توانند با گامت مشابه یا متفاوتی لقاح یابند. از لقاح بین دو گامت ab، کرم کبدی با ژن‌نمود aabb ایجاد می‌شود.

د کرم‌های خاکی دارای ژن‌نمود خالص بارز، گامت دارای دگرهٔ نهفته ایجاد نمی‌کنند. بنابراین جانوری با ژن‌نمود AaBB که دارای دگرهٔ نهفتهٔ a است، نمی‌تواند حاصل از لقاح بین دو کرم خاکی با ژن‌نمود خالص بارز باشد.

پاسخنامه‌تشریحی ۲۹ آذر ماه ۱۴۰۲

۱. با توجه به جهش‌های کروموزومی، چند مورد عبارت زیر را به طور درست کامل می‌کند؟

« به طور معمول، نوعی ناهنجاری ساختاری که ..... ، می‌تواند ..... »

الف) با شکسته‌شدن و تشکیل پیوند اشتراکی در کروموزوم‌های همتا همراه است – مخلوطی از دو جهش مختلف محسوب گردد.

ب) تنوع ژنی یک کروموزوم را کاهش می‌دهد – شکسته شدن پیوند اشتراکی در بیش از یک کروموزوم را سبب شود.

ج) تنها یک کروموزوم را درگیر می‌کند – بدون تغییر محل سانترومر در شکسته‌شدن پیوندهای اشتراکی موثر باشد.

د) تنوع ژنی در دو کروموزوم را تغییر می‌دهد – با تشکیل پیوند اشتراکی در دو کروموزوم همراه باشد.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | مفهومی

هر چهار مورد عبارت را به طور درست تکمیل می‌کنند.

بررسی همهٔ موارد:

الف منظور قسمت اول جهش کروموزومی مضاعف‌شدن است که بین کروموزوم‌های همتا رخ می‌دهد. جهش مضاعف‌شدن طبق کنکور، مخلوطی از دو جهش حذف و جابه‌جایی بین کروموزوم‌های همتاست. ممکنه بگی این از کجا اومد؟! ولی باید خدمتت عرض کنم که این مورد از کنکور سراسری اومده و طبق جملات کتاب درسی نظام قدیم در کنکور ۱۴۰۱ مطرح شده و خب آش کشک خالته، یاد بگیری پاته یاد نگیری، پاته!

ب کاهش تنوع ژنی در بعضی کروموزوم‌ها مربوط به جهش‌های حذف، جابه‌جایی بین دو کروموزوم و مضاعف شدگی است .در جهش‌های جابه‌جایی و مضاعف‌شدگی علاوه بر اینکه در یکی از کروموزوم‌ها قطعه جدا می‌شود، در کروموزوم دیگر در شرایطی که قطعه جدا شده در بخشی به جز ابتدا و انتهای کروموزوم قرار گیرد، ابتدا پیوند در کروموزوم شکسته می‌شود. بنابراین این دو نوع جهش ممکن است باعث شکسته‌شدن پیوند اشتراکی در بیش از یک کروموزوم شوند.

ج جهش حذف و جابه‌جایی و واژگونی ممکن است یک کروموزوم را درگیر کنند. در جهش جابه‌جایی اگر بر اثر اتفاق پیش آمده، بخشی از کروموزوم جابه‌جا شود که محل ثابتی دارد، آن‌گاه محل سانترومر تغییر نمی‌کند!

نکته جهش حذف باعث تغییر محل سانترومر می‌شود؛ اما جهش جابه‌جایی و واژگونی در برخی موارد محل سانترومر را تغییر می‌دهند؛ اما در برخی موارد ممکن است محل سانترومر را تغییر ندهند.

د جهش‌های جابه‌جایی و مضاعف‌شدگی تنوع ژنی در دو کروموزوم را تغییر می‌دهند. در هر دو نوع جهش ممکن است پیوند اشتراکی در هر دو کروموزوم تشکیل شود. چطوری؟ اگه قطعهٔ جداشده از کروموزوم اول بخشی از قسمت میانی آن باشد، در چنین حالتی برای اتصال دو قطعهٔ جداشدهٔ کروموزوم اولیه لازم است تا پیوند اشتراکی جدید تشکیل شود!

نام جهش	حذفی	جابه جایی		واژگونی انتقال به همان همان کروموزوم		مضاعف شدگی
			انتقال به کروموزوم دیگر			
نوع ناهنجاری	ساختاری		ساختاری	ساختاری		ساختاری
نحوه تغییر	قسمتی از یک کروموزوم، حذف می شود.	قسمتی از یک فام تن به فام تن غیرهمتا، منتقل می شود.	قسمتی از یک فام تن به بخش دیگری از همان فام تن منتقل می شود.	با تغییر محل سانترومر همراه است.	قسمتی از یک فام تن، در همان بخشی که هست، برعکس می شود. با تغییر محل سانترومر همراه نیست.	قسمتی از یک فام تن به فام تن همتا، منتقل می‌شود.

شکسته شدن پیوند فسفودی استر	✓	✓	✓	✓	✓	✓
تشکیل پیوند فسفودی استر	اگر قسمت وسط حذف شود،آنگاه پیوند تشکیل می شود اگر از دوطرف حذف شود، آنگاه پیوند تشکیل نمی شود.	✓	✓	✓	✓	✓
طول کروموزوم و تعداد نوکلئوتیدها	کاهش	کروموزوم مبدا کاهش کروموزوم مقصد افزایش	ثابت	ثابت	ثابت	کروموزوم مبدا کاهش کروموزوم مقصد افزایش
مقدار ماده وراثتی یاخته	کاهش	ثابت	ثابت	ثابت	ثابت	ثابت
تعداد کروموزوم درگیر	۱ کروموزوم	۲ کروموزوم	۱ کروموزوم	۱ کروموزوم	۱ کروموزوم	۲ کروموزوم
مرگ یاخته	اغلب رخ می‌دهد.	-	-	-	-	-
وقوع در یاخته هاپلوئید	✓	✓	✓	✓	✓	✗
وقوع در یاخته دیپلوئید	✓	✓	✓	✓	✓	✓
وقوع در گامت	✓	✓	✓	✓	✓	✓ (در صورت دیپلوئیدبودن گامت)

۲. پس از کشف بعضی از مواد در نیمهٔ قرن گذشته توسط دانشمندان، آدمی به یکی از کارآمدترین ابزارهای دفاعی مجهز شد. در چند مورد عبارتی صحیح در خصوص عامل مؤثر در مقاوم شدن گروهی از جانداران به این مواد، مطرح شده است؟

الف: نمی‌تواند تحت شرایطی، سبب حفظ تنوع اللی در یک جمعیت شود.

ب: می‌تواند میزان شباهت‌های موجود در بین افراد آن جمعیت را افزایش دهد.

ج: می‌تواند عامل مؤثر در کاهش توانایی مقابلهٔ جمعیت در برابر تغییر شرایط محیطی باشد.

د: نمی‌تواند سبب حذف زودتر گروهی از الل‌های نامطلوب نسبت به سایر الل‌های نامطلوب دیگر شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ سخت | استنباطی

سرنخ پس از کشف آنتی‌بیوتیک‌ها (پادزیست‌ها) در نیمهٔ قرن گذشته توسط دانشمندان، آدمی به یکی از کارآمدترین ابزارهای دفاعی مجهز شد. عامل مؤثر مقاوم شدن گروهی از جانداران (باکتری‌ها) در برابر پادزیست‌ها، انتخاب طبیعی می‌باشد.

موارد «ب» و «ج» صحیح هستند.

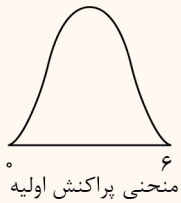
بررسی همهٔ موارد

الف برای مثال، اگر انتخاب طبیعی سبب حفظ افراد ناخالص در جمعیت شود، در این صورت، تنوع اللی حفظ می‌شود.

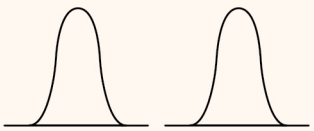
ب و **ج** انتخاب طبیعی ← حذف گروهی از جانداران ← افزایش میزان شـــباهت‌های موجود در بین افراد یک جمعیت ← کاهش تنوع جمعیت ← ممکن است افراد باقی مانده در جمعیت، توانایی کمی برای مقابله در برابر این تغییر داشته باشند.

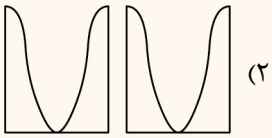
بنابراین این این توصیفات هم مورد (ب) و هم مورد (ج) درسته!

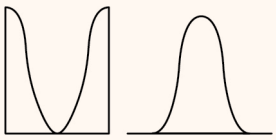
د دقت داشـــته باشید که انتخاب طبیعی بر اساس رخ نمود عمل می‌کند. پس حذف الل‌های بارز زودتر از نهفته صورت می‌گیرد حتی اگر هر دو نامطلوب باشند!

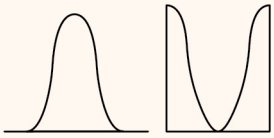


تست‌درتست **جمعیت ذرت‌هایی که در فصل سوم کتاب زیست شناسی مطرح شده است را در نظر بگیرید. اگر در این جمعیت نوعی جهش باعث شود تا رویان ذرت‌ها با ژنوتیپ خالص دو آستانه توان رشد را از دست بدهد؛ با گذشت زمان طولانی، منحنی جمعیت ذرت‌ها به صورت ..... درمی‌آید و اگر نوعی پرنده به جمعیت وارد شود که به مصرف دانه‌های ذرت با دو فنوتیپ آستانه‌ای علاقه‌ای نداشته باشد، در چنین حالتی منحنی جمعیت ذرت‌ها پس از گذشت زمان زیاد به صورت ..... درمی‌آید.**

۱) 

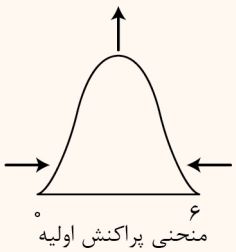
۲) 

۳) 

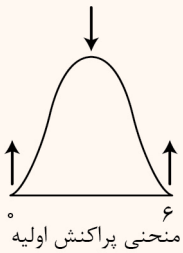
۴) 

پاسخ: گزینه ۳ سخت | مفهومی

اگر قرار باشـــد تا ژنوتیپ‌های دو آستانهٔ طیف رنگی، توان رشد خود را از دست بدهند، در این حالت از فراوانی قســـمت‌های دو انتهای نمودار کم می‌شود و این فراوانی به قسمت میانی نمودار اضافه می‌شود و ارتفاع نمودار بالاتر می‌رود و نمودار از دو طرف کوتاه‌تر می‌شود. یعنی شرایطی مشابه شکل مقابل پیش می‌آید!



همچنین اگر قرار باشـــد تا ژنوتیپ قسمت‌های وسطی مصرف شوند و دو آستانه توسط پرندگان مصرف نشود، در چنین حالتی، ذرت‌ها با ژنوتیپ دو آستانه قادر به تولید نسل بعدی خواهند بود و به تدریج از جمعیت ذرت‌های قسمت میانی نمودار کاسته می‌شود. در چنین حالتی اتفاق زیر می‌افتد:



پس با این اوصاف شبیه‌ترین نمودارها به حالات ذکرشده به ترتیب موارد مطرح شده در گزینهٔ ۳ هستند!

۳. کدام گزینه عبارت زیر را به طور مناسب کامل می‌نماید؟

«از آمیزش مردی با ژنوتیپ $\frac{A\ B\ D}{a\ b\ d}$ با زنی که دارای ژنوتیپ $\frac{A\ b\ D}{a\ B\ d}$ می‌باشد، اگر کراسینگ‌اور بین دو دگرهٔ..... رخ دهد، آن‌گاه تولد فرزندی با ژنوتیپ ..... ممکن می‌شود.»

۱) (B و D) و (b و d) در پدر $\frac{A\ b\ d}{A\ b\ D}$

۲) (A و B) و (a و b) در پدر - $\frac{A\ b\ D}{A\ b\ d}$

۳) (B و d) و (b و D) در مادر $\frac{a\ B\ D}{a\ B\ d}$

۴) (A و b) و (a و B) در مادر - $\frac{a\ b\ d}{a\ b\ d}$

پاسخ: گزینه ۲ سخت | استنباطی

توی کنکور ۱۴۰۲ طراح محترم از روی کتاب آبکیوی زیست جامع اسکی رفت و اومد از مبحث کراسینگ اوریه تست با سبک مشابه چیزی که ما توی آبکیوی جامع داده بودیم، آورد! میبینی علاوه بر مولف بقیه کتابای کنکوری، طراحای کنکورم آبکیوی جامع رو میدارن جلوشون تست طرح میکنن! پس حتما بشین و خوب تستاشو حل کن... اما الان ما اومدیم با یه سطح سخت‌تر از اون چیزی که توی آبکیوی جامع داده بودیم! این تو و این نبوغ من طراح زیستاز .... برای حل این تست باید یکی یکی آمیزش‌ها رو بنویسیم تا بفهمیم چی به چیه!؟

۱ اگه کراسینگ اور ذکرشده در این گزینه اتفاق بیافتد، آمیزش به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{A\ b\ D}{a\ B\ d}\times\frac{A\ B\ d}{a\ b\ D}\rightarrow\frac{A\ b\ D}{a\ b\ D}+\frac{A\ b\ D}{A\ B\ d}+\frac{A\ B\ d}{a\ B\ d}+\frac{a\ b\ D}{a\ B\ d}$$

پس این گزینه درست نیست! چرا؟ چون تو مگه $\frac{A\ b\ d}{A\ b\ D}$ میبینی بین بچه‌های متولدشده؟! نه! تموم شد و رفت ...

۲ اگه کراسینگ اور این گزینه رخ بده، حالات زیر رو براش میتونی در نظر بگیری:

$$\frac{A\ b\ D}{a\ B\ d}\times\frac{A\ b\ d}{a\ B\ D}\rightarrow\frac{A\ b\ D}{A\ b\ d}+\frac{A\ b\ D}{a\ B\ D}+\frac{A\ b\ d}{a\ B\ d}+\frac{a\ B\ D}{a\ B\ d}$$

میبینی که تولد زادهٔ $\frac{A\ b\ D}{A\ b\ d}$ توی این حالت ممکنه! پس این گزینه درسته...

۳ توی این حالت آمیزش اینجوریه:

$$\frac{a\ B\ D}{A\ b\ d}\times\frac{A\ B\ D}{a\ b\ d}\rightarrow\frac{A\ B\ D}{a\ B\ D}+\frac{A\ B\ D}{A\ b\ d}+\frac{a\ b\ d}{a\ B\ D}+\frac{a\ b\ d}{A\ b\ d}$$

پس این گزینه هم غلطه!

۴ در مورد گزینهٔ آخر هم آمیزش به صورت زیر هست:

$$\frac{A\ B\ d}{a\ b\ D}\times\frac{A\ B\ D}{a\ b\ d}\rightarrow\frac{A\ B\ D}{A\ B\ d}+\frac{A\ B\ D}{a\ b\ D}+\frac{a\ b\ d}{A\ B\ d}+\frac{a\ b\ d}{a\ b\ D}$$

اصلا تولد چنین چیزی ممکن نیست! اوکی؟! حله...

خیلی دلم می‌خواد ببینم اگر همه‌ی این عزیزان که برای تولدشون اینطوری دقیق نشستیم حساب و کتاب کردیم به دنیا بیان، با این حجم از تفاوت قراره تا کی در آرامش و صلح به زندگی مسالمت‌آمیز کنار هم ادامه بدن؟!

۴. در ارتباط با جمعیتی ساکن یک منطقهٔ مالاریاخیز، کدام مورد، عبارت زیر را به‌طور مناسب کامل می‌کند؟

«اهمیت ناخالص‌ها در تداوم گوناگونی را می‌توان به‌وسیلهٔ نوعی بیماری ژنتیکی نشان داد. (در) فردی که بر اساس نوع ژن‌نمود خود برای این بیماری در خطر ابتلا به مالاریا قرار دارد، ..... فردی که در ژن‌نمود خود هیچ دگرهٔ مشابهی با او ندارد، .....»

۱) برخلاف – از نظر این بیماری ژنتیکی، در ژن‌نمود خود دو دگرهٔ یکسان دارد.

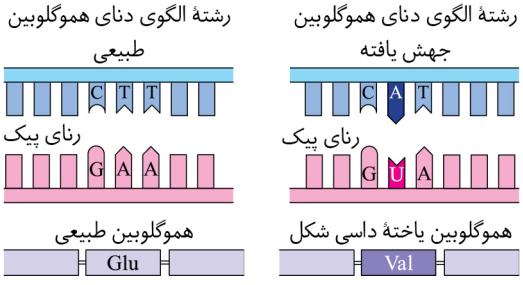
۲) همانند – ششمین آمینواسید نیمی از زنجیره‌های هموگلوبین، گلوتامیک‌اسید است.

۳) نسبت به – رنای پیک مربوط به زنجیرهٔ بتای هموگلوبین، یک حلقهٔ آلی پنج ضلعی بیشتر دارد.

۴) نسبت به – میزان کم‌تری اریتروپویتین از هر اندام تخریب‌کنندهٔ گویچه‌های قرمز خون، ترشح می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳ سخت | مفهومی ترکیبی

سرنخ افراد سالم خالص برای کم خونی داسی شکل، در خطر مالاریا قرار دارند. پس صورت سوال در حال مقایسهٔ افراد سالم خالص و بیمار خالص برای کم خونی داسی شکل است.



می‌دانیم که هموگلوبین افراد سالم و افراد مبتلا به کم‌خونی داسی‌شکل تنها در ششمین آمینواسید از زنجیرهٔ بتا متفاوت هستند. با توجه به شکل مقابل، در رشتهٔ الگوی دنای هموگلوبین جهش‌یافته نوکلئوتید A به جای T قرار گرفته است. بنابراین، در رنای پیک مربوط به زنجیرهٔ بتای هموگلوبین جهش‌یافته به جای باز آلی آدنین (نوعی باز آلی دو حلقه‌ای یا پورین)، باز آلی یوراسیل (نوعی باز آلی تک‌حلقه‌ای یا پیریمیدین) قرار می‌گیرد. با توجه به اینکه باز آلی آدنین دارای یک حلقهٔ آلی شش‌ضلعی و یک حلقهٔ آلی پنج‌ضلعی

اســـت اما باز آلی پوراسیل فقط یک حلقهٔ آلی شش‌ضلعی دارد، می‌توان گفت در فردی که دارای گویچه‌های قرمز طبیعی است نسبت به فرد مبتلا به کم‌خونی داسی‌شکل، رنای پیک مربوط به زنجیرهٔ بتای هموگلوبین، یک حلقهٔ آلی پنج ضلعی بیشتر دارد.

ترکیب هموگلوبین از چهار زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی تشکیل شده است. دو زنجیره از نوع آلفا و دو زنجیره از نوع بتا است. (فصل ۱ دوازدهم)

ترکیب باز آلی نیتروژن‌دار موجود در ساختار نوکلئوتیدها می‌تواند پورین باشد که ساختار دوحلقه‌ای دارد؛ شامل آدنین (A) و گوانین (G) یا می‌تواند پیریمیدن باشد که ساختار تک‌حلقه‌ای دارد؛ شامل تیمین (T)، سیتوزین (C) و یوراسیل (U). در دنا باز یوراسیل شرکت ندارد و به جای آن تیمین وجود دارد و در رنا به جای تیمین، باز یوراسیل وجود دارد. (فصل ۱ دوازدهم)

بررسی سایر گزینه‌ها

۱ قبلا تو سرنخ بهت گفتم که هردو فرد خالص هستند و دو دگرهٔ یکسان دارند.

۲ با توجه به شـــکل بالا، در فردی که دارای گویچه‌های قرمز طبیعی است، ششمین آمینواسید زنجیره‌های بتای هموگلوبین (۲ زنجیره از ۴ زنجیره) گلوتامیک‌اســـید اســـت. اما در فرد مبتلا به کم‌خونی داسی‌شکل، به جای گلوتامیک‌اسید، والین قرار دارد. دقت داشته باشید که توالی آمینواسیدی زنجیره‌های آلفا متفاوت است و در هیچ‌یک از این افراد ششمین آمینواسید زنجیره‌های آلفا، گلوتامیک‌اسید نیست.

۴ در فرد مبتلا به کم‌خونی داسی‌شکل به علت کاهش ظرفیت حمل اکسیژن توسط گویچه‌های قرمز داسی‌شکل، میزان ترشح هورمون اریتروپویتین از کبد و کلیه‌ها افزایش می‌یابد تا با افزایش میزان تولید گویچه‌های قرمز در مغز اســـتخوان، این کمبود اکســـیژن را جبران کند. بنابراین در فرد ســـالم نســـبت به فرد بیمار، میزان ترشـــح اریتروپویتین کم‌تر اســـت. اما دقت داشته باشـــید، طحال که نوعی اندام تخریب‌کنندهٔ گویچه‌های قرمز است، قادر به ترشح اریتروپویتین نیست.

ترکیب در بدن ما تنظیم میزان گویچه‌های قرمز، به ترشح هورمونی به نام اریتروپویتین بستگی دارد. این هورمون توسط گروه ویژه‌ای از یاخته‌های کلیه و کبد به درون خون ترشح می‌شود و روی مغز استخوان اثر می‌کند تا سرعت تولید گویچه‌های قرمز را زیاد کند. این هورمون به‌طور طبیعی به مقدار کم ترشح می‌شود تا کاهش معمولی تعداد گویچه‌های قرمز را جبران کند. اما هنگام کاهش مقدار اکسیژن خون، این هورمون افزایش می‌یابد که این حالت در کم‌خونی، بیماری‌های تنفسی و قلبی، ورزش‌های طولانی یا قرارگرفتن در ارتفاعات ممکن است رخ دهد. (فصل ۴ دهم)

ترکیب تخریب یاخته‌های خونی قرمز آسیب‌دیده و مرده در طحال و کبد انجام می‌شود. (فصل ۴ دهم)

	مالاریا
انگل مولد آن چند یاخته دارد؟	یک یاخته دارد! ← پس بافت و اندام و دستگاه و هورمون و پیام عصبی نداره! دقت کن که یوکاریوت است.
کدام یاخته‌های بدن رو درگیر می‌کند؟	بخشی از زندگی آن در گویچه‌های قرمز سپری می‌شود. (گویچه‌های قرمز ← یا همان فراوان‌ترین یاخته‌های خونی + یاخته‌های انتقال‌دهندهٔ گازهای تنفسی در خون + یاخته‌های واجد هموگلوبین + یاخته‌های خونی فاقد هسته)
باعث چه اتفاقاتی در بدن میشه؟	۱- افزایش ترشح هورمون ارتیروپویتین از کلیه (اندام لوبیایی شکل + اندام تولیدکنندهٔ ادرار) و کبد (اندام سازندهٔ صفرا + بزرگ‌ترین غدهٔ بدن) ← افزایش تقسیم یاخته‌های میلوئیدی مغز استخوان ← افزایش تولید گویچه‌های قرمز ۲- افزایش فعالیت درشت‌خوارها (یاخته‌های منشأ گرفته از مونوسیت‌ها + برخی از گویچه‌های سفید خارج از خون) ← افزایش درون‌بری و مصرف ATP توسط درشت‌خوارها
کدام افراد را بیمار می‌کند؟	افراد Hb^AHb^A
نشان‌دهندهٔ چیه؟	اهمیت ناخالص‌ها

۵. کدام گزینه وجه مشترک همهٔ تغییرات ماندگاری که در محتوای دنای نوعی یاختهٔ تقسیم‌پذیر صورت می‌گیرند، محسوب می‌شود؟

۱) با تغییر در نوکلئوتیدها، بر بخش‌هایی مؤثر هستند که نوعی آنزیم بسپاراز می‌تواند آن‌ها را الگو قرار دهد.

۲) به صورت نوعی اختلالِ ساختاری در حداقل بخشی از ساختمان فام‌تن (کروموزوم)ها هستند.

۳) سبب تغییر در فعالیت فراوردهٔ نهایی تولیدشده از روی ژن جهش‌یافته می‌شوند.

۴) تحت تاثیر عوامل محیطی که از بیرون به یاخته‌ها می‌رسند، رخ می‌دهند.

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | مفهومی

سرنخ منظور از تغییرات ماندگار در محتوای ژنی، همان جهش‌ها هستند. رفیق نیمه‌راه... ببخشید دشمن نیمه‌راه نیست اصلاً! قشنگ میاد و کم میبنده به دست‌وپا کردن خونه و زندگی برای خودش!

دقت داشته باشید جهش بر روی بخشی از مولکول دنای دورشته‌ای ایجاد می‌شود. همهٔ بخش‌های مولکول دنا می‌توانند توسط آنزیم دنابسپاراز الگو قرار بگیرند (حتی توالی‌های بین ژنی به کمک آنزیم دنابسپاراز!)

نکته تغییرات غیرماندگار در دنا جهش محسوب نمی‌شوند. مثلا اگر دنابسپاراز حین همانندسازی اشتباه کند اما برگردد و آن اشتباه را اصلاح کند، چون تغییر ایجاد شده ماندگار نبوده، جهش نیز رخ نداده است.

تله‌تستی الگو قرارگرفتن دنا توسط دو نوع آنزیم انجام می‌شود، آنزیم دنابسپاراز و آنزیم رنابسپاراز!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ ممکن است جهش ایجاد شده به صورت جهش عددی باشد، نه ساختاری! مانند سندروم داون!

نکته افراد مبتلا به سندرم داون در هستهٔ یاخته‌های پیکری خود یک کروموزوم شمارهٔ ۲۱ بیشتر دارند. دقت کنید که این افراد طی تقسیمات یاخته‌های خود دچار اشتباه نشده‌اند. بلکه حین تولید یکی از گامت‌های والدین، مشکلی ایجاد شده بوده است.

۳ اگر جهش ایجادشده خارج از توالی ژنی باشد دیگر این گزینه صادق نیست. همچنین دقت کنید لزوماً هر جهشی که در ساختار ژن روی می‌دهد، سبب تغییر محصول یا فراوردهٔ نهایی آن نمی‌شود.

نکته مثلاً اگر جهش در اینترون یک ژن پروتئین‌ساز باشد، در این صورت رونوشت آن از مولکول رنا حذف شده و در ترجمه و تولید محصول نهایی تغییری ایجاد نمی‌شود.

۴ گروهی از جهش‌ها ممکن است تحت تاثیر عواملی درون یاخته‌ها راه‌اندازی شوند نه اینکه لزوماً عوامل محیطی سبب رساندن پیامی به یاخته شود. مثلا جهش ممکن است ارثی باشد. هعی... بازم زیست‌شناسی و درس‌های زندگی! میدونی چی میگه؟ میگه ببین دوست من! حواست باشه آدم از خودی‌ها هم می‌تونه ضربه بخوره‌ها... از اونا که درست کنار خودمون معره نفوذی هم نه‌ها! اونایی که واقعاً فکر می‌کردیم کنارمونن!! برای همین بعضی میگن زیست‌شناسی...

۶. کدام گزینه در ارتباط با عوامل بر هم زنندهٔ تعادل خزانهٔ ژنی جمعیت، صادق است؟

۱) عاملی که وقوع مقاومت آنتی‌بیوتیکی را توجیه می‌کند، ممکن است باعث سازش افراد با محیط اطراف شود.

۲) عاملی که دگرهٔ جدید به جمعیت اضافه می‌کند، به طورحتم منجر به تغییر توالی نوکلئوتیدها در افراد می‌شود.

۳) عاملی که در آن احتمال آمیزش هر فرد با افراد جنس دیگر متفاوت است، ممکن است فراوانی نسبی آلل‌ها ثابت بماند.

۴) عاملی که به طور تصادفی در یک جمعیت رخ می‌دهد، به طورحتم اثر آن با تعداد افراد جمعیت رابطهٔ مستقیم دارد.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | خط به خط

سرنخ موارد مدنظر سوال شامل جهش، رانش ژن، شارش ژن، انتخاب طبیعی و آمیزش غیرتصادفی است.

اینجا در روشی که داره راجع بهش صحبت میشه طی مراسمی دو تا موجود عاقل و بالغ می‌شینن از بین همه خوبان یکی رو برای خودشون برمی‌گزینن! پس این گزینه مربوط به آمیزش غیرتصادفی است. حالا میخوام یه نکتهٔ ریز بهت بگم! برو متن کتاب درسی رو نگاه کن! میبینی که نوشته، آمیزش غیرتصادفی باعث تغییر فراوانی نسبی ژن‌نمودها میشه و حرفی از تغییر فراوانی نسبی دگره‌ها نزده! میدونی چرا؟ چون آمیزش غیرتصادفی فراوانی نسبی دگره‌ها رو عوض نمیکنه و ما هم تصمیم گرفتیم تا به شیوه‌ای همیشگی بیایم و مشت طراح کنکورو واست باز کنیم!

رفع ابهام: دقت کنید که با توجه به رویکرد طراح کنکور در سال‌های اخیر و توجه ویژه‌اش به کتاب درسی نظام قدیم (حتی آوردن عین جملاتی از کتاب نظام قدیم!) بهتره که حضرتعالی به حرف من گوش بدی و نکته‌ای که توی گزینهٔ ۳ گفتم رو خوب به خاطر بسپاری! چرا؟ چون توی نظام قدیم این نکته که (در آمیزش غیرتصادفی فراوانی دگره‌ها تغییر نمی‌کند!) نکتهٔ مهمی بود و با توجه به متن کتاب درسی جدید، طراح محترم کنکور ۱۴۰۲ از این نکته استفاده کرده بود! از ما گفتن بود...

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ انتخاب طبیعی، توجیه کنندهٔ مقاومت به آنتی‌بیوتیک‌هاست. انتخاب طبیعی باعث انتخاب افراد سازگار با محیط شده و فراوانی اون‌ها در جمعیت رو بیشتر میکنه! اما باید حواست باشه که انتخاب طبیعی باعث سازش فرد با محیط نمی‌گردد! خیلی سنگین حرف زدم! میدونستی حرفامو با جرثقیل آورده بودم؟!

۲ جهش و شارش موجب اضافه شدن دگرهٔ جدید می‌شوند. قسمت دوم فقط برای جهش صحیح است.

۴ رانش به صورت تصادفی رخ می‌دهد. هر چقدر جمعیت بزرگتر باشد، اثر رانش کمتر است. (رابطهٔ معکوس)

	نکات مهم
جهش	۱- ممکن است تأثیر فوری بر رخ‌نمود نداشته باشد. / ۲- بر افراد اثرگذار است.
رانش دگره‌ای	۱- بیشتر در جمعیت‌های کوچک تعادل را برهم می‌زند و باعث کاهش تعداد دگره‌ها می‌شود. / ۲- تصادفی است و ارتباطی به سازگاری با محیط ندارد. / ۳- براثر حوادث طبیعی مانند سیل، آتش‌سوزی و زلزله ممکن است رخ دهد. / ۴- میزان اثرگذاری آن بر جمعیت، بستگی به میزان اندازهٔ آن جمعیت دارد. / ۵- ممکن است باعث کاهش تنوع خزانهٔ ژنی جمعیت شود.
شارش ژن یک‌طرفه	۱- دگره‌های خزانهٔ ژنی جمعیت مقصد را افزایش و خزانهٔ ژنی جمعیت مبدأ را کاهش می‌دهد. / ۲- دو جمعیت موجود در زیست بوم را می‌تواند درگیر کند. / ۳- ممکن است باعث افزایش تنوع در جمعیت مقصد شود.
شارش ژن دوطرفه	۱- اگر به صورت دوسویه ادامه یابد، سرانجام خزانهٔ ژنی دو جمعیت به هم شبیه می‌شود. / ۲- ممکن است موجب افزایش تنوع خزانهٔ ژنی در هر دو جمعیت شود.
آمیزش غیرتصادفی	۱- به رخ‌نمود و یا ژن‌نمود وابسته است. / ۲- احتمال آمیزش همهٔ افراد با افراد جنس مخالف خود برابر نیست.
انتخاب طبیعی	۱- از تعداد افراد ناسازگار جمعیت می‌کاهد و جمعیت را سازگارتر می‌کند. / ۲- بر سازگاری جمعیت اثر می‌گذارد، نه بر افراد! / ۳- از تفاوت‌های فردی در جمعیت می‌کاهد.

۷. با توجه به شواهد تغییر گونه‌ها در کتاب درسی، کدام گزینه، برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«در طبیعت، همهٔ عواملی که در ..... نقش دارند، ..... »

۱) تایید خویشاوندی مهره‌داران با یکدیگر - از نظر عملکردی در تمامی جانداران نقش مشابهی دارند.

۲) تعیین میزان خویشاوندی میان مارها و سوسمارها - در برخی جانداران فاقد هرگونه عملکرد خاصی می‌باشند.

۳) تایید وجود برخی از جانداران از گذشتهٔ دور تا الان توسط زیست شناسان - از قسمت‌های سخت بدن جانداران تشکیل شده‌اند.

۴) تعیین شباهت ژن‌های هموگلوبین انسان و گروهی از پستانداران - شباهت بیشتر نشانهٔ این است که در فاصلهٔ نزدیک‌تری، از یک نیای مشترک ایجاد شده‌اند.

پاسخ: گزینه ۴ آسان | خط به خط

توالی‌های حفظ شده در جانداران گونه‌های نزدیک به هم وجود دارند و باعث شباهت آن‌ها به یک دیگر می‌شوند. یکی از این موارد مربوط

به ژن هموگلوبین در انسان و گروهی از پستانداران است. شباهت بیشتر در توالی‌های حفظ شده نشان می‌دهد که این دو جاندار شباهت بیشتری دارند و در فاصلهٔ نزدیک‌تری از یک نیای مشترک ایجاد شده‌اند.

تله‌تستی میدونیم که حشرات هموگلوبین ندارند و به همین دلیل، در اکثر تست‌ها به عنوان تلهٔ تستی از عبارت ژن هموگلوبین حشرات استفاده می‌شود. پس حواستون بهش باشه!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ ساختارهای همتا، وستیجیال و توالی‌های حفظ شدهٔ دنا در تایید خویشاوندی مهره‌داران با یکدیگر نقش دارند. دقت داشته باشید که عملکرد مشابه در ساختارهای آنالوگ مشاهده می‌شود و چنین چیزی در ارتباط با ساختارهای همتا یا وستیجیال ممکن است درست نباشد و عملکرد متفاوتی داشته باشند!

۲ برای رد این گزینه کافیه که به توالی‌های حفظ‌شده توجه کنیم که برای تعیین خویشاوندی میان جانوران استفاده می‌شوند تا بفهمیم این گزینه غلطه! در واقع از میان عوامل متعدد، تنها ساختارهای وستیجیال، ساختارهایی می‌باشند که در برخی از جانداران فاقد هرگونه عملکرد خاصی می‌باشند.

۳ سنگواره‌ها، می‌توانند نشان دهند که در گذشتهٔ دور تا الان چه جاندارانی بر روی زمین می‌زیسته‌اند. سنگواره‌ها، عمدتا از قسمت‌های سخت بدن جانداران تشکیل شده‌اند ولی ممکن است که گاهی کل بدن یک جاندار هم قسمت‌های سخت و هم قسمت‌های نرم به سنگواره تبدیل شود. هدف هر جانداری در زندگی اینه که به یاد بمونه، اینا هم به نوع خودشون یه رد بماند به یادگار میزنن که ما یه روزی ازشون یه یادی بکنیم! به نظرم یه فاتحه‌ای هم همین‌جا به خاطر خدمات ویژه‌ای که به عمل کردن براشون بخونیم! نظرته؟ بگذریم فضا احساسی شد، بریم سراغ بررسی بقیهٔ تست ...

نکته سنگواره یا فسیل یک جاندار می‌تواند مربوط به ۱-اثر جاندار روی سنگ یا .... باشد، یا ۲-قسمت سخت بدن او و یا ۳-قسمت نرم بدن او باشد.

مقایسهٔ ساختارهای مختلف در تشریح مقایسه‌ای

نام ساختار یا اندام	اندام‌ها یا ساختارهای همتا	ساختارهای آنالوگ	ساختارهای وستیجیال (ردپا)
طرح ساختاری	مشابه (یکسان)	متفاوت	کوچک یا ساده شده
کار	متفاوت یا یکسان	یکسان	ممکن است ضعیف شده یا فاقد کار خاص و یا حتی دارای کار خاصی باشد
علت وجود ساختار	مشتق‌شدن از یک گونه (نیای) مشترک در گذشته	نشان‌دهندهٔ روش‌های مختلف سازش در جانداران برای پاسخ به یک نیاز هستند	این ساختارها حاکی از وجود رابطهٔ میان جانداران هستند و در واقع ردپای تغییر گونه‌ها می‌باشند
کاربرد ساختار در تشریح مقایسه‌ای	رده‌بندی جانداران و قراردادن جانداران خویشاوند در یک گروه		
مثال	اندام حرکتی جلویی در مهره‌داران مختلف (دست انسان، بال پرنده، بالهٔ دلفین، دست شیرکوهی، دست گربه)	بال کبوتر و بال پروانه	بقایای پا در لگن مار پیتون

۸. کدام مورد، ویژگی درستی از نخستین گونه‌زایی مطرح‌شده در کتاب درسی را بیان می‌کند؟

۱) به دنبال وقوع جدایی تولیدمثلی در چهارمین یا پنجمین سطح سازمان یابی حیات، رخ می‌دهد.

۲) برای نخستین‌بار در پژوهش‌های هوگودووی و بدون تقسیم جمعیت به دو یا چند قسمت، مشاهده شد.

۳) جمعیت‌های ایجادشده در اثر این پدیده، ممکن است همچنان به شارش ژنی با بعضی جمعیت‌ها بپردازند.

۴) نوعی عامل سازگارکنندهٔ یک جمعیت با محیط جدید، به کاهش تفاوت بین فردی دو جمعیت کمک می‌کند.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | مفهومی

سرنخ نخستین گونه‌زایی مطرح‌شده در کتاب درسی، گونه‌زایی دگرمیهنی است.

هر چند جمعیت‌های ایجادشـــده به دنبال این نوع گونه‌زایی، نمی‌توانند با یکدیگر پدیدهٔ شـــارش ژنی را انجام دهند؛ اما هر یک از آن‌ها می‌توانند با جمعیت‌های دیگر موجود در طبیعت، شارش ژنی را انجام دهند. *در تصمیمات خودشون بقیه جوامع رو هم آگوده می‌کنن!*

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ چهارمین یا پنجمین سطح سازمان یابی حیات شامل دستگاه و فرد است؛ ولی برای گونه‌زایی به وجود جمعیت نیاز است! *پس از سطح ششم به بعد میشه در مورد گونه‌زایی حرف زد!*

۲ در گونه‌زایی دگرمیهنی، یک جمعیت (نه بیش از یک جمعیت!)، به جمعیت‌های کوچک‌تر تقسیم می‌شود. اما چیزی که در این گزینه ذکرشده مربوط به گونه‌زایی هم میهنی است!

۴ عامل ســـازگارکنندهٔ جمعیت، همان انتخاب طبیعی اســـت. هر چند انتخاب طبیعی در یک جمعیت، موجب کاهش تفاوت بین فردی می‌شود. اما این پدیده بین دو جمعیت، موجب افزایش تفاوت بین فردی می‌شود.

مورد مقایسه	مدت زمان	توقف شارش لازم است؟	جدایی مکانی لازم است؟	جدایی تولیدمثلی داریم؟	مثال
گونه زایی هم میهنی	سریع و در یک نسل	نه	نه	بله	کشف گیاهان پلی پلوئیدی توسط هوگودووری
گونه زایی دگر میهنی	تدریجی و در چند نسل	اره	اره	بله	تغییر ماهیان موجود در دو زیستگاه مختلف

تست‌درتست **چند مورد به نادرستی در عبارت زیر جای می‌گیرد؟**

«در هر نوع گونه‌زایی که با جدایی تولید مثلی جمعیت‌هایِ حاصل همراه است، ..... قطعی است.»

الف) توقف یکی از عوامل برهم‌زنندهٔ تعادل در جمعیت ب) تغییرات چهرهٔ جمعیت در چندنسل به صورت تدریجی

ج) عدم توانایی تولیدمثل دو فرد متعلق به دو گونهٔ حاصل ۴) ایجاد تغییرات ماندگار در خزانهٔ ژنی جانداران جمعیت اولیه

۱) چهار ۲) سه ۳) دو ۴) یک

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | مفهومی

سرنخ هر دو نوع گونه‌زایی هم‌میهنی و دگرمیهنی با جدایی تولید مثلی جمعیت‌های حاصل همراه هستند.

همهٔ موارد عبارت را به نادرستی کامل می‌کنند.

بررسی همهٔ موارد:

الف در گونه‌زایی دگرمیهنی برخلاف هم‌میهنی، شـــارش ژن به عنوان یکی از عوامل برهم‌زنندهٔ تعادل در جمعیت متوقف می‌شـــود. این مورد در خصوص گونه‌زایی هم‌میهنی درست نیست.

نکته در گونه زایی دگر میهنی توقف شارش ژن عامل کلیدی است و در گونه‌زایی هم‌میهنی ایجاد جهش عامل کلیدی است.

ب تغییرات گونه‌زایی در نوع هم‌میهنی برخلاف دگرمیهنی به صورت فوری و در یک نسل رخ می‌دهد نه طی چند نسل.

ج ممکن است دو فرد از دو گونهٔ حاصل بتوانند با یکدیگر تولید مثل کنند اما این تولید مثل سبب ایجاد زادهٔ زیستا و زایا نمی‌شود لزوماً!

د ممکن است گونه‌زایی به دلیل یکی دیگر از عوامل برهم‌زنندهٔ تعادل در جمعیت باشد نه لزوماً جهش!

۹. مطابق با مطالب کتاب درسی و با توجه به شکل روبه‌رو، چند مورد، برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«درصورت وقوع جهش کوچکی از ..... در ژن آنزیم القاکنندهٔ مرگ برنامه‌ریزی شده، ..... .

الف) نوع ۱ – ممکن است تعداد پیوندهای پپتیدی تشکیل‌شده در جایگاه A ریبوزوم طی تشکیل ساختار اول آنزیم کاهش یابد

ب) نوع ۲ – اگر تنوع آمینواسیدها تغییر نکند، به‌طور حتم رمز یک آمینواسید به رمز دیگری از همان آمینواسید تبدیل شده است

ج) نوع ۳ – ممکن است چارچوب خواندن توالی‌های سه نوکلئوتیدی رنای حاصل از رونویسی دستخوش تغییر شود

د) نوع ۲ – در صورت افزایش تعداد حرکات ریبوزوم در مرحلهٔ دومِ ترجمه، به‌طور حتم توالی کدون پایان ترجمه از بین رفته است

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ سخت | استنباطی

سرنخ شمارهٔ ۱، جهش اضافه، ۲ جهش جانشینی و ۳ جهش حذف را نشان می‌دهد.

موارد «الف» و «ج» درست هستند.

بررسی همهٔ موارد

الف اگر جهش اضافه به گونه‌ای رخ دهد که باعث تشکیل زودهنگام کدون پایان ترجمه شود، آنگاه تعداد آمینواسیدهای پلی‌پپتیدی و تعداد پیوندهای پپتیدی آن کاهش خواهد یافت.

ترکیب پیوندهای پپتیدی طی مرحلهٔ طویل‌شدن ترجمه در جایگاه A ریبوزوم تشکیل می‌شوند. (فصل ۲ دوازدهم)

ب عدم تغییر آمینواسیدها می‌تواند به علت وقوع جهش خاموش باشد که در آن، رمز یک آمینواسید به رمز دیگری از همان آمینواسید تبدیل می‌گردد. اما دقت داشته باشید اگر جهش در توالی‌های اینترون ژن هم رخ دهد، هیچ تغییری در توالی آمینواسیدی و تنوع آن ایجاد نخواهد کرد.

مشاوره برای ژن‌های متعلق به آمینواسیدها، توالی‌های اینترون آنها را هم درنظر داشته باشید. در بعضی از سوالات جهش، همین توالی‌های اینترون پاشنه آشیل هستن و خیلی زیرسیبیلی باعث غلط شدن گزینه میشن.

ج تغییر چارچوب خواندن بر اثر جهش‌های حذف و اضافه رخ می‌دهد. اما در شرایط خاصی، اگر این جهش‌ها مضربی از سه باشند، تغییر چارچوب نداریم! پس بطور کلی با بروز جهش حذف و اضافه ممکن است چارچوب خواندن رمزها تغییر کند. *اصلاً من عاشق اینم از چارچوب‌ها خارج بشم! چارچوب در! چارچوب جامعه و چارچوب فرهنگی ... اصلن هر چی میکشیم از همین چارچوب‌هاست!*

د ریبوزوم برای خالی کردن جایگاه A و پذیرش رنای ناقل جدید در مرحلهٔ طویل‌شدن، حرکت می‌کند و حال اگر تعداد حرکات تغییر کند، تعداد آمینواسیدهای زنجیره نیز تغییر خواهد کرد. در این عبارت گفته شده تعداد حرکات افزایش پیدا کرده و این یعنی افزایش تعداد آمینواسیدها در رشتهٔ پلی‌پپتیدی. این وضعیت در یک جهش جانشینی می‌تواند به ۲ صورت رخ دهد:

۱: یا کدون پایان از بین رفته و این باعث شده تا ترجمه تمام نشود و همچنان به آمینواسیدهای پلی‌پپتید افزوده شود.

۲: کدون آغاز زودهنگامی تشکیل شده باشد که باعث شروع زودتر ترجمه شود. پس با توجه به توضیحات مورد دوم، مورد «د» الزاماً درست نخواهد بود.

۱۰. چند مورد از نظر درستی یا نادرستی، با عبارت زیر در تضاد است؟

«تحت شرایطی ممکن است فعالیت عوامل رونویسی، در فراوان‌ترین یاخته‌های خونی انسان مشاهده شود.»

الف) تنها تعریف گونه در علم زیست‌شناسی، توسط ارنست مایر مطرح شده است.

ب) خزانهٔ ژنی تنها شامل همهٔ دگره‌های بارز موجود در جایگاه‌های ژنی افراد می‌باشد.

ج) در نتیجهٔ انتخاب شدن افراد سازگارتر، توانایی بقای جمعیت در محیط جدید ممکن است کاهش یابد.

د) ثابت ماندن مجموع تعداد دگره‌ها از نسلی به نسل دیگر، بیانگر جمعیت در حال تعادل ژنی می‌باشد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | خط به خط

سرنخ عبارت مطرح شده در صورت سوال درست است. میدونم الان دلی کتاب رو زیر و رو می‌کنی تا مدارک کافی برای متهم کردن من به اشتباه رو داشته باشی و منتظری که پیدام کنی تا حسابمو برسی! ببینم مطمئنی سوال رو درست خونده بودی؟ اگر این رو غلط زدی باهات شرط می‌بندم که دلش کردی به امان خدا زندگی شو بکنه... عزیزدلم به «تحت شرایطی» دقت کردی؟ در صورتی که انگل مالاریا به درون گویچهٔ قرمز وارد شود، به سبب داشتن هسته در انگل مالاریا، می‌توان درون گویچه‌های قرمز خون عوامل رونویسی را مشاهده کرد. گویچه‌های قرمز فراوان‌ترین یاخته‌های خونی بدن انسان هستند.

موارد (الف)، (ب) و (د) نادرست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف نادرست است. یکی از تعریف‌های رایج گونه (نه تنها تعریف!!) تعریفی است که ارنست مایر در خصوص جانداران دارای تولیدمثل جنسی مطرح کرد!

تله‌تستی دقت کنید که تعریف ارنست مایر فقط برای جانوران دارای تولید مثل جنسی دو والدی دارند صدق می‌کند. برای مثال برای کرم کبد صدق نمی‌کند.

ب نادرست است. خزانهٔ ژنی شامل همهٔ دگره‌های موجود در همهٔ جایگاه‌های ژنی افراد جمعیت است و فرقی ندارد که این دگره بارز باشد یا نهفته!

تله‌تستی خزانهٔ ژنی را با ژنگان یاخته اشتباه نگیرید. ژنگان به کل محتوای ژنی یک یاخته گفته می‌شود.

ج درست است. در نتیجهٔ انتخاب شدن افراد سازگارتر توسط انتخاب طبیعی، تنوع کم‌تر شده و در نتیجه در صورت وقوع شرایط محیطی جدید، به دلیل کم بودن تنوع، توانایی بقای جمعیت کاهش پیدا می‌کند.

نکته توانایی بقای جمعیت با تفاوت‌های فردی درون جمعیت رابطهٔ مستقیم دارد. یعنی هرچقدر تفاوت‌ها و گوناگونی در جمعیتی زیاد باشد، توان بقای آن جمعیت در محیط‌های مختلف بیشتر است.

د نادرست است. ثابت ماندن فراوانی نسبی دگره‌ها (نه مجموع تعداد دگره‌ها!!) از نسلی به نسل دیگر، بیانگر جمعیت در حال تعادل ژنی می‌باشد.

۱۱. با توجه به تقسیم میوز کامل، کدام مورد عبارت زیر را به درستی تکمیل نمی‌کند؟

«در صورتی که در بدن فردی سالم و بالغ که هورمون پرولاکتین در آن، در تنظیم فرایندهای تولیدمثلی نقش ..... فام‌تن‌ها فقط در طی تقسیم کاستمان یک یاختهٔ ..... رخ دهد، ..... محتمل می‌باشد.»

۱) دارد، جدا نشدن یکی از - حاصل از تقسیم یاختهٔ انجام‌دهندهٔ رشتمان - تولید گامتی با تعداد فام‌تن طبیعی

۲) دارد، جدا نشدن همهٔ - دارای ارتباط با یاختهٔ تمایزیابنده در مسیر گامت‌زایی - تولید گامتی با ۲۳ جفت فام‌تن

۳) ندارد، جدا نشدن یکی از - غیرقابل مشاهده در خارج از غدد جنسی - در صورت لقاح، تولد فرزندی با تعداد فام‌تن کمتر

۴) ندارد، جدا نشدن همهٔ - خارج شونده از غدد جنسی- تشکیل یاخته‌ای با عدد کروموزومی مشابه با نوعی میوهٔ دارای دانهٔ نارس

پاسخ: گزینه ۱ خیلی سخت | استنباطی

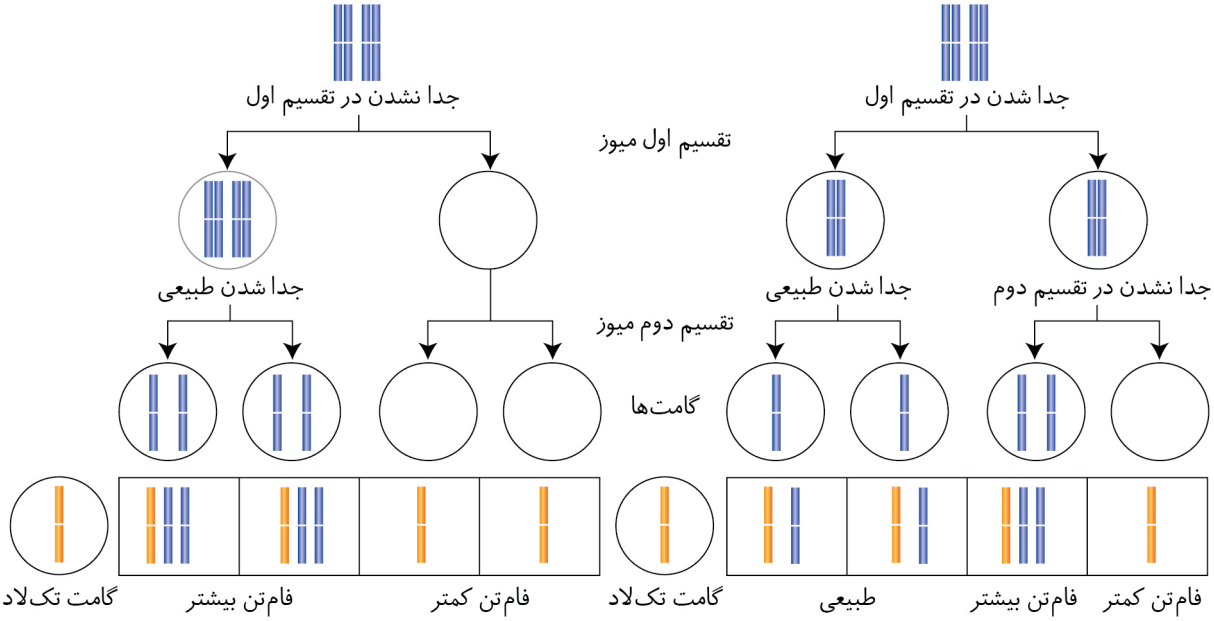
سرنخ هورمون پرولاکتین در مردان در تنظیم فرایندهای تولیدمثلی نقش دارد ولی در زنان نه!

مورد ۱ نادرسته و بقیه درستند!

بررسی همهٔ موارد:

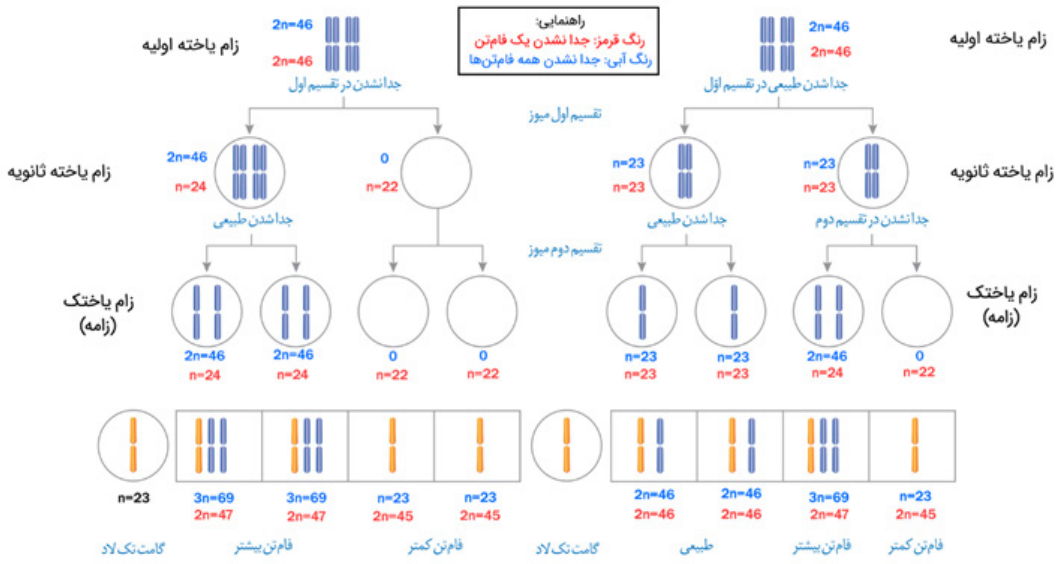
۱ یاختهٔ حاصل از تقسیم رشتمان در مردان که توانایی انجام تقسیم کاستمان داشته باشد، زام یاختهٔ اولیه است که در نتیجهٔ تقسیم رشتمان یاختهٔ زامه‌زا ایجاد می‌شود. دقت کنید که در صورت جدا نشدن یک فام‌تن در زام یاختهٔ اولیه، امکان تولید گامت طبیعی وجود ندارد.

۲ یاختهٔ تمایزیابنده در مسیر گامت‌زایی در مردان، زام یاختک است. از طرفی زام یاختهٔ ثانویه با زام یاختک ارتباط سیتوپلاسمی دارد. در صورتی که جدا نشدن همهٔ فام‌تن‌ها فقط در یک زام یاختهٔ ثانویه رخ دهد، ممکن است در نهایت گامتی با ۲۳ جفت فام‌تن تولید گردد.



۳ اووسیت اولیه در زنان، تقسیم کاستمان انجام می‌دهد و در خارج از غدد جنسی غیرقابل مشاهده است. در صورتی که جدا نشدن یکی از فام‌تن‌ها در اووسیت اولیه رخ دهد، ممکن است گامت تولیدی دارای ۲۲ کروموزوم باشد و در این صورت فرزند حاصل، ۴۵ فام‌تن دارد.

۴ اووسیت ثانویه در زنان، تقسیم کاستمان انجام می‌دهد و از غدد جنسی در طی تخمک‌گذاری خارج می‌شود. در صورتی که جدا نشدن همهٔ فام‌تن‌ها در یک اووسیت ثانویه رخ دهد، در این صورت ممکن است گامتی تولید شود که به دنبال تکمیل لقاح با اسپرم طبیعی، دارای عدد کروموزمی ۶۹= ۳n باشد. در فصل «۸» یازدهم خوانده‌اید که نوعی موز (۳n) دارای دانهٔ نارس است.



۱۲. چند مورد زیر به ترتیب می‌تواند از پیامدهای جهش در بخش تنظیمی ژن و جهش در خود ژن محسوب شود؟

الف) توقف تولید یک مولکول پروتئینی
ب) تغییر شکل سه بعدی نوعی آنزیم پروتئینی
ج) افزایش سرعت رونویسی از روی آن ژن
د) تغییر ترتیب نوکلئوتیدهای رنای پیک تولیدی

۱) ۲ - ۲
۲) ۲ - ۱
۳) ۲ - ۳
۴) ۳ - ۲

پاسخ: گزینه ۳ آسان | مفهومی

جهش در بخش تنظیمی ژن ممکن است باعث افزایش سرعت رونویسی و یا کاهش میزان رونویسی و یا حتی توقف رونویسی از روی ژن شود. یعنی موارد (الف) و (ج)!

جهش در خود ژن ممکن است باعث اختلال عملکرد آنزیم و یا تغییر ترتیب نوکلئوتیدهای رنای پیک شود. از طرف دیگه در برخی موارد ممکن اســـت نوعی جهش در خود ژن باعث شـــود تا دقیقاً بعد از کدون آغاز، کدون پایان قرار گیرد و اصلاً دیگر محصول پروتئینی تولید نشود! بنابراین علاوه بر مورد (ب) و (د)، مورد (الف) هم ممکن است که از پیامدهای جهش در بخش تنظیمی باشد.

تست‌درتست **چند مورد زیر به طور نادرست بیان شده است؟**

الف) هر جهشی که باعث تضعیف اپراتور اپران لک می‌شود، مصرف نوکلئوتیدهای یاخته را کاهش می‌دهد.

ب) هر جهشی که باعث تقویت نوعی توالی تنظیمی می‌شود، باعث افزایش فعالیت رنابسپاراز می‌گردد.

ج) هر جهشی که باعث تغییر عملکرد آنزیم می‌شود، در محلی نزدیک به جایگاه فعال آن رخ داده است.

د) هر جهشی که درون یاخته دیده می‌شود، بر اثر نوعی اختلال در فعالیت همانندسازی ایجاد شده است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | مفهومی

همهٔ موارد نادرست بیان شده‌اند.

بررسی همهٔ موارد:

الف جهشی که باعث تضعیف اپراتور شود، نتیجهٔ آن افزایش رونویسی و افزایش مصرف نوکلئوتیدهای یاخته است.

ب اگر جهشـــی باعث تقویت توالی‌های افزاینده و راه‌انداز و جایگاه اتصال فعال کننده شـــود، در چنین حالتی فعالیت رنابســـپاراز زیاد می‌شود؛ ولی اگه یه جهش نامرد بیاد و اپراتور رو تقویت کنه، میزان فعالیت رنابسپاراز رو کم میکنه!

ج بعضی از جهش‌ها ممکن است در جایگاهی دور از محل جایگاه فعال رخ بدهند، اما ممکن است عملکرد آنزیم را تغییر دهند.

د جهش‌ها ممکن است ارثی باشند و از والدین به ارث رسیده باشند!

۱۳. چند مورد از گزینه‌های زیر همواره معرف نوعی یا انواعی از جهش جانشینی محسوب می‌شود؟

الف) هر جهشی که باعث تغییر ترتیب و توالی آمینواسیدها در نوعی پروتئین می‌گردد.

ب) هر جهشی که با ثابت‌ماندن چارچوب خواندن رمزهای DNA همراه است.

ج) هر جهشی که علی رغم تغییر نوکلئوتیدهایی در دنا، باعث ثابت‌ماندن تعداد نوکلئوتیدهای رنای اولیه می‌شود.

د) هر جهشی که نوعی کدون پایان ایجاد می‌کند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | مفهومی

تنها مورد (ج) شرط ذکرشده در صورت سوال را دارد!

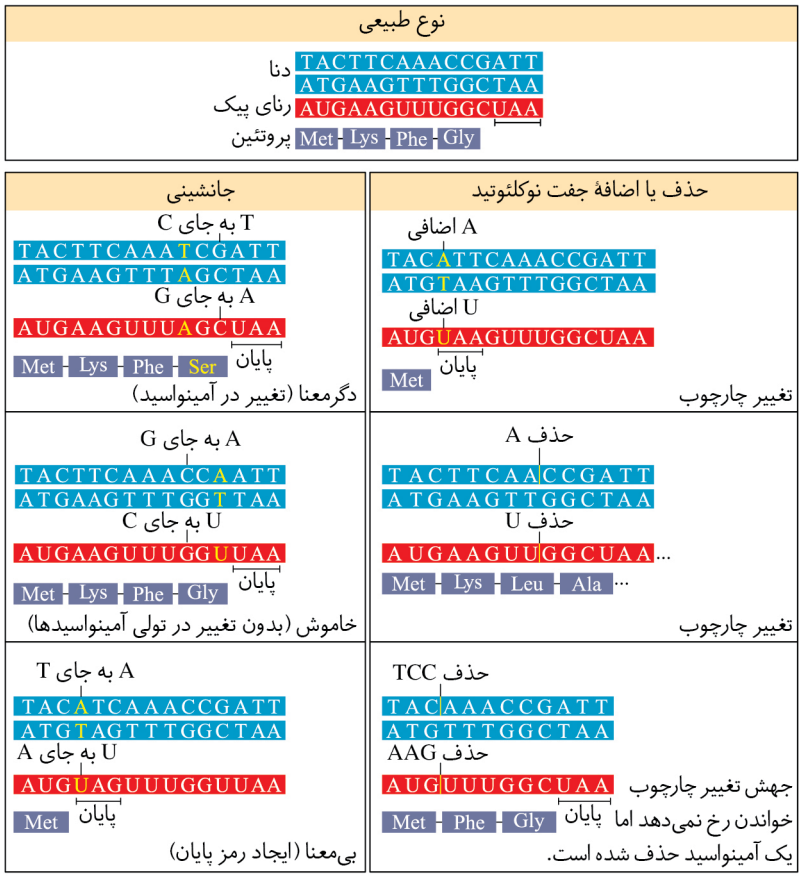
بررسی همهٔ موارد:

الف اگه به شکل دوم مربوط به تغییر چارچوب (یعنی دومی در ستون راست) نگاه بیندازی، میبینی که ترتیب آمینواسیدها عوض شده ولی جهش از نوع دگرمعنا نیست و نوعی جهش چارچوب است!

ب اگه جهش حذف و اضافه مضربی از سه باشند، چارچوب خواندن رمزهای دنا تغییر نمی‌کند!

ج جهش‌های جانشینی همگی با ثابت ماندن تعداد نوکلئوتیدهای رنا همراه هستند، ولی جهش‌های حذف و اضافه اینجوری نیستند!

د اگه به جهش چارچوب اولی که برای مثال آورده شـــده اســـت، نگاه کنی میبینی که در این جهش چارچوب نوعی کدون پایان ایجاد شده و این جهش از نوع جانشینی نیست! این آخرا دیگه خیلی جدول و این جور چیزا نذاشتم چون میدونم خسته‌ای... خداقوت پهلوان!



۱۴. کدام گزینه عبارت زیر را به طور مناسب کامل می‌نماید؟

« در نوعی عامل ذکرشده در کتاب درسی که باعث تداوم گوناگونی در جمعیت می‌شود ..... »

۱) جابه‌جاشدن قطعات بین کروماتیدهای خواهری کروموزوم‌های همتا ممکن است منجر به تشکیل گامت‌های نوترکیب شود.

۲) در هر نوع تولیدمثل جنسی، تشکیل گامت توسط هر دو والد، از طریق تشکیل تتراد و آرایش متافازی متفاوت به تنوع می‌افزاید.

۳) از طریق تأثیر محیط باعث می‌شود تا با تفاوت شانس افراد در تشکیل خزانهٔ ژنی، نوعی دگرهٔ نامطلوب در سایر محیط‌ها باقی بماند.

۴) با بروز جهش کروموزومی چلیپایی‌شدن به هنگام تشکیل تترادها در پروفاز ۱، توان بقای جمعیت در برابر تغییر شرایط را افزایش می‌دهد.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | مفهومی

ایـــن گزینـــه دارد اثر ناخالص‌ها رو توضیح می‌دهد که در طی اون شـــانس بقای افراد ناخالص از نظر صفت کم خونی داســـی شـــکل، در محیط‌های مالاریاخیز بیشتر از شانس بقای افراد خالص و سالم است. بنابراین در چنین حالتی افراد ناخالص در جمعیت باقی می‌مانند و همین عامل باعث می‌شـــود تا دگرهٔ نامطلوب در محیط‌های غیرمالاریاخیز (یعنی دگرهٔ مربوط به عدم ابتلا به کم خونی داســـی شکل) در جمعیت باقی بماند!

نکته اگر ســـم پاشی و حذف کردن برکه‌های راکد باعث بشـــه تا مالاریا از محیط حذف شود، در چنین حالتی فراوانی دگرهٔ ابتلا به کم خونی داسی شکل، در محیط کاهش پیدا می‌کند. بنابراین میزان فراوانی دگرهٔ ابتلا به کم خونی داسی شکل به میزان فراوانی مالاریا در محیط بستگی دارد!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ این گزینه دارد کراسینگ اور را توضیح می‌دهد؛ اما یه ایراد ریز داره! چیه؟ آفرین! جابه‌جاشدن قطعات بین کروموزوم‌های غیرخواهری!

تله‌تستی کراسینگ اور:

۱ این که کراسینگ اور جهش نیست!

۲ کراسینگ اور در برخی موارد ممکن است باعث نوترکیبی نشود!

۳ کراسینگ اور بین کروماتیدهای خواهری رخ نمی‌دهد!

۲ برای رد این گزینه باید به تولیدمثل زنبور عسل توجه بفرمایی که در طی اون، گامت نر طی تقسیم میتوز تشکیل می‌شود!

استراتژی هر جا صحبت از تولیدمثل جنسی شد، بهتره که همیشه گوشهٔ ذهنت زنبور عسل باشه و گامت‌زایی اون!

۴ چلیپایی‌شدن مگه جهشه؟! چلیپایی‌شدن در پروفاز ۱ رخ می‌دهد و باعث تداوم گوناگونی و افزایش توان بقای جمعیت در برابر تغییر شرایط محیطی می‌شود؛ اما باید حواست باشه که چلیپایی‌شدن جهش نیست!

۱۵. کدام گزینه به طور درست بیان شده است؟

۱) بعضی از اطلاعات در ژنگان هسته‌ای و همهٔ اطلاعات ژنگان سیتوپلاسمی هر انسان، از نظر منشأ مشابه هستند.

۲) سدیم نیتریت و مصرف غذاهای نمک‌سود یا دودی‌شده، از نظر تأثیر بر تحریک پروتئین‌های محرک چرخه یاخته‌ای متفاوت هستند.

۳) تشکیل دوپارتیمین در بر اثر بر خورد نور خورشید و جهش در دستگاه تنفس به دنبال سیگار کشیدن، از نظر ارثی یا اکتسابی بودن متفاوت هستند.

۴) تشکیل پیوند اشتراکی میان دو تیمین مجاور در دنا و تغییر مولکول دنا به دنبال استفاده از بنزوپیرن، از نظر دائمی بودن متفاوت هستند.

پاسخ: گزینه ۱ آسان | خط به خط

حســـن ختام آزمون هم یه تست بســـیار آسونه! نیمی از اطلاعات ژنگان هسته‌ای و تمام اطلاعات ژنگان سیتوپلاسمی یاخته‌های انسان از مادر به ارث می‌رسند!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ سدیم نیتریت ومصرف غذاهای حاوی نمک‌سود یا دودی‌شده، هر دو نوعی عامل سرطان‌زا هستند که باعث برهم زدن تعادل بین مرگ و تقسیم یاخته می‌شوند. در چنین حالتی، پروتئین‌های محرک چرخهٔ یاخته‌ای تحریک می‌شوند!

۳ هر دو مورد ذکرشده نوعی عامل اکتسابی هستند.

۴ پرتوی فرابنفش یکی از عوامل جهش‌زای فیزیکی است. این پرتو، باعث تشکیل پیوند بین دو تیمین مجاور هم در دنا می‌شود که به آن دوپار(دیمر) تیمین می‌گویند؛ دوپارتیمین با ایجاد اختلال در عملکرد آنزیم دنابســـپاراز، همانند سازی دنا را با مشکل مواجه می‌کند؛ ازمواد شیمیایی جهش‌زا می‌توان به بنزوپیرن اشاره کرد که در دود سیگار وجود دارد و جهشی ایجاد می‌کندکه به سرطان منجر می‌شود؛ هر دوی این تغییرات، دائمی هستند! اصلاً آتیش همه چی از زیر سر همین دائمی بودنه وگرنه که اصلاً جهش نمی‌شد، ما هم کاری باهاش نداشتیم چون می‌اومد یه سر و گوشی آب می‌داد می‌دید خبری نیست می‌رفت؛ نه مثل این جهش که میاد میگه خب خبری نیست؟ عیبی نداره من خودم خبر رو می‌سازم اصلاً!

زیست‌شناسی

خیلی سبز زیست شناسی
۱۴۰۴/۷/۲۵

۱ در بخشی از کتاب درسی، آزمایشات دانشمندی در سه مرحلهٔ کلی آورده شده است که به بحث‌ها و پژوهش‌های چندساله دربارهٔ ماهیت مادهٔ ژنتیک خاتمه داد. در هر مرحله‌ای از این آزمایشات که از پروتئازها استفاده شد، کدام مورد زیر مشاهده می‌شود؟

آزمایش اول و سوم ایوری و همکاران

۱) عدم تجزیهٔ مادهٔ وراثتی
۲) انتقال صفت بین یاخته‌های زنده
۳) عدم استفاده از گریزانه (سانتریفیوژ)
۴) قرارگیری باکتری‌ها در چهار ظرف متمایز

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ آزمایش‌های ایوری

Hint در آزمایشات ایوری و همکارانش، ماهیت مادهٔ وراثتی تعیین شد. در اولین و سومین مرحلهٔ آزمایشات آن‌ها، از آنزیم‌های تجزیه‌کنندهٔ پروتئین (پروتئازها) استفاده شد.

درس Box

مروری بر آزمایشات ایوری و همکارانش ...

مراحل آزمایشات ایوری و همکاران

- **مرحلهٔ اول:** تخریب پروتئین‌ها در عصارهٔ استخراج‌شده از باکتری‌های پوشینه‌دار کشته‌شده ← اضافه‌کردن باقی‌ماندهٔ این عصاره به محیط کشت باکتری بدون پوشینه ← پوشینه‌دارشدن باکتری‌ها (انتقال صفت انجام شد) ← پروتئین مادهٔ وراثتی نیست!
- **مرحلهٔ دوم:** گریزانه‌کردن عصارهٔ استخراج‌شده از باکتری‌های پوشینه‌دار کشته‌شده ← جداشدن مواد درون عصاره به صورت لایه‌لایه (هر نوع از مواد آلی در یک لایهٔ جداگانه قرار می‌گیرند) ← اضافه‌کردن هر لایه به صورت جداگانه به محیط کشت باکتری بدون پوشینه ← انتقال صفت فقط با اضافه‌کردن لایهٔ حاوی دنا صورت می‌گیرد ← دنا مادهٔ وراثتی است.
- **مرحلهٔ سوم:** تقسیم‌کردن عصارهٔ استخراج‌شده از باکتری‌های پوشینه‌دار کشته‌شده به ۴ بخش ← اضافه‌کردن نوعی آنزیم تخریب‌کنندهٔ یک گروه از مواد آلی به هر بخش ← انتقال هر بخش به محیط کشت باکتری بدون پوشینه ← انتقال صفت فقط در ظرفی انجام نمی‌گیرد که حاوی آنزیم تخریب‌کنندهٔ دنا است ← دنا قطعن مادهٔ وراثتی است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

تنها در دومین مرحلهٔ این آزمایشات، از گریزانه استفاده شد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در سومین آزمایش، مادهٔ وراثتی در یکی از ظرف‌ها تجزیه شد.

گزینهٔ (۲): توجه کنید که در هر سه مرحله، انتقال صفت انجام شد، اما بین عصارهٔ استخراج‌شده از باکتری‌های پوشینه‌دار کشته‌شده و باکتری‌های زندهٔ بدون پوشینه (نه بین یاخته‌های زنده)

گزینهٔ (۴): این مورد مربوط به مرحلهٔ سوم است. در مرحلهٔ اول، فقط یک ظرف داشتیم که در آن پروتئین‌ها تخریب شده بودند.

زیست‌شناسی

۲ **کدام ویژگی، دربارهٔ هیچ‌یک از کاتالیزورهای زیستی فعال در یاخته‌های کبدی انسان صادق نیست؟**

۱) در طی شرکت در واکنش‌های شیمیایی مصرف می‌شوند.

۲) پس از قرارگرفتن مواد سمی در جایگاه فعال آن‌ها، به فعالیت صحیحشان ادامه می‌دهند.

۳) با اثر بر یک نوع پیش‌مادهٔ خاص، قادر به تولید چند نوع فراوردهٔ مختلف در درون یاخته می‌باشند.

۴) بدون نیاز به شکل‌گیری جایگاه فعال در نتیجهٔ تشکیل ساختار سوم پروتئینی، به انجام واکنش‌های شیمیایی می‌پردازند.

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ آنزیم‌ها

پاسخ خیلی تشریحی ✔

براساس متن کتاب درسی، می‌دانیم که هیچ آنزیمی در طی واکنش‌های شیمیایی مصرف نمی‌شود. (در انتهای واکنش دست‌نخورده باقی می‌ماند)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): آنزیم‌هایی که در تجزیهٔ مواد سمی و خنثی‌کردن آن‌ها نقش دارند، با ورود مواد سمی به جایگاه فعال آن‌ها، به فعالیت صحیح خود ادامه می‌دهند. مثلن در کبد، آمونیاک سمی توسط واکنش‌های آنزیمی به اوره با سمیت کم‌تر تبدیل می‌شود.

نکته الزامن هر آنزیمی که نوعی مادهٔ سمی در جایگاه فعال آن قرار می‌گیرد، غیرفعال نمی‌شود؛ مثل آنزیم‌های تجزیه‌کنندهٔ مواد سمی.

گزینهٔ (۳): بعضی از آنزیم‌ها در انجام واکنش‌های ترکیب نقش دارند و بعضی از آن‌ها در انجام واکنش‌های تجزیه مؤثر هستند، بنابراین بعضی از آنزیم‌ها (آنزیم‌های مربوط به واکنش‌های تجزیه)، با اثر بر یک پیش‌ماده باعث ایجاد چند ماده یا همان محصول واکنش می‌شوند. این محصول‌ها، همگی می‌توانند از یک نوع باشند یا انواع مختلفی داشته باشند.

گزینهٔ (۴): آنزیم‌ها در انجام واکنش‌های شیمیایی نقش دارند. آنزیم‌های پروتئینی برای تشکیل جایگاه فعال، نیاز به ایجاد شکل سه‌بعدی خاصی در نتیجهٔ تشکیل ساختار سوم و یا چهارم پروتئینی خود دارند؛ اما باید دقت کنید که همهٔ آنزیم‌ها پروتئینی نیستند (مثلن رنای رناتنی) و به همین دلیل این گزینه درسته!

زیست‌شناسی

۳ کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر، مناسب است؟

«**فقط یکی از آنزیم‌های شرکت‌کننده در فرایند همانندسازیِ دنا که بلافاصله بعد از تشکیل دوراهی همانندسازی، فعالیت خود را آغاز می‌کند،** ..... .»

دنابسپاراز و آنزیم‌های دیگر!

۱) مارپیچ دنا و دو رشتهٔ آن را از هم باز می‌کند

۲) در ساخت یک رشتهٔ دنا در مقابل رشتهٔ الگو نقش دارد

۳) بین گروه فسفات و گروه هیدروکسیل، پیوند اشتراکی می‌سازد

۴) فاقد توانایی شکستن پیوند اشتراکی در فعالیت بسپارازی خود است

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ همانندسازی

درس Box

آنزیم‌های مرتبط با همانندسازی

- قبل از شروع همانندسازی ← بازکردن پیچ‌وتاب فامینه و جداکردن پروتئین‌های همراه دنا
- **هلیکاز** ← شروع‌کنندهٔ همانندسازی + بازکنندهٔ مارپیچ دنا و دو رشتهٔ دنا از هم + شکستن پیوندهای هیدروژنی موجود در پله‌های نردبان دنا
- **دنابسپاراز** ← یکی از مهم‌ترین آنزیم‌های فعال در ایجاد یک رشتهٔ دنا در برابر رشتهٔ الگو + جفت‌کردن نوکلئوتید مکمل با نوکلئوتید رشتهٔ الگو + ایجادکنندهٔ پیوند فسفودی‌استر بین نوکلئوتیدهای رشتهٔ در حال ساخت + توانایی انجام ویرایش (جداکردن نوکلئوتید اشتباهی قرارگرفته در رشتهٔ در حال ساخت)
- آنزیم‌های دیگر ← کتاب درسی درمورد فعالیت‌های آن‌ها به طور دقیق صحبت نکرده است، اما این‌ها هم در ساخت رشتهٔ جدید نقش دارند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در فرایند همانندسازی دنا، پس از تشکیل دوراهی همانندسازی، آنزیم دنابسپاراز و سایر آنزیم‌هایی که در ساخت رشتهٔ مکمل با رشتهٔ الگو شرکت دارند، فعالیت خود را آغاز می‌کنند. از این بین، فقط دنابسپاراز است که بین گروه فسفات یک نوکلئوتید و گروه هیدروکسیل از قند نوکلئوتید دیگر، پیوند اشتراکی می‌سازد.

گول نخوری ✘

هلیکاز هم آنزیمی است که در همانندسازی نقش دارد، اما این آنزیم، خودش دوراهی همانندسازی را ایجاد می‌کند نه این‌که تازه بعد از این اتفاق، فعالیت خود را آغاز کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): این مورد مربوط به هلیکاز است. هلیکاز قبل از تشکیل دوراهی همانندسازی، عملکرد خود را آغاز می‌کند. به عبارتی با شروع فعالیت هلیکاز، دوراهی همانندسازی ایجاد می‌شود.

گزینهٔ (۲): طبق متن کتاب، علاوه بر دنابسپاراز، آنزیم‌های دیگری هم هستند (کتاب درسی، *اسمشون رو نیاورده*) که در تشکیل رشتهٔ دنا در مقابل رشتهٔ الگو نقش دارند.

نکته

درست است که طی همانندسازی به‌جز دنابسپاراز، آنزیم‌های دیگری هم در تشکیل رشتهٔ جدید دنا نقش دارند، اما حواستان باشد که فقط دنابسپاراز است که نوکلئوتیدهای جدید را به رشتهٔ در حال ساخت اضافه می‌کند؛ بقیه آنزیم‌ها کارهای دیگری می‌کنند که نتیجه‌اش ساخته‌شدن دنا است.

گزینهٔ (۴): دنابسپاراز فعالیت بسپارازی دارد و در این فعالیت، پیوند اشتراکی بین فسفات‌ها، در نوکلئوتیدهای آزاد را می‌شکند.

نکته

دنابسپاراز در هر دو فعالیت بسپارازی و نوکلئازی خود، نوعی پیوند اشتراکی را می‌شکند. در فعالیت بسپارازی خود، پیوند بین فسفات‌ها در نوکلئوتیدهای آزاد را می‌شکند و در فعالیت نوکلئازی خود، پیوند فسفودی‌استر را.

۴ **با توجه به اطلاعات کتاب درسی دربارهٔ انواع نوکلئیک اسیدهای دورشته‌ای در یاخته‌های مورولا، نوکلئیک اسیدی که ساختار حلقوی دارد نسبت به نوکلئیک اسیدی که ساختار خطی دارد، چه مشخصه‌ای دارند؟ (در نظر بگیرید هر یک در زمان مشابهی همانندسازی می‌شوند.)**

۱) توسط تعداد غشای کم‌تری محصور شده است.

۲) همانندسازی را در جهات بیشتری انجام می‌دهد.

۳) تعداد دوراهی‌های همانندسازی بیشتری دارد.

۴) برای تکثیر آن، مقدار نوکلئوتیدهای آزاد کم‌تری مصرف می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ دنا

Hint

در یاخته‌های یوکاریوتی، مولکول‌های دنا دورشته‌ای و رنا، تک‌رشته‌ای هستند، پس سؤال راجع به دنا است. در این یاخته‌ها، دنای اصلی در هسته قرار داشته و ساختار خطی دارد. در حالی که دنای سیتوپلاسمی‌که شامل دنای میتوکندری (در یاختهٔ جانوری) است، ساختاری حلقوی دارد.

درس Box

مقایسهٔ انواع مختلف دنا در یاخته‌ها:

دنای خطی	دنای حلقوی
در هستهٔ یاخته‌های یوکاریوتی وجود دارد.	در باکتری‌ها و در اندامک‌های راکیزه و دیسهٔ یاخته‌های یوکاریوتی دیده می‌شود. در برخی یوکاریوت‌ها (مثل مخمرها) پلازمید حلقوی هم داریم.
در زمان تقسیم یاخته‌ای در تماس با محتویات سیتوپلاسم قرار می‌گیرد.	در باکتری‌ها همواره در تماس با محتویات سیتوپلاسم است.
بیشتر نوکلئوتیدهای آن در هر رشته، در دو پیوند فسفودی‌استر شرکت دارند؛ آخری‌ها فقط در یک پیوند شرکت دارند.	همهٔ نوکلئوتیدهای آن در هر رشته، در دو پیوند فسفودی‌استر شرکت دارند.
هر رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی سازندهٔ آن، دو انتهای متفاوت دارد؛ یک انتها فسفات و انتهای دیگرهیدروکسیلِ قند.	رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدی سازندهٔ آن دو انتهای متفاوت ندارند.
به غشای یاخته یا هسته اتصال ندارد.	دنای اصلی باکتری‌ها به غشای یاخته اتصال دارد.
تعداد نوکلئوتیدهای سازندهٔ آن از تعداد پیوندهای فسفودی‌استر بین آن‌ها بیشتر است.	تعداد نوکلئوتیدها با تعداد پیوندهای فسفودی‌استر بین آن‌ها، برابر است.
هیستون‌ها یکی از انواع پروتئین‌هایی است که به آن متصل می‌شود.	انواعی از پروتئین‌ها می‌تواند به آن متصل شود، مثل دنابسپاراز و رنابسپاراز.
می‌تواند تعداد زیادی جایگاه آغاز همانندسازی داشته باشد که بسته به مراحل رشد و نمو هم تغییر می‌کنند.	معمولن یک جایگاه آغاز همانندسازی دارد.

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به اطلاعات کتاب درسی، کروموزوم‌های اصلی در یاختهٔ جانوری، هر یک اندازهٔ بزرگ‌تر و مقدار نوکلئوتیدهای بیشتری نسبت به دنای حلقوی میتوکندری دارند؛ بنابراین برای تکثیر دنای حلقوی میتوکندری، نوکلئوتیدهای آزاد کم‌تری مصرف می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): دنای اصلی در یوکاریوت‌ها، درون هسته قرار دارد که دارای پوشش دولایه (غشای بیرونی و درونی) است. *هواستون باشه* که میتوکندری نیز دارای دو غشای بیرونی و درونی است. این موضوع از شکل ۹ کتاب درسی‌تان در فصل اول زیست‌شناسی ۱، قابل برداشت است. پس هر دو توسط تعداد غشای برابری محصور شده‌اند.

گزینهٔ (۲): هم در دنای حلقوی و هم در دنای خطی، همانندسازی می‌تواند به صورت دوجهتی پیش برود.

گزینهٔ (۳): با توجه به این‌که مقدار دنای خطی از دنای حلقوی بیشتر است و طبق توضیح سؤال که هر دو در یک زمان مشابه همانندسازی می‌شوند، می‌توان نتیجه گرفت که تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی در دنای خطی بیشتر از دنای حلقوی است.

۵ کدام مورد، در خصوص آزمایشات یا نتایج کارهای گریفیت، نادرست است؟

۱) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم استفاده از باکتری‌های زندهٔ بدون پوشینه، سبب مرگ موش شد.

۲) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم تزریق باکتری‌های زنده به موش، شاهد زنده‌ماندن موش بود.

۳) در یکی از آزمایشات خود، باکتری‌های پوشینه‌دار زنده را در محلی غیر از خون موش‌های مرده مشاهده کرد.

۴) در یکی از آزمایشات خود، بدون پی‌بردن به ماهیت مادهٔ ژنتیک، نحوهٔ انتقال آن بین یاخته‌های زنده را متوجه شد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ آزمایش‌های گریفیت

درس Box

آزمایش‌های گریفیت:

مراحل آن: ۱) باکتری‌های استرپتوکوکوس نومونیای زنده و پوشینه‌دار به موش‌ها تزریق شد ← ابتلا به سینه‌پهلو و مرگ موش‌ها

- یاخته‌های سیستم ایمنی موش مثل لنفوسیت‌های B، بیگانه‌خوارها و پروتئین‌هایی مثل پادتن‌ها با این عامل بیگانه مبارزه کردند (یعنی فعال‌شدن دفاع اختصاصی و غیراختصاصی).
- وجود پوشینه مانع عملکرد یا تأثیر کامل سیستم ایمنی بر روی باکتری‌ها می‌شود (سیستم ایمنی نمی‌تواند، پوشینه‌دارها را نابود کند) و به همین دلیل موش‌ها بیمار می‌شوند.

۲) باکتری‌های زنده و فاقد پوشینه به موش‌ها تزریق شد ← موش‌ها زنده ماندند.

- دستگاه ایمنی با عامل بیگانه مبارزه می‌کند و می‌تواند عامل بیماری‌زا را نابود کند و به دلیل مرگ آن‌ها، موش‌ها بیمار نمی‌شوند.

۳) باکتری‌های پوشینه‌دار کشته‌شده با گرما به موش‌ها تزریق شد ← زنده‌ماندن موش‌ها

- دستگاه ایمنی با آنتی‌ژن‌هایی که در عصارهٔ باکتری‌های کشته‌شده وجود دارد، مبارزه می‌کند (درست مثل وقتی که واکسن می‌زنیم، چراکه یکی از روش‌های تهیهٔ واکسن، استفاده از میکروب کشته‌شده است).
- وجود پوشینه به تنهایی سبب مرگ موش‌ها نمی‌شود.

۴) مخلوطی از باکتری‌های پوشینه‌دار کشته‌شده و فاقد پوشینهٔ زنده به موش‌ها تزریق شد ← بیمارشدن و مرگ موش‌ها

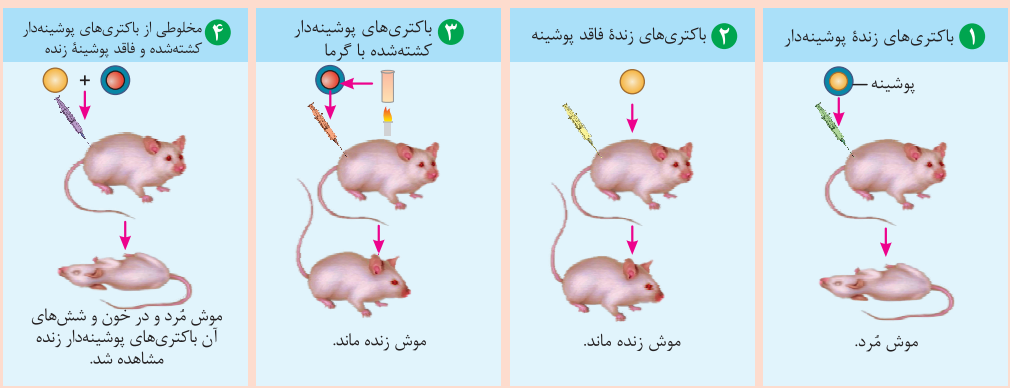
- گروهی از باکتری‌های زندهٔ فاقد پوشینه، پوشینه‌دار شدند ← مادهٔ وراثتی می‌تواند منتقل شود.
- ماهیت این مادهٔ وراثتی و چگونگی انتقال آن در زمان گریفیت مشخص نشد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گریفیت در آزمایشات خود به ماهیت مادهٔ وراثتی و چگونگی انتقال آن از یاخته‌ای به یاختهٔ دیگر، پی نبرد! فقط متوجه شد مادهٔ وراثتی *(که هنس اون رو به درستی نمی‌دونست!)* می‌تواند به یاختهٔ دیگری منتقل شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): گریفیت در آزمایش چهارم خود از باکتری‌های بدون پوشینهٔ زنده و همچنین باکتری‌های پوشینه‌دار کشته‌شده، استفاده کرد که در این آزمایش، موش مرد.



گزینهٔ (۲): در دومین آزمایش گریفیت، باکتری‌های بدون پوشینهٔ زنده به موش تزریق شدند که نتیجهٔ آن، زنده‌ماندن موش بود.
گزینهٔ (۳): در آزمایش چهارم، باکتری‌های پوشینه‌دار را در خون و شش‌های موش مشاهده کرد. گریفیت در این آزمایش، از باکتری‌های پوشینه‌دار مرده استفاده کرده بود و چون انتظار نداشت موش‌ها بمیرند، خون و شش‌های آن‌ها را بررسی کرد و متوجه حضور باکتری‌های پوشینه‌دار در این بخش‌ها شد.

کنکور

کدام مورد، در خصوص آزمایشات یا نتایج کارهای گریفیت، نادرست است؟ *(سؤال ۲ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)*

۱) به بحث‌ها و پژوهش‌های چندساله دربارهٔ ماهیت مادهٔ ژنتیک خاتمه داد.
۲) دریافت که یک ویژگی ارثی می‌تواند از نوعی یاختهٔ زنده به نوعی یاختهٔ دیگر منتقل شود.
۳) در یکی از آزمایشات خود ملاحظه کرد که تعداد زیادی از باکتری‌های فاقد پوشینه، پوشینه‌دار شدند.
۴) در یکی از آزمایشات انجام‌شده، باکتری‌های پوشینه‌دار زنده را در محلی غیر از خون موش‌های مرده مشاهده کرد.

۶ کدام عبارت در خصوص پیوندهایی که در ساختار «عامل اصلی انتقال صفات وراثتی» حضور دارند، نادرست است؟

فسفودی‌استر + هیدروژنی + پیوندهای اشتراکی درون نوکلئوتیدها

۱) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است، می‌تواند توسط یکی از آنزیم‌های همانندسازی تشکیل و شکسته شود.

۲) پیوندی که در محل دوراهی‌های همانندسازی تخریب می‌شود، می‌تواند بین دو حلقهٔ شش‌ضلعی بازهای آلی برقرار گردد.

۳) پیوندی که دو رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی را مقابل یکدیگر نگه می‌دارد، برای تشکیل‌شدن به فعالیت مستقیم آنزیم وابسته نیست.

۴) پیوندی که دو بخش آلی در زیرواحدهای سازندهٔ آن را به هم متصل می‌کند، منحصراً بین دو حلقهٔ آلی پنج‌ضلعی برقرار می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ پیوندهای مولکول دنا

Hint

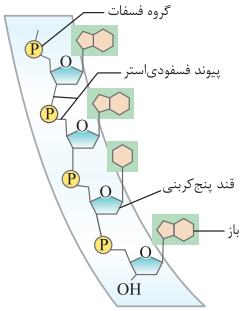
منظور صورت سوال، مولکول دنا است که بین زیرواحدهای سازندهٔ آن، پیوندهای هیدروژنی و فسفودی‌استر وجود دارد. دقت کنید علاوه بر این پیوندها، در ساختار نوکلئوتیدها هم، سه بخش دیده می‌شود که شامل باز آلی، قند و گروه فسفات است. این بخش‌ها توسط پیوندهای اشتراکی به هم متصل شده‌اند، پس باید این دسته از پیوندها را هم در نظر گرفت.

درس Box

پیوند فسفودی‌استر	پیوند هیدروژنی
نوعی پیوند اشتراکی است که در یک رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی بین نوکلئوتیدهای مجاور تشکیل می‌شود.	نوعی پیوند غیراشتراکی است که در برخی نوکلئیک‌اسیدها، بین نوکلئوتیدهای مقابل هم تشکیل می‌شود.
در تشکیل این پیوند، **فسفات** یک نوکلئوتید به گروه **هیدروکسیل** (OH) از قند مربوط به نوکلئوتید دیگر متصل می‌شود.	این پیوند، بین باز آلی یک نوکلئوتید با باز آلی مکمل خود در نوکلئوتید مقابل تشکیل می‌شود.
در هر نوکلئیک اسید (دنا و رنا) وجود دارد.	در مولکول‌های دنا و در برخی از انواع رنا (مثلن tRNA) وجود دارد.
برای تشکیل‌شدن نیازمند آنزیم است؛ آنزیم‌های دنابسپاراز و رنابسپاراز در زمان تولید دنا و رنا بین نوکلئوتیدها، این پیوند را ایجاد می‌کنند.	برای ایجادشدن نیازمند آنزیم نیست (می‌تواند به صورت خودبه‌خودی تشکیل شود).
برای تشکیل این پیوند، انرژی مصرف می‌گردد.	ایجاد آن به صورت خودبه‌خود و در نتیجهٔ وجود رابطهٔ مکملی بین بازهای آلی نیتروژن‌دار است (A با T، A یا U و C با G).
هر پیوند فسفودی‌استر، از دو پیوند قند ـ فسفات تشکیل می‌شود.	در تشکیل آن، مولکول‌های قند و فسفات از نوکلئوتیدها دخالت ندارند.
بین دو نوکلئوتید با نوع باز آلی یکسان و یا متفاوت می‌تواند تشکیل شود.	بین دو نوکلئوتید با باز آلی متفاوت ولی مکمل ایجاد می‌شود (بین یک پورین با یک پیریمیدین).
نوعی پیوند پرانرژی است.	نوعی پیوند کم‌انرژی است.
بخش معدنی یک نوکلئوتید و بخش آلی نوکلئوتید دیگر در تشکیل آن نقش دارند.	از هر دو نوکلئوتید شرکت‌کننده در پیوند، بخش آلی آن‌ها شرکت دارد.
بخش غیرحلقه‌ای یک نوکلئوتید با بخش‌های حلقه‌ای نوکلئوتیدها در تشکیل آن نقش دارد.	بین دو حلقهٔ ۶ضلعی از دو نوکلئوتید ایجاد می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در ساختار نوکلئوتیدها، قند و باز، ساختار آلی دارند. طبق شکل کتاب درسی، قند ساختار پنج‌ضلعی دارد، اما باز آلی می‌تواند پورینی یا پیریمیدینی باشد. باز آلی پورینی، از طریق حلقهٔ پنج‌ضلعی خود با قند پیوند دارد. در صورتی که باز آلی پیریمیدینی، تنها یک حلقهٔ شش‌ضلعی دارد که از طریق پیوندی اشتراکی به قند متصل است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): بین دو قند مجاور در ساختار نوکلئیک اسیدها، پیوند فسفودی‌استر دیده می‌شود. این پیوند توسط آنزیم دنابسپاراز حین همانندسازی تشکیل می‌شود. دقت کنید که آنزیم دنابسپاراز در صورت خطا حین همانندسازی می‌تواند با فعالیت نوکلئازی خود، پیوند فسفودی‌استر را بشکند.

گزینهٔ (۲): پیوندهای هیدروژنی بین بازهای مکمل در ساختار دنا، حین تشکیل دوراهی همانندسازی توسط آنزیم هلیکاز شکسته می‌شود. دقت کنید که پیوند هیدروژنی بین باز آلی پورینی و پیریمیدینی، همواره بین دو حلقهٔ آلی شش‌ضلعی برقرار می‌شود.

نکته بازهای آلی پورینی (A و G) دارای دو حلقهٔ پنج‌ضلعی و شش‌ضلعی هستند که از طریق حلقهٔ شش‌ضلعی با باز آلی مکمل خود پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهند و از طریق حلقهٔ پنج‌ضلعی خود به قند متصل‌اند.

نکته حواستان باشد که در محل دوراهی همانندسازی، در صورت خطای همانندسازی، امکان شکسته‌شدن پیوند فسفودی‌استر هم وجود دارد؛ هم‌چنین در این محل به دلیل وقوع همانندسازی، پیوند اشتراکی بین فسفات‌ها در یک نوکلئوتید سه فسفاته هم شکسته می‌شود؛ با همهٔ این حرف‌ها، تشکیل دوراهی همانندسازی به واسطهٔ شکسته‌شدن پیوندهای هیدروژنی است.

گول نخوری ✘ تو گزینه گفته، پیوندی که ... پس اگه برای یکی از پیوندهای مورد نظر هم درست باشه، گزینه درسته، اما اگه می‌گفت هر پیوندی که ...، دیگه داستان فرق می‌کرد.

گزینهٔ (۳): پیوند هیدروژنی، دو رشته دنا را مقابل یکدیگر قرار می‌دهد. تشکیل پیوند هیدروژنی در ساختار دنا به صورت خودبه‌خودی صورت می‌گیرد، در واقع این پیوند براساس روابط مکملی بین بازهای آلی تشکیل می‌شود و این‌جوری نیست که یک آنزیم بیاید و این پیوندها را برقرار کند.

نکته شکست پیوند هیدروژنی در ساختار دنا، همواره با دخالت آنزیم رخ می‌دهد.

۷ **کدام گزینه، برای تکمیل عبارت مقابل، مناسب است؟ «در هر یاختهٔ زندهٔ دارای دنا که دنای اصلی آن به غشای یاخته اتصال ..... .»**

۱) ندارد، تعداد آنزیم‌های هلیکاز مؤثر در همانندسازی دنای هسته، مطابق مراحل رشد و نمو تغییر می‌کند

۲) دارد، همهٔ آنزیم‌های بسپاراز دارای خاصیت ویرایش، از یک قسمت از مولکول دنا به آن متصل می‌شوند

۳) ندارد، پیوند غیراشتراکی بین بازهای پورین و پیریمیدین در دنا، موجب یکسان‌شدن قطر مولکول دنا در سراسر آن می‌شود

۴) دارد، دوراهی‌های همانندسازی دارای دو آنزیم ایجادکنندهٔ پیوند فسفودی‌استر، همواره از یکدیگر دور می‌شوند

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ مقایسهٔ پروکاریوت‌ها و یوکاریوت‌ها

Hint در یاخته‌های پروکاریوتی، دنای اصلی به غشای یاخته متصل است، اما در یوکاریوت‌ها، این دنا در پوشش هسته قرار دارد و به غشای یاخته‌ای، متصل نیست.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ در مولکول دنا، پیوند هیدروژنی (نوعی پیوند غیراشتراکی) بین نوکلئوتیدهای با باز آلی مکمل ایجاد می‌شود. این پیوند همواره بین دو حلقهٔ آلی شش‌ضلعی از دو نوکلئوتید متفاوت تشکیل می‌شود که یکی از این نوکلئوتیدها فقط همین حلقهٔ شش‌ضلعی را دارد، ولی نوکلئوتید دیگر، علاوه بر این حلقه، یک حلقهٔ پنج‌ضلعی (به جز حلقهٔ قند) هم دارد، پس در پله‌های مولکول دنا، در همهٔ نقاط آن، سه حلقهٔ آلی و پیوندهای هیدروژنی مشاهده می‌شود که این موضوع سبب می‌شود قطر مولکول دنا در سراسر آن یکسان باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): میزان همانندسازی مولکول دنا در یاخته‌های مختلف یوکاریوتی، بسته به مراحل رشد و نمو آن‌ها می‌تواند متفاوت باشد، اما دقت داشته باشید اگر یاختهٔ یوکاریوتی مد نظر، اصلن قابلیت تقسیم‌شدن نداشته باشد (مثل اسپرم‌ها!)؛ اصلن مفاهیم مربوط به همانندسازی در خصوص آن مطرح نمی‌شود!

نکته یاخته‌های یوکاریوتی از نظر مولکول دنا: ۱) برخی از آن‌ها، اصلن دنا ندارند، مثل گویچه‌های قرمز بالغ ۲) بعضی از آن‌ها فقط یک هسته دارند و در هسته و میتوکندری‌های خود دنا دارند که این‌ها می‌توانند همانندسازی دنای هسته‌ای داشته باشند (مثل یاخته‌های پوست) و یا نداشته باشند (مثل ماهیچه‌های اسکلتی یا اسپرم‌ها)؛ دقت کنید دنای میتوکندری در این‌ها می‌تواند همانندسازی شود. ۳) بعضی‌ها هم بیش از یک هسته دارند، مثل همهٔ یاخته‌های ماهیچه اسکلتی و گروهی از یاخته‌های ماهیچه قلبی که در این‌ها، فقط دنای میتوکندری همانندسازی می‌کند.

گزینهٔ (۲): اغلب پروکاریوت‌ها (نه همهٔ آن‌ها) فقط یک جایگاه آغاز همانندسازی در دنای خود دارند که در این‌ها، همهٔ آنزیم‌های دنابسپاراز در یک بخش به مولکول دنای حلقوی متصل می‌شوند، اما آن‌هایی که مثلن دو جایگاه آغاز همانندسازی دارند، این موضوع برایشان صدق نمی‌کند.

گزینهٔ (۴): اگر یاختهٔ پروکاریوتی، فقط یک جایگاه آغاز همانندسازی در دنای خود داشته باشد و همانندسازی آن دوجهتی باشد، دوراهی‌های همانندسازی، ابتدا از یکدیگر دور و سپس به یکدیگر نزدیک می‌شوند.

نکته در دنای اصلی یوکاریوت‌ها، همانندسازی دنا، همواره دوجهتی است، اما در پروکاریوت‌ها، می‌تواند تک‌جهتی یا دوجهتی باشد.

زیست‌شناسی

۸ **درخصوص فام‌تن (کروموزوم) اصلی در اشرشیاکلای، کدام موارد زیر درست هستند؟ (در نظر بگیرید که در فضای درون سیتوپلاسم کروموزوم کمکی نیز حضور دارد و از نظر تعداد جایگاه آغاز همانندسازی و یک یا دو جهتی بودن همانند اغلب پروکاریوت‌ها است.)**

الف) ساختاری متشکل از دو رشتهٔ موازی است که در جهتی خاص حول محور فرضی پیچیده شده‌اند.

ب) در یک نقطهٔ ویژه از دنا، فرایند همانندسازی، آغاز شده و با رسیدن مجدد به آن پایان می‌یابد.

ج) مشابه دنای کمکی، از طریق بخش مشترکی به غشای یاخته اتصال می‌یابد.

د) تعداد ساختارهای Yشکل آن حین همانندسازی کم‌تر از دنای اصلی آغازیان است.

۱) «الف» و «د»
۲) «الف»، «ب» و «د»
۳) «ب»، «ج» و «د»
۴) «الف»، «ب»، «ج» و «د»

مشاوره تو یکی از سؤال‌های کنکور که تیپ مشابهی با سؤال ما داشت، یکی از موارد تو همهٔ گزینه‌ها تکرار شده بود (مثل مورد (د) تو این‌جا) خب این یعنی این گزینه درسته و لازم نیست بخونیدش، پس با خیالت راحت برو سراغ بقیهٔ گزینه‌ها و زمانت رو save کن.

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ پروکاریوت‌ها

پاسخ خیلی تشریحی

دنای اصلی در اشرشیاکلای، نوعی دنای حلقوی است که طبق فرض سؤال، دارای یک جایگاه آغاز همانندسازی و همانندسازی دوجهتی است.

بررسی همهٔ موارد:

الف) درست؛ مولکول دنا از دو رشتهٔ موازی تشکیل شده است که این دو رشته در جهتی خاص حول یک محور فرضی پیچیده شده‌اند و حالت مارپیچی‌شکل دنا را ایجاد کرده‌اند.

ب) نادرست؛ زمانی که دنای حلقوی فقط یک جایگاه آغاز همانندسازی داشته باشد و همانندسازی، دوجهتی رخ دهد، جایگاه آغاز در مقابل جایگاه پایان همانندسازی قرار می‌گیرد.

ج) نادرست؛ فقط دنای اصلی در بخشی از خود به غشای یاخته اتصال یافته است.

نکته در غشای پروکاریوت‌ها، فسفولیپیدها و پروتئین‌ها قرار دارند که به برخی از آن‌ها، کربوهیدرات‌ها می‌توانند متصل شوند (در سطح خارجی غشا)، دقت کنید در پروکاریوت‌ها برخلاف سایر جانداران، اسیدهای نوکلئیک هم می‌توانند به برخی مولکول‌های سازندهٔ غشا متصل شوند.

د) درست؛ تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی و دوراهی‌های همانندسازی (ساختار Yشکل) در دنای اصلی پروکاریوت‌ها کم‌تر از دنای اصلی یوکاریوت‌ها است.

زیست‌شناسی

۹ کدام مورد، درست است؟

۱) هر پروتئینی که در بخش خاصی، با ساختار نوعی مادهٔ شیمیایی مکمل است، نوعی کاتالیزور زیستی است.

۲) فقط در بعضی از پروتئین‌هایی که در حمل گاز کربن دی‌اکسید در خون مؤثرند، بخشی به نام جایگاه فعال وجود دارد.

۳) هر پروتئینی که به کمک مواد معدنی مانند آهن عملکرد خود را به انجام می‌رساند، دارای حداقل یک زنجیرهٔ آلفا است.

۴) فقط در بعضی از پروتئین‌هایی که در اکسیژن‌رسانی به تارهای ماهیچه‌ای مؤثرند، دو انتهای هر زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی از هم بسیار دورند.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ پروتئین‌ها

پاسخ خیلی تشریحی ✔ در حمل گاز کربن دی‌اکسید در خون، علاوه بر هموگلوبین (با اتصال به CO_2) آنزیم کربنیک انیدراز نیز نقش دارد. (با کمک تشکیل بی‌کربنات) هموگلوبین خاصیت آنزیمی ندارد، اما کربنیک انیدراز نوعی آنزیم است و دارای جایگاه فعال در بخشی از خود است.

نکته در حمل O_2، پروتئینی که نقش دارد، فقط هموگلوبین است که در حمل بیشترین میزان O_2 در خون نقش دارد، ولی در حمل CO_2، علاوه بر هموگلوبین، آنزیم کربنیک انیدراز هم نقش دارد که نقش آنزیم کربنیک انیدراز در حمل CO_2 در خون، بیشتر از هموگلوبین است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): گیرنده‌های مختلف (گیرندهٔ آنتی‌ژنی، گیرندهٔ پیک‌های شیمیایی و ...) به صورت اختصاصی تنها به مولکول‌های شیمیایی خاصی متصل می‌شوند. از طرفی آنزیم‌ها نیز تنها به مولکول‌های شیمیایی خاصی متصل می‌گردند. در این بین، آنزیم‌ها قادرند سرعت واکنش‌های شیمیایی را افزایش دهند (کاتالیزور زیستی هستند)؛ ولی گیرنده‌ها خیر!

گزینهٔ (۳): علاوه بر هموگلوبین و میوگلوبین که برای فعالیت خود به آهن نیاز دارند، گروهی از آنزیم‌ها هم به آهن به عنوان مادهٔ کمک‌کننده! نیاز دارند. میوگلوبین و این آنزیم‌ها، زنجیرهٔ آلفا ندارند.

گزینهٔ (۴): هم هموگلوبین و هم میوگلوبین در اکسیژن‌رسانی به تارهای ماهیچه‌ای مؤثرند. طبق شکل ۱۸ کتاب درسی در فصل اول زیست‌شناسی ۳، در هر دو پروتئین، دو انتهای هر زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی در فاصلهٔ نسبتن نزدیک از هم واقع شده‌اند.



هموگلوبین با ساختار چهارم



میوگلوبین با ساختار سوم

زیست‌شناسی

۱۰ در بخشی از کتاب درسی دهم، آزمایشی جهت بررسی اثر نوعی آنزیم بر ماده‌ای که با محلول لوگول شناسایی می‌شود، آورده شده است. با توجه به این موضوع، چند مورد برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«این آنزیم و ..... دارند.»

اثر آمیلاز بر نشاسته

الف) سلولاز، جایگاهی برای آبکافت پیوند بین مونومرهایی با شش کربن

ب) پپسین، در مقدار بسیار اندک، توانایی تولید میزان زیادی مونومر را

ج) مایه پنیر، در محیطی اسیدی و دمای ۳۷ درجه حداکثر فعالیت خود را

د) لیپاز، در انسان به صورت فعال ترشح می‌شوند و در صنایع شوینده کاربرد ویژه‌ای

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ کاربرد آنزیم‌ها در صنعت

پاسخ خیلی تشریحی ✔

منظور از صورت سوال، آنزیم آمیلاز بزاق است.

بررسی همهٔ موارد:

الف) درست؛ آنزیم آمیلاز و سلولاز به ترتیب بر روی نشاسته و سلولز (انواعی پلی‌ساکارید) اثر می‌گذارند. هر دوی این پلی‌ساکاریدها از اتصال تعداد زیادی از مونومرهای گلوکز (قند شش‌کربنی) به هم تشکیل شده‌اند و این آنزیم‌ها پیوند بین مولکول‌های گلوکز را در ساختار پلی‌ساکارید می‌شکنند.

نکته همهٔ پلی‌ساکاریدها لزومن از مونومرهای یکسانی تشکیل نشده‌اند و همهٔ آن‌ها هم لزومن گلوکز ندارند. نشاسته، سلولز و گلیکوژن انواعی از پلی‌ساکاریدها هستند که فقط گلوکز دارند.

ب) نادرست؛ آنزیم‌ها در مقدار بسیار اندک فعالیت کرده و منجر به تولید میزان زیادی فراورده می‌شوند. دقت کنید که پپسین، با اثر بر پروتئین‌ها، آن‌ها را به مولکول‌های کوچک‌تر تجزیه می‌کند، ولی سبب تولید مونومر (آمینواسید) نمی‌شود. آمیلاز هم، مونومر تولید نمی‌کند!

نکته پپسین می‌تواند هم پیوند پپتیدی بین پروتئین‌های غذا را بشکند و هم پیوند بین مونومرهای پپسینوژن را؛ چراکه پپسین با اثر بر این آنزیم (همانند HCl) آن را فعال می‌کند.

ج) نادرست؛ آنزیم آمیلاز بزاق، در محیط دهان فعالیت می‌کند که محیطی غیراسیدی است. لوزالمعده هم می‌تواند آمیلاز تولید کند که در دوازدهه فعالیت می‌کند. pH دوازدهه، قلیایی است. از طرفی بد نیست بدانید که در بزاق بی‌کربنات وجود دارد، پس این محیط نمی‌تواند اسیدی باشد.

نکته مایه پنیر، آنزیم پروتئازی است که در معدهٔ نوزاد گوسفند و گاو حضور دارد؛ بنابراین در محیط اسیدی یافت می‌شود.

د) درست؛ آنزیم‌های پروتئاز در معده و لوزالمعدهٔ انسان، به صورت غیرفعال ترشح می‌شوند، اما آمیلاز و لیپاز لوزالمعده از جمله آنزیم‌هایی‌اند که به صورت فعال از یاختهٔ سازندهٔ خود ترشح می‌گردند. در صنایع شوینده با استفاده از لیپازها، پروتئازها و آمیلازها انواعی از شوینده‌ها با قدرت تمیزکنندگی بالا تولید می‌شوند.

نکته پروتئاز معده (پپسینوژن) آنزیم غیرفعالی است که وارد معده شده و در همان‌جا هم فعال می‌شود و فعالیت می‌کند، اما پروتئاز لوزالمعده در لوزالمعده و مجاری آن غیرفعال است و در رودهٔ باریک (دوازدهه) فعال می‌شود و فعالیت می‌کند.

زیست‌شناسی

۱۱ **در کتاب درسی به مولکول‌های مارپیچی‌شکل و منظمی اشاره شده است که امکان عبور از منافذ موجود در بین برخی فسفولیپیدها را دارا می‌باشند. کدام ویژگی را می‌توان به این مولکول‌ها نسبت داد؟**

پروتئین‌ها + رنا

۱) به طور حتم نوعی مولکول مرتبط با ژن هستند که علاوه بر داشتن نیتروژن در ساختار خود، دارای دو سر متفاوت نیز می‌باشند.

۲) ممکن است با داشتن خاصیت آنزیمی در داخل هسته تولید شده و بین دئوکسی ریبوز و باز آلی، پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهد.

۳) به طور حتم در ساختار آن، بین گروه فسفات آخرین نوکلئوتید و گروه هیدروکسیل نوکلئوتید قبل آن، پیوند اشتراکی ایجاد شده است.

۴) ممکن است در آن تعداد همهٔ انواع پورین‌ها و پیریمیدین‌ها، طبق قوانین بیان‌شده توسط چارگاف با هم برابر باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ رنا و پروتئین

Hint براساس اطلاعات کتاب درسی، مولکول دنا و برخی مولکول‌های رنا و پروتئین‌ها مارپیچی‌شکل و منظم هستند. برخی پروتئین‌ها و رناها می‌توانند از منافذ غشاهای هسته عبور کنند، اما این مورد دربارهٔ دنا صادق نیست. در فصل اول زیست دهم خوانده‌اید که رناتن‌ها (که پروتئین‌ها را می‌سازند) در سیتوپلاسم هستند، ولی در هسته فعالیت نمی‌کنند، پس همهٔ پروتئین‌های یاخته در سیتوپلاسم ساخته می‌شوند. در هسته پروتئین‌های مختلفی (مثل دنابسپاراز) فعالیت می‌کنند که این‌ها پس از ساخت در سیتوپلاسم باید بتوانند بروند در هسته. هم‌چنین برخی رناها هم در سیتوپلاسم فعالیت می‌کنند، مثل رنای پیک مؤثر در پروتئین‌سازی که این‌ها هم در هسته تولید می‌شوند (چراکه دنا در هسته است و رنا از روی دنا ساخته می‌شود)، اما باید بروند به سیتوپلاسم چراکه رناتن‌ها در سیتوپلاسم هستند. جابه‌جایی این مولکول‌ها از طریق منافذ پوشش هسته است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ هر رشتهٔ دنا و رنای خطی دارای دو سر متفاوت (یکی گروه فسفات و یکی هیدروکسیل) هستند. دو انتهای یک رشتهٔ پلی‌پپتیدی هم با هم فرق می‌کند، یک سمت گروه کربوکسیل و سمت دیگر گروه آمین دارد. هم پروتئین‌ها و هم رناها، نوعی مولکول مرتبط با ژن می‌باشند و در ساختار خود دارای نیتروژن هستند.

نکته الزامن همهٔ مولکول‌های رنا و همهٔ پروتئین‌ها، ساختار مارپیچی ندارند. برخی از آن‌ها مثل رنای شکل ۴ کتاب درسی در فصل اول زیست‌شناسی ۳، ساختار مارپیچی دارند. برخی پروتئین‌ها هم می‌توانند ساختار غیرمارپیچی داشته باشند، مثل پروتئین‌هایی که در ساختار دوم خود، حالت صفحه‌ای دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): آنزیم‌های پروتئینی می‌توانند بین دئوکسی ریبوز و باز آلی، پیوند اشتراکی تشکیل دهند. این آنزیم‌ها می‌توانند در هسته فعالیت کنند، اما حواستان باشد که پروتئین‌ها در هسته ساخته نمی‌شوند. رناهای آنزیمی در هسته ساخته می‌شوند، اما در ساخت پروتئین‌ها نقش دارند (آن هم در سیتوپلاسم نه در هسته) نه نوکلئوتیدها.

نکته هر آنزیمی لزومن در سیتوپلاسم ساخته نمی‌شود بلکه ما رناهای آنزیمی هم داریم که این‌ها می‌توانند در هسته ساخته شوند.

گزینهٔ (۳): این مورد دربارهٔ رشتهٔ پروتئینی صادق نیست. در هر رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی خطی هم، گروه فسفات نوکلئوتید انتهایی در تشکیل پیوند فسفودی‌استر شرکت نمی‌کند.

گزینهٔ (۴): برابری تعداد پورین‌ها و پیریمیدین‌ها، دربارهٔ مولکول دنا صادق است *که اصلن در مولکول‌های مد نظر صورت سؤال مطرح نمی‌باشد!* البته حواستان باشد که در دنا، باز U و در رنا باز T را نداریم، پس امکان ندارد همهٔ انواع پورین‌ها و پیریمیدین‌ها در هر رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی وجود داشته باشد.

۱۲ در یاخته‌های زنده، باز آلی X در نوکلئوتیدهایی به کار می‌رود که تنها می‌توانند از نظر تعداد گروه فسفات با یکدیگر متفاوت باشند. چند مورد در خصوص هر باز آلی با این مشخصه، صحیح است؟ (نوکلئوتیدهایی را در نظر بگیرید که می‌توانند در ساختار رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدی قرار بگیرند.)

تیمین + یوراسیل

الف) در محل دوراهی همانندسازی قابل مشاهده است.

ب) همانند گروه فسفات، با یک پیوند اشتراکی به حلقهٔ قند نوکلئوتید متصل است.

ج) حلقهٔ شش‌ضلعی آن به قندی متصل است که در یک رأس خود اتم اکسیژن دارد.

د) نوکلئوتیدِ دارای آن، قندی با وزن مولکولی متفاوت با قند نوکلئوتیدِ دارای باز آلی مکمل با آن در دنا دارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ نوکلئوتیدها

Hint به طور کلی نوکلئوتیدها از نظر نوع باز آلی، نوع قند و تعداد گروه‌های فسفات با هم متفاوت‌اند. بازهای آلی تیمین و یوراسیل، هر کدام در نوکلئوتیدهایی به کار می‌روند که تنها می‌توانند از نظر تعداد گروه فسفات با هم متفاوت باشند (چراکه نوع قند نوکلئوتید تیمین‌دار قطعن دئوکسی ریبوز و نوع قند نوکلئوتید یوراسیل‌دار قطعن ریبوز است). اما بازهای آلی دیگر می‌توانند هم در دنا و هم در رنا باشند که علاوه بر تعداد فسفات، نوع قند آن‌ها هم می‌تواند با هم فرق کند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ موارد (الف) و (ج) به درستی بیان شده‌اند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) طبق شکل ۱۲ کتاب درسی در فصل اول زیست‌شناسی ۳، هر دو نوع نوکلئوتید در محل دوراهی همانندسازی قابل مشاهده‌اند.

گول نخوری ✗ همهٔ انواع نوکلئوتیدها می‌توانند در محل دوراهی همانندسازی باشند، اما همه لزومن در ساختار دنا قرار نمی‌گیرند، مثل نوکلئوتیدهای دارای باز U.

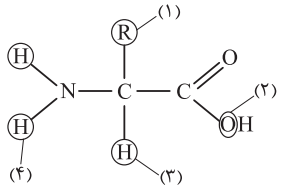
ب) بازهای آلی با یک پیوند اشتراکی به حلقهٔ قند متصل هستند؛ اما گروه فسفات با یک پیوند اشتراکی به کربنی از قند که خارج از حلقهٔ آن قرار دارد، متصل می‌شود.

ج) هر دو نوکلئوتید مذکور پیریمیدینی هستند و طبق شکل ۵ کتاب درسی، از طریق حلقهٔ شش‌ضلعی خود به قند اتصال دارند. قند ریبوز و دئوکسی ریبوز دارای یک اتم اکسیژن در یکی از رأس‌های حلقهٔ آلی خود هستند.

د) این مورد می‌تواند برای یوراسیل درست باشد که قندِ نوکلئوتیدِ دارای آن (ریبوز) از قند نوکلئوتید مکمل با آن در دنا (دئوکسی ریبوز) وزن مولکولی بیشتری دارد، اما برای تیمین که قند نوکلئوتید دارای آن و نوکلئوتید مکملش هر دو، دئوکسی ریبوز است، صحیح نیست.

نکته یک نوکلئوتید آدنین‌دار در دنا، می‌تواند با دو نوع نوکلئوتید متفاوت از نظر باز آلی مکمل باشد؛ نوکلئوتید تیمین‌دار در دنا و نوکلئوتید یوراسیل‌دار در رنا.

۱۳ **مطابق با شکل زیر، کدام عبارت صحیح است؟ (این آمینواسید، از هر دو سمت خود در تشکیل پیوند پپتیدی شرکت می‌کند.)**



۱) بخش ۲، می‌تواند در ساختار دوم پروتئین، پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.

۲) در ساختار اول پروتئین، بخش ۱ و ۴ هر آمینواسید، جهت‌گیری یکسانی با هم دارند.

۳) در ساختار صفحه‌ای پروتئین‌ها، بخش ۳ در محل تاخوردگی صفحات رشتهٔ پلی‌پپتیدی قرار می‌گیرد.

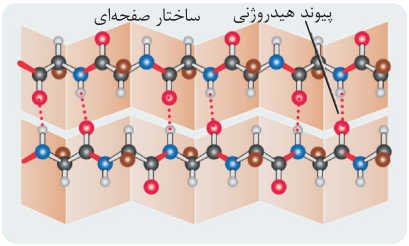
۴) بیش از ۲۰ نوع فرمول شیمیایی متفاوت برای بخش ۱، تأثیر آمینواسیدها بر شکل پروتئین را تعیین می‌کنند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ آمینواسیدها

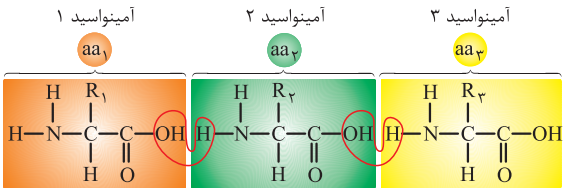
Hint بخش‌های مشخص‌شده در شکل به ترتیب شامل: ۱)گروه R ۲) بخشی از گروه کربوکسیل (اتم اکسیژن) که در تشکیل پیوند پپتیدی شرکت می‌کند. ۳) اتم H متصل به کربن مرکزی ۴) اتم هیدروژن متصل به نیتروژن گروه آمین.

پاسخ خیلی تشریحی طبق شکل مقابل و نظر کنکور سراسری، در ساختار صفحه‌ای رشتهٔ پلی‌پپتیدی، در محل تاخوردگی‌ها، اتم کربن مرکزی و بنابراین اتم هیدروژن متصل به آن همراه با گروه R قرار می‌گیرند.

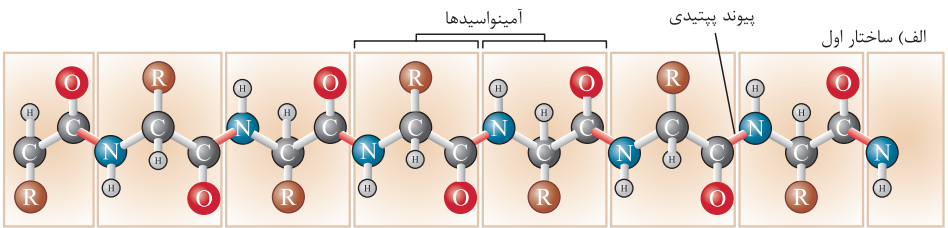


بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): با توجه به شکل زیر، بخش ۲ برای تشکیل پیوند پپتیدی از گروه کربوکسیل جدا می‌شود تا در تشکیل آب شرکت کند. حواستان باشد که در این زمان OH از کربوکسیل جدا می‌شود نه هیدروژن به تنهایی! پس بخش ۲، چون از آمینواسید جدا شده است دیگر در رشتهٔ پلی پپتیدی وجود ندارد که بخواهد در تشکیل پیوندهای هیدروژنی شرکت کند. به عبارتی اکسیژن از گروه کربوکسیل در تشکیل پیوند هیدروژنی شرکت می‌کند که با پیوند دوگانه به کربن متصل است.



گزینهٔ (۲): مطابق شکل زیر، گروه R و اتم هیدروژن مورد نظر (متصل به اتم نیتروژن)، در ساختار اول پروتئین، می‌توانند جهت‌گیری متفاوت (مخالف) با هم داشته باشند.



گزینهٔ (۴): خوب توجه کنید! به طور کلی برای گروه R آمینواسیدها، بیش از ۲۰ نوع فرمول شیمیایی متفاوت در طبیعت وجود دارد. اما آمینواسیدهایی که در ساختار پروتئین‌ها شرکت می‌کنند، حداکثر از ۲۰ نوع هستند. پس در آمینواسیدهای شرکت‌کننده در ساختار پروتئین‌ها، حداکثر ۲۰ نوع فرمول شیمیایی برای گروه R قابل مشاهده است. گروه R تعیین‌کنندهٔ تأثیر آمینواسید بر شکل پروتئین است.

۱۴ **با فرض این‌که در یک جاندار تک‌یاخته‌ای، مولکول دنای (◯) دارای بازهای آلی نیتروژن‌دار سنگین، در آزمایشی مشابه آزمایش مزلسون و استال، یک نسل مورد همانندسازی قرار بگیرد، کدام گزینه در ارتباط با مولکول‌های دنای حاصل، نادرست است؟ (محیط کشت مورد استفاده، دارای نوکلئوتیدهایی با بازهای آلی نیتروژن‌دار سبک است.)**

۱) هر نوکلئوتید دنا، با نوکلئوتیدهای یکسان از نظر نوع نیتروژن، نوعی پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهد.

۲) فقط بعضی از نوکلئوتیدهای دنا، از طریق گروه OH و فسفات خود در تشکیل پیوند شرکت می‌کنند.

۳) هر نوکلئوتید دنا به کمک دو نوع پیوند به نوکلئوتیدهای دارای نیتروژن سبک و سنگین متصل است.

۴) فقط بعضی از نوکلئوتیدهای دنا، می‌توانند به نوکلئوتید(ها)ی یکسان با خود، متصل شده باشند.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ مولکول‌های دنا

پاسخ خیلی تشریحی ✔

طبق شکل صورت سؤال، مولکول دنای مورد نظر ما، حلقوی است، پس همهٔ نوکلئوتیدهای آن از هر دو سمت خود در تشکیل پیوند فسفودی‌استر شرکت کرده‌اند. به عبارتی هم گروه OH و هم فسفات آن‌ها در این پیوند شرکت کرده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): دناهای حاصل دارای یک رشته با نوکلئوتیدهای N^{14} (تازه ساخته‌شده) و یک رشته دارای نوکلئوتیدهای N^{15} (قدیمی) هستند. پیوند اشتراکی (فسفودی استر) در مولکول‌های دنا هم، فقط بین نوکلئوتیدهای یک رشته (دارای نیتروژن یکسان با هم) تشکیل می‌شود.

گزینهٔ (۳): نوکلئوتیدهای دناهای حاصل از طریق پیوند اشتراکی با نوکلئوتیدهای دارای N^{15} و از طریق پیوند هیدروژنی با نوکلئوتیدهای دارای N^{14} پیوند هیدروژنی دارند.

گزینهٔ (۴): در یک رشتهٔ دنا، نوکلئوتیدهایی که از طریق پیوند فسفودی‌استر به هم متصل هستند، می‌توانند یکسان یا متفاوت باشند، پس بعضی از نوکلئوتیدهای ساختار دنا می‌توانند از طریق پیوند فسفودی‌استر به نوکلئوتید یکسان با خود متصل شوند.

نکته

پیوندهای هیدروژنی در یک مولکول دنا، همواره بین دو نوکلئوتید متفاوت از هم تشکیل می‌شود، اما پیوندهای فسفودی‌استر می‌تواند بین نوکلئوتیدهای یکسان یا متفاوت تشکیل شود.

زیست‌شناسی

۱۵ **با توجه به آزمایش‌های مطرح‌شده در کتاب درسی که به بررسی مادهٔ وراثتی (دنا) پرداخته‌اند، کدام گزینه به درستی بیان شده است؟**

۱) هر آزمایشی که رابطهٔ مکملی بین بازهای آلی در نتیجه‌گیری آن نقش داشت، با استفاده از پرتو ایکس انجام شد.

۲) هر آزمایشی که در آن صفات ظاهری برخی جانداران تغییر کرد، با تخریب گروهی از مولکول‌های زیستی همراه بود.

۳) هر آزمایشی که تحقیقات دانشمندان بعدی نتایج آن را تأیید کرد، با آگاهی از چندرشته‌ای‌بودن مولکول دنا انجام شد.

۴) هر آزمایشی که در آن مولکول‌های دنا با سانتریفیوژ در بخش خاصی از لوله قرار گرفتند، روش همانندسازی دنا را مشخص کرد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ آزمایش‌های دانشمندان

درس Box

در جدول زیر مطالعات برخی از دانشمندان مؤثر در شناخت مادهٔ وراثتی و ساختار آن آورده شده است:

گریفیت	در آزمایش‌های خود از باکتری‌های پوشینه‌دار و بدون پوشینهٔ استرپتوکوکوس نومونیا استفاده کرد. مشخص کرد که باکتری‌های بدون پوشینه می‌توانند تغییر کنند و پوشینه‌دار شوند که این پدیده در اثر انتقال مادهٔ وراثتی بین این یاخته‌ها رخ می‌دهد. نوع عامل وراثتی را نتوانست مشخص کند؛ به عبارتی ماهیت این ماده و چگونگی انتقال آن مشخص نشد.
ایوری و همکارانش	عامل مؤثر در انتقال صفات را، طی آزمایش‌هایی مشخص کرد و بیان کرد که دنا مادهٔ وراثتی است. طی آزمایش‌های خود مشخص کرد، انتقال مادهٔ وراثتی به باکتری‌های بدون پوشینه تنها زمانی انجام می‌شود که عصارهٔ مورد استفاده حاوی دنا باشد و زمانی که دنا تخریب شده باشد، این انتقال صفت رخ نمی‌دهد.
چارگاف	در زمان چارگاف تصور این بود که در دنا مقدار هر ۴ نوع باز آلی یکسان است. مشاهدات و تحقیقات چارگاف روی دناهای جانداران نشان داد که مقدار آدنین موجود در دنا با مقدار تیمین و مقدار گوانین با سیتوزین برابر است. دانشمندان بعد از چارگاف توانستند دلیل برابری نوکلئوتیدها را مشخص کنند، نه خود آقای چارگاف!
ویلکینز و فرانکلین	این دو دانشمند با استفاده از پرتوی X توانستند از دنا تصاویری، تهیه کنند که با مطالعه روی آن‌ها به نتایج زیر دست یافتند: دنا حالت مارپیچی دارد. دنا بیش از یک رشته دارد. تشخیص ابعاد دنا. 
واتسون و کریک	در تحقیقات خود از یافته‌های چارگاف، نتایج پژوهش ویلکینز و فرانکلین و یافته‌های خودشان استفاده کردند و مدل نردبان مارپیچ را برای DNA ارائه کردند. نکات کلیدی مدل واتسون و کریک: ۱) دنا از دو رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی تشکیل شده است که حول یک محور طولی فرضی، به دور یکدیگر پیچیده‌اند. ۲) ستون‌های این نردبان را پیوند قند ـ فسفات تشکیل می‌دهند (در این ستون‌ها پیوند فسفودی‌استر وجود دارد). ۳) پله‌های این نردبان را بازهای آلی و پیوندهای هیدروژنی بین آن‌ها تشکیل می‌دهند. ۴) بین C و G نسبت به A و T پیوند هیدروژنی بیشتری تشکیل می‌شود.
مزلسون و استال	در آزمایش‌های خود، روش همانندسازی نیمه‌حفاظتی را تأیید کردند. مراحل آزمایش: ۱) دنای دارای رشته‌های N^{15} در مجاورت نوکلئوتیدهای N^{14} همانندسازی شد و پس از سانتریفیوژ فقط یک نوار در میانهٔ لوله تشکیل شد (دارای یک رشتهٔ N^{14} و یک رشتهٔ N^{15}) ← رد همانندسازی حفاظتی ۲) دنای حاصل از مرحلهٔ اول همانندسازی (N^{15} N^{14}) یک بار دیگر همانندسازی شد و پس از سانتریفیوژ، دو نوار در لوله تشکیل شد؛ یکی در میانه (دارای یک رشتهٔ N^{15} و یک رشتهٔ N^{14}) و یکی هم در بالا دارای دو رشتهٔ N^{14}) ← رد همانندسازی پراکنده

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

زیست‌شناسی

پاسخ خیلی تشریحی

در آزمایش‌های ایوری و گریفیت، گروهی از باکتری‌ها که بدون پوشینه بودند، پوشینه‌دار شدند و صفات ظاهری جاندار تغییر کرد. در آزمایش گریفیت با کشته‌شدن باکتری‌های پوشینه‌دار می‌توان گفت حداقل ساختار غشای آن‌ها تخریب شد. حرارت باعث از بین رفتن مولکول‌های زیستی مانند لیپید و پروتئین می‌شود. در آزمایش اول و سوم ایوری هم تخریب مولکول‌های زیستی رخ داد. (در هر دو آزمایش، حداقل پروتئین‌ها تخریب شدند.)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در آزمایش مزلسون و استال هم رابطهٔ مکملی بین بازهای آلی در نتیجه‌گیری کار آن‌ها، نقش داشت که در این آزمایش از پرتو ایکس استفاده نشد. در واقع به دلیل وجود رابطهٔ مکملی بین بازها، آن‌ها توانستند الگوی صحیح همانندسازی دنا را کشف کنند. دقت کنید خود واتسون و کریک به مکمل‌بودن بازهای آلی پی بردند، نه این‌که این موضوع در نتیجه‌گیری آن‌ها نقش داشته باشد، هم‌چنین ویلکینز و فرانکلین اصلن از وجود این رابطهٔ مکملی آگاه نبودند.

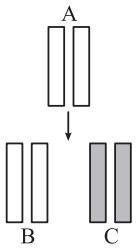
گزینهٔ (۳): آزمایش‌های چارگاف، ویلکینز و فرانکلین و واتسون و کریک توسط دانشمندان بعدی تأیید شد. چارگاف از تعداد رشته‌های دنا اطلاعی نداشت.

گزینهٔ (۴): در آزمایش‌های ایوری و مزلسون و استال از سانتریفیوژ استفاده شد. در آزمایش ایوری، کشف روش همانندسازی مطرح نبود.

زیست‌شناسی

۱۶ **شکل زیر، ترسیمی ساده مربوط به یکی از انواع الگوهای پیشنهادی برای همانندسازی دنا است. کدام گزینه با توجه به این شکل، درست بیان شده است؟ (فرض کنید تمام نوکلئوتیدهای دنای A معمولی هستند، در ضمن هر مستطیل را برابر با یک رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی در نظر بگیرید.)**

همانندسازی حفاظتی



۱) شکستن پیوند اشتراکی در این الگو تنها به واسطهٔ فعالیت نوکلئازی دنابسپاراز محتمل است.

۲) در این الگو برخلاف الگوی تأییدشده توسط مزلسون و استال، تغییر ساختار رشتهٔ الگو محتمل نیست.

۳) به دنبال ۲ دور همانندسازی دنای B با این الگو و در شرایطی مشابه با آزمایش مزلسون و استال، تشکیل نوار در میانهٔ لوله محتمل است.

۴) در پی ۴ دور همانندسازی دنای C با این الگو و در محیط دارای ^{15}N، فقط یک نوار در لولهٔ سانتریفیوژشده تشکیل می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ طرح های همانندسازی

Hint

شکل، نشان‌دهندهٔ طرح همانندسازی حفاظتی است، چراکه در آن، هر دو رشتهٔ دنای اولیه به صورت دست‌نخورده باقی مانده و وارد یکی از یاخته‌های حاصل می‌شوند. دو رشتهٔ دنای جدید هم، با هم، وارد یاختهٔ دیگر می‌شوند. از طرفی دنای A و B، فقط دارای نیتروژن ۱۴ هستند و دنای C هم فقط دارای نیتروژن ۱۵ است.

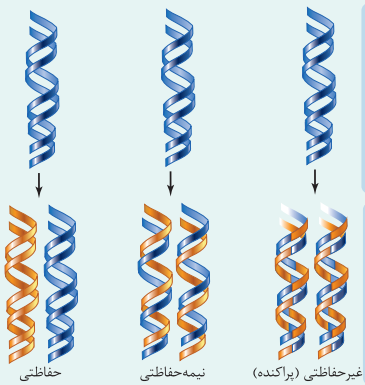
درس Box

طرح‌های پیشنهادی همانندسازی دنا

حفاظتی: هر دو رشتهٔ دنای قبلی (اولیه) به صورت دست‌نخورده باقی مانده، وارد یکی از یاخته‌های حاصل از تقسیم می‌شوند، دو رشتهٔ دنای جدید هم وارد یاختهٔ دیگر می‌شوند؛ چون دنای اولیه به صورت دست‌نخورده در یکی از یاخته‌ها حفظ شده است.

نیمه‌حفاظتی: در این طرح در هر یاخته یکی از دو رشتهٔ دنا مربوط به دنای اولیه است و رشتهٔ دیگر با نوکلئوتیدهای جدید ساخته شده است، چون در هر یاختهٔ حاصل، فقط یکی از دو رشتهٔ دنای قبلی وجود دارد.

غیرحفاظتی (پراکنده): هر کدام از رشته‌های دناهای حاصل، قطعاتی از رشتهٔ قبلی و رشتهٔ جدید را به صورت پراکنده در خود دارند.



پاسخ خیلی تشریحی

اگر دنا با نیتروژن ۱۵ (دنای C)، یک بار در محیط دارای نیتروژن ۱۵ به روش حفاظتی همانندسازی شود، در نهایت دو مولکول دنا با نوکلئوتیدهای حاوی نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. اگر این دو دنای جدید دوباره به صورت حفاظتی همانندسازی شوند، فقط دناهای دارای نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. پس در نهایت، فقط یک نوار در سانتریفیوژ ایجاد می‌شود که دناهای دارای ^{15}N دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): طی همانندسازی دنا، هنگام اضافه‌شدن هر نوکلئوتید سه‌فسفاته به انتهای رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی در حال ساخت، یعنی طی فعالیت بسپارازی دنابسپاراز، دوتا از فسفات‌های آن از نوکلئوتید جدا می‌شوند. طی فعالیت نوکلئازی دنابسپاراز نیز پیوند فسفودی‌استر برای رفع اشتباه شکسته می‌شود. پس هم طی همانندسازی دنا (فعالیت بسپارازی) و هم طی فعالیت نوکلئازی دنابسپاراز شکستن پیوند اشتراکی رخ می‌دهد.

گزینهٔ (۲): در آزمایش‌های مزلسون و استال، الگوی همانندسازی نیمه‌حفاظتی تأیید شد. در الگوی نیمه‌حفاظتی مانند الگوی حفاظتی، ساختار رشتهٔ الگوی دنا به صورت دست‌نخورده باقی می‌ماند.

گزینهٔ (۳): در آزمایش‌های مزلسون و استال، تشکیل نوار در میانهٔ لوله نیازمند تشکیل دناهایی با چگالی متوسط است. اگر همانندسازی دنا با الگوی حفاظتی صورت گیرد، هیچ دنایی با چگالی متوسط تولید نمی‌شود!

نکته

اگر همانندسازی دنا در آزمایش‌های مزلسون و استال با الگوی حفاظتی ممکن باشد، به ازای هر دور همانندسازی، تمامی دناهای تشکیل‌شده دارای چگالی سبک و سنگین هستند و در لولهٔ آزمایش هیچ‌گاه دنایی با چگالی متوسط تشکیل نمی‌شود!

۱۷ **چند مورد، دربارهٔ همانندسازی نوعی مولکول دنا صادق است که در همهٔ جانداران مورد آزمایش گریفیت یافت می‌شود؟**

الف) طی همانندسازی، امکان مشاهدهٔ رشته‌هایی نوساز واجد دو انتهای متفاوت که پیوند هیدروژنی، تشکیل داده‌اند، وجود دارد. دنای حلقوی

ب) ممکن است فعالیت آنزیم‌های هلیکاز از بیش از یک جایگاه در طول مولکول دنا آغاز گردد.

ج) هر پیوند فسفودی‌استر، هنگام اضافه‌شدن نوکلئوتیدهای تک‌فسفاته به انتهای رشتهٔ نوساز ایجاد می‌گردد.

د) در رشتهٔ نوساز، نخستین نوکلئوتید برخلاف سایر نوکلئوتیدها، ابتدا توسط انتهای OH خود پیوند فسفودی‌استر تشکیل می‌دهد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

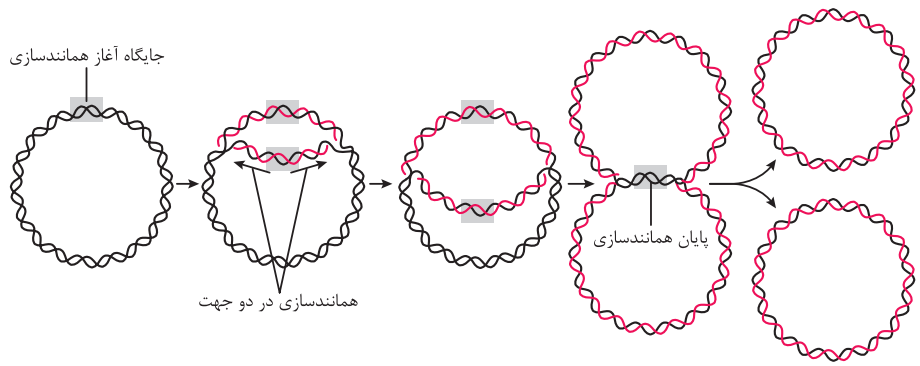
زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ همانندسازی

Hint گریفیت در آزمایشات خود از موش (یوکاریوت) و باکتری استرپتوکوکوس نومونیا (پروکاریوت) استفاده نمود. دنای حلقوی، نوعی مولکول دنا است که در جانداران پروکاریوتی و یوکاریوتی قابل مشاهده است. دنای خطی مختص یوکاریوت‌ها است و در پروکاریوت‌ها دیده نمی‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی موارد (الف)، (ب) و (د) به درستی بیان شده‌اند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) درست؛ طبق شکل می‌توان گفت، در طی همانندسازی دنای حلقوی، دو انتهای رشته‌های نوساز (در حال ساخت) هنوز به یکدیگر متصل نشده‌اند (پس دو انتهای متفاوت دارند)، این رشته‌ها از طریق پیوندهای هیدروژنی به رشتهٔ الگوی خود متصل‌اند.



ب) درست؛ طبق متن کتاب، اغلب پروکاریوت‌ها فقط یک جایگاه آغاز همانندسازی در دِنای خود دارند، پس می‌توان گفت در دنای حلقوی پروکاریوتی همانند دنای خطی یوکاریوتی می‌توان بیش از یک جایگاه آغاز همانندسازی مشاهده کرد (این موضوع دربارهٔ دنای حلقوی یوکاریوت‌ها هم می‌تواند صادق باشد). در این جایگاه‌ها دو رشتهٔ دنا در نتیجهٔ فعالیت هلیکاز از هم باز می‌شوند. همانند یوکاریوت‌ها، همانندسازی دوجهتی در باکتری‌ها نیز وجود دارد.

ج) نادرست؛ در دنای حلقوی به منظور برقراری پیوند فسفودی‌استر بین دو نوکلئوتید انتهایی رشتهٔ نوساز (برای تشکیل حلقه) این اتفاق رخ نمی‌دهد. طی همانندسازی، نوکلئوتیدها هنگام اضافه‌شدن به انتهای رشتهٔ نوساز، تک‌فسفاته می‌شوند و از طریق گروه فسفات خود به انتهای هیدروکسیل آخرین نوکلئوتید این رشته اضافه می‌شوند! ولی برای اتصال دو نوکلئوتید انتهایی به هم، چون هر دوی این نوکلئوتیدها از قبل در ساختار رشتهٔ نوساز قرار دارند، لازم نیست نوکلئوتید جدیدی به رشتهٔ در حال ساخت اضافه شود.

نکته طی همانندسازی در جانداران، می‌توان در بخش‌های بازشدهٔ دنا از هم، رشته‌های جدا از هم تازه‌ساختی را مشاهده کرد که به رشتهٔ الگوی خود در دنا متصل هستند، در نهایت برای تشکیل دنای یکپارچه، این قطعات دنا توسط پیوند فسفودی‌استر به هم متصل می‌شوند.

د) درست؛ نوکلئوتیدها هنگام اضافه‌شدن به انتهای رشتهٔ در حال ساخت، تک‌فسفاته می‌شوند و از طریق گروه فسفات خود، به انتهای هیدروکسیل آخرین نوکلئوتید رشتهٔ در حال ساخت متصل می‌شوند. *ولی اولین نوکلئوتید داستانش فرق می‌کنه!* اولین نوکلئوتید که به نوکلئوتید مقابل خود از طریق پیوند هیدروژنی متصل می‌شود هم فسفات دارد و هم هیدروکسیل و چون نوکلئوتید بعدی می‌خواهد از طریق فسفات خود به آن متصل شود، پس می‌توان گفت این نوکلئوتید با گروه هیدروکسیل خودش به انتهای فسفات دومین نوکلئوتید متصل می‌شود و آخر سر از طریق گروه فسفات خودش که آزاد مانده است به انتهای هیدروکسیل آخرین نوکلئوتید! متصل می‌شود و دنای حلقوی تشکیل می‌شود!

زیست‌شناسی

۱۸ **به منظور وقوع همانندسازی مادهٔ وراثتی در یک لنفوسیت B خاطره در مغز استخوان، کدام‌یک از موارد زیر رخ می‌دهد؟**

۱) به طور حتم تعداد پیوندهای فسفودی‌استر تشکیل‌شده در طول همانندسازی، برابر یا کم‌تر از تعداد نوکلئوتیدهای مولکول دنای قدیمی یاخته است.

۲) به طور حتم در صورت برابربودن سرعت پیشروی هلیکازها بر روی دنا، میزان یکسانی از کاهش انرژی فعال‌سازی در هر زمان از فعالیت آن‌ها دیده می‌شود.

۳) ممکن است پس از تشکیل پیوند کم‌انرژی بین دو حلقهٔ شش‌ضلعی، پیوند فسفودی‌استر بین فسفات نوکلئوتید قبلی و قند نوکلئوتید سه‌فسفاته، تشکیل شود.

۴) ممکن است نوکلئوتیدهایی که بین دو حلقهٔ پنج‌ضلعی آن‌ها پیوند وجود دارد، پس از قرارگیری در مقابل نوکلئوتید پورین‌دار، پیوند فسفودی‌استر برقرار کنند.

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ همانندسازی

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در نوکلئوتیدهای دارای باز آلی دوحلقه‌ای، حلقهٔ پنج‌ضلعی قند با حلقهٔ پنج‌ضلعی باز آلی نیتروژن‌دار پیوند اشتراکی برقرار می‌کند. به طور معمول، نوکلئوتیدهای پورین‌دار در مقابل نوکلئوتیدهای پیریمیدین‌دار قرار می‌گیرند. اما در صورتی که خطا رخ دهد، ممکن است دو نوکلئوتید پورین‌دار در مقابل هم قرار بگیرند. مثلن ممکن است نوکلئوتید آدنین‌دار در مقابل گوانین‌دار رشتهٔ الگو قرار بگیرد و با رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی در حال ساخت، پیوند فسفودی‌استر برقرار کند که این خطا طی ویرایش می‌تواند اصلاح شود.

نکته فعالیت ویرایشی دنا بسپاراز زمانی آغاز می‌شود که بین دو نوکلئوتید غیرمکمل، طی همانندسازی پیوند فسفودی‌استر تشکیل شده باشد؛ یعنی نوکلئوتید جدید که در مقابل نوکلئوتید الگو قرار می‌گیرد، با نوکلئوتید قبلی پیوند فسفودی‌استر می‌دهد و بعد پیوند هیدروژنی آن با نوکلئوتید مقابلش بررسی می‌شود که آیا صحیح است یا نه؟!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): *این گزینه دام و نکتهٔ ظفن داره* ☺! دقت کنید که در نهایت تعداد پیوندهای فسفودی‌استر جدیدی که در مولکول‌های دنای جدید مشاهده می‌شوند، برابر (در پروکاریوت‌ها) یا کم‌تر از (در یوکاریوت‌ها) تعداد نوکلئوتیدهای دنای قدیمی هستند، اما در فرایند همانندسازی ممکن است، یک نوکلئوتید به اشتباه قرار گرفته باشد و آنزیم دنابسپاراز طی فرآیند ویرایش پیوند فسفودی‌استر آن را حذف و پیوند جدیدی را ایجاد کند؛ بنابراین تعداد همهٔ پیوندهای فسفودی‌استر تشکیل‌شده طی فرایند همانندسازی می‌تواند بیشتر از تعداد نوکلئوتیدهای مولکول دنای قدیمی باشد.

گزینهٔ (۲): آنزیم‌ها، با فعالیت خود، انرژی فعال‌سازی واکنش را کاهش می‌دهند، آنزیم هلیکاز برای شکست پیوندهای هیدروژنی بین بازهای آلی A و T یا C و G انرژی متفاوتی را صرف می‌کند؛ چراکه بین دو باز C و G تعداد پیوندهای هیدروژنی بیشتری نسبت به A و T ایجاد می‌شود؛ بنابراین میزان کاهش انرژی فعال‌سازی در هلیکازهای مختلف بستگی به توالی پیشروی آنزیم دارد و در زمان‌های مختلف، بسته به نوع بازها، می‌تواند متفاوت باشد.

نکته از آن‌جایی که بین بازهای C و G تعداد بیشتری پیوند هیدروژنی وجود دارد، پس همانندسازی در بخش‌هایی از دنا که دارای تعداد بیشتری از بازهای C و G هستند، آهسته‌تر از نواحی دارای تعداد بیشتر بازهای A و T رخ می‌دهد.

گزینهٔ (۳): بازهای پورین، یک حلقهٔ شش‌ضلعی و یک حلقهٔ پنج‌ضلعی دارند. بازهای پیریمیدین، فقط یک حلقهٔ شش‌ضلعی دارند. پیوند هیدروژنی (دارای انرژی پیوند کم) بین حلقهٔ شش‌ضلعی باز آلی پورین با حلقهٔ شش‌ضلعی باز آلی پیریمیدین تشکیل می‌شود. در همانندسازی، ابتدا پیوند هیدروژنی بین بازهای آلی تشکیل شده و سپس پیوند فسفودی‌استر ساخته می‌شود، اما دقت کنید طی همانندسازی، نوکلئوتید جدید از سمت فسفات خود و نوکلئوتید قبلی از سمت OH خود در تشکیل این پیوند شرکت می‌کند. از طرفی برای تشکیل این پیوند، نوکلئوتید جدید ابتدا دو فسفات خود را از دست می‌دهد و زمانی که تک‌فسفاته شد، در تشکیل پیوند فسفودی‌استر شرکت می‌کند.

نکته طی همانندسازی، بلافاصله بعد از تشکیل هر پیوند هیدروژنی، لزومن پیوند فسفودی‌استر تشکیل نمی‌شود. بعد از اولین نوکلئوتید، دوباره باید پیوند هیدروژنی تشکیل شود (نوکلئوتید دوم مستقر شود) و بعد بین اولین و دومین نوکلئوتید پیوند فسفودی‌استر ایجاد می‌شود.

زیست‌شناسی

۱۹ در خصوص نکات‌کلیدی مدل مارپیچ دورشته‌ای دنا که توسط واتسون و کریک ارائه شد، چند مورد صحیح است؟

الف) پیوندهای ساختار پله‌های دنا برخلاف ستون‌های آن، با تولید آب ایجاد می‌شوند.

ب) متوجه شدند که ابعاد اندازه‌گیری‌شده توسط ویلکینز و فرانکلین در سراسر دنا یکسان است.

ج) قرارگیری بازهای پورینی و پیریمیدینی در مقابل هم، منجر به پایداری مولکول دنا می‌شود.

د) داده‌های حاصل از بررسی تصاویر دنا با استفاده از پرتو ایکس، به کشف نوع پیوند میان نوکلئوتیدهای دو رشتهٔ دنا کمک کرد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ مدل واتسون و کریک

پاسخ خیلی تشریحی

فقط مورد (الف) به نادرستی بیان شده است.

بررسی همهٔ موارد:

الف) نادرست؛ در ساختار پله‌های دنا، پیوندهای هیدروژنی و در ساختار ستون‌های آن، پیوندهای فسفودی‌استر وجود دارد. تولید پیوندهای فسفودی‌استر طی واکنش سنتز آبدهی صورت گرفته، پس موجب تولید آب می‌شود.

ب) درست؛ ویلکینز و فرانکلین با استفاده از پرتو ایکس از مولکول‌های دنا تصاویری تهیه کردند. با بررسی این تصاویر در مورد ساختار دنا نتایجی را به دست آوردند، از جمله این‌که ۱) دنا حالت مارپیچی و ۲) بیش از یک رشته (نه دقیقاً دو رشته) در ساختار خود دارد. البته با استفاده از این روش ۳ـ ابعاد مولکول‌ها را نیز تشخیص دادند. واتسون و کریک در مدل مولکولی خود نشان دادند که بازهای مکمل در مقابل یکدیگر قرار می‌گیرند. قرارگیری جفت بازها به این شکل، باعث می‌شود که قطر مولکول دنا در سراسر آن یکسان باشد.

ج) درست؛ قرارگیری بازهای تک‌حلقه‌ای در مقابل بازهای دوحلقه‌ای باعث پایداری مولکول دنا می‌شود، چراکه تعداد زیادی پیوند هیدروژنی سبب قرارگیری دو رشتهٔ دنا در مقابل هم می‌شود و همین مسئله سبب پایداری آن می‌شود.

د) درست؛ واتسون و کریک با استفاده از نتایج آزمایش‌های چارگاف و داده‌های حاصل از تصاویر تهیه‌شده از مولکول دنا با پرتو ایکس و با استفاده از یافته‌های خود، مدل مولکولی نردبان مارپیچ را ساختند که طبق این مدل مولکولی، بین بازهای آلی روبه‌روی هم، پیوند هیدروژنی برقرار است؛ *بنابراین واتسون و کریک از داده‌های حاصل از کارای ویلکینز و فرانکلین استفاده کردند و نوع پیوند بین نوکلئوتیدهای دورشتهٔ دنا که همون پیوند هیدروژنی باشه رو کشف کردن!*

۲۰ **با توجه به انواع ساختارهای تاخورده‌ای که در گفتار سوم فصل ۱ زیست‌شناسی دوازدهم به آن‌ها اشاره شده است، کدام مورد، در ارتباط با هر سطح ساختاری در پروتئین هموگلوبین صادق است که سبب تاخوردگی بخش‌هایی از رشتهٔ پلی‌پپتیدی می‌شود؟**

ساختار دوم و سوم

۱) تشکیل آن، بدون نزدیک‌شدن گروه R در تعدادی از آمینواسیدهای رشتهٔ پلی‌پپتیدی به یکدیگر رخ می‌دهد.

۲) پیوند هیدروژنی بین اتم هیدروژن گروه آمین و اتم اکسیژن گروه کربوکسیل برقرار می‌شود.

۳) تشکیل پیوندهای اشتراکی سبب ایجاد ثبات نسبی در ساختار پروتئین می‌شود.

۴) تشکیل پیوند هیدروژنی سبب ایجاد تاخوردگی در رشتهٔ پلی‌پپتیدی می‌گردد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ سطوح ساختاری پروتئین‌ها

Hint

هموگلوبین هر چهار سطح ساختاری را دارد که در سطوح دوم و سوم، رشتهٔ پلی‌پپتیدی دچار تاخوردگی می‌شود.

درس Box

سطوح ساختاری پروتئین‌ها:

سطوح ساختاری پروتئین‌ها	نام دیگر	تشکیل چه پیوند یا نیرویی؟	مشاهدهٔ چه پیوند یا نیرویی؟	نکات خاص ساختار
ساختار اول	توالی آمینواسیدها	پپتیدی (اشتراکی)	پپتیدی	• نوع، تعداد، ترتیب و تکرار آمینواسیدها، ساختار اول پروتئین‌ها را تعیین می‌کنند. • تغییر آمینواسید در هر جایگاه موجب تغییر در ساختار اول پروتئین می‌شود و ممکن است فعالیت آن را تغییر دهد. • با در نظر گرفتن ۲۰ نوع آمینواسید و این‌که محدودیتی در **توالی** آمینواسیدها در ساختار اول پروتئین‌ها وجود ندارد، پروتئین‌های حاصل می‌توانند بسیار متنوع باشند. • با توجه به اهمیت توالی آمینواسیدها در ساختار اول، همهٔ سطوح ساختاری دیگر در پروتئین‌ها به این ساختار بستگی دارند.
ساختار دوم	الگوهایی از پیوندهای هیدروژنی	هیدروژنی (غیراشتراکی)	پپتیدی + هیدروژنی	• بین بخش‌هایی از زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی می‌تواند پیوندهای هیدروژنی برقرار شود. • ساختار دوم در پروتئین‌ها به چند صورت دیده می‌شود که دو نمونهٔ معروف آن‌ها ساختار مارپیچ و ساختار صفحه‌ای است. • تعداد پیوندهای هیدروژنی در هر ساختار می‌تواند با ساختارهای دیگر متفاوت باشد.
ساختار سوم	تاخورده و متصل به هم	برهم‌کنش‌های آب‌گریز (پیوند بین مولکول‌ها نیستند) + پیوندهای اشتراکی غیرپپتیدی + یونی + هیدروژنی	پپتیدی + هیدروژنی + برهم‌کنش‌های آب‌گریز + اشتراکی غیرپپتیدی + یونی	• در ساختار سوم، تاخوردگی بیشتر صفحات و مارپیچ‌ها رخ می‌دهد و پروتئین‌ها به شکل‌های متفاوتی درمی‌آیند. • تشکیل این ساختار در اثر برهم‌کنش‌های آب‌گریز است (گروه‌های R آمینواسیدهایی که آب‌گریزند، به یکدیگر نزدیک می‌شوند تا در معرض آب نباشند). • تشکیل پیوندهای دیگری مانند هیدروژنی، اشتراکی و یونی ساختار سوم را تثبیت می‌کند. • با وجود این نیروها و پیوندها، پروتئین‌های دارای ساختار سوم، ثبات نسبی دارند.
ساختار چهارم	آرایش زیرواحدها	-	پپتیدی + هیدروژنی + برهم‌کنش‌های آب‌گریز + اشتراکی غیرپپتیدی + یونی	• بعضی پروتئین‌ها ساختار چهارم دارند. • این ساختار هنگامی شکل می‌گیرد که **دو یا چند** زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی در کنار یکدیگر قرار می‌گیرند و آرایش زیرواحدها در کنار هم پروتئین را تشکیل می‌دهد. • در این ساختار هر یک از زنجیره‌ها نقشی کلیدی در شکل‌گیری پروتئین دارند.

زیست‌شناسی

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در هر دو سطح سوم و دوم، بین بخش‌هایی از رشتهٔ پلی‌پپتیدی، پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): این مورد تنها در ارتباط با ساختار دوم صحیح است، در ساختار سوم، گروه‌های R هم نقش دارند.

گزینهٔ (۲): در ساختار دوم، پیوندهای هیدروژنی بین اتم‌هایی از گروه‌های آمین (H) و کربوکسیل (O) تشکیل می‌شوند، اما پیوندهای هیدروژنی که در ساختار سوم تشکیل می‌شوند، بین گروه‌های دیگری هستند (مثلن بین گروه‌های R دو آمینواسید مختلف).

گزینهٔ (۳): این مورد دربارهٔ ساختار سوم (نه دوم) صحیح است!

زیست‌شناسی

۱ کدام مورد در خصوص همهٔ کاتالیزورهای زیستی در بدن انسان صحیح است؟

آنزیم‌های پروتئینی و آنزیم‌هایی از جنس رنا

۱) یک یا چند زنجیرهٔ بدون انشعاب از آمینواسیدها دارند.

۲) تنها می‌توانند بر سرعت یک نوع واکنش انجام‌شدنی بیفزایند.

۳) شکل جایگاه فعال آن با شکل پیش‌ماده یا بخشی از آن مکمل است.

۴) تنها با کاهش انرژی فعال‌سازی می‌توانند سبب تسریع انجام واکنش شوند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: فصل ۱ـ گفتار ۳ ـ آنزیم‌ها

Hint آنزیم‌های بدن انسان می‌توانند از جنس رنا و یا پروتئین باشند.

پاسخ خیلی تشریحی در همهٔ آنزیم‌ها، شکل جایگاه فعال با شکل پیش‌ماده یا بخشی از آن مکمل است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): برخی آنزیم‌ها پروتئینی نیستند؛ مانند آنزیم رنای رناتنی که از جنس نوکلئیک‌اسید است و پیوند پپتیدی بین آمینواسیدها را در رناتن تشکیل می‌دهد.

گزینهٔ (۲): برخی آنزیم‌ها به بیش از یک نوع واکنش سرعت می‌بخشند (مانند دنابسپاراز که هم عملکرد نوکلئازی دارد و هم عملکرد بسپارازی).

گول نخوری دقت کنید آنزیم‌ها فقط سرعت واکنش‌های انجام‌شدنی را افزایش می‌دهند، نه هر نوع واکنشی را؛ به عبارتی اگر یک واکنش انجام‌نشدنی باشد، کلن انجام نمی‌شود، حتی در حضور آنزیم!

گزینهٔ (۴): آنزیم‌ها هم با کاهش انرژی فعال‌سازی و هم با افزایش امکان برخورد مناسب مولکول‌ها، می‌توانند سبب افزایش سرعت واکنش شوند.

زیست‌شناسی

۲ **کدام مورد در خصوص زیرواحد بزرگ رناتن (ریبوزوم) صادق است؟**

۱) همانند زیرواحد کوچک، در ابتدای ترجمه، رمزهٔ آغاز را شناسایی می‌کند.

۲) برخلاف زیرواحد کوچک، به بخش‌هایی از شبکهٔ آندوپلاسمی متصل می‌شود.

۳) همانند زیرواحد کوچک، رنای ناقل را کاملاً در خود جای می‌دهد.

۴) برخلاف زیرواحد کوچک، بخشی از جایگاه P را تشکیل می‌دهد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: فصل ۲ ـ گفتار ۲ ـ رناتن

پاسخ خیلی تشریحی ✔

مطابق شکل ۱۴ کتاب درسی، در فصل ۲ دوازدهم، رناتن‌های متصل به شبکهٔ آندوپلاسمی، از طریق زیرواحد بزرگ خود به این اندامک متصل‌اند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در ابتدای ترجمه، فقط زیرواحد کوچک به سمت رمزهٔ آغاز هدایت می‌شود و آن را شناسایی می‌کند.

نکته

اولین توالی از رنای پیک که توسط زیرواحد کوچک رناتن شناسایی می‌شود رمزهٔ آغاز نیست، بلکه توالی‌های دیگری هستند که قبل از رمزهٔ آغاز قرار دارند و زیرواحد کوچک ابتدا به آن‌ها متصل شده و در ادامه به سمت رمزهٔ آغاز هدایت می‌شود.

گزینهٔ (۳): اولن رنای ناقل در زیرواحد کوچک رناتن قرار نمی‌گیرد، دومن فقط در بخشی از زیرواحد بزرگ رناتن که جایگاه‌های آن را می‌سازد (E، P یا A) قرار می‌گیرد.

گزینهٔ (۴): هر دو زیرواحد در تشکیل همهٔ جایگاه‌های رناتن نقش دارند. در واقع زمانی جایگاه‌های رناتن شکل می‌گیرند که هر دو زیرواحد، هم‌زمان با هم به رنای پیک متصل باشند.

۳ **در صورتی که در یک دنای خطی، در حد فاصل دو ژن نزدیک به هم، دو راه‌انداز قرار گرفته باشد، کدام مورد صحیح است؟**

۱) جهت انجام رونویسی آن‌ها یکسان است.

۲) به طور حتم راه‌اندازهای آن‌ها به یکدیگر متصل‌اند.

۳) رشتهٔ الگوی یکی از آن‌ها در دنا، رشتهٔ رمزگذار دیگری است.

۴) هر ژن می‌تواند به طور هم‌زمان توسط انواع رنابسپارازهای مختلف رونویسی شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

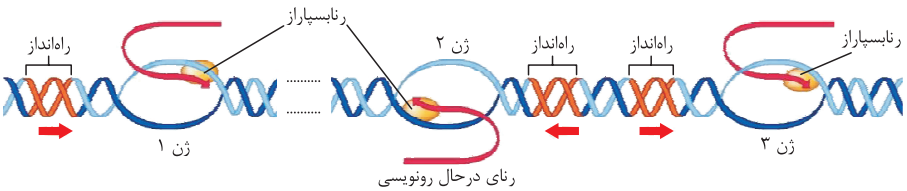
زیرمبحث: فصل ۲ ـ گفتار ۱ ـ رونویسی

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در صورتی که بین دو ژن نزدیک به هم دو راه‌انداز قرار داشته باشد، (مثل ژن ۲ و ۳ در شکل) این دو ژن در جهت مخالف یکدیگر رونویسی می‌شوند (نادرستی گزینهٔ (۱)) و رشتهٔ الگوی آن‌ها نیز با هم متفاوت است؛ یعنی رشتهٔ الگوی یکی در دنا، رشتهٔ رمزگذار دیگری خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): مطابق شکل، در حد فاصل این دو راه‌انداز ممکن است توالی بین ژنی دیگری نیز دیده شود.



گزینهٔ (۴): توجه کنید که هیچ‌گاه یک ژن نمی‌تواند توسط چند نوع رنابسپاراز رونویسی گردد.

نکته

در یاخته‌های پروکاریوتی که فقط یک نوع رنابسپاراز دارند، همهٔ ژن‌ها توسط همان رنابسپاراز رونویسی می‌شوند، اما در یاخته‌های یوکاریوتی انواع مختلفی از رنابسپارازها وجود دارند که هر کدام، ژن‌های مخصوص خودشان را رونویسی می‌کنند.

۴ در ارتباط با یک یاختهٔ یوکاریوتی، کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«به طور معمول، هر مولکول رنا که ..... .»

۱) می‌تواند به mRNA متصل شود، حامل آمینواسید است

۲) ساختار اول پروتئین‌ها را می‌سازد در تشکیل ساختار رناتن به کار رفته است

۳) پس از تولید دچار تغییرات ساختاری می‌شود، اطلاعات را از دنا به رناتن می‌برد

۴) از روی بخشی از یک رشتهٔ دنا ساخته می‌شود، در فرایند ترجمه شرکت می‌کند

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: فصل ۲ ـ گفتار ۱ ـ مولکول‌های رنا

پاسخ خیلی تشریحی

مولکول آنزیمی که با تشکیل پیوندهای پپتیدی بین آمینواسیدها، نخستین سطح ساختاری پروتئین‌ها را می‌سازد نوعی رناست که در ساختار رناتن‌ها به کار رفته است.

نکته

هر آنزیمی که در واکنش‌های ترکیب شرکت می‌کند، لزومن از جنس پروتئین نیست، بلکه می‌تواند نوعی رنا باشد و از جنس نوکلئیک‌اسید باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): هم رنای ناقل و هم رناهای کوچک مؤثر در تنظیم بیان ژن پس از رونویسی، می‌توانند به رنای پیک متصل شوند. رنای ناقل به آمینواسید متصل است، اما رناهای کوچک مکمل این‌گونه نیستند.

گزینهٔ (۳): رنای پیک می‌تواند پس از تولید دچار تغییراتی مانند پیرایش شود. هم‌چنین رنای ناقل نیز پس از تولید، تغییراتی می‌کند تا دارای شکل سه‌بعدی خاصی شود. رنای پیک، اطلاعات را از دنا به رناتن‌ها می‌برد اما رنای ناقل، آمینواسیدها را به سمت رناتن‌ها می‌برد.

گزینهٔ (۴): همهٔ رناها از روی بخشی از یک رشتهٔ دنا ساخته می‌شوند، اما همهٔ آن‌ها در ترجمه شرکت نمی‌کنند، مانند رناهای کوچک مکمل با رنای پیک! که در تنظیم بیان ژن نقش دارند.

۵ **در ارتباط با فرایند پروتئین‌سازی در اشرشیاکلای، کدام مورد غیرممکن است؟**

۱) در زمانی که ساختار رناتن (ریبوزوم) کامل می‌شود، جایگاه‌های E و A رناتن خالی هستند.

۲) پس از این‌که آمینواسید متیونین به آمینواسیدی دیگر متصل شد، رناتن به اندازهٔ یک رمزه جابه‌جا می‌شود.

۳) در زمانی که جایگاه E رناتن در حال خالی‌شدن است، tRNA حامل یک آمینواسید در جایگاه A مستقر شده است.

۴) پس از آن‌که رنای ناقل متصل به دو آمینواسید به جایگاه P وارد می‌شود، tRNA با پادرمزه UAC از جایگاه E خارج می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: فصل ۲ ـ گفتار ۲ ـ ترجمه

پاسخ خیلی تشریحی ✔ طی فرایند ترجمه، ابتدا جایگاه E خالی می‌شود و سپس رنای ناقل جدید در جایگاه A مستقر می‌گردد، نه این‌که این دو واقعه هم‌زمان باشند.

نکته طبق مطالب کتاب درسی، امکان ندارد به طور هم‌زمان، هر سه جایگاه رناتن توسط رنای ناقل اشغال شده باشند. جایگاه P و A، P و E می‌توانند هم‌زمان با هم توسط رنای ناقل پر شده باشند، اما دو جایگاه E و A هم‌زمان با هم اِشغال نمی‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در مرحلهٔ آغاز هنگامی که زیرواحد بزرگ و کوچک رناتن به هم می‌پیوندند، فقط جایگاه P با رنای ناقل اشغال شده است.

نکته زمان‌هایی از ترجمه که فقط یکی از جایگاه‌های رناتن پر شده است (توسط رنای ناقل): ۱) مرحلهٔ آغاز، ۲) ابتدای طویل‌شدن و ۳) مرحلهٔ پایان. دقت کنید در مرحلهٔ پایان، جایگاه P رناتن توسط رنای ناقل و جایگاه A توسط عوامل (عامل) آزادکننده پر شده است.

گزینهٔ (۲): پس از تشکیل هر پیوند پپتیدی، رناتن به اندازهٔ یک رمزه به سوی رمزهٔ پایان جابه‌جا می‌شود.

گزینهٔ (۴): پس از آن‌که رنای ناقل متصل به دو آمینواسید در جایگاه A به جایگاه P منتقل می‌شود، رنای ناقلی که حامل متیونین بوده است (با پادرمزهٔ UAC) با ورود به جایگاه E از رناتن خارج می‌شود.

کنکور **در خصوص فرایند ترجمه، کدام مورد را نمی‌توان بیان داشت؟** *(سؤال ۴۲ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)*

۱) پس از جداشدن رشتهٔ پلی‌پپتیدی از آخرین رنای ناقل، عامل آزادکننده رها می‌شود.

۲) قطع پیوند میان tRNA و بسپار، می‌تواند در خارج از جایگاه P رناتن (ریبوزوم) رخ دهد.

۳) هم‌زمان با اتصال رنای ناقل به رمزهٔ آغاز، جایگاه P رناتن (ریبوزوم) به طور کامل شکل می‌گیرد.

۴) در هر مرحلهٔ آن، زمان یا زمان‌هایی وجود دارد که فقط یک جایگاه رناتن (ریبوزوم) توسط tRNA پر شده است.

۶ **مطابق با اطلاعات کتاب درسی، در خصوصِ همانندسازی دنای مربوط به فام‌تن اصلی در جانداران مختلف، کدام گزینه صحیح است؟**

۱) در همهٔ آن‌هایی که ساختاری Y مانند به جایگاه آغاز همانندسازی نزدیک می‌شود، هر دنابسپاراز تنها در تولید بخشی از توالی یک رشتهٔ نوساز نقش ایفا می‌کند.

۲) در بعضی از آن‌هایی که انتهای مولکول دنا به غشای یاخته متصل می‌شود، جایگاه پایان همانندسازی در مقابل جایگاه آغاز همانندسازی واقع شده است.

۳) در همهٔ آن‌هایی که دوراهی‌های همانندسازی می‌توانند از یکدیگر دور یا به یکدیگر نزدیک شوند، چندین جایگاه آغاز همانندسازی در دنا یافت می‌شود.

۴) در اغلب آن‌هایی که ابتدا ثبات نسبی فقط یک منطقهٔ خاص از دنا را کاهش می‌دهند، تعداد دنابسپارازهای متصل به دو رشتهٔ دنا در طول حیات جاندار ثابت است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: فصل ۱ـ گفتار ۲ ـ همانندسازی

پاسخ خیلی تشریحی ✔

دنای فام‌تن اصلی در پروکاریوت‌ها، حلقوی و در یوکاریوت‌ها خطی است. اغلب پروکاریوت‌ها فقط یک جایگاه آغاز همانندسازی در دِنای خود دارند. در این جایگاه دو رشته دِنا از هم باز می‌شوند، پس می‌توان گفت به طور موقت ثبات نسبی دنا، فقط در همین بخش، کاهش می‌یابد. تعداد جایگاه‌های آغاز همانندسازی در یوکاریوت‌ها می‌تواند بسته به مراحل رشد و نمو تنظیم شود (تغییر کند)؛ به عبارتی می‌توان گفت در یوکاریوت‌ها تعداد آنزیم‌های مؤثر در همانندسازی قابل تغییر است! اما این موضوع برای پروکاریوت‌ها درست نیست و همواره یک جایگاه آغاز همانندسازی (پروکاریوت‌های مدنظر در سؤال) دارند و تعداد دنابسپارازهای متصل به آن هم ثابت است.

نکته

طی همانندسازی، به دنبال بازشدن دو رشتهٔ دنا از هم، ثبات مولکول دنا از بین نمی‌رود، چراکه این فرایند به صورت تدریجی رخ می‌دهد و هم‌زمان که پیوندهای هیدروژنی بخشی از دنا شکسته می‌شوند، پیوندهای هیدروژنی در بخش‌های دیگر در حال تشکیل هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): قسمت اول این گزینه به یوکاریوت‌ها و پروکاریوت‌ها اشاره دارد، اما قسمت دوم این گزینه در ارتباط با همانندسازی تک‌جهته در پروکاریوت‌ها صادق نیست! در پروکاریوت‌هایی با یک جایگاه آغاز همانندسازی و همانندسازی تک‌جهته، فقط یک دوراهی همانندسازی (ساختار Y شکل) تشکیل می‌شود که در ادامه به جایگاه آغاز همانندسازی نزدیک می‌شود تا همانندسازی پایان یابد. در این حالت، همهٔ یک رشتهٔ نوساز دنا توسط یک دنابسپاراز همانندسازی می‌شود. دقت کنید در یوکاریوت‌ها، دوراهی‌های مجاور متعلق به دو جایگاه متفاوت، می‌توانند به هم نزدیک شوند.

گزینهٔ (۲): دنای حلقوی انتها ندارد! در پروکاریوت‌ها که دنای حلقوی دارند، فام‌تن اصلی می‌تواند به غشای یاخته متصل شود.

گزینهٔ (۳): در ارتباط با دنای حلقوی (در پروکاریوت‌ها) با همانندسازی دوجهتی که فقط یک جایگاه آغاز همانندسازی دارند، صحیح نیست.

زیست‌شناسی

۷ **کدام گزینه، در ارتباط با آنزیم‌های موجود در بدن زنی بالغ صحیح است؟**

۱) هر آنزیم موجود در سیتوپلاسم یاخته‌ای پیکری که توسط رناتن‌های یاختهٔ دیگر ساخته شده است، در پی کاهش مساحت غشای یاخته، به آن وارد شده است.

۲) هر آنزیم فعال در حفرهٔ شکمی، به دنبال فعالیت رناتن(ها) در یاخته‌ای از بدن تولید شده و سپس از سر آمینی خود به شبکهٔ آندوپلاسمی زبر وارد شده است.

۳) هر آنزیمی که طی خون‌ریزی شدید در تبدیل پروترومبین به ترومبین نقش دارد، پس از تولید برای مدتی در کیسه‌های جدا از هم نگه‌داری می‌شود.

۴) هر آنزیم تولیدشده توسط رناتن‌های آزاد در سیتوپلاسم یاخته‌ای پیکری، پس از تولید، به واسطهٔ توالی ویژه‌ای به اندامکی با چهار لایهٔ فسفولیپیدی هدایت می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: فصل ۲ ـ گفتار ۲ ـ پروتئین‌سازی در یاخته

شکل‌نامه

پروتئین‌سازی در یاخته‌های یوکاریوتی:

۱) ریبوزوم‌ها می‌توانند در بخش‌های مختلف یک یاختهٔ یوکاریوتی باشند مثلن: الف) چسبیده به شبکهٔ آندوپلاسمی زبر، ب) آزاد در مادهٔ زمینهٔ سیتوپلاسم، ج) درون راکیزه و دیسه که در همهٔ این بخش‌هایی که گفتیم، امکان پروتئین‌سازی توسط آن‌ها وجود دارد.

۲) پروتئین‌هایی که توسط ریبوزوم‌های آزاد مادهٔ زمینه‌ای سیتوپلاسم ساخته می‌شوند چه سرنوشتی دارند؟ الف) فعالیت در همان مادهٔ زمینهٔ سیتوپلاسم، ب) می‌روند به هسته، ج) می‌روند به راکیزه، د) می‌روند به دیسه

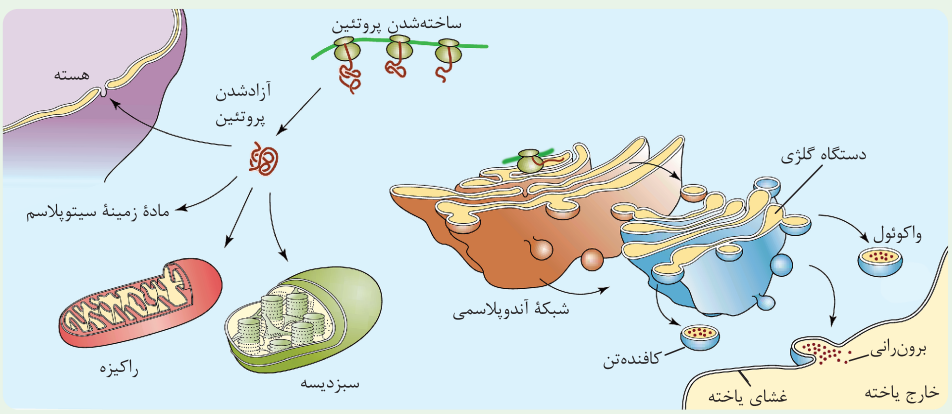
۳) پروتئین‌هایی که با کمک شبکهٔ آندوپلاسمی زبر ساخته می‌شوند چه سرنوشتی دارند؟ الف) در واکوئل قرار می‌گیرند، ب) در کافنده‌تن‌ها قرار می‌گیرند، ج) ترشح می‌شوند به خارج یاخته (به کمک ریزکیسه‌های خروجی از جسم گلژی)، د) در ساختار غشای یاخته قرار می‌گیرند.[۱]

۴) طبق شکل، همزمان با ساخته‌شدن پروتئین (تشکیل ساختار اول) امکان پیچ‌خوردن و تشکیل ساختار (های) بعدی نیز وجود دارد.

۵) پروتئین‌هایی که توسط رناتن‌های سطح خارجی شبکهٔ آندوپلاسمی زبر ساخته می‌شوند، پس از عبور از این شبکه، می‌روند به دستگاه گلژی، تغییر می‌کنند و در نهایت از آن‌جا به مقصد نهایی‌شان هدایت می‌شوند.

۶) پروتئین‌ها برای ورود به هسته باید از منافذ پوشش آن عبور کنند.

۷) وزیکول‌هایی از شبکهٔ آندوپلاسمی به دستگاه گلژی می‌آیند و وزیکول‌هایی هم از دستگاه گلژی خارج می‌شوند.



پاسخ خیلی تشریحی

آنزیم پروترومبیناز، در تبدیل پروترومبین به ترومبین نقش ایفا می‌کند. از آن‌جایی که این آنزیم در خارج از یاخته فعالیت می‌کند، توسط رناتن‌های متصل به غشای شبکهٔ آندوپلاسمی تولید شده و پس از تولید برای مدتی معین در جسم گلژی و یا ریزکیسه‌های جداشده از آن نگهداری می‌شود تا در صورت لزوم به بیرون یاخته (مثلن از یاخته‌های بافت‌ها) وارد شود.

۱- البته این پروتئین‌ها می‌توانند در خود شبکهٔ آندوپلاسمی یا دستگاه گلژی هم قرار بگیرند.

زیست‌شناسی

نکته پلاکت‌ها که قطعات یاخته‌ای هستند درون دانه‌های خود، آنزیم پروترومبیناز دارند. این دانه‌ها همان ریزکیسه‌های احاطه‌کنندهٔ ترکیبات فعال هستند.

نکته برای جلوگیری از فعالیت سریع آنزیم‌ها، راه‌حل‌های مختلفی وجود دارد، مثلن در ریزکیسه‌هایی در یاخته ذخیره شوند و یا به صورت غیرفعال ترشح شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در این گزینه به آنزیم‌های مؤثر در مرگ برنامه‌ریزی‌شدهٔ یاخته که از یاختهٔ کشندهٔ طبیعی ترشح شده و وارد یاختهٔ هدف خود می‌شوند، توجه داشته باشید. این آنزیم‌ها به واسطهٔ منفذ ایجادشده توسط پرفورین به یاختهٔ هدف وارد شده و توسط درون‌بری به یاختهٔ هدف وارد نمی‌شود. در این صورت مساحت غشا را تغییر نمی‌دهند.

گزینهٔ (۲): دقت داشته باشید که آنزیم فعال در یاخته‌های حفرهٔ شکمی بدن زن بالغ، ممکن است اصلن ترشح نشود، مثل آنزیم‌های درون‌یاخته‌ای که این‌ها توسط رناتن‌های آزاد در مادهٔ زمینهٔ سیتوپلاسم تولید می‌شوند، نه رناتن‌های متصل به شبکهٔ آندوپلاسمی.

گزینهٔ (۴): توجه داشته باشید که آنزیم‌های تولیدشده توسط رناتن‌های آزاد در سیتوپلاسم، ممکن است اصلن به درون اندامک‌های دوغشایی مثل میتوکندری وارد نشوند و در مادهٔ زمینهٔ سیتوپلاسم به فعالیت خود ادامه دهند، مانند آنزیم اتصال‌دهندهٔ آمینواسید به رنای ناقل.

۸ **مطابق با مطالب کتاب درسی، همهٔ فرایندهایی که در آن‌ها، شکسته‌شدن پیوند فسفودی‌استر در هستهٔ یک یاختهٔ کبدی رخ می‌دهد، را در نظر بگیرید. در کدام مورد، تولید مولکول آب ممکن است؟ (فرض کنید یاخته سالم است و هیچ اختلالی در فرایندهای طبیعی آن وجود ندارد.)**

پیرایش + ویرایش

۱) در واکنشی که با شکسته‌شدن پیوندهای هیدروژنی بین بازهای مکمل همراه است.

۲) در واکنشی که نوعی بسپار دارای مولکول ریبوز، به عنوان پیش‌مادهٔ آنزیم قرار می‌گیرد.

۳) در واکنشی که باعث تغییر توالی نوکلئوتیدی هر دو رشته در نوعی نوکلئیک‌اسید دورشته‌ای می‌شود.

۴) در واکنشی که به منظور جلوگیری از انتقال اشتباهات نوعی آنزیم بسپارازی به یاخته‌های حاصل از تقسیم یاخته‌ای رخ می‌دهد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: فصل ۱ـ گفتار ۲ ـ فصل ۲ ـ گفتار ۱ ـ پیرایش و ویرایش

Hint

در یک یاختهٔ یوکاریوتی، ویرایش دنای اصلی و پیرایش که هر دو با شکسته‌شدن پیوند فسفودی‌استر همراه هستند، درون هسته صورت می‌گیرند. در فرایند ویرایش که طی همانندسازی انجام می‌شود، فقط شکسته‌شدن پیوند فسفودی‌استر دیده می‌شود. اما در فرایند پیرایش (برای تغییر رنای پیک)، هم شکسته‌شدن پیوند فسفودی‌استر و هم تشکیل پیوند فسفودی‌استر انجام می‌شود. می‌دانیم که تشکیل پیوند فسفودی‌استر با تولید مولکول آب همراه است. بنابراین منظور صورت سؤال، فرایند پیرایش است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بسپار دارای مولکول ریبوز، می‌تواند نوعی رنا مثل رنای پیک باشد که طی پیرایش تغییر می‌کند. در پیرایش به منظور جداشدن رونوشت اینترون‌ها، پیوند فسفودی‌استر بین انتهای رونوشت اینترون و اگزون شکسته شده و برای تشکیل رنای پیک بالغ، دو انتهای رونوشت اگزون با پیوند فسفودی‌استر به هم متصل می‌شوند که در این زمان، مولکول آب هم تشکیل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در ویرایش، پیوندهای هیدروژنی بین بازهای مکمل شکسته نمی‌شوند؛ چون اساسن به دلیل اشتباه‌بودن قرارگیری نوکلئوتید جدید، پیوند هیدروژنی بین نوکلئوتیدهای مکمل با هم تشکیل نشده است که با جداشدن نوکلئوتید شکسته شود! در پیرایش هم که اصلن پای بازهای مکمل و پیوند هیدروژنی بین آن‌ها در میان نیست.

گزینهٔ (۳): به نظر می‌رسد این گزینه توصیفی از فرایند ویرایش باشد! چراکه پای دنا در میان است. اما در فرایند ویرایش، تنها یک رشته که در واقع همان رشتهٔ در حال ساخت می‌باشد، دچار تغییر می‌شود و رشتهٔ اولیه تغییری نمی‌کند. در پیرایش فقط یک رشته رنا داریم که دچار تغییر می‌شود.

گزینهٔ (۴): منظور ویرایش است که با اصلاح خطاهای همانندسازی مانع انتقال این خطا به نسل بعد می‌شود. حواستان باشد که در ویرایش، پیوند فسفودی‌استر فقط شکسته می‌شود.

گول‌نخوری ✘

طبق متن کتاب، به فعالیت نوکلئازی دنابسپاراز که باعث رفع اشتباه‌های همانندسازی می‌شود ویرایش می‌گویند، نه تشکیل پیوند فسفودی‌استر؛ تشکیل پیوند فسفودی‌استر جزء خاصیت بسپارازی دنابسپاراز است.

زیست‌شناسی

۹ **در نوعی روش ارائه‌شده برای همانندسازی دنا (از میان سه روش پیشنهادی)، امکان مشاهدهٔ دو نوع پیوند بین نوکلئوتیدهای جدید و قدیمی وجود ندارد. با فرض انجام آزمایش‌های مزلسون و استال با این روش، کدام مورد پس از گریزدادن دِناهای استخراج‌شده از جانداران، غیر قابل انتظار است؟**

۱) پس از گذشت ۲۰ دقیقه، دو نوار با حداکثر فاصله در لوله دیده می‌شود.

۲) پس از گذشت ۴۰ دقیقه، یک نوار در وسط و یک نوار در پایین لوله شکل می‌گیرد.

۳) پس از گذشت ۴۰ دقیقه، دو نوار با ضخامت متفاوت در لولهٔ گریزانه مشاهده خواهد شد.

۴) پس از گذشت ۲۰ دقیقه، یکی از دو نوار موجود در لولهٔ گریزانه در بالای لوله خواهد بود.

مشاوره این سؤال از اوناس که یه کم صورت طولانی و ترسناکی داره که ممکنه همون اول بخوای ولش کنی و سراغش نری توو آزمون! اما بعد این‌که تعبیرش کنی، گزینه‌هاش خیلی آسونن! پس از ظاهر سخت تستا نترس!

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: فصل ۱ ـ گفتار ۲ ـ همانندسازی

Hint

در طرح همانندســـازی نیمه‌حفاظتی، در دناهای حاصل، پیوند فسفودی‌استر بین نوکلئوتیدهای جدید با هم و نوکلئوتیدهای قدیمی، با هم وجود دارد. به عبارتی بین نوکلئوتید جدید با قدیمی، پیوند فسفودی‌استر وجود ندارد، بلکه بین این نوکلئوتیدها، فقط پیوند هیدروژنی وجود دارد. در طرح همانندســـازی غیرحفاظتی (پراکنده)، هر کدام از دناهای حاصل، قطعاتی از رشته‌های اولیه و رشته‌های جدید را به صورت پراکنده در خود دارند. با توجه به شکل کتاب درسی، در این طرح، در محل اتصال قطعهٔ جدید به قطعهٔ قدیمی، پیوند فسفودی‌استر بین این نوکلئوتیدها ایجاد می‌شود. طبق شکل می‌توان گفت در این طرح، بین نوکلئوتیدهای جدید و قدیمی با هم نیز پیوند هیدروژنی وجود دارد، به عبارتی بین نوکلئوتید جدید و قدیمی، دو نوع پیوند مشاهده می‌شود. در طرح حفاظتی هم بین نوکلئوتیدهای قدیمی با هم و بین نوکلئوتیدهای جدید با هم پیوند وجود دارد و بین قدیمی و جدید، اصلن پیوندی نداریم. پس منظور سؤال طرح همانندسازی حفاظتی و نیمه‌حفاظتی است.

در صورتی که همانندسازی به صورت حفاظتی انجام شود، همواره مولکول‌های دنای سنگین به صورت دست‌نخورده باقی می‌مانند و همهٔ مولکول‌های دنای جدید، سبک خواهند بود. بنابراین، در هر دو زمان ۲۰ و ۴۰ دقیقه، یک نوار در بالای لوله و یک نوار در پایین لوله تشکیل می‌شود؛ با این تفاوت که بعد از ۴۰ دقیقـه در طـرح حفـاظتی در محـیط دارای نیتروژن سبک (طبق آزمایش مزلسون و استال)، ضخامت نوار بالا بیشتر است و هر بار با گذشت زمان، بیشتر نیز می‌شود. **با این توضیحات، همهٔ گزینه‌ها به‌جز گزینهٔ دوم، درست هستند! دقت کردی که در این روش همانندسازی اصلن مولکولی با وزن متوسط تشکیل نمی‌شه که در وسط لوله قرار بگیره!**

پاسخ خیلی تشریحی

در همانندسازی حفاظتی پس از ۴۰ دقیقه دو نوار تشکیل می‌شود، یکی دارای چگالی سنگین و یکی هم دارای چگالی سبک. در همانندسازی نیمه‌حفاظتی هم، پس از ۴۰ دقیقه یک نوار با چگالی متوسط و یک نوار با چگالی سبک تشکیل می‌شود (نواری در پایین لوله مشاهده نمی‌شود). پس این مورد در هیچ‌یک از طرح‌های مورد نظر رخ نمی‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در همانندسازی حفاظتی، بعد از ۲۰ دقیقه یک نوار کاملن سنگین و یک نوار کاملن سبک (با حداکثر فاصله از هم)، تشکیل می‌شود.

گزینهٔ (۳): در همانندسازی حفاظتی، پس از دو دور همانندسازی، تعداد دناهای دارای فقط چگالی سبک، بیشتر از دنای دارای چگالی سنگین است. (با فرض همانندسازی در محیط کشت ^{14}N)

گزینهٔ (۴): این مورد هم در همانندسازی حفاظتی رخ می‌دهد.

گول نخوری دقت کنید که اگر گزینه‌ای دربارهٔ یکی از دو طرح مورد نظر درست باشد، یعنی قابل انتظار است و نمی‌تواند جواب ما باشد.

زیست‌شناسی

۱۰ با توجه به پژوهش‌های مطرح‌شده در فصل اول، دو گروه از دانشمندان در آزمایش‌های خود از گرما برای کشتن باکتری‌ها استفاده کردند. چند مورد از موارد زیر، می‌تواند به طور هم‌زمان در «همهٔ مراحل آزمایش یک دانشمند» و «برخی از مراحل آزمایش دانشمند دیگر» صادق باشد؟

ایوری + گریفیت

الف) وقوع انتقال صفت مورد نظر

ب) نامشخص‌ماندن ماهیت مادهٔ وراثتی

ج) تحریک دستگاه ایمنی بدن موش‌ها

د) استفاده از آنزیم تخریب‌کنندهٔ مواد آلی

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: فصل ۱ـ گفتار ۱ـ آزمایش‌های دانشمندان

Hint گریفیت و ایوری، باکتری‌های پوشینه‌دار را با گرما کشتند. دقت کنید که انتقال صفت در آزمایشات گریفیت در داخل بدن موش صورت می‌گرفت، اما در آزمایشات ایوری درون محیط کشت (که یک محیط غیرزنده هست)!

پاسخ خیلی تشریحی ✔ موارد «الف» و «ب» به درستی بیان شده‌اند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) درست؛ در همهٔ مراحل آزمایش ایوری همانند مرحلهٔ چهارم آزمایش گریفیت، انتقال صفت صورت گرفت.

ب) درست؛ در همهٔ مراحل آزمایش گریفیت همانند مرحلهٔ اول آزمایش ایوری، ماهیت مادهٔ وراثتی نامشخص بود.

ج) نادرست؛ در همهٔ مراحل آزمایش گریفیت، دستگاه ایمنی بدن موش تحریک شد. دقت کنید که ایوری در آزمایش خود از موش استفاده نکرد.

د) نادرست؛ در مراحل اول و سوم آزمایش ایوری از نوعی آنزیم تخریب‌کنندهٔ مواد آلی استفاده شد (در آزمایش اول پروتئاز و در آزمایش سوم از پروتئاز، آمیلاز، نوکلئاز و لیپاز استفاده شد)، اما در هیچ مرحله‌ای از آزمایش گریفیت از آنزیم تخریب‌کنندهٔ مواد آلی استفاده نشد.

نکته در آزمایش گریفیت، زمانی که از حرارت برای کشتن باکتری‌ها استفاده شد، برخی مولکول‌های زیستی یاخته مثل پروتئین‌ها و یا لیپیدها تخریب شدند، اما به طور اختصاصی از آنزیم‌ها برای تخریب آن‌ها استفاده نشد.

۱۱ **مطابق با اطلاعات کتاب درسی، در ارتباط با همانندسازی در یوکاریوت‌ها، کدام مورد نادرست است؟**

۱) طی همانندسازی بخشی از دنا، امکان تشکیل بخش‌های بازشدهٔ هم‌اندازه با هم وجود دارد.

۲) هر آنزیمی که طول رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی در حال ساخت را کوتاه می‌کند، خاصیت بسپارازی دارد.

۳) در دوراهی‌هایی که به هم نزدیک شده‌اند، بلافاصله پس از تشکیل هر پیوند هیدروژنی، نوعی پیوند اشتراکی می‌شکند.

۴) هر پیوند فسفودی‌استر بلافاصله پس از جداشدن دو فسفات از نوکلئوتید انتهای رشتهٔ در حال ساخت تشکیل می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: فصل ۱ـ گفتار ۲ ـ همانندسازی

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در انتهای همانندسازی در یوکاریوت‌ها، طبق شکل ۱۴ کتاب درسی در فصل اول، تعدادی قطعات جدا از هم دنا ساخته می‌شود که حالا این‌ها باید به هم متصل شوند تا دنای یکپارچه ساخته شود. در این‌جا نوکلئوتید انتهای رشتهٔ در حال ساخت، فسفات از دست نمی‌دهد، چراکه از قبل این فسفات‌ها را برای تشکیل پیوند فسفودی‌استر با نوکلئوتید قبلی، از دست داده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): بسته به نوع بازهای بخش‌های مختلف دنا، طول بخش‌های بازشدهٔ آن می‌تواند با هم برابر هم باشد؛ به شرط این‌که همانندسازی با سرعت یکسان در هر یک از این بخش‌ها در حال انجام باشد.

نکته از آن‌جا که بین بخش‌های دارای بازهای C و G پیوندهای هیدروژنی بیشتری وجود دارد، همانندسازی در این بخش‌ها، آهسته‌تر از بخش‌های دارای بازهای A و T رخ می‌دهد.

گزینهٔ (۲): دنابسپاراز در صورت انجام ویرایش، چون نوکلئوتیدی را از انتهای رشتهٔ در حال ساخت جدا می‌کند می‌تواند طول این رشته را کوتاه کند. این آنزیم خاصیت بسپارازی هم دارد.

گزینهٔ (۳): دوراهی‌های همانندسازی طی مرحلهٔ طویل‌شدن دنا در همانندسازی به هم نزدیک می‌شوند، در این شرایط پس از تشکیل پیوندهای هیدروژنی بین دو باز مکمل، پیوند اشتراکی بین دو فسفات در نوکلئوتیدی که به انتهای رشته اضافه می‌شود می‌شکند تا انرژی لازم برای تشکیل پیوند فسفودی‌استر فراهم شود.

زیست‌شناسی

۱۲ **با توجه به اطلاعات کتاب درسی دربارهٔ تنظیم بیان ژن در مرحلهٔ رونویسی در یوکاریوت‌ها، کدام مورد دربارهٔ عوامل مختلف دخیل در این فرایند نادرست است؟**

۱) توالی تنظیمی ایجادکنندهٔ خمیدگی در دِنا، به پروتئین‌های کم‌تری نسبت به توالی تنظیمی دیگر متصل است.

۲) توالی تنظیمی که نزدیک ژن قرار دارد، نسبت به توالی دیگر نقش بیشتری در تنظیم سرعت رونویسی دارد.

۳) توالی تنظیمی که تعداد فسفات‌های کم‌تری در ساختار خود دارد، به پروتئینی بزرگ‌تر از رنابسپاراز اتصال می‌یابد.

۴) توالی تنظیمی که به دو نوع پروتئین لازم جهت رونویسی اتصال می‌یابد، به عوامل رونویسی اتصال دارد که نسبت به عوامل رونویسی دیگر کوچک‌ترند.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: فصل ۲ ـ گفتار ۳ ـ تنظیم بیان ژن در یوکاریوت‌ها

درس Box

تنظیم بیان ژن در یوکاریوت‌ها می‌تواند در مراحل مختلفی باشد:

۱) در مرحلهٔ رونویسی:

- اتصال عوامل رونویسی به راه‌انداز در اتصال رنابسپاراز به آن نقش دارند. ← همان تنظیم مقدار رونویسی
- اتصال عوامل رونویسی به افزاینده در افزایش سرعت رونویسی نقش دارند. ← تنظیم مقدار و سرعت رونویسی از ژن

۲) در مرحلهٔ غیررونویسی:

- اتصال رناهای کوچک به رنای پیک ← ممانعت از ترجمهٔ رنای پیک ← تنظیم بیان ژن پس از رونویسی
- تغییر در دسترسی رنابسپاراز به ژن (دنا) با تغییر در میزان فشردگی این بخش از فام‌تن‌ها ← تنظیم بیان ژن در سطح فام‌تنی که هر چه فشردگی بیشتر، دسترسی کم‌تر و مقدار رونویسی هم کم‌تر، این نوع تنظیم، پیش از رونویسی است.
- تغییر در طول عمر رنای پیک ← افزایش طول عمر رنای پیک یعنی امکان ساخت پروتئین بیشتر و کاهش طول عمر آن یعنی امکان ساخت پروتئین کم‌تر! این نوع تنظیم بیان ژن مربوط به پس از رونویسی است.

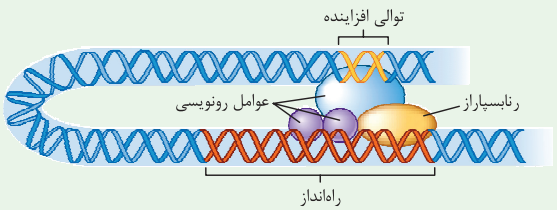
شکل‌نامه

۱) بین توالی راه‌انداز و افزاینده فاصله وجود دارد، اما هر دو قبل از ژن قرار دارند.

۲) بیش از یک عامل رونویسی می‌تواند به راه‌انداز متصل شود.

۳) طول راه‌انداز (تعداد نوکلئوتیدهایش) می‌تواند از افزاینده بیشتر باشد.

۴) عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز به هر نوکلئوتید این بخش متصل نمی‌شوند؛ تنها به گروهی از نوکلئوتیدها اتصال دارند.



۵) عوامل رونویسی با اتصال به افزاینده می‌توانند موجب خم‌شدن دنا شوند که در نتیجه، افزاینده، راه‌انداز و عوامل رونویسی متصل به آن‌ها، همه در کنار هم قرار می‌گیرند و سرعت و مقدار رونویسی افزایش می‌یابد.

۶) رنابسپاراز می‌تواند در مجاورت (تماس) با عوامل رونویسی متصل به افزاینده و راه‌انداز باشد.

پاسخ خیلی تشریحی

راه‌انداز نوعی توالی تنظیمی است که در یوکاریوت‌ها، همواره در نزدیکی ژن قرار دارد؛ اما توالی افزاینده ممکن است در فاصلهٔ دوری از ژن قرار داشته باشد. عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز، در تعیین مقدار رونویسی ژن نقش دارند (یعنی این‌که این ژن چند بار رونویسی شود)؛ اما اتصال عوامل رونویسی به افزاینده، علاوه بر مقدار رونویسی، بر سرعت رونویسی ژن هم مؤثر است.

نکته

شرط اتصال رنابسپاراز به راه‌انداز (دنا)، اتصال عوامل رونویسی به راه‌انداز است و به همین دلیل این عوامل رونویسی در مقدار رونویسی نقش دارند؛ به عبارتی حتی اگر عوامل رونویسی به افزاینده متصل نباشند، اتصال رنابسپاراز در صورتی که عوامل رونویسی به راه‌انداز متصل باشند، امکان‌پذیر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): با پیوستن عوامل رونویسی به افزاینده، یک خمیدگی در دِنا ایجاد می‌شود تا عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز و افزاینده در کنار همدیگر قرار بگیرند. همان‌طور که در شکل کتاب درسی مشخص است، راه‌انداز به تعداد بیشتری عوامل رونویسی متصل می‌شود.

گزینهٔ (۳): طبق شکل، افزاینده نسبت به راه‌انداز کوتاه‌تر است، پس تعداد فسفات‌ها و نوکلئوتیدهای کم‌تری هم دارد. عامل رونویسی متصل به توالی افزاینده از نظر ابعاد از رنابسپاراز نیز بزرگ‌تر می‌باشد.

گزینهٔ (۴): راه‌انداز علاوه بر عوامل رونویسی، به رنابسپاراز نیز متصل می‌شود، اما افزاینده فقط به عوامل رونویسی متصل است. عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز کوچک‌تر و از نظر تعداد بیشتر از عامل رونویسی متصل به توالی افزاینده می‌باشند.

۱۳ با توجه به اطلاعات کتاب درسی دربارهٔ تنظیم مثبت و منفی در باکتری اشرشیاکُلای، کدام مورد دربارهٔ مولکول‌های دی‌ساکاریدی مؤثر در شروع و یا ادامهٔ رونویسی نادرست است؟

مالتوز + لاکتوز

۱) فقط یکی از آن‌ها، باعث می‌شود تا رنابسپاراز توالی راه‌انداز را شناسایی کند و به آن اتصال یابد.

۲) هر دوی آن‌ها، با اثر محصولات سه ژن متفاوت، میزان گلوکز در دسترس باکتری را افزایش می‌دهند.

۳) هر دوی آن‌ها، می‌توانند به مولکولی غیرآنزیمی متصل شوند که دارای رمزهای ژنتیکی در دنای اصلی جاندار است.

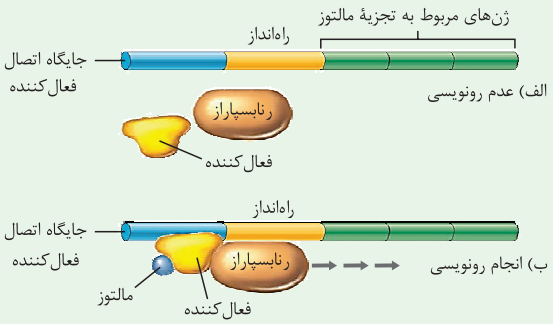
۴) فقط یکی از آن‌ها، باعث می‌شود تا آنزیمی ویژه، بین گروهی از نوکلئوتیدها، در محل دو توالی تنظیمی پیوند اشتراکی تشکیل دهد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: فصل ۲ ـ گفتار ۳ ـ تنظیم بیان ژن در پروکاریوت‌ها

شکل‌نامه

تنظیم مثبت رونویسی ژن‌های مؤثر در تجزیهٔ مالتوز



۱) توالی از دنا که فعال‌کننده به آن متصل می‌شود، نوعی توالی تنظیمی است (جایگاه اتصال فعال‌کننده) که قبل از راه‌انداز قرار دارد.

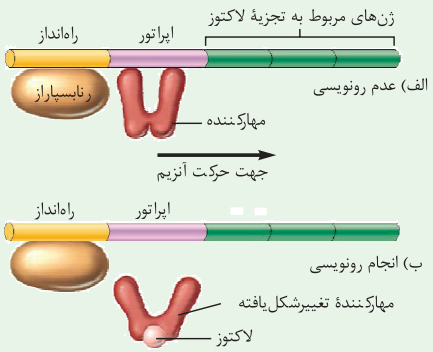
۲) در صورت وجود مالتوز، مالتوز به فعال‌کننده متصل می‌شود و این پروتئین پس از اتصال به جایگاه خود در دنا به رنابسپاراز کمک می‌کند به راه‌انداز متصل شود.

۳) بخشی از فعال‌کننده که به مالتوز متصل می‌شود متفاوت از بخشی است که رنابسپاراز به آن متصل می‌شود.

۴) با اتصال رنابسپاراز به راه‌انداز، امکان رونویسی از ژن‌های مربوطه فراهم می‌شود.

شکل‌نامه

تنظیم منفی رونویسی ژن‌های مؤثر در تجزیهٔ لاکتوز



۱) اتصال رنابسپاراز به راه‌انداز ارتباطی به اتصال یا عدم اتصال مهارکننده به اپراتور ندارد.

۲) در صورت وجود لاکتوز و اتصال آن به مهارکننده، این پروتئین تغییر شکل می‌دهد و شرایط برای حرکت رنابسپاراز بر روی دنا فراهم می‌شود.

۳) لاکتوز به بخشی از مهارکننده متصل است که به دنا متصل نمی‌شود. با اتصال لاکتوز به مهارکننده، این پروتئین تغییر شکل می‌دهد و از دنا (اپراتور) جدا می‌شود.

۴) بین مهارکننده و رنابسپاراز، اتصال فیزیکی وجود ندارد.

۵) راه‌انداز به طور مستقیم به ژن‌های مؤثر در تجزیهٔ لاکتوز متصل نیست، بلکه بین آن‌ها اپراتور وجود دارد.

پاسخ خیلی تشریحی

منظور صورت سؤال، قندهای لاکتوز و مالتوز است که به ترتیب در تنظیم بیان ژن منفی و مثبت در پروکاریوت‌ها نقش دارند. توالی تنظیمی در تنظیم مثبت، به ترتیب جایگاه اتصال فعال‌کننده و راه‌انداز و در تنظیم منفی، راه‌انداز و اپراتور است. دقت کنید طی رونویسی در محل این توالی‌های تنظیمی، پیوند اشتراکی تشکیل نمی‌شود، چراکه از روی این بخش‌ها اصلن رنایی ساخته نمی‌شود، به عبارتی از روی ژن‌ها (نه توالی‌های تنظیمی)، رنا ساخته می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): رنابسپاراز برای شناسایی راه‌انداز مربوط به ژن‌های مرتبط با تجزیهٔ مالتوز، نیازمند حضور مالتوز و مولکول فعال‌کننده است (خودش به تنهایی نمی‌تواند راه‌انداز این ژن‌ها را شناسایی کند). اما طبق شکل کتاب درسی، در تنظیم منفی رنابسپاراز بدون دخالت مولکول خاصی یا در حضور یا عدم حضور لاکتوز می‌تواند راه‌انداز مربوط به ژن‌های مرتبط با تجزیهٔ لاکتوز را شناسایی کرده و به آن اتصال بیابد.

گزینهٔ (۲): سه ژن مختلف در تولید آنزیم‌های مؤثر در تجزیه لاکتوز و مالتوز دخالت دارند. با تجزیهٔ هر یک از این دی‌ساکاریدها، در نهایت گلوکز تولید می‌شود.

گزینهٔ (۳): هر دو مولکول مالتوز و لاکتوز می‌توانند به نوعی پروتئین (به ترتیب فعال‌کننده و مهارکننده) متصل شوند. این پروتئین‌ها دارای ژن‌های رمزکننده در دنای جاندار هستند. به عبارتی بعضی رمزهای دنا، در نهایت به توالی آمینواسیدی این پروتئین‌ها ترجمه می‌شود (واسطهٔ رمزه‌های رنای پیک).

نکته مالتوز و لاکتوز در تنظیم بیان ژن خود به پروتئینی متصل می‌شوند که خاصیت آنزیمی ندارد. این قندها به دنا متصل نمی‌شوند.

زیست‌شناسی

۱۴ با در نظر گرفتن سه مرحلهٔ پیوستهٔ فرایند رونویسی در یاخته‌های عصبی که در کتاب درسی به آن اشاره شده است، کدام مورد، فقط در خصوص مراحل «دوم و سوم» رونویسی صادق است؟ ← مرحلهٔ طویل‌شدن + پایان

۱) تشکیل پیوندهای کم‌انرژی و غیرکووالان بین رشتهٔ رنا و یکی از رشته‌های دنا

۲) اتصال فسفات یک ریبونوکلئوتید به گروه OH از قند مربوط به ریبونوکلئوتید دیگر

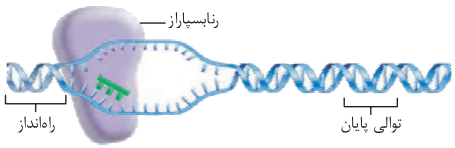
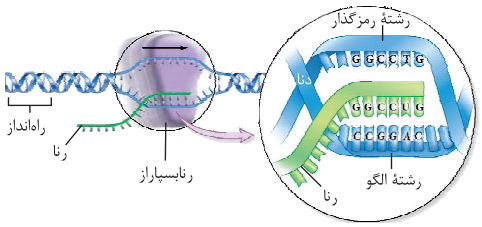
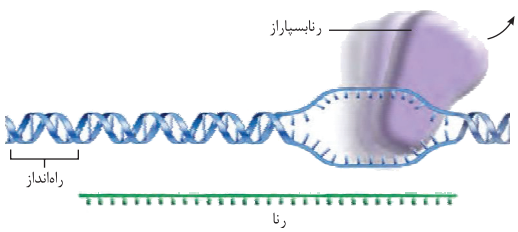
۳) اتصال رشتهٔ الگو به رشتهٔ رمزگذار در دنا به دنبال تشکیل پیوندهای غیراشتراکی

۴) شکست پیوندهای بین دو نوع نوکلئیک‌اسید پس از قرارگیری آن‌ها در جایگاه فعال آنزیم رونویسی‌کننده

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: فصل ۲ ـ گفتار ۱ ـ رونویسی

درس Box

		رونویسی	شکل
اتفاقاتی که در هر مرحله رخ می‌دهد	آغاز	شناسایی راه‌انداز توسط رنابسپاراز و اتصال به آن ← بازکردن بخش کوچکی از دنا توسط رنابسپاراز ← الگوبرداری از بخش کوچکی از رشتهٔ الگو ← تولید زنجیرهٔ کوچکی از مولکول رنا ● رنابسپاراز هر دو رشتهٔ ژن را در بر می‌گیرد.	
	طویل‌شدن	حرکت رنابسپاراز در طول ژن به سمت جلو (دورشدن از راه‌انداز) ← بازشدن دو رشتهٔ دنا از هم در جلوی آنزیم ← اضافه‌شدن نوکلئوتیدها به رشتهٔ در حال ساخت براساس رابطهٔ مکملی این نوکلئوتیدها با رشتهٔ الگو ← جداشدن رنا از دنا در چندین نوکلئوتید عقب‌تر از بخشی که رنابسپاراز قرار دارد ← متصل‌شدن دو رشتهٔ دنا به یکدیگر پس از جداشدن بخشی از رنا از رشتهٔ الگوی دنا ● رشتهٔ رنای در حال ساخت مکمل رشتهٔ الگو و مشابه رشتهٔ رمزگذار است.	
	پایان	شناسایی توالی پایان رونویسی ← الگوبرداری از توالی پایان رونویسی ← جداشدن رنا به طور کامل از رشتهٔ الگوی دنا ← جداشدن رنابسپاراز از مولکول دنا و رنای تازه‌ساخت ← اتصال دو رشتهٔ دنا به یکدیگر	
وضعیت پیوندها	هیدروژنی — تشکیل	● بین نوکلئوتیدهای رنای در حال ساخت با نوکلئوتیدهای رشتهٔ الگو ← در هر سه مرحله ● بین نوکلئوتیدهای رشتهٔ الگو و رمزگذار دنا ← در مراحل طویل‌شدن و پایان	
	هیدروژنی — شکستن	● بین نوکلئوتیدهای رشتهٔ الگو و رمزگذار در دنا ← در هر سه مرحله ● بین نوکلئوتیدهای رشتهٔ الگو و رنای در حال ساخت ← در مراحل طویل‌شدن و پایان	
	فسفودی‌استر — تشکیل	در هر ۳ مرحله بین نوکلئوتیدهای رنای در حال ساخت	
	فسفودی‌استر — شکستن	×	

زیست‌شناسی

پاسخ خیلی تشریحی

رونویسی از سه مرحلهٔ پیوسته شامل: **۱) آغاز، ۲) طویل‌شدن و ۳) پایان** تشکیل شده است.

طبق شکل کتاب درسی، در مراحل طویل‌شدن و پایان رونویسی، پیوند هیدروژنی بین دو رشتهٔ دنا مجددن ایجاد می‌شود. دقت کنید که در مرحلهٔ آغاز رونویسی پیوند بین دو رشتهٔ دنا تنها شکسته می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در همهٔ مراحل رونویسی بین رشتهٔ رنای در حال ساخت و رشتهٔ الگو در دنا پیوندهای هیدروژنی تشکیل می‌شود. به عبارتی در همهٔ مراحل، حداقل بخشی از رنا ساخته می‌شود.

گزینهٔ (۲): در همهٔ مراحل رونویسی، پیوند فسفودی‌استر ایجاد می‌شود.

گزینهٔ (۴): در مراحل طویل‌شدن و پایان رونویسی، پیوندهای هیدروژنی بین رشتهٔ رنای در حال ساخت و رشتهٔ الگو در دنا، شکسته می‌شود. اما دقت کنید که شکست این پیوندها، به دلیل فعالیت آنزیم رنابسپاراز نمی‌باشد. بلکه با توجه به شکل کتاب درسی، می‌توان گفت پس از جداشدن رنابسپاراز از بخشی از دنا و رنا، این دو رشته از هم جدا می‌شوند.

نکته

رنابسپاراز طی رونویسی، دو نوع پیوند مختلف را می‌شکند: ۱) هیدروژنی بین دو رشتهٔ دنا و ۲) اشتراکی بین فسفات‌های ریبونوکلئوتید آزادی که قرار است به رشتهٔ در حال ساخت متصل شود.

زیست‌شناسی

۱۵ **در خصوصِ ساختارهای مختلف مولکول tRNA در باکتری استرپتوکوکوس نومونیا، کدام مورد درست است؟**

۱) در ساختار تاخوردگی اولیه، تنها بعضی از نوکلئوتیدهای انتهای رشته، پیوند هیدروژنی ایجاد می‌کنند.

۲) در ساختار سه‌بعدی، همهٔ حلقه‌های نوکلئوتیدی در مجاورت هم قرار می‌گیرند و نوکلئوتیدهای مکمل پیوند هیدروژنی ایجاد می‌کنند.

۳) در ساختار تاخوردگی اولیه، تعداد نوکلئوتیدهای میان ناحیهٔ پادرمزه‌ای و هر یک از نواحی دارای نوکلئوتیدهای غیرمکمل، یکسان است.

۴) در ساختار نهایی، نوکلئوتیدی که هنگام ترجمه، به رشته‌ای با دو انتهای متفاوت می‌تواند متصل شود، در انواع tRNAها قطعاً متفاوت است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

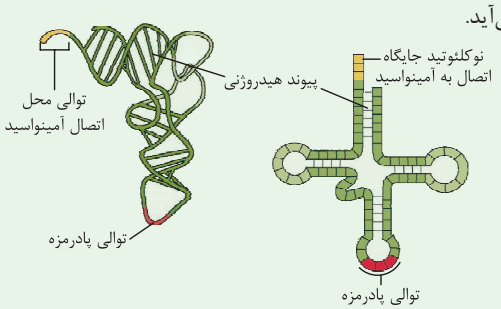
زیرمبحث: فصل ۲ ـ گفتار ۲ ـ ساختار رنای ناقل

Hint رنای ناقل می‌تواند سه ساختار مختلف داشته باشد: ۱) رشته‌ای که بلافاصله بعد از رونویسی ایجاد می‌شود، ۲) تاخوردگی اولیه و ۳) ساختار سه‌بعدی.

شکل‌نامه **رنای ناقل**

۱) رنای ناقل، تک‌رشته‌ای است، اما بین برخی نوکلئوتیدهای مکمل آن در بخش‌هایی از زنجیره، پیوندهای هیدروژنی تشکیل می‌شود.

۲) تاخوردگی اولیهٔ رنای ناقل زمانی ایجاد می‌شود که این رنا یک بار روی خود تا بخورد (تشکیل پیوندهای هیدروژنی) و در صورت تاخوردگی(های) مجدد، ساختار نهایی یا سه‌بعدی آن به وجود می‌آید.



۳) در یک انتهای رنای ناقل، توالی سه‌نوکلئوتیدی وجود دارد که در آن، نوکلئوتیدها فقط با پیوندهای فسفودی‌استر به هم متصل هستند، آخرین نوکلئوتید این بخش، نوکلئوتیدی است که آمینواسید از طریق آن به رنای ناقل متصل می‌شود.

۴) بخش‌هایی در رنای ناقل وجود دارد که در آن‌ها، بین نوکلئوتیدهای مقابل هم، پیوند هیدروژنی وجود ندارد (بخش‌های حلقه‌مانند)؛ در یکی از این بخش‌ها توالی پادرمزه وجود دارد.

۵) توالی پادرمزه، در هر رنای ناقل منحصربه‌فرد است و مکمل کدون خاصی در رنای پیک است.

۶) به دنبال تشکیل ساختار سه‌بعدی، بخش‌هایی از رنای ناقل که در تاخوردگی اولیه کنار هم قرار ندارند، می‌توانند در کنار هم قرار بگیرند. (مثل حلقه‌های دو طرف رنای ناقل)

پاسخ خیلی تشریحی طبق شکل کتاب درسی، ساختار تاخوردگی اولیهٔ رنای ناقل، دارای دو انتهای آزاد است که یکی محل اتصال آمینواسید به رنای ناقل است و با نوکلئوتید مکمل پیوند هیدروژنی ندارد و دیگری با نوکلئوتید مکمل خود، پیوند هیدروژنی برقرار کرده است.

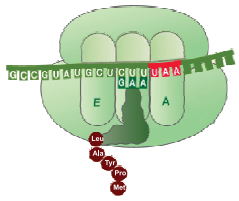
نکته در رنای ناقل، فقط بعضی از بخش‌هایی که فاقد نوکلئوتید مکمل در مقابل خود هستند، ساختار حلقه‌ای ایجاد کرده‌اند. بخشی که انتهای متصل‌شونده به آمینواسید را می‌سازد، پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌دهد و ساختار حلقه‌ای هم ندارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): طبق شکل، در ساختار سه‌بعدی رنای ناقل، فقط بعضی حلقه‌ها در کنار هم قرار می‌گیرند و حلقه دارای توالی پادرمزه در بخش دورتری از آن‌ها قرار دارد.

گزینهٔ (۳): طبق شکل، مشخص است که فاصله و تعداد نوکلئوتیدهای میان ناحیهٔ پادرمزه و هر یک از حلقه‌های طرفین، متفاوت است.

گزینهٔ (۴): ساختار نهایی رنای ناقل در فرایند ترجمه شرکت می‌کند. نوکلئوتیدهای توالی پادرمزه به رنای پیک متصل می‌شوند که دو انتهای متفاوت دارد (فسفات و هیدروکسیل). آخرین نوکلئوتید جایگاه اتصال به آمینواسید نیز، می‌تواند به رشتهٔ پلی پپتیدی متصل گردد که دو انتهای متفاوت دارد (آمین و کربوکسیل). در همهٔ رناهای ناقل، به‌جز در ناحیهٔ پادرمزه‌ای، انواع توالی‌های مشابهی وجود دارند. به عبارتی، توالی متصل‌شونده به آمینواسید در انواع رناهای ناقل می‌تواند یکسان باشد.



۱۶ **مطابق اطلاعات کتاب درسی، تنظیم بیان ژن در یاخته‌های یوکاریوت در سه مرحله شامل رونویسی، قبل و بعد از رونویسی بررسی می‌شود. با توجه به این موضوع، کدام عبارت نادرست است؟**

۱) در مرحلهٔ بعد از رونویسی، رنای پیک به دنبال اتصال به بعضی مولکول‌های رنای دیگر، پس از مدتی تجزیه می‌گردد.

۲) در مرحلهٔ رونویسی، عوامل رونویسی متصل به توالی افزاینده، به شناسایی راه‌انداز توسط رنابسپاراز کمک می‌کنند.

۳) در مرحلهٔ پیش از رونویسی، نوعی (انواعی) پروتئین همانند پروتئین مهارکننده در E.coli، با اتصال به دنا مانع رونویسی از ژن می‌شود.

۴) در مرحلهٔ رونویسی، همانند تنظیم منفی در پروکاریوت‌ها، تغییر تمایل نوعی بسپار زیستی به بسپار زیستی دیگر، میزان بیان ژن را تغییر می‌دهد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: فصل ۲ ـ گفتار ۳ ـ تنظیم بیان ژن در یوکاریوت‌ها

پاسخ خیلی تشریحی ✔

تنظیم بیان ژن در مرحلهٔ رونویسی در یوکاریوت‌ها به کمک عوامل رونویسی انجام می‌شود. عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز سبب شناسایی این توالی توسط رنابسپاراز می‌شوند، اما عوامل رونویسی متصل به افزاینده صرفن سرعت و در نتیجه مقدار رونویسی را افزایش می‌دهند و تأثیری بر شناسایی راه‌انداز توسط رنابسپاراز ندارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در مرحلهٔ پس از رونویسی، اتصال رناهای کوچک مکمل به رنای پیک، از کار رناتن جلوگیری می‌کند و رنای پیک پس از مدتی تجزیه می‌شود.

نکته رناهای کوچک مکمل از نظر عملکردی مشابه مهارکننده عمل می‌کنند. مهارکننده با اتصال به دنا مانع حرکت رنابسپاراز روی دنا می‌شود. رناهای کوچک مکمل هم با اتصال به رنای پیک، مانع حرکت رناتن بر روی رنای پیک می‌شوند.

گزینهٔ (۳): در مرحلهٔ پیش از رونویسی در یوکاریوت‌ها، اتصال هیستون‌ها به بخش‌هایی خاص از فام‌تن‌ها و افزایش میزان فشردگی دنا، با جلوگیری از شناسایی راه‌انداز توسط رنابسپاراز یا حتی حرکت آن بر روی دنا، مانع بیان ژن می‌شود. به عبارتی با تغییر در فشردگی دنا، بیان ژن تنظیم می‌شود، چراکه بخش‌های فشردهٔ فام‌تن کم‌تر در دسترس رنابسپاراز هستند. در E.coli نیز پروتئین مهارکننده در تنظیم منفی با اتصال به دنا مانع از رونویسی ژن‌های مربوط به تجزیهٔ لاکتوز می‌شود (البته در مرحلهٔ رونویسی نه قبل از آن).

گزینهٔ (۴): در مرحلهٔ رونویسی در یوکاریوت‌ها، به فرمودهٔ کتاب درسی، چون تمایل پیوستن عوامل رونویسی به راه‌انداز در اثر عواملی تغییر می‌کند، میزان رونویسی نیز تغییر خواهد کرد. در تنظیم منفی پروکاریوت‌ها نیز تغییر تمایل پیوستن مهارکننده به دنا (در حضور یا عدم حضور لاکتوز) سبب تنظیم رونویسی می‌شود.

زیست‌شناسی

۱۷ **مطابق مفاهیم کتاب درسی در خصوص واکنش‌های درون‌یاخته‌ای لنفوسیت‌های طحال، کدام مورد نادرست است؟**

۱) ممکن است تعداد نوکلئوتیدهای یک بیانه، از تعداد نوکلئوتیدهای یک میانه کم‌تر باشد.

۲) به طور حتم تعداد کدون‌های قرارگرفته در جایگاه P رناتن حین ترجمه، از تعداد کدون‌های جایگاه A بیشتر است.

۳) به طور حتم تعداد مولکول‌های آب تولیدی در پی تشکیل پیوندهای پپتیدی، با تعداد دفعات حرکات رناتن روی رنای پیک برابر است.

۴) ممکن است تعداد پیوندهای فسفودی‌استر تشکیل‌شده طی فرایند همانندسازی، از تعداد نوکلئوتیدهای مولکول دنای قدیمی بیشتر باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: فصل‌های ۱ و ۲ ـ گفتار ۱ و ۲ ـ فرایندهای درون‌یاخته‌ای

پاسخ خیلی تشریحی ✔

همهٔ کدون‌هایی از یک رنای پیک که ترجمه می‌شوند در جایگاه P رناتن قرار می‌گیرند (کدون پایان فقط در جایگاه A قرار می‌گیرد) و همهٔ کدون‌های رنای پیک به‌جز کدون آغاز، در جایگاه A قرار می‌گیرند (خواستان باشد که کدون AUG که متیونین‌های غیر از آمینواسید اول را رمز می‌کند، می‌تواند در جایگاه A قرار گیرد، اما در این‌جا به آن، کدون آغاز گفته نمی‌شود)؛ پس تعداد کدون‌های قرارگرفته در هر دو جایگاه برابر است.

نکته کدون آغاز در جایگاه P و E (به دنبال جابه‌جایی رناتن) قرار می‌گیرد، اما کدون پایان فقط در جایگاه A قرار می‌گیرد و بعد از آن ترجمه متوقف می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): با توجه به شکل ۴ صفحهٔ ۲۵ کتاب درسی دوازدهم، ممکن است در یک ژن طول یک میانه بیشتر از یک بیانه باشد.

گزینهٔ (۳): تشکیل پیوند پپتیدی در فرایند ترجمه با تولید آب همراه است (سنتز آبدهی). با توجه به مفاهیم فرایند ترجمه، تعداد پیوندهای پپتیدی تشکیل‌شده در این فرایند با تعداد دفعات حرکت رناتن روی رنای پیک برابر است، چراکه به ازای هر پیوند پپتیدی، یک بار رناتن جابه‌جا می‌شود!

گزینهٔ (۴): دقت کنید که بدون در نظر گرفتن ویرایش و پس از پایان همانندسازی، تعداد پیوندهای فسفودی‌استر جدیدی که در مولکول‌های دنای جدید مشاهده می‌شوند، برابر (در پروکاریوت‌ها) یا کم‌تر از (در یوکاریوت‌ها) تعداد نوکلئوتیدهای دنای قدیمی هستند. اما در فرایند همانندسازی ممکن است یک نوکلئوتید به اشتباه در رشتهٔ در حال ساخت قرار گرفته باشد که آنزیم دنابسپاراز طی فرایند ویرایش، پیوند فسفودی‌استر آن را حذف و پیوند جدیدی را با نوکلئوتید صحیح ایجاد می‌کند. بنابراین تعداد همهٔ پیوندهای فسفودی‌استر تشکیل‌شده طی فرایند همانندسازی می‌تواند بیشتر از تعداد نوکلئوتیدهای مولکول دنای قدیمی باشد.

زیست‌شناسی

۱۸ **کدام مورد در ارتباط با مقایسهٔ مدل‌های معروف ساختار دوم پروتئین (مطرح‌شده در کتاب درسی)، درست بیان شده است؟**

ساختار مارپیچ + ساختار صفحه‌ای

۱) در هر دو ساختار، پیوند اشتراکی بین دو آمینواسید مجاور، در فاصلهٔ دو تاخوردگی متوالی قابل مشاهده است.

۲) در هر دو ساختار، گروه R هر آمینواسید، در مقابل اتم هیدروژن متصل به کربن مرکزی همان آمینواسید قرار دارد.

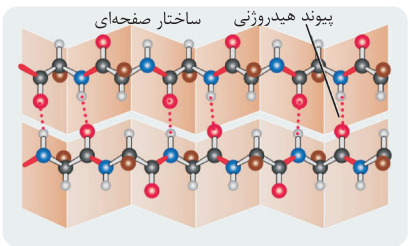
۳) تنها در ساختار صفحه‌ای، آمینواسیدی که در محل خمیدگی ساختار واقع شده است، توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارد.

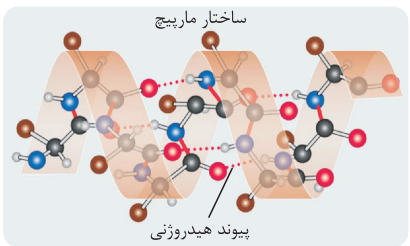
۴) تنها در ساختار مارپیچی، پیوند هیدروژنی بین آمینواسیدهایی برقرار می‌شود که فاقد پیوند پپتیدی با یکدیگر هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: فصل ۱ ـ گفتار ۳ ـ ساختار دوم پروتئین‌ها

پاسخ خیلی تشریحی ✔ طبق شکل، در هر دو ساختار می‌توان پیوند پپتیدی را در فاصلهٔ دو محل تاخوردگی مشاهده نمود.





بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): طبق شکل، می‌توان گفت حداقل در ساختار صفحه‌ای، گروه R هر آمینواسید به صورت عمود بر ساختار صفحه‌ای (کربن مرکزی آن) قرار دارد. به عبارتی در مقابل گروه R کربن مرکزی است، نه اتم هیدروژن متصل به کربن مرکزی.

گزینهٔ (۳): در ساختار صفحه‌ای همانند مارپیچی، در محل‌های خمیدگی ساختار، می‌توان آمینواسیدی را مشاهده نمود که در تشکیل پیوند هیدروژنی نقش دارد.

گزینهٔ (۴): در ساختار صفحه‌ای نیز بین آمینواسیدهایی پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود که با پیوند پپتیدی به هم متصل نیستند.

۱۹ کدام مورد زیر، در ارتباط با «استرپتوکوکوس نومونیا» نادرست است؟

۱) با کمک و همکاری جمعی رناتن (ریبوزوم)ها، از هر رنای پیک، پس از ساخته‌شدن، تعداد زیادی رشتهٔ پلی‌پپتیدی ایجاد می‌شود.

۲) به هنگام تشکیل ساختار تسبیح و نخ، هر چه‌قدر فاصلهٔ رِناتَن از توالی راه‌انداز بیشتر باشد، طول رشتهٔ پلی‌پپتید متصل به آن کوتاه‌تر است.

۳) تشکیل هم‌زمان رناهایی با طول‌های متفاوت از نوعی ژن حین رونویسی، ناشی از بسیار فعال‌بودن ژن و نیاز شدید یاخته به فراورده‌های آن است.

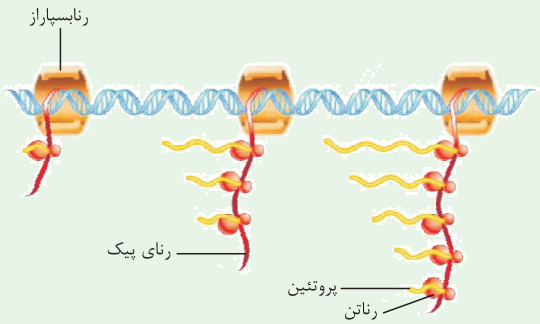
۴) تغییر غیرتصادفی در فعالیت ژن‌های جاندار می‌تواند در هر یک از مراحل ساخت رنا و پروتئین تأثیر بگذارد.

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: فصل ۲ ـ گفتار ۲ ـ پروتئین‌سازی

شکل‌نامه

تجمع رناتن‌ها



۱) رناتن‌ها مانند دانه‌های تسبیح و رنای پیک شبیه نخی است که از درون این دانه‌ها می‌گذرد.

۲) نزدیک‌ترین رناتن به رنابسپاراز، اولین رناتنی است که ترجمه را شروع کرده است. این رناتن، طول بیشتری از رنای پیک را ترجمه کرده است.

۳) رناتن‌های متصل به رنای پیک، همگی به صورت هم‌زمان با هم به این رنا متصل نشده‌اند.

۴) شکل، نشان‌دهندهٔ تجمع رناتن‌ها در پروکاریوت‌هاست، چون رونویسی و ترجمه به صورت هم‌زمان با هم در حال وقوع هستند.

پاسخ خیلی تشریحی

در پروکاریوت‌ها پروتئین‌سازی حتی ممکن است پیش از پایان رونویسی رنای پیک آغاز شود؛ زیرا طول عمر رنای پیک در این یاخته‌ها کم است. برای پروتئین‌هایی که به مقدار بیشتری مورد نیازند (نه هر پروتئینی)، ساخت پروتئین‌ها، به طور هم‌زمان و پشت سر هم توسط مجموعه‌ای از رِناتَن‌ها انجام می‌شود تا تعداد پروتئین بیشتری در واحد زمان ساخته شود. دقت کنید که در پروکاریوت‌ها، ممکن است از یک رنای پیک در حال ساخت (نه ساخته‌شده) تعداد زیادی رشتهٔ پلی‌پپتیدی ایجاد شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

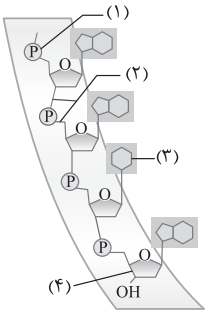
گزینهٔ (۲): با توجه به شکل کتاب درسی، در ساختار تسبیح و نخ (تجمع رناتن‌ها بر روی رنای پیک)، هر چه‌قدر فاصلهٔ رِناتَن از توالی دنا و راه‌انداز بیشتر باشد، یعنی به بخش ابتدایی رنای پیک نزدیک‌تر است، بنابراین طول رشتهٔ پلی‌پپتید متصل به آن کوتاه‌تر است.

گزینهٔ (۳): بعضی ژن‌ها بسیار فعال‌اند و تعداد زیادی رِنا از روی آن‌ها ساخته می‌شود. در این نوع ژن‌ها، هم‌زمان تعداد زیادی رنابسپاراز از ژن رونویسی می‌کنند. به این دلیل که در هر زمان، رنابسپارازها در مراحل مختلفی از رونویسی هستند، در زیر میکروسکوپ الکترونی، اندازهٔ رناهای ساخته‌شده متفاوت دیده می‌شود.

گزینهٔ (۴): محصول ژن، رنا و پروتئین است. بنابراین، تغییر در فعالیت ژن‌ها، بر ساخت این محصولات نیز اثر می‌گذارد. تنظیم بیان ژن در پروکاریوت‌ها می‌تواند در هر یک از مراحل ساخت رنا و پروتئین تأثیر بگذارد، ولی به طور معمول تنظیم بیان ژن در مرحلهٔ رونویسی انجام می‌شود.

زیست‌شناسی

۲۰ **شکل زیر بخشی از رشتهٔ نوکلئیک‌اسید را نشان می‌دهد که مطالعات چارگاف روی آن صورت گرفت. با توجه به این موضوع، کدام مورد زیر نادرست است؟**



۱) در ساختار بخش «۴» همانند بخش «۳»، هر سه عنصر کربن، اکسیژن و هیدروژن حضور دارند.

۲) بخش «۳» با ایجاد پیوندهایی به صورت اختصاصی، نقش بسزایی در دقت بالای همانندسازی ایفا می‌کند.

۳) هر اتم کربنی در بخش «۴» که در ایجاد پیوند فسفودی‌استر شرکت دارد، در حلقهٔ پنج‌ضلعی جای گرفته است.

۴) پیش از تشکیل پیوند «۲»، نوکلئوتید دارای بخش «۱» از طریق مولکول‌هایی با عمل اختصاصی، دو گروه فسفات خود را از دست می‌دهد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: فصل ۱ـ گفتار ۱ـ مولکول دنا

Hint

مطابق با شکل کتاب درسی، بخش‌های مشخص‌شده در صورت سؤال به ترتیب زیر است :

۱) گروه فسفات، ۲) پیوند فسفودی‌استر، ۳) باز آلی، ۴) قند دئوکسی‌ریبوز، چراکه چارگاف بر روی دنا، مطالعات خود را انجام داده است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

طبق شکل کتاب درسی، دو اتم کربن در ساختار قند در تشکیل پیوند فسفودی‌استر شرکت دارند. یک کربن که دارای گروه OH است و در ساختار حلقهٔ پنج‌ضلعی قرار دارد. یک کربن نیز در خارج حلقه بوده و با گروه فسفات پیوند دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): باز آلی نیتروژن‌دار و قند دئوکسی‌ریبوز، هر دو در ساختار خود دارای اتم‌های کربن، هیدروژن و اکسیژن هستند.

گزینهٔ (۲): پیوندهای هیدروژنی بین بازها، دو رشتهٔ دِنا را در مقابل هم نگه می‌دارد. این پیوندها بین جفت بازها به صورت اختصاصی تشکیل می‌شوند. همانندسازی دِنا با دقت زیادی انجام می‌شود که این دقت تا حدود زیادی مربوط به رابطهٔ مکملی بین نوکلئوتیدها است.

گزینهٔ (۴): اضافه‌شدن یک نوکلئوتید به نوع بازی بستگی دارد که در نوکلئوتید رشتهٔ الگو قرار دارد. هر نوکلئوتید باید با نوکلئوتید روی رشتهٔ الگو مکمل باشد. هنگام اضافه‌شدن هر نوکلئوتید سه‌فسفاته به انتهای رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی در حال ساخت، دوتا از فسفات‌های آن از مولکول جدا می‌شوند و نوکلئوتید به صورت تک‌فسفاته به رشته متصل می‌شود. آنزیم دنابسپاراز وظیفهٔ جداکردن فسفات‌ها از این نوکلئوتید را بر عهده دارد.

زیست‌شناسی

۱ کدام مورد صحیح است؟

۱) همهٔ ویژگی‌هایی که در علم ژن‌شناسی بررسی می‌شوند، ارثی هستند.

۲) مندل با بررسی نحوهٔ وراثت دگره‌ها، قوانین بنیادی وراثت را تبیین کرد.

۳) در هر دو رابطهٔ بارزیت ناقص و هم‌توانی، اثر هر دو دگره با هم ظاهر می‌شود.

۴) گروهی از صفات هر فرد، فقط در اثر عوامل محیطی و به طور اکتسابی ایجاد می‌شوند.

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۳ ـ گفتار ۱ ـ مبانی ژنتیک

پاسخ خیلی تشریحی ✔

ژن‌شناسی شاخه‌ای از زیست‌شناسی است که به چگونگی وراثت ویژگی‌های ارثی جانداران (صفات) از نسلی به نسل دیگر می‌پردازد، پس ویژگی‌هایی که در این علم بررسی می‌شوند، ارثی هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): مندل در زمانی که ساختار و عمل ژن‌ها معلوم نبود، قوانین بنیادی وراثت را تبیین کرد. در واقع مندل از حضور ژن و دگره اطلاعی نداشت *بنده خدا!*

گزینهٔ (۳): این مورد فقط برای هم‌توانی صدق می‌کند.

گول نخوری ✘

در بارزیت ناقص و هم‌توانی برخلاف بارز و نهفتگی، هر دو دگره اثری از خود بروز می دهند و در تعیین رخ‌نمود فرد ناخالص نقش دارند، اما ظاهرشدن اثر هر دو دگره همراه با هم، مربوط به هم‌توانی است و در بارزیت ناقص، در فرد ناخالص صرفن صفت به صورت حد وسط افراد خالص خواهد بود.

گزینهٔ (۴): همهٔ صفات ویژگی‌های ارثی هستند که می‌توانند از محیط اثر بپذیرند (مثل صفت رنگ پوست که می‌تواند به طور موقت تغییر کند) یا از محیط اثری نپذیرند (مثل صفات گروه خونی). در واقع برخی ویژگی‌ها (نه صفت‌ها) می‌توانند صرفن در اثر محیط ایجاد شوند، اما این ویژگی‌ها صفت نخواهند بود.

نکته

صفت، به طور حتم نوعی ویژگی ارثی است که ژن‌ها در بروز آن نقش دارند.

زیست‌شناسی

۲ در ارتباط با انسان، کدام مورد نادرست است؟

۱) گروهی از صفات نهفته می‌توانند تنها در حضور یک دگره بروز یابند.

۲) هر صفت وابسته به جنس دارای جایگاه ژنی بر روی فام‌تن X است.

۳) در غشای گویچه‌های قرمز فردی با گروه خونی O، مولکول‌های کربوهیدراتی وجود دارند.

۴) از روی فام‌تن ۱ برخلاف فام‌تن ۹، پروتئین غشاییِ تعیین‌کنندهٔ گروه خونی تولید می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۳ ـ گفتار ۱ ـ صفات

پاسخ خیلی تشریحی ✔ به صفاتی که جایگاه ژنی آن‌ها در یکی از دو فام‌تن جنسی قرار دارد (نه فقط فام‌تن X)، صفات وابسته به جنس می‌گویند. صفاتی که جایگاه ژنی آن‌ها روی فام‌تن X قرار دارد، صفات وابسته به X هستند.

نکته صفات وابسته به جنس، صفاتی هستند که ژن آن‌ها می‌تواند بر روی فام‌تن X یا Y باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): مثلن مردی که هموفیلی دارد، تنها یک دگرهٔ X^h دارد.

گزینهٔ (۳): فردی با گروه خونی O، فاقد کربوهیدرات‌های A یا B در غشای گویچه‌های قرمز خود است؛ اما در غشای هر یاختهٔ زنده، مولکول‌های کربوهیدراتی وجود دارد (فصل ۱ زیست دهم). بنابراین در غشای گویچه‌های قرمز انسان، همواره کربوهیدرات‌هایی وجود دارند که نقشی در تعیین گروه خونی فرد ندارند.

گزینهٔ (۴): پروتئین تولیدشده از روی فام‌تن شمارهٔ ۱ (پروتئین D) مستقیمن در تعیین گروه خونی Rh دخالت دارد چراکه این پروتئین در غشای گویچه‌های قرمز قرار می‌گیرد، اما این مورد برای پروتئین تولیدشده از فام‌تن شمارهٔ ۹ صدق نمی‌کند. از روی فام‌تن شمارهٔ ۹، ابتدا آنزیم A یا B قابل تولید است (در صورت وجود دگره‌های I^A و یا I^B) که خودشان، کربوهیدرات A یا B را به غشا اضافه می‌کنند. به عبارتی پروتئین آنزیمی که از روی ژن‌های گروه خونی ABO ساخته می‌شود، خودش مستقیمن بر روی غشا قرار نمی‌گیرد، بلکه کربوهیدرات‌های حاصل از آن، غشایی هستند و در غشا قرار می‌گیرند.

صفات وابسته به جنس به صفاتی می‌گویند که جایگاه ژنی آن‌ها بر روی فام‌تن X قرار دارد.

(سؤال ۱ (قسمت ج) ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۴)

۳ **نوعی توالی سه‌نوکلئوتیدی در رنا که معرف نوعی آمینواسید است برخلاف نوعی توالی سه‌نوکلئوتیدی در دنا که با استفاده از آن می‌توان نوع آمینواسید رشتهٔ پروتئینی را تشخیص داد، چه مشخصه‌ای دارد؟**

رمزه (کدون)

رمز

۱) فقط بر روی یک رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی قرار دارد.

۲) توسط ساختاری دارای پروتئین و رنا شناسایی می‌شود.

۳) با بخشی از دو رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی مختلف مکمل است.

۴) رونوشت آن بلافاصله بعد از راه‌انداز مربوط به ژنی پروتئین‌ساز قرار دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۲ ـ گفتار ۲ ـ رمزه

Hint نوعی توالی سه‌نوکلئوتیدی در دنا که با استفاده از آن می‌توان نوع آمینواسید رشتهٔ پروتئینی را تشخیص داد، رمز و نوعی توالی سه‌نوکلئوتیدی در رنا که معرف نوعی آمینواسید است، رمزه نام دارد.

پاسخ خیلی تشریحی رمزه‌ها توسط رناتن‌ها شناسایی می‌شوند که ساختاری دارای رنا و پروتئین هستند، اما رمزها توسط رنابسپاراز (نوعی پروتئین آنزیمی) شناسایی می‌شوند که ساختاری پروتئینی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): رمزه بر روی رنا که یک‌رشته‌ای است قرار دارد. در مورد رمز هم دقت کنید که فقط بر روی رشتهٔ الگو در دنا قرار دارد، چراکه از روی این رشته، رنا ساخته می‌شود، نه رشتهٔ رمزگذار!

گزینهٔ (۳): رمز با بخشی از رشتهٔ رمزگذار در دنا و رنای ساخته‌شده از روی رشتهٔ الگو مکمل است. رمزه نیز با رشتهٔ الگو در دنا و توالی آنتی‌کدونی در رنای ناقل مکمل است.

گزینهٔ (۴): با توجه به شکل ۱۲ کتاب درسی در فصل ۲، اولین رمزه‌ای که به آمینواسید ترجمه می‌شود (AUG) کمی بعد از اولین نوکلئوتیدی که رونویسی شده است قرار دارد، به عبارتی اولین توالی سه‌نوکلئوتیدی که بلافاصله بعد از راه‌انداز قرار دارد و رونویسی می‌شود، رمز مربوط به نخستین آمینواسید رشتهٔ پلی‌پپتیدی در حال ساخت نیست.

زیست‌شناسی

۴ مرحلهٔ آغاز رونویسی برخلاف مرحلهٔ آغاز ترجمه، چند مشخصهٔ زیر را دارد؟

الف) تشکیل پیوندهای هیدروژنی بین نوکلئوتیدهایی با قند متفاوت

ب) تشکیل پیوندهای اشتراکی بین واحدهای واجد عنصر نیتروژن

ج) شکسته‌شدن پیوند اشتراکی در فقط یک نوع نوکلئوتید ریبوزدار

د) شکسته‌شدن پیوندهای قوی بین واحدهای واجد قند ریبوز

۱) چهار ۲) سه ۳) دو ۴) یک

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۲ ـ گفتارهای ۱ و ۲ ـ رونویسی و ترجمه

پاسخ خیلی تشریحی

موارد «ج» و «د» نادرست است.

بررسی همهٔ موارد:

الف) درست ـ در مرحلهٔ آغاز رونویسی، پیوندهای هیدروژنی بین مولکول‌های دنا و رنا تشکیل می‌شوند (در آغاز رونویسی، زنجیرهٔ کوتاهی از رنا ساخته می‌شود)؛ اما دقت داشته باشید که در مرحلهٔ آغاز ترجمه، تشکیل پیوندهای هیدروژنی بین رنای پیک و رنای ناقل صورت می‌گیرد که هر دو دارای قند ریبوز هستند.

ب) درست ـ در مرحلهٔ آغاز رونویسی، پیوندهای اشتراکی (فسفو دی‌استر) بین نوکلئوتیدهای سازندهٔ رنا تشکیل می‌شوند. نوکلئوتیدها هم دارای باز آلی نیتروژن‌دار هستند. در مرحلهٔ آغاز ترجمه، تشکیل پیوند اشتراکی بین نوکلئوتیدها یا آمینواسیدها صورت نمی‌گیرد!

نکته در ترجمه، اولین پیوند پپتیدی در مرحلهٔ طویل‌شدن تشکیل می‌گردد، در مرحلهٔ آغاز، فقط بین نوکلئوتیدهای رنای پیک و ناقل، پیوند هیدروژنی تشکیل می‌گردد.

ج) نادرست ـ در مرحلهٔ آغاز رونویسی برای ساخت رنا، با جداشدن دو فسفات از نوکلئوتیدهای آزاد، نوکلئوتیدهای تک‌فسفاته در ساختار رنای در حال ساخت قرار می‌گیرند. این نوکلئوتیدها، قند ریبوز دارند. دقت کنید در آغاز رونویسی، زنجیرهٔ کوتاهی از رنا ساخته می‌شود؛ یعنی چند نوکلئوتید که می‌توانند یکسان یا متفاوت باشند در ساختار رنا قرار می‌گیرند. پس پیوند اشتراکی در چند نوع نوکلئوتید مختلف می‌تواند شکسته شود. در مورد فرایند ترجمه هم دقت کنید که درست است طبق کتاب درسی، فرایند ترجمه، فرایندی انرژی‌خواه است که انرژی مورد نیاز آن از ATP (نوکلئوتید ریبوزدار) تأمین می‌شود، اما در مرحلهٔ آغاز ترجمه، فقط پیوندهای هیدروژنی تشکیل می‌شوند که تشکیل این پیوندها به صورت خودبه‌خودی و به دلیل رابطهٔ مکملی بین بازها رخ می‌دهد.

د) نادرست ـ در مرحلهٔ آغاز رونویسی، اصلن شکسته‌شدن پیوند اشتراکی بین نوکلئوتیدهای رنا یا به عبارتی فرایند ویرایش رخ نمی‌دهد.

زیست‌شناسی

۵ **در کدام مورد زیر، وجه تمایز فرایندهای پیرایش و ویرایش به درستی بیان شده است؟**

۱) به واسطهٔ فعالیت نوعی آنزیم از طول رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی کاسته می‌شود.

۲) تغییراتی در اجزای مولکولی دارای پیوندهای سست و کم‌انرژی ایجاد می‌شود.

۳) در یاختهٔ یوکاریوتی در فضای احاطه‌شده توسط پوشش دولایه و منفذدار انجام می‌شود.

۴) به منظور انجام آن، کاهش انرژی فعال‌سازی مورد نیاز توسط کاتالیزورهای زیستی یاخته، ضروری می‌باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ گفتار ۲ و فصل ۲ ـ گفتار ۱ ـ پیرایش و ویرایش

پاسخ خیلی تشریحی ✔

فرایند ویرایش توسط آنزیم دنابسپاراز در مولکول دنا و فرایند پیرایش توسط آنزیمی دیگر در مولکول رنا انجام می‌شود. مولکول دنا برخلاف رنا دارای پیوندهای کم‌انرژی هیدروژنی بین زیرواحدهای سازندهٔ خود است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در هر دو فرایند ویرایش و پیرایش به واسطهٔ فعالیت نوعی آنزیم، از طول نوعی زنجیرهٔ پلی‌نوکلئوتیدی کاسته می‌شود.

طی ویرایش، فقط نوکلئوتید اشتباه برداشته می‌شود اما طی پیرایش، تعداد نوکلئوتیدهای بیشتری از رنا از آن جدا می‌شوند؛ رونوشت‌های میانه حذف می‌شوند به طور کامل.

نکته ویرایش فقط شامل شکسته‌شدن پیوند فسفودی‌استر است (جداشدن نوکلئوتید اشتباه از رشتهٔ دنای در حال ساخت) اما پیرایش شامل شکسته‌شدن پیوند فسفودی‌استر (حذف رونوشت‌های اینترون) و تشکیل این پیوند است (اتصال رونوشت‌های اگزون به هم).

گزینهٔ (۳): هر دو فرایند درون هسته انجام می‌شوند. هسته پوششی دولایه و منفذدار دارد.

گزینهٔ (۴): هر دو فرایند ذکرشده به کمک آنزیم‌ها انجام می‌شوند، برای کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها، وجود آنزیم‌ها ضروری است.

زیست‌شناسی

۶ **کدام عبارت، دربارهٔ سرنوشت پروتئین‌های ساخته‌شده در سیتوپلاسم یک یاختهٔ بنیادی میلوئیدی در انسان، نادرست است؟**

۱) پروتئین‌هایی که در اندامک دارای غشای چین‌خورده فعالیت می‌کنند، می‌توانند توسط ریبوزوم‌های مادهٔ زمینهٔ سیتوپلاسم ساخته شوند.

۲) هر پلی‌پپتید ساخته‌شده توسط ریبوزوم‌های سطح شبکهٔ آندوپلاسمی، از طریق انتهای کربوکسیل اولین متیونین، وارد فضای درون شبکه می‌شود.

۳) هر پروتئینی که به رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدی درون هسته اتصال می‌یابد، توالی‌های آمینواسیدی خاصی برای هدایت به مقصد خود دارد.

۴) پروتئین‌های در تماس با فسفولیپیدهای غشا، می‌توانند توسط ریبوزومی ساخته شوند که فاقد اتصال به شبکهٔ آندوپلاسمی زبر است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۲ ـ گفتار ۲ ـ پروتئین‌سازی در یاخته

درس Box

پروتئین‌سازی در یاخته‌های یوکاریوتی:

۱) ریبوزوم‌ها می‌توانند در بخش‌های مختلف یک یاختهٔ یوکاریوتی باشند، مثلن: الف) چسبیده به شبکهٔ آندوپلاسمی زبر ب) آزاد در مادهٔ زمینهٔ سیتوپلاسم ج) درون راکیزه و دیسه؛ که در همهٔ این بخش‌هایی که گفتیم امکان پروتئین‌سازی توسط آن‌ها وجود دارد.

۲) پروتئین‌هایی که توسط ریبوزوم‌های آزاد مادهٔ زمینهٔ سیتوپلاسم ساخته می‌شوند چه سرنوشتی دارند؟ الف) فعالیت در همان مادهٔ زمینهٔ سیتوپلاسم ب) می‌روند به هسته ج) می‌روند به راکیزه د) می‌روند به دیسه.

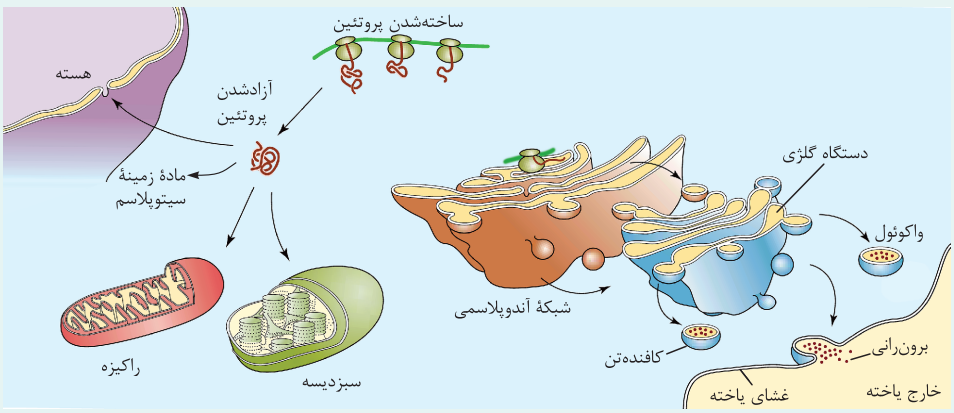
۳) پروتئین‌هایی که با کمک شبکهٔ آندوپلاسمی زبر ساخته می‌شوند چه سرنوشتی دارند؟ الف) در واکوئل قرار می‌گیرند. ب) در کافنده‌تن‌ها قرار می‌گیرند. ج) به خارج یاخته ترشح می‌شوند. د) در ساختار غشای یاخته قرار می‌گیرند.

۴) طبق شکل، هم زمان با ساخته‌شدن پروتئین (تشکیل ساختار اول) امکان پیچ‌خوردن و تشکیل ساختار(های) بعدی نیز وجود دارد.

۵) پروتئین‌هایی که توسط رناتن‌های سطح خارجی شبکهٔ آندوپلاسمی زبر، ساخته می‌شوند، پس از عبور از این شبکه، به کمک ریزکیسه‌هایی می‌روند به دستگاه گلژی، تغییر می‌کنند و در نهایت از آن‌جا به مقصد نهایی‌شان هدایت می‌شوند.

۶) پروتئین‌ها برای ورود به هسته باید از منافذ پوشش آن عبور کنند.

۷) وزیکول‌هایی از شبکهٔ آندوپلاسمی به دستگاه گلژی می‌آیند و وزیکول‌هایی هم از آن خارج می‌شوند.



پاسخ خیلی تشریحی ✔

اولین آمینواسید در هر زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی، آمینواسید متیونین است که از طریق گروه کربوکسیل خود در تشکیل پیوند پپتیدی شرکت می‌کند و انتهای آمین آن، آزاد می‌باشد؛ بنابراین، پروتئین‌هایی که توسط ریبوزوم‌های سطح شبکهٔ آندوپلاسمی زبر ساخته می‌شوند، از طریق انتهای آمینی آمینواسید متیونین وارد فضای درون شبکه می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): میتوکندری اندامکی با غشای درونی چین‌خورده است (این موضوع از شکل‌های کتاب درسی قابل برداشت است). طبق شکل کتاب درسی، گروهی از پروتئین‌هایی که توسط ریبوزوم‌های مادهٔ زمینهٔ سیتوپلاسم ساخته می‌شوند، می‌توانند وارد میتوکندری شده و در آن‌جا فعالیت کنند.

گزینهٔ (۳): همهٔ پروتئین‌های ساخته‌شده در یاخته، براساس مقصدی که پروتئین باید برود، توالی‌های آمینواسیدی دارند که پروتئین را به مقصد هدایت می‌کنند.

گزینهٔ (۴): پروتئین‌هایی که در تماس با فسفولیپیدهای غشا قرار می‌گیرند، توسط رناتن‌های مختلفی می‌توانند ساخته شوند. گروهی از آن‌ها توسط رناتن‌های متصل به شبکهٔ آندوپلاسمی (مثل گیرنده‌های غشایی) ساخته می‌شوند، گروهی هم می‌توانند توسط رناتن‌های آزاد مادهٔ زمینهٔ سیتوپلاسم ساخته شوند، مثل پروتئین‌های اکتین و میوزین که طی فرایند تقسیم سیتوپلاسم در یاختهٔ جانوری، می‌توانند به غشای یاخته متصل شوند.

۷ **با توجه به تنظیم بیان ژن مثبت و منفی در باکتری اشرشیاکلای، کدام گزینه به درستی بیان شده است؟ (فرض کنید در محیط کشت قند لاکتوز یا مالتوز وجود دارد ولی گلوکز در دسترس باکتری نیست.)**

۱) فقط در یکی از آن‌ها نوعی توالی تنظیمی بلافاصله در مجاور توالی راه‌انداز قرار دارد.

۲) فقط در یکی از آن‌ها، ساخته‌شدن رنا از روی ژن، وابسته به اتصال نوعی پروتئین به دنا است.

۳) در هر دوی آن‌ها، هر پروتئین متصل به دنا با حرکت بر روی ژن‌ها سبب ساخته‌شدن رونوشت چند ژن می‌شود.

۴) در هر دوی آن‌ها، جداشدن نوعی پروتئین از توالی‌هایی در دنا، موجب افزایش مصرف نوعی قند در یاخته می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

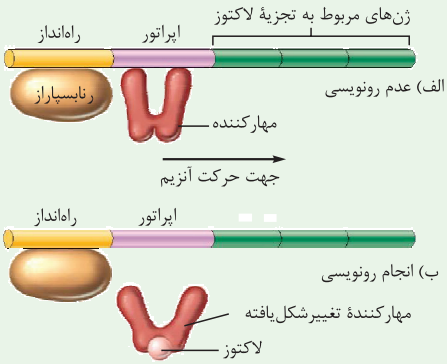
زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۲ ـ گفتار ۳ ـ تنظیم بیان ژن در پروکاریوت‌ها

Hint

وقتی قند گلوکز در دسترس باکتری اشرشیاکلای نباشد، ولی مالتوز و یا لاکتوز وجود داشته باشد، یاخته با بیان ژن‌های مرتبط با تجزیهٔ این قندها، این قندها را مصرف می‌کند.

شکل‌نامه

تنظیم منفی رونویسی ژن‌های مؤثر در تجزیهٔ لاکتوز:



۱) اتصال رنابسپاراز به راه‌انداز ارتباطی به اتصال یا عدم اتصال مهارکننده به اپراتور ندارد.

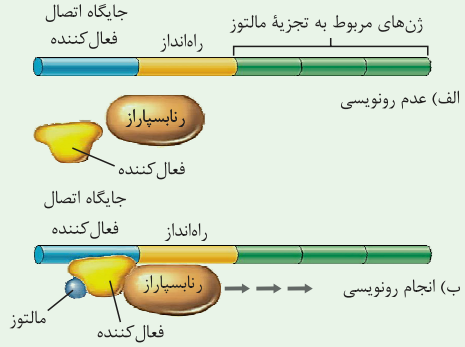
۲) در صورت وجود لاکتوز و اتصال آن به مهارکننده، این پروتئین تغییر شکل می‌دهد و شرایط برای حرکت رنابسپاراز بر روی دنا فراهم می‌شود.

۳) لاکتوز به بخشی از مهارکننده متصل است که به اپراتور متصل نمی‌شود. با اتصال لاکتوز به مهارکننده، این پروتئین تغییر شکل می‌دهد و از دنا جدا می‌شود.

۴) بین مهارکننده و رنابسپاراز، اتصال فیزیکی وجود ندارد.

۵) راه‌انداز، به طور مستقیم به ژن‌های مؤثر در تجزیهٔ لاکتوز متصل نیست، بلکه بین آن‌ها اپراتور وجود دارد.

تنظیم مثبت رونویسی ژن‌های مؤثر در تجزیهٔ مالتوز:



۱) توالی از دنا که فعال‌کننده به آن متصل می‌شود نوعی توالی تنظیمی است که قبل از راه‌انداز قرار دارد.

۲) در صورت وجود مالتوز، مالتوز به فعال‌کننده متصل می‌شود و پس از اتصال به جایگاه خود در دنا به رنابسپاراز کمک می‌کند تا به راه‌انداز متصل شود.

۳) بخشی از فعال‌کننده که به مالتوز متصل می‌شود متفاوت از بخشی است که رنابسپاراز به آن متصل می‌شود.

۴) با اتصال رنابسپاراز به راه‌انداز، امکان رونویسی از ژن‌های مربوطه فراهم می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی

در صورت بیان این ژن‌ها، در هر دو تنظیم بیان ژن مثبت و منفی، رنابسپاراز باید بتواند در طول دنا حرکت کند پس از توالی‌هایی مثل راه‌انداز جدا می‌شود. از طرفی در تنظیم بیان ژن منفی، مهارکننده هم از دنا جدا می‌شود تا شرایط برای حرکت رنابسپاراز بر روی ژن فراهم شود. به دنبال رونویسی از این ژن‌ها و ساخته‌شدن پروتئین، در نهایت قندهای لاکتوز یا مالتوز توسط باکتری مصرف می‌شوند.

نکته

دقت کنید باکتری، لاکتوز و یا مالتوز را به طور مستقیم طی تنفس یاخته‌ای‌اش مصرف نمی‌کند بلکه ابتدا با کمک آنزیم‌هایی آن‌ها را به مونوساکارید می‌شکند؛ یکی از مونوساکاریدهای مشترک بین این دو قند، گلوکز است، در نتیجه میزان گلوکز در دسترس یاخته افزایش می‌یابد که می‌تواند طی تنفس یاخته‌ای مصرف شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

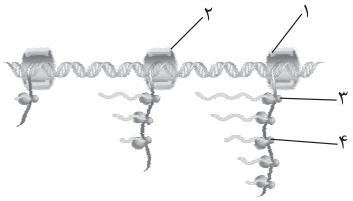
گزینهٔ (۱): در هر دو، توالی تنظیمی اپراتور (برای تنظیم منفی) و جایگاه اتصال فعال‌کننده (برای تنظیم مثبت) بلافاصله در مجاورت راه‌انداز قرار دارند.

گزینهٔ (۲): در هر دو، ساخته‌شدن رنا وابسته به اتصال پروتئین رنابسپاراز به راه‌انداز است.

گزینهٔ (۳): در تنظیم مثبت، فعال‌کننده به دنا متصل است، ولی بر روی آن حرکت نمی‌کند. در تنظیم منفی نیز مهارکننده به دنا متصل می‌شود که در این شرایط اصلن رونویسی ادامه پیدا نمی‌کند (به عبارتی مهارکننده هم بر روی دنا حرکت نمی‌کند). طی رونویسی، فقط رنابسپاراز است که می‌تواند در طول دنا حرکت کند.

زیست‌شناسی

۸ مطابق با شکل زیر، کدام عبارت صحیح است؟



۱) بخش ۱ نسبت به بخش ۲، در فاصلهٔ کم‌تری از راه‌انداز قرار دارد.

۲) بخش ۴ نسبت به بخش ۳، در فاصلهٔ کم‌تری از نخستین رمزهٔ AUG قرار دارد.

۳) بخش ۱ برخلاف بخش ۳، در ساختار خود دارای آمینواسید متیونین است.

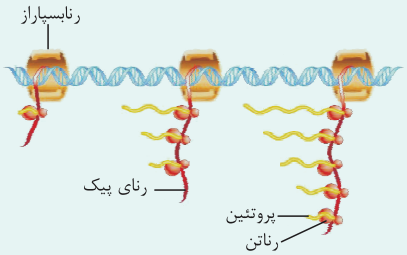
۴) بخش ۳ برخلاف بخش ۱، تنها در پروکاریوت‌ها می‌تواند بر روی نوعی بسپار زیستی تجمع کند.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۲ ـ گفتار ۲ ـ تجمع رناتن‌ها

درس Box

تجمع رناتن‌ها:



۱) رناتن‌ها مانند دانه‌های تسبیح و رنای پیک شبیه نخی است که از درون این دانه‌ها می‌گذرد.

۲) رناتن نزدیک به رنابسپاراز، اولین رناتنی است که ترجمه را شروع کرده است. این رناتن، طول بیشتری از رنای پیک را ترجمه کرده است.

۳) رناتن‌های متصل به رنای پیک، همگی به صورت هم‌زمان با هم به این رنا، متصل نشده‌اند.

۴) شکل نشان‌دهندهٔ تجمع رناتن‌ها در پروکاریوت‌هاست، چون رونویسی و ترجمه به صورت هم‌زمان با هم در حال وقوع هستند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

رناتن مشخص‌شده با شمارهٔ ۴ نسبت به رناتن شمارهٔ ۳، پلی‌پپتید کوتاه‌تری ساخته و بنابراین به رمزهٔ آغاز نزدیک‌تر است. ترجمه از رمزه آغاز به سمت رمزهٔ پایان رخ می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): رنابسپاراز شمارهٔ ۱ نسبت به رنابسپاراز شمارهٔ ۲، رنای پیک طویل‌تری ساخته و بنابراین از راه‌انداز دورتر است.

گزینهٔ (۳): رنابسپاراز آنزیمی پروتئینی است. رناتن نیز در ساختار خود پروتئین دارد. بنابراین در هر دو، آمینواسید متیونین قابل مشاهده است.

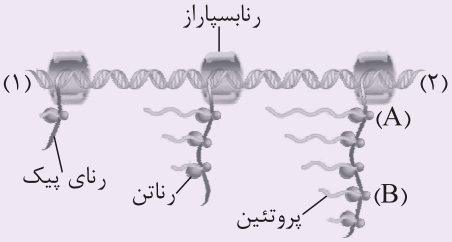
گزینهٔ (۴): تجمع رنابسپاراز روی دنا و همچنین تجمع رناتن‌ها روی رنای پیک، هم در یوکاریوت‌ها و هم در پروکاریوت‌ها قابل مشاهده است.

گول نخوری ✘

ترجمهٔ هم‌زمان با رونویسی، طبق کتاب درسی فقط در پروکاریوت‌ها رخ می‌دهد، اما تجمع رناتن‌ها بر روی رنای پیک (غیرهم‌زمان با رونویسی) و رونویسی هم‌زمان چند رنابسپاراز از یک ژن، هم در پروکاریوت‌ها و هم در یوکاریوت‌ها رخ می‌دهد.

امتحان نهایی

شکل زیر طرح ساده‌ای از رناتن‌هایی (ریبوزوم‌هایی) است که چند رنای در حال رونویسی را ترجمه می‌کنند. با توجه به شکل، به پرسش‌های زیر پاسخ دهید. *(سؤال ۸ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)*



الف) کدام شماره (۱ یا ۲) موقعیت قرارگیری راه‌انداز را نشان می‌دهد؟

ب) رناتنی که زودتر فرایند ترجمه را آغاز نموده است با چه حرفی (A یا B) نشان داده شده است؟

ج) این فرایند در کدام بخش از یاخته‌های بدن انسان قابل مشاهده است؟

زیست‌شناسی

۹ **در ارتباط با پروتئین‌سازی یک یاختهٔ یوکاریوتی، کدام مورد به طور حتم درست است؟**

۱) هر زمانی که پیوند پپتیدی بین آمینواسیدهای مشابه تشکیل می‌شود، در دو جایگاه رناتن، توالی پادرمزهٔ یکسان یافت می‌شود.

۲) بلافاصله پس از خروج توالی پادرمزهٔ UAC از جایگاه A رناتن، رنای ناقل فاقد آمینواسید از جایگاه E رناتن خارج می‌شود.

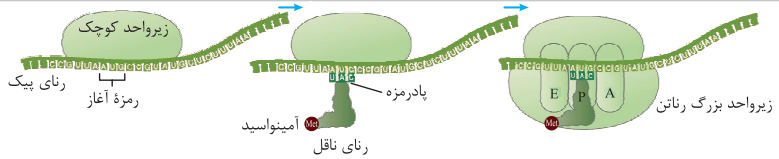
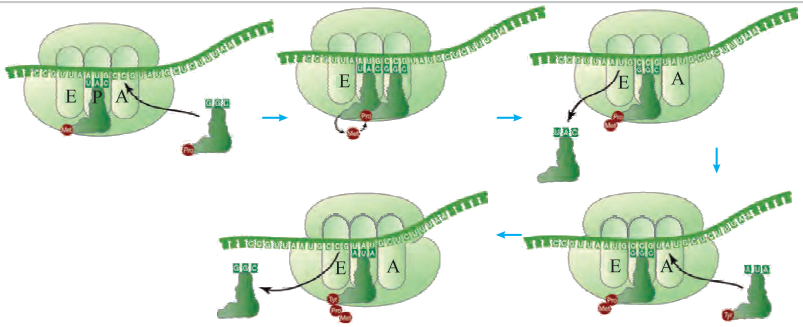
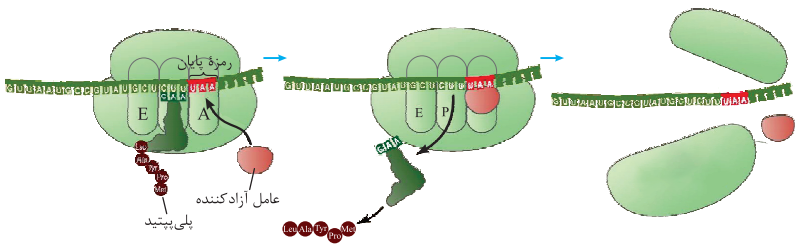
۳) پس از مشاهدهٔ توالی سه‌نوکلئوتیدی غیر قابل ترجمه در یک جایگاه رناتن، زیرواحدهای رناتن از یکدیگر جدا می‌شوند.

۴) در هر جایگاه رناتن که نوعی پلی‌پپتید به آن وارد می‌شود، نوعی پیوند اشتراکی شکسته می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۲ ـ گفتار ۲ ـ ترجمه

درس Box

		ترجمه
اتفاقاتی که در هر مرحله رخ می‌دهد.	آغاز	 هدایت‌شدن زیرواحد **کوچک** رناتن به سوی رمزهٔ **آغاز** توسط بخش‌هایی از رنای پیک (که قبل از کدون آغاز قرار دارند و کدون محسوب نمی‌شوند.) ← اتصال رنای ناقلی که مکمل رمزهٔ آغاز است به آن (رمزهٔ آغاز) ← اضافه‌شدن زیرواحد بزرگ رناتن به این مجموعه ← کامل‌شدن ساختار رناتن.
	طویل‌شدن	 ورود رناهای ناقل مختلف به جایگاه A ← در صورت مکمل‌بودن با رمزهٔ جایگاه A، مستقر و در غیر این صورت از این جایگاه خارج می‌شود ← جداشدن آمینواسید جایگاه P از رنای ناقل خود ← ایجاد پیوند پپتیدی بین این آمینواسید با آمینواسید جایگاه A ← حرکت رناتن به اندازهٔ یک رمزه به سوی رمزهٔ پایان ← خالی‌شدن جایگاه A + قرارگرفتن رنای ناقل حامل رشتهٔ پپتیدی در جایگاه P + قرارگرفتن رنای ناقل بدون آمینواسید در جایگاه E ← خارج‌شدن رنای ناقل بدون آمینواسید از جایگاه E ← تکرار اتفاقات بالا و افزایش طول زنجیرهٔ پپتیدی.
	پایان	 اشغال‌شدن جایگاه A توسط پروتئین‌هایی به نام عوامل آزادکننده (چون رمزهٔ پایان، پادرمزه ندارد.) ← جداشدن پلی‌پپتید از آخرین رنای ناقل توسط عوامل آزادکننده ← جداشدن رنای ناقل از رنای پیک ← جداشدن زیرواحدهای رناتن از هم و آزادشدن رنای پیک.

		ترجمه
وضعیت پیوندها در ساختار ریبوزوم	هیدروژنی	تشکیل: در مراحل آغاز و طویل‌شدن بین رمزه و پادرمزه و به ترتیب در جایگاه‌های P و A رناتن![1]
		شکستن: در مراحل طویل‌شدن و پایان در زمان خروج رنای ناقل بدون آمینواسید به ترتیب از جایگاه‌های E و P بین رمزه و پادرمزه
	فسفودی‌استر	تشکیل پیوند: ✗
		شکستن پیوند: ✗
	پپتیدی	تشکیل پیوند: در مرحلهٔ طویل‌شدن در جایگاه A رناتن
		شکستن پیوند: ✗

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در جایگاه P، پلی‌پپتید در حال ساخت دیده می‌شود. در جایگاه A نیز پلی‌پپتید در حال ساخت و عامل آزادکنندهٔ پروتئینی دیده می‌شود. در جایگاه P پیوند اشتراکی بین آمینواسید و رنای ناقل شکسته می‌شود. در جایگاه A نیز برای تشکیل پیوند پپتیدی، پیوند اشتراکی در گروه آمین (بین هیدروژن و نیتروژن) شکسته می‌شود تا انتهای کربوکسیل آمینواسید قبلی بتواند به انتهای آمین آمینواسید بعدی متصل شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): یک نوع آمینواسید می‌تواند بیش از یک رمز و رمزه و در نتیجه بیش از یک نوع پادرمزه داشته باشد!

نکته متیونین تنها آمینواسیدی است که فقط یک رمزه (کدون) دارد (AUG)؛ در نتیجه فقط یک رمز در دنا و یک پادرمزه هم خواهد داشت.

گزینهٔ (۲): خروج توالی پادرمزه یا همان مولکول رنای ناقل از جایگاه A می‌تواند در دو حالت رخ دهد : ۱) طی مرحلهٔ طویل‌شدن و به دنبال حرکت رناتن به سوی رمزهٔ پایان و ورود آن به جایگاه P ۲) عدم استقرار رنای ناقل در جایگاه A (مکمل‌نبودن توالی رمزه و پادرمزه) و خروج از ساختار رناتن! که در حالت دوم، رنای ناقلی به جایگاه E وارد نمی‌شود که در ادامه از آن خارج شود (قبل از این واقعه، رنای ناقل فاقد آمینواسید از جایگاه E خارج شده است).

گزینهٔ (۳): علاوه بر مرحلهٔ پایان، در مرحلهٔ آغاز ترجمه نیز توالی سه‌نوکلئوتیدی که درون جایگاه E مشاهده می‌شود، قابل ترجمه نیست (ترجمه نمی‌شود). در مرحلهٔ آغاز، زیرواحدهای رناتن به هم متصل می‌شوند.

۱- در مرحلهٔ آغاز اول پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود و بعد ساختار رناتن تکمیل و جایگاه P ایجاد می‌شود.

۱۰ با توجه به اطلاعات کتاب درسی، چند مورد ویژگی مشترک تنظیم بیان ژن در یاخته‌های یوکاریوتی و پروکاریوتی را به درستی بیان می‌کند؟

الف) پروتئینی متصل به مولکول دنا که از توالی ژنی فاصله دارد، به رنابسپاراز متصل می‌شود.

ب) اتصال مولکولی به رشتهٔ نوکلئیک اسیدی از شروع یا تداوم نوعی فرایند سه‌مرحله‌ای جلوگیری می‌کند.

ج) انواعی از پروتئین‌های متصل به توالی در نزدیکی ژن باعث پیوستن رنابسپاراز به مولکول دنا می‌شوند.

د) تمایل پیوستن مولکول پروتئینی به توالی تنظیمی مجاور ژن، در اثر عواملی تغییر می‌کند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۲ ـ گفتار ۳ ـ تنظیم بیان ژن

درس Box

تنظیم بیان ژن در یوکاریوت‌ها می‌تواند در مراحل مختلفی باشد

۱) در مرحلهٔ رونویسی:

- اتصال عوامل رونویسی به راه‌انداز در اتصال رنابسپاراز به آن نقش دارد. ← همان تنظیم مقدار رونویسی
- اتصال عوامل رونویسی به افزاینده در افزایش سرعت رونویسی نقش دارد. ← تنظیم مقدار و سرعت رونویسی از ژن

۲) در مرحلهٔ غیر رونویسی:

- اتصال رناهای کوچک به رنای پیک ← ممانعت از ترجمهٔ رنای پیک ← تنظیم بیان ژن پس از رونویسی
- تغییر در دسترسی رنابسپاراز به ژن (دنا) با تغییر در میزان فشردگی این بخش از فام‌تن‌ها ← تنظیم بیان ژن در سطح فام‌تنی که هر چه فشردگی بیشتر، دسترسی کم‌تر و مقدار رونویسی هم کم‌تر. این نوع تنظیم پیش از رونویسی است.
- تغییر در طول عمر رنای پیک ← افزایش طول عمر رنای پیک یعنی امکان ساخت پروتئین بیشتر و کاهش طول عمر آن یعنی امکان ساخت پروتئین کم‌تر! این نوع تنظیم بیان ژن مربوط به پس از رونویسی است.

پاسخ خیلی تشریحی

همهٔ موارد به درستی بیان شده‌اند.

الف) در یوکاریوت‌ها عامل رونویسی متصل به افزاینده و در پروکاریوت‌ها پروتئین فعال‌کننده به نوعی توالی متصل‌اند که از ژن فاصله دارد. هر دوی این مولکول‌ها توانایی اتصال به رنابسپاراز را دارند.

ب) اتصال بعضی رناهای کوچک مکمل به رنای پیک مثالی از تنظیم بیان ژن پس از رونویسی در یوکاریوت‌ها است. با اتصال این رناها، از کار رِناتَن جلوگیری می‌شود، در نتیجه، عمل ترجمه متوقف می‌شود! ترجمه سه مرحلهٔ آغاز، طویل‌شدن و پایان دارد. در باکتری اشرشیاکلای، پروتئین مهارکننده با اتصال به اپراتور از ادامهٔ فرایند رونویسی جلوگیری می‌کند! در تنظیم منفی رونویسی این باکتری، به دلیل اتصال رنابسپاراز به راه‌انداز، رونویسی آغاز شده است! پس مولکول مهارکننده از ادامهٔ رونویسی جلوگیری می‌کند!

ج) این مولکول‌ها در یوکاریوت‌ها عوامل رونویسی‌اند که به راه‌انداز مجاور ژن متصل هستند و به رنابسپاراز هم کمک می‌کنند به راه‌انداز متصل شود. این پروتئین‌ها در باکتری‌ها می‌توانند پروتئین‌های فعال‌کننده باشند. پروتئین‌های فعال‌کننده به جایگاه اتصال فعال‌کننده که در مجاور راه‌انداز قرار دارد متصل شده و سبب می‌شوند تا رنابسپاراز به راه‌انداز متصل شود.

د) پروتئین‌های عوامل رونویسی انواع گوناگونی دارند و طبق متن کتاب، تمایل پیوستن آن‌ها به دنا در اثر عواملی تغییر می‌کند. در اشرشیاکلای نیز در طی فرایند تنظیم منفی رونویسی، با اتصال لاکتوز به مهارکننده تمایل اتصال این پروتئین به دنا (اپراتور) کاهش می‌یابد.

زیست‌شناسی

۱۱ **با توجه به فرایندهایی که می‌توانند چندین بار طی یک چرخهٔ یاخته‌ای انجام شوند و در تبدیل رمزهای مولکول دنا به پروتئین نقش دارند، کدام گزینه برای تکمیل عبارت زیر نامناسب است؟** رونویسی + ترجمه

«در هر مرحله‌ای از فرایند انجام‌گرفته توسط رناتن‌های متصل به شبکهٔ آندوپلاسمی که ..... می‌شود، همانند مرحلهٔ ..... فرایند دیگر ..... .»

۱) رنای ناقل فاقد اتصال به آمینواسید از جایگاه میانی رناتن خارج ـ سوم ـ نوعی مولکول پروتئینی با نوکلئوتید(های) واجد قند ریبوز تماس پیدا می‌کند

۲) مجموعه‌ای از زیرواحدهای رناتن و مولکول رنای پیک ایجاد ـ اول ـ واحدهای نیتروژن‌دار با پیوند اشتراکی به یکدیگر متصل می‌شوند

۳) پیوند کم‌انرژی میان مولکول‌های ریبونوکلئوتیدی تجزیه ـ دوم ـ کاتالیزورهای زیستی پیوند(های) اشتراکی را تجزیه می‌کنند

۴) در پی تشکیل پیوند پپتیدی، مولکول آب تولید ـ دوم ـ رابطهٔ مکملی میان ریبونوکلئوتیدهای مقابل یکدیگر از بین می‌رود

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۲ ـ گفتار ۱ و ۲ ـ رونویسی و ترجمه

Hint

فرایندهای رونویسی (با ساخته‌شدن رنا از روی دنا) و ترجمه (با ساخته‌شدن رشتهٔ پلی‌پپتیدی از روی رنا) در تبدیل رمزهای مولکول دنا به پروتئین نقش داشته و طی یک چرخهٔ یاخته‌ای امکان دارد که چندین بار انجام شوند. فرایند ترجمه توسط رناتن‌ها صورت می‌گیرد.

پاسخ خیلی تشریحی

در مرحلهٔ آغاز ترجمه، ابتدا زیرواحد کوچک رناتن به رنای پیک متصل می‌شود و در ادامه، زیرواحد بزرگ رناتن به این مجموعه می‌پیوندد و ساختار کاملی تشکیل می‌شود. در مرحلهٔ آغاز ترجمه، پیوند اشتراکی میان واحدهای نیتروژن‌دار (آمینواسیدها) تشکیل نمی‌شود؛ اتصال رنای ناقل به رنای پیک هم از طریق پیوندهای هیدروژنی صورت می‌گیرد. اما در مرحلهٔ آغاز رونویسی، زنجیرهٔ کوتاهی از مولکول رنا تشکیل می‌شود و ریبونوکلئوتیدها، با پیوند اشتراکی به هم متصل می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در مرحلهٔ پایان ترجمه، رنای ناقل فاقد آمینواسید از جایگاه میانی رناتن خارج می‌شود. در مرحلهٔ سوم رونویسی همانند مرحلهٔ پایان ترجمه، نوعی مولکول پروتئینی با نوکلئوتیدهای واجد قند ریبوز در تماس می‌باشد. در مرحلهٔ پایان ترجمه، عامل آزادکننده به رنای پیک متصل می‌شود و در مرحلهٔ پایان رونویسی رنابسپاراز به رنای پیک متصل است. در مورد ترجمه دقت کنید، در مرحلهٔ طویل‌شدن هم، بعد از تشکیل پیوند پپتیدی، رنای ناقل جایگاه میانی رناتن (P) فاقد اتصال به آمینواسید است که به دنبال جابه‌جایی رناتن، این جایگاه را ترک می‌کند و وارد جایگاه E می‌شود. در مرحلهٔ طویل‌شدن ترجمه هم، زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی در حال ساخت با نوکلئوتید رنای ناقل در تماس است.

گزینهٔ (۳): در مرحلهٔ طویل‌شدن و پایان ترجمه، پیوند هیدروژنی میان رنای پیک و رنای ناقل تجزیه می‌شود و این دو از هم جدا می‌شوند. در مرحلهٔ دوم رونویسی همانند مرحلهٔ طویل‌شدن و پایان ترجمه، پیوندهای اشتراکی توسط آنزیم تجزیه می‌شوند. پیوند اشتراکی میان آمینواسید و رنای ناقل در مرحلهٔ طویل‌شدن و پایان ترجمه شکسته می‌شود. در مرحلهٔ دوم رونویسی نیز پیوند اشتراکی میان فسفات‌های نوکلئوتید آزاد سه‌فسفاته‌ای که می‌خواهد در ساختار رنا قرار بگیرد، توسط آنزیم رنابسپاراز تجزیه می‌شود.

گزینهٔ (۴): طی ترجمه، فقط در مرحلهٔ طویل‌شدن ترجمه، پیوند پپتیدی میان آمینواسیدها تشکیل می‌شود. در مرحلهٔ طویل‌شدن ترجمه همانند مرحلهٔ دوم رونویسی، رابطهٔ مکملی میان گروهی از ریبونوکلئوتیدها تجزیه می‌شود؛ در مرحلهٔ طویل‌شدن ترجمه، به دنبال جداشدن رنای ناقل از رنای پیک و در مرحلهٔ طویل‌شدن رونویسی به دنبال جداشدن رنای در حال ساخت از رشتهٔ الگو در دنا.

۱۲ در صورت امکان ازدواج مرد و زنی سالم، با فرض تولد پسری که دارای هر دو نوع آنزیم اضافه‌کنندهٔ کربوهیدرات‌های A و B به غشای گویچه‌های قرمز خود است و دختری که فقط توانایی تولید یک نوع آنزیم را دارد، کدام مورد یا موارد زیر محتمل خواهد بود؟

الف) مادری دارای آنزیم A و B

ب) پسری با ژن‌نمود (ژنوتیپ) متفاوت از والدین

ج) پدر و مادری با ژنوتیپ مشابه یکدیگر

د) پدری فاقد توانایی ساختن آنزیم A و B

۱) ب ـ ج
۲) الف ـ ج
۳) الف ـ ب ـ د
۴) الف ـ ب ـ ج

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۳ ـ گفتار ۲ ـ گروه‌های خونی

Hint

با توجه به توضیحات صورت سؤال، فرزند پسر دارای گروه خونی AB و ژنوتیپ AB است. دختر خانواده دارای گروه خونی A یا B است و می‌تواند ژنوتیپ‌های AO، AA، BB یا BO داشته باشد.

حالت‌های مختلفی برای ژنوتیپ‌های پدر و مادر می‌توان متصور بود که شامل حالت‌های زیر است که فرزندان مورد سؤال متولد شوند:

حالت ۱: AO × BO　　حالت ۲: AA × BO　　حالت ۳: AO × BB

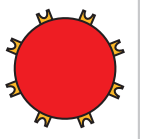
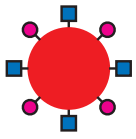
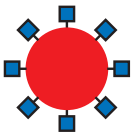
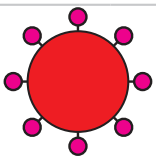
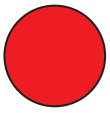
حالت ۴: AB × BO　　حالت ۵: AB × AO　　حالت ۶: AB × AA

حالت ۷: AB × BB　　حالت ۵: AB × AB

نگران نشو، حتی اگه انواع حالت‌ها رو هم ندونی، می‌تونی این تست رو حل کنی.

درس Box

مقایسهٔ گروه خونی Rh و ABO

نوع گروه خونی	گروه خونی Rh		گروه خونی ABO								
اساس تقسیم‌بندی	بودن یا نبودن پروتئین D در غشای گویچه‌های قرمز		بودن یا نبودن کربوهیدرات(های) A و یا B در غشای گویچه‌های قرمز								
ژن مربوط در کدام فام‌تن است؟	فام‌تن شمارهٔ ۱		فام‌تن شمارهٔ ۹								
انواع الل‌های موجود	d	D	(I^B) B		(I^A) A		(i) O				
نوع رابطهٔ بین الل‌ها	بارز و نهفتگی		هم‌توانی (بین الل‌های A و B) + بارز و نهفتگی (بین الل‌های A یا B با O)								
پروتئین ایجادشده در پی بیان‌شدن الل (ژن)	پروتئین D		● آنزیم اضافه‌کنندهٔ کربوهیدرات B به غشای گویچه‌های قرمز ● آنزیم اضافه‌کنندهٔ کربوهیدرات A به غشای گویچه‌های قرمز ● در افراد با فنوتیپ AB، هر دو آنزیم وجود دارد.								
انواع ژنوتیپ‌ها	dd	Dd	DD	AB	BO	BB	AO	AA	OO		
نوع ژنوتیپ‌ها	خالص	ناخالص	خالص	ناخالص	ناخالص	خالص	ناخالص	خالص	خالص		
فنوتیپ (گروه خونی)	منفی		مثبت	AB	B		A		O		
شکل گویچهٔ قرمز مربوط به فنوتیپ											

پاسخ خیلی تشریحی ✔ موارد «الف»، «ب» و «ج» صحیح هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) درست: اگر مادر گروه خونی AB داشته باشد، در صورتی که پدر ژن‌نمود AB، AA، BB، AO و BO داشته باشد ژن‌نمودهای فرزندان مطابق صورت سؤال خواهد بود.

ب) درست: طبق مربع پانت زیر، اگر پدر و مادر گروه خونی AB داشته باشند، احتمال تولد فرزندی با گروه خونی A یا B وجود دارد که فنوتیپ و ژنوتیپ متفاوت از والدین دارد.

گامت‌ها	A	B
A	AA	AB
B	AB	BB

ج) درست: طبق توضیحات، ژنوتیپ پدر و مادر می‌تواند مشابه یکدیگر باشد، مثلن AB، که در این شرایط هم‌چنان امکان تولد فرزندانی با فرض سؤال وجود دارد.

د) نادرست: از آن‌جایی که فرزند پسر این خانواده، دارای گروه خونی AB است (یک الل از پدر و یک الل از مادر دریافت کرده است)، احتمال این‌که یکی از والدین دارای گروه خونی O (ژنوتیپ OO) باشد، وجود ندارد.

در صورت امکان ازدواج مردی که دارای هر دو نوع آنزیم اضافه کنندهٔ کربوهیدرات‌های A و B در غشای گویچه‌های قرمز است با هر زنی که فقط توانایی تولید یک نوع آنزیم را دارد، تولید کدام مورد یا موارد زیر، محتمل خواهد بود؟ *(سؤال ۴۱ کنکور تجربی ۱۴۰۳ ـ نوبت دوم)*

الف) دختری با توانایی تولید هر دو نوع آنزیم

ب) پسری با ژن‌نمود (ژنوتیپ) خالص

ج) دختی را ژن‌نمود (ژنوتیپ) ناخالص

د) پسری فاقد توانایی ساختن هر دو نوع آنزیم

۱) «د»
۲) «الف»
۳) «ب»، «ج» و «د»
۴) «الف»، «ب» و «ج»

۱۳ در ارتباط با بیماری‌های مطرح‌شده در بخش ژنتیک (فصل سوم) کتاب درسی، کدام مورد غیرممکن است؟

وابسته به جنس (مثل هموفیلی) و مستقل از جنس (مثل فنیل کتونوری)

۱) در تمامی این بیماری‌ها، پسر بیمار، می‌تواند از والدینی سالم متولد شده باشد.
۲) فقط در یکی از این بیماری‌ها، هر پسر سالم، لزوماً پدری سالم نیز خواهد داشت.
۳) در تمامی این بیماری‌ها، از مادری بیمار، می‌تواند دختری سالم متولد شود.
۴) فقط در یکی از این بیماری‌ها، هر پدر بیمار، یک دگرهٔ بیماری را به پسر منتقل می‌کند.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۳ ـ گفتار ۲ ـ بیماری‌های ژنتیکی

Hint منظور از بیماری‌های مطرح‌شده در فصل سوم کتاب درسی، هموفیلی (وابسته به X نهفته) و فنیل کتونوری (غیرجنسی نهفته) است.

درس Box سؤالات مربوط به ژنتیک انسانی شایع‌ترین تیپ سؤال کنکور هستند. برای حل این سؤالات باید نکات زیر رو بلد باشی.

- اگر زنان ناقل، دو صفت وابسته به X نهفته داشته باشند، ۲ حالت داریم:

الف) هر دو ژن بیماری‌زا بر روی یک کروموزوم X قرار داشته باشند (X_b^a) ← بدون وقوع کراسینگ‌اور، نیمی از فرزندان پسر سالم و نیمی دیگر از پسران هر دو بیماری را دارند.

ب) هر یک از ژن‌های بیماری‌زا بر روی یک کروموزوم X باشد (X^aX^b) ← بدون وقوع کراسینگ‌اور، همهٔ پسران حداقل از نظر یک نوع بیماری بیمار خواهند بود به طوری که نیمی از پسران مبتلا به یک نوع بیماری و نیمی دیگر مبتلا به نوع دیگر هستند.

- اگر زنی سالم در مورد بیماری وابسته به X، در بین فرزندانش پسری بیمار داشته باشد، ژن‌نمود زن، ناخالص خواهد بود.
- در بیماری‌های وابسته به X مرد ناقل وجود ندارد.
- در بیماری‌های بارز، فرد ناقل وجود ندارد و افرادی که ژن‌نمود ناخالص دارند، بیمار هستند.
- دختران مبتلا به یک بیماری وابسته به X:

الف) اگر بیماری نهفته باشد ← باید دو کروموزوم X حامل الل بیماری را داشته باشد. از این دو کروموزوم، یکی را از پدر می‌گیرد و دیگری را از مادر.

ب) اگر بیماری بارز باشد ← وجود یک کروموزوم X حامل الل بیماری کافی است. این کروموزوم را می‌تواند از مادر یا پدر دریافت کرده باشد.

- پسران برای مبتلاشدن به بیماری وابسته به X، یک کروموزوم X حاوی الل بیماری را از مادر خود دریافت می‌کنند.

بیماری با الگوی مستقل از جنس نهفته	بیماری با الگوی وابسته به X نهفته
الل نهفته سبب بروز بیماری می‌شود.	
به طور معمول! برای بروز بیماری در فرد، وجود دو الل نهفته لازم است.	برای بروز بیماری در مردان (فرد XY) وجود تنها یک الل نهفته کافی است و در زنان حضور دو الل نهفته سبب بیماری می‌شود.
هم آقایان و هم خانم‌ها می‌توانند الل بیماری را داشته باشند، اما فنوتیپ سالم داشته باشند.	فقط فرد XX می‌تواند ناقل بیماری باشد؛ یعنی علی‌رغم داشتن الل بیماری، فنوتیپ سالم را نشان دهد.
احتمال ابتلا به این بیماری‌ها در فرزندان به یک اندازه است و جنسیت در میزان شانس مبتلاشدن تأثیری ندارد!	احتمال بروز این بیماری‌ها در یکی از دو جنس (پسران) بیشتر از دیگری است.
دو فرد سالم می‌توانند فرزندی بیمار داشته باشند.	
از ازدواج دو فرد سالم هم می‌تواند پسر بیمار و هم دختر بیمار متولد شود.	از ازدواج دو فرد با فنوتیپ سالم، اگر فرزند بیمار متولد شود، جنسیت آن پسر است که الل بیماری را از مادر ناقل گرفته است.
در صورت سالم‌بودن پدر، دختران می‌توانند سالم و یا بیمار باشند. بسته به خالص یا ناخالص بودن والدین!	اگر پدر سالم باشد، قطعن دختران خانواده سالم خواهند بود، حتی اگر مادر بیمار باشد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در فنیل کتونوری، هر پسر سالم Aa یا AA می‌باشد. ممکن است پسر Aa، دگرهٔ نهفتهٔ خود را از پدر بیمار خود (aa) و دگرهٔ سالم را از مادر خود دریافت کرده باشد. در هموفیلی نیز پسر سالم دارای یک دگرهٔ بارز می‌باشد که آن را از مادر دریافت کرده است. این پسر می‌تواند پدری بیمار داشته باشد ولی برای هموفیلی، دگره‌ای از آن دریافت نمی‌کند. بنابراین این مورد در ارتباط با هر دو بیماری غیرممکن است.

نکته

در مورد هموفیلی دقت کنید هر مادر بیمار به طور حتم، پسر بیمار خواهد داشت ولی هر پسر بیمار، لزومن مادر بیمار ندارد چراکه مادر ناخالص می‌تواند سالم باشد ولی الل X^h خود را به پسر بدهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در بیماری هموفیلی، پسر بیمار، دگرهٔ نهفتهٔ خود را از مادر دریافت کرده است. این مادر می‌تواند سالم و ناقل (X^HX^h) بیماری هموفیلی باشد. از طرفی در مورد پدر نیز نمی‌توان نظر قطعی داد و امکان سالم‌بودن پدر نیز وجود دارد. در بیماری فنیل‌کتونوری نیز پسر بیمار با ژنوتیپ aa می‌تواند از والدینی سالم با ژنوتیپ‌های مشابه و ناقل (Aa) متولد شده باشد.

گزینهٔ (۳): هم در هموفیلی و هم در فنیل‌کتونوری، مادری که بیمار است، ژنوتیپ خالص و نهفته دارد (x^hx^haa) و براساس ژنوتیپ پدر، می‌تواند منجر به تولد فرزندان دختر با فنوتیپ سالم شود. اگر پدر دگرهٔ سالم مربوط به هموفیلی را داشته باشد (یعنی X^H)، احتمال تولد دختر سالم وجود دارد.

گزینهٔ (۴): این مورد فقط در ارتباط با فنیل کتونوری صادق است. در هموفیلی، دگرهٔ بیماری در پدر نمی‌تواند به فرزند پسر منتقل شود، چراکه پدر، کروموزوم Y خود را به پسر می‌دهد که فاقد ژن هموفیلی است.

زیست‌شناسی

۱۴ **فرض می‌کنیم در انسان، داشتن انگشت اشارهٔ بلندتر از انگشت وسط را نوعی ژن مستقل از جنس کنترل می‌کند که این صفت در مردان با ژنوتیپ Aa و AA و در زنان، با ژنوتیپ AA ظاهر می‌شود. اگر مردی با انگشت اشارهٔ کوتاه‌تر با زنی با انگشت وسط بلندتر ازدواج کند و صاحب پسری با انگشت وسط کوتاه‌تر شود، کدام گزینه دربارهٔ این خانواده درست است؟**

۱) تولد دختر و پسر با ژن‌نمود (ژنوتیپ) مشابه و رخ‌نمودی (فنوتیپ) متفاوت دور از انتظار است.

۲) همهٔ فرزندان ناخالص این خانواده، رخ‌نمود (فنوتیپ) مشابه والد هم‌جنس خود دارند.

۳) احتمال تولد فرزند دختری با انگشت اشارهٔ بلندتر در این خانواده وجود دارد.

۴) ژن‌نمود (ژنوتیپ) پدر و مادر این خانواده با یکدیگر تفاوت دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۳ ـ گفتار ۲ ـ وراثت صفات

Hint

با توجه به اطلاعات صورت سؤال:

مردان با اشارهٔ بلندتر (انگشت وسط کوتاه‌تر): AA و Aa

زنان با اشارهٔ بلندتر (انگشت وسط کوتاه‌تر): AA

مردان با اشارهٔ کوتاه‌تر (انگشت وسط بلندتر): aa

زنان با اشارهٔ کوتاه‌تر (انگشت وسط بلندتر): Aa و aa

در صورت سؤال فرض شده است که مرد aa با زن Aa یا aa ازدواج کرده و صاحب پسری با انگشت وسط کوتاه‌تر (دارای الل A) شده‌اند. از آن‌جا که پدر aa است، این پسر حتمن ژنوتیپ Aa را دارد. بنابراین، برای این‌که فرزند Aa متولد شود، چون ژنوتیپ پدر aa است و الل a خود را به پسر می‌دهد، مادر باید حتمن A داشته باشد، پس ژنوتیپ مادر Aa است.

مربع پانت مربوط به این خانواده:

گامت‌ها	A	a
a	Aa	aa

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به ژنوتیپ‌های والدین، ژن‌نمود (ژنوتیپ) پدر و مادر این خانواده با یکدیگر تفاوت دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): دختران و پسران ناخالص در این خانواده، ژن‌نمود (ژنوتیپ) مشابه Aa دارند، ولی رخ‌نمودهای آن‌ها متفاوت است.

گزینهٔ (۲): در صورت تولد فرزند پسر Aa که فرزند ناخالص این خانواده بوده و انگشت اشارهٔ بلندتری دارد، فنوتیپ متفاوتی نسبت به پدر خود خواهد داشت.

گزینهٔ (۳): دختری که انگشت اشارهٔ بلندتر داشته باشد، ژنوتیپ AA دارد. امکان تولد این فرزند از پدری که ژنوتیپ aa دارد، دور از انتظار خواهد بود.

زیست‌شناسی

۱۵ **در ارتباط با فردی که به بیماری PKU مبتلاست، کدام عبارت صحیح است؟**

۱) فاقد هر نوع آنزیمی است که پیش‌مادهٔ آن فنیل آلانین می‌باشد.

۲) در تمام طول عمر باید از مصرف غذای حاوی فنیل آلانین کاملاً بپرهیزد.

۳) با بررسی خون گرفته‌شده از کف پای نوزاد تشخیص داده می‌شود.

۴) تغذیه از شیر مادر در نوزادی، سبب آسیب به هر دو اندام دستگاه عصبی مرکزی می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۳ ـ گفتار ۲ ـ فنیل کتونوری

پاسخ خیلی تشریحی

طبق شکل کتاب، خونگیری از کف پای نوزاد انجام می‌شود. با انجام آزمایش خون در بدو تولد می‌توان این بیماری را تشخیص داد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): افراد مبتلا به این بیماری، فاقد آنزیم تجزیه‌کنندهٔ فنیل آلانین هستند. دقت کنید که این افراد هم‌چنان آنزیم‌هایی دارند که پیش‌مادهٔ آن‌ها فنیل آلانین است؛ مثلن آنزیمی که از این آمینواسید طی ترجمه استفاده می‌کند و آن را در ساختار پروتئین‌ها قرار می‌دهد.

گزینهٔ (۲): افراد مبتلا به این بیماری باید در دورهٔ نوزادی از مصرف هر غذای حاوی این آمینواسید بپرهیزند (از شیر خشک‌های فاقد فنیل آلانین تغذیه می‌کند)، اما در دورهٔ بزرگسالی طبق متن کتاب درسی، رژیم غذایی می‌تواند حاوی مقدار کمی فنیل آلانین باشد.

گزینهٔ (۴): تغذیه از شیر مادر در نوزادی باعث آسیب به یاخته‌های مغز می‌شود و طبق کتاب درسی بر نخاع اثری ندارد.

در افراد بزرگسال مبتلا به بیماری فنیل‌کتونوری (PKU)، میزان فنیل آلانین رژیم غذایی چگونه باید باشد؟

(سؤال ۱۰ (قسمت ب) ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)

زیست‌شناسی

۱۶ **در زنبور عسل، دگره‌های A و a به ترتیب مربوط به بلندی و کوتاهی بال است و دگره‌های B و b هم به ترتیب سیاهی و سفیدی بال را نشان می‌دهند. به فرض آن‌که بین دگره‌های مربوط به طول بال رابطهٔ بارزیت ناقص و بین دگره‌های رنگ بال، رابطهٔ بارز و نهفتگی برقرار باشد، در حالت عادی، با توجه به والدین زیر، تولد کدام فرزند غیرممکن است؟ (دگره‌های مربوط به اندازه و تیرگی بال همواره بر روی یک فام‌تن قرار دارند.)**

$$\frac{A}{b}\left|\frac{a}{B}\right. \times \frac{A}{B}\left|\frac{A}{b}\right.$$

(۱) (۲)

۱) بال بلند و سیاه
۲) بال بلند و سفید
۳) بال متوسط و سیاه
۴) بال متوسط و سفید

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۳ ـ گفتار ۲ ـ ژنتیک جانوری

پاسخ خیلی تشریحی با توجه به ژنوتیپ والدین و با توجه به این‌که الل‌های مختلف (b, A)، (B, a)، (B, A) و (b, A) که با هم در یک کروموزوم هستند، با هم به ارث می‌رسند، فرزندان حاصل از لقاح گامت‌های والدین ژنوتیپ‌های زیر را دارند:

۱) AABb ۲) AAbb ۳) AaBB ۴) AaBb

با توجه به توضیحات صورت سؤال، تولد فرزندی با بال‌های سفیدرنگ و متوسط (Aabb) به طور هم‌زمان غیرممکن است، چراکه برای تولد این فرزند، باید والد اول، در یکی از فام‌تن‌هایش، در کنار دگرهٔ a، دگرهٔ b را نیز داشته باشد.

در مگس سرکه دگره(الل)های A و a ، به ترتیب مربوط به رنگ سفیدی و سیاهی بدن است و دگره‌های B و b به ترتیب اندازهٔ طبیعی بال و بال تحلیل‌رفته را نشان می‌دهد. به فرض آن‌که دگرهٔ رنگ بدن و اندازهٔ بال بر روی یک فام‌تن (کروموزوم) قرار داشته و بین دگره‌ها رابطهٔ بارز و نهفتگی برقرار باشد، با توجه به والدین زیر، کدام فرزند حاصل گامت نوترکیب است؟ (حرف بزرگ، دگرهٔ بارز و حرف کوچک، دگرهٔ نهفته را نشان می‌دهد.)

(سؤال ۱۴ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)

$$\frac{A}{B}\left|\frac{a}{b}\right. \times \frac{a}{b}\left|\frac{a}{b}\right.$$

۱) خاکستری و بال طبیعی
۲) سفید و بال تحلیل‌رفته
۳) سیاه و بال تحلیل‌رفته
۴) سفید و بال طبیعی

زیست‌شناسی

۱۷ **طبق مطالب کتب درسی و در خصوص جانورانی که می‌توانند به تنهایی تولیدمثل کنند، اگر نحوهٔ ایجاد صفت رنگ پوست مشابه صفت رنگ گلبرگ‌های گل میمونی باشد، تولد کدام مورد غیرممکن است؟ (صفت رنگ پوست را دارای دگره‌های ایجادکنندهٔ رنگ سفید و سیاه فرض کنید.)**

۱) زنبور نر با رنگ سیاه از زنبور ملکه با رنگ خاکستری

۲) کرم کبد با رنگ سفید از کرم کبدی با رنگ خاکستری

۳) ماری با رنگ سیاه از ماری با رنگ خاکستری

۴) زنبور ماده با رنگ سیاه از زنبور نر با رنگ خاکستری

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۳ ـ گفتار ۲ ـ ژنتیک جانوری

درس Box

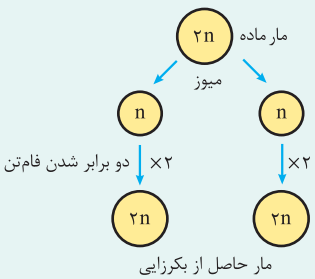
سؤالات مربوط به ژنتیک جانوری:

در این قسمت ویژگی‌های جانور مورد سؤال خیلی مهم و حیاتی هستش، پس خوب دقت کنید.

۱) **کرم کبد:** جانوری هرمافرودیت است که خودلقاحی! دارد؛ یعنی اسپرم‌های خودش باعث بارورشدن تخمک‌های خودش می‌شود. دقت کنید که اگر یک کرم کبد در ژنوتیپ خود اللی را نداشته باشد، زاده‌های آن کرم نیز فاقد آن الل خواهند بود. مثلن اگر ژنوتیپ کرم کبدی به صورت AaBB باشد، هیچ‌یک از زاده‌هایش در ژنوتیپ خود، الل b را نخواهند داشت.[۱]

۲) **کرم خاکی:** جانوری هرمافرودیت است و دگرلقاحی دارد؛ *یعنی اگر یک کرم خاکی بخواد بچه‌دار بشه باید یک کرم خاکی دیگه رو پیدا کنه. در این حالت اسپرم‌های یکی، تخمک‌های اون یکی رو بارور می‌کنه و برعکس!* یعنی هر دوتا کرم خاکی بچه‌دار می‌شوند.

دقت کنید که در داستان کرم خاکی، ژنوتیپ دو والد می‌تواند یکسان و یا متفاوت باشد. حتی دقت کنید که از آمیزش دو کرم خاکی ممکن است زاده‌ای با ژنوتیپ متفاوت از والدین ایجاد شود. مثلن دو کرم خاکی با ژنوتیپ‌های Aa و Aa می‌توانند زاده‌ای با ژنوتیپ aa یا AA داشته باشند.



۳) **مار:** بعضی از مارها بکرزایی انجام می‌دهند. در این روش، فرد ماده گاهی اوقات به تنهایی تولیدمثل می‌کند. فرد ماده با میوز، تخمک را ایجاد می‌کند. از روی فام‌تن‌های تخمک یک نسخه ساخته می‌شود تا فام‌تن‌های تخمک دو برابر شوند و سپس شروع به تقسیم می‌کند و موجود دولاد را به وجود می‌آورد. در واقع مار حاصل از بکرزایی، ۲n و خالص است.

فرض کنید ماری داریم با ژنوتیپ AaBB. این مار با انجام میوز می‌تواند گامت‌های AB و یا aB را ایجاد کند. هر یک از این گامت‌ها می‌تواند ابتدا فام‌تن‌هایش را دو برابر کند؛ یعنی به صورت AABB و یا aaBB دربیاید و سپس با تقسیم میتوز، یک مار دولاد را ایجاد کند. در واقع از بکرزایی یک مار با ژنوتیپ AaBB، زادهٔ حاصل یا به صورت AABB و یا aaBB است.

۱- مگر این‌که جهش خاصی باعث تبدیل B به b شود؛ اما به صورت معمول این مورد رخ نمی‌دهد! در ضمن جهش در سؤالات ژنتیک معمولن مد نظر قرار نمی‌گیرد!

۴) **زنبور عسل**: *اول جدول زیر رو ببین:*

ملکه	کارگر	نر
دیپلوئید و حاصل لقاح اسپرم و تخمک هستند.		هاپلوئید و حاصل بکرزایی ملکه است.
توانایی تولیدمثل و انجام میوز را دارد.	نازا است.	توانایی تولیدمثل را دارد، ولی میوز انجام نمی‌دهد و با میتوز گامت تولید می‌کند.
ژن‌هایش را به صورت **مستقیم** به نسل بعد منتقل می‌کند.	ژن‌هایش را به صورت **غیرمستقیم** به نسل بعد منتقل می‌کند.[1]	ژن‌هایش را به صورت **مستقیم** به نسل بعد منتقل می‌کند.
دارای فام‌تن همتا هستند.		فاقد فام‌تن همتا است.
می‌توانند رخ‌نمودهای حد واسط و هم‌توان را هم بروز دهند.		نمی‌تواند رخ‌نمود حد واسط و هم‌توان را بروز دهد.
با والد مادهٔ خود از نظر تعداد فام‌تن قطعن یکسان و از نظر ژن‌نمود می‌توانند یکسان و یا متفاوت باشند.		از نظر تعداد فام‌تن و ژن‌نمود با والد خود قطعن متفاوت است.
نیمی از اطلاعات وراثتی هستهٔ یاختهٔ زاینده در والد ماده و تمام اطلاعات هسته‌ای یاختهٔ زاینده در والد نر را به ارث می‌برد.		تمام اطلاعات ژنی خود را از والد ماده دارد.

فرض کنید که ژنوتیپ زنبور عسل ملکه، AaBb باشد. ملکه با تقسیم میوز می‌تواند **چهار نوع** گامت ab، AB، Ab و aB را تولید کند. هر یک از این گامت‌ها می‌توانند با تقسیم میتوز، رشد کنند و زنبور عسل نر ایجاد کنند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

جانورانی که طبق متن کتاب درسی می‌توانند به تنهایی تولیدمثل کنند عبارت‌اند از: کرم کبد، بعضی مارها، زنبور عسل ماده.

نحوهٔ توارث رنگ گلبرگ در گل‌های میمونی به صورت وجود دو دگره است که نسبت به هم رابطهٔ بارزیت ناقص دارند و فرد ناخالص، فنوتیپ حد واسط را نشان می‌دهد.

زنبور والد نر به دلیل هاپلوئیدبودن نمی‌تواند رنگ پوست خاکستری داشته باشد، زیرا برای ایجاد این رنگ به وجود دو دگرهٔ سیاه و سفید نیاز است.

نکته انواع روش‌های تولیدمثل در افراد مختلف جمعیت زنبورهای عسل: ۱) ماده‌های کارگر ← نازا هستند و تولیدمثل نمی‌کنند ۲) ملکه (ماده) ← بکرزایی که زنبور نر تولید می‌کند و آمیزش با زنبور نر که زنبورهای ماده تولید می‌کند ۳) زنبور نر ← آمیزش با زنبور ماده (ملکه) که فقط زنبورهای ماده تولید می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): زنبور ملکه با رنگ خاکستری (ژنوتیپ Aa) می‌تواند در طی بکرزایی و از طریق تولید گامتی که فقط دگرهٔ ایجادکنندهٔ رنگ سیاه را دارد، سبب ایجاد زنبور هاپلوئید (نر) با رنگ سیاه شود.

گزینهٔ (۲): کرم کبد خودلقاحی دارد و اگر والد آن رنگ خاکستری داشته باشد (ژنوتیپ Aa) می‌توان انتظار داشت که گامت‌هایی با ژنوتیپ‌های a یا A تولید کند که این‌ها می‌توانند با هم لقاح کنند، در صورت لقاح دو گامت با ژنوتیپ a ، امکان تولد کرم کبدی سفیدرنگ وجود دارد.

گزینهٔ (۳): مار خاکستری والد به دلیل داشتن هر دو دگره ایجاد رنگ سفید و سیاه، می‌تواند در ایجاد ماری خالص و دارای رنگ پوست سیاه یا سفید نقش داشته باشد.

۱- به دلیل نگه‌داری از زاده‌های ملکه و چون با ملکه ژن‌های مشترک دارد، پس در صورت افزایش شانس بقای بچه‌ها، ژن‌های او نیز به صورت غیرمستقیم به نسل بعد منتقل شده‌اند.

زیست‌شناسی

۱۸ **در گیاه لوبیا، ژن‌نمود (ژنوتیپ) برگ‌های رویانی دانه، AB است. کدام مورد به ترتیب از راست به چپ، در ارتباط با ژن‌نمود آندوسپرم این دانه، پوستهٔ دانه و گردهٔ گرده‌افشانی شده‌ای که در تشکیل این دانه شرکت داشته، محتمل است؟**

۱) ABB، BB و AB
۲) AAB، AB و AA
۳) ABB، AA و BB
۴) AAB، AB و BB

مشابه کنکور

مشاوره تست ژنتیک گیاهی با فرمت مشابه همین تستِ آزمون، از سؤالات تقریبن قطعی در کنکور ۱۴۰۵ خواهد بود!

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۳ ـ گفتار ۲ ـ ژنتیک گیاهی

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به این‌که رویان دارای ژنوتیپ AB است، پس ژنوتیپ آندوسپرم نیز دارای هر دو الل A و B بوده و AAB یا ABB است. پوستهٔ دانه از تغییر پوستهٔ تخمک حاصل می‌شود، لذا ژنوتیپی مشابه با والد ماده خواهد داشت. می‌دانیم که دو الل تکراری در ژنوتیپ آندوسپرم، مربوط به یاختهٔ دوهسته‌ای است؛ پس اگر آندوسپرم ژنوتیپ AAB داشته باشد، پوستهٔ دانه باید حتمن دارای الل A باشد و در نتیجه می‌تواند ژنوتیپ AB یا AA داشته باشد. آندوسپرم AAB حاصل لقاح یاختهٔ دوهسته‌ای AA با گامت نر B است؛ پس والد نر باید حتمن دگرهٔ B را داشته باشد. گرده‌ای که گرده‌افشانی می‌شود، گردهٔ رسیده است که دارای یاخته‌های زایشی و رویشی است. از آن‌جا که این دو یاخته حاصل میتوز گردهٔ نارس هاپلوئید هستند، ژنوتیپ یکسانی دارند، پس هر دو دارای دگرهٔ B بوده، لذا ژنوتیپ دانهٔ گردهٔ رسیده BB خواهد بود (تایید گزینهٔ (۴) و رد گزینهٔ (۲)).

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌های (۱) و (۳): اگر ژنوتیپ آندوسپرم ABB باشد، ژنوتیپ پوستهٔ دانه BB یا AB خواهد بود (رد گزینهٔ (۳)). اگر ژنوتیپ پوستهٔ دانه BB باشد، پس برای تولید آندوسپرم مورد نظر، گامت نر A شرکت داشته و لذا ژنوتیپ دانهٔ گردهٔ رسیده AA خواهد بود (رد گزینهٔ (۱)). هم‌چنین گزینهٔ (۱) را می‌توان این‌گونه نیز رد کرد که از آن‌جا که دانهٔ گردهٔ رسیده شامل دو یاختهٔ رویشی و زایشی با ژنوتیپ یکسان است (چون حاصل میتوز هستند)، پس همواره ژنوتیپ خالص خواهد داشت و نمی‌تواند مثلن ژنوتیپ AB داشته باشد.

کنکور

در گیاه لوبیا، ژن نمود (ژنوتیپ) ساقهٔ رویانی دانه، AB است. کدام مورد به ترتیب از راست به چپ، در ارتباط با ژن‌نمود آندوسپرم این دانه و یاختهٔ سازندهٔ گردهٔ نارس و یاختهٔ خورشی که در تشکیل این دانه شرکت داشته، غیرمحتمل است؟ *(سؤال ۲۲ کنکور تجربی ۱۴۰۲ ـ نوبت دوم)*

۱) ABB، AA و AB
۲) ABB، AB و BB
۳) AAB، BB و AB
۴) AAB، AA و BB

۱۹ کدام گزینه، برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«در نوعی ذرت، زاده‌هایی که از آمیزش دو ذرت با ژنوتیپ AABBcc و aabbCC حاصل می‌شوند، از نظر رنگ با ذرت دارای ژنوتیپ ..... تفاوت بیشتری نسبت به ذرت دارای ژنوتیپ ..... دارند.»

۱) AABBCC ـ aabbcc
۲) AABbCc ـ AABBCc
۳) AaBBCC ـ AaBBCc
۴) AaBbCC ـ AABbcc

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۳ ـ گفتار ۲ ـ ذرت

درس Box

چگونگی تعیین رنگ در ذرت:

۱) رنگ نوعی ذرت مثالی از صفات چندجایگاهی است؛ یعنی در بروز رنگ ذرت بیش از یک جایگاه ژنی شرکت دارد. رنگ این ذرت طیفی از سفید تا قرمز است.

۲) صفت رنگ در این ذرت، صفتی با سه جایگاه ژنی است که هر کدام دو دگره دارند. برای نشان‌دادن ژن‌ها در این سه جایگاه، از حروف بزرگ و کوچک A، B و C استفاده می‌کنیم. برحسب نوع ترکیب دگره‌ها، رنگ‌های مختلفی ایجاد می‌شود.

۳) صفات چندجایگاهی رخ‌نمودهای پیوسته‌ای دارند.

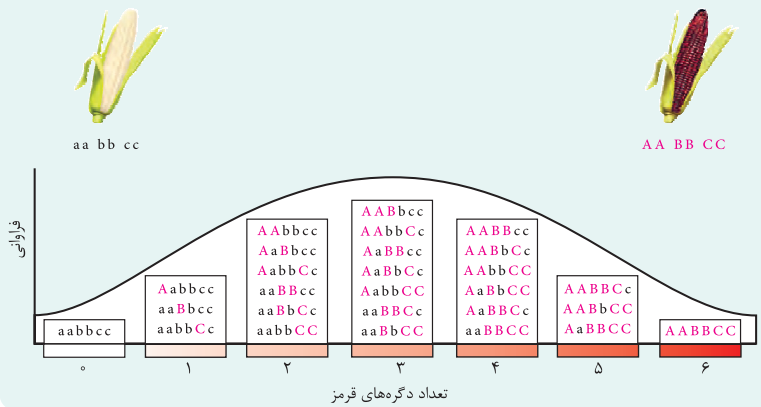
۴) دگره‌های بارز، در ایجاد رنگ قرمز و دگره‌های نهفته در ایجاد رنگ سفید نقش دارند؛ بنابراین رخ‌نمودهای دو آستانهٔ طیف، یعنی کاملن قرمز و کاملن سفید به ترتیب ژن‌نمودهای AABBCC و aabbcc را دارند.

۵) درژن‌نمودهای ناخالص، هر چه تعداد دگره‌های بارز بیشتر باشد، مقدار رنگ قرمز بیشتر است.

۶) نمودار توزیع فراوانی رخ‌نمودهای پیوسته مثل رنگ این نوع ذرت، شبیه زنگوله است.

۷) هر یاختهٔ پیکری زنده و تک‌هسته‌ای ذرت که دو مجموعه فام‌تن دارند، برای این صفت ۶ دگره دارد.

۸) هر چه‌قدر اختلاف بین تعداد الل‌های بارز دو ذرت کم‌تر باشد، شباهت بین آن‌ها بیشتر است؛ مثلن ذرت‌های دارای شش الل بارز (دارای ژنوتیپ AABBCC)، بیشترین شباهت را با ذرت‌های دارای ۵ الل بارز دارند.



پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به این‌که دگره‌های بارز، رنگ قرمز و دگره‌های نهفته، رنگ سفید را ایجاد می‌کنند، از آمیزش ژنوتیپ‌های دو آستانه، زاده‌هایی با ژنوتیپ AaBbCc ایجاد خواهد شد. در رخ‌نمودهای ناخالص، هر چه تعداد دگره‌های بارز بیشتر باشد، مقدار رنگ قرمز بیشتر است. ذرت‌های حاصل از آمیزش دو ذرت اولیه مطرح‌شده (AaBbCc) دارای سه دگرهٔ بارز هستند. ذرت‌های دارای سه دگرهٔ بارز از نظر رنگ به ذرتی شبیه‌ترند که اختلاف تعداد دگره‌های بارز آن با ذرت مذکور کم‌تر باشد. در گزینهٔ (۲)، ذرت اول دارای پنج دگرهٔ بارز و ذرت دوم دارای چهار دگرهٔ بارز است، پس تفاوت رنگ در ذرت مذکور که سه دگرهٔ بارز داشت، با ذرت اول (دارای پنج دگرهٔ بارز) بیشتر از ذرت دوم (دارای چهار دگرهٔ بارز) است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): ذرت اول و دوم در این گزینه به ترتیب صفر و شش دگرهٔ بارز دارند و بنابراین اختلاف تعداد دگره‌های بارز هر دوی آن‌ها با ذرت حاصل از آمیزش که سه دگرهٔ بارز داشت، سه عدد است.

گزینهٔ (۳): ذرت اول و دوم به ترتیب چهار و پنج دگرهٔ بارز دارند و بنابراین رنگ ذرت حاصل از آمیزش، به ذرت اول شباهت بیشتری دارد.

گزینهٔ (۴): ذرت اول سه دگرهٔ بارز دارد و ذرت دوم، چهار دگرهٔ بارز، پس شباهت ذرت حاصل از آمیزش، به ذرت اول بیشتر است.

زیست‌شناسی

۲۰ چند مورد، عبارت زیر را به طور مناسب تکمیل می‌کند؟

«در نوعی بیماری مطرح‌شده در فصل سوم زیست‌شناسی دوازدهم که با اختلال در فرایند آغازشده توسط آنزیم پروترومبیناز همراه است، ..... سندروم آلپورت ..... امکان‌پذیر است.» (جایگاه ژنی مربوط به سندروم آلپورت بر روی بزرگ‌ترین کروموزوم جنسی بوده و دگرهٔ بارز آن بیماری‌زا می‌باشد.)

الف) همانند ــ تولد پسری سالم از پدر بیمار و مادر سالم

ب) برخلاف ــ تولد پسری بیمار از پدر سالم و مادر سالم

ج) همانند ــ تولد دختری سالم از پدر سالم و مادر بیمار

د) برخلاف ــ تولد دختری بیمار از پدر بیمار و مادر سالم

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۳ ـ گفتار ۲ ـ ژنتیک انسان

Hint منظور از بیماری اشاره‌شده در فصل سوم زیست‌شناسی دوازدهم، بیماری هموفیلی می‌باشد (نهفتهٔ وابسته به X). در این بیماری، فرایند انعقاد خون (آنزیم پروترومبیناز، تشکیل لخته را آغاز می‌کند) دچار اختلال می‌شود. بیماری آلپورت نیز، طبق توضیح صورت سؤال، نوعی بیماری وابسته به X بوده که جایگاه ژنی آن بر روی کروموزوم X است. این بیماری وابسته به جنس بارز است، یعنی هر فرد دارای دگرهٔ بارز، علائم بیماری را بروز می‌دهد.

پاسخ خیلی تشریحی موارد «الف»، «ب» و «ج» برای تکمیل عبارت مد نظر مناسب‌اند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) در صورتی که مادری از نظر هموفیلی سالم باشد (X^HX^H یا X^HX^h)، امکان دارد پسر او نیز از نظر هموفیلی سالم باشد، اگر دگرهٔ X^H مادر را بگیرد. در ارتباط با سندروم آلپورت نیز، اگر مادر سالم باشد، یعنی دارای دو دگرهٔ نهفته بر کروموزوم‌های X بوده و در این صورت، قطعاً پسر او نیز از نظر سندروم آلپورت سالم خواهد بود، چراکه پدر دگرهٔ بیماری‌زای خود را به پسر نمی‌دهد.

ب) در صورتی که مادری ناقل هموفیلی باشد، امکان دارد که پسر او از نظر هموفیلی، بیمار باشد (اگر دگرهٔ X^h مادر را بگیرد). اما دقت داشته باشید که در ارتباط با سندروم آلپورت، اگر مادر سالم باشد (X^aX^a) قطعاً پسر او نیز سالم خواهد بود.

نکته هر مادر بیمار از نظر بیماری‌های وابسته به X ، قطعاً پسر بیمار دارد اما یک پسر بیمار از نظر این بیماری‌ها می‌تواند مادر سالم داشته باشد (مادر ناقل می‌تواند الل سالم یا بیماری‌زای خود را به پسر بدهد).

ج) در صورتی که پدر از نظر هموفیلی سالم و مادر بیمار هموفیل باشد، دختر خانواده ناقل خواهد بود و سالم است. در ارتباط با سندروم آلپورت نیز اگر پدر سالم باشد (X^aY) و مادر بیمار، ناخالص (X^AX^a) باشد، در این صورت امکان دارد که دختر خانواده از نظر سندروم آلپورت سالم باشد (X^aX^a).

د) در صورتی که پدر از نظر بیماری هموفیلی بیمار باشد و مادر نیز ناقل هموفیلی باشد، امکان دارد که دختر آن‌ها از نظر هموفیلی بیمار باشد (X^hX^h). در ارتباط با سندروم آلپورت نیز اگر پدر بیمار باشد، قطعاً دختر او نیز بیمار خواهد بود، چراکه دگرهٔ بیماری‌زا در سندروم آلپورت بارز می‌باشد؛ پس این مورد به علت آوردن کلمهٔ «برخلاف» نادرست است.

زیست‌شناسی

۱ کدام مورد در ارتباط با فرایند ترجمهٔ پروتئین میوگلوبین، درست است؟

۱) هم‌زمان با تشکیل ساختار کامل رناتن، رنای ناقل به رنای پیک متصل می‌شود.

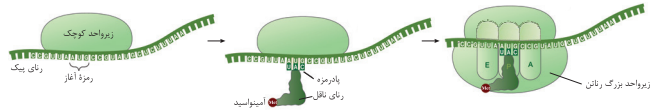
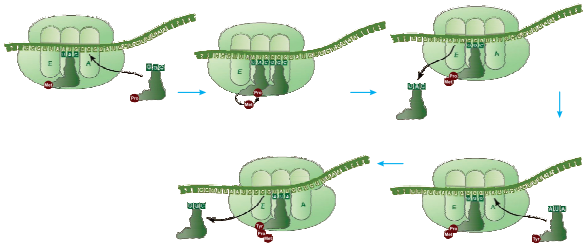
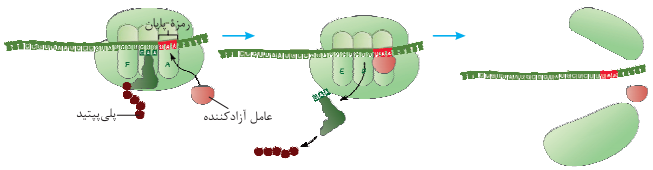
۲) هم‌زمان با تشکیل نخستین پیوند پپتیدی، رناتن به اندازهٔ یک رمزه به سوی رمزهٔ پایان پیش می‌رود.

۳) هم‌زمان با خروج نخستین رنای ناقل از جایگاه P رناتن، رنای ناقل دیگری به جایگاه A وارد می‌شود.

۴) هم‌زمان با شکستن پیوند بین آمینواسید و نوکلئوتید، امکان مشاهدهٔ دو رنای ناقل درون رناتن وجود دارد.

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۲ ـ ترجمه

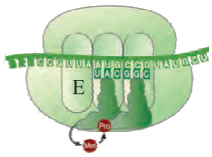
درس Box

		ترجمه
اتفاقاتی که در هر مرحله رخ می‌دهد	آغاز	هدایت‌شدن زیرواحد **کوچک** رناتن به سوی رمزهٔ **آغاز** توسط بخش‌هایی از رنای پیک ← اتصال رنای ناقلی که مکمل رمزهٔ آغاز است به آن ← اضافه‌شدن زیرواحد بزرگ رناتن به این مجموعه ← کامل‌شدن ساختار رناتن. 
	طویل‌شدن	ورود رناهای ناقل مختلف به جایگاه A ← در صورت مکمل‌بودن با رمزهٔ جایگاه A، مستقر و در غیر این صورت از این جایگاه خارج می‌شود ← جداشدن آمینواسید جایگاه P از رنای ناقل خود ← ایجاد پیوند پپتیدی بین این آمینواسید با آمینواسید جایگاه A ← حرکت رناتن به اندازهٔ یک رمزه به سوی رمزهٔ پایان ← خالی‌شدن جایگاه A + قرارگرفتن رنای ناقل حامل رشتهٔ پلی‌پپتید در جایگاه P + قرارگرفتن رنای ناقل بدون آمینواسید در جایگاه E ← خارج‌شدن رنای ناقل بدون آمینواسید از جایگاه E ← تکرار اتفاقات بالا و افزایش طول زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی. 
	پایان	ورود یکی از رمزه‌های پایان ترجمه به جایگاه A ← اشغال‌شدن این جایگاه توسط پروتئین‌هایی به نام عوامل آزادکننده (چون رمزهٔ پایان، پادرمزه ندارد) ← جداشدن پلی‌پپتید از آخرین رنای ناقل توسط عوامل آزادکننده از جایگاه P ← جداشدن زیرواحدهای رناتن از هم و آزادشدن رنای پیک با کمک عوامل آزادکننده. 

زیست‌شناسی

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در مرحلهٔ طویل‌شدن ترجمه، ابتدا رنای ناقلی که در جایگاه P به آمینواسید مربوط به خود متصل است، آمینواسید خود را از دست می‌دهد. قبل از وقوع این اتفاق، رنای ناقل متصل به آمینواسید دیگری در جایگاه A مستقر شده است، که این آمینواسید جدا شده با آن پیوند پپتیدی برقرار می‌کند.



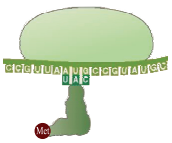
نکته

در ابتدای مرحلهٔ طویل‌شدن، اولین آمینواسید رشتهٔ پلی‌پپتیدی در حال ساخت، از یک سمت خود آزاد است و از سمت دیگر خود به آمینواسید متصل به رنای ناقل متصل می‌شود.

به طور هم‌زمان در یک رناتن، جایگاه‌های P و A و یا جایگاه‌های P و E می‌توانند توسط رنای ناقل اشغال شده باشند. دقت کنید دو جایگاه A و E هرگز نمی‌توانند به طور هم‌زمان توسط رنای ناقل مکمل پر شده باشند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): طبق شکل، پیش از کامل‌شدن ساختار رناتن، رنای ناقل حامل آمینواسید متیونین به رنای پیک متصل شده است!



گزینهٔ (۲): طی ترجمه، آمینواسید متصل به رنای ناقل مستقر در جایگاه P از رنای ناقل خود جدا می‌شود و با آمینواسید جایگاه A پیوند پپتیدی برقرار می‌کند. **پس از آن** (نه هم‌زمان!) رِناتَن به اندازهٔ یک رمزه به سوی رمزهٔ پایان پیش می‌رود.

گزینهٔ (۳): هم‌زمان با اولین جابه‌جایی، ابتدا، رنای ناقل مستقر در جایگاه P به جایگاه E و رنای ناقل مستقر در جایگاه A به جایگاه P جابه‌جا می‌شود و پس از آن‌که جایگاه A خالی شد، رنای ناقل دیگری به جایگاه A وارد می‌شود.

۲ با توجه به فرایندهای تنظیم بیان ژن در مرحلهٔ رونویسی در پروکاریوت‌ها که در کتاب درسی آمده است، کدام مورد زیر درست است؟

تنظیم مثبت و منفی

۱) در نوعی تنظیم که پروتئین متصل به دنا، به نوعی قند متصل می‌شود، رنابسپاراز برای شناسایی راه‌انداز به عوامل متصل به دنا نیاز دارد.

۲) در هر نوع تنظیم که فرایند رونویسی در زمان متصل‌بودن پروتئین تنظیمی به دنا آغاز می‌گردد، راه‌انداز به ژن(ها) متصل است.

۳) در پی نوعی تنظیم که با پیوستن نوعی پروتئین به پروتئین دیگر همراه است، نهایتاً میزان قند ترجیحی در سیتوپلاسم باکتری بالا می‌رود.

۴) در هر نوع تنظیم که نوعی پروتئین هم‌زمان به مولکولی با قند(های) شش‌ضلعی و مولکولی با قند(های) پنج‌ضلعی متصل است، توالی اپراتور شرکت دارد.

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۲ ـ تنظیم رونویسی در پروکاریوت‌ها

شکل‌نامه

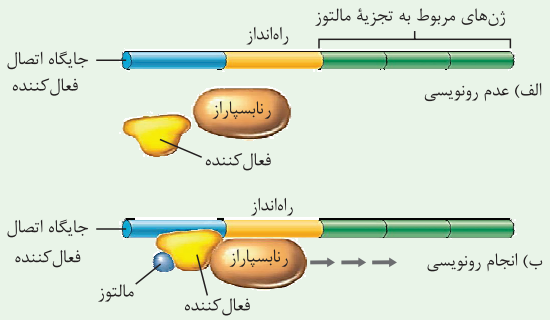
تنظیم مثبت رونویسی ژن‌های مؤثر در تجزیهٔ مالتوز:

۱) توالی از دنا که فعال‌کننده به آن متصل می‌شود نوعی توالی تنظیمی است که قبل از راه‌انداز قرار دارد.

۲) در صورت وجود مالتوز، مالتوز به فعال‌کننده متصل می‌شود و پس از اتصال به جایگاه خود در دنا به رنابسپاراز کمک می‌کند به راه‌انداز متصل شود.

۳) بخشی از فعال‌کننده که به مالتوز متصل می‌شود متفاوت از بخشی است که رنابسپاراز به آن متصل می‌شود.

۴) با اتصال رنابسپاراز به راه‌انداز، امکان رونویسی از ژن‌های مربوطه فراهم می‌شود.



تنظیم منفی رونویسی ژن‌های مؤثر در تجزیهٔ لاکتوز:

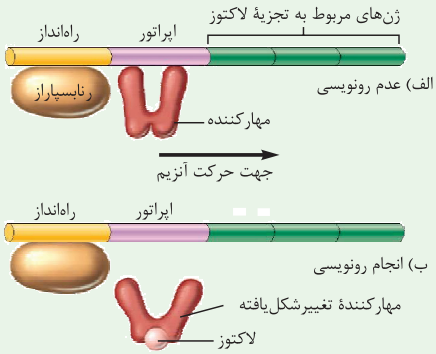
۱) اتصال رنابسپاراز به راه‌انداز ارتباطی به اتصال یا عدم اتصال مهارکننده به اپراتور ندارد.

۲) در صورت وجود لاکتوز و اتصال آن به مهارکننده، این پروتئین تغییر شکل می‌دهد و شرایط برای حرکت رنابسپاراز بر روی دنا فراهم می‌شود.

۳) لاکتوز به بخشی از مهارکننده متصل است که به دنا متصل نمی‌شود. با اتصال لاکتوز به مهارکننده، این پروتئین تغییر شکل می‌دهد و از دنا جدا می‌شود.

۴) بین مهارکننده و رنابسپاراز، اتصال فیزیکی وجود ندارد.

۵) راه‌انداز، به طور مستقیم به ژن‌های مؤثر در تجزیهٔ لاکتوز متصل نیست، بلکه بین آن‌ها اپراتور وجود دارد.



پاسخ خیلی تشریحی

در تنظیم مثبت، رنابسپاراز پس از اتصال به فعال‌کننده، می‌تواند به دنا متصل شود. در پی این نوع تنظیم، با تجزیهٔ مالتوز، میزان گلوکز (قند ترجیحی) در سیتوپلاسم باکتری افزایش می‌یابد. مالتوز یک دی‌ساکارید است که از دو گلوکز تشکیل شده است.

نکته

طی مصرف مالتوز، خود این قندها به طور مستقیم برای تولید ATP مصرف نمی‌شوند، بلکه ابتدا به مونوساکاریدهایی تجزیه می‌شوند که این‌ها برای تولید ATP (مثلن طی تنفس یاخته‌ای) مصرف می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در تنظیم منفی، پروتئین متصل به دنا (مهارکننده)، به نوعی قند (لاکتوز) متصل می‌شود. دقت کنید در تنظیم مثبت، پروتئین ابتدا به قند و سپس به دنا متصل می‌شود. در تنظیم منفی، رنابسپاراز برای شناسایی راه‌انداز به هیچ عامل خاصی که به دنا متصل شود، نیاز ندارد و به تنهایی قادر به شناسایی راه‌انداز و اتصال به آن است.

گزینهٔ (۲): در تنظیم منفی، فرایند رونویسی در زمان متصل‌بودن پروتئین تنظیمی (مهارکننده) به دنا، با شناسایی راه‌انداز توسط رنابسپاراز آغاز می گردد. در تنظیم مثبت نیز با اتصال فعال‌کننده به دنا، و سپس اتصال رنابسپاراز به راه‌انداز رونویسی آغاز می‌شود. در تنظیم منفی، اپراتور به ژن ها متصل است. یعنی توالی اپراتور، در حد فاصل راه‌انداز و اولین ژن، قرار دارد.

گزینهٔ (۴): در تنظیم مثبت، فعال‌کننده، هم‌زمان با دنا (دارای قند پنج‌ضلعی دئوکسی ریبوز در نوکلئوتیدها) و مالتوز (دارای دو قند شش‌ضلعی گلوکز) در تماس است. در این نوع تنظیم، اپراتور شرکت ندارد. اپراتور در تنظیم منفی شرکت دارد.

زیست‌شناسی

۳ اگر ژن‌نمود (ژنوتیپ) پدر برای فام‌تن (کروموزوم)های ۲۱ خود به صورت $\frac{AbCD}{abcD}$ و مادر نیز به صورت $\frac{aBCD}{AbCd}$ باشد، در صورت وقوع کراسینگ‌اور فقط بین دگره (الل)های مربوط به صفت D، کدام ژن‌نمود (ژنوتیپ) برای یکی از فام‌تن (کروموزوم)های ۲۱ فرزندان غیرمحتمل است؟

۱) aBCd ۲) AbCD ۳) aBCD ۴) abcd

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۴ ـ کراسینگ‌اور

پاسخ خیلی تشریحی ✔ دقت کنید نوترکیبی زمانی اتفاق می‌افتد که دو دگرهٔ متفاوت برای صفت مورد نظر داشته باشیم. با توجه به ژن‌نمود والدین، فقط مادر برای صفت D، دو دگرهٔ متفاوت دارد و نوترکیبی می‌تواند در آن اتفاق بیفتد. بر این اساس، فرد ۴ نمی‌تواند متولد شود، چراکه در پدر الل d وجود ندارد و در مادر هم الل c وجود ندارد. در این آمیزش، گامت‌های پدر AbCD و abcD (چه کراسینگ‌اور رخ دهد یا رخ ندهد) و گامت‌های مادر، ژن‌نمود aBCD و AbCd (گامت‌های غیرنوترکیب) و aBCd و AbCD (نوترکیب) هستند.

نکته بین کراسینگ‌اور و نوترکیبی تفاوت وجود دارد؛ کراسینگ‌اور یعنی مبادلهٔ قطعات هم‌اندازهٔ متناظر بین کروماتیدهای غیرخواهری فام‌تن‌های همتا، حالا اگر این قطعات دارای الل متفاوت باشند، نوترکیبی هم رخ داده است. اما اگر نباشند، فقط کراسینگ‌اور رخ داده است. به عبارتی این فرایند منجر به تشکیل ترکیب اللی جدیدی نشده است یا هر کراسینگ‌اوری منجر به نوترکیبی نمی‌شود.

زیست‌شناسی

۴ طبق اطلاعات کتاب درسی، کدام مورد در خصوص جهش‌ها، صحیح است؟

۱) غذاهای گیاهی حاوی الیاف، از سرطان‌زایی غذاهای نمک‌سود پیشگیری می‌کنند.

۲) اشعهٔ UV عاملی فیزیکی است که بین دو باز آلی T مقابل، پیوند ایجاد می‌کند.

۳) ترکیبات نیتریت‌دار از عوامل جهش‌زای شیمیایی با اثر مستقیم بر دنا هستند.

۴) هر نوع جهش ایجادشده در اثر سیگارکشیدن، نوعی جهش ارثی است.

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۴ ـ عوامل جهش‌زا

پاسخ خیلی تشریحی ✔

سبک زندگی و تغذیهٔ سالم نقش مهمی در پیشگیری از سرطان دارد، غذاهای گیاهی که پاد اکسنده و الیاف دارند در پیشگیری از سرطان مؤثرند. در عین حال، شیوهٔ فراوری و پخت غذا هم بر سلامت آن اثر می‌گذارد. مثلن مصرف غذاهای نمک‌سود یا دودی‌شده در بروز سرطان نقش دارد، نتیجهٔ این‌هایی که گفتیم یعنی مصرف الیاف گیاهی در کاهش احتمال بروز سرطان نقش دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): پرتو فرابنفش (UV) از عوامل جهش‌زای فیزیکی است که باعث ایجاد پیوند بین دو باز تیمین مجاور (نه مقابل) هم در یک رشتهٔ دنا می‌شود.

نکته

در یک رشتهٔ دنا، بین دو نوکلئوتید مجاور، به‌طور حتم، پیوند فسفودی‌استر برقرار است (بین دو قند نوکلئوتیدهای متوالی)، اما بین دو نوکلئوتید مجاور امکان تشکیل دیمر تیمین هم وجود دارد. البته دقت کنید این پیوند بین دو باز آلی T مجاور هم تشکیل می‌شود، نه بین هر دو نوکلئوتید مجاور. (مثلن بین A و T تشکیل نمی‌شود.)

گزینهٔ (۳): دقت کنید که خود ترکیبات نیتریت‌دار، مستقیمن سبب جهش و یا تغییر دنا نمی‌شوند، بلکه در بدن به ترکیباتی تبدیل می‌شوند که آن ترکیبات (آن هم فقط در شرایطی) قابلیت جهش و سرطان‌زایی دارند.

گزینهٔ (۴): سیگارکشیدن می‌تواند سبب بروز جهش اکتسابی در یاخته‌های دستگاه تنفس شود. این جهش به نسل بعد منتقل نمی‌شود.

زیست‌شناسی

۵ مطابق اطلاعات کتاب درسی و در ارتباط با همهٔ عوامل برهم‌زنندهٔ تعادلی که به دنبال وقوع آن‌ها، گوناگونی دگره‌ای در جمعیت افزایش می‌یابد، چند مورد زیر صحیح است؟ (جهش + شارش ژن)

الف) همواره در یک جمعیت، سبب تغییر فراوانی نسبی دگره‌ها یا ژن‌نمودها می‌شوند.

ب) با ایجاد دگره‌های جدید در جمعیت، سبب افزایش توان بقای جمعیت در شرایط محیطی جدید می‌شوند.

ج) می‌توانند در شرایطی بدون تغییر تعداد دگره‌های جمعیت، سبب کاهش گوناگونی در جمعیت شوند.

د) می‌توانند تحت تأثیر پدیده‌های طبیعی رخ دهند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۴ ـ جهش و شارش ژن

Hint از بین همهٔ عوامل بر هم زنندهٔ تعادل، جهش و شارش ژنی با واردکردن دگره‌های جدید به جمعیت، سبب افزایش گوناگونی دگره‌ای در جمعیت می‌شوند.

درس Box

عوامل مؤثر در از بین بردن تعادل در جمعیت	مکانیسم	تأثیر بر گوناگونی دگره‌ای
جهش	افزودن دگره‌های جدید به خزانهٔ ژنی جمعیت (ایجاد دگره‌های جدید)	می‌تواند افزایش دهد.
رانش دگره‌ای	حذف **تصادفی** بخشی از دگره‌های موجود در جمعیت	**می‌تواند** کاهش دهد. (اگر مثلن یک نوع دگرهٔ خاص به طور کامل حذف شود.)
شارش ژن	انتقال تعدادی از دگره‌های جمعیت مبدأ به جمعیت مقصد و در نتیجه تغییر فراوانی دگره‌ای در هر دو جمعیت	● کاهش (در جمعیت مبدأ) و افزایش (در جمعیت مقصد) در صورت دوسویه‌نبودن، ● در صورت دوسویه‌بودن در هر دو جمعیت می‌تواند افزایش دهد.
آمیزش غیرتصادفی	شانس بالاتر بعضی صفات و ویژگی‌ها برای انتقال به نسل بعد	می‌تواند فراوانی برخی دگره‌ها را افزایش و برخی را کاهش دهد اما دگرهٔ جدیدی ایجاد نمی‌شود.
انتخاب طبیعی	انتخاب افراد سازگارتر با محیط و کاهش فراوانی دیگر افراد	کاهش

نکته رانش ژنی، به دلیل حذف تصادفی برخی افراد و انتخاب طبیعی به دلیل حذف افراد ناسازگار (حذف برخی دگره‌ها) سبب کاهش تنوع در جمعیت می‌شوند. در مورد آمیزش غیرتصادفی هم باید گفت چون در این آمیزش، شانس آمیزش برخی افراد بیشتر است، احتمال انتقال ژن‌های آن‌ها به نسل بعد هم بیشتر است؛ به عبارتی ممکن است یک دگرهٔ خاص اصلن به نسل بعد منتقل نشود و کلن حذف شود و این یعنی کاهش گوناگونی!

پاسخ خیلی تشریحی ✓ بررسی همهٔ موارد: الف) نادرست؛ شارش ژنی اگر به صورت دوطرفه رخ دهد، در صورتی که تعداد ژن‌ها و دگره‌های جابه‌جا شده برابر باشد (مثلن ۵ دگرهٔ a از جمعیت اول برود به دوم و ۵ دگرهٔ a از جمعیت دوم به اول بیاید!) و ژن و دگرهٔ جدیدی به جمعیت اضافه نشود، می‌تواند با عدم تغییر فراوانی نسبی ژن‌ها یا دگره‌ها همراه باشد.

نکته در عوامل بر هم زنندهٔ تعادل در جمعیت، به تفاوت فراوانی و فراوانی نسبی توجه کنید، ممکن است در هر یک از این عوامل فراوانی تغییر کند اما فراوانی نسبی لزومن تغییر نمی‌کند. مثلن در یک جمعیت که ۲۰ الل a و ۸۰ الل A دارد، فراوانی نسبی الل a برابر است با ۲۰ درصد. حالا فرض کنید طی رانش، ۱۸ الل a و ۷۲ الل A حذف شود، فراوانی نسبی الل a همچنان ۲۰ درصد است، اما فراوانی آن تغییر کرده است.

ب) نادرست؛ شارش ژنی، دگرهٔ جدیدی ایجاد نمی‌کند. ایجاد دگرهٔ جدید، کار جهش است. شارش ژنی فقط می‌تواند دگره‌های جدیدی را از یک جمعیت به جمعیت دیگری وارد کند.

ج) درست؛ در جهش، در صورتی که تنها یک نسخه از یک دگره یا ژن در جمعیت وجود داشته باشد و تحت تأثیر جهش، این ژن یا دگره به ژن یا دگرهٔ دیگری تبدیل شود که از قبل در جمعیت وجود داشته‌اند، با کاهش انواع دگره‌ها مواجه هستیم اما در این شرایط بدون کاهش در تعداد کلی دگره‌ها در جمعیت، گوناگونی کاهش می‌یابد! (چراکه الل به الل دیگری تبدیل شده است، پس همچنان تعداد الل‌ها ثابت است.) این شرایط در ارتباط با شارش ژن نیز صدق می‌کند، در صورتی که ژن یا دگرهٔ نادر با ژن و دگرهٔ تکراری، با تعداد برابر مبادله شوند!

د) درست؛ جهش می‌تواند تحت تأثیر پدیده‌های طبیعی و به‌صورت اتفاقی رخ دهد (مثلن در اثر پرتو فرابنفش). شارش ژنی نیز می‌تواند به دلیل تغییر شرایط محیطی و پدیدهٔ مهاجرت انجام شود که این هم به نوعی تحت اثر محیط می‌باشد.

زیست‌شناسی

۶ مطابق با اطلاعات کتاب درسی و در ارتباط با مولکول پمپ سدیم ـ پتاسیم که در غشای یاختهٔ‌ای یک یاختهٔ عصبی فعالیت می‌کند، کدام مورد صحیح است؟

۱) از نظر توالی‌های آمینواسیدی هدایت‌کننده به سمت مقصد، به آنزیم‌های لیزوزومی شباهت دارد.

۲) از نظر تولیدشدن توسط رناتن‌های سطح شبکهٔ آندوپلاسمی، با پپسینوژن تفاوت دارد.

۳) از نظر قرارگیری در ریزکیسهٔ جداشده از دستگاه گلژی، با رنابسپاراز ۳ شباهت دارد.

۴) از نظر انتقال از شبکهٔ آندوپلاسمی به دستگاه گلژی، با هموگلوبین تفاوت دارد.

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۲ ـ سرنوشت پروتئین‌ها در یاخته

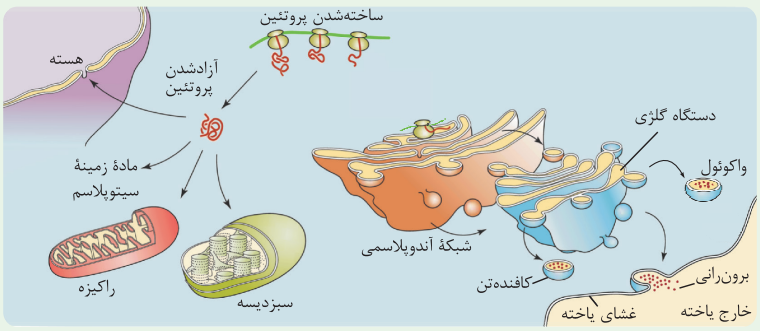
شکل‌نامه

پروتئین‌سازی در یاخته‌های یوکاریوتی:

۱) ریبوزوم‌ها می‌توانند در بخش‌های مختلف یک یاختهٔ یوکاریوتی باشند مثلن: الف) چسبیده به شبکهٔ آندوپلاسمی زبر ب) آزاد در مادهٔ زمینهٔ سیتوپلاسم ج) درون راکیزه و دیسه که در همهٔ این بخش‌هایی که گفتیم، امکان پروتئین‌سازی توسط آن‌ها وجود دارد.

۲) پروتئین‌هایی که توسط ریبوزوم‌های آزاد مادهٔ زمینه‌ای سیتوپلاسم ساخته می‌شوند چه سرنوشتی دارند؟ الف) فعالیت در همان مادهٔ زمینهٔ سیتوپلاسم ب) می‌روند به هسته ج) می‌روند به راکیزه د) می‌روند به دیسه

۳) پروتئین‌هایی که با کمک شبکهٔ آندوپلاسمی زبر ساخته می‌شوند چه سرنوشتی دارند؟ الف) در واکوئول قرار می‌گیرند. ب) در کافنده‌تن‌ها قرار می‌گیرند. ج) ترشح می‌شوند به خارج یاخته د) در ساختار غشای یاخته قرار می‌گیرند.[1]



۴) طبق شکل، هم‌زمان با ساخته‌شدن پروتئین (تشکیل ساختار اول) امکان پیچ‌خوردن و تشکیل ساختار (های) بعدی نیز وجود دارد.

۵) پروتئین‌هایی که توسط رناتن‌های سطح خارجی شبکهٔ آندوپلاسمی زبر، ساخته می‌شوند، پس از عبور از این شبکه، می‌روند به دستگاه گلژی، تغییر می‌کنند و در نهایت از آن‌جا به مقصد نهایی‌شان هدایت می‌شوند.

۶) پروتئین‌ها برای ورود به هسته باید از منافذ پوشش آن عبور کنند.

۷) وزیکول‌هایی از شبکهٔ آندوپلاسمی به دستگاه گلژی می‌آیند و وزیکول‌هایی هم از آن خارج می‌شوند.

پاسخ خیلی تشریحی

پمپ سدیم ـ پتاسیم، نوعی پروتئین غشایی است. پروتئین‌های غشایی پس از ساخت توسط رناتن‌های سطح شبکهٔ آندوپلاسمی، از طریق ریزکیسهٔ جداشده از شبکهٔ آندوپلاسمی زبر به دستگاه گلژی منتقل شده و سپس از طریق ریزکیسهٔ جداشده از دستگاه گلژی، به سمت غشا رفته و از آن‌جایی که این پروتئین در غشای زیرکیسهٔ جداشده از گلژی قرار دارد، ضمن ادغام این ریزکیسه با غشای یاخته، در ساختار غشا قرار می‌گیرند. اما هموگلوبین پروتئینی است که در مادهٔ زمینهٔ سیتوپلاسم قرار می‌گیرد و بنابراین توسط رناتن‌های آزاد در سیتوپلاسم ساخته شده و به دستگاه گلژی منتقل نمی‌شود.

نکته

هر پروتئینی که در نوعی غشا قرار دارد، لزومن توسط شبکهٔ آندوپلاسمی ساخته نشده است؛ مثلن در غشای میتوکندری نیز پروتئین‌هایی وجود دارند که این‌ها یا توسط رناتن‌های آزاد در مادهٔ زمینه سیتوپلاسم یا توسط رناتن‌های خود راکیزه، ساخته شده‌اند.

۱- البته این پروتئین‌ها می‌توانند در خود شبکهٔ آندوپلاسمی یا دستگاه گلژی هم قرار بگیرند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): حین ساخت زنجیره‌های پلی‌پپتیدی، براساس مقصدی که پروتئین باید برود، توالی‌های آمینواسیدی در آن ایجاد می‌شود که در ادامه، پروتئین را به سمت مقصد هدایت می‌کند. طبق فرض سؤال، محل فعالیت این پمپ سدیم ـ پتاسیم، غشای یاخته است اما محل فعالیت آنزیم‌های لیزوزومی، داخل یاخته است (این آنزیم‌ها درون کافنده‌تن‌ها قرار دارند و در همان داخل یاخته فعالیت می‌کنند) پس توالی‌های هدایت‌کنندهٔ آن‌ها با هم متفاوت خواهد بود.

نکته هر پروتئینی که توسط شبکهٔ آندوپلاسمی ساخته می‌شود، لزومن در خارج یاخته فعالیت نمی‌کند، بلکه ممکن است در واکوئول یا لیزوزوم قرار بگیرد که درون یاخته فعالیت می‌کنند.

گزینهٔ (۲): هم پمپ سدیم ـ پتاسیم و هم پپسینوژن، توسط رناتن‌های سطح شبکهٔ آندوپلاسمی تولید می‌شوند.

گزینهٔ (۳): رنابسپاراز ۳ توسط رناتن‌های آزاد در سیتوپلاسم تولید و از طریق منافذ هسته، به هسته وارد می‌شود، نه این‌که در ریزکیسهٔ جداشده از دستگاه گلژی بسته‌بندی شود!

زیست‌شناسی

۷ در خصوص انواع جهش‌های کوچک که می‌توانند در بخش‌های میانی ژن مربوط به تولید نوعی پروتئین سازندهٔ رناتن‌ها رخ دهند، کدام مورد درست است؟

جانشینی + حذف و اضافه + دیمر تیمین

۱) هر جهشی که فاقد تأثیر بر اولین سطح ساختاری پروتئین است، نوعی جهش جانشینی محسوب می‌شود.

۲) هر جهش کاهش‌دهندهٔ تعداد واحدهای ساختاری دنا، منجر به تغییر توالی رشتهٔ ریبونوکلئوتیدی حاصل از فعالیت رنابسپاراز خواهد شد.

۳) هر جهشی که باعث طویل‌شدن رشتهٔ پلی‌پپتیدی می‌شود، تعداد پیوندهای اشتراکی موجود در رشتهٔ الگوی دنا را می‌افزاید.

۴) هر جهش افزایندهٔ تعداد پیوندهای هیدروژنی در دنا، منجر به افزایش مصرف نوکلئوتیدها توسط رنابسپاراز، حین فعالیت آن بر روی ژن خواهد شد.

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۴ ـ جهش‌های کوچک

درس Box

انواع جهش‌های حذف و اضافه

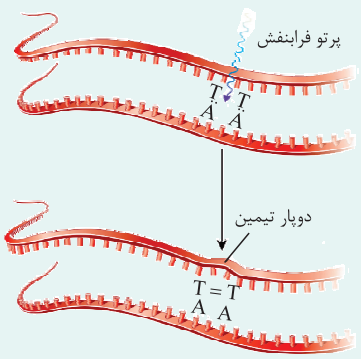
- تغییر چارچوب خواندن رخ می‌دهد
  - حذف و اضافه شدن نوکلئوتید (ها) با مضربی غیر از ۳ در پلی‌پپتید حاصل از ترجمهٔ رنای پیک مربوط به ژن جهش‌یافته، ممکن است یک یا چند آمینواسید اضافه و یا حذف شوند.
  - می‌تواند:
    - ۱) باعث ایجاد کدون پایان ترجمه زودتر از موعد بشود ← کاهش طول پلی‌پپتید
    - ۲) باعث تبدیل کدون پایان ترجمه به کدون آمینواسید شود ← افزایش طول پلی‌پپتید
    - ۳) نوع کدون‌ها از محل جهش به بعد، تغییر می‌کند ← ممکن است نوع آمینواسیدها هم از آن‌جا به بعد تغییر کند.
- تغییر چارچوب خواندن رخ نمی‌دهد
  - حذف و اضافه شدن نوکلئوتید با مضربی از ۳ در پلی‌پپتید حاصل از ترجمهٔ رنای پیک مربوط به ژن جهش‌یافته، ممکن است یک یا چند آمینواسید اضافه و یا حذف شوند.
  - توالی نوکلئوتیدی دنا و رنا و توالی آمینواسیدی رشتهٔ پلی‌پپتید فقط در محل جهش تغییر می‌کند.
  - امکان ایجاد رشتهٔ پلی‌پپتید بلندتر و یا کوتاه‌تر از رشتهٔ پلی‌پپتید طبیعی وجود دارد.

در جهش دوپار تیمین:

۱) نوع، تعداد و توالی نوکلئوتیدهای دنا تغییر نمی‌کند.

۲) دو باز آلی تیمین مجاور هم که در یک رشتهٔ دنا قرار دارند، از طریق دو پیوند اشتراکی (غیر فسفودی‌استری) به یکدیگر متصل می‌شوند.

۳) دو نوکلئوتید تیمین‌دار همانند حالت طبیعی از طریق پیوند فسفودی‌استر به یکدیگر متصل هستند (پیوند اشتراکی بین قند و فسفات) و در صورت تشکیل دوپار تیمین، این دو نوکلئوتید، از طریق پیوند اشتراکی بین بازهای آلی‌شان هم به یکدیگر متصل می‌شوند.



۴) شکل مولکول دنا در محل جهش تغییر می‌کند و همین مسئله می‌تواند در همانندسازی اختلال ایجاد کند.

۵) می‌تواند توسط نقطهٔ وارسی G_1 تشخیص داده شود. در این صورت اگر DNA ترمیم نشود، این نقطهٔ وارسی مرگ برنامه‌ریزی‌شده را به راه می‌اندازد و باعث مرگ یاخته می شود.

زیست‌شناسی

انواع جهش‌های کوچک در یک نگاه!

انواع جهش‌های کوچک	تعریف	ویژگی	انواع آن
جانشینی	یک یا چند نوکلئوتید، جانشین یک یا چند نوکلئوتید دیگر می‌شود.	عدم‌تغییر در تعداد نوکلئوتیدهای دنا تغییر در توالی رنای حاصل از رونویسی از روی ژن	خاموش ← تبدیل رمز یک آمینواسید به رمز دیگر همان آمینواسید (عدم تغییر در توالی پروتئین) دگرمعنا ← تبدیل رمز یک آمینواسید به رمز آمینواسید دیگر (تغییر توالی پروتئین) بی‌معنا ← تبدیل رمز یک آمینواسید به رمز پایان ترجمه (تغییر در توالی پروتئین)
حذف و اضافه	حذف و یا اضافه‌شدن یک یا چند نوکلئوتید	با تغییر تعداد نوکلئوتیدها در دنا همراه است. می‌تواند تعداد نوکلئوتیدهای رنای پیک را کاهش یا افزایش دهد.	با تغییر چارچوب خواندن همراه است. ← حذف و اضافه با مضرب غیر از سه نوکلئوتید رخ داده است و طول پروتئین تغییر می‌کند. با تغییر چارچوب خواندن همراه نیست ← حذف و اضافه با مضرب سه نوکلئوتید که می‌تواند منجر به تغییر پروتئین ساخته‌شده شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

جهش کوچکی که تعداد نوکلئوتیدهای دنا را کاهش می‌دهد، جهش حذف است. این جهش چون طبق فرض سؤال، در توالی ژنی دنا رخ داده است، قطعن منجر به تغییر در رشتهٔ ریبونوکلئوتیدی حاصل از فعالیت آنزیم رنابسپاراز نسبت به حالت طبیعی می‌شود.

نکته

برخی جهش‌های کوچک، توالی رنای ساخته‌شده از روی رشتهٔ الگو در دنا را تغییر نمی‌دهند؛ مثل جهش در توالی‌های تنظیمی (چون از روی آن‌ها، رنایی ساخته نمی‌شود) و یا جهش دایمرتیمین در رشتهٔ رمزگذار که ممکن است در رنا تغییری ایجاد نکند (اگر در فعالیت آنزیم رنابسپاراز اختلالی ایجاد نکند).

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): نوع، تعداد، ترتیب و تکرار آمینواسیدها، ساختار اول پروتئین‌ها را تعیین می‌کنند. بنابراین جهشی که ساختار اول پروتئین را تغییر نمی‌دهد، هیچ تغییری در تعداد و توالی آمینواسیدها ایجاد نکرده است. جهش جانشینی خاموش درون ژن، تأثیری روی تعداد و توالی آمینواسیدها نمی‌گذارد. از طرفی اگر جهش‌های حذف و اضافه در ساختار اینترون ژن ایجاد گردد، تغییری در توالی رنای پیک بالغ و ساختار اول پروتئین ایجاد نخواهند کرد (چراکه رونوشت اینترون از رنای اولیه حذف می‌شود).

گول نخوری ✘

حواست به ژن یا دنا باشه، چون اگه گفته باشه جهش در دنا، باید هم توالی های ژنی را در نظر بگیری و هم‌توالی‌های بین ژنی (مثل راه‌انداز) را؛ که جهش در دنا، لزومن منجر به تغییر در محصولات ژن نمی شود چراکه ممکن است در راه‌انداز رخ داده باشه و هم‌چنین می‌تونه علاوه بر جانشینی، شامل حذف و اضافه هم بشه.

گزینهٔ (۳): در جهش حذف، تعداد نوکلئوتیدهای دنا کاهش می‌یابد. اما ممکن است جهش حذف باعث از بین رفتن توالی سه‌نوکلئوتیدیِ مربوط به کدون پایان شود. در این حالت، ترجمهٔ رنای پیک در جایی که باید، متوقف نشده و ممکن است ادامه پیدا کند، در نتیجه آمینواسیدهای بیشتری به رشتهٔ پلی‌پپتیدی اضافه می‌شوند. هم‌چنین جهشی که باعث تبدیل کدون پایان به کدون آمینواسید می‌شود نیز می‌تواند طول رشتهٔ پلی‌پپتیدی را افزایش دهد.

نکته

هر جهش حذف، لزومن منجر به کوتاه‌شدن رشتهٔ پلی‌پپتیدی و هر جهش اضافه هم، لزومن منجر به اضافه (طویل) شدن رشتهٔ پلی‌پپتیدی نمی‌شود. اگر جهش حذف، سبب حذف رمزهٔ پایان در رنا شود، طول رشتهٔ پلی‌پپتیدی بیشتر می‌شود و اگر جهش اضافه منجر به ایجاد یک کدون پایان زودتر از موعد شود، طول رشتهٔ پلی‌پپتیدی تازه ساخته شده، کم‌تر می‌شود.

گزینهٔ (۴): دقت کنید که میان بازهای سیتوزین و گوانین، نسبت به بازهای آدنین و تیمین در دنا، پیوندهای هیدروژنی بیشتری وجود دارد، بنابراین با تغییر باز تیمین به سیتوزین، تعداد پیوندهای هیدروژنی در ژن بیشتر می‌شود؛ ولی تعداد نوکلئوتیدهای موجود در ژن (و در نتیجه رنای حاصل از آن) لزومن تغییر نمی‌کند.

نکته

کاهش طول زنجیرهٔ پپتیدی در اثر بروز جهش‌های کوچک می‌تواند:

- همراه با کاهش طول دنا و به دنبال جهش حذف باشد؛ مثلن حذف رمز چند یا یک کدون از دنا.

زیست‌شناسی

- بدون کاهش طول دنا و به دنبال تغییر رمز یک آمینواسید به رمز پایان ترجمه باشد.
- به دنبال اضافه‌شدن نوکلئوتید(ها) باشد که رمز پایان ترجمه زودتر از موعد ایجاد می‌کند، مثلن توالی ACAACT به توالی ابتدایی یک ژن اضافه شود و چون ACT به UGA رونویسی می‌شود و UGA هم رمزهٔ پایان ترجمه است، ترجمه خیلی زود متوقف می‌شود.

افزایش طول رشتهٔ پلی‌پپتیدی در اثر بروز جهش‌های کوچک می‌تواند:

- به دنبال اثر جهش اضافه یا حذف باشد (مثلن حذف رمز پایان ترجمه)؛ درجهش‌های حذف و اضافه امکان تغییر چارچوب خواندن رمزها نیز وجود دارد.
- به دنبال تبدیل رمزهٔ پایان ترجمه به رمزهٔ آمینواسید انجام بگیرد.

زیست‌شناسی

۸ حین آمیزش بین دو گیاه گل میمونی تک‌جنسی $2n$ که ژن‌نمود (ژنوتیپ) پرچم و کلاله در آن‌ها در رابطه با رنگ گل، به ترتیب به صورت خالص و ناخالص است، لولهٔ گرده‌ای حاصل شده است که یکی از سه هستهٔ درون آن دگره (الل) W را در رابطه با صفت رنگ گلبرگ‌های خود خواهد داشت. با فرض آمیزش مجدد بین این دو گیاه، کدام مورد نادرست است؟

۱) ممکن نیست ژن‌نمود گل‌های قرمز در یاختهٔ دیپلوئید حاصل از لقاح ایجاد شود.

۲) ممکن است رویانی با ژن‌نمود مربوط به گل‌های سفید به وجود آید.

۳) ممکن نیست تخم ضمیمه‌ای با ژنوتیپی حاوی دو دگرهٔ R پدید آید.

۴) ممکن است آندوسپرمی با ژن‌نمود WWW حاصل شود.

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۳ ـ ژنتیک گیاهی

درس Box

حل سؤالات مربوط به ژنتیک گیاهی

برای حل این دسته از سؤالات باید به چند مورد مهم توجه کنید[1]:

۱) ژن‌نمود پوستهٔ تخمک و همهٔ یاخته‌های بافت خورش موجود در تخمک یکسان است.

۲) کیسه‌های گرده در بساک تشکیل می‌شوند و یاخته‌های دیپلوئید دارند. از تقسیم میوز این یاخته‌ها، چهار یاختهٔ هاپلوئیدی ایجاد می‌شود که در واقع گرده‌های نارس‌اند. هر یک از این یاخته‌ها با تقسیم میتوز و ایجاد تغییراتی در دیواره به دانهٔ گردهٔ رسیده تبدیل می‌شود. دانهٔ گردهٔ رسیده یک دیوارهٔ خارجی، یک دیوارهٔ داخلی، یک یاختهٔ رویشی و یک یاختهٔ زایشی دارد. لولهٔ گرده توسط یاختهٔ رویشی ایجاد می‌شود، یاختهٔ زایشی درون این لوله، تقسیم میتوز انجام می‌دهد که در نتیجهٔ آن، دو گامت نر ایجاد می‌شود که ژن‌نمودی مثل هم دارند.

۳) در مادگی یک گل، تخمدان که به صورت بخشی متورم در گل دیده می‌شود، محل تشکیل تخمک‌هاست. تخمک جوان پوششی دولایه‌ای دارد که یاخته‌های دیپلوئیدی را در بر می‌گیرد. مجموع این یاخته‌ها، بافتی به نام بافت خورش را می‌سازند. یکی از یاخته‌های بافت خورش بزرگ می‌شود و با تقسیم میوز چهار یاختهٔ هاپلوئیدی ایجاد می‌کند. از این چهار یاخته فقط یکی باقی می‌ماند که با تقسیم میتوز، ساختاری به نام کیسهٔ رویانی با تعدادی یاخته ایجاد می‌کند. تخمزا و یاختهٔ دوهسته‌ای از یاخته‌های کیسهٔ رویانی هستند که در لقاح با گامت‌های نر شرکت می‌کند.

۴) لقاح گامت نر و تخمزا منجر به ایجاد یاختهٔ تخم اصلی می‌شود که به رویان نمو می‌یابد. لقاح گامت نر و یاختهٔ دوهسته‌ای نیز منجر به ایجاد تخم ضمیمه می‌شود که با تقسیمات متوالی بافتی به نام آندوسپرم را ایجاد می‌کند.

۵) برای پی‌بردن به ژن‌نمود رویان از روی ژن‌نمود آندوسپرم، کافی است که از بین الل‌های تکراری، یکی را از ژن‌نمود آندوسپرم حذف کنیم، آن‌چه باقی می‌ماند، ژن‌نمود رویان است.

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به این‌که در درون لولهٔ گردهٔ گیاهان نهان‌دانه سه هستهٔ هاپلوئید، به نوعی حاصل میتوز یک گردهٔ نارس هستند (هستهٔ یاختهٔ رویشی، رشد می‌کند و لولهٔ گرده را می‌سازد و اسپرم‌ها هم حاصل میتوز یاختهٔ زایشی هستند)؛ در نتیجه، سه هستهٔ هاپلوئید یکسان (هستهٔ یاختهٔ رویشی و هسته‌های دو اسپرم) هستند، اگر ژنوتیپ یکی از آن‌ها W باشد و گیاه نر (واجد پرچم) چون خالص است، ژنوتیپ آن به صورت WW خواهد بود و طبق فرض صورت سؤال، گیاه ماده به صورت RW است.

ایجاد تخم ضمیمه‌ای با ژنوتیپی حاوی دو دگرهٔ R (RRW) مستلزم وجود دگرهٔ R در والد ماده و دگرهٔ W در والد نر است که چنین موضوعی امکان‌پذیر خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

با توجه به ژنوتیپ گیاه نر که WW و گیاه ماده که RW است، امکان تشکیل آندوسپرم (تخم ضمیمه) با ژنوتیپ WWW (رد گزینهٔ (۴)) و رویانی (تخم اصلی) با ژنوتیپ WW (رد گزینهٔ (۲)) درنتیجهٔ لقاح وجود خواهد داشت.

منظور از یاختهٔ دیپلوئید حاصل از لقاح نیز، همان یاختهٔ تخم اصلی است که بعداً رویان را می‌سازد. از آن‌جا که بروز فنوتیپ قرمز در گل‌های گیاه جدید نیازمند ژنوتیپ RR است و گیاه والد نر نیز اصلن دگرهٔ R ندارد؛ در نتیجه ایجاد چنین ژنوتیپی غیرممکن خواهد بود (رد گزینهٔ (۱)).

نکته

یاختهٔ رویشی و زایشی چون حاصل تقسیم میتوز یک گردهٔ نارس هاپلویید هستند، از نظر ژن‌نمود مشابه هم هستند. اسپرم‌ها نیز مشابه همین‌ها خواهند بود چون حاصل میتوز یاختهٔ زایشی هستند.

۱ـ توضیحاتی که دادیم برای یک گیاه $2n$ است اما به گیاه‌هایی با تعداد فام‌تن‌های بیشتر هم قابل تعمیم هست.

زیست‌شناسی

۹ با توجه به ناهنجاری‌های فام‌تنی مطرح‌شده در کتاب درسی که بر روی فام‌تن‌های مضاعف‌نشده و طبیعی رخ می‌دهد، چند مورد برای تکمیل عبارت زیر، نامناسب است؟

جابه‌جایی + حذف + واژگونی + مضاف‌شدگی + جهش عددی

«پیامد هر نوع ناهنجاری فام‌تنی (کروموزومی) که ..... ممکن است فام‌تنی باشد که ..... . »

الف) می‌تواند در نتیجهٔ وقوع دو شکست در طول فام‌تن ایجاد شود ـ طول کوتاهی دارد

ب) باعث تغییر توالی نوکلئوتیدی فام‌تن(ها) نمی‌شود ـ دارای طول طبیعی است

ج) فاصلهٔ سانترومر از یک انتهای فام‌تن(ها) را تغییر می‌دهد ـ از بعضی ژن‌ها، دو نسخه دارد

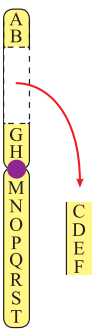
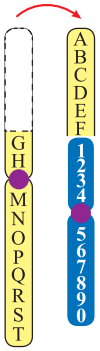
د) بر مقدار مادهٔ ژنتیکی یاخته تأثیرگذار است ـ موقعیت سانترومری متفاوتی نسبت به فام‌تن طبیعی دارد

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

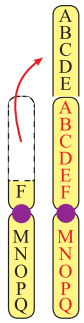
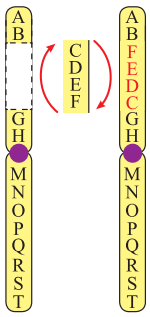
زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۴ ـ ناهنجاری‌های فام‌تنی

Hint جابه‌جایی، حذف، مضاعف‌شدگی، واژگونی و هم‌چنین جهش‌های عددی می‌توانند در فام‌تن‌های مضاعف‌نشده رخ دهند.

درس Box

نوع جهش		تعریف	تأثیرات	نکات دیگر!	شکل
عددی [1]	با هم ماندن فام‌تن‌ها	یک یا چند فام‌تن در مرحلهٔ آنافاز (میتوز و میوز) از هم جدا نمی‌شوند.	کاهش یا افزایش یک یا چند فام‌تن عدم تغییر طول فام‌تن‌ها	زمانی که فام‌تن‌های شمارهٔ ۲۱ هنگام تشکیل گامت (ها) در انسان از هم جدا نشوند، گامتی ایجاد می‌شود که از فام‌تن ۲۱، دوتا دارد. به دنبال لقاح این گامت با گامت طبیعی و رشد تخم حاصل، فرد مبتلا به نشانگان داون متولد می‌شود.	—
	پلی‌پلوئیدی شدن	با هم ماندن همهٔ فام‌تن‌های یاخته با یکدیگر هنگام تقسیم	ایجاد یاخته‌هایی با تعداد مجموعهٔ فام‌تنی غیرطبیعی! عدم تغییر طول فام‌تن‌ها	ایجاد این وضعیت در آزمایشگاه با تخریب رشته‌های دوک انجام می‌شود. در شرایط طبیعی، رخ‌دادن این نوع جهش می‌تواند منجر به پیدایش گیاهان پلی‌پلوئید مثل گل‌مغربی ۴n و گندم ۶n شود.	—
ساختاری	حذف	حذف بخشی از فام‌تن	کاهش طول فام‌تن و کاهش مقدار مادهٔ ژنتیکی یک یاخته	یاخته **می‌تواند** بعضی از ژن‌ها را از دست بدهد! غالبن باعث مرگ یاخته می‌شود.	
	جابه‌جایی	قسمتی از یک فام‌تن به فام‌تن غیرهمتا یا حتی بخش دیگری از همان فام‌تن منتقل می‌شود.	می‌تواند همراه با عدم‌تغییر طول فام‌تن باشد (جابه‌جایی در یک کروماتید). می‌تواند منجر به تغییر طول دو فام‌تن غیرهمتا شود.	در صورتی که قطعهٔ جداشده به همان فام‌تن متصل شود، یا به همان کروماتیدی که از آن جدا شده است، متصل می‌شود و یا به کروماتید خواهری خود!	

۱- در جهش‌های عددی تعداد فام(تن‌ها) می‌تواند کاهش یابد یا افزایش، کتاب درسی فقط برای افزایش‌ها مثال زده، واسه همین ما هم فقط همین‌ها رو توی جدول آوردیم، اما بدونید که طی نوع جهش ممکنه تعداد فام‌تن کاهش پیدا کند.

	نوع جهش	تعریف	تأثیرات	نکات دیگر!	شکل
ساختاری	مضاعف‌شدگی	قسمتی از یک فام‌تن به فام‌تن همتا جابه‌جا شود.	تغییر طول دو فام‌تن همتا (یکی افزایش و دیگری کاهش) در فام‌تن گیرنده از بعضی از ژن‌ها دو نسخه‌دیده‌می‌شود.	در یاخته و یا جاندار هاپلوئید (مثل زنبور عسل نر) رخ نمی‌دهد. در مردان نمی‌تواند بین فام‌تن‌های جنسی رخ بدهد.	
	واژگونی	جهت قرارگیری قسمتی از یک فام‌تن در جای خود **معکوس** می‌شود.	عدم تغییر طول فام‌تن	اگر منجر به تغییر مکان سانترومر نشود، توسط کاریوتیپ تشخیص داده نمی‌شود و اگر محل سانترومر تغییر کند، می‌تواند تشخیص داده شود. معکوس‌شدن قسمتی از فام‌تن می‌تواند منجر به تغییر شکل آن و یا از بین رفتن بعضی از ژن‌ها شود (اگر شکستگی در بخشی از ژن رخ دهد).	

پاسخ خیلی تشریحی ✔ موارد «الف»، «ج» و «د» نادرست‌اند.

بررسی همه موارد:

الف) هر چهار نوع جهش بزرگ ساختاری مطرح‌شده در کتاب درسی می‌توانند با وقوع دو شکست در فام‌تن همراه باشند. در این میان، جهش جابه‌جایی رخ‌داده در یک فام‌تن (یک کروماتید) و نیز جهش واژگونی به ایجاد فام‌تن کوتاه‌تر از حالت طبیعی منجر نمی‌شوند.

ب) از بین جهش‌های بزرگ، جهش‌های عددی باعث تغییر توالی نوکلئوتیدی فام‌تن(ها) نمی‌شوند. در پی وقوع این جهش‌ها طول فام‌تن‌ها ثابت ولی تعداد آن‌ها تغییر می‌کند.

ج) جهش‌هایی که می‌توانند موقعیت سانترومر را جابه‌جا کنند شامل حذف، جابه‌جایی، مضاعف‌شدگی و واژگونی (در شرایطی) می‌شوند که در نتیجهٔ آن‌ها، فاصلهٔ سانترومر از یک انتهای فام‌تن(ها) تغییر می‌کند. در این میان فقط به دنبال جهش مضاعف‌شدگی است که فام‌تنی ایجاد می‌گردد که از بعضی ژن‌ها دو نسخه دارد.

د) علاوه بر جهش حذفی، ناهنجاری‌های عددی نیز بر مقدار مادهٔ ژنتیکی یاخته تأثیرگذارند، اما بر موقعیت سانترومر و به طور کلی بر ساختار فام‌تن تاثیری ندارند.

نکته

الف) جهش‌های عددی، با شکستن پیوندهای فسفودی‌استر در فام‌تن‌ها همراه نیستند. در مورد جهش‌های ساختاری هم، همهٔ آن‌ها با شکست حداقل دو پیوند فسفودی استر همراه هستند، اما همگی لزومن با تشکیل این نوع پیوند همراه نخواهند بود؛ مثلن حذف از یکی از دو انتهای فام‌تن!

ب) در جهش جابه‌جایی در طول یک فام‌تن تک‌کروماتیدی، واژگونی و عددی، فام‌تن‌های حاصل طول طبیعی دارند. دقت کنید در واژگونی و جابه‌جایی محل سانترومر می‌تواند تغییر کند اما در جهش‌های عددی محل سانترومر هم تغییر نمی‌کند.

ج) دقت کنید در جهش‌های ساختاری به دلیل جداشدن بخشی از دنا (مثلن در حذف یا جابه‌جایی)، محل سانترومر از یک انتهای فام‌تن می‌تواند تغییر کند، حتی اگر بخش دارای سانترومر، جزء قسمت‌های جهش‌یافته نباشد.

د) جهش‌های مضاعف‌شدگی و جابه‌جایی می‌توانند بر مقدار دنا در یک فام‌تن اثر داشته باشند، اما ممکن است در نتیجهٔ آن‌ها، مقدار مادهٔ وراثتی یاخته تغییر نکند؛ اما در جهش‌های عددی و حذفی، مقدار دنا (مادهٔ وراثتی) یاخته تغییر می‌کند.

زیست‌شناسی

۱۰ در یک خانواده، پدر دارای گروه خونی **A** مثبت و مبتلا به کوررنگی است. فرزند اول این خانواده دختری کوررنگ با گروه خونی **B** منفی و فرزند دوم نیز پسری سالم با گروه خونی **B** مثبت است. اگر والدین از نظر گروه خونی حداقل یک دگرهٔ متفاوت از هم داشته باشند، تولد کدام فرزند زیر غیرمحتمل است؟ (نحوهٔ وراثت کوررنگی، مشابه هموفیلی است.)

۱) دختری با ژن نمود ABdd و دارای دو نسخهٔ دگرهٔ سالم مربوط به صفت کوررنگی در گروهی از یاخته‌های کبدی خود

۲) پسری با ژنوتیپ AADD و دارای الل‌های مشابه با پدر خود بر روی کروموزوم(های) جنسی

۳) پسری دارای ژن‌نمود مشابه با پدر و فنوتیپ مشابه با مادر

۴) دختری با گروه خونی AB مثبت و سالم از نظر کوررنگی

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۳ ـ ژنتیک انسان

درس Box

سؤالات مربوط به ژنتیک انسانی شایع‌ترین تیپ سؤال کنکور هستند. برای حل این سؤالات باید نکات زیر رو بلد باشی.

اگر زنان ناقل، دو صفت وابسته به X نهفته داشته باشند، ۲ حالت داریم:

الف) هر دو ژن بیماری‌زا بر روی یک کروموزوم X قرار داشته باشند (X^{a}_{b}) ← بدون وقوع کراسینگ‌اور، نیمی از فرزندان پسر سالم و نیمی دیگر از پسران هر دو بیماری را دارند.

ب) هر یک از ژن‌های بیماری‌زا بر روی یک کروموزوم X باشد $(X^{a}X^{b})$ ← بدون وقوع کراسینگ‌اور، همهٔ پسران حداقل از نظر یک نوع بیماری بیمار خواهند بود به طوری که نیمی از پسران مبتلا به یک نوع بیماری و نیمی دیگر مبتلا به نوع دیگر هستند.

اگر زنی سالم در مورد بیماری وابسته به X، در بین فرزندانش پسری بیمار داشته باشد، ژن‌نمود زن، ناخالص خواهد بود.

در بیماری‌های وابسته به X مرد ناقل وجود ندارد.

در بیماری‌های بارز، فرد ناقل وجود ندارد و افرادی که ژن‌نمود ناخالص دارند، بیمار هستند.

دختران مبتلا به یک بیماری وابسته به X:

الف) اگر بیماری نهفته باشد ← باید دو کروموزوم X حامل الل بیماری را داشته باشد. از این دو کروموزوم، یکی را از پدر می‌گیرد و دیگری را از مادر.

ب) اگر بیماری بارز باشد ← وجود یک کروموزوم X حامل الل بیماری کافی است. این کروموزوم را می‌تواند از مادر یا پدر دریافت کرده باشد.

پسران برای مبتلاشدن به بیماری وابسته به X، یک کروموزوم X حاوی الل بیماری را از مادر خود دریافت می‌کنند.

پاسخ خیلی تشریحی

ژن‌نمود پدر برای گروه خونی ABO می‌تواند AA یا AO و برای گروه خونی Rh می‌تواند DD یا Dd باشد. با توجه به ژنوتیپ فرزندان، پدر برای گروه‌های خونی ژنوتیپ AODd دارد. از آن‌جایی که این والدین، دختری کوررنگ و پسری سالم دارند، مادر از نظر این صفت ناخالص است و از نظر گروه خونی به طور حتم الل B را دارد؛ پس می‌تواند BB، AB یا BO باشد. مادر برای گروه خونی Rh نیز حداقل دارای یک گروه d می‌باشد.

پسری دارای ژن‌نمود مشابه با پدر یعنی مبتلا به کوررنگی در حالی که مادر این فرد فنوتیپ سالم را بروز می‌دهد؛ پس این گزینه نادرست است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): اگر مادر ژنوتیپ BBDd و پدر AODd باشد، تولد دختر ABdd محتمل است. از آنجا که مادر دارای الل سالم و پدر دارای دگرهٔ بیماری برای کوررنگی است، مادر می‌تواند این الل را به دختر خود منتقل کند و در یاخته‌های در حال تقسیم کبد، می‌توان دو نسخه از الل سالم مربوط به کوررنگی را مشاهده کرد.

گزینهٔ (۲): اگر پدر AODd و مادر ABDd باشد، احتمال تولد فرزند مورد سؤال وجود دارد. پسر کروموزوم Y خود را از پدر می‌گیرد و از آن‌جا که مادر از نظر کوررنگی ناخالص است، می‌تواند کروموزوم X واجد دگرهٔ بیماری کوررنگی خود را به پسر منتقل کند پس می‌توانیم شاهد تولد پسری کوررنگ (فنوتیپ مشابه با پدر) باشیم.

گزینهٔ (۴): این هم که بله! این دختر دگرهٔ سلامت از نظر کوررنگی را از مادر خود دریافت می‌کند.

زیست‌شناسی

۱۱ در ارتباط با موجوداتی که نخستین اتفاق در مراحل رونویسی آن‌ها با پیوستن رنابسپاراز به توالی ویژه‌ای از دنا صورت می‌گیرد، کدام عبارت نادرست است؟

یوکاریوت‌ها و پروکاریوت‌ها

۱) فقط در بعضی از آن‌ها، تنظیم بیان ژن(ها) با تغییر در پایداری (طول عمر) رنا امکان‌پذیر است.

۲) در همهٔ آن‌ها، رنای حمل‌کنندهٔ آمینواسیدها، پس از جداشدن از رشتهٔ الگو، دچار تغییراتی می‌شود.

۳) فقط در بعضی از آن‌ها، برای کاهش تولید بعضی از پروتئین‌ها، دسترسی رنابسپاراز به ژن در پی افزایش فشردگی دنا تغییر می‌کند.

۴) در همهٔ آن‌ها برای افزایش مقدار بعضی از پروتئین‌ها، چندین رناتن همزمان بر روی رنای پیک فعالیت می‌کنند.

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۲ ـ یوکاریوت‌ها و پروکاریوت‌ها

پاسخ خیلی تشریحی ✔

تغییر در پایداری یا همان طول عمر رنا به منظور تنظیم بیان ژن‌ها هم در یوکاریوت‌ها و هم در پروکاریوت‌ها دیده می‌شود. هر چه طول عمر رنای پیک بیشتر باشد، امکان ساخت محصول بیشتری از روی آن فراهم است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): رنای ناقل وظیفهٔ حمل آمینواسیدها را بر عهده دارد. این مولکول هم در هر جاندار پس از جداشدن از رشتهٔ الگو دچار تغییراتی (تاخوردگی اولیه و نهایی) می‌شود. به عبارتی رنای ناقل، پس از رونویسی دچار تغییراتی می‌شود که نتیجه آن، ایجاد ساختار نهایی و سه‌بعدی آن است.

گزینهٔ (۳): تغییر در میزان دسترسی رنابسپاراز به دنا برای رونویسی شدن یا نشدن آن در پی تغییر میزان فشردگی دنا، از روش‌های تنظیم بیان ژن قبل از رونویسی در یوکاریوت‌ها است. اگر فاصلهٔ نوکلئوزوم‌ها از هم کم باشد یعنی فشردگی دنا زیاد است و دسترسی رنابسپاراز کم ولی اگر فاصلهٔ نوکلئوزوم‌ها از هم زیاد باشد، دسترسی رنابسپاراز بیشتر و احتمال رونویسی از ژن بیشتر است.

گزینهٔ (۴): طبق شکل‌های کتاب درسی، این ویژگی هم در یوکاریوت‌ها و هم در پروکاریوت‌ها دیده می‌شود.

نکته

- در زمان تجمع رناتن‌ها بر روی رنای پیک، همهٔ رناتن‌ها، همزمان با هم متصل نمی‌شوند، بلکه با فاصلهٔ زمانی به بخش دارای کدون آغاز متصل می‌شوند و در طول رنای پیک جابه‌جا می‌شوند. اما همهٔ آن‌ها، همزمان با هم در طول رنای پیک فعالیت می‌کنند و می‌توانند در مراحل مختلفی از ترجمه باشند. مثلن یکی در مرحلهٔ پایان باشد ولی تعدادی از آن‌ها در مرحلهٔ طویل‌شدن.
- در یاخته‌های مختلف، راه‌های متفاوتی برای افزایش محصول یک ژن وجود دارد، مثل افزایش رونویسی از ژن (ساخته‌شدن تعداد زیادی رنای پیک به صورت همزمان از روی یک ژن) و تجمع تعداد زیادی از رناتن‌ها بر روی یک رنای پیک (ساخته شدن تعداد زیادی رشتهٔ پلی‌پپتیدی به‌طور همزمان). تغییر (افزایش) پایداری رنای پیک هم می‌تواند در افزایش محصول نقش داشته باشد.

زیست‌شناسی

۱۲ کدام عبارت همواره درست است؟

۱) رانش دگره‌ای شانس انتقال هر دگره به نسل بعد را کاهش می‌دهد.

۲) شارش ژنی باعث افزایش ویژگی‌های مشترک بین دو جمعیت می‌شود.

۳) جهش با تغییر در مادهٔ ژنتیک افراد، خزانهٔ ژنی جمعیت را غنی‌تر می‌کند.

۴) انتخاب طبیعی باعث کاهش فراوانی برخی دگره‌ها با توجه به شرایط محیطی می‌شود.

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۴ ـ عوامل برهم زننده تعادل در جمعیت

پاسخ خیلی تشریحی

به این نکته دقت کنید که انتخاب طبیعی همواره در حال فعالیت است و جمعیت را تغییر می‌دهد. انتخاب طبیعی افراد سازگارتر با محیط را برمی‌گزیند و از فراوانی دیگر افراد (یعنی ناسازگارها) می‌کاهد؛ در نتیجه فراوانی دگره‌های ناسازگار در جمعیت را کاهش می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): رانش دگره‌ای سبب حذف تصادفی برخی افراد (در نتیجه دگره‌های آن‌ها) از جمعیت می‌شود. به دنبال رانش، برخی دگره‌ها در جمعیت جدید باقی می‌مانند؛ در این شرایط شانس انتقال آن دگره‌های باقی‌مانده به نسل بعد افزایش می‌یابد!

نکته رانش دگره‌ای می‌تواند باعث شود که یک دگرهٔ خاص فقط در جمعیت باقی بماند یا کلن حذف شود، به عبارتی می‌تواند سبب شود جمعیت باقی‌مانده از جمعیت اولیه به میزان خیلی زیادی متفاوت باشد، به همین دلیل است که رانش دگره‌ای در گونه‌زایی نقش دارد.

گزینهٔ (۲): شارش ژنی در صورتی که پیوسته و دوسویه باشد، ویژگی‌های مشترک دو جمعیت را زیاد می‌کند. اما در شارش ژنی یک‌طرفه، این اتفاق لزومن رخ نمی‌دهد. (به کلمهٔ همواره در صورت سؤال دقت شود.)

گزینهٔ (۳): در صورتی که جهش باعث ایجاد الل جدیدی شود که این الل جدید سازگار باشد و توسط انتخاب طبیعی هم برگزیده شود (در جمعیت حفظ شود)، خزانهٔ ژنی جمعیت غنی‌تر می‌شود. دقت داشته باشید که جهش می‌تواند با حذف الل و یا تبدیل بعضی از الل‌ها به یکدیگر، باعث بر هم خوردن تعادل در جمعیت شود. به عبارتی اگر جهش سبب شود یک دگرهٔ موجود به دگرهٔ دیگری که در جمعیت وجود دارد، تبدیل شود، خزانهٔ ژنی جمعیت غنی‌تر نمی‌شود، چون تنوع افزایش پیدا نکرده است.

زیست‌شناسی

۱۳ با توجه به فرایند تنظیم بیان ژن در مرحلهٔ رونویسی یاخته‌های پیکری بدن انسان، کدام عبارت درست است؟

۱) فقط بعضی از انواع پروتئین‌هایی که می‌توانند ضمن اتصال به راه‌انداز، با عامل(های) رونویسی تماس داشته باشند، یکی از انواع رنا را تولید خواهند کرد.

۲) توالی تنظیمی ایجادکنندهٔ خمیدگی در ساختار دِنای هسته‌ای، نسبت به توالی تنظیمی دیگر آن، همواره تعداد نوکلئوتیدهای بیشتری دارد.

۳) فقط بعضی از عوامل رونویسی موجود در ساختار دوغشایی یاخته، به دو نوع توالی تنظیمی در دنای خطی متصل می‌شوند.

۴) هر عامل رونویسی متصل به افزاینده نسبت به هر عامل رونویسی متصل به راه‌انداز، کوچک‌تر است.

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۲ ـ تنظیم بیان ژن در مرحلهٔ رونویسی

درس Box

تنظیم بیان ژن در یوکاریوت‌ها می‌تواند در مراحل مختلفی باشد

۱) در مرحلهٔ رونویسی:

- اتصال عوامل رونویسی به راه‌انداز در اتصال رنابسپاراز به آن نقش دارند ← همان تنظیم مقدار رونویسی
- اتصال عوامل رونویسی به افزاینده در افزایش سرعت رونویسی نقش دارند ← تنظیم مقدار و سرعت رونویسی از ژن

۲) در مرحلهٔ غیررونویسی:

- اتصال رناهای کوچک به رنای پیک ← ممانعت از ترجمهٔ رنای پیک ← تنظیم بیان ژن پس از رونویسی
- تغییر در دسترسی رنابسپاراز به ژن (دنا) با تغییر در میزان فشردگی این بخش از فام‌تن‌ها ← تنظیم بیان ژن در سطح فام‌تنی که هر چه فشردگی بیشتر، دسترسی کم‌تر و مقدار رونویسی هم کم‌تر، این نوع تنظیم پیش از رونویسی است.
- تغییر در طول عمر رنای پیک ← افزایش طول عمر رنای پیک یعنی امکان ساخت پروتئین بیشتر و کاهش طول عمر آن یعنی امکان ساخت پروتئین کم‌تر! این نوع تنظیم بیان ژن مربوط به پس از رونویسی است.

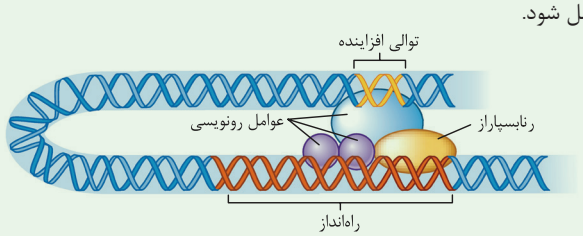
شکل‌نامه

۱) بین توالی راه‌انداز و افزاینده فاصله وجود دارد اما هر دو قبل از ژن قرار دارند.

۲) بیش از یک عامل رونویسی می‌تواند به راه‌انداز متصل شود.

۳) طول راه‌انداز (تعداد نوکلئوتیدهایش) می‌تواند از افزاینده بیشتر باشد.

۴) عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز به هر نوکلئوتید این بخش متصل نمی‌شوند؛ تنها به گروهی از نوکلئوتیدها اتصال دارند.



۵) عوامل رونویسی با اتصال به افزاینده می‌توانند موجب خم‌شدن دنا شوند که در نتیجه، افزاینده، راه‌انداز و عوامل رونویسی متصل به آن‌ها، همه در کنار هم قرار می‌گیرند.

۶) رنابسپاراز می‌تواند در مجاورت (تماس) با عوامل رونویسی متصل به افزاینده و راه‌انداز باشد.

۷) توالی افزاینده هم، به واسطهٔ عوامل رونویسی متصل به آن در سرعت فعالیت رنابسپاراز نقش دارد.

۸) افزاینده و راه‌انداز بخش‌هایی از دنا هستند که [۱] جزء بخش‌های تنظیمی فعالیت ژن‌ها هستند. [۲] راه‌انداز هم در پروکاریوت‌ها و هم در یوکاریوت‌ها وجود دارد اما افزاینده فقط در یوکاریوت‌ها وجود دارد. [۳] با پیوستن عوامل رونویسی به آن‌ها در سرعت و مقدار رونویسی مؤثر هستند.

۹) عوامل رونویسی پروتئین‌هایی هستند که [۱] فقط در یوکاریوت‌ها دیده می‌شوند [۲] به توالی‌های راه‌انداز و افزاینده (هر دو قبل از ژن قرار دارند) می‌توانند متصل شوند ← مؤثر در تنظیم بیان ژن در مرحلهٔ رونویسی [۳] در سرعت و مقدار رونویسی از ژن مؤثر هستند. [۴] رنابسپاراز با کمک آن‌ها می‌تواند راه‌انداز را شناسایی کند (هدایت رنابسپاراز به سمت راه‌انداز) [۵] تمایل پیوستن آن‌ها به راه‌انداز می‌تواند در اثر عواملی تغییر کند.

زیست‌شناسی

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عوامل رونویسی در یوکاریوت‌ها حضور دارند. هم گروهی از عوامل رونویسی و هم آنزیم رنابسپاراز، می‌توانند به توالی راه‌انداز متصل شوند. هم‌چنین عوامل رونویسی می‌توانند به یکدیگر هم متصل شوند. دقت داشته باشید رنابسپارازی که روی یک ژن یوکاریوتی در هسته فعالیت می‌کند، همواره یک نوع رنا تولید خواهد کرد. اگر رنابسپاراز ۱ باشد، رنای رناتنی، اگر رنابسپاراز ۲ باشد، رنای پیک و اگر رنابسپاراز ۳ باشد، رنای ناقل می‌سازد. به عبارتی، هر ژن توسط یک نوع رنا رونویسی می‌شود.

نکته همهٔ عوامل رونویسی در یاختهٔ یوکاریوتی به راه‌انداز یا رنابسپاراز متصل نمی‌شوند. گروهی از آن‌ها به افزاینده متصل می‌شوند و به راه‌انداز اتصالی ندارند. گروهی هم به عوامل رونویسی دیگر فقط متصل هستند و به رنابسپاراز اتصالی ندارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): با پیوستن عوامل رونویسی به افزاینده، یک خمیدگی در دِنا ایجاد می‌شود تا عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز و افزاینده در کنار یکدیگر قرار بگیرند. همان‌طور که در شکل کتاب درسی مشخص است، توالی افزاینده نسبت به راه‌انداز، کوتاه‌تر است، پس تعداد نوکلئوتیدهای کم‌تری دارد.

گزینهٔ (۳): مطابق شکل کتاب درسی، هر یک از عوامل رونویسی تنها به یک توالی تنظیمی (راه‌انداز یا افزاینده) متصل می‌شود.

گزینهٔ (۴): همان‌طور که در شکل کتاب درسی مشخص است، راه‌انداز به تعداد بیشتری عوامل رونویسی متصل می‌شود و علاوه بر آن، عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز نسبت به عوامل رونویسی متصل به افزاینده، کوچک‌تر هستند.

زیست‌شناسی

۱۴ صفت رنگ در نوعی ذرت، دارای سه جایگاه ژنی است که هر کدام دو دگره (الل) دارد و برای نشان دادن ژن ها در این سه جایگاه از حروف بزرگ و کوچک **A**، **B** و **C** استفاده می‌کنیم. دگره (الل)های بارز نشانگر رنگ قرمز و دگره‌های نهفته، رنگ سفید را به وجود می‌آورند. کدام دو ذرت از نظر رنگ تفاوت بیشتری با یکدیگر دارند؟

۱) ذرتی که دو جایگاه ژنی خالص بارز و یک جایگاه ژنی نهفته دارد و ذرتی که فقط یک جایگاه ژنی ناخالص و فقط یک جایگاه ژنی نهفته دارد.

۲) ذرتی که دو جایگاه ژنی ناخالص و یک جایگاه ژنی خالص بارز دارد و ذرتی که دو جایگاه ژنی خالص بارز و یک جایگاه ژنی ناخالص دارد.

۳) ذرتی که ژن‌نمود (ژنوتیپ) مربوط به فراوان‌ترین رخ‌نمود (فنوتیپ) در نمودار توزیع فراوانی را دارد و ذرتی که سه جایگاه ژنی خالص نهفته دارد.

۴) ذرتی که یک جایگاه ژنی خالص بارز و دو جایگاه ژنی نهفته دارد و ذرتی که دو جایگاه ژنی ناخالص و یک جایگاه ژنی خالص بارز دارد.

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۳ ـ صفت رنگ در ذرت

Hint در این مدل سؤالات، باید اختلاف تعداد دگره‌های بارز (یا نهفته) موجود در ژنوتیپ ذرت ها را محاسبه کنیم. هر چه این اختلاف بیشتر باشد، تفاوت رنگ نیز بیشتر خواهد بود.

شکل‌نامه

چگونگی تعیین رنگ در ذرت

۱) رنگ نوعی ذرت مثالی از صفات چندجایگاهی است؛ یعنی در بروز رنگ ذرت بیش از یک جایگاه ژنی شرکت دارد. رنگ این ذرت طیفی از سفید تا قرمز است.

۲) صفت رنگ در این ذرت، صفتی با سه جایگاه ژنی است که هر کدام دو دگره دارند. برای نشان‌دادن ژن‌ها در این سه جایگاه، از حروف بزرگ و کوچک **A**، **B** و **C** استفاده می‌کنیم. برحسب نوع ترکیب دگره‌ها، رنگ‌های مختلفی ایجاد می‌شود.

۳) صفات چندجایگاهی رخ‌نمودهای پیوسته‌ای دارند.

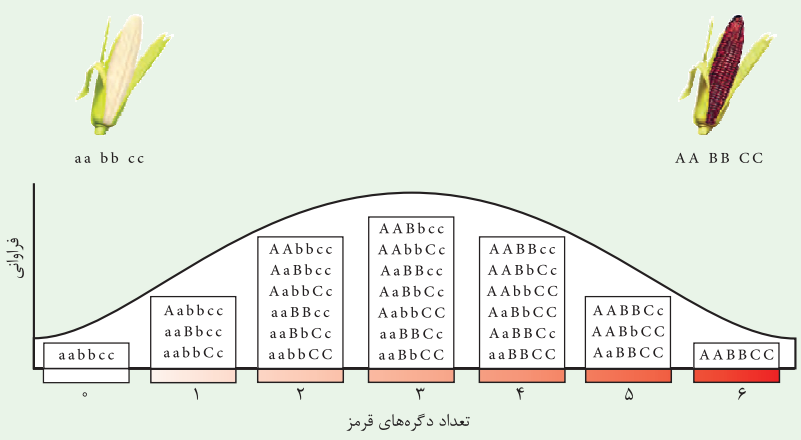
۴) دگره‌های بارز، در ایجاد رنگ قرمز و دگره‌های نهفته در ایجاد رنگ سفید نقش دارند؛ بنابراین رخ‌نمودهای دو آستانهٔ طیف، یعنی کاملن قرمز و کاملن سفید به ترتیب ژن‌نمودهای AABBCC و aabbcc را دارند.

۵) درژن‌نمودهای ناخالص، هر چه تعداد دگره‌های بارز بیشتر باشد، مقدار رنگ قرمز بیشتر است.

۶) نمودار توزیع فراوانی رخ‌نمودهای پیوسته مثل رنگ این نوع ذرت، شبیه زنگوله است.

۷) هر یاختهٔ پیکری زنده و تک‌هسته‌ای ذرت که دو مجموعه فام‌تن دارند، برای این صفت ۶ دگره دارد.

۸) هر چه‌قدر اختلاف بین تعداد الل‌های بارز دو ذرت کم‌تر باشد، شباهت بین آن‌ها بیشتر است؛ مثلن ذرت‌های دارای شش الل بارز (دارای ژنوتیپ AABBCC)، بیشترین شباهت را با ذرت‌های دارای ۵ الل بارز دارند.



زیست‌شناسی

پاسخ خیلی تشریحی ✔ بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): تعداد دگره‌های بارز ذرت اول: ۴ ـ تعداد دگره‌های بارز ذرت دوم: ۳ ـ اختلاف: ۱

گزینهٔ (۲): تعداد دگره‌های بارز ذرت اول: ۴ ـ تعداد دگره‌های بارز ذرت دوم: ۵ ـ اختلاف: ۱

گزینهٔ (۳): تعداد دگره‌های بارز ذرت اول: ۳ ـ تعداد دگره‌های بارز ذرت دوم: ۰ ـ اختلاف: ۳

گزینهٔ (۴): تعداد دگره‌های بارز ذرت اول: ۲ ـ تعداد دگره‌های بارز ذرت دوم: ۴ ـ اختلاف: ۲

زیست‌شناسی

۱۵ فرد مبتلا به کم‌خونی داسی‌شکل برخلاف یک فرد کاملاً سالم، در شرایط طبیعی چه مشخصه‌ای دارد؟

۱) یکی از نوکلئوتیدهای آدنین‌دار رشتهٔ رمزگذارِ ژن سازندهٔ زنجیرهٔ بتای هموگلوبین، با نوکلئوتیدی سنگین‌تر جایگزین شده است.

۲) بدون تغییر چارچوب خواندن رمزهای دنای هموگلوبین، آمینواسید گلوتامیک اسید فقط در بعضی زنجیره‌های بتای هموگلوبین دیده می‌شود.

۳) هموگلوبین ساخته‌شده درون مغز استخوان ممکن است در نهایت داخل سیتوپلاسم گروهی از یاخته‌های مستقر در طحال یافت گردد.

۴) میزان ترشح نوعی پیک شیمیایی از کبد و کلیه افزایش یافته و مقدار خون‌بهر (هماتوکریت) فرد قطعاً مختل می‌شود.

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۴ ـ کم‌خونی داسی‌شکل

شکل‌نامه

مقایسهٔ ژن‌های هموگلوبین در افراد سالم و بیمار از نظر کم‌خونی داسی‌شکل:

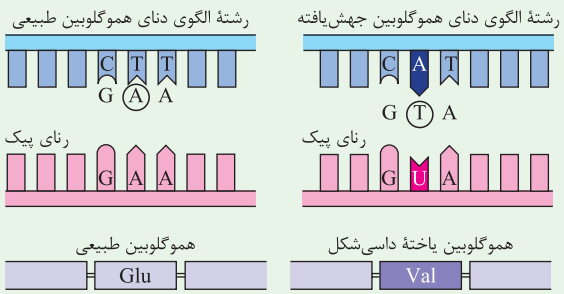
۱) هموگلوبین‌های طبیعی و جهش‌یافته از نظر ششمین آمینواسید زنجیرهٔ بتا با هم متفاوت هستند؛ رمز این آمینواسید در رشتهٔ الگوی دنای طبیعی CTT، است اما در دنای جهش‌یافته می‌شود CAT، یعنی یک نوکلئوتید پیریمیدین‌دار می‌رود و جایش یک نوکلئوتید پورین‌دار می‌آید.

۲) جهش جانشینی که منجر به داسی‌شکل شدن گویچه‌های قرمز می‌شود، نوکلئوتید دوم رمز دنا را تغییر می‌دهد.

۳) در رنای پیک طبیعی، رمزهٔ مربوط به ششمین آمینواسید GAA است که به گلوتامیک اسید ترجمه می‌شود.

۴) در رنای حاصل از رونویسی از ژن جهش‌یافته، رمزهٔ GUA مربوط به ششمین آمینواسید زنجیرهٔ بتا است که به والین ترجمه می‌شود.

۵) در اثر این جهش تعداد نوکلئوتیدهای پیریمیدین‌دار و پورین‌دار مولکول دنا نسبت به قبل از جهش تغییر نمی‌کند؛ چراکه در دنای طبیعی T با A جفت می‌شود $\binom{T}{A}$ و در دنای جهش‌یافته هم A با T $\binom{A}{T}$، یعنی همچنان A و T با هم جفت می‌شوند به خاطر وجود رابطهٔ مکملی بین بازها!



افراد Hb^AHb^A	افراد Hb^AHb^S	افراد Hb^SHb^S
این افراد فنوتیپ سالم دارند (دارای گویچه‌های قرمز کروی و مقعرالطرفین). خالص‌ها در هر شرایط محیطی و ناخالص‌ها در صورت وجود O_2 کافی در محیط!		بیمار هستند (دارای گویچه‌های قرمز داسی‌شکل)
انگل مالاریا می‌تواند وارد گویچه‌های قرمز آن‌ها شود.		
در برابر مالاریا مقاوم نیستند (بیمار می‌شوند).	نسبت به مالاریا مقاومت دارند (انگل وارد گویچه‌های قرمز می‌شود ولی بیمار نمی‌شوند).	—
گویچه‌های قرمز آن‌ها در O_2 کافی و O_2 ناکافی، شکل طبیعی دارد.	گویچه‌های قرمز آن‌ها فقط هنگامی داسی‌شکل می‌شود که اکسیژن محیط کم شود.	گویچه‌های قرمز آن‌ها، همواره داسی‌شکل است.
در مناطق مالاریاخیز، شانس زنده‌ماندن آن‌ها نسبت به سایر مناطق کم‌تر است.	در مناطق مالاریاخیز نسبت به غیرمالاریاخیز، از افراد Hb^AHb^A شانس بیشتری برای زنده‌ماندن دارند.	معمولن در سنین پایین می‌میرند.

زیست‌شناسی

پاسخ خیلی تشریحی ✔ در فصل ۴ زیست دهم، صفحهٔ ۶۳ خوانده‌اید که در کم‌خونی‌ها (از جمله کم‌خونی داسی‌شکل) به علت کاهش اکسیژن خون، ترشح هورمون اریتروپویتین (نوعی پیک شیمیایی) از کبد و کلیه افزایش می‌یابد. در کم‌خونی داسی‌شکل، به دلیل از بین رفتن گویچه‌های قرمز داسی‌شده، تعداد گویچه‌های قرمز کاهش می‌یابد و خون‌بهر (هماتوکریت) که نسبت حجم گویچه‌های قرمز به حجم خون است؛ در فرد مبتلا به کم‌خونی داسی‌شکل حتمن مختل می‌شود. در فرد سالم در شرایط طبیعی به علت اکسیژن‌رسانی مناسب به بافت ها سطح هورمون اریتروپویتین و مقدار هماتوکریت طبیعی است.

نکته عامل اصلی افزایش ترشح اریتروپویتین، کاهش اکسیژن خون است؛ در این شرایط بدن با افزایش تولید گویچه‌های قرمز سعی می‌کند این کمبود O_2 خون را جبران کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در رمز مربوط به ششمین آمینواسید ژن زنجیرهٔ بتای هموگلوبین در بیماری کم‌خونی داسی‌شکل، نوکلئوتید آدنین‌دار به جای نوکلئوتید تیمین‌دار قرار می‌گیرد. از آن‌جا که رشتهٔ الگو مکمل رشتهٔ رمزگذار است؛ بنابراین در رشتهٔ رمزگذار، نوکلئوتید آدنین‌دار با نوکلئوتید تیمین‌دار جایگزین می‌شود (یعنی در رشتهٔ رمزگذار دنای جهش‌یافته (یعنی هر دو زنجیرهٔ بتای یک هموگلوبین)، به جای آدنین، تیمین داریم). نوکلئوتید آدنین‌دار، حاوی باز آلی پورینی (دوحلقه‌ای) و نوکلئوتید تیمین‌دار حاوی باز آلی پیریمیدینی (تک‌حلقه‌ای) بوده و طبیعتن نوکلئوتید تیمین‌دار سبک‌تر از نوکلئوتید آدنین‌دار است؛ پس در ساختار رشتهٔ رمزگذار دنای جهش‌یافته، نوکلئوتید سبک‌تری جایگزین شده است.

گزینهٔ (۲): جهش عامل ایجادکنندهٔ کم‌خونی داسی‌شکل از نوع جانشینی دگرمعنا است، جهش جانشینی همیشه بدون تغییر چارچوب خواندن رمزهای دنا صورت می‌گیرد. در کم‌خونی داسی‌شکل، ششمین آمینواسید زنجیره‌های بتای جهش‌یافته (یعنی هر دو زنجیرهٔ بتای یک هموگلوبین)، والین (نه گلوتامیک اسید) است؛ در حالی که ششمین آمینواسید در زنجیرهٔ بتای هموگلوبین در فرد کاملن سالم، گلوتامیک اسید است.

نکته زنجیره‌های آلفای هموگلوبین چه در افراد سالم و چه در افراد مبتلا به کم‌خونی داسی‌شکل طبیعی هستند. از طرفی آمینواسیدهای والین و گلوتامیک اسید می‌توانند در بخش‌های دیگری از زنجیرهای آلفا و بتای هموگلوبین دیده شوند.

گزینهٔ (۳): تخریب گویچه‌های قرمز پیر یا آسیب‌دیده توسط درشت‌خوار (ماکروفاژ)های کبد و طحال صورت می‌گیرد، گویچه‌های قرمز داسی‌شکل به نوعی آسیب‌دیده و ناکارآمد محسوب می‌شوند و به همین دلیل تخریب گویچه‌های قرمز در بیماری کم‌خونی داسی‌شکل تشدید می‌شود، ماکروفاژهای کبد و طحال گویچه‌های قرمز را با روش فاگوسیتوز به درون سیتوپلاسم خود وارد کرده و این یاخته‌ها را تخریب می‌کنند؛ بنابراین هموگلوبین تحت شرایط گفته‌شده ممکن است درون سیتوپلاسم درشت‌خوارها نیز دیده شود، ضمنن تخریب گویچه‌های قرمز در افراد سالم نیز صورت می‌گیرد، بدیهی است که رؤیت هموگلوبین در سیتوپلاسم درشت خوارهای کبد و طحال افراد سالم نیز محتمل است.

نکته در مورد کم‌خونی داسی‌شکل، فردی که ژنوتیپ Hb^SHb^S دارد، حتمن گویچه‌های قرمز داسی‌شکل دارد، اما فردی که ژنوتیپ Hb^AHb^S دارد، فقط در شرایطی (کمبود O_2 محیط) گویچه‌های قرمزش داسی‌شکل می‌شوند.

زیست‌شناسی

۱۶ براساس مطالب مطرح‌شده در بخش ژنتیک (فصل سوم) کتاب درسی در رابطه با صفات تک‌جایگاهی، کدام مورد نادرست است؟

۱) در شرایطی ممکن است اثر یک الل (دگرهٔ) نهفته، حتی در صورت وجود دو نسخه از آن الل (دگره) بروز نیابد.

۲) به طور معمول، در صورتی که حد واسط اثر دو الل در افراد بروز کند، ژنوتیپ همهٔ افراد از روی فنوتیپ قابل تشخیص است.

۳) در شرایطی ممکن است افرادی واجد ژنوتیپ ناخالص، فنوتیپی یکسان با برخی از افراد دارای ژنوتیپ خالص را بروز دهند.

۴) در صورتی که بتوان برای یک فنوتیپ بیش از یک ژنوتیپ در نظر گرفت، به طور حتم، عوامل محیطی در بروز صفت نقش ایفا کرده‌اند.

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۳ ـ روابط بین اللی

درس Box

روابط بین اللی	بارز و نهفتگی	یکی از الل‌ها (الل بارز) اثر الل دیگر (الل نهفته) را می‌پوشاند؛ در نتیجه فنوتیپ بروزیافته در فرد ناخالص، همانند فنوتیپ فرد دارای الل‌های بارز (خالص بارز) است. **مثال:** در گروه خونی Rh، افرادی با ژنوتیپ Dd، پروتئین D را می‌سازند؛ در نتیجه گروه خونی مثبت دارند. پس الل D بر الل d بارز است. تعداد انواع ژنوتیپ‌ها معمولن بیشتر از تعداد انواع فنوتیپ‌هاست[1] (چون ژنوتیپ‌های AA و Aa هر دو یک فنوتیپ دارند). هر ژنوتیپ، لزومن یک فنوتیپ مخصوص به خود را ندارد؛ چون ژنوتیپ‌های AA و Aa یک فنوتیپ دارند. به طور معمول فنوتیپ نهفته زمانی بروز می‌یابد که فرد ژنوتیپ خالص و نهفته داشته باشد.[2]
	بارزیت ناقص	در صورت کنار هم قرارگرفتن دو الل مختلف در ژنوتیپ ناخالص، حد واسط حالت‌های خالص بروز می‌یابد. **مثال:** در گل میمونی، دو نوع الل تعیین‌کنندهٔ رنگ گل است: الل R موجب قرمزی (Red) گلبرگ و الل W (white) موجب سفیدی آن می‌شود، اما این دو الل در کنار هم یعنی RW باعث ایجاد فنوتیپ حد واسط، یعنی صورتی‌شدن رنگ گلبرگ‌ها می‌شوند. به طور معمول تعداد انواع ژنوتیپ‌ها و فنوتیپ‌ها برابر است؛ چون هر ژنوتیپ یک فنوتیپ مخصوص به خود را دارد.
	هم‌توانی	اگر دو الل مختلف کنار هم قرار بگیرند و اثر **هر دو هم‌زمان با هم اما به طور مستقل از یکدیگر بروز کند**، در چنین حالتی رابطهٔ بین الل‌ها هم‌توانی است. **مثال:** در گروه خونی ABO، افرادی با ژنوتیپ AB، هم آنزیم A را می‌سازند و هم آنزیم B را! پس این افراد در غشای خود دارای دو نوع کربوهیدرات A و B هستند. در مورد الل‌هایی که رابطهٔ هم‌توانی بین آن‌ها برقرار است، هر ژنوتیپ، فنوتیپ مخصوص خود را دارد.

پاسخ خیلی تشریحی

در رابطهٔ بارز و نهفتگی، تعداد ژن‌نمودها بیشتر از رخ‌نمودهاست و فنوتیپ بارز می‌تواند هم ژن‌نمود خالص بارز (مثلن AA) و هم ناخالص (مثلن Aa) داشته باشد. در این رابطه لزومن عوامل محیطی در بروز صفت اثر نمی‌گذارد؛ مانند گروه خونی Rh.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در صفات مستقل از جنس (مثل فنیل کتونوری)، افراد دارای ژنوتیپ خالص نهفته، می‌توانند اثر الل نهفته را بروز دهند. در صفات وابسته به X (مثل هموفیلی) نیز، مردان با داشتن فقط یک الل نهفته و زنان با داشتن دو الل نهفته می‌توانند فنوتیپ نهفته را نشان دهند. اما دقت کنید که مثلن در فنیل کتونوری اثر دگره‌های نهفته بسته به شرایط محیطی می‌تواند بروز نیابد، یعنی اگر فرد خالص نهفته (ff) که دو دگرهٔ نهفته را دارد، رژیم غذایی فاقد فنیل آلانین داشته باشد، اثر بیماری در وی بروز نمی‌یابد.

نکته

در بعضی از موارد وجود یک دگره برای بروز بیماری کافی است، مثل ۱) عامل ایجاد بیماری یک دگرهٔ بارز باشد، یعنی فرد Aa بیمار باشد و فرد aa سالم ۲) دگرهٔ بیماری‌زا بر روی یکی از کروموزوم‌های جنسی باشد، مثل هموفیلی که فرد با ژنوتیپ X^hY، بیمار است. ۳) در کم‌خونی داسی‌شکل، فرد با ژنوتیپ Hb^AHb^S در شرایط کمبود O_2 محیط، فنوتیپ بیماری را بروز می‌دهد.

گزینهٔ (۲): در بارزیت ناقص، حد واسطی از اثر دو دگره در فرد بروز پیدا می‌کند. در این نوع رابطهٔ بین دگره‌ای، به ازای هر فنوتیپ، یک ژنوتیپ وجود داشته و بنابراین تشخیص ژن‌نمود از روی رخ‌نمود ممکن است.

۱- البته محیط هم می‌تواند تأثیرگذار باشد، اما این‌جا بدون اثر محیط در نظر گرفتیم.

۲- برای کم‌خونی داسی‌شکل، این‌گونه نیست اما خب این به خاطر اثر محیط هست!

زیست‌شناسی

نکته

هم در بارزیت ناقص و هم در هم‌توانی در صفات تک‌جایگاهی، امکان تشخیص ژن‌نمود از روی رخ‌نمود ممکن است، اگر فنوتیپ مورد نظر تحت تأثیر عوامل محیطی تغییر نکرده باشد.

گزینهٔ (۳): در صورتی که بین الل‌ها، رابطهٔ بارز و نهفتگی برقرار باشد، فرد ناخالص (Aa) رخ‌نمود برخی افراد خالص (AA) را نشان می‌دهد. هر دوی این افراد نهایتن فنوتیپ A خواهند داشت. در این شرایط افراد AA و aa خالص و فرد Aa ناخالص است.

زیست‌شناسی

۱۷ با در نظر گرفتن شرایط عادی محیط، چند مورد زیر در همهٔ حالات ممکن برای هر دو نوع بیماری مطرح‌شده در فصل سوم کتاب دوازدهم درست است؟ (خالص و ناخالص بودن پدر تنها برای نوعی بیماری مطرح شده است.)

هموفیلی + فنیل کتونوری

الف) تولد پسری بیمار از مادری بیمار و پدری سالم و ناخالص

ب) تولد دختری سالم از پدری بیمار و مادری سالم و ناخالص

ج) تولد پسری سالم از مادری بیمار و پدری سالم و خالص

د) تولد دختری بیمار از پدری بیمار و مادری سالم و خالص

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۳ ـ ژنتیک انسان

Hint منظور از صورت سؤال، بیماری‌های هموفیلی و فنیل کتونوری است.

پاسخ خیلی تشریحی بیماری هموفیلی نوعی صفت وابسته به جنس نهفته است، در حالی که بیماری فنیل کتونوری صفت غیر وابسته به جنس نهفته به شمار می‌رود.

بررسی همهٔ موارد:

الف) درست؛ در بیماری هموفیلی، وقتی مادر بیمار باشد، فرزندان پسر حتمن بیمار هستند. از نظر بیماری فنیل کتونوری نیز پدر و مادر به ترتیب ژنوتیپ‌های Ff و ff دارند؛ بنابراین امکان تولد فرزند بیمار (ff) وجود دارد.

ب) درست؛ در بیماری هموفیلی، وقتی مادر سالم و ناخالص (X^HX^h) و پدر بیمار (X^hY) باشد، احتمال تولد فرزند دختر سالم و ناقل (X^HX^h) وجود دارد. از نظر بیماری فنیل کتونوری نیز پدر و مادر به ترتیب ژنوتیپ‌های ff و Ff دارند، بنابراین امکان تولد فرزند سالم (Ff) وجود دارد.

ج) نادرست؛ در بیماری هموفیلی، وقتی مادر بیمار باشد، فرزندان پسر حتمن بیمار هستند. بنابراین احتمال تولد پسر سالم وجود ندارد.

د) نادرست؛ در بیماری هموفیلی، وقتی مادر سالم و خالص باشد، ژنوتیپ X^HX^H دارد و الل X^H را به همهٔ فرزندان دختر انتقال می‌دهد؛ بنابراین همهٔ دختران دارای فنوتیپ سالم هستند (احتمال تولد دختر بیمار وجود ندارد).

زیست‌شناسی

۱۸ براساس اطلاعات کتاب درسی، کدام مورد نادرست است؟

۱) بروز یک ویژگی خاص مربوط به نوعی فام‌تن (کروموزوم) جنسی، ممکن است ناشی از اثر تنها یک دگره (الل) نهفته باشد.

۲) در هر فردی با گروه خونی Rh مثبت، به طور حتم بر روی بازوی بلندتر فام‌تن (کروموزوم)های شمارهٔ ۱، ژن D واقع شده است.

۳) در صفتی تک‌جایگاهی و دارای سه دگره (الل) با رابطهٔ هم‌توانی، بیش از پنج ژن‌نمود (ژنوتیپ) متفاوت در افراد دیده می‌شود.

۴) اگر به دنبال ازدواج مردی با موی صاف با زنی دارای موی فر، فرزندی با موی موج‌دار متولد گردد، رابطهٔ بین اللها از نوع بارزیت ناقص است.

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۳ ـ روابط بین اللی

پاسخ خیلی تشریحی ✔ فردی که گروه خونی Rh مثبت دارد می‌تواند دارای ژنوتیپ DD یا Dd باشد، فردی که ژنوتیپ Dd دارد، فقط بر روی یکی از کروموزوم‌های شمارهٔ ۱ (نه هر دو) دارای ژن D است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در بیماری هموفیلی، مردان با داشتن حتی یک دگرهٔ بیماری، فنوتیپ بیماری را نشان می‌دهند. زیرا تنها یک فام‌تن جنسی X دارند.

گزینهٔ (۳): اگر صفتی سه دگره داشته باشد، شش نوع ژنوتیپ متفاوت فارغ از رابطهٔ بین انواع اللها دیده می‌شود. رابطهٔ بین دگره‌ها، بر روی تعداد انواع فنوتیپ‌ها مؤثر می‌باشد.

گزینهٔ (۴): چون موی موج‌دار حد واسط موی فر و صاف است، رابطه از نوع بارزیت ناقص است.

@MrKonkori

زیست‌شناسی

۱۹ با توجه به عوامل خارج‌کنندهٔ جمعیت از حال تعادل، کدام مورد زیر را می‌توان بیان نمود؟

۱) هر عاملی که تنوع دگره‌ای را افزایش می‌دهد، فقط در جمعیت‌های بزرگ، قابلیت اثرگذاری بر خزانهٔ ژنی را دارد.

۲) هر عاملی که توان بقای افراد جمعیت را کاهش می‌دهد، باعث کاهش میزان تفاوت‌های بین فردی یک جمعیت می‌شود.

۳) هر عاملی که گوناگونی در جمعیت را افزایش می‌دهد، تنها به دنبال تعامل بین جمعیت‌های یک بوم‌سازگان رخ می‌دهد.

۴) هر عاملی که به صورت جهت‌دار فراوانی افراد ناسازگار را کاهش می‌دهد، وابسته به ژن‌نمود (ژنوتیپ) یا رخ‌نمود (فنوتیپ) افراد روی می‌دهد.

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۴ ـ عوامل برهم زنندهٔ تعادل در جمعیت

پاسخ خیلی تشریحی ✔ براساس کتاب درسی، عوامل خارج‌کنندهٔ جمعیت از حال تعادل شامل جهش، شارش ژنی، رانش دگره‌ای، انتخاب طبیعی و آمیزش‌های غیرتصادفی است.

انتخاب طبیعی به صورت جهت‌دار فراوانی افراد ناسازگار را کاهش می‌دهد. انتخاب طبیعی افراد سازگارتر با محیط را برمی‌گزیند و از فراوانی دیگر افراد می‌کاهد؛ بنابراین با توجه به ظاهر (فنوتیپ) افراد جامعه عمل می‌کند. که فنوتیپ هم وابسته به ژنوتیپ فرد است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): شارش ژن و جهش تنوع دگره‌ای را افزایش می‌دهند. رانش دگره‌ای با توجه به اندازهٔ جمعیت، قابلیت اثرگذاری متفاوتی بر خزانهٔ ژنی را دارد، به گونه‌ای که در جمعیت‌های بزرگ ممکن است اثر کم‌تری داشته باشد، اما در جمعیت‌های کوچک، اثر بیشتری دارد، اما جهش و شارش ژنی، توجهی به اندازهٔ جمعیت ندارد و در هر دو نوع جمعیت رخ می‌دهند.

گزینهٔ (۲): انتخاب طبیعی و رانش دگره‌ای و حتی آمیزش غیرتصادفی (نوعی از آن که سبب شبیه‌تر شدن افراد جمعیت به هم می‌شود)، می‌توانند توان بقای جمعیت را کاهش دهند. در انتخاب طبیعی، با انتخاب‌شدن افراد سازگارتر، تفاوت‌های فردی و در نتیجه گوناگونی کاهش می‌یابد. در آمیزش غیرتصادفی هم، چون احتمال آمیزش برخی افراد از بقیه بیشتر است، خزانهٔ ژنی نسل بعد بیشتر شامل ژن‌های آن‌هاست؛ این موضوع در طولانی‌مدت می‌تواند سبب کاهش تنوع در جمعیت شود. اما دقت کنید که رانش دگره‌ای ممکن است تاثیری بر کاهش یا افزایش تفاوت‌های فردی نگذارد، چراکه حذف افراد به صورت تصادفی است و اگر همهٔ افراد (دگره‌های متفاوت) به یک نسبت خاص حذف شوند، ممکن است همهٔ انواع دگره‌ها در جمعیت باقی بمانند، پس کاهش تفاوت‌های بین فردی رخ ندهد.

نکته در آمیزش غیرتصادفی، برخی افراد در تولیدمثل موفق‌تر هستند مثلن فرض کنید در جمعیت گوزن‌ها، ماده‌ها فقط با نرهایی تولیدمثل کنند که بزرگ‌ترین شاخ‌ها را دارند، در نتیجه ژن شاخ بلند در نسل بعد فراوانی بیشتری خواهد داشت. این مسئله با گذشت زمان، سبب می‌شود جمعیت به سمت نرهای با شاخ‌های خیلی بلند حرکت کنند و این یعنی کاهش تنوع در جمعیت و در نتیجه کاهش احتمال بقا در صورت تغییر شرایط محیطی.

گزینهٔ (۳): شارش ژن و جهش، گوناگونی در جمعیت را افزایش می‌دهند. جهش، با افزودن دگره‌های جدید، خزانهٔ ژن را غنی‌تر می‌کند و گوناگونی را افزایش می‌دهد. دقت کنید جهش برای وقوع، نیازی به وجود تعامل بین دو جمعیت ندارد. (بخش دوم گزینه مرتبط با شارش ژن است و در ضمن شارش می‌تواند در یک اجتماع نیز رخ دهد.)

مهر ۲۵

زیـستشناسـی

۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیستشناسی ۱ (فصل ۱) و زیستشناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

هر یاختهای در غشای یاختهای خود دارای کربوهیدرات متصل به فسفولیپید است.

نباید سراغ اینا بری

گزینههای ۱ و ۲: گویچههای قرمز ابتدا دارای هسته بوده و سپس هستهٔ خود را از دست میدهند. بنابراین گویچههای قرمز نیز ویژگیهایی مانند شکل و اندازه دارند. گویچههای قرمز تقسیم نمیشوند.

گزینهٔ ۴: گویچههای قرمز دنای خطی ندارند.

۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیستشناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

هم در آزمایش اول و هم سوم آزمایش ایوری از پروتئاز استفاده گردید و عصارهٔ یاختهای از باکتریهای پوشینهدار که در حضور پروتئاز قرار گرفته بود، میتوانست باکتری فاقد پوشینه را به پوشینهدار تبدیل نماید.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: در آزمایش اول و چهارم گریفیت درون خون موشهای مرده باکتریهای پوشینهدار زیادی مشاهده گردید، اما این باکتریها کرویشکل بودند.

گزینهٔ ۳: در آزمایش گریفیت مشخص نگردید، مادهٔ وراثتی دنا است.

گزینهٔ ۴: در آزمایش ایوری و همکاران مشخص گردید، مادهٔ وراثتی دنا است. در دنا پیوند فسفودیاستر وجود دارد، در رنا نیز پیوند فسفودیاستر وجود دارد، ولی رنا مادهٔ وراثتی نیست.

۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * زیستشناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

قسمت «ب» قند پنجکربنی است و اگر تمام قندهای پنجکربنی اسید نوکلئیکی در پیوند با نوکلئوتید دیگر باشد، این اسید نوکلئیک حلقوی است که در آن تعداد پیوندهای قند- فسفات دو برابر تعداد پیوند فسفودیاستر است.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: قسمت «الف» باز آلی است و اگر تمام آنها در پیوند شرکت نمایند، باید اسید نوکلئیک دنا باشد، اما در مولکول دنا تعداد پورینها با پیریمیدینها برابر است، نه رشته دنا.

گزینهٔ ۳: قسمت «ب» قند پنجکربنی است که میتواند ریبوز یا دئوکسیریبوز باشد. ریبوز در رنا (RNA) بهکار رفته و جرم بیشتری نسبت به دئوکسیریبوز دارد. رنا مادهٔ وراثتی نیست.

گزینهٔ ۴: اگر باز آلی مشخص شده با نوکلئوتید تیمیندار پیوند هیدروژنی تشکیل دهد، اسید نوکلئیک مورد نظر دنا است که در صورت حلقوی بودن انتهای غیریکسان ندارد.

۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

موارد «ب» و «ج» درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) نادرست؛ طبق آزمایش‌های ایوری و همکارانش، اطلاعات وراثتی در دِنا قرار دارد و از نسلی به نسل دیگر منتقل می‌شوند.

ب) درست؛ گریفیت در بررسی خون و شش‌های موش‌های مرده، تعداد زیادی باکتری‌های پوشینه‌دار زنده مشاهده کرد. مسلماً باکتری‌های مرده زنده نشده‌اند، بلکه تعدادی از باکتری‌های بدون پوشینه به‌نحوی تغییر کرده و پوشینه‌دار شده‌اند.

ج) درست؛ نتایج آزمایش‌ها، ایوری و همکارانش را به این نتیجه رساند که عامل اصلی و مؤثر در انتقال صفات دِنا است. به‌عبارت ساده‌تر دنا همان مادهٔ وراثتی است.

د) نادرست؛ ویلکینز و فرانکلین با استفاده از پرتو ایکس از مولکول‌های دِنا تصاویری تهیه کردند. با بررسی این تصاویر در مورد ساختار دِنا نتایجی را به‌دست آوردند، از جمله اینکه دِنا حالت مارپیچی و بیش از یک رشته دارد. البته با استفاده از این روش ابعاد مولکول‌ها را نیز تشخیص دادند.

۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

تصاویر تهیه شده در آزمایشات ویلکینز و فرانکلین دو بعدی بود و بررسی آن ابعاد، بیش از یک رشته بودن و مارپیچ بودن دنا مشخص گردید.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: یکی از نتایج جفت شدن بازهای مکمل این است که اگرچه دو رشته یک مولکول دنا یکسان نیستند، ولی شناسایی ترتیب نوکلئوتیدهای هرکدام می‌تواند ترتیب نوکلئوتیدهای رشتهٔ دیگر را هم مشخص کند. مکمل بودن بازهای آلی از نتایج آزمایشات ویلکینز و فرانکلین نبود.

گزینهٔ ۲: مکمل بودن بازهای آلی توسط واتسون و کریک مطرح شد.

گزینهٔ ۴: این مورد متعلق به مدل پیشنهادی توسط واتسون و کریک است.

۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۱ (فصل ۱) و زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

این تصویر از مولکول دنا توسط ویلکینز و فرانکلین و با استفاده از پرتو ایکس تهیه شده است؛ مولکول دنا بسپاری از نوکلئوتیدهاست و در هر نوکلئوتید اتم‌های کربن، اکسیژن، هیدروژن، نیتروژن و فسفر وجود دارد.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: بررسی ساختمان مولکول دنا به کمک تصویر حاصل از تابش پرتوهای ایکس، نوعی مشاهدهٔ غیرمستقیم محسوب می‌شود؛ انجام این تحقیقات با استفاده از علوم مختلف و نگرش بین رشته‌ای امکان‌پذیر شده است.

گزینهٔ ۲: در پزشکی شخصی برای تشخیص و درمان بیماری‌ها، علاوه بر بررسی وضعیت بیمار، از اطلاعات دنای هر فرد نیز استفاده می‌شود؛ بنابراین مولکول دنا می‌تواند باعث تفاوت در روش‌های درمانی افراد مبتلا به یک بیماری شود.

گزینهٔ ۳: فناوری‌های اطلاعاتی و ارتباطی به جمع‌آوری، بایگانی و تحلیل اطلاعات حاصل از پژوهش‌های زیست‌شناختی می‌پردازد؛ بنابراین، به بررسی ساختمان مولکول دنا و پیشرفت علم زیست‌شناسی کمک کرده است.

۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

موارد «ج» و «د» درست می‌باشند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) نادرست؛ آزمایش‌های مزلسون و استال بر روی باکتری **E.coli** (اشرشیاکلای) منجر به کشف مکانیسم همانندسازی شد. عامل بیماری سینه‌پهلو استرپتوکوکوس نومونیا است.

ب) نادرست؛ عامل بیماری آنفلوانزا نوعی ویروس است که به اشتباه گریفیت فکر می‌کرد، نوعی باکتری (استرپتوکوکوس نومونیا) مسبب این بیماری است. تحقیقات بر روی این باکتری زمینه‌ساز کشف دنا به‌عنوان مادهٔ وراثتی شد.

ج) درست؛ این‌که در آزمایشات گریفیت باکتری‌های بدون کپسول، کپسول‌دار شدند، زمینه‌ساز کارهای بعدی دانشمندان از جمله ایوری شد.

د) درست؛ در آزمایش‌های مزلسون واستال، چگالی دنا در باکتری‌های **E.coli** (اشرشیاکلای) در نسل‌های متوالی بررسی شد که نتایج آن منجر به اثبات طرح همانندسازی نیمه‌حفاظتی شد.

۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

در زمان ۴۰ دقیقه، دو نوار یکی در میانه و دیگری در بالای لوله تشکیل شد. پایین‌ترین نوار (نوار در میانهٔ لوله) یعنی دناهایی با چگالی متوسط.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: منظور دومین آزمایش ایوری است. مولکول‌های فسفات‌دار در نوکلئیک‌اسید و فسفولیپید وجود دارند که در دو لایه قرار دارند.

گزینهٔ ۲: منظور آزمایش ۴ است، باکتری‌های پوشینه‌داری در خون و شش‌های موش وجود دارند که نسبت به سیستم ایمنی موش مقاوم بودند. بنابراین موش‌ها می‌میرند.

گزینهٔ ۴: از نتایج چارگاف روی دنا مشخص می‌شود که تعداد آدنین با تیمین و تعداد سیتوزین و گوانین با هم برابرند. با زبان ریاضی ساده به برابری مجموع بازهای آدنین و گوانین با مقدار مجموع بازهای سیتوزین و تیمین پی می‌بریم.

۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

نوکلئوتیدها علاوه بر شرکت در ساختار دِنا و رِنا نقش‌های اساسی دیگری نیز در یاخته برعهده دارند. برای مثال نوکلئوتید آدنین‌دار ATP (آدنوزین‌تری‌فسفات) به‌عنوان منبع رایج انرژی در یاخته است و یاخته در فعالیت‌های مختلف از آن استفاده می‌کند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: نیتروژن معمولی در بدن جانداران و پیکر یاخته (چه پروکاریوت و چه یوکاریوت) نیتروژن (^{14}N) است. (یعنی ایزوتوپ سبک نیتروژن)

گزینهٔ ۲: آنزیم‌هایی سبب اتصال فسفات به قند و همچنین بازآلی نیتروژن‌دار به قند می‌شوند. از آنجا که این آنزیم‌ها درون یاخته‌ها نوکلئوتیدها را می‌سازند، پلی‌مراز محسوب نمی‌شوند.

گزینهٔ ۴: در ساختار نوکلئوتید پیوند فسفودی‌استر به‌کار نرفته است، پیوندهای فسفودی‌استر مابین نوکلئوتیدها وجود دارند.

۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

منظور از واحدها، ژن‌ها هستند و جانداران مورد آزمایش موش و باکتری بود. ژن دارای نوکلئوتید است و هر نوکلئوتید، قند پنج‌کربنی و پنج‌ضلعی دارد. یک کربن بیرون از حلقه قرار دارد. بنابراین قند یک حلقهٔ چهارکربنی پنج‌ضلعی دارد که ممکن است با حلقهٔ پنج‌ضلعی باز پورین یا حلقهٔ شش‌ضلعی باز پیریمیدین پیوند اشتراکی داشته باشد.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۲: در هیچ جانداری یک ژن نمی‌تواند حلقوی باشد. (مولکول دنا می‌تواند خطی یا حلقوی باشد.)

گزینهٔ ۳: نوکلئوتید (نه ژن) می‌تواند در ساختارهایی وارد شود که نقش حامل الکترون در فرایندهایی مانند تنفس یاخته‌ای داشته باشند.

گزینهٔ ۴: پیوند هیدروژنی در هر پله بین دو حلقهٔ شش‌ضلعی تشکیل می‌شود.

۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

مشاهدات و تحقیقات چارگاف روی دِناهای جانداران نشان داد که مقدار آدنین در دِنا با مقدار تیمین برابر است و مقدار گوانین در آن با مقدار سیتوزین برابری می‌کند. چارگاف مقدار بازها را در رنا اندازه نگرفت.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: علاوه بر این نقش‌ها (مدنظر نقش رناهای پیک و رناهای ناقل و رناهای رناتنی است)، رِناها نقش آنزیمی و دخالت در تنظیم بیان ژن نیز دارند.

گزینهٔ ۲: طبق آزمایش‌های ایوری و همکارانش، اطلاعات وراثتی در دِنا قرار دارد و از نسلی به نسل دیگر منتقل می‌شوند. این اطلاعات در واحدهایی به‌نام ژن سازماندهی شده‌اند. ژن بخشی از مولکول دِنا است که بیان آن می‌تواند به تولید رِنا یا پلی‌پپتید بینجامد.

گزینهٔ ۴: در ساختار رشته‌های پلی‌نوکلئوتیدی بین قند یک نوکلئوتید و قند نوکلئوتید مجاور پیوند فسفودی‌استر برقرار است.

۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

مولکولی که به‌طور مستقیم حاصل بیان ژن است، رنا است. عبارت درست می‌بایست به یکی از انواع رنا اشاره داشته باشد. گزینهٔ ۳ به رنای پیک اشاره دارد.

رنای پیک (mRNA): اطلاعات را از DNA به رناتن‌ها می‌رساند. رناتن با استفاده از اطلاعات mRNA، پروتئین‌سازی می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: رنای ناقل حمل آمینواسید را انجام می‌دهد، در حالی‌که رنای پیک، اطلاعات را از دنا به رناتن‌ها می‌رساند.

گزینهٔ ۲: رنای ناقل به‌منظور پروتئین‌سازی، آمینواسید را به‌سمت رناتن روی شبکهٔ آندوپلاسمی زبر یا آزاد در مادهٔ زمینه‌ای سیتوپلاسم می‌برد. درون هسته، هیچ رناتنی وجود ندارد.

گزینهٔ ۴: رنای رناتنی در ساختار رناتن شرکت می‌کند.

۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

دنا و رنا و پروتئین مولکول‌های مرتبط با ژن هستند که همگی مولکول زیستی بوده و در جانداران ساخته می‌شوند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: در نوکلئوتیدهای پیریمیدین‌دار پیوند بین حلقهٔ پنج‌ضلعی با شش‌ضلعی وجود دارد. آمینواسیدها نیز ساختار حلقه‌ای ندارند.

گزینهٔ ۲: قطر رنا غیریکنواخت است.

گزینهٔ ۳: نوکلئوتیدها در ساختار مولکول‌هایی به‌کار می‌روند که نقش حامل الکترون را برعهده دارند، ولی پروتئین دارای واحد سازندهٔ نوکلئوتیدی نیست.

۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

اسید نوکلئیکی که حامل آمینواسید به رناتن است، رنای ناقل (tRNA) است و همهٔ رناها از روی بخشی از یکی از رشته‌های دنا ساخته می‌شوند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: رنا (RNA) اسید نوکلئیکی است که می‌تواند نقش آنزیمی داشته باشد. قانون چارگاف در دنا مشاهده می‌شود.

گزینهٔ ۲: استرپتوکوکوس نومونیا یک باکتری است و فاقد هسته می‌باشد.

گزینهٔ ۴: منبع رایج انرژی ATP است که نوعی نوکلئوتید است و اسیدنوکلئیک نیست.

۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

در زمان‌های صفر و ۲۰ دقیقه یک نوار مشاهده شد. مشاهدهٔ دو نوار در بالا و میانهٔ لوله، نخستین بار در زمان ۴۰ دقیقه صورت گرفت.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: در محلول حاوی سزیم کلرید دنای باکتری‌ها قرار داده شد. (نه خود باکتری)

گزینهٔ ۲: در لوله‌های آزمایش زمان‌های صفر و ۲۰ دقیقه یک نوار مشاهده شد، در واقع از سه لولهٔ آزمایش زمان‌های صفر، ۲۰ و ۴۰ در دو لولهٔ آزمایش یک نوار را مشاهده می‌کنیم.

گزینهٔ ۴: در زمان ۴۰ دقیقه، تفکیک دناهایی با چگالی سبک و متوسط (نه سنگین و متوسط) در یک لولهٔ آزمایش انجام شد.

۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ **مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)**

جوابش اینه

گزینه۴ عبارت نادرستی بیان می‌کند و سایر گزینه‌ها عبارت درستی بیان می‌کنند.

در زمان صفر دقیقه، یک مولکول دنا با چگالی سبک در دو رشته ^{14}N و یک نوار در بالای لوله تشکیل می‌دهد.

در زمان ۲۰ دقیقه، دو مولکول دنا با چگالی متوسط در یک رشته ^{14}N و یک رشته ^{15}N یک نوار در میانهٔ لوله تشکیل می‌دهد.

در زمان۴۰ دقیقه،۴ مولکول دنا در لوله وجود دارد، دو مولکول دنا با چگالی سنگین در هر دو رشته دارای ^{15}N هستند (چهار رشته ^{15}N دارند) و یک نوار در پایین لوله تشکیل می‌دهند. دو مولکول دنا با چگالی متوسط (در مجموع چهار رشته دارند، دو رشته ^{15}N و دو رشته ^{14}N دارند) یک نوار در میانهٔ لوله تشکیل می‌دهد.

در زمان۶۰ دقیقه، هشت مولکول دنا در لوله وجود دارد. شش مولکول در هر دو رشته دارای ^{15}N هستند و چگالی سنگین دارند و یک نوار در پایین لوله و دو مولکول دنا با چگالی متوسط (در مجموع چهار رشته دارند، دو رشته ^{15}N و دو رشته ^{14}N دارند) یک نوار در میانهٔ لوله تشکیل می‌دهد.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: در زمان ۴۰ دقیقه دو مولکول دنا در پایین لوله قرار داشته و در هر دو رشته ^{15}N دارند.

گزینهٔ ۲: در زمان ۴۰ و ۶۰ دقیقه دو نوار در لوله تشکیل می‌شود. بالاترین نوار، نوار میانی بوده که دارای دو مولکول دنای متوسط است. در دنای متوسط نیمی از رشته‌ها دارای ^{14}N و نیمی دیگر دارای ^{15}N هستند.

گزینهٔ ۳: در زمان‌های صفر و ۲۰ دقیقه یک نوار تشکیل می‌شود. در زمان صفر دقیقه هر دو رشته دنای موجود در نوار ^{14}N در زمان ۲۰ دقیقه دو مولکول دنا با چگالی متوسط وجود دارند. بنابراین در مجموع دو رشته دارای ^{14}N وجود دارند.

۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)**

جوابش اینه

موارد «ب» و «ج» درست‌اند. منظور سؤال از این دو آنزیم، آنزیم‌های هلیکاز و دنابسپاراز بوده است.

بررسی همهٔ موارد:

الف) نادرست؛ برای فعالیت دنابسپاراز و هلیکاز لازم است تا در محل فعالیت، هیستون‌ها از دنا جدا شوند و پیچ‌وتاب کروماتین باز شود. این کارها توسط آنزیم‌هایی صورت می‌گیرد که نام آن‌ها در کتاب درسی نیامده است.

ب) درست؛ فعالیت آنزیم هلیکاز بر دنابسپاراز مقدم است، چون آنزیم هلیکاز پیوند هیدروژنی بین دو رشته را که لازمهٔ همانندسازی است می‌شکند.

ج) درست؛ فقط دنابسپاراز خاصیت پلی‌مرازی و نوکلئازی دارد. دنابسپاراز در فعالیت ویرایش همان پیوند قند- فسفاتی را که تشکیل داده است، می‌شکند.

د) نادرست؛ در محل هر دوراهی همانندسازی یک آنزیم هلیکاز و دو آنزیم دنابسپاراز فعالیت دارند. البته توجه دارید که در نقطهٔ شروع همانندسازی دو دوراهی همانندسازی مشاهده می‌شود.

۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)**

جوابش اینه

در فعالیت بسپارازی دنابسپاراز پیوند اشتراکی بین فسفات‌ها شکسته می‌شود و در فعالیت نوکلئازی آن پیوند اشتراکی از نوع فسفودی‌استر شکسته می‌شود.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۲: محل فعالیت بسپارازی و نوکلئازی دنابسپاراز یکسان است.

گزینهٔ ۳: آنزیم دنابسپاراز پیوند هیدروژنی نمی‌شکند.

گزینهٔ ۴: هر دو فعالیت دنابسپاراز بر روی رشتهٔ در حال ساخت (رشتهٔ جدید) انجام می‌گیرد.

۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط* زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

دنای باکتری‌های اولیهٔ ^{15}N که یک نسل در محیط حاوی ^{14}N تکثیر شده بود را استخراج کردند و پس از گریزانه با سرعت بسیار بالا در میانهٔ لولهٔ آزمایش حاوی محلول سزیم‌کلرید قرار گرفت که نشان داد همانندسازی از الگوی حفاظتی پیروی نمی‌کند، زیرا در صورت حفاظتی بودن باید یک نوار در بالا و یک نوار در پایین لولهٔ آزمایش ایجاد می‌شد.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: در ابتدا باکتری‌های ^{14}N چندین نسل در محیط دارای ^{15}N تکثیر شدند.
گزینهٔ ۳: در زمان ۴۰ دقیقه دو نوار در میانه و بالای لوله قرار گرفت که با الگوی پراکنده (غیرحفاظتی) سازگار نبود.
گزینهٔ ۴: هم در نیمه‌حفاظتی و هم در غیرحفاظتی بین نوکلئوتید جدید و قدیم پیوند تشکیل می‌شود. در غیرحفاظتی بین نوکلئوتید جدید و قدیم پیوند فسفودی‌استر نیز ایجاد می‌شود.

۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

عبارت مورد سؤال عبارت درستی است. همانندسازی در هر جایگاه دوجهتی است و در یک جایگاه، دوراهی‌های همانندسازی فقط از هم دور می‌شوند.
گزینهٔ ۴ عبارت نادرستی را بیان می‌کند. قبل از همانندسازی، آنزیم‌هایی (نه هلیکاز) پیچ‌وتاب فامینه را باز می‌کنند. تا هیستون‌ها جدا شوند.
سایر گزینه‌ها عبارت درستی بیان می‌کنند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: دوراهی‌های مربوط به دو جایگاه مجاور ممکن است نسبت به هم نزدیک شوند و یا از یکدیگر دور شوند.
گزینهٔ ۲: فقط در رشتهٔ در حال ساخت احتمال دارد، نوکلئوتید غلط وارد شود و سپس ویرایش رخ دهد.
گزینهٔ ۳: در طی همانندسازی (فعالیت پلی‌مرازی DNA پلی‌مراز) پیوند اشتراکی، هم تشکیل (به‌منظور پیوند فسفودی‌استر) و هم شکسته (به‌منظور جدا شدن دو گروه فسفات) می‌شود.

۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۱ (فصل ۱) و زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

پروکاریوت‌ها ممکن است، علاوه بر دنای اصلی دارای دیسک باشند. دنای اصلی و دیسک توسط غشایی مجزا محصور نشده‌اند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: در همهٔ پروکاریوت‌ها، فام‌تن اصلی یک مولکول دنای حلقوی در سیتوپلاسم است.
گزینهٔ ۳: در همهٔ جانداران، فرایند جذب و استفاده از انرژی موجود در انواعی از مواد آلی رخ می‌دهد.
گزینهٔ ۴: در هیچ‌کدام از پروکاریوت‌ها ۹ سطح سازمان‌یابی حیات وجود ندارد، زیرا تک‌یاخته‌ای هستند و بافت، دستگاه و اندام ندارند.

۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

شکل، همانندسازی در یوکاریوت را نشان می‌دهد. موارد «الف» و«ب» دلیل درستی را بیان می‌کنند.
بررسی همهٔ موارد:
الف) درست؛ در یک جایگاه هرچه تعداد آدنین و تیمین بیشتری باشد، چون تعداد پیوند هیدروژنی کمتری بین آدنین و تیمین نسبت به گوانین و سیتوزین وجود دارد، هلیکاز سریع‌تر پیوندهای هیدروژنی را می‌شکند و همانندسازی سریع‌تر انجام می‌شود.
ب) درست؛ در یک جایگاه هرچه تعداد اشتباهات رخ‌داده در همانندسازی کمتر از جایگاه‌های مجاور خود باشد، ویرایش کمتری رخ می‌دهد. یعنی حذف نوکلئوتید غلط و شکستن پیوندهای فسودی‌استر کمتری رخ می‌دهد و همانندسازی سریع‌تر انجام می‌شود.
ج و د) نادرست؛ همانندسازی در هر سه جایگاه دوجهتی است و در هر جایگاه چهار دنابسپاراز در حال فعالیت هستند.

زیست‌شناسی

ابان ۱۶

۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

در آزمایش دوم ایوری و همکارانش، انتقال لایه‌ای از عصارهٔ یاخته‌ای که حاوی کربوهیدرات، لیپید یا پروتئین بود، منجر به انتقال صفت نشد. کربوهیدرات‌ها و پروتئین‌ها در ساختار خود گروه فسفات ندارند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: این گزینه معرف مولکول دنا است؛ در حالی که انتقال لایهٔ حاوی دنا باعث انتقال صفت شد.
گزینهٔ ۳: محصول فعالیت رناتن، پروتئین است و پروتئین‌ها علاوه بر کربن، هیدروژن و اکسیژن، عنصر دیگری به‌نام نیتروژن نیز دارند.
گزینهٔ ۴: مدل واتسون و کریک در مورد مولکول دنا است و پیوندهای هیدروژنی سبب افزایش پایداری دنا می‌شوند. در آزمایش ایوری و همکارانش، انتقال لایهٔ حاوی دنا باعث انتقال صفت شد.

۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

در آزمایش چهارم گریفیت (که در واقع ترکیبی از آزمایش دوم و سوم بود) برخی باکتری‌های بدون پوشینه (که قطر کمتری داشتند) به باکتری پوشینه‌دار (با قطر بیشتر) تغییر کردند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: در آزمایش ایوری (درسطح کتاب درسی) از موش استفاده نشد.
گزینهٔ ۲: یکسان بودن قطر دنا توسط فرانکلین و ویلکینز کشف شد، ولی علت این یکسان بودن (یعنی وجود رابطهٔ مکملی) توسط واتسون و کریک کشف شد.
گزینهٔ ۴: پس از آزمایش دوم، ایوری و همکارانش متقاعد شدند که دنا مادهٔ وراثتی است، ولی دانشمندان دیگر نپذیرفتند. با انجام آزمایش‌های دیگر آن‌ها را نیز متقاعد کردند که مادهٔ وراثتی از جنس دنا است.

۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

موارد «دوم»، «سوم» و «چهارم» به‌درستی بیان شده‌اند.
بررسی همهٔ موارد:
مورد «اول»: نادرست؛ یکی از دو جزء پیوند فسفودی‌استر یعنی پیوند میان فسفات و قند قبلی توسط آنزیم دنابسپاراز که خاصیت نوکلئازی هم دارد، ایجاد شده است. بخش دوم (پیوند میان فسفات و قند درون نوکلئوتید) توسط دنابسپاراز ایجاد نشده است.
مورد «دوم»: درست؛ اگر دنا حلقوی باشد، باید در پایان همانندسازی آنزیمی به‌جز دنابسپاراز بخش فسفات را به سر دارای هیدروکسیل متصل کند. به یاد داشته باشیم که آنزیم دنابسپاراز نمی‌تواند نوکلئوتید جدید را به انتهای دارای گروه فسفات متصل کند.
مورد «سوم»: درست؛ قند پنج‌کربنی دئوکسی‌ریبوز از نظر وزن مولکولی به‌اندازهٔ یک اتم اکسیژن نسبت به قند ریبوز در ساختار رنا سبک‌تر است.
مورد «چهارم»: درست؛ در باز دوحلقه‌ای (آدنین یا گوانین) فقط حلقهٔ شش‌ضلعی توان ایجاد پیوند هیدروژنی با حلقهٔ شش‌ضلعی یک باز آلی تک‌حلقه در رشته روبه‌رو را دارد.

۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

بعضی از انواع رنا نقش آنزیمی دارند و آنزیم‌ها سرعت واکنش‌های شیمیایی را افزایش می‌دهند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: رناهای پیک اطلاعات مربوط به پروتئین‌سازی را از دنا به رناتن می‌رسانند.
گزینهٔ ۲: رناها انواع مختلفی دارند که در کتاب درسی فقط نقش سه مورد توضیح داده شده است.
گزینهٔ ۳: نقش رناهای ناقل، حمل خود آمینواسیدهاست (نه حمل اطلاعات مربوط به آن‌ها!).

۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

به ساختار سوم پروتئین، تاخورده و متصل به هم نیز می‌گویند. تشکیل این ساختار در اثر برهم‌کنش‌های آبگریز است، سپس با تشکیل پیوندهای دیگری مانند هیدروژنی، یونی و اشتراکی ساختار سوم تثبیت می‌شود.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: در ساختار اول، آمینواسیدهای دو انتهای رشته تنها در تشکیل یک پیوند پپتیدی شرکت دارند.
گزینهٔ ۲: در ساختار دوم یا الگوهایی از پیوندهای هیدروژنی بین بخش‌هایی از زنجیرهٔ پلی‌پپتیدی پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود.
گزینهٔ ۴: در ساختار چهارم یا آرایش زیرواحدها هر نوع زنجیره (نه همهٔ زنجیره‌ها) ترتیب خاصی از آمینواسیدها را دارد. مثلاً در هموگلوبین دو زنجیره با هم یکسان و با دو زنجیرهٔ دیگر متفاوت هستند.

۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

با توجه به شکل ساختار صفحه‌ای از ساختار دوم پروتئین‌ها در کتاب درسی هر پیوند پپتیدی در یک صفحه قرار دارد و گروه‌های جانبی هر آمینواسید در یک صفحه قرارنگرفته‌اند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۲: هم در ساختار مارپیچ و هم در ساختار صفحه‌ای پیوند هیدروژنی بین هیدروژن باقیمانده از آمین و اکسیژن باقیمانده از کربوکسیل آمینواسیدها تشکیل می‌شود.
گزینهٔ ۳: به کربن مرکزی هر آمینواسید گروه R متصل شده است و بر صفحه‌ای که این کربن قرار دارد، عمود شده است. کربن مرکزی و گروه R متصل به آن در محل تاخوردگی قرار دارند.
گزینهٔ ۴: گروه R آمینواسید خارج از ساختار مارپیچ قرار دارد.

۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

آنزیم‌هایی که در دمای پایین غیرفعال می‌شوند با برگشت دما به حالت طبیعی می‌توانند به حالت فعال برگردند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: آنزیم کربنیک‌انیدراز موجود در گویچهٔ خونی قرمز پیش‌مادهٔ معدنی (CO_2 و H_2O) دارد.
گزینهٔ ۲: گروهی از آنزیم‌ها مثل پمپ سدیم- پتاسیم فعالیت خود را در غشا انجام می‌دهد.
گزینهٔ ۴: اگرچه آنزیم‌ها عملی اختصاصی دارند، ولی برخی از آن‌ها بیش از یک نوع واکنش را سرعت می‌بخشند، مانند دنابسپاراز.

۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

منظور سؤال مولکول شیمیایی پروتئینی و با خاصیت آنزیمی است. فقط مورد «د» درست است.
بررسی همهٔ موارد:
الف) نادرست؛ انسولین از لوزالمعده ترشح می‌شود و کاهندهٔ قند خون است. این ترکیب نوعی هورمون است، نه آنزیم.
ب) نادرست؛ کانال‌های نشتی و دریچه‌دار سدیمی، یون‌های سدیم را بدون مصرف انرژی به خارج یاختهٔ عصبی انتقال می‌دهند. این مولکول‌ها برخلاف پمپ سدیم- پتاسیم خاصیت آنزیمی ندارند.
ج) نادرست؛ رنای رناتنی محصول فعالیت رنابسپاراز ۱ است. این مولکول‌ها ریبونوکلئیک‌اسیداند، نه پروتئین.
د) درست؛ مایهٔ پنیر نام عمومی آنزیم‌هایی است که بر روی پروتئین شیر اثر می‌کنند.

۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

پروتئین مورد نظر سؤال اکسی‌توسین است که سبب انقباض ماهیچه‌های صاف می‌شود.
محققین با استفاده از تصاویر حاصل از پرتوی ایکس و روش‌های دیگر می‌توانند ساختار سه‌بعدی پروتئین را مشخص کنند که در آن حتی جایگاه هر اتم را می‌توان مشخص کرد.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: پروتئین‌ها از یک یا چند زنجیرهٔ بلند و بدون شاخه (نه شاخه‌دار) ساخته شده‌اند.
گزینهٔ ۲: بافت هدف اکسی‌توسین ماهیچه‌های صاف است که فقط یک هسته دارند.
گزینهٔ ۳: زیربنای ساختار نهایی پروتئین (چه سوم و چه چهارم) ساختار اول است که مبنای آن پیوند پپتیدی است. پیوندهای پپتیدی نوعی پیوند اشتراکی هستند.

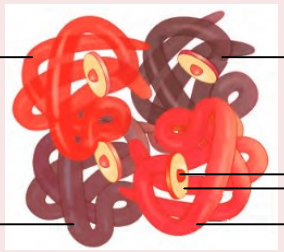
۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

عبارت در صورت سؤال عبارت درستی است. زیرا برخی از رناها (RNAها) می‌توانند نقش آنزیمی داشته باشند. ولی در گزینهٔ ۴ هر کربن مرکزی فقط با یک گروه R پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهد. سایر گزینه‌ها عبارت درستی بیان می‌کنند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: با توجه به شکل در ساختار نهایی هموگلوبین، انتهای کربوکسیل و آمین هر رشتهٔ پلی‌پپتید در مجاور یکدیگرند.



گزینهٔ ۲: آب می‌تواند محصول فعالیت نوعی آنزیم باشد و مولکول زیستی محسوب نمی‌شود.
گزینهٔ ۳: برخی از رناها نقش آنزیمی دارند و از تعدادی نوکلئوتید تشکیل شده‌اند و در هر نوکلئوتید یک گروه فسفات دارند.

۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

در ساختار اول پیوند پپتیدی فقط بین کربوکسیل و آمین دو آمینواسید مجاور و در ساختار دوم پیوندهای هیدروژنی بین باقیماندهٔ کربوکسیل و آمین دو آمینواسید غیرمجاور تشکیل می‌شود.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: گروه R می‌تواند مادهٔ آلی و یا غیرآلی مانند هیدروژن باشد.
گزینهٔ ۳: هموگلوبین در ساختار دوم به‌علت تشکیل پیوندهای هیدروژنی، ساختارهای مارپیچ تشکیل می‌دهد و ساختار صفحه ایجاد نمی‌کند.
گزینهٔ ۴: متنوع‌ترین مولکول‌های زیستی پروتئین‌ها هستند. ولی فقط تعدادی از پروتئین‌ها نقش آنزیمی دارند و می‌توانند امکان برخورد مولکول‌های پیش‌ماده را افزایش دهند.

۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

آنزیم‌ها مولکول‌های زیستی دارای جایگاه فعال هستند که برخی از آن‌ها برای عمل خود به یون‌های فلزی و یا مواد آلی نیاز دارند. آنزیم‌ها در تنظیم سوخت‌وساز موجود زنده دخالت دارند. بنابراین این یون‌ها و مواد آلی مانند ویتامین‌ها نیز در این عمل دخالت دارند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: یون‌های فلزی فاقد اتم کربن در ساختار خود هستند.
گزینهٔ ۲: یون‌های فلزی در گروه کوآنزیم‌ها قرار ندارند، زیرا مادهٔ آلی نیستند.
گزینهٔ ۳: آنزیم‌ها، یون‌های فلزی و مواد آلی کمک‌کننده به آنزیم در طی فعالیت مصرف نمی‌شوند. در طی فعالیت آنزیم، پیش‌ماده یا پیش‌ماده‌ها مصرف می‌شوند.

۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل‌های ۱ و ۲)**

جوابش اینه

امروز انواعی از مایهٔ پنیرها وجود دارد که از گیاهان و ریزجانداران (میکروارگانیسم‌ها) به‌دست می‌آیند. ریزجانداران می‌توانند پروکاریوت و یا یوکاریوت باشند. در هر صورت در آن‌ها چندین رنابسپاراز در حال رونویسی از یک ژن را می‌توان مشاهده نمود.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: گازوئیل زیستی از دانه‌های روغنی به‌دست می‌آید که سلولاز بر روی روغن اثر ندارد. سلولاز در تهیهٔ سوخت زیستی الکل کاربرد دارد.
گزینهٔ ۲: از یاخته‌های اصلی غدد معده پپسینوژن ترشح می‌شود که پروتئاز غیرفعال است و به‌طور مستقیم برای تولید شوینده به‌کارنمی‌رود.
گزینهٔ ۴: مایهٔ پنیر بر روی پروتئین شیر اثر نموده و با دلمه کردن آن منجر به تولید پنیر می‌شود. در صورتی که لاکتوز قند شیر است.

۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل‌های ۱ و ۲)**

جوابش اینه

تنها مورد «د» درست می‌باشد.
بررسی همهٔ موارد:
الف) نادرست؛ رونویسی به دفعات و همانندسازی تنها یک‌بار در هر چرخهٔ یاخته‌ای امکان‌پذیر است.
ب) نادرست؛ همانندسازی از روی هر دو رشته و رونویسی از روی فقط یکی از دو رشته انجام می‌شود.
ج) نادرست؛ در همانندسازی هلیکاز و در رونویسی رنابسپاراز این مسئولیت را برعهده دارند.
د) درست؛ هر دو پدیده می‌توانند در هستهٔ یاخته و میتوکندری یوکاریوت‌ها و در سیتوپلاسم پروکاریوت‌ها انجام شوند. میتوکندری در سیتوپلاسم یاختهٔ یوکاریوتی قرار دارد. بنابراین رونویسی و همانندسازی می‌توانند در سیتوپلاسم یاخته‌های یوکاریوتی نیز انجام شوند.

۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)**

جوابش اینه

رونویسی از ژن‌های پروتئین‌های رناتنی برعهدهٔ رنابسپاراز ۲ است که رنای پیک حاصل ترجمه شده و پروتئین رناتنی ایجاد می‌کند. در مرحلهٔ پایان رونویسی این آنزیم از مولکول دنا و رنای تازه‌ساخت جدا می‌شود.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: رونویسی از ژن پروتئین‌های رناتنی برعهدهٔ رنابسپاراز ۲ است، نه رنابسپاراز ۱.
گزینهٔ ۲: تشکیل پیوند هیدروژنی واکنش غیرآنزیمی است.
گزینهٔ ۳: نوکلئوتید رشتهٔ رمزگذار دارای قند دئوکسی‌ریبوز و نوکلئوتید رنای در حال ساخت دارای قند ریبوز است.

۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)**

جوابش اینه

در دنا توالی‌های ویژه‌ای وجود دارند که موجب پایان رونویسی توسط رنابسپاراز می‌شوند. در واقع این توالی‌ها برخلاف توالی‌های ویژه مربوط به راه‌انداز که آن هم بخشی از دنا است، رونویسی می‌شوند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۲: در مرحلهٔ آغاز پیوند هیدروژنی بین دنا و رنا تشکیل می‌شود، اما شکسته نمی‌شود.
گزینهٔ ۳: در همهٔ مراحل، رنابسپاراز پیوند فسفودی‌استر بین نوکلئوتیدهای رنا برقرار می‌کند و پیوند هیدروژنی بین دو رشتهٔ دنا را در قسمت‌هایی می‌شکند.
گزینهٔ ۴: اگر نوکلئوتید پیریمیدینی باشد، فقط یک حلقه‌ای آلی نیتروژن‌دار دارد.

۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

به جدول زیر توجه کنید.

مراحل رونویسی	آغاز	طویل شدن	پایان
شکستن پیوند هیدروژنی بین دو رشتهٔ DNA (شکستن پیوند هیدروژنی بین دو نوکلئوتید مکمل با قند مشابه)	+	+	+
تشکیل پیوند هیدروژنی بین یک رشته دنا با رشته رنا (تشکیل پیوند هیدروژنی بین دو نوکلئوتید مکمل با قند متفاوت)	+	+	+
ساختن رنا (تشکیل پیوندفسفودی‌استر بین نوکلئوتیدهایی با قند ریبوز)	+	+	+
شکستن پیوند هیدروژنی بین DNA و RNA (شکستن پیوند هیدروژنی بین دو نوکلئوتید مکمل با قند متفاوت) (جدا شدن رنا از دنا)	−	+	+
تشکیل پیوند هیدروژنی بین دو رشته DNA (تشکیل پیوند هیدروژنی بین دو نوکلئوتید مکمل با قند مشابه)	−	+	+

۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

اگر بین دو ژن متوالی دو راه‌انداز وجود داشته باشد، جهت حرکت رنابسپارازها متفاوت خواهد بود. در نتیجه رشته الگوی ژن‌ها برای رونویسی نیز متفاوت هستند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: اگر بین دو ژن متوالی راه‌انداز وجود نداشته باشد، جهت حرکت رنابسپارازها متفاوت خواهد بود و در نتیجه رشته الگوی ژن‌ها برای رونویسی متفاوت است.
گزینهٔ ۲: اگر بین دو ژن متوالی یک راه‌انداز وجود داشته باشد، آنگاه جهت حرکت رنابسپارازها یکسان بوده و رشته الگوی رونویسی ژن‌ها نیز یکی خواهد بود.
گزینهٔ ۴: میانه و بیانه بخشی از ژن هستند و نه توالی بین‌ژنی. توالی بین‌ژنی رونویسی نمی‌شود.

۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

میانه مربوط به دناست و رونوشت میانه مربوط به رنا هست. رونوشت میانه‌ها حذف می‌شوند. بنابراین رونوشت بیانه‌ها اطلاعات را به رناتن می‌برند، نه خود بیانه‌ها.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۲: تغییرات بر روی رناهای پیک درون هسته اتفاق می‌افتد.
گزینهٔ ۳: منظور این است که در پی اتصال رنابسپاراز به راه‌انداز ساخته می‌شوند.
گزینهٔ ۴: رشته مکمل رمزگذار همان رشته الگو است.

۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل‌های ۱ و ۲)

جوابش اینه

در حین همانندسازی هر بخشی از دنا امکان ویرایش بر روی رشتهٔ دنای در حال ساخت وجود دارد. پیرایش بعد از رونویسی انجام می‌گیرد و ژن انسولین در یاختهٔ بنیادی لنفوئیدی اصلاً رونویسی نمی‌شود.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: ویرایش توسط دنابسپاراز انجام می‌گیرد، اما پیرایش بعد از عمل رنابسپاراز است و آنزیم انجام‌دهندهٔ آن بسپاراز نیست.
گزینهٔ ۳: ویرایش بر روی دنا که مادهٔ وراثتی است انجام می‌گیرد، اما پیرایش بر روی رنای پیک نابالغ انجام می‌گیرد.
گزینهٔ ۴: در ویرایش و پیرایش، پیوند فسفودی‌استر بین نوکلئوتیدها شکسته می‌شود.

۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

هم در یوکاریوت‌ها هم در پروکاریوت‌ها تجمع رنابسپارازها برای سرعت‌بخشی به فرایند رونویسی مشاهده می‌شود. هسته و هستک فقط در یوکاریوت‌ها دیده می‌شوند و در یاخته‌های پروکاریوتی هسته و هستک وجود ندارند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: در تمام جاندارانی که فرایند رونویسی را انجام می‌دهند، رشته الگو با رنای ساخته شده از روی آن و رشتهٔ رمزگذار مکمل است، اما دقت شود در متن سؤال آمده است، فقط در مورد بعضی از جانداران کدام جمله درست است.
گزینهٔ ۳: در تمامی جانداران در هر ژن فقط یک رشته دنا رونویسی می‌شود.
گزینهٔ ۴: منظور رنایی با خاصیت آنزیمی است که چنین رنایی در همهٔ جانداران وجود دارد، نه فقط در بعضی از جانداران.

۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

قسمت «ب» توالی بین‌ژنی است و چون جهت حرکت رنابسپارازهای دو ژن یکسان است، باید در این توالی بین‌ژنی یک راه‌انداز وجود داشته باشد.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: در قسمت «الف» چندین رنابسپاراز که همگی از یک نوع هستند، در حال فعالیت هستند.
گزینهٔ ۳: رناهای در حال ساخت ممکن است رنای رناتنی باشند که در ساختار رناتن به‌کار می‌روند، اما ممکن است رنای پیک و یا رنای ناقل باشند.
گزینهٔ ۴: ممکن است این شکل متعلق به یک پروکاریوت باشد که بیانه و میانه ندارد، حتی در یوکاریوت‌ها نیز بیانه و میانه در هر ژن مشاهده نمی‌شود.

۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

بخش ۲، حاصل مجاورت دادن رنای بالغ با رشته الگو در ژن آن است.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: پیرایش در رنای پیک یوکاریوتی رخ می‌دهد. رنای پیک حاصل رونویسی توسط آنزیم‌هایی تحت نام کلی رنابسپاراز ۲ می‌باشد.
گزینهٔ ۲: در حالت عادی بخش ۱ (رنای بالغ) وارد سیتوپلاسم می‌شود، در حالی‌که ژن در هسته قرار دارد و دو رشته الگو و رمزگذار با هم پیوند هیدروژنی دارند.
گزینهٔ ۴: نوکلئوتیدها در بخش ۱ (رنای بالغ) قند ریبوز دارند و در بخش ۲ (اینترون) قند دئوکسی‌ریبوز دارند و مشترک نیستند.

پاسخ تشریحی آزمون ۷ آذر ۱۴۰۴

زیست‌شناسی

۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

فقط برای تولید ساختار دوم پروتئین‌ها تشکیل پیوند هیدروژنی لازم است. تشکیل پیوند هیدروژنی نیاز به آنزیم ندارد.
یادآوری: برای پایداری (نه ایجاد) ساختار سوم هم ممکن است، پیوند هیدروژنی ایجاد گردد.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: تشکیل پیوند هیدروژنی برای تشکیل ساختار دوم با نزدیک شدن هیدروژن باقیماندهٔ گروه آمین یک آمینواسید به اکسیژن باقیماندهٔ گروه کربوکسیل آمینواسید دیگر است. ایجاد پیوند هیدروژنی برای ثبات ساختار سوم چنین شرطی ندارد.
گزینهٔ ۲: ساختار اول و دوم پروتئین‌ها با تعامل گروه‌های آمین و کربوکسیل شکل می‌گیرد. برای تشکیل ساختار دوم برخلاف ساختار اول نیازی به آنزیم نیست.
گزینهٔ ۳: در هر سطح ساختاری می‌توان جایگاه اتم‌ها را به‌کمک پرتو ایکس مشخص کرد، اما دقت کنید که رشته‌های مجاور (یعنی بیش از یک رشته) در هر سطح ساختاری وجود ندارد.

۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

این مولکول‌های زیستی آنزیم نام دارند و گروهی از آنزیم‌ها درون یاخته فعالیت می‌کنند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: در صورت افزایش آنزیم، مقدار تولید فراورده در واحد زمان زیاد می‌شود. به‌عبارتی افزایش آنزیم سرعت تولید فراورده را زیاد می‌کند.
گزینهٔ ۳: همهٔ آنزیم‌ها انرژی فعال‌سازی را کاهش می‌دهند و سرعت انجام واکنش را افزایش می‌دهند.
گزینهٔ ۴: آنزیم‌ها فقط می‌توانند واکنش‌های انجام‌شدنی را تسریع کنند.

۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

آنزیم سلولاز برای تولید سوخت زیستی و همچنین تولید کاغذ استفاده می‌شود. این آنزیم برای تجزیهٔ سلولز به گلوکز فعالیت می‌کند. با افزایش پیش‌ماده (سلولز) تا حد خاصی (یعنی تا حدی که تمام جایگاه‌های فعال پر شوند) سرعت واکنش افزایش می‌یابد و پس از آن ثابت می‌ماند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: برای تولید سوخت زیستی سلولاز استفاده می‌شود. دمای بدن انسان حدود ۳۷ درجه است. انسان سلولاز ندارد! دقت کنید که آنزیم‌ها در دمای بالاتر از ۳۷ درجه ممکن است تغییر شکل پیدا کنند.
گزینهٔ ۲: منظور این گزینه مایهٔ پنیر است که در گذشته از معدهٔ نوزاد شیرخوار گوسفند و گاو به‌دست می‌آمد و اکنون از گیاهان و ریزجانداران ایجاد می‌شود. گیاهان تک‌یاخته نیستند!
گزینهٔ ۳: لیپاز، پروتئاز و آمیلاز برای تولید شوینده کاربرد دارند. اگر تغییر pH از حد خاصی بگذرد، می‌تواند با تغییر بر پیوندهای شیمیایی، ساختار و عملکرد آنزیم را دچار تغییر کند. هر تغییر pH باعث این رویداد نمی‌گردد.

۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

رنای پیک هم به رناهای ناقل متصل می‌شود و هم به رناهای کوچکی که در تنظیم بیان ژن‌ها مؤثرند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۲: رنای ناقل یک رشته دارد و بین نوکلئوتیدهایی در یک رشته پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود.
گزینهٔ ۳: این وظیفهٔ رنای پیک است، نه رنای حمل‌کنندهٔ آمینواسید.
گزینهٔ ۴: بر اساس کتاب درسی هم رنای پیک و هم رنای ناقل دستخوش تغییراتی می‌شوند.

۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

اگر بین دو ژن متوالی روی دنای خطی دو راه‌انداز باشد، در صورت رونویسی جهت حرکت رنابسپاراز در این دو ژن متفاوت است، ولی ممکن است یک یا هر دو ژن در این یاخته غیرفعال و خاموش بوده و رونویسی نشوند!

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: تغییرات در رنای اولیه ممکن است، در حال رونویسی و یا پس از آن روی دهد، ولی پس از عملکرد رنابسپاراز۲ و تولید رنای بالغ و برای فرایند پیرایش، یکپارچه‌سازی قطعات رونوشت بیانه، پس از رونویسی کامل می‌شود.
گزینهٔ ۲: اگر جهت رنابسپارازها یکسان باشد، رشته‌های الگو هم روی یکی از رشته‌های دنا قرار دارد و بالعکس. در صورت حرکت رنابسپارازها به‌سمت هم، جهت رونویسی در دو ژن متفاوت بوده و رشته الگو در آن‌ها نیز متفاوت خواهد بود.
گزینهٔ ۳: تعداد میانه‌ها از تعداد بیانه‌ها کمتر است. از نظر طول قانون خاصی وجود ندارد و ممکن است اندازهٔ بیانه از میانه کوچکتر یا بزرگتر باشد.

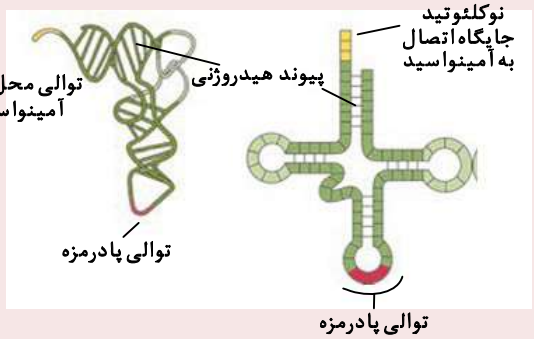
۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

توالی پادرمزه در میانهٔ حلقهٔ میانی رنای ناقل قرار دارد و در ساختار حلقه‌ها پیوند هیدروژنی مشاهده نمی‌شود.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: در ساختار فعال حلقه‌های جانبی در اثر تاخوردگی بیشتر در مجاورت هم قرار می‌گیرند.



گزینهٔ ۲: توالی نوکلئوتیدی رنای ناقل، در اثر تاخوردگی بیشتر تغییر نمی‌کند. بنابراین نوکلئوتید شرکت‌کننده در پیوند با آمینواسید در هر دو ساختار یکسان است. در ضمن، آمینواسید از ناحیهٔ کربوکسیل خود با رنای ناقل پیوند برقرار می‌کند.
گزینهٔ ۴: رنای ناقل با ساختار سه‌بعدی به‌عنوان پیش‌ماده برای اتصال به آمینواسید مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

دقت کنید کدون مربوط به توالی‌های سه نوکلئوتیدی رنای پیک است، نه رشتهٔ پلی‌پپتیدی.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: هر نوع رنای ناقل با توالی آنتی‌کدونی خود به کدون اختصاصی خود متصل می‌شود. توجه داشته باشید که برای هر کدون یک آنتی‌کدون نداریم.
گزینهٔ ۲: آنزیم‌هایی که آمینواسیدها را به رناهای ناقل متصل می‌کنند، درون سیتوپلاسم یاخته فعالیت دارند.
گزینهٔ ۴: بسیاری از رناهای ناقل که وارد جایگاه A می‌شوند، در صورتی که با کدون مربوط به این جایگاه مکمل نباشند، جایگاه را ترک می‌کنند.

۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

پروتئین با الگو قرار دادن رنای پیک در یاخته ساخته می‌شود. پلی‌پپتیدها می‌توانند پس از ساخت جهت عملکرد خود دچار تغییراتی شوند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۲: ساختار تسبیح‌مانند چندین رناتن در حال ترجمه یک رنای پیک هستند که هم در یوکاریوت‌ها و هم در پروکاریوت‌ها دیده می‌شود.
گزینهٔ ۳: بر روی رنای پیک رمزه مشاهده می‌شود، پادرمزه در رنای ناقل قابل مشاهده است.
گزینهٔ ۴: اولین پیوند پپتیدی حین ترجمه، بین گروه کربوکسیل متیونین با گروه آمین آمینواسید دوم برقرار می‌شود. زیرا اولین آمینواسید آمین آزاد است.

۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

در جایگاه A واکنش سنتز آبدهی رخ داده که طی آن OH^- از گروه کربوکسیل و H^- از گروه آمین جدا شده و با اتصال به یکدیگر آب ایجاد می‌کنند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: رنای ناقل هم از پلی‌پپتید در حال ساخت و هم از رنای پیک جدا می‌شود. جدا شدن از رنای پیک در مرحلهٔ طویل شدن در جایگاه E رخ می‌دهد.
گزینهٔ ۲: رمزه‌های پایان در جایگاه P مشاهده نمی‌شوند، اما توالی‌های UAA، UAG و UGA به‌عنوان بخشی از رنای ناقل مستقر در جایگاه P می‌توانند مشاهده شوند.
گزینهٔ ۴: در مرحلهٔ آغاز تنها جایگاه P اشغال است، اما در مرحلهٔ پایان جایگاه A و P می‌تواند اشغال باشد.

۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

فقط مورد «الف» درست می‌باشد.
بررسی همهٔ موارد:
الف) درست؛ هر رنای ناقلی که وارد جایگاه A می‌شود و در آن مستقر می‌شود، پس از تشکیل پیوند پپتیدی و حرکت ریبوزوم وارد جایگاه P می‌شود.
ب) نادرست؛ در مورد اولین رنای ناقل که حامل متیونین است، صادق نیست.
ج) نادرست؛ آخرین رنای ناقل، وارد جایگاه P می‌شود و از همان جایگاه P نیز خارج می‌شود.
د) نادرست؛ رناهای ناقل متیونین می‌توانند، در مرحلهٔ طویل شدن وارد جایگاه A شوند.

۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

به گروه آمین و گروه کربوکسیل دوسر رشته توجه کنید. رشته‌های پلی‌پپتیدی از انتهای آمین شماره‌گذاری می‌شوند. یعنی اولین آمینواسیدی که در رشته قرار می‌گیرد. آمینواسید شمارهٔ ۵ و آخرین آمینواسید شمارهٔ ۱ است. پس زمانی که کدون آمینواسید شمارهٔ ۲ در جایگاه A قرار دارد. کدون آمینواسید ۳ در جایگاه P قرار دارد. (نه اولین آمینواسید)

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱:چون اولین و دومین آمینواسیدهایی که در رشتهٔ پپتیدی قرار گرفته‌اند، به‌ترتیب شماره‌های ۵ و ۴ بوده‌اند، پس اولین پیوند پپتیدی بین این دو آمینواسید تشکیل شده است.
گزینهٔ ۲: چون آخرین آمینواسید این رشتهٔ آمینواسید شمارهٔ ۱ است، پس کدون پایان در مجاورت کدون آمینواسید شمارهٔ ۱ قرار دارد.
گزینهٔ ۴: زمانی که کدون آمینواسید شمارهٔ ۲ در جایگاه P قرار دارد، کدون آمینواسید ۱ در A و کدون آمینواسید ۳ در E قرار دارد. لذا رنای ناقل این آمینواسید این جایگاه را ترک می‌کند.

۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

واکنش سنتز آبدهی حین تشکیل پیوند پپتیدی رخ می‌دهد که این واکنش در مرحلهٔ پایان و در جایگاه A رخ نمی‌دهد.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: تکمیل ساختار رناتن آخرین اتفاق مرحلهٔ آغاز است و ورود رنای ناقل به جایگاه A ریبوزوم مربوط به مرحلهٔ طویل شدن است.
گزینهٔ ۲: رنای ناقل که جایگاه A را ترک می‌کند می‌تواند از ریبوزوم خارج شود و یا اینکه وارد جایگاه P شود. در صورتی که وارد P شود نیز در جایگاه A مستقر شده است.
گزینهٔ ۳: در آخرین جابه‌جایی در مرحلهٔ طویل شدن که رمزهٔ پایان وارد جایگاه A می‌شود در پی آن تشکیل پیوند پپتیدی رخ نمی‌دهد.

۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

موارد «ب» و «ج» درست هستند.
بررسی همهٔ موارد:
الف) نادرست؛ آخرین رنای ناقل در مرحلهٔ طویل شدن وارد ریبوزوم می‌شود. در مرحلهٔ پایان آخرین کدون وارد جایگاه A می‌شود.
ب) درست؛ تمامی پروتئین‌های ترشحی از شبکهٔ آندوپلاسمی و گلژی عبور می‌کنند.
ج) درست؛ در مرحلهٔ طویل شدن ترجمه قبل از ورود رنای ناقل به جایگاه A جایگاه E از رنای ناقل بدون آمینواسید خالی شده است.
د) نادرست؛ رناهای ناقل هیچ‌گاه وارد شبکهٔ آندوپلاسمی نمی‌شوند، بلکه این رشتهٔ پلی‌پپتیدی است که به درون شبکهٔ آندوپلاسمی وارد می‌شود.

۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

عبارت مورد نظر در سؤال عبارت درستی است، زیرا در پروکاریوت‌ها ممکن است پروتئین‌سازی پیش از پایان رونویسی رخ دهد، زیرا طول‌عمر رنای پیک کمی دارند.
گزینهٔ ۱ عبارت نادرستی را بیان می‌کند، زیرا توالی‌های سه‌نوکلئوتیدی که تعیین می‌کنند، کدام آمینوآسیدها باید در ساختار پلی‌پپتید قرار بگیرند، رمزه و بخشی از رنای پیک هستند و در یاخته‌های یوکاریوتی توسط رنابسپاراز۲ ساخته می‌شوند. سایر گزینه‌ها عبارت درستی را بیان می‌کنند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۲: توالی آمینواسیدی در هر پروتئین وجود دارد که مشخص می‌کند پروتئین ساخته شده در ریبوزوم به چه مقصدی برود. هر آمینواسید دارای یک گروه R است که به یک کربن مرکزی متصل هستند. توالی آمینواسید چندین آمینواسید دارد.
گزینهٔ ۳: رنابسپاراز ۲ پس از ساخته شدن به‌کمک رناتن باید وارد هسته شود. بنابراین از شبکهٔ آندوپلاسمی و دستگاه گلژی عبور نمی‌کند.
گزینهٔ ۴: با توجه به شکل رنای ناقل تولید شده قبل از آنکه ساختار سه‌بعدی ایجاد کند، سه نوکلئوتید زردرنگ در یک انتها دارد که با هیچ نوکلئوتیدی پیوند هیدروژنی ندارند. این سه نوکلئوتید دارای بازهایی هستند که می‌توانند با بازهای نوکلئوتیدهای دیگر مکمل باشند، ولی با هیچ نوکلئوتیدی پیوند هیدروژنی برقرار نمی‌کنند.



۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

برای رمزه‌های پایان ترجمه UAA – UAG – UGA ، رنای ناقلی با پادرمزه مکمل آن وجود ندارد. بنابراین رنای ناقلی با پادرمزه‌های AUU – AUC – ACU وجود ندارد.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: در مرحلهٔ طویل شدن بلافاصله بعد از جابه‌جایی رناتن روی رنای پیک، رنای ناقل (tRNA) حامل توالی آمینواسیدها در جایگاه P قرار می‌گیرد و رنای ناقل بدون آمینواسید در جایگاه E قرار می‌گیرد و سپس جایگاه E را ترک می‌کند.

گزینهٔ ۲: در مرحلهٔ پایان ترجمه ابتدا یکی از کدون‌های پایان ترجمه (UAA–UAG–UGA) وارد جایگاه A می‌شود. سپس پروتئین‌هایی به‌نام عوامل آزادکننده (حاوی پیوند پپتیدی و هیدروژنی) وارد جایگاه A می‌شود و به‌دنبال آن اتصال رنای ناقل (tRNA) با توالی آمینواسیدها در جایگاه P قطع می‌شود و رشتهٔ پلی‌پپتید از جایگاه P خارج می‌شود.

گزینهٔ ۳: پس از آنکه رمزهٔ پایان ترجمه UAA در جایگاه A ریبوزوم وارد شود، عامل آزادکننده که پروتئینی است (نوعی بسپار حاوی پیوند هیدروژنی و پپتیدی) وارد جایگاه A می‌شود.

۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

پروتئین‌های هسته‌ای از جمله رنابسپاراز ۲ توسط رناتن‌های آزاد سیتوپلاسم ساخته شده و بر اثر توالی آمینواسیدی خاصی که دارند، وارد هسته می‌شوند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: بخشی از پروتئین‌های راکیزه توسط رناتن‌های خود راکیزه ساخته می‌شوند و از بیرون وارد آن نشده‌اند.

گزینهٔ ۲: ریبوزوم‌های روی شبکهٔ آندوپلاسمی (نه درون) آنزیم‌های لیزوزومی را می‌سازند که حین ساخت از انتهای آمین وارد شبکهٔ آندوپلاسمی می‌شوند.

گزینهٔ ۳: ریزکیسه‌های انتقالی از یاخته خارج نمی‌شوند، بلکه محتویات آن‌ها با برون‌رانی خارج می‌شود.

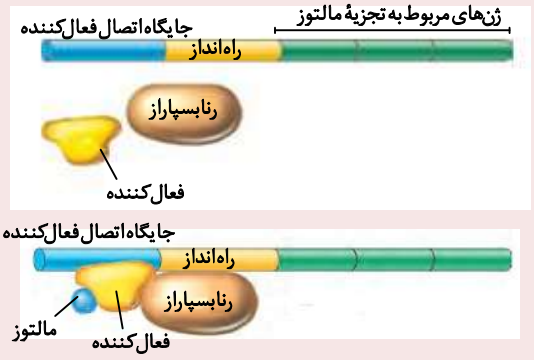
۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

تغذیهٔ باکتری از مالتوز و یا لاکتوز استفاده از آنزیم های تجزیه‌کنندهٔ گلوکز را نیز افزایش می‌دهد، در هر دو دی‌ساکارید گلوکز وجود دارد و پس از هیدرولیز دی‌ساکارید لازم است که یاخته از انرژی موجود در گلوکز استفاده کند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: با توجه به شکل، در تنظیم مثبت رونویسی با اتصال مالتوز به پروتئین فعال‌کننده این پروتئین تغییر شکل نمی‌دهد.



گزینهٔ ۳: اپراتور در تنظیم بیان برخی ژن‌ها مؤثر است. (در تنظیم منفی)

گزینهٔ ۴: تغییر دسترسی آنزیم به پیش‌ماده نوعی از تنظیم بیان ژن در یوکاریوت‌ها می‌باشد.

۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ **مشخصات سؤال: ساده * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)**

جوابش اینه

در یاخته‌های تمایزیافته برخی از ژن‌ها روشن و برخی از ژن‌ها خاموش‌اند.

نباید سراغ اینا بری

گزینه‌های ۱ و ۲: مقدار، بازه و زمان استفاده از ژن در یاخته‌های مختلف یک جاندار ممکن است فرق داشته باشد و حتی در یک یاخته هم بسته به نیاز متفاوت باشد.
گزینهٔ ۳: تنظیم بیان ژن موجب می‌شود تا جاندار به تغییرات پاسخ دهد. پاسخ به محیط یکی از ویژگی‌های حیات است.

۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)**

جوابش اینه

موارد «الف» و «ب» نادرست‌اند.
بررسی همهٔ موارد:
الف) نادرست؛ رنای نابالغ فقط در یوکاریوت‌ها مشاهده می‌شود.
ب) نادرست؛ در پروکاریوت‌ها، صرفاً یک نوع رنابسپاراز وجود دارد.
ج) درست؛ اشاره به تنظیم مثبت دارد که جایگاه اتصال فعال‌کننده به پروتئین فعال‌کننده متصل به مالتوز وصل می‌شود.
د) درست؛ اشاره به تنظیم منفی دارد که شکل پروتئین مهارکننده در نتیجهٔ اتصال به لاکتوز تغییر می‌کند و از اپراتور جدا می‌شود. در نتیجهٔ رونویسی انجام می‌شود. جهت انجام رونویسی، دو رشته دنا از هم باز می‌شوند.

۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ **مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)**

جوابش اینه

ژن‌های آنزیم‌های تجزیه‌کنندهٔ گلوکز همواره بیان می‌شوند، زیرا در صورت مصرف لاکتوز و مالتوز نیز درون باکتری از تجزیهٔ آن‌ها گلوکز حاصل می‌شود که باید طی روند تنفسی یاخته‌ای تجزیه گردند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۲: با اتصال لاکتوز به مهارکننده دو قسمت آن از هم دور می‌شوند و تمایل آن برای اتصال به اپراتور کاهش می‌یابد.
گزینهٔ ۳: در عدم حضور مالتوز در محیط رنابسپاراز توانایی اتصال به راه‌انداز را ندارد.
گزینهٔ ۴: در محیطی که مالتوز وجود دارد، ابتدا مالتوز وارد باکتری شده، سپس به فعال‌کننده متصل شده و در پی اتصال این مجموعه به جایگاه خود، رنابسپاراز به راه‌انداز متصل می‌شود.

۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ **مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)**

جوابش اینه

موارد «الف» و «ج» درست هستند.
بررسی همهٔ موارد:
الف) درست؛ تنظیم بیان ژن با تنظیم طول عمر رنای پیک هم در پروکایوت‌ها و هم در یوکاریوت‌ها رخ می‌دهد.
ب) نادرست؛ خمیدگی دنا هم در تنظیم بیان ژن قبل از رونویسی با تغییر تراکم کروموزوم و هم در حین رونویسی با قرارگیری افزاینده و عوامل رونویسی متصل به آن در کنار راه‌انداز صورت می‌گیرد.
ج) درست؛ عوامل رونویسی متصل به افزاینده در مقدار و سرعت رونویسی و عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز در مقدار رونویسی اثر دارند.
د) نادرست؛ رناهای کوچک مکمل با توقف عمل رناتن باعث توقف عمل ترجمه می‌گردد.

۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)**

جوابش اینه

در تنظیم منفی رونویسی، فقط زمانی که قند شیر (لاکتوز) در محیط کشت باکتری باشد، ولی گلوکز (قند ترجیحی) نباشد، رونویسی انجام می‌شود و بیان ژن‌ها صورت می‌گیرد.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: در تنظیم منفی رونویسی با اتصال لاکتوز به مهارکننده، دو بخش پروتئین مهارکننده از هم فاصله می‌گیرند و از اپراتور جدا می‌شوند. در این زمان رنابسپاراز (RNA پلی‌مراز) قادر به حرکت روی سه ژن به منظور رونویسی است.

گزینهٔ ۳: در تنظیم مثبت در حضور مالتوز (قند جوانهٔ جو) درون باکتری، رنابسپاراز به راه‌انداز (حاوی پیوند فسفودی‌استر) و قسمتی از فعال‌کننده (حاوی پیوند پپتیدی) متصل می‌شود.

گزینهٔ ۴: در تنظیم مثبت رونویسی زمانی رنابسپاراز (RNA پلی‌مراز) قادر به اتصال به راه‌انداز است که قبل از آن مالتوز (دی‌ساکارید) به پروتئین (فعال کنند) متصل شود.

پاسخ زیست گزینه دو ۱۴۰۳/۹/۳۰

۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

آنتی‌کدون، تعیین‌کنندهٔ نوع آمینواسیدی است که رنای ناقل با خود حمل می‌کند. این بخش در مرحلهٔ طویل‌شدن رونویسی ساخته‌شده است. توجه داشته باشید که در مرحلهٔ آغاز و پایان رونویسی، بخش‌های ابتدایی و انتهایی رشتهٔ رنا ساخته می‌شود؛ در حالی که توالی آنتی‌کدون در بخش میانی رنا قرار دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: در یاخته‌های یوکاریوتی حداکثر ۶۴ نوع کدون وجود دارد؛ در حالی که از بین این کدون‌ها، سه کدون پایان فاقد آنتی‌کدون اختصاصی هستند و در نتیجه ۶۱ نوع آنتی‌کدون در رنای ناقل در یاخته وجود دارد.

گزینهٔ ۲: رناهای ناقل به‌جز در نواحی پادرمزه‌ای (پایین‌ترین بخش) در همهٔ انواع، توالی مشابهی دارند؛ بنابراین توالی بالاترین بخش سازندهٔ رنای ناقل در همهٔ انواع، مشابه هستند.

گزینهٔ ۳: تعداد نوکلئوتیدهای بخش خطی بیشتر است.

۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

درصورتی که AUU، کدون فرض شود، کدون یک آمینواسید است و با توجه به اینکه کدون آمینواسیدی غیر از متیونین در جایگاه P قرار گرفته، حتماً حداقل رناتن یک جابه‌جایی داشته است. اگر AUU آنتی‌کدون فرض شود، کدون آن (UAA) کدون پایان است و نمی‌تواند در جایگاه P رناتن قرار گیرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۲: درصورتی که UAC آنتی‌کدون فرض شود، کدون آن AUG است. اگر متیونین در وسط رشته باشد، قطعاً پیوند پپتیدی در ریبوزوم تشکیل شده است.

گزینهٔ ۳: حالتی را فرض کنید که AUG کدون (رمزه) فرض شود و دو کدون ابتدایی AUG باشند. قبل از واردشدن دومین آنتی‌کدون، در رناتن تنها یک رنای ناقل (رنای آغازگر) وجود دارد.

گزینهٔ ۴: حالتی را فرض کنید که UAA آنتی‌کدون (پادرمزه) باشد، در این صورت رمزهٔ آن (AUU) مربوط به یک آمینواسید است و جایگاه A در رناتن دارای tRNA است.

۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

اگر این شکل مربوط به مرحلهٔ پایان رونویسی در یاختهٔ پروکاریوت باشد، ساخته‌شدن mRNA و tRNA برعهدهٔ یک نوع رنابسپاراز است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۲: توالی آمینواسیدی در مرحلهٔ پایان از همان جایگاه P آزاد می‌شود.

گزینهٔ ۳: پروتئین‌هایی که توسط رناتن‌های روی شبکهٔ آندوپلاسمی زبر ساخته می‌شوند، بسته‌بندی می‌شوند و به‌صورت کافنده‌تن یا واکوئول درمی‌آیند و یا به خارج یاخته برون‌رانی می‌شوند. عوامل آزادکننده جزء پروتئین‌های درون هسته بوده و توسط رناتن‌های آزاد سیتوپلاسم ساخته می‌شوند.

گزینهٔ ۴: توالی رمزهٔ پایان، فقط می‌تواند به جایگاه A وارد شود.

۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

ریبوزوم‌های سازندهٔ پروتئین‌های ترشحی در یوکاریوت‌ها بر روی شبکهٔ آندوپلاسمی قرار دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: توالی آمینواسیدی خاص مشخص می‌کند، سرنوشت نهایی پروتئین چیست. بنابراین پروتئین‌های درون هسته باید یک توالی آمینواسیدی خاص داشته باشند که منجر به ورود آن‌ها به درون هسته می‌گردد.

گزینهٔ ۳: رمزهٔ پایان ترجمه، در جایگاه A رناتن وارد می‌شود.

گزینهٔ ۴: رناهای ناقل بدون آمینواسید در مرحلهٔ طویل‌شدن از جایگاه E خارج می‌شوند. در مرحلهٔ پایان ترجمه، رنای ناقل بدون آمینواسید از جایگاه P خارج می‌شود. در مرحلهٔ طویل‌شدن رناهای ناقل ورودی به جایگاه A، در صورت نداشتن رابطهٔ مکملی با رمزهٔ جایگاه A، از همان جایگاه A خارج می‌شوند.

۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

اگر لاکتوز در محیط وجود داشته باشد، تنها در صورتی ژن مربوط به آنزیم‌های تجزیه‌کنندهٔ آن روشن می‌شود که گلوکز در محیط نباشد. در واقع اگر گلوکز در محیط باشد، چون قند ترجیحی باکتری است، اصلا این ژن‌ها روشن نمی‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: مولکول بخش ۳ آنزیم رنابسپاراز و از جنس پروتئین است. این مولکول قند ندارد.

گزینهٔ ۲: در حد کتاب درسی، پیرایش رنای پیک تنها در یوکاریوت‌ها رخ می‌دهد و باکتری اشرشیاکلای پیرایش ندارد.

گزینهٔ ۴: قند موجود در راه‌انداز (بخش ۱) دئوکسی‌ریبوز و پنج‌کربنه است؛ در حالی که لاکتوز (بخش ۵) نوعی دی‌ساکارید است و یکی از واحدهای سازندهٔ آن گلوکز می‌باشد. گلوکز شش‌کربنی است.

۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

F حاوی ژن‌های آنزیم‌های مربوط به تجزیهٔ مالتوز است که این آنزیم‌ها در نهایت منجر به هیدرولیز مالتوز می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: ژن‌ها در پروکاریوت‌ها دارای میانه و بیانه نیستند.

گزینهٔ ۲: عملکرد D (رنابسپاراز) منجر به شکستن پیوندهای هیدروژنی بین دو رشتهٔ دنا می‌شود.

گزینهٔ ۴: A و B بخشی از دنا هستند که در ساختار خود کربوهیدراتی به نام دئوکسی‌ریبوز دارند.

۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۲)

منظور از یاختهٔ دارای توالی افزاینده، یاختهٔ یوکاریوتی است. یاخته‌های یوکاریوتی فتوسنتزکننده و یاخته‌های دیگری مانند یاخته‌های کبدی انسان، می‌توانند از مواد معدنی مادهٔ آلی تولید کنند. کبد، آمونیاک را از طریق ترکیب آن با کربن‌دی‌اکسید به اوره (مادهٔ آلی) تبدیل می‌کند. همهٔ آمینواسیدها از سر کربوکسیل خود به رنای ناقل متصل می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: عوامل رونویسی پروتئین‌هایی هستند که پس از تولید در ریبوزوم‌های آزاد در سیتوپلاسم از دو لایه غشای هسته عبور می‌کنند و به توالی‌های بین‌ژنی مانند راه‌انداز و افزاینده متصل می‌شوند، نه به خود ژن‌ها.

گزینهٔ ۳: در ارتباط با یاخته‌های غیرفتوسنتزکننده (مثلاً یاخته‌های کبدی) نادرست است؛ چراکه این یاخته‌ها فاقد کلروپلاست بوده و تنها دارای دو نوع بخش دوغشایی (هسته و راکیزه) هستند.

گزینهٔ ۴: تنظیم بیان ژن‌های موجود در دنای خطی این یاخته‌ها در سطح پیش از رونویسی، طی رونویسی، پس از رونویسی و طی ترجمه (درون سیتوپلاسم) نیز قابل‌انجام است.

۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۳)

تمام موارد درست هستند. گروه خونی والدین $I^Ai \times I^Bi$ است و احتمال وجود هر ۴ گروه خونی در فرزندان وجود دارد.

از نظر Rh، پدر و مادر می‌توانند Dd یا DD باشند و احتمال وجود گروه خونی (+ و −) در فرزندان وجود دارد.

بررسی همه موارد:

الف و ج) پدر و مادر درصورتی که هر دو ژنوتیپ Dd داشته باشند، امکان تولد فرزند Rh^- وجود دارد. امکان بروز همهٔ انواع گروه‌های خونی ABO در این خانواده وجود دارد.

ب و د) با توجه به Rh^+ بودن والدین، احتمال Rh^+ بودن فرزندان وجود دارد.

۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۳)

مادر، ناقل هموفیلی و دارای ژنوتیپ X^HX^h است و می‌تواند ژنوتیپ AO یا AA و Dd یا DD داشته باشد.

پدر، سالم و دارای ژنوتیپ X^HY است و می‌تواند ژنوتیپ BO یا BB و Dd یا DD داشته باشد. با توجه به ژنوتیپ والدین، امکان تولد پسری مبتلا به هموفیلی و دارای گروه خونی O^+ وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: پسر نمی‌تواند ناقل هموفیلی باشد، چون تنها یک کروموزوم X دارد.

گزینهٔ ۲: پدر سالم است؛ در نتیجه یکی از کروموزوم‌های X دختر فاقد ژن بیماری است و کروموزوم دیگر می‌تواند دارا یا فاقد ژن باشد. در نتیجه دختر می‌تواند سالم یا ناقل بیماری باشد.

گزینهٔ ۴: فرزند نمی‌تواند برای صفت A خالص باشد؛ زیرا یکی از والدین به‌طور حتم ژن A را ندارد.

۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۳)

از آمیزش گل میمونی صورتی با قرمز، زاده می‌تواند گل قرمز داشته باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: گل میمونی صورتی می‌تواند از آمیزش دو گل میمونی صورتی یا صورتی با قرمز یا صورتی با سفید و یا قرمز با سفید ایجاد شود.

گزینهٔ ۲: دو گل میمونی صورتی می‌توانند زاده‌ای با رنگ صورتی داشته باشند.

گزینهٔ ۴: در هم‌توانی، اثر دگره‌ها همراه با هم ظاهر می‌شود. در بارزیت ناقص، حدواسطی از دگره‌ها ظاهر می‌شود.

۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۳)

موارد «الف» و «ج» درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) اگر خانواده‌ای یک فرزند دارای گروه خونی O داشته باشند؛ هر والد حداقل یک الل O دارد؛ بنابراین والدین نمی‌توانند گروه خونی AB داشته باشند.

ب) مثلاً والدینی با ژنوتیپ AO و BO می‌توانند فرزندی با گروه خونی O و یا AB داشته باشند.

ج) هر دو والد می‌بایست دگرهٔ O را داشته باشند.

د) اگر فرزند خانواده ژنوتیپ AB داشته باشد، فاقد دگرهٔ O است.

۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۳)

بیماری نمی‌تواند بارز باشد؛ چون اگر این ژن در دختر دیده شده است، حداقل در یکی از والدین نیز باید دیده شود و والد دارای دگرهٔ بیماری قطعاً بیمار است. از طرفی نمی‌تواند وابسته به X باشد؛ چون پدر دختر سالم است؛ پس الل بیماری نهفته و غیروابسته به X است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: دختر مبتلا به بیماری وابسته به X نهفته حتماً پدری بیمار دارد.

گزینهٔ ۲: در بیماری بارز، والدین سالم نمی‌توانند فرزند بیمار داشته باشند.

گزینهٔ ۴: با توجه به ناقل‌بودن والدین، پسر خانواده می‌تواند سالم یا بیمار باشد.

۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۳)

در فرزندان این خانواده چون همهٔ انواع گروه‌های خونی دیده می‌شود، تنها یک ژن‌نمود از نظر گروه‌های خونی برای خانواده وجود دارد. پدر و مادر گروه‌های خونی AO و BO داشته باشند. از طرف دیگر چون پسر خانواده می‌تواند هموفیل باشد و امکان ایجاد دختر هموفیل نیست، پدر خانواده از نظر هموفیلی سالم و مادر می‌تواند ناقل است. این والدین می‌توانند دختری ناقل و پسری سالم داشته باشند؛ یعنی ژنوتیپی مانند والدین خود

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: پدر خانواده سالم بوده و توانایی تولید فاکتور انعقادی هشت را دارد.

گزینهٔ ۲: پدر و مادر قطعاً دگرهٔ O را دارند و محل این دگره بر روی فام‌تن شمارهٔ ۹ است.

گزینهٔ ۳: پدربزرگ و مادربزرگ نیز می‌توانند AO و BO باشند و فرزندان خانواده نیز می‌توانند AO و BO باشند.

۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۳)

تنها مورد «ج» درست است.

بررسی همهٔ موارد:

الف: نادرست- در جانداری که فنوتیپ مربوط به الل بارز را نشان می‌دهد، اگر صفت وابسته به X باشد، در آقایان می‌توان ژنوتیپ را مشخص نمود؛ در غیر این صورت نمی‌توان به ژنوتیپ پی برد.

ب: نادرست- در جانداری که در مورد صفت پیوسته، فنوتیپ ناخالص را نشان می‌دهد، ژنوتیپ را نمی‌توان به‌راحتی و به‌طور دقیق تعیین نمود. مثلاً در مورد رنگ دانهٔ ذرت.

ج) درست- جانداری که فنوتیپ نهفته را نشان می‌دهد، تنها دارای الل نهفته است.

د: نادرست- صفت بارز وابسته به X در آقایان خالص یا ناخالص ندارد؛ زیرا X و Y با یکدیگر همتا نیستند.

۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۳)

از آمیزش ذرت‌های صورت سؤال متوجه می‌شویم که زاده‌های حاصل حتماً دارای ژنوتیپ Aa و CC هستند؛ اما در مربع پانتی که برای صفت B رسم می‌شود، می‌بینیم که تعداد زاده‌هایی که Bb هستند، دو برابر سایرین است. به همین علت بیشترین زاده‌های حاصل از این آمیزش دارای ژنوتیپ AaBbCC هستند و چهار الل بارز و ۲ الل نهفته دارند.

گزینهٔ ۳ نیز دارای ۴ الل بارز و ۲ الل نهفته است.

۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۳)

رنگ در نوعی ذرت یک صفت پیوسته است که هرچه تعداد الل‌های بارز بیشتر باشد، مقدار رنگ قرمز بیشتر است.

بیشترین الل قرمز در گامت والد اول در گامت aBC و بیشترین الل قرمز در گامت والد دوم در گامت AbC وجود دارد؛ بنابراین قرمزترین زاده دارای ژن‌نمود AaBbCC است که دارای ۴ الل بارز است. در گزینهٔ ۲ نیز ۴ الل بارز وجود دارد؛ بنابراین فنوتیپ مشابهی دارند.

۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۳)

موارد «الف»، «ج» و «د» به‌درستی بیان شده‌اند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) درست- در بیماری فنیل‌کتونوری، آنزیمی که آمینواسید فنیل‌آلانین را می‌تواند تجزیه کند، وجود ندارد.

ب) نادرست- در بیماری فنیل‌کتونوری، مغز آسیب می‌بیند؛ ولی این بیماری یک بیماری ژنتیکی است، نه خودایمنی؛ هرچند به‌خاطر «برخلاف» هم این عبارت نادرست است.

ج) درست- علت این بیماری، تغذیه از پروتئین‌های حاوی فنیل‌آلانین است که با تغذیه‌نکردن از خوارکی‌هایی که فنیل‌آلانین دارند، می‌توان مانع بروز اثرات این بیماری شد.

د) درست- بدن توانایی ساخت این آمینواسید را ندارد (حتی نوزادان)؛ زیرا با تغذیه‌نکردن از خوارکی‌هایی که فنیل‌آلانین دارند، می‌توان مانع بروز اثرات این بیماری شد.

۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۴)

فقط مورد «ب» درست است.

بررسی همهٔ موارد:

الف) نادرست- گویچه‌های قرمز توانایی تقسیم ندارند!

ب) درست- در این جهش که از نوع جانشینی است، رمز آمینواسید گلوتامیک‌اسید به رمز آمینواسید والین تبدیل شده است و موقعیت کدون آغاز و پایان تغییر نکرده است و طول رشتهٔ پلی‌پپتیدی تغییر نمی‌کند؛ در نتیجه مقدار جابه‌جایی ریبوزوم نیز تغییر نکرده است.

ج) نادرست- گویچه‌های قرمز خون، هسته ندارند؛ در نتیجه نمی‌توانند دارای دو نوع دگرهٔ کم‌خونی داسی‌شکل باشند.

د) نادرست- در افراد بیمار، هموگلوبین‌های با شکل غیرطبیعی (نه داسی‌شکل!) تولید می‌شوند؛ این هموگلوبین‌های تغییرشکل یافته، گویچه‌های قرمز داسی‌شکل ایجاد می‌کنند؛ بنابراین هموگلوبین داسی‌شکل تولید نمی‌شود.

۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۴)

الف: جهش حذف

ب: جهش مضاعف‌شدن

ج: جهش واژگونی

د: جهش جابه‌جایی

اگر جهش واژگونی به‌صورت نامتقارن در ناحیهٔ سانترومر رخ دهد و منجر به تغییر ناحیهٔ سانترومر شود، شکل فام‌تن را تغییر داده و در این صورت با کاریوتیپ قابل تشخیص است.

علت نادرستی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: توجه داشته باشید که جهش مضاعف‌شدن در مردان بین فام‌تن‌های X و Y که ناهمتا هستند، رخ نمی‌دهد.

گزینهٔ ۲: جهش حذف غالباً باعث مرگ یاخته می‌شود، نه فرد!

گزینهٔ ۳: با یک جهش جابه‌جایی، در تشکیل حداقل یک تتراد اختلال به‌وجود می‌آید؛ اما توجه کنید که یاختهٔ لنفوئیدی توانایی میوز، یعنی تشکیل تتراد ندارد.

۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۴)

موارد «الف» و «ب» درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) درست- جهش حذف و اضافه اگر منجر به ایجاد رمز پایان قبل از رمز پایان طبیعی گردد، منجر به کوتاه‌شدن پلی‌پپتید می‌گردد.

ب) درست- جهش بی‌معنا قطعاً باعث کوتاه‌شدن پلی‌پپتید می‌شود.

ج) نادرست- اگر آمینواسیدی دارای یک نوع رمز در دنا باشد، آنگاه جهش خاموش در مورد آن رخ نخواهد داد؛ برای مثال آمینواسید متیونین.

۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۴)

افزایش تنوع ژنی یا اللی می‌تواند سبب افزایش تنوع ژنوتیپی و تنوع فنوتیپی در جمعیت شود. افزایش تنوع فنوتیپی شانس بقای جمعیت را افزایش می‌دهد. انتخاب طبیعی و رانش اللی نمی‌توانند موجب افزایش تنوع شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: افزایش تنوع ژنی، می‌تواند باعث تغییر فراوانی نسبی دگره‌ها شود.

گزینهٔ ۲: انتخاب طبیعی، افراد ناسازگار را حذف می‌کند؛ پس باعث افزایش تنوع نمی‌شود.

گزینهٔ ۳: رانش دگره‌ای به‌صورت تصادفی افراد را حذف می‌کند؛ پس باعث افزایش تنوع نمی‌شود.

۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۴)

افرادی با ژنوتیپ Hb^SHb^S دچار بیماری کم‌خونی داسی‌شکل هستند و چون اکسیژن در خونشان به‌خوبی حمل نمی‌شود، معمولاً در سنین پایین از بین می‌روند. عامل مولد مالاریا نمی‌تواند در گویچه‌های داسی‌شکل تکثیر شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: افرادی با ژنوتیپ Hb^AHb^A سالم هستند و مقاومتی در برابر مالاریا ندارند؛ به همین دلیل اگر به عامل مالاریا آلوده شوند، شانس بقایشان کاهش می‌یابد.

گزینهٔ ۲: در انسان‌های ناقل کم‌خونی داسی‌شکل، اگر فعالیت بدنی بیش از حد زیاد شود، میزان اکسیژن خوناب کاهش یافته و دو اتفاق رخ می‌دهد. یکی اینکه گویچه‌های قرمز، داسی شکل می‌شوند و دیگری اینکه ترشح اریتروپویتین از کبد و کلیه افزایش می‌یابد تا خون‌سازی افزایش یابد.

گزینهٔ ۴: افرادی با ژنوتیپ Hb^AHb^S برای بیماری کم‌خونی داسی‌شکل ناقل هستند. بدن این افراد برخلاف سایرین به بیماری مالاریا مقاوم است؛ به همین دلیل این افراد در مناطق مالاریاخیز توسط انتخاب طبیعی برگزیده می‌شوند و در نتیجه تنوع اللی را حفظ می‌نمایند.

۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۴)

در رانش دگره‌ای احتمال از بین رفتن الل‌های نادر بیشتر است. اگر هر الل را یک گوی فرض کنیم؛ وقتی یک بطری پر از گوی را برمی‌گردانیم و تعدادی گوی از آن خارج می‌شود، احتمال خروج گوی‌هایی (الل‌هایی) که فراوانی بیشتری دارند، بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۲: شارش پیوسته و دوسویه باعث شبیه‌شدن خزانهٔ ژنی دو جمعیت می‌شود.

گزینهٔ ۳: احتمال آلودگی به مالاریا در تمام افراد جامعه یکسان است؛ ولی احتمال بیمارشدن افراد ناقل کم‌خونی داسی‌شکل صفر است.

گزینهٔ ۴: اگر یاخته‌ای بتواند کراسینگ‌اور یا چلیپایی شدن را در بین کروموزوم‌های جنسی خود انجام بدهد، قطعاً XX است. همهٔ یاخته‌های حاصل از تقسیم میوز در زنان، توانایی تولید فرزند را ندارند.

۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۴)

همهٔ موارد درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) اگر رمز یک آمینواسید به رمز آمینواسید دیگری تبدیل شود، جهش جانشینی دگرمعنا رخ داده است.

ب) جهش در راه‌انداز می‌تواند باعث قوی‌ترشدن آن شده و باعث افزایش محصول شود.

ج) جهش در ژن‌های tRNA ساختار رنای ناقل را ممکن است تغییر دهد.

د) جهش در توالی تنظیمی بر مقدار محصول ژن یعنی افزایش یا کاهش محصول می‌تواند اثر بگذارد، نه بر توالی پروتئین.

۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * زیست‌شناسی ۳ (فصل ۴)

هرگاه افراد ناخالص نسبت به افراد خالص برتری داشته باشند و توسط انتخاب طبیعی برگزیده شوند، تنوع الل‌ها در جمعیت حفظ می‌شود؛ زیرا هم الل بارز و هم الل نهفته در جمعیت باقی می‌ماند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: چلیپایی‌شدن تنها در صورتی منجر به تولید گامت نوترکیب می‌شود که در آن قطعاتی حاوی الل‌های متفاوت جابه‌جا شده باشند.

گزینهٔ ۲: شارش اگر به‌صورت دوطرفه برای مدتی ادامه پیدا کند، منجر به شبیه‌شدن خزانهٔ ژنی دو جمعیت می‌شود.

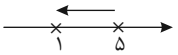
گزینهٔ ۳: در رانش ژن نیز برخی الل‌ها دچار کاهش فراوانی می‌شوند؛ اما این فرایند منجر به سازگاری نمی‌شود.

۱- گزینهٔ «۳» *(مبین دهقان)*

با توجه به نمودار موارد را بررسی می‌کنیم:

الف) نادرست، جسم حداقل یکبار تغییر جهت داده است و می‌تواند بیش از یکبار تغییر جهت بدهد.

ب) درست،



پ) نادرست، اندازهٔ سرعت متوسط جسم در بازه t_1 تا t_2 برابر با $|\frac{\Delta x}{\Delta t}|=\frac{2}{2}=1\frac{m}{s}$ و در بازهٔ t_2 تا t_3 برابر با $|\frac{\Delta x}{\Delta t}|=\frac{6}{3}=2\frac{m}{s}$ بوده است.

ت) نادرست، حداقل تندی متوسط زمانی اتفاق می‌افتد که جسم یکبار تغییرجهت بدهد، پس داریم:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{7-5+7-1}{\Delta t}=\frac{8}{7-2}=\frac{8}{5}\frac{m}{s}$$

بنابراین ۳ مورد نادرست است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱ تا ۶)

۲- گزینهٔ «۴» *(مبین دهقان)*

مطابق نمودار ،حرکت از نقطهٔ $x=-4$ آغاز می‌شود و در نقطهٔ $x=10$ تغییر جهت می‌دهد، پس گزینهٔ «۴» صحیح است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۵ و ۶)

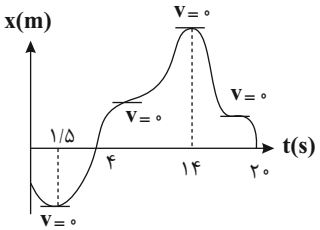
۳- گزینهٔ «۱» *(آرمین راسخی)*

بردار جابه‌جایی مکان اولیه را به مکان ثانویهٔ جسم وصل می‌کند.

بردار مکان برداری است که ابتدای آن مبدأ محور و انتهای آن مکان جسم است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲ و ۴)

۴- گزینهٔ «۱» *(احمد مرادی پور)*



الف) با توجه به اینکه شیب خط مماس بر نمودار در ۴ نقطه صفر شده است، متحرک ۴ بار توقف کرده ولی ۲ بار تغییر جهت داده است (در لحظات $1/5s$ و $14s$) (نادرست)

ب) نمودار فقط ۱ بار از محور t $(x=0)$ عبور کرده است. پس بردار مکان فقط ۱ بار تغییر جهت داده است. (نادرست)

پ) متحرک در بازهٔ زمانی $1/5s$ تا $14s$، در جهت محور x حرکت می‌کند و در بازه‌های زمانی $0-1/5s$ و $14s-20s$ در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند

$$\frac{\Delta t_{\text{جهت}}}{\Delta t_{\text{خلاف جهت}}}=\frac{12/5}{7/5}=\frac{5}{3}$$ (نادرست)

ت) اختلاف زمانی بین اولین و سومین توقف $14-1/5=12/5s$ است. (نادرست)

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۵- گزینهٔ «۲» *(محمدکاظم منشاری)*

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{60}{8}=7/5\frac{m}{s}$$

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{50+10+20}{8}=\frac{80}{8}=10\frac{m}{s}$$

$$s_{av}-|v_{av}|=10-7/5=2/5\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحهٔ ۳)

۶- گزینهٔ «۳» *(محمدکاظم منشاری)*

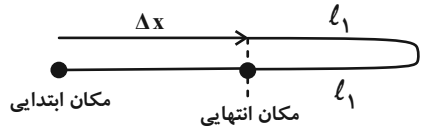
می‌دانیم $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ و $\Delta t>0$، در نتیجه در صورتی سرعت متوسط منفی خواهد بود که جابه جایی منفی باشد، یا به عبارتی $\Delta x<0$.

در میان بازه‌های زمانی ذکر شده، تنها در بازهٔ (t_1,t_6) جابه جایی منفی است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۵)

۷- گزینهٔ «۴» *(معصومه شریعت‌ناصری)*

جابه‌جایی یعنی برداری که نقطهٔ آغاز و پایان را به هم وصل می‌کند و مسافت طول مسیری است که متحرک طی می‌کند. جابه‌جایی برابر با Δx است و با توجه به شکل مسافت طی شده برابر است با:



$$\text{مسافت}: \ell=|\Delta x|+\ell_1+\ell_1 \xrightarrow{\text{با توجه به صورت سؤال}} 5|\Delta x|=|\Delta x|+2\ell_1$$

$$4|\Delta x|=2\ell_1 \Rightarrow \ell_1=2|\Delta x|$$

$$\frac{\text{فاصلهٔ نقطهٔ آغاز تا نقطهٔ تغییر جهت}}{\text{فاصلهٔ نقطهٔ پایان تا نقطهٔ تغییر جهت}}=\frac{\Delta x+\ell_1}{\ell_1}=\frac{\Delta x+2\Delta x}{2\Delta x}=\frac{3}{2}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲و ۳)

۸- گزینهٔ «۱» *(احمد مرادی‌پور)*

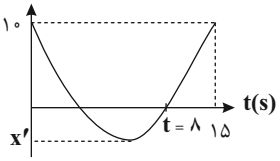
$$\text{اندازهٔ شیب خط مماس در } t=15s \Rightarrow t=15s \text{ تندی در لحظهٔ}$$

$$=|\frac{10-0}{15-11}|=\frac{10}{4}=2/5\frac{m}{s}$$

$$2/5=2|v_{av_{0-t}}| \Rightarrow \frac{5}{2}=2|\frac{0-10}{t-0}|=\frac{20}{t} \Rightarrow t=\frac{40}{5}=8s$$

$$s_{av_{0-15}}=\frac{l}{\Delta t} \Rightarrow 2=\frac{2\times10+2(-x')}{15} \Rightarrow x'=-5m$$

x(m)

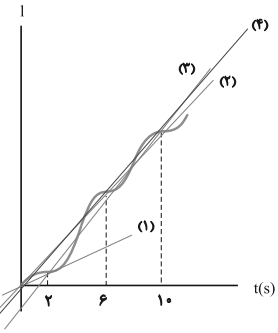


$$s_{av_{0-t}}=\frac{10+2\times5}{8}=2/5\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۹- گزینهٔ «۳» *(سراسری تجربی ۱۴۰۰)*

ابتدا از روی نمودار مکان ـ زمان، نمودار مسافت ـ زمان را رسم می‌کنیم. برای رسم نمودار مسافت ـ زمان در بازه‌های زمانی که جابه‌جایی منفی (بخش‌های نزولی تابع) است، قرینهٔ نمودار مکان ـ زمان را نسبت به محور زمان رسم می‌کنیم و در بازه‌هایی که جابه‌جایی مثبت (تابع صعودی است) است، نمودار، تغییر نمی‌کند. شیب نمودار مسافت ـ زمان در هر بازهٔ زمانی برابر تندی متوسط در آن بازه است. همانطور که در شکل دیده می‌شود، شیب خط در بازهٔ $t=۲s$ تا $t=۱۰s$ بیشتر از بقیه است.



(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۶)

۱۰- گزینهٔ «۱» *(خارج از کشور تجربی ۱۴۰۰)*

در ابتدا مکان متحرک در لحظهٔ $t=۱۴s$ را می‌یابیم. برای پیدا کردن تندی در لحظه $t=۱۲s$، شیب خط مماس بر نمودار را در این لحظه می‌یابیم.

$$v_{t=۱۲s}=\text{شیب خط مماس}=\frac{۲۴۰}{۸}=۳۰\frac{m}{s}$$

حال داریم:

$$v_{t=۱۲s}=v_{av}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}\Rightarrow ۳۰=\frac{x_۲-۶۰}{۱۴-۲}\Rightarrow x_۲=۴۲۰m$$

در نهایت داریم:

$$v_{av_{۰-۲}}=\frac{\Delta x'}{\Delta t'}=\frac{x'_۲-x'_۱}{t'_۲-t'_۱}=\frac{۶۰-۰}{۲-۰}=۳۰\frac{m}{s}$$

$$v_{av_{۱۲-۱۴}}=\frac{\Delta x'}{\Delta t'}=\frac{x'_۲-x'_۱}{t'_۲-t'_۱}=\frac{۴۲۰-۲۴۰}{۱۴-۱۲}=۹۰\frac{m}{s}$$

$$\frac{v_{av_{۰-۲}}}{v_{av_{۱۲-۱۴}}}=\frac{۳۰}{۹۰}=\frac{۱}{۳}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۱۰)

۱۱- گزینهٔ «۱» *(علیرضا جباری)*

تندی متحرک در لحظهٔ $t=۸s$ برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان آن در این لحظه است. بنابراین با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$|v_{av(۰-۸)}|=۳s_{(t=۸s)}\xrightarrow{v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}}\frac{|x_۸-۳۰|}{۸}=۳\times\frac{x_۸-۰}{۸-۲}$$

$x_۸$ ⇐ مکان متحرک در لحظهٔ $t=۸s$

$$\Rightarrow|x_۸-۳۰|=۴x_۸$$

چون $x_۸$ از ۳۰ کوچک‌تر است: $-x_۸+۳۰=۴x_۸\Rightarrow ۳۰=۵x_۸\Rightarrow x_۸=۶m$

اکنون می‌توانیم جابه جایی متحرک در ۸ ثانیهٔ اول را پیدا کنیم:

$$\Delta x=x_۸-x_۰=۶-۳۰=-۲۴m$$

$$\Delta\vec{x}=-۲۴\vec{i}\ m$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۱۰)

۱۲- گزینهٔ «۴» *(علیرضا جباری)*

اگر متحرکی مسیر مستقیمی به طول d را با تندی ثابت $v_۱$ رفته و با تندی ثابت $v_۲$ بر گردد، تندی متوسط آن در رفت و برگشت به صورت زیر به دست می‌آید:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{d+d}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}=\frac{۲d}{\frac{d}{v_۱}+\frac{d}{v_۲}}=\frac{۲}{\frac{v_۲+v_۱}{v_۲v_۱}}=\frac{۲v_۱v_۲}{v_۱+v_۲}$$

بر این اساس می‌توان تندی متوسط توپ در طی رفت و برگشت بین دو نقطهٔ A و B را به دست آورد:

$$v_۱=۱۰/۸\frac{km}{h}=\frac{۱۰/۸}{۳/۶}=۳\frac{m}{s}$$

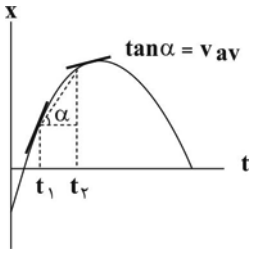
$$v_۲=۷/۲\frac{km}{h}=\frac{۷/۲}{۳/۶}=۲\frac{m}{s}$$

$$s_{av}=\frac{۲v_۱v_۲}{v_۱+v_۲}\xrightarrow[v_۲=۲\frac{m}{s}]{v_۱=۳\frac{m}{s}}s_{av}=\frac{۲\times۳\times۲}{۳+۲}=\frac{۱۲}{۵}=۲/۴\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحهٔ ۳)

۱۳- گزینهٔ «۱» *(علیرضا جباری)*

می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان، سرعت لحظه‌ای متحرک را نشان می‌دهد. همچنین شیب خط واصل بین دو نقطه از این نمودار، سرعت متوسط بین آن دو لحظه را نشان می‌دهد.



با توجه به شکل، سرعت متوسط در ابتدا مقدار کمتری از سرعت لحظه‌ای دارد. در این بازه و در یک لحظه، سرعت متوسط و سرعت لحظه‌ای برابر می‌شوند و سپس از آن لحظه تا لحظهٔ $t_۲$، سرعت متوسط از سرعت لحظه‌ای بیشتر است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱۴- گزینهٔ «۱» *(یوسف الهویردی زاده)*

بررسی گزینه‌ها:

الف) نادرست؛ متحرک در بازهٔ زمانی $۸s$ تا $۱۲s$ در خلاف جهت محور x ها حرکت می‌کند.

ب) نادرست؛ در بازهٔ زمانی $۸s$ تا $۱۲s$ تندی متوسط متحرک برابر است با:

$$S_{av}=\frac{|x_{(۱۲)}-x_{(۸)}|}{۱۲-۸}=\frac{|-۱۰۰-۱۰۰|}{۴}=۵۰\frac{m}{s}$$

پ) درست: متحرک در بازه‌های زمانی $۴s$ تا $۸s$ و $۱۲s$ تا $۱۴s$ متوقف بوده است.

ت) نادرست ؛ متحرک در بازهٔ زمانی $۰s$ تا $۱۰s$ در سمت راست محور x قرار دارد؛ تندی متوسط آن در این بازه برابر است با:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{|x_۰-x_۴|+|x_۸-x_{۱۰}|}{۱۰-۰}=\frac{۱۰۰+۱۰۰}{۱۰}=۲۰\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۱۵- گزینهٔ «۲» *(مجتبی نکوئیان)*

برای بدست آوردن سرعت متوسط $(\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t})$ در جابه جایی بین مکان‌های x_1 و x_2، چهار حالت زیر را می‌توان در نظر گرفت:

$$t_1<t<t_2: |v_{av_1}|=\frac{x_1-x_2}{3t'}$$

$$t_1<t<t_3: |v_{av_2}|=\frac{x_1-x_2}{7t'}$$

$$t_2<t<t_4: |v_{av_3}|=\frac{x_1-x_2}{6t'}$$

$$t_2<t<t_4: |v_{av_4}|=\frac{x_1-x_2}{2t'}$$

ملاحظه می‌شود که $|v_{av_4}|$ بیشترین و $|v_{av_2}|$ کمترین اندازهٔ سرعت متوسط می‌باشند، بنابراین:

$$|v_{av_4}|-|v_{av_2}|=30\Rightarrow\frac{5(x_1-x_2)}{14t'}=30\Rightarrow\frac{x_1-x_2}{t'}=84$$

و در نهایت می‌توان نوشت:

$$v_{av_3}=\frac{x_1-x_2}{6t'}=\frac{84}{6}=14\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۱۶- گزینهٔ «۳» *(محمدرضا هدایتی)*

$$A: \text{ثانیهٔ اول } 3\Rightarrow\frac{x_3-(-3)}{3}=5\Rightarrow x_3+3=15\Rightarrow x_3=12m$$

$$\text{ثانیهٔ دوم } 3\Rightarrow\frac{x_6-12}{3}=-3\Rightarrow x_6-12=-9\Rightarrow x_6=3m$$

$$B: \text{ثانیهٔ اول } 3\Rightarrow\frac{x_3-(-3)}{3}=-6\Rightarrow x_3+3=-18\Rightarrow x_3=-21m$$

$$\text{ثانیهٔ دوم } 3\Rightarrow\frac{x_6-(-21)}{3}=+2\Rightarrow x_6+21=6\Rightarrow x_6=-15m$$

$$\text{فاصلهٔ دو متحرک}\Rightarrow|-15-3|=|-18|=18m$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ و ۴)

۱۷- گزینهٔ «۲» *(محمدکاظم منشاری)*

$$\vec{v}_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{\Delta x}_{(0-4)}=3\times4=+12\vec{i}\\ \overrightarrow{\Delta x}_{(4-8)}=-1/5\times4=-6\vec{i}\\ \overrightarrow{\Delta x}_{(8-10)}=2\times2=+4\vec{i}\end{cases}$$

$$\Delta\vec{x}_t=+12-6+4=(10m)\vec{i}$$

$$\vec{v}_{av}=\frac{10}{10}=(1\frac{m}{s})\vec{i}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ و ۴)

۱۸- گزینهٔ «۴» *(ریحانه آزادیان)*

سرعت متوسط بین ۲ لحظه، شیب پاره خطی است که آن دو نقطه را به هم وصل می‌کند، بنابراین:

$$v_{av_{0-5}}=\frac{x_5-x_0}{t_5-t_0}=\frac{6-14}{5-0}=\frac{-8}{5}$$

سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظهٔ t برابر با شیب خط مماس بر نمودارهای مکان – زمان در آن لحظه است.

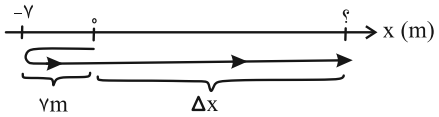
$$v_5=\frac{0-6}{7-5}=\frac{-6}{2}=-3$$

$$\frac{v_{av_{0-5}}}{v_5}=\frac{\frac{-8}{5}}{\frac{-3}{1}}=\frac{8}{15}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱۹- گزینهٔ «۱» *(حسین دولت آبادی)*

متحرک روی محور x به‌صورت شکل زیر حرکت کرده است:



با توجه به شکل اندازهٔ جابه‌جایی متحرک Δx و مسافت پیموده شده $l=\Delta x+14m$ است. یعنی مسافت پیموده شده توسط آن، $14m$ متر از اندازهٔ جابه‌جایی آن بیش‌تر است.

$$l=\Delta x+14m\Rightarrow s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{\Delta x+14m}{\Delta t}\Rightarrow s_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}+\frac{14}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[\Delta t=14s]{\frac{\Delta x}{\Delta t}=v_{av}} s_{av}=v_{av}+\frac{14m}{14s}\Rightarrow s_{av}=v_{av}+1m/s$$

بنابراین تندی متوسط به اندازهٔ $1m/s$ از اندازهٔ سرعت متوسط بیش‌تر است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۹)

۲۰- گزینهٔ «۳» *(علی برزگر)*

بررسی موارد:

الف) درست؛ چون اندازهٔ شیب دو خط ثابت و برابر است.

$$A \text{ شیب خط}=\frac{5-(-10)}{3-0}=5\frac{m}{s}$$

$$B \text{ شیب خط}=\frac{5-20}{3-0}=-5\frac{m}{s}$$

ب) نادرست؛ با توجه به علامت شیب‌ها $v_A=-v_B$ است.

پ) نادرست؛ با توجه به جهت حرکت دو متحرک داریم: $\Delta x_A=-\Delta x_B$

ت) درست؛ چون به جای جابه‌جایی اندازهٔ آن داده شده است، لذا داریم:

$$\begin{cases}|\Delta x_A|=|20-(-10)|=30m\\ |\Delta x_B|=|-10-20|=30m\end{cases}\Rightarrow|\Delta x_A|=|\Delta x_B|$$

ث) نادرست؛ می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان نشان‌دهندهٔ سرعت متحرک است. چون شیب خط راست ثابت است، پس سرعت لحظه‌ای و متوسط با هم برابر و مقدار ثابتی است. پس برای متحرک B داریم:

$$v_{av_{0-3}}=v_{av_{3-t}}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۸)

۱- گزینهٔ «۴»

(امیرمحمد زمانی)

ابتدا مسافت طی شده را می‌یابیم. دقت کنید، مسافت طی شده برابر قدر مطلق جابه‌جایی در بازه‌های زمانی مختلف است.

$$\ell = |۲۰-۰| + |۲۰-۲۰| + |۲۵-۲۰| + |۱۰-۲۵| + |۱۰-۱۰| = ۴۰m$$

اکنون، جابه‌جایی را پیدا می‌کنیم:

$$\Delta x = x_{۲۲s} - x_{۰} = ۱۰ - ۰ = ۱۰m$$

در آخر، نسبت $\frac{s_{av}}{|v_{av}|}$ را حساب می‌کنیم:

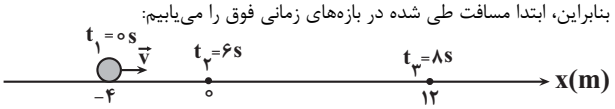
$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{\frac{\ell}{\Delta t}}{\frac{\Delta x}{\Delta t}} \xrightarrow{\Delta t = ۲۲-۰ = ۲۲s} \frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{۴۰}{۱۰} = ۴$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۶)

۲- گزینهٔ «۲»

(پژمان بردبار)

با توجه به شکل زیر، متحرک در بازهٔ زمانی $۰s$ تا $۶s$ در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان و در بازهٔ زمانی $۶s$ تا $۸s$ در حال دور شدن از مبدأ مکان است. بنابراین، ابتدا مسافت طی شده در بازه‌های زمانی فوق را می‌یابیم:



$$\ell = |x_{۶s} - x_{۰s}| = |۰ - (-۴)| = ۴m$$

$$\ell' = |x_{۸s} - x_{۶s}| = |۱۲ - ۰| = ۱۲m$$

اکنون، با استفاده از رابطهٔ $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$، نسبت تندی متوسط در دو بازهٔ زمانی را پیدا می‌کنیم:

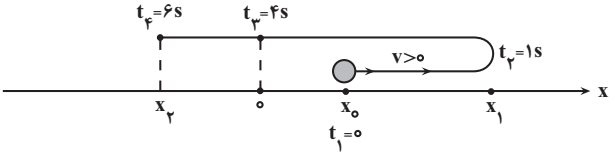
$$\frac{s_{av}}{s'_{av}} = \frac{\ell}{\ell'} \times \frac{\Delta t'}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t' = ۸-۶ = ۲s]{\Delta t = ۶-۰ = ۶s} \frac{s_{av}}{s'_{av}} = \frac{۴}{۱۲} \times \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۹}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۶)

۳- گزینهٔ «۳»

(رضا کریم)

ابتد مطابق شکل زیر، مسیر حرکت متحرک را رسم می‌کنیم و سپس به بررسی هریک از گزینه‌ها می‌پردازیم. با توجه به نمودار داده شده، متحرک در لحظهٔ $t = ۰s$ در جهت محور x شروع به حرکت می‌کند و در لحظهٔ $t = ۱s$ در مکان $x_۱$ تغییر جهت می‌دهد و به طرف مبدأ مکان برمی‌گردد و تا لحظهٔ $t = ۴s$ بردار مکان آن مثبت و در جهت محور x می‌باشد. در لحظهٔ $t = ۴s$ از مبدأ مکان عبور می‌کند و تا لحظهٔ $t = ۶s$ بردار مکان آن در خلاف جهت محور x می‌باشد.



آ) درست است. زیرا اندازهٔ بردارمکان متحرک در لحظهٔ $t = ۱s$ بزرگتر از مکان جسم در سایر لحظه‌ها است.

ب) درست است. زیرا بزرگی شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان که معرف تندی لحظه‌ای است، در حال کاهش می‌باشد.

پ) نادرست است. جهت حرکت در لحظهٔ $t = ۱s$ و جهت بردار مکان در لحظهٔ $t = ۴s$ تغییر کرده است.

ت) درست است. متحرک در بازهٔ زمانی $t_۲ = ۱s$ تا $t_۳ = ۴s$ به مدت $\Delta t = ۴ - ۱ = ۳s$ به مبدأ مکان نزدیک شده است.

بنابراین تعداد ۳ مورد درست است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۱۰)

۴- گزینهٔ «۳»

(رضا کریم)

آ) درست است. در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۲$ سرعت منفی و در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۴$ سرعت مثبت است. بنابراین در لحظهٔ $t_۲$ که علامت سرعت تغییر می‌کند، جهت حرکت نیز تغییر خواهد کرد.

ب) نادرست است. متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ که $v < ۰$ است، در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند و در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۴$ که $v > ۰$ است، در جهت محور x در حال حرکت می‌باشد.

پ) نادرست است. در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۴$ سرعت مثبت است و متحرک در جهت محور x در حال حرکت می‌باشد. بنابراین، در این بازهٔ زمانی جهت حرکت متحرک تغییر نمی‌کند، لذا، بزرگی جابه‌جایی صفر نیست، در نتیجه، سرعت متوسط نیز صفر نخواهد شد.

ت) نادرست است. چون در لحظهٔ $t_۲$ جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. بنابراین، در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۳$ مسافت طی شده بزرگتر از بزرگی جابه‌جایی است. بنابراین موارد «ب»، «پ» و «ت» نادرستاند.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا۶)

۵- گزینهٔ «۲»

(رضا کریم)

با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{d}}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_۲ - \vec{d}_۱}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۴s]{\vec{d}_۲ = (۶m)\vec{i}\ ,\ \vec{d}_۱ = (-۶m)\vec{i}}$$

$$\vec{v}_{av} = \frac{(۶m)\vec{i} - (-۶m)\vec{i}}{۴s} = \frac{(۱۲m)\vec{i}}{۴s} = (۳\frac{m}{s})\vec{i}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۶)

۶- گزینهٔ «۲»

(رضا کریم)

با توجه به نمودار داده شده متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۴s$ تا $t_۲ = ۱۲s$ در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است. در این بازه زمانی متحرک ابتدا از حالت سکون شروع به حرکت به سمت مبدا مکان کرده و تندی لحظه ای اش افزایش می یابد. سپس در میانه مسیر، قوس نمودار تغییر کرده و تندی لحظه ای کاهش می یابد و در لحظه $t_۲ = ۱۲s$ صفر می‌شود.

برای محاسبهٔ تندی متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۴s$ تا $t_۲ = ۱۲s$، چون جهت حرکت تغییر نمی‌کند. $\ell = |\Delta x|$ است. بنابراین، داریم:

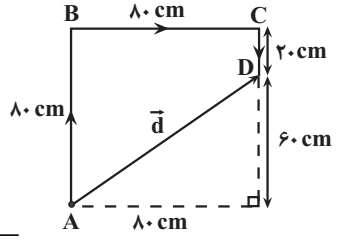
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۱۲-۴ = ۸s]{\ell = |\Delta x| = |۵-۱۹| = ۱۴m} s_{av} = \frac{۱۴}{۸} = \frac{۷}{۴}\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۱۰)

۷- گزینهٔ «۴»

(رضا شکاری)

مطابق شکل، ذره که از نقطهٔ A روی محیط مربع شروع به حرکت می‌کند، ابتدا $۸۰cm$ طی می‌کند تا به نقطهٔ B برسد و سپس $۸۰cm$ دیگر طی می‌کند تا به نقطهٔ C برسد و در آخر $۲۰cm$ دیگر طی خواهد کرد تا به نقطهٔ D برسد و باید در مجموع $\ell = ۸۰ + ۸۰ + ۲۰ = ۱۸۰cm$ مسافت طی کرده باشد. بنابراین، جابه‌جایی ذره که برابر طول بردار AD است، با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس، برابر است با:



$$d = \sqrt{۸۰^۲ + ۶۰^۲} = \sqrt{۱۰۰۰۰} = ۱۰۰cm = ۱m$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴ و۵)

۸- گزینهٔ «۴» *(عبدالله فقه‌زاده)*

می‌دانیم ثانیهٔ دوازدهم، بازهٔ زمانی $11s$ تا $12s$ است. بنابراین، چون جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ دوازدهم برابر $\Delta x = x' - 2x_1$ است،ابتدا با استفاده از تندی متوسط داده شده، Δx را می‌یابیم، در ۳ ثانیهٔ اول $(0s$ تا $3s)$ تندی متوسط برابر $4\frac{m}{s}$ و مسافت طی شده برابر $\ell = |x_1 - (-x_0)| = x_1 + x_0$ است. بنابراین داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 3s]{s_{av} = 4\frac{m}{s}} 4 = \frac{x_1 + x_0}{3} \Rightarrow x_1 + x_0 = 12$$
$$\Rightarrow x_1 = 12 - x_0$$

در ۶ ثانیهٔ دوم $(6s$ تا $12s)$ تندی متوسط برابر $13\frac{m}{s}$ و مسافت طی شده برابر $\ell' = |x' - (-2x_0)| = x' + 2x_0$ است. بنابراین داریم:

$$s'_{av} = \frac{\ell'}{\Delta t'} \xrightarrow[\ell' = x' + 2x_0]{\Delta t' = 12 - 6 = 6s,\ s'_{av} = 13\frac{m}{s}} 13 = \frac{x' + 2x_0}{6}$$
$$\Rightarrow x' + 2x_0 = 78 \Rightarrow x' = 78 - 2x_0$$

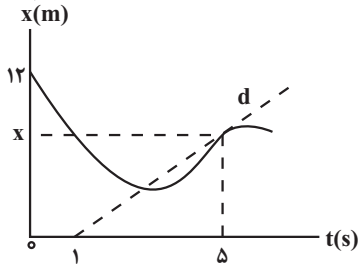
در آخر، سرعت متوسط در ثانیهٔ دوازدهم $(11s$ تا $12s)$ برابر است با:

$$v_{av} = \frac{x_{12s} - x_{11s}}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 12 - 11 = 1s]{x_{12s} = x',\ x_{11s} = 2x_1} v_{av} = \frac{x' - 2x_1}{1} \Rightarrow$$
$$v_{av} = 78 - 2x_0 - 2 \times (12 - x_0) \Rightarrow v_{av} = 78 - 2x_0 - 24 + 2x_0 = 54\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۶)

۹- گزینهٔ «۲» *(زهره آقامحمدی)*

می‌دانیم در نمودار مکان – زمان، سرعت در هر لحظهٔ دلخواه t، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در آن لحظه است. بنابراین، ابتدا با استفاده از شیب خط مماس در لحظهٔ $t = 5s$، مکان متحرک را در این لحظه پیدا می‌کنیم:



$$\text{شیب خط } d = \frac{x - 0}{5 - 1} \xrightarrow{\text{شیب خط } d = v = 2\frac{m}{s}}$$
$$2 = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 8m$$

اکنون سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 5s$ را می‌یابیم:

$$v_{av} = \frac{x_{5s} - x_{0s}}{\Delta t} \xrightarrow[x_{5s} = x = 8m,\ x_{0s} = 12m]{\Delta t = 5 - 0 = 5s}$$
$$v_{av} = \frac{8 - 12}{5 - 0} = -0/8\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱۰- گزینهٔ «۳» *(علی برزگر)*

آ) درست است. متحرک در لحظه‌های t_1، t_5 و t_9 از مبدأ مکان عبور کرده است.

ب) نادرست است. جهت حرکت متحرک ۲ بار در لحظه‌های t_4 و t_6 تغییر کرده است.

پ) نادرست است. جابه‌جایی کل متحرک برابر $\Delta x = 10 - (-10) = 20m$ است.

ت) نادرست است. مسافت طی شده در بازهٔ زمانی $(t_4$ تا $t_6)$ برابر بزرگی جابه‌جایی در بازهٔ زمانی (صفر تا $t_{10})$ است. از طرف دیگر، $\Delta t = t_6 - t_4$ کوچکتر از $\Delta t' = t_{10} - 0 = t_{10}$ است. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} s_{av} = \dfrac{\ell}{\Delta t} \\ v_{av} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t'} \end{cases} \Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\frac{\ell}{\Delta t}}{\frac{\Delta x}{\Delta t'}} \xrightarrow{\ell = \Delta x} \frac{s_{av}}{V_{av}} = \frac{\Delta t'}{\Delta t}$$
$$\xrightarrow{\Delta t' > \Delta t} \frac{s_{av}}{v_{av}} > 1 \Rightarrow s_{av} > V_{av}$$

ث) درست است.

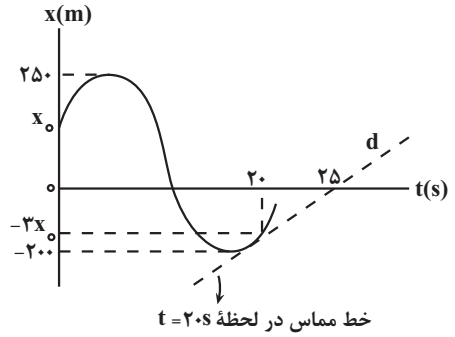
بنابراین تعداد ۲ عبارت درست است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۶)

۱۱- گزینهٔ «۴» *(عطاله شارآبار)*

می‌دانیم در نمودار مکان – زمان، سرعت در هر لحظهٔ دلخواه t، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در آن لحظه است. بنابراین برای محاسبهٔ سرعت در لحظهٔ $t = 20s$، شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه را پیدا می‌کنیم.

با توجه به نمودار مکان – زمان شکل زیر و رابطهٔ تندی متوسط، ابتدا مسافت طی‌شده و سپس مکان اولیه (x_0) را می‌یابیم. دقت کنید، km را به m تبدیل کرده‌ایم.



خط مماس در لحظهٔ $t = 20s$

$$\ell = |250 - x_0| + |-200 - 250| + |-3x_0 - (-200)|$$
$$\Rightarrow \ell = 250 - x_0 + 450 + 200 - 3x_0 \Rightarrow \ell = 900 - 4x_0$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 20s]{s_{av} = 35\frac{m}{s}} 35 = \frac{900 - 4x_0}{20}$$
$$\Rightarrow 700 = 900 - 4x_0 \Rightarrow 4x_0 = 200 \Rightarrow x_0 = 50m$$

با داشتن x_0 شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در لحظهٔ $t = 20s$ را که برابر سرعت در این لحظه است، می‌یابیم:

$$\text{شیب خط } d = v = \frac{0 - (-3x_0)}{25 - 20} \xrightarrow{x_0 = 50m} v = \frac{3 \times 50}{5} = 30\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۷ تا ۹)

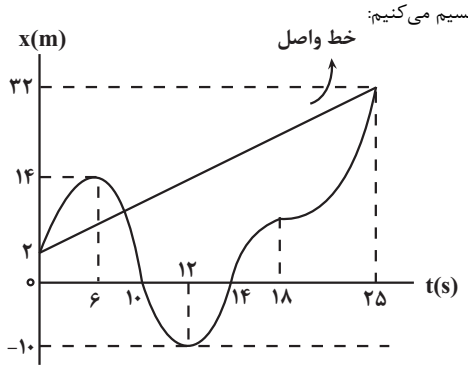
۱۲- گزینهٔ «۱» *(عطاله شارآبار)*

می‌دانیم در نمودار مکان – زمان، سرعت در هر لحظهٔ دلخواه t، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در آن لحظه است. این خط هرجا افقی شود، سرعت صفر بوده و به معنای توقف متحرک است. در لحظات $t = 6s$، $t = 12s$ و $t = 18s$ این اتفاق روی داده است. بنابراین (آ) نادرست است.

جهت بردار مکان لحظه‌ای تغییر می‌کند که نمودار محور زمان را قطع کرده و x تغییر علامت دهد. در این نمودار این اتفاق در لحظات $t = 10s$ و $t = 14s$ رخ داده است. بنابراین عبارت (ب) نادرست است.

برای محاسبهٔ سرعت متوسط بین دو لحظه از زمان از شیب پاره‌خطی که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان – زمان را به‌هم وصل می‌کند، استفاده می‌کنیم و برای

محاسبهٔ تندی متوسط، مسافت پیموده شده را حساب کرده و به مدت زمان کل حرکت تقسیم می‌کنیم:



$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۳۲-۲}{۲۵-۰}=۱/۲\frac{m}{s}$$

$$\ell=|۱۴-۲|+|-۱۰-۱۴|+|۳۲-(-۱۰)|=۱۲+۲۴+۴۲=۷۸m$$

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۷۸}{۲۵-۰}=۳/۱۲\frac{m}{s}$$

اختلاف تندی متوسط و سرعت متوسط برابر است با:

$$s_{av}-v_{av}=۱/۹۲\frac{m}{s}$$

می‌بینیم، عبارت (پ) درست است.

تغییر جهت حرکت در لحظات $t=۶s$ و $t=۱۲s$ رخ داده است. در این بازهٔ زمانی تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۱۲-۶=۶s]{\ell=|-۱۰-۱۴|=۲۴m}s_{av}=\frac{۲۴}{۶}=۴\frac{m}{s}$$

بنابراین عبارت (ت) نادرست است.

در مجموع یک عبارت درست است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۶، ۷ و ۸)

۱۳- گزینهٔ «۲»

(حامد شاهرانی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست است. در لحظهٔ t_1 که شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان تغییر علامت می‌دهد، علامت سرعت نیز تغییر می‌کند، لذا جهت حرکت نیز تغییر خواهد کرد.

گزینهٔ «۲»: درست است. در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان که معرف سرعت است، در حال کاهش می‌باشد، لذا، تندی متحرک نیز کاهش می‌یابد.

گزینهٔ «۳»: نادرست است. در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 جابه‌جایی (Δx) منفی است، بنابراین، طبق رابطهٔ $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$، سرعت متوسط منفی می‌باشد.

گزینهٔ «۴»: نادرست است. در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 جهت بردار مکان همواره در جهت محور x است. در لحظهٔ t_2 جهت بردار مکان تغییر می‌کند.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۹)

۱۴- گزینهٔ «۴»

(امیرمحمد زمانی)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست است. از لحظهٔ صفر تا t_1 سرعت متحرک مثبت است. زیرا، شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان که معرف سرعت است، مثبت است.

گزینهٔ «۲»: نادرست است.از لحظهٔ t_1 تا t_2 با اینکه متحرک در جهت مثبت محور x در حرکت است، اما تندی آن (شیب نمودار) رو به کاهش است و در لحظهٔ t_2 به صفر می‌رسد.

گزینهٔ «۳»: نادرست است. چون متحرک در لحظهٔ t_2 تغییر جهت داشته است، بنابراین اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت نمی‌تواند با هم برابر باشد.

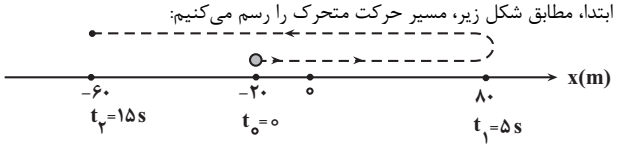
گزینهٔ «۴»: درست است. چون در بازهٔ زمانی t_2 تا t_3 شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان که معرف سرعت متحرک است، منفی و در حال افزایش می‌باشد، بنابراین، سرعت متحرک منفی و اندازهٔ آن (تندی) در حال افزایش خواهد بود. چون علامت سرعت، جهت حرکت را تعیین می‌کند، متحرک در جهت منفی محور x در حال حرکت است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۱۵- گزینهٔ «۳»

(مصطفی کیانی)

ابتدا، مطابق شکل زیر، مسیر حرکت متحرک را رسم می‌کنیم:



اکنون مسافت طی شده و جابه‌جایی متحرک را در بازهٔ زمانی صفر تا $۱۵s$ می‌یابیم:

$$\ell=|۸۰-(-۲۰)|+|-۶۰-۸۰|=۱۰۰+۱۴۰=۲۴۰m$$

$$\Delta x=x_{۱۵s}-x_{۰s}=-۶۰-(-۲۰)=-۴۰m$$

در آخر، نسبت $\frac{s_{av}}{v_{av}}$ را حساب می‌کنیم.

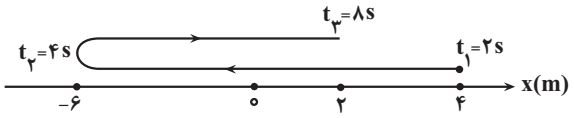
$$\frac{s_{av}}{v_{av}}=\frac{\frac{\ell}{\Delta t}}{\frac{\Delta x}{\Delta t'}}\xrightarrow{\Delta t=\Delta t'=۱۵s}\frac{s_{av}}{v_{av}}=\frac{\ell}{\Delta x}=\frac{۲۴۰}{-۴۰}=-۶$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۶)

۱۶- گزینهٔ «۲»

(امیرحسین برادران)

آ) درست است. ساده‌ترین مسیر حرکت متحرک مطابق شکل زیر است.این شکل نشان می‌دهد متحرک حداقل یک‌بار تغییر جهت داده است و تندی آن برابر صفر شده است.



ب) نادرست است. با توجه به شکل فوق، تندی متوسط برابر است با:

$$\ell=|-۶-۴|+|۲-(-۶)|=۱۰+۸=۱۸m$$

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta t=۸-۲=۶s}s_{av}=\frac{۱۸}{۶}=۳\frac{m}{s}$$

پ) نادرست است. با توجه به داده‌های سوال، در مورد جهت بردار سرعت در لحظهٔ $t=۷s$ نمی‌توان اظهارنظر قطعی نمود و ممکن است متحرک در لحظهٔ $t=۷s$ مدتی توقف کرده باشد و بردار سرعت آن صفر باشد.

ت) درست است. بردار سرعت متوسط با بردار جابه‌جایی متحرک هم‌جهت است. چون $x_۳<x_۱$ است، لذا بردار سرعت متوسط در خلاف جهت محور x می‌باشد. از طرف دیگر، چون $x_۲<۰$ است، بنابراین بردار مکان در این لحظه در خلاف جهت محور x است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۹)

۱۷- گزینهٔ «۳»

(امیرحسین برادران)

ابتدا تندی متحرک را در مبدأ زمان $(t=۰s)$ می‌یابیم. چون تندی متوسط متحرک در ۲۰ ثانیهٔ اول حرکت، نصف تندی متحرک در مبدأ زمان است می‌توان نوشت:

$$\ell=|۸-۱۴|+|۲۲-۸|=۶+۱۴=۲۰m$$

$$s_{av}=\frac{۱}{۲}|v_۰|\xrightarrow{s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}}\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۱}{۲}|v_۰|\xrightarrow[\Delta t=۲۰-۰=۲۰s]{\ell=۲۰m}$$

$$\frac{۲۰}{۲۰}=\frac{۱}{۲}|v_۰|\Rightarrow v_۰=-۲\frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از شیب خط مماس بـر نمـودار در لحظـهٔ $t=0s$ کـه برابـر v_0 می‌باشد، t را می‌یابیم:

$$|v_0|=\frac{14}{t}\xrightarrow{|v_0|=2\frac{m}{s}}2=\frac{14}{t}\Rightarrow t=7s$$

اکنون با استفاده از شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t=20s$ ،که برابـر تنـدی متحرک در این لحظه است، پیدا می‌کنیم:

$$v_{t=20s}=\text{شیب خط}=\frac{22}{20-7}=\frac{22}{13}\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۷ تا ۱۰)*

۱۸- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین برادران)*

آ) نادرست است. تندی در هر لحظه برابر با اندازهٔ سرعت متحرک در آن لحظه است. زمانی تندی متوسط با بزرگی سرعت متوسط برابر است که جهـت حرکـت متحـرک ثابت باشد. در حرکت روی مسیر منحنی و با تندی ثابت، چون جهت حرکت در حال تغییر است، بنابراین الزاماً تندی متوسط بزرگتر از بزرگی سرعت متوسط است.

ب) درست است. در صورتی تندی متوسط با بزرگی سرعت متوسط یکسان است کـه متحرکی روی خط راست و بدون تغییر جهت در حال حرکت باشد.

پ) نادرست است. در لحظـه‌ای کـه بـردار مکـان و بـردار سـرعت هم‌جهـت باشـند، متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان است.

ت) نادرست است. تغییر جهت حرکت به ثابت بودن جهت بردار مکان بستگی نـدارد. جهت حرکت زمانی تغییر می‌کند که جهت بردار سرعت تغییر کند.

(حرکت بر خط راست) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۹)*

۱۹- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین برادران)*

چون متحرک روی محور x حرکت می‌کند در بازهٔ زمانی $1s$ تا $6s$ جابـه‌جایی آن برابر $\Delta x=x_{6s}-x_{1s}=0-x=-x$ است، لـذا طبـق رابطـهٔ $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ ، سرعت متوسط منفی است، در نتیجه، بردار سرعت متوسط متحرک در جهت منفـی محور x، یعنی به سمت پایین $(\downarrow)$ است.

در لحظهٔ $t=3s$ ، متحرک در جهت منفی محور x در حال حرکت است. بنـابراین، در این لحظه نیز جهت بردار سرعت آن به سمت پایین $(\downarrow)$ اسـت. یـا مـی تـوان گفـت، چون شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t=3s$ منفی است، سرعت متحرک منفی می‌باشد، در نتیجه جهت بردار سرعت به طرف پایین $(\downarrow)$ خواهد بود.

(حرکت بر خط راست) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۷ تا ۱۰)*

۲۰- گزینهٔ «۱» *(مصطفی کیانی)*

ابتدا زمانی‌که متحرک از نقطهٔ A تا نقطهٔ B را طی می‌کند، می‌یابیم:

$$s_{av}=\frac{\ell_{AB}}{\Delta t_{AB}}\xrightarrow[\ell_{AB}=400m]{s_{av}=20\frac{m}{s}}20=\frac{400}{\Delta t_{AB}}\Rightarrow \Delta t_{AB}=20s$$

اکنون مدت زمان طی فاصلهٔ BC و طول آن را پیدا می‌کنیم:

$$\Delta t_{AB}+\Delta t_{BC}=\Delta t_{\text{کل}}\xrightarrow{\Delta t_{\text{کل}}=80s}20+\Delta t_{AB}=80$$

$$\Rightarrow \Delta t_{BC}=60s$$

$$\ell_{BC}=1300-400=900m$$

در آخر، تندی متوسط برابر است با:

$$s_{BC}=\frac{\ell_{BC}}{\Delta t_{BC}}=\frac{900}{60}=15\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) *(فیزیک ۳، صفحه‌های۳ تا ۶)*

۱- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین برادران)*

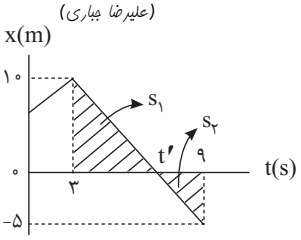
در حرکت یکنواخت بر روی خط راست، سرعت متحرک همواره ثابت است. بنابراین چون تغییر جهت حرکت نداریم، در هر بازهٔ زمانی دلخواه بزرگی سرعت متوسط و تندی متوسط هر دو برابر با بزرگی سرعت لحظه‌ای هستند. از طرفی چون در حرکت یکنواخت سرعت ثابت است شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه صفر است.

بردار مکان در حرکت یکنواخت در صورتی که در ابتدا با بردار سرعت هم جهت نباشد، با گذر از مبدا مکان تغییر جهت می‌دهد.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۲- گزینهٔ «۴» *(علیرضا جباری)*

نسبت تشابه را بین دو مثلث متشابه s_1 و s_2 می‌نویسیم و از آنجا لحظهٔ t' را به دست می‌آوریم:



$$\frac{10}{5}=\frac{t'-3}{9-t'}\Rightarrow t'-3=18-2t'\Rightarrow 3t'=21\Rightarrow t'=7s$$

در بازهٔ زمانی $t=0s$ تا $t=3s$ بردارهای مکان و سرعت خودرو هر دو در جهت مثبت هستند.

در بازهٔ زمانی $t=7s$ تا $t=9s$، بردارهای مکان و سرعت خودرو هر دو در جهت منفی هستند.

بنابراین مجموعاً $5s$ بردارهای مکان و سرعت خودرو هم جهت هستند.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴ و ۱۳)

۳- گزینهٔ «۱» *(رضا کریم)*

ابتدا سرعت متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow[x_1=20m\ ,\ \Delta t=8-4=4s]{x_2=12m} v=\frac{12-20}{4}=-2\frac{m}{s}$$

اکنون معادله مکان – زمان متحرک را می‌نویسیم:

$$x=vt+x_0\xrightarrow[t_1=4s]{v=-2\frac{m}{s}\ ,\ x_1=20m} 20=-8+x_0\Rightarrow x_0=28m$$

$$\Rightarrow x=-2t+28$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های۱۳ و ۱۴)

۴- گزینهٔ «۱» *(علیرضا جباری)*

شتاب حرکت در ۸ ثانیهٔ اول حرکت را حساب می‌کنیم. این شتاب ثابت است.

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{12-(-12)}{8-0}=\frac{24}{8}=3\frac{m}{s^2}$$

بنابراین گزینهٔ «۱» درست و گزینهٔ «۲» نادرست است.

در بازهٔ زمانی $t=8s$ تا $t=13s$ که سرعت ثابت است، شتاب صفر می‌شود. یعنی گزینهٔ «۳» نادرست است.

در بازهٔ زمانی $t=13s$ تا $t=18s$ شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-12}{18-13}=-2/4\frac{m}{s^2}$$

بنابراین در لحظهٔ $t=15s$ شتاب حرکت $-2/4\frac{m}{s^2}$ است و گزینهٔ «۴» رد می‌شود.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۵- گزینهٔ «۲» *(محمدکاظم منشادی)*

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{40-(-20)}{8}=7/5\frac{m}{s}$$

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{50+10+20}{8}=\frac{80}{8}=10\frac{m}{s}$$

$$s_{av}-|v_{av}|=10-7/5=2/5\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحهٔ ۳)

۶- گزینهٔ «۴» *(رضا کریم)*

با توجه به رابطهٔ شتاب متوسط داریم:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\begin{cases}\xrightarrow[a_{av}=8\frac{m}{s^2}]{\Delta t=3s}\Delta v=24\frac{m}{s}\\ \xrightarrow[a'_{av}=-12\frac{m}{s^2}]{\Delta t'=3s}\Delta v'=-36\frac{m}{s}\end{cases}$$

اکنون رابطهٔ شتاب متوسط را در ۶ ثانیه اول حرکت می‌نویسیم:

$$a''_{av}=\frac{\Delta v''}{\Delta t''}\xrightarrow[\Delta v=24\frac{m}{s}\ ,\ \Delta v'=-36\frac{m}{s}]{\Delta v''=\Delta v+\Delta v'\ ,\ \Delta t''=6s} a''_{av}=\frac{24-36}{6}=-2\frac{m}{s^2}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۷- گزینهٔ «۱» *(میلاد طاهر عزیزی)*

در نمودار مکان - زمان، هرگاه نمودار بالای محور زمان باشد، بردار مکان مثبت (لحظه $t=8s$ تا $t=10s$) و اگر زیر نمودار زمان باشد، بردار مکان منفی است. (لحظه $t=0s$ تا $t=8s$)

هم چنین اگر شیب نمودار مکان - زمان در حال کاهش باشد، تندی متحرک نیز کاهش می‌یابد. اگر نمودار محور زمان را قطع کند، یعنی متحرک در مبدا مکان قرار گرفته است (لحظات $t=4s$ و $t=8s$) اگر نمودار ضمن قطع محور زمان از آن گذر کند، بیانگر این است که جهت بردار مکان متحرک تغییر کرده است. (فقط لحظهٔ $t=8s$)

در نمودار مکان – زمان، اگر شیب نمودار مثبت باشد متحرک در جهت مثبت محور در حال حرکت است، و اگر شیب نمودار منفی باشد متحرک در جهت منفی در حال حرکت است.

در نمودار هر جا شیب صفر شود، یعنی متحرک متوقف شده است. (لحظات $t=2s$ ، $t=4s$ و $t=6s$)

به دلیل تغییر جهت متحرک در بازهٔ دو تا شش ثانیه، مقدار تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط در این بازه یکسان نیست، هم‌چنین با توجه به اینکه مسافت پیموده شده بین لحظات $t=2s$ و $t=4s$، کمتر از مسافت پیموده شده بین لحظات $t=4s$ و $t=6s$ است، می‌توان نتیجه گرفت که تندی متوسط متحرک در بازهٔ $t=2s$ و $t=6s$، بزرگتر از این تندی بین لحظات $t=2s$ و $t=4s$ است.

بنابراین طبق توضیحات: موارد «الف» و «ث» صحیح و بقیه نادرست هستند.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱ تا ۱۳)

۸- گزینهٔ «۳» *(میلاد طاهر عزیزی)*

سرعت لحظه‌ای در نمودار مکان – زمان را می‌توان از شیب خط مماس بر نمودار بدست آورد. در این مسئله می‌توان با استفاده از رابطه سرعت متوسط، مقدار جابه‌جایی متحرک را تا لحظه ۹ ثانیه محاسبه کرد و پس از آن مکان متحرک در لحظه $t = 9s$ بدست می‌آید.

حال با استفاده از خط مماس داده شده روی نمودار می‌توان شیب و سرعت لحظه‌ای را محاسبه نمود.

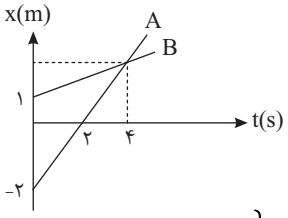
$$\Delta x = V_{av}.\Delta t \Rightarrow \Delta x = 10 \times 9 = +90m \Rightarrow x_2 - x_1 = 90m \xrightarrow{x_1 = 10m}$$
$$\Rightarrow x_2 = 90 + 10 = 100m$$

$$\Rightarrow v_{(t=9)} = \text{شیب خط مماس} = \frac{100 - 0}{9 - 4} = 20\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۷ تا ۹)

۹- گزینهٔ «۳» *(ادریس ممدی)*

با توجه به نمودار مکان – زمان مقابل، معادلهٔ مکان – زمان را برای متحرک A به دست می‌آوریم. پس:



$$\left.\begin{array}{l} x_A = v_A t + x_{\circ A} \\ x_{\circ A} = -2m \\ v_A = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2}{2} = 1\frac{m}{s} \end{array}\right\} \Rightarrow x_A = t - 2$$

در ادامه با توجه به معادلهٔ مکان – زمان متحرک A و شکل بالا، متحرک B در لحظهٔ $4s$ در مکان $x = +2m$ قرار دارد. معادلهٔ مکان – زمان متحرک B را نیز می‌نویسیم.

پس:

$$\left.\begin{array}{l} x_B = v_B t + x_{\circ B} \\ x_{\circ B} = +1m \\ x_B = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1}{4}\frac{m}{s} \end{array}\right\} \Rightarrow x_B = \frac{1}{4}t + 1$$

اکنون زمانی که متحرک A برای دومین بار در فاصلهٔ یک متری از مبدأ مکان قرار می‌گیرد را به دست می‌آوریم:

$$x_A = t - 2 \xrightarrow{x_A = +1m} t = 3s$$

حال مکان متحرک B را در لحظهٔ $t = 3s$ محاسبه می‌کنیم. پس:

$$x_B = \frac{1}{4}t + 1 \xrightarrow{t=3s} x_B = \frac{7}{4}m$$

در آخر دقت داشته باشید که طراح فاصلهٔ متحرک B از مکان اولیه خودش را خواسته است. پس:

$$x_B - x_{\circ B} = \frac{7}{4} - 1 = \frac{3}{4}m$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۰- گزینهٔ «۱» *(محمد احمدی)*

اندازه سرعت متوسط در سه ثانیه چهارم:

$$|\vec{v}_{av}| = \frac{|\Delta \vec{x}|}{\Delta t} = \frac{4 - 2}{3} = \frac{2}{3}\frac{m}{s}$$

تندی متوسط در شش ثانیه دوم:

$$s_{av} = \frac{\text{مسافت پیموده شده}}{\text{زمان}} = \frac{14 + 2}{6} = \frac{8}{3}\frac{m}{s}$$

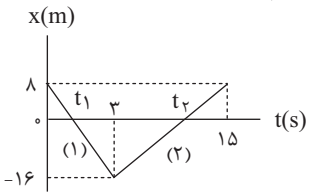
و داریم:

$$\frac{v_{av}}{s_{av}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{3}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ و ۷)

۱۱- گزینهٔ «۱» *(علیرضا جباری)*

متحرک در لحظه‌های t_1 و t_2 که $x = 0$ می‌شود از مبدأ مکان می‌گذرد. سرعت متحرک در ۳ ثانیهٔ اول حرکت را به دست می‌آوریم:



$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_1 = \frac{-16 - 8}{3 - 0} = -8\frac{m}{s}$$

این سرعت ثابت است، بنابراین برای بازهٔ زمانی ۰ تا t_1 می‌توان نوشت:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -8 = \frac{0 - 8}{t_1 - 0} \Rightarrow t_1 = 1s$$

سرعت متحرک در بازهٔ زمانی $t = 3s$ تا $t = 15s$ را به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_2 = \frac{8 - (-16)}{15 - 3} = \frac{24}{12} = 2\frac{m}{s}$$

این سرعت ثابت است، بنابراین برای بازهٔ زمانی t_2 تا $t = 15s$ می‌توان نوشت:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{8 - 0}{15 - t_2} \Rightarrow 15 - t_2 = 4 \Rightarrow t_2 = 11s$$

اکنون می‌توانیم شتاب متوسط بین t_1 تا t_2 را حساب کنیم.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{2 - (-8)}{11 - 1} = 1\frac{m}{s^2}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۵ و ۱۴)

۱۲- گزینهٔ «۲» *(علیرضا جباری)*

اینکه جسم در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند یعنی سرعت آن منفی است و نمودار سرعت – زمان در پایین محور زمان قرار دارد بنابراین گزینهٔ «۴» رد می‌شود.
از طرفی تندی لحظه‌ای جسم در حال کاهش است، یعنی اندازه سرعت لحظه‌ای هم در حال کاهش است. یعنی نمودار سرعت – زمان به محور زمان نزدیک می‌شود. پس گزینهٔ «۱» نیز نادرست است.
همچنین با توجه به کاهش اندازهٔ شتاب، اندازه شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان باید در حال کم شدن باشد. بنابراین گزینهٔ «۳» نیز نادرست است زیرا اندازه شیب خط مماس بر آن با گذشت زمان بیشتر می‌شود.
گزینهٔ «۲» همهٔ شرایط لازم را دارد و درست است. *(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحهٔ ۱۱)*

۱۳- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین برادران)*

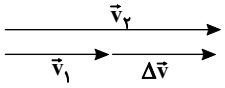
$$\vec{a}_{av}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\Rightarrow \vec{a}_{av}\ \text{و}\ \Delta\vec{v}\ \text{با یکدیگر هم‌جهت‌اند}$$

$$\xrightarrow[\text{هم‌جهت‌اند}]{\vec{a}_{av}\ \text{با}\ \Delta\vec{v}\ \text{هم‌جهت است.}} \vec{v}_1,\Delta\vec{v}\ \text{هم‌جهت‌اند}$$

$$\Delta\vec{v}=\vec{v}_2-\vec{v}_1\Rightarrow \vec{v}_2=\vec{v}_1+\Delta\vec{v}\xrightarrow{\text{دوبردار}\vec{v}_1,\Delta\vec{v}\ \text{هم‌جهت‌اند}}\vec{v}_1,\vec{v}_2\ \text{هم‌جهت‌اند.}$$

در حالتی که دو بردار $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ و $\Delta\vec{v}$ هم جهت اند مطابق شکل زیر داریم:

$$|\vec{v}_2|>|\vec{v}_1|$$



بررسی گزاره‌ها:

الف) ما تنها می‌دانیم که در لحظات t_1 و t_2 بردارهای سرعت هم جهت‌اند، امّا اطلاعی از حرکت متحرک در این بازهٔ زمانی نداریم و ممکن است جهت حرکت متحرک تغییر کرده باشد.

ب) با توجه به توضیحات داده شده این گزاره صحیح است.

پ) مطابق شکل بالا $(|\vec{v}_1|)<(|\vec{v}_2|)$ است.

ت) بردارهای $\vec{a}_{av}$، $\Delta\vec{v}$، $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ هم جهت‌اند.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۱۴- گزینهٔ «۴» *(کاظم بانان)*

$$\Delta x=vt\Rightarrow \Delta x_1=\Delta x_2\Rightarrow ۷۲۰t=۵۴۰(t+\frac{۱}{۴})$$

$$\Rightarrow ۴t=۳(t+\frac{۱}{۴})\Rightarrow t=۰/۷۵h\xrightarrow{\times ۶۰}۴۵\,min$$

$$\Delta x=vt=۷۲۰\times ۰/۷۵=۵۴۰km$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحهٔ ۱۴)

۱۵- گزینهٔ «۱» *(کاظم بانان)*

روش ۱:

$$t=۳\Rightarrow x_A=x_B\Rightarrow v_At-۱۰=v_Bt+۲۰$$

$$\xrightarrow{t=۳}۳v_A-۱۰=۳v_B+۲۰\Rightarrow ۳(v_A-v_B)=۳۰\Rightarrow v_A-v_B=۱۰\frac{m}{s}$$

$$|x_A-x_B|\le ۱۰\Rightarrow\begin{cases}v_At-۱۰-v_Bt-۲۰=۱۰\\ t(v_A-v_B)=۴۰\Rightarrow t=۴s\\ v_Bt'+۲۰-v_At'+۱۰=۱۰\\ \underbrace{(v_B-v_A)}_{-۱۰}t'=-۲۰\Rightarrow t'=۲s\end{cases}$$

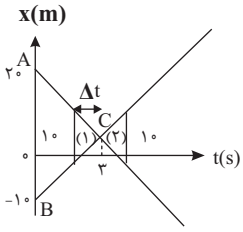
$$t-t'=۴-۲=۲s$$

روش ۲:

می‌توان به شکل هندسی نیز مسئله را حل کرد.

ما بازه زمانی را می‌خواهیم که فاصله دو متحرک کوچکتر مساوی ۱۰ متر باشد. پس روی نمودار دو خط می‌کشیم که طول آنها برابر ۱۰ متر است. (یکی بعد از لحظه $t=۳$ و یکی قبل از آن) .مطابق شکل زیر:

دو مثلث ۱ و ۲ با یکدیگر هم‌نهشت و با مثلث ABC متشابه هستند. حال با نوشتن نسبت تشابه، Δt را بدست می‌آوریم:



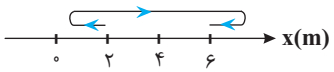
$$\frac{\Delta t}{۳}=\frac{۱۰}{۳۰}\Rightarrow \Delta t=۱s\Rightarrow ۲\Delta t=۲s$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحهٔ ۱۵)

۱۶- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین برادران)*

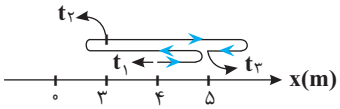
ساده‌ترین مسیر را با توجه به مکان و سرعت متحرک در هر لحظه برای هر کدام از گزینه‌ها رسم می‌کنیم.

گزینهٔ «۱»



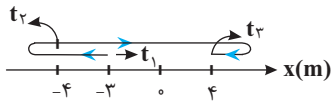
حداقل ۲ بار تغییر جهت

گزینهٔ «۲»



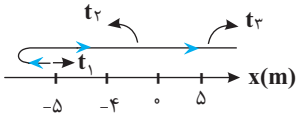
حداقل ۳ بار تغییر جهت

گزینهٔ «۳»:



حداقل ۲ بار تغییر جهت

گزینهٔ «۴»:



حداقل یکبار تغییر جهت

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحهٔ ۸)

۱۷- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین برادران)*

در بازهٔ زمانی $t=۰s$ تا $t=۱s$ بردار مکان و بردار سرعت هر دو در جهت منفی هستند و در بازهٔ زمانی $t=۵s$ تا $t=۸s$ بردار مکان و بردار سرعت هر دو در جهت مثبت هستند، بنابراین مجموعاً ۴ ثانیه بردارهای مکان و سرعت هم جهت‌اند.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحهٔ ۸)

۱۸- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی جامع فیزیک تجربی)*

مطابق شکل متحرک در مدت ۱۲s (از لحظهٔ $t=۸s$ تا $t=۲۰s$) در مکان‌های منفی قرار دارد و در نتیجه بردار مکان آن منفی است. در این بازه داریم:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۲۰-۸=۱۲s]{\ell=۲\times ۶=۱۲m}s_{av}=\frac{۱۲}{۱۲}=۱m/s$$

متحرک از $t=۴s$ تا $t'=۱۳s$ در خلاف جهت محور x در حرکت است .

برای محاسبهٔ سرعت متوسط متحرک در این بازه داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۱۳-۴=۹s]{x_۲=-۶m\ ,\ x_۱=۶m} v_{av}=\frac{-۶-۶}{۹}=\frac{-۱۲}{۹}$$

$$=-\frac{۴}{۳}\frac{m}{s}\Rightarrow |v_{av}|=\frac{۴}{۳}\frac{m}{s}$$

در نهایت داریم:

$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|}=\frac{۱}{\frac{۴}{۳}}=\frac{۳}{۴}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحهٔ ۷)

۱۹- گزینهٔ «۳» (سعید معبی)

$$v_A=-v=-\tan\alpha\Rightarrow v_A=-\frac{۲x_۱}{۲۰}=-\frac{x_۱}{۱۰}$$

$$v_B=v=\tan\alpha\Rightarrow v_B=\frac{x_۱}{۱۰}$$

$$\left.\begin{aligned}x_A=v_At+x_{۰A}=-\frac{x_۱}{۱۰}t+۲x_۱\\ x_B=v_Bt+x_{۰B}=\frac{x_۱}{۱۰}t-x_۱\end{aligned}\right\}\xrightarrow{x_A=x_B}$$

$$-\frac{x_۱}{۱۰}t+۲x_۱=\frac{x_۱}{۱۰}t-x_۱\Rightarrow ۳x_۱=\frac{x_۱}{۵}t\Rightarrow t=۱۵s$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۲۰- گزینهٔ «۱» (امیرحسین برادران)

$$\vec{a}_{av}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\ ,\ \vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

همواره سرعت متوسط با بردار جابه‌جایی و شتاب متوسط با بردار تغییر سرعت هم جهت است.

چون سرعت متوسط در جهت مثبت است، بنابراین متحرک در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ در جهت مثبت جابه‌جا شده است و بنابراین در لحظهٔ $t_۲$ متحرک در فاصله‌ای دورتر از $۶m$ از مبدأ مکان قرار دارد.

با توجه به اینکه بردار تفاضل سرعت در جهت منفی محور است. بنابراین $\vec{v}_۲$ می‌تواند هم در جهت مثبت و هم در جهت منفی باشد. اگر $\vec{v}_۲$ در جهت مثبت باشد بایستی الزاماً $|\vec{v}_۲|<|\vec{v}_۱|$ باشد، با توجه به مقدار $(t_۲-t_۱)$ (که در صورت سوال مشخص نشده است) در مورد اینکه $\vec{v}_۲$ در جهت مثبت یا منفی است، اظهارنظر قطعی نمی‌توان کرد.

بنابراین تنها گزاره الف الزاماً صحیح است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۱- گزینهٔ «۴» *(مصطفی کیانی)*

ابتدا مسافت طی شده و جابه‌جایی متحرک را می‌یابیم:

$$\ell=|۲-x_۱|+|۰-۲|=۲-x_۱+۲=۴-x_۱$$

$$\Delta x=۰-x_۱=-x_۱$$

اکنون، با توجه به این‌که مسافت طی شده، ۷ برابر اندازهٔ جابه‌جایی است، به‌صورت زیر $x_۱$ را پیدا می‌کنیم:

$$\ell=۷|\Delta x|\Rightarrow ۴-x_۱=۷(-x_۱)\Rightarrow ۴=-۶x_۱\Rightarrow x_۱=\frac{-۲}{۳}m$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲ و ۳)

۲- گزینهٔ «۱» *(مصطفی کیانی)*

با استفاده از رابطهٔ $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ به‌صورت زیر v_{av} را می‌یابیم:

$$\Delta x_۱+\Delta x_۲+\Delta x_۳=\Delta x\xrightarrow[\Delta x_۲=\frac{۱}{۶}\Delta x]{\Delta x_۱=\frac{۱}{۳}\Delta x}$$

$$\frac{۱}{۳}\Delta x+\frac{۱}{۶}\Delta x+\Delta x_۳=\Delta x\Rightarrow \Delta x_۳=\frac{۱}{۲}\Delta x$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\Delta x}{\Delta t_۱+\Delta t_۲+\Delta t_۳}\xrightarrow{\Delta t=\frac{\Delta x}{v}}$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\frac{\Delta x_۱}{v_۱}+\frac{\Delta x_۲}{v_۲}+\frac{\Delta x_۳}{v_۳}}\xrightarrow[\Delta x_۱=\frac{۱}{۳}\Delta x,\Delta x_۲=\frac{۱}{۶}\Delta x,\Delta x_۳=\frac{۱}{۲}\Delta x]{v_۱=۵\frac{m}{s},v_۲=۱۰\frac{m}{s},v_۳=۳۰\frac{m}{s}}$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\frac{\frac{۱}{۳}\Delta x}{۵}+\frac{\frac{۱}{۶}\Delta x}{۱۰}+\frac{\frac{۱}{۲}\Delta x}{۳۰}}=\frac{۱}{\frac{۱}{۱۵}+\frac{۱}{۶۰}+\frac{۱}{۶۰}}=\frac{۱}{\frac{۴+۱+۱}{۶۰}}$$

$$\Rightarrow v_{av}=\frac{۶۰}{۶}=۱۰\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۶)

۳- گزینهٔ «۴» *(مریم شیخ‌ممو)*

می‌دانیم در تمام لحظه‌هایی که $x<۰$ باشد، بردار مکان متحرک منفی است، لذا در بازهٔ زمانی $t_۱=۱s$ تا $t_۲=۵s$، بردار مکان متحرک منفی می‌باشد. سرعت متحرک در لحظهٔ $t_۱=۱s$ برابر $v_۱=-۴\frac{m}{s}$ و در لحظهٔ $t_۲=۵s$ برابر $v_۲=۸\frac{m}{s}$ است. بنابراین، شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ برابر است با:

$$a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۸-(-۴)}{۵-۱}=\frac{۱۲}{۴}=۳\frac{m}{s^۲}$$

دقت کنید، در لحظهٔ $t=۱s$ که شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ منفی است، $v<۰$ و در لحظهٔ $t=۵s$ که شیب خط مماس بر نمودار مثبت است، $v>۰$ می‌باشد.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴ و ۹ تا ۱۱)

۴- گزینهٔ «۲» *(امید مرادی‌پور)*

اگر زمان مشخص شده را t در نظر بگیریم، در مرحلهٔ اول زمان طی مسیر $t_۱=t-۱۸min$ و در مرحلهٔ دوم این زمان برابر $t_۲=t+۵۴min$ است. بنابراین، ابتدا با استفاده از رابطهٔ $\Delta x=v.\Delta t$، زمان مشخص شده را پیدا می‌کنیم، دقت کنید، ابتدا دقیقه را به ساعت تبدیل می‌کنیم:

$$۱۸min=۱۸min\times\frac{۱h}{۶۰min}=۰/۳h$$

$$۵۴min=۵۴min\times\frac{۱h}{۶۰min}=۰/۹h$$

$$\Delta x=v_۱t_۱\xrightarrow[t_۱=t-۱۸min=t-۰/۳h]{v_۱=۱۳۰\frac{km}{h}}\Delta x=۱۳۰\times(t-۰/۳)\quad(۱)$$

$$\Delta x=v_۲t_۲\xrightarrow[t_۲=t+۵۴min=t+۰/۹h]{v_۲=۹۰\frac{km}{h}}\Delta x=۹۰\times(t+۰/۹)\quad(۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}۱۳۰\times(t-۰/۳)=۹۰\times(t+۰/۹)$$

$$\Rightarrow ۱۳t-۳/۹=۹t+۸/۱\Rightarrow ۴t=۱۲\Rightarrow t=۳h$$

اکنون طول مسیر حرکت را با جایگذاری $t=۳h$ در رابطهٔ (۱) می‌یابیم:

$$\xrightarrow{(۱)}\Delta x=۱۳۰\times(t-۰/۳)\xrightarrow{t=۳h}۱۳۰\times(۳-۰/۳)=۳۵۱km$$

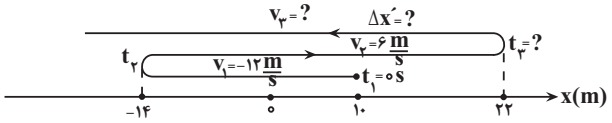
در آخر، سرعت متحرک را برای زمان مشخص شده پیدا می‌کنیم:

$$v=\frac{\Delta x}{t}=\frac{۳۵۱}{۳}=۱۱۷\frac{km}{h}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۶)

۵- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین برادران)*

مطابق شکل زیر، ابتدا مسیر حرکت متحرک را رسم نموده و سپس لحظه‌های $t_۲$ و $t_۳$ را می‌یابیم. دقت کنید، در بازهٔ زمانی $t_۱=۰s$ تا $t_۲$، سرعت ثابت و منفی و در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۳$ سرعت ثابت و مثبت و در لحظه‌های بزرگتر از $t_۳$ سرعت ثابت و منفی است.



$$v_۱=\frac{\Delta x_۱}{\Delta t_۱}\xrightarrow[\Delta t_۱=t_۲-۰=t_۲,v_۱=-۱۲\frac{m}{s}]{\Delta x_۱=-۱۴-۱۰=-۲۴\frac{m}{s}}-۱۲=\frac{-۲۴}{t_۲}\Rightarrow t_۲=۲s$$

$$v_۲=\frac{\Delta x_۲}{\Delta t_۲}\xrightarrow[v_۲=۶\frac{m}{s},\Delta t_۲=t_۳-۲]{\Delta x_۲=۲۲-(-۱۴)=۳۶m}۶=\frac{۳۶}{t_۳-t_۲=t_۳-۲}\Rightarrow t_۳=۸s$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ تندی متوسط، تندی متحرک برای لحظه‌های $t>۸s$ را می‌یابیم:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۱۰s,s_{av}=۹\frac{m}{s}]{\ell=|-۱۴-۱۰|+|۲۲-(-۱۴)|+|\Delta x'|}$$

$$۹=\frac{۲۴+۳۶+|\Delta x'|}{۱۰}\Rightarrow|\Delta x'|=۳۰m\Rightarrow\Delta x'=-۳۰m$$

در این مرحله سرعت را برای لحظه‌های $t>۸s$ می‌یابیم:

$$v_۳=\frac{\Delta x'}{\Delta t'}\xrightarrow[\Delta t'=۱۰-۸=۲s]{\Delta x'=-۳۰m}v_۳=\frac{-۳۰}{۲}=-۱۵\frac{m}{s}$$

در آخر، شتاب متوسط متحرک را پیدا می‌کنیم:

$$a_{av}=\frac{v_۳-v_۱}{\Delta t}\xrightarrow[v_۱=-۱۲\frac{m}{s}]{\Delta t=۱۰s,v_۳=-۱۵\frac{m}{s}}$$

$$a_{av}=\frac{-۱۵-(-۱۲)}{۱۰}=-۰/۳\frac{m}{s^۲}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۶ و ۱۱ تا ۱۳)

۶- گزینهٔ «۲» *(رضا کریم)*

الف) نادرست است. در بازهٔ زمانی $0s$ تا t_1 سرعت مثبت است، بنابراین متحرک در جهت محور x در حال حرکت است. اما چون مشخص نیست که از مبدأ مکان عبور کرده باشد، لذا نمی‌توان قطعاً گفت، بردار مکان متحرک تغییر کرده است. دقت کنید، در صورتی بردار مکان تغییر می‌کند که متحرک از مبدأ مکان عبور کند.

ب) درست است. چون در بازهٔ زمانی $0s$ تا t_2، سرعت مثبت است، لذا جهت حرکت تغییر نمی‌کند، بنابراین، مسافت طی شده و جابه‌جایی در این بازهٔ زمانی یکسان است، در نتیجه، تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط نیز یکسان خواهند بود.

پ) درست است. در لحظهٔ t_1، شیب نمودار که معرف شتاب متحرک است، تغییر می‌کند، لذا، جهت بردار شتاب نیز تغییر خواهد کرد.

ت) نادرست است. به محاسبات زیر توجه کنید. (هر خانه را یک واحد در نظر گرفته‌ایم.)

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow |a_{av_{t_2\text{تا}t_1}}|=|\frac{0-v}{t_2-t_1}|=|\frac{-5}{6-5}|=5$$

$$|a'_{av_{t_1\text{تا}0}}|=|\frac{v_1-v_0}{t_1-0}|=|\frac{5-1}{5}|=\frac{4}{5}$$

$$\frac{|a_{av}|}{|a'_{av}|}=\frac{5}{\frac{4}{5}}=\frac{25}{4}$$

بنابراین، دو مورد از موارد داده شده، صحیح می‌باشند.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۶ و ۱۰ تا ۱۳)

۷- گزینهٔ «۲» *(مهیر میرزایی)*

چون متحرک در مبدأ زمان $(t=0s)$ از مبدأ مکان $(x_0=0)$ شروع به حرکت نموده است، ابتدا با استفاده از معادلهٔ سرعت - مکان داده شده، سرعت اولیهٔ (v_0) متحرک را می‌یابیم:

$$v=x+2\sqrt{x}+2\xrightarrow[x=0]{t=0s}v_0=0+2\sqrt{0}+2\Rightarrow v_0=2\frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از بزرگی سرعت متوسط در ۹ ثانیهٔ اول، مکان جسم در لحظهٔ $t=9s$ را پیدا می‌کنیم:

$$v_{av}=\frac{x_{9s}-x_0}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=9s,x_0=0]{v_{av}=4\frac{m}{s}}4=\frac{x_{9s}-0}{9}\Rightarrow x_{9s}=36m$$

در این قسمت، سرعت متحرک در مکان $x=36m$ را حساب می‌کنیم:

$$v=x+2\sqrt{x}+2\xrightarrow{x=36m}v=36+2\sqrt{36}+2=38+2\times6$$

$$=50\frac{m}{s}$$

در آخر، شتاب متوسط را می‌یابیم:

$$a_{av}=\frac{v-v_0}{\Delta t}\xrightarrow[v=50\frac{m}{s},v_0=2\frac{m}{s}]{\Delta t=9-0=9s}a_{av}=\frac{50-2}{9}=\frac{48}{9}=\frac{16}{3}\frac{m}{s^2}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۶، ۱۰ و ۱۱)

۸- گزینهٔ «۱» *(طاهر جمشیدیان)*

ابتدا با استفاده از داده‌های روی نمودار مکان - زمان، تندی متحرک A را می‌یابیم و به دنبال آن تندی متحرک B را پیدا می‌کنیم. چون نمودار مکان - زمان هر دو متحرک به‌صورت خط راست است، سرعت متحرک‌ها ثابت و برابر شیب خط‌ها می‌باشد. بنابراین داریم:

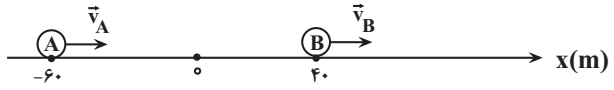
$$v_A=\frac{\Delta x_A}{\Delta t_A}=\frac{0-(-60)}{6-0}=10\frac{m}{s}$$

$$v_A=2v_B\Rightarrow 10=2v_B\Rightarrow v_B=5\frac{m}{s}$$

اکنون معادلهٔ مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x=vt+x_0\Rightarrow\begin{cases}x_{0A}=-60m,v_A=10\frac{m}{s}\xrightarrow{}x_A=10t-60\\ x_{0B}=40m,v_B=5\frac{m}{s}\xrightarrow{}x_B=5t+40\end{cases}$$

چون $v_A>v_B$ است و متحرک A به دنبال متحرک B در حال حرکت است، یک‌بار قبل از رسیدن به متحرک B و بار دیگر بعد از عبور از آن فاصلهٔ دو متحرک به $20m$ می‌رسد. بنابراین داریم:



بار اول:

$$x_B-x_A=20m\Rightarrow 5t_1+40-(10t_1-60)=20$$

$$\Rightarrow -5t_1+100=20\Rightarrow 80=5t_1\Rightarrow t_1=16s$$

بار دوم:

$$x_A-x_B=20m\Rightarrow 10t_2-60-(5t_2+40)=20$$

$$\Rightarrow 5t_2=120\Rightarrow t_2=24s$$

بنابراین در بازهٔ زمانی $t_1=16s$ تا $t_2=24s$، به مدت $\Delta t=24-16=8s$، فاصلهٔ دو متحرک کمتر یا مساوی $20m$ است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۹- گزینهٔ «۴» *(حسین الهی)*

اگر طول پل را x، طول قطار A را L_A و تندی آن را v_A در نظر بگیریم، با توجه به این‌که قطارها با سرعت ثابت در حال حرکت‌اند، با استفاده از معادلهٔ مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت می‌توان نوشت:

$$\Delta x=v\Delta t\Rightarrow\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B}=\frac{v_A}{v_B}\times\frac{\Delta t_A}{\Delta t_B}$$

$$\xrightarrow[\Delta x_A=L_A+x,v_B=3v_A]{\Delta t_A=\Delta t_B,\Delta x_B=L_B+x}\frac{L_A+x}{L_B+x}=\frac{v_A}{3v_A}\times1$$

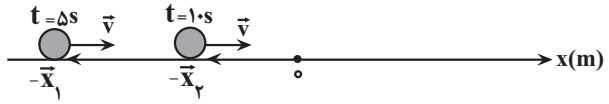
$$\xrightarrow{L_A=\frac{1}{5}L_B}\frac{\frac{1}{5}L_B+x}{L_B+x}=\frac{1}{3}\Rightarrow L_B+x=\frac{3}{5}L_B+3x$$

$$\Rightarrow\frac{2}{5}L_B=2x\Rightarrow\frac{x}{L_B}=\frac{1}{5}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۰- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین برادران)*

الف) درست است. به‌طور کلی، وقتی بردارهای مکان و سرعت در خلاف جهت یکدیگر باشند، متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است. از طرف دیگر، چون سرعت متحرک ثابت است، وقتی در لحظهٔ $t=10s$، بردارهای مکان و سرعت در خلاف جهت یکدیگر باشند، در تمام لحظه‌های $t<10s$ از جمله $t=5s$ نیز این دو بردار در خلاف جهت یکدیگر بوده‌اند.



ب) نادرست است. چون تندی و مکان متحرک در لحظهٔ $t=10s$ مشخص نیست، بنابراین نمی‌توان قطعاً گفت در لحظهٔ $t=12s$ در حال دور شدن از مبدأ مکان است.

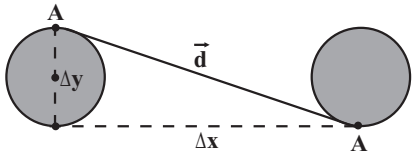
پ) درست است. مطابق توضیحات قسمت «الف»

ت) درست است. چون سرعت متحرک ثابت و در لحظهٔ $t=10s$ در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است، در یکی از لحظه‌های $t>10s$ از مبدأ مکان عبور می‌کند. بنابراین، گزاره‌های (الف)، (پ) و (ت) درست است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۶)

۱۱– گزینهٔ «۴» *(آراس محمدی)*

مطابق شکل، نقطهٔ A روی چرخ خودرو بیشترین فاصله از سطح زمین را دارد. وقتی این چرخ $\frac{3}{2}$ دور می‌چرخد، در یک دور اول چرخش نقطهٔ A دوباره به‌جای اولش می‌گردد و در $\frac{1}{2}$ دور بعدی، با سطح زمین تماس پیدا می‌کند. بنابراین، جابه‌جایی نقطهٔ A در $\frac{3}{2}$ دور برابر بردار $\vec{d}$ است که بزرگی آن را به‌صورت زیر می‌یابیم. در این حالت لازم است، ابتدا Δx و Δy را پیدا کنیم. دقت کنید، Δx، $\frac{3}{2}$ برابر محیط دایره و Δy برابر قطر دایره است.

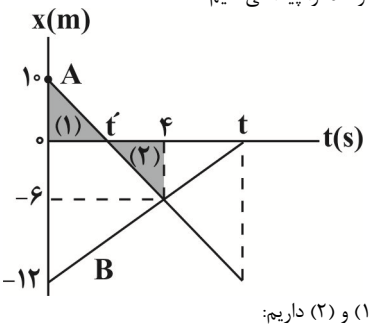


$$\Delta x=\frac{3}{2}\times \text{محیط دایره}=\frac{3}{2}\times(2\pi R)=3\pi R$$
$$\Delta y=\text{قطر}=2R$$
$$d=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}=\sqrt{9\pi^2R^2+4R^2}\xrightarrow{\pi^2=10}$$
$$d=\sqrt{9\times10R^2+4R^2}=\sqrt{94R^2}=R\sqrt{94}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۲– گزینهٔ «۳» *(مصطفی کیانی)*

با توجه به شکل زیر، بردار مکان متحرک A تا لحظهٔ t' در جهت محور x و در بازهٔ زمانی t' تا t در خلاف جهت محور x است. هم‌چنین، بردار مکان متحرک B در بازهٔ زمانی صفر تا t همواره در خلاف جهت محور x می‌باشد. بنابراین، در بازهٔ زمانی t' تا t بردار مکان هر دو متحرک هم‌جهت و در خلاف جهت محور x می‌باشد. برای محاسبهٔ $\Delta t=t-t'$، ابتدا از تشابه مثلث‌ها، t و t' را پیدا می‌کنیم:



از تشابه مثلث‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{10}{6}=\frac{t'}{4-t'}\Rightarrow 6t'=40-10t'\Rightarrow t'=2/5s$$

از تشابه مثلث، با قاعدهٔ (صفر تا t) و مثلث با قاعدهٔ (4 تا t) مقدار t را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{12}{6}=\frac{t}{t-4}\Rightarrow 12t-48=6t\Rightarrow 6t=48\Rightarrow t=8s$$

بنابراین، مدت زمانی که بردار مکان دو متحرک A و B هم‌جهت است، برابر است با:

$$\Delta t=t-t'=8-2/5=5/5s$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های۴، ۱۳ و ۱۴)

۱۳– گزینهٔ «۱» *(یوسف الهویردی‌زاده)*

چون در حرکت با سرعت ثابت، سرعت متوسط و سرعت لحظه‌ای یکسان است، به‌صورت زیر سرعت متحرک را می‌یابیم:

$$v=v_{av}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}\xrightarrow[t_2=7s,t_1=2s]{x_2=30m,x_1=-10m}v=\frac{30-(-10)}{7-2}=8\frac{m}{s}$$

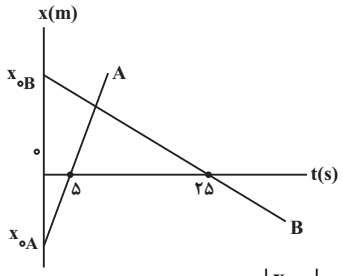
برای محاسبهٔ مکان اولیهٔ متحرک کافی است از معادلهٔ مکان – زمان در حرکت با سرعت ثابت، استفاده کنیم:

$$x=vt+x_0\xrightarrow[x_1=-10m]{t_1=2s,v=8\frac{m}{s}}-10=8\times2+x_0\Rightarrow x_0=-26m$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های۳ تا ۶، ۱۳ و ۱۴)

۱۴– گزینهٔ «۲» *(احسان مطلبی)*

ابتدا با استفاده از نمودار مکان – زمان داده شده و باتوجه به این‌که تندی متحرک A، چهار برابر تندی متحرک B و فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t=0s$ برابر $|x_{0A}|+x_{0B}=90m$ است، مکان اولیهٔ متحرک‌ها را می‌یابیم:



$$\text{تندی متحرک } A=\text{شیب خط } A\Rightarrow s_A=\frac{|x_{0A}|}{5}\quad(1)$$

$$\text{تندی متحرک } B=\text{شیب خط } B\Rightarrow s_B=\frac{|x_{0B}|}{25}\quad(2)$$

$$s_A=4s_B\xrightarrow{(1),(2)}\frac{|x_{0A}|}{5}=4\times\frac{x_{0B}}{25}\Rightarrow|x_{0A}|=0/8x_{0B}\quad(3)$$

از طرف دیگر داریم:

$$|x_{0A}|+x_{0B}=90\xrightarrow{(3)}0/8x_{0B}+x_{0B}=90$$
$$\Rightarrow 1/8x_{0B}=90\Rightarrow x_{0B}=50m\Rightarrow x_{0A}=-40m$$

اکنون سرعت متحرک‌های A و B را می‌یابیم:

$$v_A=\frac{\Delta x_A}{\Delta t_A}=\frac{0-(-40)}{5-0}=8\frac{m}{s}$$
$$v_B=\frac{\Delta x_B}{\Delta t_B}=\frac{0-50}{25-0}=-2\frac{m}{s}$$

در آخر با استفاده از معادلهٔ مکان – زمان در حرکت با سرعت ثابت، فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t=30s$ را می‌یابیم:

$$x=vt+x_0\Rightarrow\begin{cases}x_A=8t-40\\x_B=-2t+50\end{cases}$$
$$x_A-x_B=8t-40-(-2t+50)=10t-90$$
$$\xrightarrow{t=30s}x_A-x_B=10\times30-90=210m$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های۳ تا ۸ ، ۱۳ و ۱۴)

۱۵– گزینهٔ «۱» *(امیرحسین برادران)*

ابتدا معادلهٔ سرعت – زمان متحرک را می‌یابیم. چون نمودار $v-t$ به‌صورت سهمی است، به کمک معادلهٔ ریاضی سهمی معادلهٔ سرعت برابر است با:

$$v=b(t-2)(t-6)\Rightarrow v=b(t^2-8t+12)$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ شتاب متوسط برای بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 داریم:

$$a_{av}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}\xrightarrow[v_1=b(t_1^2-8t_1+12)]{v_2=b(t_2^2-8t_2+12)}$$

$$a_{av}=\frac{b(t_2^2-8t_2+12)-b(t_1^2-8t_1+12)}{t_2-t_1}$$

$$\Rightarrow a_{av}=\frac{b[t_2^2-t_1^2-8(t_2-t_1)]}{t_2-t_1}$$

$$\Rightarrow a_{av}=\frac{b(t_2-t_1)(t_2+t_1-8)}{t_2-t_1}\Rightarrow a_{av}=b(t_2+t_1-8)$$

در آخر شتاب متوسط هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ «۱»:

$$\xrightarrow[t_2=2/5s]{t_1=1/5s} a_{av}=b(2/5+1/5-8)=-4b$$

گزینهٔ «۲»:

$$\xrightarrow[t_2=7s]{t_1=4/5s} a_{av}=b(4/5+7-8)=3/5b$$

گزینهٔ «۳»:

$$\xrightarrow[t_2=6/5s]{t_1=3/5s} a_{av}=b(3/5+6/5-8)=2b$$

گزینهٔ «۴»:

$$\xrightarrow[t_2=6s]{t_1=1s} a_{av}=b(1+6-8)=-b$$

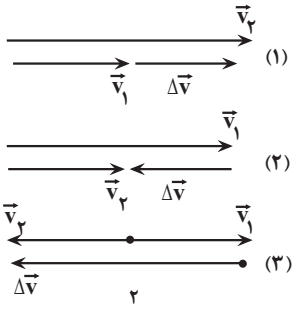
می‌بینیم، بزرگی شتاب در بازهٔ زمانی $1/5s$ تا $2/5s$ از سایر بازه‌های زمانی داده شده بیشتر است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۶- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین برادران)*

طبق رابطهٔ $\vec{a}_{av}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ بردار شتاب متوسط $(\vec{a}_{av})$ هم‌جهت با بردار تغییر سرعت $(\Delta\vec{v})$ است. از طرف دیگر، چون متحرک روی محور x حرکت می‌کند، بردار $\vec{v}$ همواره هم‌راستا با محور x است. بنابراین، مطابق شکل‌های زیر، ۳ حالت داریم:

۱) $\vec{v}_1$ هم‌جهت با $\vec{v}_2$ و $|\vec{v}_2|>|\vec{v}_1|$ باشد.
۲) $\vec{v}_1$ هم‌جهت با $\vec{v}_2$ و $|\vec{v}_1|>|\vec{v}_2|$ باشد.
۳) $\vec{v}_1$ در خلاف جهت $\vec{v}_2$ باشد.



اکنون به بررسی هریک از عبارت‌ها می‌پردازیم:

الف) درست است. مطابق شکل (۱)، $\Delta\vec{v}$ (و در نتیجه $\vec{a}_{av}$) هم‌جهت با بردار $\vec{v}_2$ است.

ب) نادرست است. مطابق شکل (۲) $\Delta\vec{v}$ (و در نتیجه $\vec{a}_{av}$) در خلاف جهت بردار $\vec{v}_1$ است.

پ) درست است. مطابق شکل (۳)

ت) نادرست است. مطابق شکل (۱)، $|\vec{v}_1|<|\vec{v}_2|$ است.

بنابراین، تعداد ۲ عبارت درست است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰ و ۱۱)

۱۷- گزینهٔ «۱» *(رضا کریم)*

می‌دانیم، شتاب متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان برابر شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار سرعت – زمان را به یکدیگر وصل می‌کند. بنابراین، در بازه‌های زمانی $(t_1$ تا $t_2)$، $(t_1$ تا $t_3)$ و $(t_2$ تا $t_3)$ شیب پاره‌خطی که نقاط نظیر هر دو لحظه را به‌هم وصل می‌کند، مثبت و در بازهٔ زمانی (صفر تا t_1) منفی است.

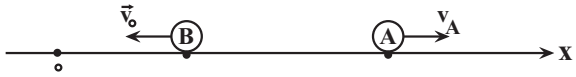
(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۱۸- گزینهٔ «۴» *(رضا کریم)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست است. چون شیب خط A مثبت و شیب خط B منفی است. $v_A>0$ و $v_B<0$ است، بنابراین، متحرک A در جهت محور x و متحرک B در خلاف جهت آن حرکت می‌کند.

گزینهٔ «۲»: نادرست است. با توجه به شکل زیر، چون دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کنند و تغییر جهت نمی‌دهند، پیوسته از هم دور می‌شوند.



گزینهٔ «۳»: نادرست است. بردار مکان متحرک A همواره در جهت محور x، است و تغییر جهت نمی‌دهد، اما، متحرک B تا لحظه‌ای که از مبدأ مکان عبور می‌کند، بردار مکان آن در جهت محور x و بعد از آن، در خلاف جهت محور x خواهد بود.

گزینهٔ «۴»: درست است. مطابق توضیحات گزینهٔ «۲»

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۶ ، ۱۳ و ۱۴)

۱۹- گزینهٔ «۴» *(احمد مرادی‌پور)*

روش اول: وقتی دو خودرو به‌هم می‌رسند، مکان برابری دارند. بنابراین، ابتدا با استفاده از معادلهٔ مکان – زمان در حرکت با سرعت ثابت و با فرض این‌که $v_B>v_A$ باشد، داریم:

$$x_A=x_B\Rightarrow v_At+x_{0A}=v_Bt+x_{0B}\Rightarrow(v_B-v_A)t=x_{0A}-x_{0B}$$

$$\xrightarrow[x_{0A}-x_{0B}=d]{t=6s}(v_B-v_A)\times6=d\Rightarrow v_B-v_A=\frac{d}{6}$$

اکنون لحظه‌هایی را که فاصلهٔ دو خودرو $\frac{2d}{3}$ می‌شود، می‌یابیم، دو حالت برای آن در نظر می‌گیریم:

$$x_B-x_A=\frac{-2d}{3}\Rightarrow(v_B-v_A)t+(x_{0B}-x_{0A})=\frac{-2d}{3}$$

$$\frac{d}{6}t-d=\frac{-2d}{3}\Rightarrow\frac{d}{6}t=\frac{d}{3}\Rightarrow t=2s$$

حالت دوم: دو خودرو پس از عبور از کنار هم، از هم دور می‌شوند.

$$|x_B-x_A|=\frac{2d}{3}\Rightarrow x_B-x_A=\frac{2d}{3}\Rightarrow(v_B-v_A)t+(x_{0B}-x_{0A})=\frac{2d}{3}$$

$$\xrightarrow[x_{0B}-x_{0A}=-d]{v_B-v_A=\frac{d}{6}}\frac{d}{6}t-d=\frac{2d}{3}\Rightarrow\frac{d}{6}t=\frac{5d}{3}\Rightarrow t=10s$$

بنابراین، در بازهٔ زمانی $2s$ تا $10s$ به مدت $\Delta t=10-2=8s$، فاصلهٔ دو خودرو کمتر یا مساوی $\frac{2d}{3}$ است.

روش دوم: استفاده از حرکت نسبی، در این روش، یکی از متحرک‌ها را (معمولاً متحرک با سرعت کمتر) ساکن فرض می‌کنیم و برای متحرک دیگر سرعت نسبی در نظر می‌گیریم و از رابطهٔ $\Delta x_{نسبی}=v_{نسبی}\Delta t$ استفاده می‌کنیم. دقت کنید، اگر دو متحرک خلاف جهت یکدیگر حرکت کنند، $v_{نسبی}=|v_A|+|v_B|$ و اگر هم‌جهت حرکت کنند، $v_{نسبی}=|v_A-v_B|$ است. در این‌جا، چون معلوم نیست کدام متحرک سرعت کمتری

دارد، به دلخواه متحرک B را ساکن فرض می‌کنیم، در نتیجه متحرک A برای رسیدن به متحرک B باید d متر جابه‌جا شود. در این حالت داریم:

$$\Delta x = v_{\text{نسبی}}\Delta t \xrightarrow[\Delta t=۶s]{\Delta x=d} d = v_{\text{نسبی}} \times ۶ \Rightarrow v_{\text{نسبی}} = \frac{d}{۶}$$

در آخر، چون باید فاصلهٔ دو خودرو $\frac{۲d}{۳}$ یا کمتر از آن باشد، بنابراین، فاصلهٔ دو خودرو و یک‌بار قبل از رسیدن به‌هم $\frac{۲d}{۳}$ می‌شود و بار دیگر، بعد از عبور از کنار هم به $\frac{۲d}{۳}$ خواهد رسید. یعنی، می‌توان گفت، فاصلهٔ متحرک A از متحرک ساکن B به $\frac{۴d}{۳}$ می‌رسد. بنابراین داریم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}}\Delta t \xrightarrow[v_{\text{نسبی}}=\frac{d}{۶}]{\Delta x_{\text{نسبی}}=\frac{۴d}{۳}} \frac{۴d}{۳} = \frac{d}{۶} \times \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta t = ۸s$$

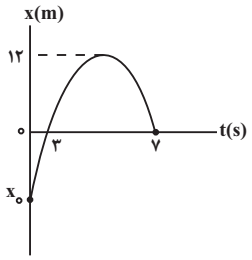
(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ تا ۶ ، ۱۳ و ۱۴)

۲۰- گزینهٔ «۲» *(حسین طرفی)*

ابتدا با استفاده از رابطهٔ تندی متوسط، مسافت پیموده شده را می‌یابیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=۷s]{s_{av}=۴\frac{m}{s}} ۴ = \frac{\ell}{۷} \Rightarrow \ell = ۲۸m$$

اکنون با استفاده از نمودار مکان – زمان و مسافت طی شده، مکان اولیه $(x_۰)$ را پیدا می‌کنیم:



$$\ell = |۱۲ - x_۰| + |۰ - ۱۲|$$

$$\xrightarrow{\ell=۲۸m} ۲۸ = ۱۲ - x_۰ + ۱۲ \Rightarrow x_۰ = -۴m$$

در آخر، با داشتن $x_۰$، به‌صورت زیر سرعت متوسط را می‌یابیم:

$$v_{av} = \frac{x_{۷s} - x_۰}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=۷-۰=۷s]{x_{۷s}=۰, x_۰=-۴m}$$

$$v_{av} = \frac{۰-(-۴)}{۷-۰} = \frac{۴}{۷}\frac{m}{s}$$

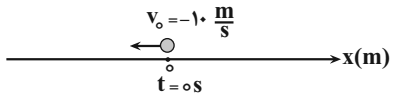
(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳ و ۴ و ۶ تا ۸)

۱- گزینهٔ «۲» *(رضا حسین‌نژادی)*

ابتدا معادلهٔ سرعت – زمان متحرک را می‌نویسیم. دقت کنید، چون متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، سرعت اولیهٔ آن منفی است.

$$v=at+v_0 \xrightarrow{v_0=-10\frac{m}{s},\ a=-4\frac{m}{s^2}} v=-4t-10$$

اکنون سرعت متحرک را در لحظهٔ $t=5s$ پیدا می‌کنیم:



$$v=-4t-10 \xrightarrow{t=5s} v=(-4\times5)-10=-30\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)*

۲- گزینهٔ «۳» *(پژمان بردبار)*

با توجه به رابطهٔ $x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$، برای نوشتن معادلهٔ مکان – زمان به a، v_0 و x_0 نیاز داریم. بنابراین، ابتدا a و v_0 را از معادلهٔ سرعت – زمان به‌دست می‌آوریم:

$$v=at+v_0$$

$$v=-2t+4 \Rightarrow \begin{cases} a=-2\frac{m}{s^2} \\ v_0=4\frac{m}{s} \end{cases}$$

اکنون معادلهٔ مکان – زمان را می‌نویسیم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \xrightarrow[v_0=4\frac{m}{s}]{x_0=5m,\ a=-2\frac{m}{s^2}} x=\frac{1}{2}\times(-2)t^2+4t+5$$

$$\Rightarrow x=-t^2+4t+5$$

(حرکت بر خط راست) *(فیزیک ۳، صفحهٔ ۱۷)*

۳- گزینهٔ «۱» *(پژمان بردبار)*

چون شتاب ثابت و v_1 ، v_2 ، x_1 و x_2 معلوم‌اند، با استفاده از رابطهٔ سرعت – جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت (مستقل از زمان) به‌صورت زیر a را می‌یابیم:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a\Delta x \xrightarrow[v_1=+4\frac{m}{s},\ v_2=-6\frac{m}{s}]{\Delta x=x_2-x_1=-15-10=-25m}$$

$$(-6)^2 = 4^2 + 2a\times(-25) \Rightarrow 36 = 16 - 50a$$

$$\Rightarrow 20 = -50a \Rightarrow a = -0/4\frac{m}{s^2}$$

(حرکت بر خط راست) *(فیزیک ۳، صفحهٔ ۱۸)*

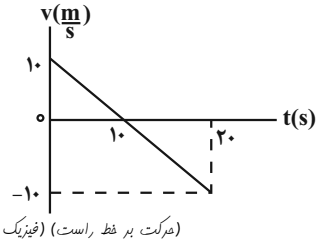
۴- گزینهٔ «۴» *(مصطفی کیانی)*

چون $v_0 > 0$ و $a < 0$ است، قطعاً در ابتدا حرکت متحرک کندشونده است. بنابراین، گزینهٔ «۱» و «۲» حذف می‌شوند. برای آن‌که مشخص کنیم در تمام بازهٔ زمانی $0s$ تا $20s$، حرکت کندشونده بوده، یا این‌که در بخشی از این بازه، حرکت تندشونده است، لازم است، معادلهٔ سرعت – زمان متحرک را بنویسیم و لحظهٔ تغییر جهت، و سرعت آن در لحظهٔ $t = 20s$ را بیابیم و سپس نمودار $v-t$ را رسم کنیم. دقت کنید چون شتاب ثابت است، نمودار به‌صورت خط راست رسم می‌شود.

$$v = at + v_0 \xrightarrow[a=-1\frac{m}{s^2}]{v_0=10\frac{m}{s}} v = -t + 10$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v = 0 \Rightarrow 0 = -t + 10 \Rightarrow t = 10s \\ t = 20s \Rightarrow v = -20 + 10 = -10\frac{m}{s} \end{cases}$$

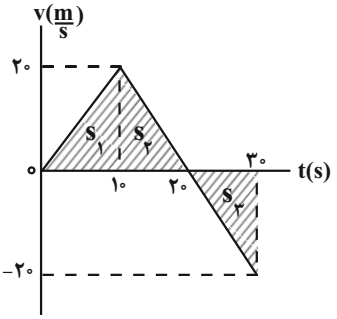
نمودار سرعت – زمان نشان می‌دهد، در بازهٔ زمانی $0s$ تا $10s$ تندی متحرک در حال کاهش و پس از آن در حال افزایش است. بنابراین، در بازهٔ زمانی $0s$ تا $20s$، ابتدا حرکت کندشونده و سپس تندشونده است.



(حرکت بر خط راست) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)*

۵- گزینهٔ «۱» *(مصطفی کیانی)*

نمودار سرعت – زمان داده شده نشان می‌دهد، در بازهٔ زمانی $0s$ تا $10s$ شتاب متحرک ثابت و مثبت و حرکت آن تندشونده، بدون سرعت اولیه و در جهت محور x و در بازهٔ زمانی $10s$ تا $30s$ شتاب متحرک ثابت و منفی و حرکت آن ابتدا کندشونده در جهت محور x (بازهٔ زمانی $10s$ تا $20s$) و سپس در لحظهٔ $t = 20s$ تغییر جهت می‌دهد و در بازهٔ زمانی $20s$ تا $30s$، حرکت متحرک تندشونده و در خلاف جهت محور x است. بنابراین، با توجه به این‌که مساحت سطح بین نمودار $v-t$ و محور t برابر جابه‌جایی متحرک است، ابتدا مکان متحرک را در لحظه‌های $t = 10s$، $t = 20s$ و $t = 30s$ به‌دست می‌آوریم:



$$x_{t=10s} = x_0 + \Delta x_1 \xrightarrow[x_0=-10m]{\Delta x_1 = s_1 = \frac{20\times10}{2} = 100m} x_{t=10s} = -10 + 100 = 90m$$

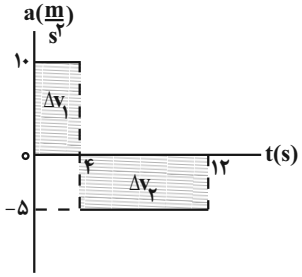
$$x_{t=20s} = x_{10s} + \Delta x_2 \xrightarrow[x_{10s}=90m]{\Delta x_2 = s_2 = \frac{20\times(20-10)}{2} = 100m} x_{t=20s} = 90 + 100 = 190m$$

$$x_{t=30s} = x_{20s} + \Delta x_3 \xrightarrow[x_{t=20s}=190m]{\Delta x_3 = s_3 = \frac{-20\times(30-20)}{2} = -100m} x_{t=30s} = 190 - 100 = 90m$$

با مشخص شدن مکان متحرک در لحظه‌های ذکر شده، باید نمودار مکان – زمان به‌گونه‌ای باشد که در بازهٔ زمان‌های $0s$ تا $10s$ شیب خط مماس بر نمودار که معرف سرعت است، مثبت و در حال افزایش و در بازهٔ زمانی $10s$ تا $20s$، شیب خط مماس بر نمودار مثبت و در حال کاهش به‌طوری‌که در لحظهٔ $t = 20s$، شیب خط مماس بر نمودار صفر باشد. در آخر، در بازهٔ زمانی $20s$ تا $30s$ شیب خط مماس بر نمودار منفی و در حال افزایش باشد. دقت کنید، در هر بازهٔ زمانی $a > 0$ باشد، تقعر نمودار سهمی شکل مکان – زمان به طرف بالا و اگر $a < 0$ باشد، تقعر نمودار مکان – زمان به طرف پایین خواهد بود. بنابراین، با توجه به توضیحات ذکر شده، نمودار گزینهٔ «۱» درست است. *(حرکت بر خط راست)* *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)*

۶- گزینهٔ «۱» *(مریم شیخ‌ممو)*

ابتدا نمودار سرعت – زمان را رسم می‌کنیم. به همین منظور با استفاده از مساحت سطح بین نمودار $a-t$ و محور t که معرف Δv است، سرعت متحرک را در لحظه‌های $t = 4s$ و $t = 12s$ می‌یابیم:



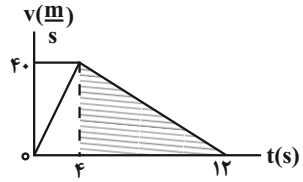
$$\Delta v_1 = 10\times4 = 40\frac{m}{s}$$

$$\Delta v_2 = -5\times(12-4) = -40\frac{m}{s}$$

$$v_{t=4s} = v_0 + \Delta v_1 \xrightarrow{v_0=0} v_{t=4s} = 0 + 40 = 40\frac{m}{s}$$

$$v_{t=12s} = v_{t=4s} + \Delta v_2 = 40 + (-40) = 0$$

اکنون با رسم نمودار سرعت – زمان و استفاده از مساحت سطح بین نمودار $v-t$ و محور t (مثلث رنگ شده) مسافت طی شده را پیدا می‌کنیم. دقت کنید، در هر مرحله که شتاب ثابت است، نمودار $v-t$ به‌صورت خط راست رسم می‌شود.



$$\ell_{12s\,to\,4s} = \frac{40\times(12-4)}{2} = 160m$$

(حرکت بر خط راست) *(فیزیک ۳، صفحهٔ ۲۱)*

۷- گزینهٔ «۳» *(رضا کریم)*

چون شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = 6s$ برابر صفر است، سرعت متحرک در این لحظه صفر می‌باشد. بنابراین، ابتدا با استفاده از معادلهٔ جابه‌جایی – زمان در

حرکت با شتاب ثابت که برای بازهٔ زمانی $t=۶s$ تا $t=۱۵s$ می‌نویسیم، شتاب حرکت متحرک را می‌یابیم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_{t=۶s} \times t \xrightarrow[t=۱۵-۶=۹s, v_{t=۶s}=۰]{\Delta x=۰-۱۸=-۱۸m}$$

$$-۱۸ = \frac{۱}{۲}a \times ۸۱ + (۰ \times ۹) \Rightarrow a = -\frac{۴}{۹}\frac{m}{s^۲}$$

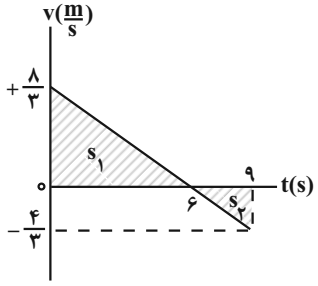
اکنون، با استفاده از معادلهٔ سرعت – زمان، سرعت اولیه و سرعت در لحظهٔ $t=۹s$ را پیدا می‌کنیم:

$$v = at + v_۰ \xrightarrow[t=۶s]{v_{t=۶s}=۰, a=-\frac{۴}{۹}\frac{m}{s^۲}}$$

$$۰ = -\frac{۴}{۹} \times ۶ + v_۰ \Rightarrow v_۰ = \frac{۸}{۳}\frac{m}{s}$$

$$v = at + v_۰ \xrightarrow{t=۹s} v_{t=۹s} = -\frac{۴}{۹} \times ۹ + \frac{۸}{۳} = -۴ + \frac{۸}{۳} = -\frac{۴}{۳}\frac{m}{s}$$

در این قسمت با رسم نمودار سرعت – زمان و استفاده از مساحت بین نمودار $v-t$ و محور t، مسافت طی شده توسط متحرک را می‌یابیم:



$$\ell = |s_۱| + |s_۲| = \left|\frac{\frac{۸}{۳} \times ۶}{۲}\right| + \left|\frac{-\frac{۴}{۳} \times (۹-۶)}{۲}\right| \Rightarrow \ell = ۸ + ۲ = ۱۰m$$

در آخر، تندی متوسط برابر است با:

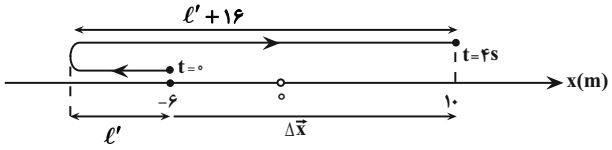
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\ell=۱۰m]{\Delta t=۹-۰=۹s} s_{av} = \frac{۱۰}{۹}\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۰)

۸– گزینهٔ «۲»

(رضا کریم)

ابتدا با توجه به مسیر حرکت متحرک در شکل زیر، مسافت طی شده و جابه‌جایی آن را در ۴ ثانیهٔ اول (بازهٔ زمانی $t=۰s$ تا $t=۴s$)، می‌یابیم:



$$\text{مسافت} = \ell = \ell' + \ell' + ۱۶ = ۲\ell' + ۱۶$$

$$\Delta x = x_۲ - x_۱ = ۱۰ - (-۶) = ۱۶m$$

از طرف دیگر داریم:

$$s_{av} - |v_{av}| = ۲ \xrightarrow[|v_{av}|=\frac{|\Delta x|}{\Delta t}]{s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}} \frac{\ell}{\Delta t} - \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = ۲ \xrightarrow{\Delta t=۴s}$$

$$\frac{۲\ell' + ۱۶}{۴} - \frac{۱۶}{۴} = ۲ \Rightarrow \frac{۲\ell' + ۱۶}{۴} = ۶ \Rightarrow ۲\ell' + ۱۶ = ۲۴$$

$$\Rightarrow ۲\ell' = ۸ \Rightarrow \ell' = ۴m$$

اکنون نسبت $\frac{|\Delta x|}{\ell}$ را پیدا می‌کنیم:

$$\ell = ۲\ell' + ۱۶ = (۲ \times ۴) + ۱۶ = ۲۴m$$

$$\frac{|\Delta x|}{\ell} = \frac{۱۶}{۲۴} = \frac{۲}{۳}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۵ ، ۶ و ۱۵ تا ۲۰)

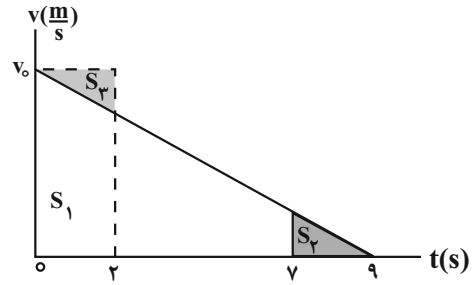
۹– گزینهٔ «۱»

(رضا کریم)

با توجه به این‌که مساحت سطح بین نمودار $v-t$ و محور t برابر جابه‌جایی متحرک است، با فرض این‌که $v_۰ > ۰$ و $a < ۰$ باشد، نمودار $v-t$ کامیون را از لحظهٔ ترمز تا لحظهٔ توقف $(v=۰)$ رسم می‌کنیم و با توجه به آن، $v_۰$ را می‌یابیم. چون مجموع جابه‌جایی کامیون در ۲ ثانیهٔ اول $(۵s$ تا $۷s)$ و ۲ ثانیهٔ آخر حرکت $(۷s$ تا $۹s)$ برابر $۱۲m$ است، به‌صورت زیر $v_۰$ را پیدا می‌کنیم. دقت کنید، مساحت $S_۲$ و $S_۳$ با هم برابر است.

$$S_۱ + S_۲ = ۱۲ \xrightarrow{S_۲=S_۳} S_۱ + S_۳ = ۱۲$$

$$\xrightarrow{S_۱+S_۳=\text{مساحت مستطیل}=۲\times v_۰} ۲ \times v_۰ = ۱۲ \Rightarrow v_۰ = ۶\frac{m}{s}$$



اکنون بزرگی سرعت متوسط را می‌یابیم. چون شتاب کامیون ثابت است، داریم:

$$v_{av} = \frac{v_{t=۹s} + v_۰}{۲} \xrightarrow[v_۰=۶]{v_{t=۹s}=۰} v_{av} = \frac{۰+۶}{۲} = ۳\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

۱۰– گزینهٔ «۱»

(امیرحسین برادران)

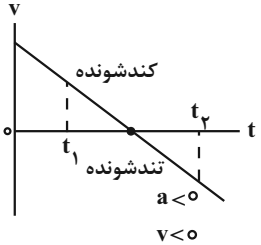
چون در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ تندی متوسط متحرک بزرگتر از بزرگی سرعت متوسط آن است، الزاماً متحرک در این بازهٔ زمانی تغییر جهت داده است. از طرف دیگر، در حرکت با شتاب ثابت، وقتی متحرک تغییر جهت می‌دهد، ابتدا حرکت آن کندشونده و سپس تندشونده خواهد بود. بنابراین، با توجه به این نکته‌ها به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

الف) نادرست است. در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، نوع حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

ب) درست است. در حرکت بر روی خط راست، بعد از لحظهٔ تغییر جهت، نوع حرکت متحرک تندشونده است، بنابراین، بردارهای سرعت و شتاب هم‌جهت‌اند.

پ) درست است. تا لحظهٔ تغییر جهت ($t_۱$ ثانیهٔ اول را هم شامل می‌شود) نوع حرکت کندشونده است.

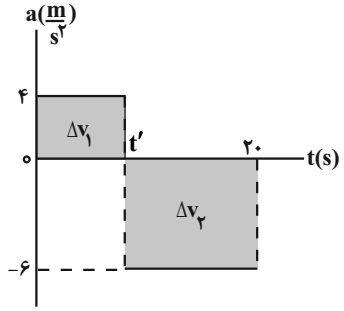
تمام موارد بالا را در نمودار سرعت – زمان شکل زیر می‌بینید، بنابراین، موارد (ب) و (پ) درست‌اند.



(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحهٔ ۱۹)

۱۱- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین برادران)*

می‌دانیم مساحت سطح بین نمودار شتاب – زمان و محور زمان برابر تغییر سرعت است. بنابراین، ابتدا با محاسبهٔ Δv و استفاده از رابطهٔ شتاب متوسط، لحظهٔ تغییر اندازه و جهت شتاب (t') را پیدا می‌کنیم:



$$\Delta v = \Delta v_1 + \Delta v_2 = (4 \times t') + (-6 \times (20 - t'))$$

$$\Rightarrow \Delta v = 4t' - 120 + 6t' = 10t' - 120$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{a_{av} = -\frac{3}{2}\frac{m}{s^2}} \Delta t = 20s$$

$$-\frac{3}{2} = \frac{10t' - 120}{20} \Rightarrow -30 = 10t' - 120$$

$$\Rightarrow 90 = 10t' \Rightarrow t' = 9s$$

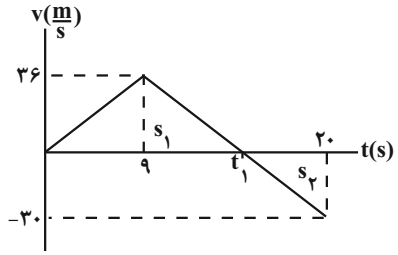
اکنون نمودار سرعت – زمان متحرک را رسم می‌کنیم. به همین منظور، ابتدا سرعت در لحظهٔ $t' = 9s$ و لحظه‌ای را که متحرک تغییر جهت می‌دهد، می‌یابیم:

$$v_{(t'=9s)} = v_0 + \Delta v_1 \xrightarrow[v_0 = 0 \Rightarrow \text{ازحال سکون آغاز کرده}]{\Delta v_1 = 4t' = 4 \times 9 = 36\frac{m}{s}}$$

$$v_{(t'=9s)} = 0 + 36 = 36\frac{m}{s}$$

$$v_{(t=20s)} = v_{(t=9s)} + \Delta v_2 = 36 + (-6 \times (20 - 9)) = -30\frac{m}{s}$$

در این مرحله، لحظهٔ t_1 را پیدا می‌کنیم.با استفاده از تشابه مثلث‌های s_1 و s_2 داریم:



$$\frac{36}{30} = \frac{t_1 - 9}{20 - t_1} \Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{t_1 - 9}{20 - t_1} \Rightarrow t_1 = 15s$$

در ۲۰ ثانیهٔاول حرکت، متحرک در بازهٔ زمانی $0s$ تا $15s$ که $v > 0$ است، در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. بنابراین، با استفاده از مساحت سطح زیر نمودار ، مسافت طی شده را حساب می‌کنیم:

$$\ell = \Delta x = \frac{36 \times t_1}{2} \xrightarrow{t_1 = 15s} \ell = 18 \times 15 = 270m$$

(حرکت بر خط راست) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۰)*

۱۲- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین برادران)*

ابتدا با استفاده از رابطهٔ سرعت – جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت (رابطهٔ مستقل از زمان)، شتاب متحرک را پیدا می‌کنیم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \xrightarrow[v_0 = 4\frac{m}{s}, v = 6\frac{m}{s}]{x_0 = 0, x = 12m} 36 = 16 + 2a \times (12 - 0)$$

$$\Rightarrow 20 = 24a \Rightarrow a = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}\frac{m}{s^2}$$

اکنون با استفاده از رابطه زیر، T را می‌یابیم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = T]{\Delta v = 6 - 4 = 2\frac{m}{s}} \frac{5}{6} = \frac{2}{T} \Rightarrow T = \frac{12}{5}s$$

در آخر، با توجه به این‌که در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی T، تشکیل دنبالهٔ عددی با قدر نسبت aT^2 می‌دهد، به‌صورت زیر، جابه‌جایی در T ثانیهٔ ششم حرکت را پیدا می‌کنیم:

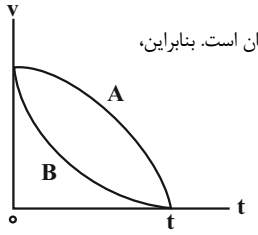
$$\Delta x_n = \Delta x_1 + (n-1)aT^2 \xrightarrow[\Delta x_1 = 12m, a = \frac{5}{6}\frac{m}{s^2}]{T = \frac{12}{5}s, n = 6}$$

$$\Delta x_6 = 12 + (6-1) \times \frac{5}{6} \times (\frac{12}{5})^2 = 12 + 24 = 36m$$

(حرکت بر خط راست) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۷ تا ۱۲ و ۱۸)*

۱۳- گزینهٔ «۴» *(حامد شاهرانی)*

با توجه به نمودار سرعت – زمان داده شده، چون $\Delta t_A = \Delta t_B = t - 0 = t, \Delta v_A = \Delta v_B = 0 - v = -v$ است، بنا به رابطهٔ $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$، شتاب متوسط دو متحرک یکسان است. بنابراین، $a_{av,A} = a_{av,B}$ می‌باشد.

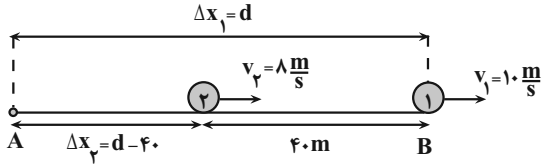


از طرف دیگر، چون مساحت سطح بین نمودار $v - t$ و محور t که معرف جابه‌جایی (در این‌جا برابر مسافت طی شده است) می‌باشد، برای متحرک A بیشتر از متحرک B است، لذا، $\ell_A > \ell_B$ می‌باشد؛ بنابراین، طبق رابطهٔ $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$، تندی متوسط متحرک A بزرگتر از تندی متوسط متحرک B خواهد بود. یعنی $s_{av,A} > s_{av,B}$ است.

(حرکت بر خط راست) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۲ تا ۱۲و ۲۰)*

۱۴- گزینهٔ «۴» *(حامد جمشیدیان)*

در طول مسیر حرکت به‌طور مداوم فاصلهٔ متحرک (۱) از متحرک (۲) بیشتر می‌شود و در لحظه‌ای بیشترین فاصله را از یکدیگر دارندکه متحرک (۱) به نقطهٔ B (انتهای مسیر) رسیده باشد. بنابراین، با توجه به شکل زیر، وقتی متحرک (۱) به نقطهٔ B می‌رسد، جابه‌جایی متحرک (۲) برابر $\Delta x_2 = \Delta x_1 - 40m$ خواهد بود. در این حالت، چون سرعت متحرک‌ها ثابت‌اند، ابتدا با استفاده از رابطهٔ مکان – زمان با سرعت ثابت، فاصلهٔ نقطهٔ A تا نقطهٔ B را می‌یابیم:



$$\Delta t_1 = \Delta t_2 \xrightarrow{\Delta t = \frac{\Delta x}{v}} \frac{\Delta x_1}{v_1} = \frac{\Delta x_2}{v_2} \Rightarrow \frac{d}{10} = \frac{d-40}{8}$$

$$\Rightarrow 10d - 400 = 8d \Rightarrow 2d = 400 \Rightarrow d = 200m$$

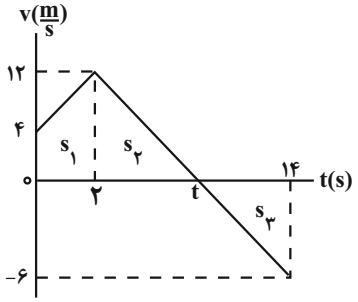
در آخر مدت زمانی‌که متحرک (۲) فاصلهٔ نقطهٔ A تا نقطهٔ B $(d = 200m)$ را طی می‌کند، می‌یابیم:

$$\Delta x_{AB} = v_2 \Delta t_2 \xrightarrow[v_2 = 8\frac{m}{s}]{\Delta x_{AB} = d = 200m} 200 = 8\Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = 25s$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۱۵- گزینهٔ «۲» آزمون وی ای پی *(حمید سلیم‌پور)*

با توجه به شکل زیر، ابتدا لحظهٔ تغییر جهت متحرک را می‌یابیم. به همین منظور، از تشابه مثلث‌های s_2 و s_3 استفاده می‌کنیم.



$$\frac{12}{6} = \frac{t-2}{14-t} \Rightarrow 28 - 2t = t - 2 \Rightarrow 30 = 3t \Rightarrow t = 10s$$

اکنون به بررسی هریک از عبارت‌ها می‌پردازیم:

الف) نادرست است. زیرا، اگر مساحت سطح بین نمودار $v-t$ و محور t تا لحظهٔ تغییر جهت $(t = 10s)$ حساب کنیم و با مکان اولیه جمع نماییم، مکان $x = +44m$ به‌دست می‌آید.

$$\Delta x = s_1 + s_2 = ((\frac{4+12}{2}) \times 2) + (\frac{12 \times (10-2)}{2})) = 16 + 48 = 64m$$

$$x_{t=10s} = x_0 + \Delta x \xrightarrow{x_0 = -20m} x_{t=10s} = -20 + 64 = 44m$$

ب) درست است. ابتدا Δx و ℓ را می‌یابیم و سپس اختلاف آن‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$\Delta x = s_1 + s_2 + s_3 = (\frac{12+4}{2} \times 2) + (\frac{12 \times 8}{2}) + (\frac{-6 \times (14-10)}{2})$$

$$\Delta x = 16 + 48 - 12 = 52m$$

$$\ell = |s_1| + |s_2| + |s_3| = |16| + |48| + |-12| = 76m$$

$$\ell - \Delta x = 76 - 52 = 24m$$

پ) درست است. متحرک در بازهٔ زمانی $0s$ تا $t = 10s$ که $v > 0$ است، در جهت محور x حرکت می‌کند. بنابراین داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 10-0 = 10s]{\Delta v = 0-4 = -4\frac{m}{s}} a_{av} = \frac{-4}{10} = -0/4\frac{m}{s^2}$$

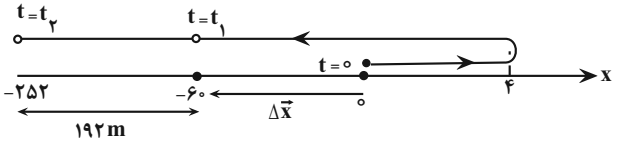
$$\Rightarrow |a_{av}| = 0/4\frac{m}{s^2}$$

ت) نادرست است. در بازهٔ زمانی $(0s$ تا $2s)$ و $(10s$ تا $14s)$ که تندی متحرک در حال افزایش است (در این بازه‌های زمانی $av > 0$ است) حرکت آن تندشونده می‌باشد. بنابراین، تا لحظهٔ $t = 12s$ به مدت $\Delta t = (2-0) + (12-10) = 4s$ حرکت تندشونده خواهد بود.

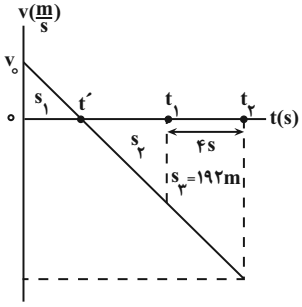
(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۲۰)

۱۶- گزینهٔ «۱» *(عطاالله شارآباد)*

چون در بازهٔ زمانی $0s$ تا t_1 اندازهٔ‌جابه‌جایی و مسافت یکسان نیست، الزاماً متحرک تغییر جهت داده است. از طرف دیگر، چون بردار جابه‌جایی $(-60m)\vec{i}$ در خلاف جهت محور x و مسافت طی شده $68m$ است، مطابق شکل زیر، متحرک ابتدا $4m$ در جهت محور x حرکت می‌کند و سپس تغییر جهت می‌دهد و در خلاف جهت محور x به مسیر خود ادامه می‌دهد.



اکنون نمودار سرعت – زمان را رسم و با توجه به آن بردار $\vec{a}$ را می‌یابیم. با توجه به این‌که مساحت سطح بین نمودار $v-t$ و محور t برابر جابه‌جایی متحرک است داریم:



$$\begin{cases} \ell = |S_1| + |S_2| \xrightarrow{\ell = 68m} 68 = S_1 + S_2 \\ \Delta x = S_1 - S_2 \xrightarrow{\Delta x = -60m} -60 = S_1 - S_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_1 = 4 \\ S_2 = 64 \end{cases}$$

از طرف دیگر از تشابه مثلث‌های S_1 S_2 داریم:

$$\frac{S_1}{S_2} = (\frac{t'}{t_1 - t'})^2 \Rightarrow \frac{4}{64} = (\frac{t'}{t_1 - t'})^2 \Rightarrow \frac{2}{8} = \frac{t'}{t_1 - t'}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{t'}{t_1 - t'} \Rightarrow t_1 = 5t'$$

همچنین از تشابه مثلث S_2 با مثلث $S_2 + S_3$ داریم:

$$\frac{S_2}{S_2 + S_3} = (\frac{t_1 - t'}{t_2 - t'})^2 \xrightarrow[t_2 = t_1 + 4 = 5t' + 4]{S_3 = 192, t_1 = 5t'} \frac{64}{64 + 192}$$

$$= (\frac{5t' - t'}{5t' + 4 - t'})^2 \Rightarrow \frac{64}{256} = (\frac{4t'}{4t' + 4})^2 \Rightarrow \frac{8}{16} = \frac{4t'}{4t' + 4} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4t'}{4t' + 4}$$

$$8t' = 4t' + 4 \Rightarrow 4t' = 4 \Rightarrow t' = 1s$$

در این مرحله با استفاده از مساحت مثلث S_1، v_0 را می‌یابیم:

$$S_1 = \frac{v_0 \times 1}{2} \xrightarrow{S_1 = 4} 4 = \frac{v_0}{2} \Rightarrow v_0 = 8\frac{m}{s}$$

در آخر شتاب متحرک برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 1s]{\Delta v = v_{t=1s} - v_0 = 0 - 8 = -8\frac{m}{s}} a = \frac{-8}{1} = -8\frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow a = (-8\frac{m}{s^2})\vec{i}$$

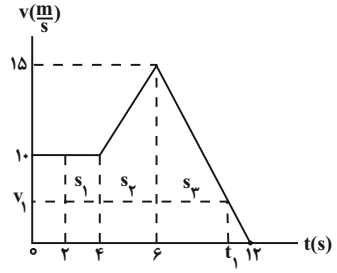
(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷)

۱۷- گزینهٔ «۴» *(احسان ایرانی)*

ابتدا جابه‌جایی متحرک را می‌یابیم:

$$\Delta \vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1 \xrightarrow[\vec{x}_1 = (-10m)\vec{i}]{\vec{x}_2 = (+75m)\vec{i}} \Delta \vec{x} = (75m)\vec{i} - (-10m)\vec{i} = (+85m)\vec{i}$$

با توجه به این‌که مساحت سطح بین نمودار $v-t$ و محور t برابر جابه‌جایی متحرک است، باید مجموع مساحت‌های s_1، s_2 و s_3 برابر Δx باشد. بنابراین، در این حالت، شتاب متحرک در بازهٔ زمانی $6s$ تا $12s$ را می‌یابیم و سپس، سرعت در لحظهٔ t_1 را حساب می‌کنیم.



$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-15}{12-6}=-\frac{5}{2}\frac{m}{s^2}$$

$$v=at+v_0 \xrightarrow[t=t_1-6]{v_0=v_{t=6s}=15\frac{m}{s}}$$

$$v_1=-\frac{5}{2}(t_1-6)+15=-2/5t_1+30$$

اکنون مساحت s_3 را می‌یابیم:

$$\Delta x=s_1+s_2+s_3 \xrightarrow{\Delta x=85m}$$

$$85=(10\times(4-2))+(\frac{10+15}{2}\times(6-4))+s_3 \Rightarrow 85=20+25+s_3$$

$$\Rightarrow s_3=40m$$

در آخر با استفاده از مساحت s_3 (مساحت ذوزنقه)، لحظهٔ t_1 را پیدا می‌کنیم:

$$s_3=\frac{15+v_1}{2}\times(t_1-6) \xrightarrow[s_3=40m]{v_1=-2/5t_1+30}$$

$$40=\frac{15-2/5t_1+30}{2}\times(t_1-6) \Rightarrow 80=(45-2/5t_1)(t_1-6)$$

$$\Rightarrow 80=45t_1-270-2/5t_1^2+15t_1 \Rightarrow 2/5t_1^2-60t_1+350=0$$

$$\Rightarrow t_1^2-24t+140=0 \Rightarrow (t_1-10)(t_1-14)=0 \Rightarrow t_1=10s, t_1=14s$$

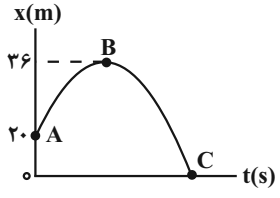
$t_1=14s$ بزرگتر از $t=12s$ است و قابل قبول نیست.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۸- گزینهٔ «۴»

(حسین الهی)

با توجه به شکل زیر و با توجه به این‌که شتاب ثابت است، یک‌بار رابطهٔ سرعت – مکان برای دو نقطهٔ A و B و بار دیگر برای دو نقطهٔ B و C می‌نویسیم و رابطه‌ای بین v_A و v_C به‌دست می‌آوریم. دقت کنید، چون شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در نقطهٔ B که معرف سرعت متحرک است، برابر صفر می‌باشد، سرعت متحرک در این رابطه صفر خواهد بود.



$$v_B^2=v_A^2+2a(x_B-x_A) \xrightarrow[x_A=20m]{x_B=36m, v_B=0}$$

$$0=v_A^2+2a\times(36-20) \Rightarrow v_A^2=-2a\times16 \quad (1)$$

$$v_C^2=v_B^2+2a(x_C-x_B) \xrightarrow{x_C=0} v_C^2=0+2a(0-36)$$

$$\Rightarrow v_C^2=-2a\times36 \quad (2)$$

از تقسیم رابطه‌های (۱) و (۲) بر یکدیگر داریم:

$$\frac{v_A^2}{v_C^2}=\frac{-2a\times16}{-2a\times36} \Rightarrow \frac{v_A^2}{v_C^2}=\frac{16}{36} \Rightarrow \frac{|v_A|}{|v_C|}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow |v_A|=\frac{2}{3}|v_C|$$

از طرف دیگر، تندی اولیه $v_0=v_A$ و تندی عبور از مبدأ مکان v_C است و اختلاف اندازهٔ آن‌ها برابر $5\frac{m}{s}$ است. بنابراین داریم:

$$|v_C|-|v_A|=5 \xrightarrow{|v_A|=\frac{2}{3}|v_C|} |v_C|-\frac{2}{3}|v_C|=5$$

$$\Rightarrow \frac{|v_C|}{3}=5 \Rightarrow |v_C|=15\frac{m}{s} \xrightarrow{v_C<0} v_C=-15\frac{m}{s}$$

$$|v_A|=\frac{2}{3}\times15=10\frac{m}{s}$$

در آخر، چون شتاب ثابت است، اندازهٔ سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av}=\frac{v_A+v_C}{2}=\frac{10+(-15)}{2}=-2/5\frac{m}{s} \Rightarrow |v_{av}|=2/5\frac{m}{s}$$

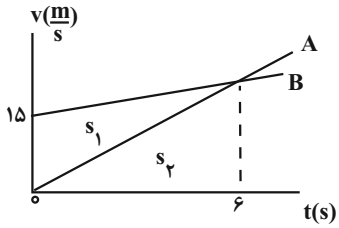
(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۱۹- گزینهٔ «۳»

(مریم شیخ‌ممو)

با توجه به نمودار سرعت – زمان داده شده در لحظهٔ $t=6s$، تندی دو متحرک برابر می‌شود. از طرف دیگر، مساحت سطح بین نمودار $v-t$ و محور t برابر جابه‌جایی متحرک است.

بنابراین، مطابق شکل داریم:



$$\begin{cases}\Delta x_B=s_1+s_2\\ \Delta x_A=s_2\end{cases} \Rightarrow \Delta x_B-\Delta x_A=s_1+s_2-s_2=s_1$$

$$\Rightarrow \Delta x_B-\Delta x_A=s_1=\frac{15\times6}{2}=45m$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۶)

۲۰- گزینهٔ «۲»

(امیرحسین برادران)

در حرکت با شتاب ثابت، اگر جهت حرکت متحرک تغییر کند، بعد از لحظهٔ تغییر جهت، بردارهای سرعت و شتاب متحرک هم‌جهت می‌شوند. دقت کنید، اگر جهت بردارهای سرعت و شتاب متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 خلاف جهت هم باشند، تا قبل از عبور مجدد متحرک از مکان آن در لحظهٔ t_1 تندی متحرک از تندی آن در لحظهٔ t_1 کمتر است. با توجه به توضیحات داده شده، به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: چون $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ مثبت‌اند، جهت متحرک در این گزینه ثابت است و تندی متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 کاهش یافته است. بنابراین می‌تواند شتاب حرکت متحرک در این بازهٔ زمانی ثابت باشد. (با استفاده از رابطهٔ سرعت – جابه‌جایی می‌توانید شتاب حرکت متحرک را به‌دست آورید.)

گزینهٔ «۲»: چون $v_1 < 0$ و $v_2 > 0$ است، جهت حرکت متحرک تغییر کرده است. با توجه به اینکه بردار سرعت متحرک در لحظهٔ t_2 در جهت مثبت محور x است، بنابراین بردار شتاب بایستی در جهت مثبت باشد. از طرفی، چون متحرک هنوز از مکان خود در لحظهٔ t_1 مجدداً عبور نکرده است، لذا باید تندی آن کمتر از $12\frac{m}{s}$ باشد. بنابراین شتاب متحرک نمی‌تواند ثابت باشد. با استفاده از رابطهٔ سرعت – جابه‌جایی (مستقل از زمان) شتاب حرکت برابر است با:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a(x_2 - x_1) \xrightarrow[v_1=-12\frac{m}{s}, v_2=15\frac{m}{s}]{x_1=-10m, x_2=-20m}$$

$$225 = 144 + 2a(-20-(-10)) \Rightarrow 81 = -20a \Rightarrow a = -4/05\frac{m}{s^2}$$

با توجه به اینکه شتاب منفی است، لذا حرکت متحرک نمی‌تواند باشتاب ثابت باشد.

گزینهٔ «۳»: چون علامت بردار سرعت متحرک تغییر کرده است جهت حرکت متحرک نیز، تغییر کرده و شتاب هم‌جهت بردار سرعت متحرک در لحظهٔ t_2، یعنی در جهت منفی است. با توجه به اینکه تندی متحرک کوچکتر از تندی آن قبل از عبور مجدد از مکان آن در لحظهٔ t_1 است لذا شتاب حرکت متحرک ثابت باشد.

با استفاده از رابطهٔ سرعت – جابه‌جایی شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a(x_2 - x_1) \xrightarrow[v_1=8\frac{m}{s}, v_2=-5\frac{m}{s}]{x_1=-4m, x_2=0}$$

$$25 = 64 + 2a \times (0-(-4)) \Rightarrow -39 = 8a \Rightarrow a = -\frac{39}{8}\frac{m}{s^2}$$

گزینهٔ «۴»: با توجه به توضیحات، گزینهٔ «۴» شتاب ثابت است و اندازهٔ آن برابر است با:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2(x_2 - x_1) \xrightarrow[v_1=-15\frac{m}{s}, v_2=-20\frac{m}{s}]{x_1=-10m, x_2=-15m}$$

$$400 = 225 + 2a \times (-15-(-10)) \Rightarrow 175 = -10a \Rightarrow a = -17/5\frac{m}{s^2}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱- گزینهٔ «۲» *(رضا کریم)*

مساحت محصور بین نمودار شتاب – زمان و محور زمان برابر با تغییرات سرعت است. با توجه به رابطهٔ شتاب متوسط داریم:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\xrightarrow[S=۴\times۶=۲۴\frac{m}{s}]{\Delta v=S\,,\,\Delta t=۱۰s}a_{av}=\frac{۲۴}{۱۰}=۲/۴\frac{m}{s^۲}$$

(حرکت بر خط راست)(فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ و ۲۱)

۲- گزینهٔ «۳» *(ابوالفضل خالقی)*

مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است، برای به دست آوردن جابه‌جایی متحرک در ۸ ثانیهٔ اول حرکت مساحت ذوزنقه را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=S=\frac{۵+۸}{۲}\times۴=۲۶m\xrightarrow[\Delta x=x_۲-x_۱]{x_۱=۵m}x_۲=۳۱m\Rightarrow\vec{d}_۲=۳۱(m)\vec{i}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۳- گزینهٔ «۱» *(رضا کریم)*

معادلهٔ حرکت مربوط به حرکت یکنواخت است. با توجه به معادلهٔ کلی حرکت یکنواخت داریم:

$$x=vt+x_۰\xrightarrow{x=۵t+۴}\begin{cases}v=۵\frac{m}{s}\\x_۰=۴m\end{cases}$$

نمودار سرعت – زمان در حرکت یکنواخت (سرعت ثابت) به صورت خط راست موازی با محور زمان است. *(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)*

۴- گزینهٔ «۳» *(مصطفی کیانی)*

با توجه به معادلهٔ کلی مکان – زمان در حرکت با شتاب ثابت، داریم:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\xrightarrow{x=\frac{۱}{۴}t^۲-۶t+۴}\begin{cases}\frac{۱}{۲}a=\frac{۱}{۴}\Rightarrow a=\frac{۱}{۲}\frac{m}{s^۲}\\v_۰=-۶\frac{m}{s}\\x_۰=۴m\end{cases}$$

اکنون معادلهٔ سرعت – زمان متحرک را می‌نویسیم:

$$v=at+v_۰\xrightarrow[v_۰=-۶\frac{m}{s}]{a=\frac{۱}{۲}\frac{m}{s^۲}}v=\frac{t}{۲}-۶$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ و ۱۷)

۵- گزینهٔ «۲» *(پژمان بردبار)*

شیب خط در نمودار مکان – زمان نشان دهندهٔ سرعت است. شیب خط نمودار A مثبت و شیب خط نمودار B منفی است، بنابراین $v_A>۰$ و $v_B<۰$ است. از طرفی مطابق نمودار داده شده فاصلهٔ دو متحرک از هم پیوسته افزایش می‌یابد.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۶- گزینهٔ «۲» *(مصطفی کیانی)*

ابتدا سرعت متحرک را بر حسب $\frac{m}{s}$ به دست می‌آوریم:

$$v=۱۲۶\frac{km}{h}=\frac{۱۲۶}{۳/۶}\frac{m}{s}=۳۵\frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت، مسافت طی شده توسط متحرک را در ۱۶ ثانیهٔ اول حرکت به دست می‌آوریم:

$$v_{av}=\frac{v_1+v_2}{2}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow[v_1=0\,,\,v_2=35\frac{m}{s}]{\Delta t=16s}\frac{0+35}{2}=\frac{\Delta x}{16}\Rightarrow \Delta x=280m$$

چون تغییر جهت نداریم، مسافت طی شده با بزرگی جابه‌جایی متحرک برابر است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۷- گزینهٔ «۳» *(الهام بهمنی)*

با توجه به نمودار، تحلیل صحیح حرکت در بازه‌های زمانی مورد نظر به صورت زیر خواهد بود:

گزینهٔ «۱»: در ۲ ثانیهٔ اول حرکت با توجه به اینکه $v>0$ است، متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند. (نادرست)

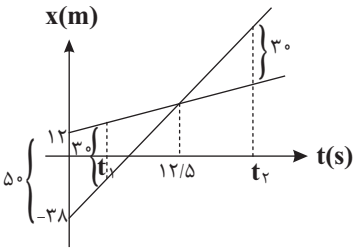
گزینهٔ «۲»: در بازهٔ زمانی $t=4s$ تا $t=6s$ با توجه به اینکه $v<0$ است، حرکت متحرک در خلاف جهت محور x می‌باشد. (نادرست)

گزینهٔ «۳»: در بازهٔ زمانی $t=6s$ تا $t=7s$ با توجه به اینکه $v>0$ و تندی متحرک در حال افزایش است بنابراین حرکت متحرک در جهت محور x تندشونده خواهد بود. (درست)

گزینهٔ «۴»: در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت با توجه به اینکه $v>0$ و تندی متحرک در حال کاهش است. حرکت متحرک در جهت محور x و کندشونده است. (نادرست)

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۸- گزینهٔ «۴» *(علی برزگر)*



با توجه به نمودار بالا که فاصلهٔ ۲ متحرک در ابتدای حرکت برابر با ۵۰ متر بوده و در مدت ۱۲/۵ ثانیه دو متحرک به هم رسیده‌اند، یعنی در هر ثانیه فاصلهٔ آنها ۴ متر کاهش یافته است:

$$\frac{50}{12/5}=4$$

با استفاده از تناسب برای اینکه فاصلهٔ آنها به ۳۰ متر برسد، باید ۲۰ متر کاهش فاصله داشته باشند، لذا اولین بار ۵ ثانیه بعد از آغاز حرکت به فاصلهٔ ۳۰ متری از هم رسیده‌اند. پس $t_1=5s$.

از طرفی در لحظهٔ t_2 نیز فاصلهٔ آن‌ها به ۳۰ متر رسیده پس با همان تناسب می‌توان نوشت: $\frac{30}{4}=7/5$

لذا ۷/۵ ثانیه بعد از لحظهٔ بهم رسیدن $(t=12/5)$ دوباره فاصلهٔ آن‌ها به ۳۰ متر رسیده است:

$$t_2=12/5+7/5=20\ s\Rightarrow t_2-t_1=20-5=15\ s$$

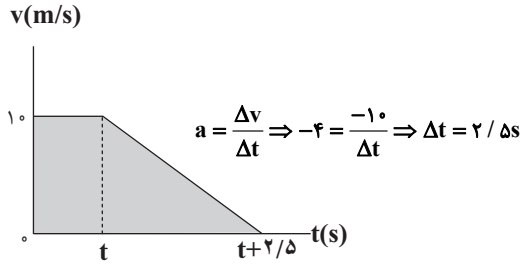
(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۹- گزینهٔ «۲» *(حامد جمشیریان)*

$$v_0=36km/h=10m/s$$

برای حل سؤال، نمودار سرعت – زمان حرکت را رسم می‌کنیم.

فرض می‌کنیم مدت زمان تأخیر در واکنش راننده، t ثانیه است:



$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow -4=\frac{-10}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=2/5s$$

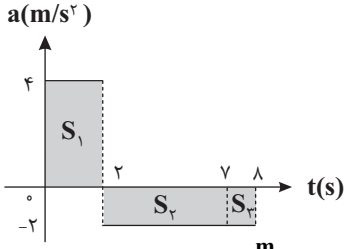
$$S=\Delta x\Rightarrow \frac{t+(t+2/5)}{2}\times 10=17/5\ (\text{مساحت ذوزنقه})$$

$$\Rightarrow \frac{2t+2/5}{2}\times 10=17/5\Rightarrow 2t+2/5=3/5\Rightarrow t=0/5s$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱۰- گزینهٔ «۳» *(حامد جمشیریان)*

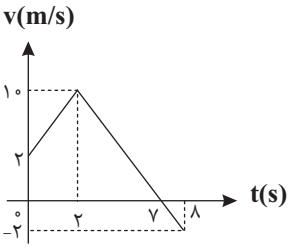
می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار شتاب – زمان و محور زمان برابر با تغییرات سرعت است، بنابراین:



$$S_{1(0-2s)}=\Delta V=4\times 2=+8\frac{m}{s}\quad,\quad S_{2(2s-7s)}=\Delta V=-2\times 5=-10\frac{m}{s}$$

$$S_{3(7s-8s)}=\Delta V=-2\times 1=-2\frac{m}{s}$$

حال می‌توانیم نمودار سرعت – زمان متحرک را رسم کنیم.

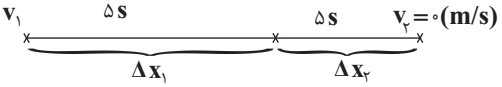


در بازهٔ زمانی $t_1=2s$ تا $t_2=7s$ به مدت ۵ ثانیه تندی در حال کاهش است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ و ۲۱)

۱۱- گزینهٔ «۲» *(مهران اسماعیلی)*

کافیست معادلهٔ مستقل از سرعت اولیه $(\Delta x=-\frac{1}{2}at^2+vt)$ را یکبار برای ۵ ثانیهٔ دوم و یکبار برای کل مسیر بنویسیم.



۵ ثانیهٔ دوم حرکت:

$$\Delta x_2=-\frac{1}{2}at^2+v_2t\xrightarrow[t=5s]{v_2=0}\Delta x_2=-\frac{1}{2}a\times 5^2+0\times 5\Rightarrow \Delta x_2=-\frac{25}{2}a\quad(1)$$

کل مسیر حرکت:

$$\Delta x_1+\Delta x_2=-\frac{1}{2}at^2+v_2t\xrightarrow[t=10s]{v_2=0\frac{m}{s}}\Delta x_1+\Delta x_2=-\frac{1}{2}a\times 10^2+0\times 10$$

$$\Rightarrow \Delta x_1+\Delta x_2=-50a\quad(2)$$

با تقسیم کردن (۱) بر (۲) داریم:

$$\frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۱+\Delta x_۲}=\frac{-\frac{۲۵}{۲}a}{-۵۰a}\Rightarrow\frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۱+\Delta x_۲}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\Delta x_۱+\Delta x_۲=۴\Delta x_۲$$

$$\Rightarrow\Delta x_۱=۳\Delta x_۲\Rightarrow\frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۱}=\frac{۱}{۳}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۶)

۱۲- گزینهٔ «۴» (مهران اسماعیلی)

هر کدام از نمودارها را بررسی می‌کنیم.

الف) ابتدا $(a>۰, v<۰)$ حرکت کندشونده و سپس $(a>۰, v>۰)$ حرکت تندشونده است.

ب) پیوسته $(a<۰, v>۰)$ حرکت کندشونده است.

پ) $a<۰$ است پس اگر $v<۰$ باشد، حرکت پیوسته تندشونده خواهد بود.

ت) پیوسته $(a>۰, v>۰)$ حرکت تندشونده است.

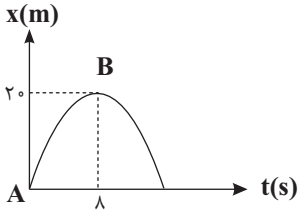
ث) $a>۰$ است پس اگر $v>۰$ باشد حرکت پیوسته تندشونده خواهد بود.

بنابراین در نمودارهای پ و ت و ث حرکت متحرک می‌تواند پیوسته تندشونده باشد.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ و ۱۷ و ۲۱)

۱۳- گزینهٔ «۳» (الهام بهمنی)

ابتدا با استفاده از معادلهٔ مستقل از شتاب مقدار سرعت اولیهٔ متحرک را محاسبه می‌کنیم:



با توجه به شیب خط مماس در نقطهٔ B داریم: $v_B=۰$

$$x_B=۲۰m, x_A=۰, \Delta t=۸s$$

$$\Delta x=\frac{v_B+v_A}{۲}\Delta t$$

$$(x_B-x_A)=\frac{v_B+v_A}{۲}\Delta t$$

$$۲۰-۰=\frac{۰+v_A}{۲}(۸)\Rightarrow v_A=\frac{۴۰}{۸}=۵\frac{m}{s}\Rightarrow v_۰=v_A=۵\frac{m}{s}$$

سپس می‌توان با استفاده از سرعت اولیه مقدار شتاب را محاسبه کرد:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_B-v_A}{\Delta t}=\frac{۰-۵}{۸}=\frac{-۵}{۸}\Rightarrow a=\frac{-۵}{۸}\frac{m}{s^۲}$$

پس با استفاده از معادلهٔ سرعت - زمان خواهیم داشت:

$$v=at+v_۰\ ,\ t=۱۰\,s$$

$$v=(\frac{-۵}{۸})(۱۰)+(۵)=-۶/۲۵+۵=-۱/۲۵\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۴- گزینهٔ «۴» (مهران اسماعیلی)

بعد از $۲s$ که متحرک تغییر جهت می‌دهد، سرعت آن برابر صفر می‌شود، با توجه به معادله سرعت - زمان داریم:

$$v=at+v_۰\xrightarrow[v=۰]{t=۲s}۰=a\times۲+v_۰\Rightarrow v_۰=-۲a$$

حال با توجه به معادله مکان - زمان داریم:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\xrightarrow[t=۸s\ ,\ x=۰]{x_۰=۴۸m\ ,\ v_۰=-۲a}$$

$$۰=\frac{۱}{۲}a\times۸^۲+(-۲a)\times۸+۴۸\Rightarrow a=-۳\frac{m}{s^۲}$$

$$v_۰=-۲a\xrightarrow{a=-۳\frac{m}{s^۲}}v_۰=۶\frac{m}{s}$$

$$v=at+v_۰\xrightarrow[v_۰=۶\frac{m}{s}]{a=-۳\frac{m}{s^۲}\ ,\ t=۸s}v=(-۳)\times۸+۶=-۱۸\frac{m}{s}$$

متحرک با تندی $۱۸\frac{m}{s}$ در جهت مخالف محور x از مبدا مکان عبور می‌کند.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

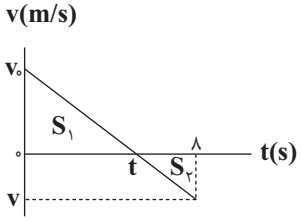
۵- گزینهٔ «۲» (مهران اسماعیلی)

ابتدا جابه‌جایی و مسافت پیموده شده توسط متحرک را در مدت این ۸ ثانیه محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۸s]{v_{av}=۴\frac{m}{s}}۴=\frac{\Delta x}{۸}\Rightarrow\Delta x=۳۲m$$

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۸s]{s_{av}=۵\frac{m}{s}}۵=\frac{l}{۸}\Rightarrow l=۴۰m$$

همانطور که می‌دانیم سطح زیر نمودار سرعت - زمان معرف جابه‌جایی و قدرمطلق سطح زیر نمودار سرعت - زمان معرف مسافت پیموده شده است. پس داریم:



$$\Delta x=S_۱+(-S_۲)\xrightarrow{\Delta x=۳۲m\ ,\ l=۴۰m}\begin{cases}S_۱-S_۲=۳۲\,m\\S_۱+S_۲=۴۰\,m\end{cases}\Rightarrow S_۱=۳۶m\ ,\ S_۲=۴m$$

با توجه به تشابه دو مثلث می‌توان گفت، نسبت مساحت‌ها با مربع نسبت قاعده‌ها برابر است:

$$\frac{S_۱}{S_۲}=(\frac{t}{۸-t})^۲\xrightarrow[S_۲=۴m]{S_۱=۳۶m}\frac{۳۶}{۴}=(\frac{t}{۸-t})^۲\Rightarrow۹=(\frac{t}{۸-t})^۲$$

$$۳=\frac{t}{۸-t}\Rightarrow۲۴-۳t=t\Rightarrow t=۶s$$

حال می‌توان $v_۰$ را محاسبه کرد:

$$S_۱=\frac{v_۰t}{۲}\xrightarrow[S_۱=۳۶m]{t=۶s}۳۶=\frac{v_۰\times۶}{۲}\Rightarrow v_۰=۱۲\frac{m}{s}$$

حال با استفاده از داده‌های لحظات $t=۰$ و $t=۶s$ شتاب را بدست می‌آوریم:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\xrightarrow[v_۶=۰\frac{m}{s}]{v_۰=۱۲\frac{m}{s}}a=\frac{۰-۱۲}{۶-۰}=-\frac{۱۲}{۶}=-۲\frac{m}{s^۲}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۶- گزینهٔ «۳» (علی بزرگر)

چون متحرک شروع به حرکت کرده است، لذا در قسمت اول حرکت $(v_۰=۰)$ است.

قسمت اول حرکت:

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow۱۲^۲-۰^۲=۲(۳a)\Delta x_۱\Rightarrow\Delta x_۱=\frac{۱۴۴}{۶a}=\frac{۲۴}{a}$$

در قسمت دوم سرعت اولیه برابر $v_0 = ۱۲\frac{m}{s}$ فرض می‌شود و به علت کندشونده بودن نوع حرکت، علامت شتاب منفی است.

$$0 - ۱۲^۲ = ۲(-۴a)\Delta x_۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = \frac{-۱۴۴}{-۸a} = \frac{۱۸}{a}$$

$$\Rightarrow \Delta x_{کل} = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ \Rightarrow ۱۰۵ = \frac{۱۸}{a} + \frac{۲۴}{a} = \frac{۴۲}{a} \Rightarrow a = \frac{۴۲}{۱۰۵} = ۰/۴\frac{m}{s^۲}$$

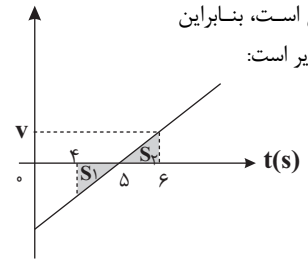
(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۷- گزینهٔ «۳»

(ابوالفضل خالقی)

در حرکت شتاب ثابت نمودار $v-t$ خطی است. هنگامی که در یک بازهٔ زمانی جابه‌جایی صفر است، متحرک تغییر جهت داده و اندازهٔ جابه‌جایی قبل و بعد از تغییر جهت برابر است. $(|S_۱| = |S_۲|)$

فرض می‌کنیم سرعت اولیهٔ متحرک منفی است، بنابراین نمودار سرعت – زمان متحرک مانند شکل زیر است:



$$|S_۱| + |S_۲| = ۱۸ \xrightarrow{|S_۱| = |S_۲|} |S_۱| = |S_۲| = ۹$$

$$۹ = \frac{۱ \times v}{۲} \Rightarrow v = ۱۸\frac{m}{s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۸ - ۰}{۶ - ۵} = ۱۸\frac{m}{s^۲}$$

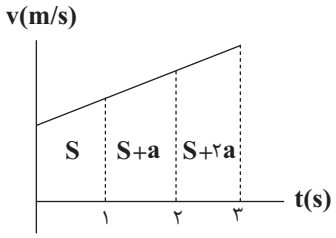
نکته: در نمودار $v-t$ سطح زیر نمودار بیانگر جابه‌جایی و شیب خط بیانگر شتاب است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹ و ۲۵)

۸- گزینهٔ «۲»

(غلامرضا محبی)

در حرکت با شتاب ثابت (a) جابه‌جایی متحرک در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی (T) تشکیل دنباله عددی می‌دهد و قدرنسبت این دنباله $aT^۲$ است. به کمک نمودار سرعت – زمان داریم:



با توجه به اینکه نیمی از مسیر حرکت در دو ثانیهٔ اول طی شده، لذا مسافت در این مدت برابر است با:

$$S + S + a = \frac{۱}{۲}(۳S + ۳a) \Rightarrow S = a$$

$$\text{کل مسیر حرکت}: ۳S + ۳a = ۲۴ \xrightarrow{S=a} ۶a = ۲۴ \Rightarrow a = ۴\frac{m}{s^۲}$$

تندی متوسط در دو ثانیهٔ آخر حرکت برابر است:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۲s\ ,\ a = ۴\frac{m}{s^۲}]{l = ۲S + ۳a} s_{av} = \frac{۲۰}{۲} = ۱۰\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۹- گزینهٔ «۲»

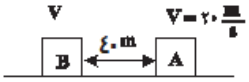
(امیرحسین برادران)

روش اول: ابتدا معادلهٔ مکان - زمان هر متحرک را نوشته و چهار حالت زیر را می‌توان بررسی کرد:

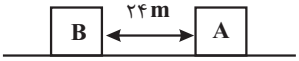
$$x_A = \frac{۵}{۲}t^۲$$

$$x_B = \frac{۳}{۲}(t-۴)^۲ + v(t-۴)$$

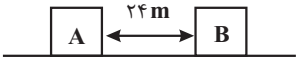
در لحظهٔ $t = ۴s$ فاصله دو متحرک ۴۰ متر است:



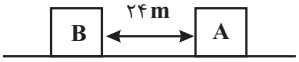
اولین باری که فاصلهٔ دو متحرک برابر $۲۴m$ می‌شود:



دومین باری که فاصلهٔ دو متحرک برابر $۲۴m$ می‌شود:

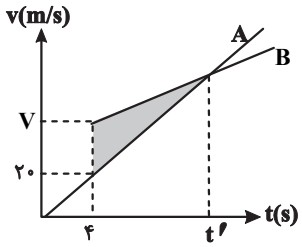


سومین باری که فاصلهٔ دو متحرک برابر $۲۴m$ می‌شود:



همچنین دقت کنید که حتماً در دومین باری که فاصلهٔ دو متحرک برابر $۲۴m$ می‌شود، سرعت دو متحرک نیز با هم برابر است چرا که در غیر این صورت متحرک B از متحرک A بیشتر فاصله گرفته و پس از اینکه متحرک A به آن دوباره نزدیک شود، فاصلهٔ دو متحرک یکبار دیگر نیز (در کل چهار مرتبه) برابر $۲۴m$ می‌شود.

بنابراین با رسم نمودار سرعت زمان دو متحرک داریم:



با توجه به اینکه سرعت دو متحرک در لحظهٔ t' باید با هم برابر باشد داریم:

$$\left.\begin{array}{l} v_A = ۵t \\ v_B = ۳(t-۴) + v \end{array}\right\} \Rightarrow ۲t + ۱۲ = v \quad (*)$$

همچنین مساحت قسمت هاشور خورده هم با توجه به شکل ابتدای پاسخ و اختلاف فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t = ۴s$ و اولین باری که فاصلهٔ آن برابر $۲۴m$ می‌شود، برابر $۶۴m$ است. پس داریم:

$$\frac{(t-۴)(v-۲۰)}{۲} = ۶۴ \xrightarrow{(*)} \frac{(t-۴)(۲t+۱۲-۲۰)}{۲} = ۶۴ \Rightarrow$$

$$(t-۴)^۲ = ۶۴ \Rightarrow t = ۱۲s$$

بنابراین در لحظهٔ $t = ۱۲s$، دومین باری است که فاصلهٔ دو متحرک برابر $۲۴m$ می‌شود. با توجه به اینکه سرعت دو متحرک در لحظهٔ t' با هم برابر است، معادلهٔ حرکت این دو متحرک را در این زمان به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\left.\begin{array}{l} x_A = \frac{۵}{۲}t^۲ + v't \\ x_B = \frac{۳}{۲}t^۲ + v't + ۲۴ \end{array}\right\} \Rightarrow x_A = x_B \Rightarrow t^۲ = ۲۴ \Rightarrow t = ۲\sqrt{۶}$$

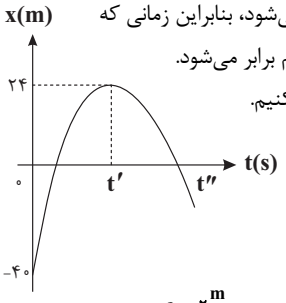
لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند: $۱۲ + ۲\sqrt{۶}s$

روش دوم: معادلهٔ حرکت نسبی را برای متحرک B نسبت به متحرک A می‌نویسیم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + vt + x_۰ \xrightarrow[a = a_B - a_A = ۳ - ۵ = -۲\frac{m}{s^۲}]{x_۰ = -\frac{۱}{۲}a_A t^۲ = -\frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۴^۲ = -۴۰m} x = -t^۲ + v_۰t - ۴۰$$

چون سه بار فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر $۲۴m$ می‌شود، بنابراین زمانی که $x_{نسبی}=۲۴m$ است، سرعت دو متحرک با هم برابر می‌شود.

اکنون نمودار حرکت نسبی دو متحرک را رسم می‌کنیم.



$$\frac{۱}{۲}at'^{۲}=-۶۴\xrightarrow{a=-۲\frac{m}{s^{۲}}}t'=۸\,s$$

در لحظهٔ t'' دو متحرک برای دومین بار از کنار هم عبور می‌کنند:

$$\frac{۱}{۲}(a)(t''-t')^{۲}=-۲۴\xrightarrow{a=-۲\frac{m}{s^{۲}}}t''-۸=\sqrt{۲۴}\Rightarrow t''=(۸+۲\sqrt{۶})s$$

با توجه به اینکه خود نقطهٔ t'' براساس سرعت نسبی پیدا شده است، پس لحظهٔ موردنظر برابر $t''+۴=۱۲+۲\sqrt{۶}s$ است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۲۰- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین برادران)*

نمودار مکان – زمان حرکت شتاب ثابت به صورت سهمی است، در هر کدام از گزینه‌ها بررسی می‌کنیم آیا نمودار به صورت سهمی است یا خیر؟

گزینهٔ «۱»: ابتدا شتاب حرکت را به دست می‌آوریم، با توجه به تقارن نمودار در لحظهٔ $t=۶s$ جهت حرکت متحرک عوض می‌شود، با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_{۰}=-۶a\xrightarrow[\Delta x=۱۰m,\Delta t=۶s]{\frac{v_{۰}+v_{۱}}{۲}=\frac{\Delta x}{\Delta t},v_{۱}=۰}\frac{-۶a}{۲}=\frac{۱۰}{۶}\Rightarrow a=-\frac{۲۰}{۳۶}=-\frac{۵}{۹}\frac{m}{s^{۲}}$$

اکنون مشخص می‌کنیم که متحرک در لحظهٔ $t=۱۸s$ از مکان $-۲۰m$ عبور می‌کند یا خیر؟

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^{۲}\xrightarrow[t=۱۸-۶=۱۲s]{a=\frac{-۵}{۹}\frac{m}{s^{۲}},\Delta x=-۳۰m}-۳۰=\frac{۱}{۲}(\frac{-۵}{۹})\times ۱۲^{۲}\Rightarrow -۳۰\neq -۴۰\Rightarrow$$

این نمودار متعلق به متحرک با حرکت شتاب ثابت نیست.

گزینهٔ «۲»:

با استفاده از معادلهٔ مکان – زمان شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^{۲}\xrightarrow[\Delta x=-۲۵m]{t=۵s}a=-۲\frac{m}{s^{۲}}$$

اکنون مشخص می‌کنیم آیا متحرک در لحظهٔ $t=۸s$ از مکان $x=-۶۴m$ عبور می‌کند یا خیر؟

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^{۲}\xrightarrow[\Delta x=-۶۴-۲۵=-۸۹]{a=-۲\frac{m}{s^{۲}},t=۸s}-۸۹=\frac{۱}{۲}\times -۲\times ۸^{۲}\Rightarrow -۸۹\neq -۶۴\Rightarrow$$

بنابراین این نمودار نمی‌تواند مربوط به حرکت متحرک با شتاب ثابت باشد.

گزینهٔ «۳»:

در لحظهٔ $t=۴s$ جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$\frac{۴a+۶a}{۲}=\frac{۱۰}{۲}\Rightarrow a=۱\frac{m}{s^{۲}}$$

اکنون مشخص می‌کنیم آیا متحرک در لحظهٔ $t=۱۲s$ از مکان $۱۴m$ عبور می‌کند یا خیر؟

$$\frac{۴a+۸a}{۲}=\frac{۱۴-(-۱۰)}{۴}\xrightarrow{a=۱\frac{m}{s^{۲}}}۶=۶$$

بنابراین این نمودار می‌تواند، مربوط به متحرکی باشد که با شتاب ثابت حرکت می‌کند.

گزینهٔ «۴»:

این نمودار نمی‌تواند سهمی باشد، زیرا فاصلهٔ نقاطی که محور زمان را قطع می‌کنند تا رأس سهمی باید با یکدیگر برابر باشند.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳،صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

فیزیک ۳

۱- گزینهٔ «۳» *(مصطفی کیانی)*

نیروی کشش نخ در بالای گوی هم‌اندازه با وزن گوی و نیرویی است که دست وارد می‌کند، اما نیروی کشش نخ در پایین گوی هم‌اندازه با نیرویی است که دست وارد می‌کند. بنابراین در حالت معمولی نیروی کشش نخ در بالای گوی بیشتر از پایین گوی خواهد بود. اکنون اگر نخ پایین گوی را آرام بکشیم و نیروی وارد بر آن را افزایش دهیم، چون برایند نیروهای وارد بر آن صفر است، طبق قانون سوم نیوتون ابتدا نخ بالای گوی پاره می‌شود و اگر نخ پایین را سریع بکشیم، طبق قانون اول نیوتون و خاصیت لختی نخ پایین پاره می‌شود.

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۸ و ۲۹)

۲- گزینهٔ «۱» *(مصطفی کیانی)*

چون بر جسم نیروهای ثابت وارد می‌شود، شتاب آن نیز ثابت است. بنابراین، ابتدا با استفاده از رابطهٔ سرعت – زمان، شتاب حرکت متحرک را می‌یابیم:

$$\vec{v}=\vec{a}t+\vec{v}_{\circ}\xrightarrow[\vec{v}=(8m/s)\vec{i}]{\vec{v}_{\circ}=(4m/s)\vec{i}\,,t=2s}(8m/s)\vec{i}=\vec{a}\times 2s+(4m/s)\vec{i}\Rightarrow$$

$$\vec{a}\times 2s=(4m/s)\vec{i}\Rightarrow\vec{a}=(2m/s^2)\vec{i}$$

اکنون با استفاده از قانون دوم نیوتون نیروی $\vec{F}_3$ را می‌یابیم.

$$\vec{F}_{net}=m\vec{a}\Rightarrow\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=m\vec{a}$$

$$\xrightarrow[\vec{F}_1=(5N)\vec{i}+(1N)\vec{j},m=2kg]{\vec{F}_2=(-1N)\vec{i}+(-8N)\vec{j},\vec{a}=(2m/s^2)\vec{i}}$$

$$(5N)\vec{i}+(1N)\vec{j}+(-1N)\vec{i}+(-8N)\vec{j}+\vec{F}_3=2kg\times(2m/s^2)\vec{i}\Rightarrow$$

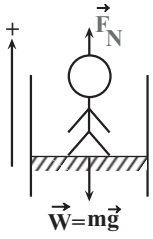
$$\vec{F}_3=(4kg.m/s^2)\vec{i}+(-4N)\vec{i}+(7N)\vec{j}\Rightarrow\vec{F}_3=(7N)\vec{j}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۸ و ۲۹)

۳- گزینهٔ «۲» *(پژمان بردبار)*

به طور کلی، اگر شتاب حرکت آسانسور رو به بالا باشد، نیرویی که از طرف کف آسانسور به شخص وارد می‌شود (عدد ترازو یا وزن ظاهری) از وزن حقیقی شخص بیشتر است و اگر شتاب حرکت آسانسور به طرف پایین باشد، نیرویی که از طرف کف آسانسور به شخص وارد می‌شود (عدد ترازو و یا وزن ظاهری) از وزن حقیقی شخص کمتر خواهد بود.

در حالتی که آسانسور ساکن باشد و یا با سرعت ثابت حرکت کند، عدد ترازو برابر وزن حقیقی شخص خواهد بود.



گزینهٔ «۱»: نادرست است.

$$F_{net}=ma\xrightarrow{a=0}F_N-mg=0\Rightarrow F_N=mg$$

گزینهٔ «۲»: درست است. در این حالت حرکت شتاب‌دار تندشونده و جهت $\vec{v}$ و $\vec{a}$ رو به بالا است.

$$F_{net}=ma\xrightarrow{a>0}F_N-mg=ma\Rightarrow F_N=mg+ma$$
$$\Rightarrow F_N>mg$$

گزینهٔ «۳»: نادرست است. در این حالت حرکت شتاب‌دار تندشونده و جهت $\vec{v}$ و $\vec{a}$ رو به پایین است.

$$F_{net}=ma\Rightarrow -mg+F_N=ma\Rightarrow F_N=mg+ma$$
$$\xrightarrow{a<0}F_N<mg$$

گزینهٔ «۴»: نادرست است.

$$F_{net}=0\xrightarrow{a=0}F_N-mg=0\Rightarrow F_N=mg$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحهٔ ۳۵)

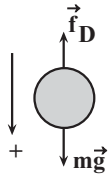
۴- گزینهٔ «۲» *(رضا حسین‌نژادی)*

گوی سبک‌تر را با **A** و گوی سنگین‌تر را با **B** نشان داده و نسبت جرم آن‌ها را می‌یابیم. چون دو گوی هم‌جنس‌اند $(\rho_A=\rho_B)$، با استفاده از رابطهٔ چگالی و رابطهٔ حجم کره داریم:

$$\begin{cases}m_A=\rho_A V_A\\ m_B=\rho_B V_B\end{cases}$$

$$\xrightarrow[\rho_A=\rho_B]{V_B=8V_A}m_B=8m_A$$

اکنون، با در نظر گرفتن جهت مثبت حرکت به طرف پایین، با توجه به شکل و استفاده از قانون دوم نیوتون، نسبت $\frac{a_B}{a_A}$ را پیدا می‌کنیم:



$$F_{net}=ma\Rightarrow mg-f_D=ma$$

$$\xrightarrow{f_D=0/2m_Ag}\begin{cases}m_Ag-0/2m_Ag=m_Aa_A\\ m_Bg-0/2m_Ag=m_Ba_B\end{cases}\xrightarrow{m_B=8m_A}$$

$$0/8m_Ag=m_Aa_A\Rightarrow a_A=0/8g$$

$$8m_Ag-0/2m_Ag=8m_Aa_B\Rightarrow 7/8m_Ag=8m_Aa_B$$

$$\Rightarrow a_B=\frac{7/8}{8}g$$

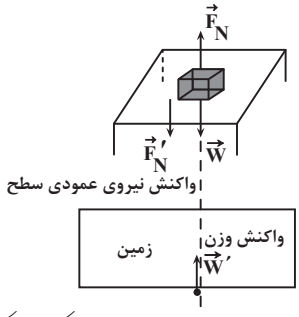
در آخر داریم:

$$\frac{a_B}{a_A}=\frac{\frac{7/8}{8}g}{0/8g}=\frac{78}{64}\Rightarrow\frac{a_B}{a_A}=\frac{39}{32}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۳)

۵- گزینهٔ «۱» *(رضا کریم)*

چون جسم روی سطح افقی میز به حالت ساکن قرار دارد، مطابق شکل، دو نیرو در راستای قائم بر آن وارد می‌شود: یکی نیروی وزن جسم $(\vec{W})$ از طرف زمین رو به پایین و دیگری نیروی عمودی سطح $(\vec{F}_N)$ از طرف میز رو به بالا. بنابراین، طبق قانون سوم نیوتون، واکنش نیروی وزن رو به بالا بر زمین و واکنش نیروی عمودی سطح رو به پایین بر میز وارد خواهد شد.



(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۵)

۶- گزینهٔ «۴» (مریم شیخ ممو)

الف) نادرست است. طبق رابطهٔ $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$، همواره شتاب و نیروی خالص هم جهت‌اند.

ب) نادرست است. طبق رابطهٔ $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$، شتاب و نیروی خالص همواره هم‌جهت‌اند، بنابراین، چون شتاب ثابت است، نیروی خالص نیز ثابت خواهد بود.

پ) نادرست است. در حرکت شتاب‌دار کندشونده، بردار سرعت در خلاف جهت بردار نیروی خالص است.

ت) نادرست است. ممکن است نیروی خالص در خلاف جهت حرکت بر جسم وارد شود که در این حالت، حرکت شتاب‌دار کندشونده خواهد بود.

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

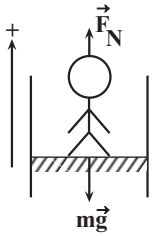
۷- گزینهٔ «۴» (غلامرضا محبی)

می‌دانیم، شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان در هر لحظه، معرف شتاب متحرک در آن لحظه می‌باشد. بنابراین، طبق نمودار داده شده، در دو ثانیهٔ سوم حرکت (همان بازهٔ زمانی $4s$ تا $6s$)، چون شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان ابتدا کاهش (بازهٔ زمانی $4s$ تا $5s$) و سپس افزایش (بازهٔ زمانی $5s$ تا $6s$) می‌یابد، لذا، بزرگی شتاب حرکت متحرک نیز، ابتدا کاهش و سپس افزایش خواهد یافت. از طرف دیگر، طبق قانون دوم نیوتون $(F_{net} = ma)$، چون جرم ثابت است، $F \propto a$ می‌باشد، لذا بزرگی نیروی خالص وارد بر متحرک، ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۳)

۸- گزینهٔ «۱» (علی برزگر)

مطابق شکل، بر شخص نیروی عمودی سطح (عددی که ترازو نشان می‌دهد) و نیروی وزن آن وارد می‌شود. بنابراین، با استفاده از قانون دوم نیوتون نیروی عمودی سطح را می‌یابیم. دقت کنید، چون حرکت آسانسور کندشونده به طرف بالا است، جهت شتاب به طرف پایین خواهد بود.



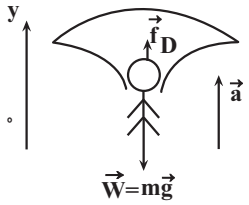
$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \xrightarrow[m=80kg]{a=-2/5m/s^2}$$

$$F_N - 80\times10 = 80\times(-2/5) \Rightarrow F_N = 600N$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۳)

۹- گزینهٔ «۳» (پوریا علاقه‌مند)

مطابق شکل زیر، نیروی وزن رو به پایین و مقاومت هوا به طرف بالا بر جسم وارد می‌شود. بنابراین، با انتخاب جهت محور y رو به بالا و استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی مقاومت هوا را می‌یابیم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow f_D - mg = ma \xrightarrow[a=6m/s^2]{m=90kg}$$

$$f_D - 90\times10 = 90\times6 \Rightarrow f_D = 1440N$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

۱۰- گزینهٔ «۱» (مجتبی نکوئیان)

ابتدا نیروی خالص وارد بر توپ را در بالاترین نقطهٔ مسیرش برحسب بردارهای یکه می‌نویسیم. با توجه به داده‌های روی نمودار داریم:

$$\vec{F}_{net} = -F_1\vec{i} - F_2\vec{j} \xrightarrow[F_2=5N]{F_1=3N} \vec{F}_{net} = (-3N)\vec{i} + (-5N)\vec{j}$$

اکنون با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت توپ را در بالاترین نقطهٔ مسیر پیدا می‌کنیم:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m} \xrightarrow{m=400g=0/4kg} \vec{a} = \frac{(-3N)\vec{i} + (-5N)\vec{j}}{0/4kg}$$

$$= (-\frac{3}{0/4}\frac{N}{kg})\vec{i} + (-\frac{5}{0/4}\frac{N}{kg})\vec{j}$$

$$\frac{N}{kg} = \frac{m}{s^2} \xrightarrow{} \vec{a} = (-7/5m/s^2)\vec{i} + (-12/5m/s^2)\vec{j}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۳)

۱۱- گزینهٔ «۴» (علیرضا باقری)

ابتدا اندازهٔ شتاب هر شخص را در مدتی که به هم نیرو وارد می‌کنند، با استفاده از قانون دوم نیوتون پیدا می‌کنیم. دقت کنید، در مدتی که دو شخص بر هم نیرو وارد می‌کنند، حرکت آن‌ها شتاب‌دار است و پس از این که تماس بین آن دو قطع شود، حرکت آن‌ها یکنواخت خواهد بود. زیرا، در این حالت در راستای حرکت نیرویی بر آن‌ها وارد نمی‌شود.

$$F_{net} = m_1a_1 \Rightarrow 0 - F_{21} = m_1a_1 \xrightarrow[m_1=80kg]{F_{21}=160N}$$

$$-160 = 80a_1 \Rightarrow a_1 = -2m/s^2$$

$$F'_{net} = m_2a_2 \Rightarrow F_{12} - 0 = m_2a_2 \xrightarrow[F_{12}=160N]{m_2=40kg}$$

$$160 = 40a_2 \Rightarrow a_2 = 4m/s^2$$

اکنون سرعت هریک از شخص‌ها را پس از مدت $t = 0/3s$ می‌یابیم.

$$v_1 = a_1t + v_{01} \xrightarrow[a_1=-2m/s^2]{v_{01}=0,t=0/3s} v_1 = -2\times0/3 + 0 = -0/6m/s$$

$$v_2 = a_2t + v_{02} \xrightarrow[a_2=4m/s^2]{v_{02}=0,t=0/3s} v_2 = 4\times0/3 + 0 = 1/2m/s$$

چون پس از جداشدن از یکدیگر، هر دو شخص با سرعت ثابت حرکت می‌کنند، باید با استفاده از معادلهٔ حرکت با سرعت ثابت، مشخص کنیم پس از چند ثانیه مجموع جابه‌جایی آن‌ها برابر $5/4m$ می‌شود.

$$|\Delta x_1|+|\Delta x_2|=5/4 \xrightarrow{\Delta x=vt} |v_1 t|+|v_2 t|=5/4$$

$$\Rightarrow |-0/6t|+|1/2t|=5/4$$

$$0/6t+1/2t=5/4 \Rightarrow 1/8t=5/4 \Rightarrow t=3s$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۱۲- گزینهٔ «۲»

(احسان ایرانی)

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست است. نیروی مقاومت شاره از طرف آب به قایق وارد می‌شود، بنابراین واکنش آن از طرف قایق به آب در جهت مخالف وارد خواهد شد.

ب) نادرست است. نیروی وزن از طرف کرهٔ زمین به قایق وارد می‌شود، بنابراین واکنش آن نیرویی است که از طرف قایق به کره زمین وارد خواهد شد.

پ) درست است. با چرخش پره‌های قایق، نیرویی از طرف پره‌ها رو به عقب به آب وارد می‌شود، لذا، واکنش این نیرو که از طرف آب رو به جلو به قایق وارد خواهد شد و باعث حرکت قایق می‌گردد. این نیرو به عنوان نیروی پیشران شناخته می‌شود.

ت) نادرست است. واکنش نیروی پیشران، نیرویی است که از طرف قایق به آب وارد می‌شود. دقت کنید، نیروی پیشران و نیروی مقاومت شاره هر دو به قایق وارد می‌شوند و نمی‌توانند کنش و واکنش باشند.

بنابراین، تعداد ۲ عبارت درست است.

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

۱۳- گزینهٔ «۴»

(عباس موتاب)

چون در حرکت با سرعت ثابت برایند نیروهای وارد بر جسم صفر می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=0 \Rightarrow |\vec{F}_1|=|\vec{F}_2+\vec{F}_3|=20N$$

از طرف دیگر، با حذف نیروی $\vec{F}_1$، بزرگی برایند نیروهای $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ برابر $20N$ و جهت آن در خلاف جهت نیروی $\vec{F}_1$ خواهد بود. در این حالت، شتاب حرکت جسم برابر است با:

$$F_{net}=ma \xrightarrow[m=4kg]{|F_{net}|=|F_2+F_3|=20N} -20=4a \Rightarrow a=-5\frac{m}{s^2}$$

در آخر با استفاده از معادلهٔ سرعت – زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

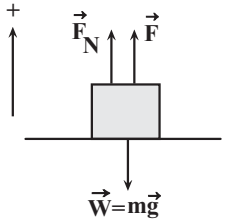
$$v=at+v_0 \xrightarrow[a=-5m/s^2]{v_0=30m/s,t=2s} v=(-5\times 2)+30=20m/s$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

۱۴- گزینهٔ «۲»

(پوریا علاقه‌مند)

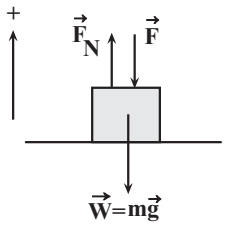
مطابق شکل، ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و سپس با توجه به تعادل جسم، برایند نیروها را در دو حالت مساوی صفر قرار می‌دهیم.



$$F_{net}=0 \Rightarrow F_N+F-mg=0 \xrightarrow{m=10kg}$$

$$F_N+F-10\times 10=0 \Rightarrow F_N=100-F \quad (1)$$

چون در حالت دوم $\vec{F}$ برعکس و نیروی عمودی سطح ۲۰ درصد افزایش می‌یابد، داریم:



$$F'_{net}=0 \Rightarrow F'_N-F-mg=0 \Rightarrow F'_N=100+F$$

$$\xrightarrow{F'_N=F_N+0/2F_N=1/2F_N} 1/2F_N=100+F \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} 1/2\times(100-F)=100+F \Rightarrow 120-1/2F=100+F$$

$$\Rightarrow 20=2/2F \Rightarrow$$

$$F=\frac{20}{2/2}=\frac{200}{22}=\frac{100}{11}N$$

نیروی سطح در حالت دوم برابر است با:

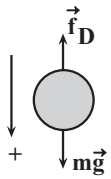
$$F'=100+F=100+\frac{100}{11}=\frac{1200}{11}N$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

۱۵- گزینهٔ «۴»

(رضا کریم)

با توجه به نمودار داده شده چون در بازهٔ زمانی $16s$ تا $20s$، نیروی مقاومت هوای وارد بر جسم ثابت است، در این بازهٔ زمانی، جسم به تندی حدی می‌رسد، لذا، نیروی خالص وارد بر آن صفر می‌شود.



بنابراین، با در نظرگرفتن جهت مثبت برای رو به پایین و استفاده از قانون دوم نیوتون، جرم جسم را پیدا می‌کنیم.

$$F_{net}=0 \Rightarrow mg-f_D=0 \xrightarrow{f_D=400N} m\times 10=400 \Rightarrow m=40kg$$

اکنون، قانون دوم نیوتون $(F_{net}=ma)$ را برای هریک از لحظه‌های $8s \Rightarrow 4s$، $12s \Rightarrow 8s$ به کار می‌بریم و شتاب جسم در این لحظه‌ها را می‌یابیم:

برای $t=4s$ داریم:

$$mg-f_{D_1}=ma_1 \xrightarrow[m=40kJ]{f_{D_1}=280N} 400\times 10-280=40a_1$$

$$\Rightarrow a_1=3\frac{m}{s^2}$$

برای $t=8s$ داریم:

$$mg-f_{D_2}=ma_2 \xrightarrow{f_{D_2}=300N} 400\times 10-300=40a_2$$

$$\Rightarrow a_2=2/5\frac{m}{s^2}$$

برای $t=12s$ داریم:

$$mg-f_{D_3}=ma_3 \xrightarrow{f_{D_3}=360N} 400\times 10-360=40a_3$$

$$\Rightarrow a_۳ = ۱\frac{m}{s^۲}$$

برای چهار ثانیهٔ سوم (بازهٔ زمانی $۸s$ تا $۱۲s$) تغییرات شتاب برابر $a_۳ - a_۲$ و برای چهار ثانیهٔ دوم (بازهٔ زمانی $۴s$ تا $۸s$) تغییرات شتاب برابر $a_۲ - a_۱$ است. بنابراین، نسبت اندازهٔ آن‌ها برابر است با:

$$\frac{|a_۳ - a_۲|}{|a_۲ - a_۱|} = \frac{|۱ - ۲/۵|}{|۲/۵ - ۳|} = \frac{۱/۵}{۰/۵} = ۳$$

راه حل دوم: بدون محاسبه جرم و شتاب در هر لحظه می‌توان تفاوت شتاب را در دو بازهٔ داده شده به‌دست آورد:

$$\begin{matrix} mg - f_{D۱} = ma_۱ \\ mg - f_{D۲} = ma_۲ \end{matrix} \Rightarrow f_{D۲} - f_{D۱} = m(a_۱ - a_۲) \quad (I)$$

$$\begin{cases} mg - f_{D۲} = ma_۲ \\ mg - f_{D۳} = ma_۳ \end{cases} \Rightarrow f_{D۳} - f_{D۲} = m(a_۲ - a_۳)\ (II)$$

$$I, II \Rightarrow \frac{a_۲ - a_۳}{a_۱ - a_۲} = \frac{f_{D۳} - f_{D۲}}{f_{D۲} - f_{D۱}} \xrightarrow[f_{D۲}=۳۶۰N]{f_{D۳}=۳۰۰N, f_{D۱}=۲۸۰N} \frac{۳۶۰ - ۳۰۰}{۳۰۰ - ۲۸۰} = ۳$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۱۶- گزینهٔ «۳»

(امیرحسین برادران)

ابتدا معادلهٔ مکان – زمان جسم را تا وقتی که با سرعت ثابت حرکت می‌کند (لحظهٔ تغییر نیروی $\vec{F}_۳$)، می‌نویسیم. با توجه به داده‌های روی نمودار داریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۲ - ۰ = ۲s]{\Delta x = ۰ - (-۱۰) = ۱۰m} v = \frac{۱۰}{۲} = ۵m/s$$

$$x = vt + x_۰ \xrightarrow[v=۵m/s]{x_۰=-۱۰m} x = ۵t - ۱۰$$

اکنون لحظهٔ عبور جسم را از مکان $x = +۲۰m$ را پیدا می‌کنیم:

$$x = ۵t - ۱۰ \xrightarrow{x=۲۰m} ۲۰ = ۵t - ۱۰ \Rightarrow ۳۰ = ۵t \Rightarrow t = ۶s$$

چون در مکان $x = +۲۰m$ (لحظهٔ $t = ۶s$) نیروی $\vec{F}_۳$ تغییر می‌کند، از این لحظه به بعد، حرکت جسم شتاب‌دار است. بنابراین، $v = ۵m/s$ را سرعت اولیه در نظر می‌گیریم و چون در لحظهٔ $t = ۱۰s$ از مکان $x = ۸m$ عبور می‌کند، بعد از تغییر نیروی $\vec{F}_۳$، مدت زمان حرکت جسم $T = ۱۰ - ۶ = ۴s$ خواهد بود. در این حالت، با استفاده از رابطه مکان – زمان در حرکت با شتاب ثابت، شتاب جسم را می‌یابیم.

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \xrightarrow[v_۰=۵m/s, t=۴s]{x=۸m, x_۰=۲۰m}$$

$$۸ = \frac{۱}{۲}a \times ۱۶ + ۵ \times ۴ + ۲۰ \Rightarrow$$

$$-۳۲ = ۸a \Rightarrow a = -۴m/s^۲$$

در این مرحله نیروی $\vec{F}_۳$ را پیدا می‌کنیم. چون در ابتدا سرعت جسم ثابت بوده است، $F_{net} = ۰$ است، بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{net} = ۰ \Rightarrow \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ = ۰ \Rightarrow \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ = -\vec{F}_۳$$

در آخر، قانون دوم نیوتون را برای جسم، پس از تغییر نیروی $\vec{F}_۳$، به کار می‌بریم.

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \xrightarrow{\vec{F}_{net} = \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \frac{\vec{F}_۳}{۲}} \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \frac{۱}{۲}\vec{F}_۳ = m\vec{a}$$

$$\xrightarrow[m=۴۰۰g=۰/۴kg]{\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ = -\vec{F}_۳ ,\ a = (-۴m/s^۲)\vec{i}} -\vec{F}_۳ + \frac{۱}{۲}\vec{F}_۳ = (۰/۴kg)(-۴m/s^۲)\vec{i}$$

$$-\frac{۱}{۲}\vec{F}_۳ = (-۱/۶kg.m/s^۲)\vec{i} \Rightarrow \vec{F}_۳ = (۳/۲N)\vec{i}$$

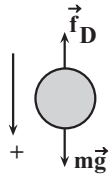
(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

۱۷- گزینهٔ «۲»

(رضا کریم)

مطابق شکل، بر جسم نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا وارد می‌شود.

بنابراین، ابتدا قانون دوم نیوتون را برای حالت اول و دوم می‌نویسیم و $F_۱$ را می‌یابیم. در این‌جا جهت رو به پایین را مثبت فرض می‌کنیم.



$$F_{net} = ma_۱ \Rightarrow mg - f_D = ma_۱ \xrightarrow{f_D = F_۱} mg - F_۱ = ma_۱ \quad (۱)$$

$$F'_{net} = ma_۲ \Rightarrow mg - f'_D = ma_۲ \xrightarrow[f'_D = ۲F_۱]{a_۲ = a_۱ - ۰/۲a_۱ = ۰/۸a_۱}$$

$$mg - ۲F_۱ = m \times ۰/۸a_۱ \quad (۲)$$

ازتقسیم طرفین رابطهٔ (۱) و (۲) بر یکدیگر داریم:

$$\frac{mg - F_۱}{mg - ۲F_۱} = \frac{ma_۱}{۰/۸ma_۱} \xrightarrow[g=۱۰m/s^۲]{m=۶kg} \frac{۶ \times ۱۰ - F_۱}{۶ \times ۱۰ - ۲F_۱} = \frac{۱}{۰/۸}$$

$$\Rightarrow ۴۸ - ۰/۸F_۱ = ۶۰ - ۲F_۱$$

$$\Rightarrow ۱/۲F_۱ = ۱۲ \Rightarrow F_۱ = ۱۰N\ ,\ F_۲ = ۲F_۱ = ۲ \times ۱۰ = ۲۰N$$

تغییر نیروی مقاومت هوا برابر است با:

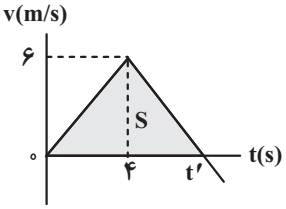
$$\Delta F = F_۲ - F_۱ = ۲۰ - ۱۰ = ۱۰N$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۱۸- گزینهٔ «۴»

(امیرحسین برادران)

می‌دانیم مساحت سطح بین نمودار $v - t$ و محور t برابر جابه‌جایی جسم است. از طرف دیگر، چون در بازهٔ زمانی $t = ۰s$ تا t' متحرک تغییر جهت نداده است، جابه‌جایی و مسافت طی شده برابر است. بنابراین، ابتدا t' را می‌یابیم:



$$\Delta x = L = S = \frac{t' \times ۶}{۲} \xrightarrow{L=۱۸m} ۱۸ = \frac{۶t'}{۲} \Rightarrow t' = ۶s$$

اکنون شتاب حرکت را برای بازهٔ زمانی $۰s < t < ۴s$ و $t > ۴s$ می‌یابیم.

$$a_۱ = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۴ - ۰ = ۴s]{\Delta v = ۶ - ۰ = ۶\frac{m}{s}} a_۱ = \frac{۶}{۴} = ۱/۵m/s^۲$$

$$a_۲ = \frac{\Delta v'}{\Delta t'} \xrightarrow[\Delta t' = ۶ - ۴ = ۲s]{\Delta v' = ۰ - ۶m/s} a_۲ = \frac{-۶}{۲} = -۳m/s^۲$$

در این مرحله با استفاده از قانون دوم نیوتون، نسبت $\frac{|\vec{F}_۲|}{|\vec{F}_۱|}$ را پیدا می‌کنیم. دقت کنید، در مرحله‌ای که شتاب $a_۲$ است، علاوه بر نیروی $\vec{F}_۱$، نیروی $\vec{F}_۲$ نیز به جسم وارد می‌شود. با توجه به این که با افزودن نیروی $\vec{F}_۲$ تندی جسم کاهش می‌یابد، نیروی $\vec{F}_۲$ در خلاف جهت حرکت بر جسم وارد شده است.

$$\frac{|\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲|}{|\vec{F}_۱|} = \frac{|\vec{F}_۲| - |\vec{F}_۱|}{|\vec{F}_۱|} = \frac{۳}{۱/۵} = ۲$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_۲| = ۳|\vec{F}_۱|$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۳)

۱۹- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین برادران)*

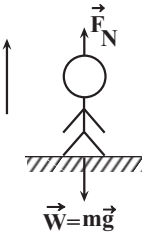
با توجه به نمودار مکان – زمان داده شده، حرکت شخص در بازهٔ زمانی $(۶s\text{تا}۰s)$ تندشونده و در بازهٔ زمانی $(۱۰s\text{تا}۶s)$ کندشونده است و تندی شخص در لحظه‌های $t=۰s$ و $t=۱۰s$، که شیب خط مماس بر نمودار صفر می‌باشد، برابر صفر است. بنابراین، ابتدا با استفاده از رابطهٔ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت در مرحله‌های تندشونده و کندشونده را می‌یابیم. دقت کنید، برای بازهٔ زمانی $۱۰s\text{تا}۶s$، سرعت در لحظهٔ $t=۱۰s$ را سرعت اولیه در نظر می‌گیریم. در این مرحله شتاب منفی است.

$$\Delta x_۱=\frac{۱}{۲}a_۱t_۱^۲+v_۰t\xrightarrow[\Delta x_۱=۱۲-۰=۱۲m]{v_{۰۱}=۰,t_۱=۶s}۱۲=\frac{۱}{۲}a_۱\times۳۶+۰$$

$$\Rightarrow a_۱=\frac{۲}{۳}m/s^۲$$

$$\Delta x_۲=\frac{۱}{۲}a_۲t_۲^۲+v_{(t=۱۰s)}t_۲\xrightarrow[\Delta x_۲=۱۲-۲۰=-۸m]{t_۲=۱۰-۶=۴s,v_{(t=۱۰s)}=۰}$$

$$-۸=\frac{۱}{۲}a_۲\times۱۶+۰\Rightarrow a_۲=-۱\frac{m}{s^۲}$$



اکنون وزن ظاهری شخص را در مرحلهٔ تندشونده و کندشونده می‌یابیم:

در مرحلهٔ تندشونده $\Rightarrow F_N-mg=ma_۱\xrightarrow[a_۱=\frac{۲}{۳}m/s^۲]{m=۶۰kg}F_N-۶۰\times۱۰$

$$=۶۰\times\frac{۲}{۳}\Rightarrow F_N=۶۴۰N$$

مرحلهٔ کندشونده $\Rightarrow F'_N-mg=ma_۲\xrightarrow[m=۶۰kg]{a_۲=-۱m/s^۲}F'_N-۶۰\times۱۰$

$$=۶۰\times(-۱)\Rightarrow F'_N=۵۴۰N$$

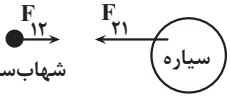
در آخر داریم:

$$F_N-F'_N=۶۴۰-۵۴۰=۱۰۰N$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۲۰- گزینهٔ «۳» *(علی صاحبی)*

می‌دانیم که شهاب‌سنگ و سیاره تنها تحت گرانش یکدیگر بوده و بنابر قانون سوم نیوتون اندازهٔ نیرو بین آنها یکسان ولی در خلاف جهت هم هستند. پس داریم:



$$\vec{F}_{۱۲}=-\vec{F}_{۲۱}\rightarrow|F_{۱۲}|=|F_{۲۱}|$$

$$\Rightarrow m_۱a_۱=m_۲a_۲\Rightarrow a_{\text{سیاره}}=\frac{m_{(\text{شهاب‌سنگ})}a_{(\text{شهاب‌سنگ})}}{m_{\text{سیاره}}}$$

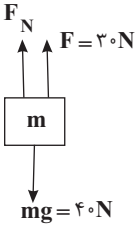
$$\xrightarrow[a_{\text{شهاب‌سنگ}}=۴\times۱۰^۶\frac{m}{s^۲},m_{(\text{سیاره})}=۱۶\times۱۰^{۲۰}kg]{m_{(\text{شهاب‌سنگ})}=۵\times۱۰^{۱۰}kg}$$

$$a_{\text{سیاره}}=\frac{(۵\times۱۰^{۱۰})\times(۴\times۱۰^۶)}{۱۶\times۱۰^{۲۰}}=۱/۲۵\times۱۰^{-۴}\frac{m}{s^۲}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱- گزینهٔ «۱» *(امیر محمد محسن‌زاده)*

نیروی عمودی سطح به جسم وارد می‌شود و جهت آن عمود بر سطح و به طرف جسم، یعنی به سمت بالا است. چون جسم ساکن است، بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است.



$$F_N + F = mg \Rightarrow F_N = 10N$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

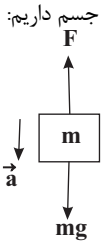
۲- گزینهٔ «۲» *(پژمان بردبار)*

مطابق قانون اول نیوتون اگر برایند نیروهای وارد بر یک جسم صفر باشد (نیروهای وارد بر آن متوازن باشند) و جسم در حال حرکت باشد، با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

۳- گزینهٔ «۱» *(محمدکاظم منشاری)*

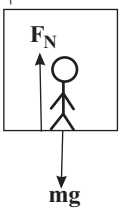
چون جسم با شتاب کوچکتر از g در حال سقوط است، بنابراین نیروی F به سمت بالا به آن وارد می‌شود، با نوشتن قانون دوم نیوتون برای جسم داریم:



$$mg - F = ma \xrightarrow[a=4\frac{m}{s^2}]{m=2kg,\ g=10\frac{N}{kg}} F = m(g-a) = 2\times(10-4) = 12N$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۱ و ۳۳ تا ۳۷)

۴- گزینهٔ «۳» *(رضا کریم)*



به شخصی که روی ترازو ایستاده است دو نیرو وارد می‌شود، یکی نیروی عمودی سطح به سمت بالا و دیگری نیروی وزن که به سمت پایین است. با توجه به قانون دوم نیوتون، جهت شتاب و نیروی خالص وارد بر شخص یکسان است.

اگر جهت شتاب به سمت بالا باشد $F_N > mg$ و اگر جهت شتاب به سمت پایین باشد $mg > F_N$ است و می‌دانیم در حالتی که جهت حرکت و شتاب خلاف جهت هم باشند نوع حرکت کندشونده است.

بنابراین زمانی که جهت حرکت به سمت پایین و نوع حرکت آن تندشونده یا جهت حرکت به سمت بالا و نوع حرکت کندشونده است، جهت شتاب به سمت پایین و عددی که ترازو نشان می‌دهد که این عدد متناسب با F_N است. کوچکتر از وزن شخص است.

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های۳۳ تا ۳۷)

۵- گزینهٔ «۳» *(محمد اسری)*

اگر نخ پایینی توسط نیروی F ناگهان کشیده شود مطابق با قانون اول نیوتون (و خاصیت لختی گوی) زمان کافی برای انتقال نیرو به نخ بالایی وجود ندارد و بلافاصله نخ پایین پاره خواهد شد. بدیهی است که اگر F به آرامی وارد شود، نخ بالایی جدا خواهد شد.

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

۶- گزینهٔ «۱» *(مجتبی نکوئیان)*

ابتدا نیروی خالص و برآیند را به صورت بردارهای یکه می‌نویسیم:

$$\vec{F}_{net} = -F_1\vec{i} - F_2\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_{net} = -3\vec{i} - 5\vec{j}$$

سپس با استفاده از قانون دوّم نیوتون، بردار شتاب را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m} \Rightarrow \vec{a} = \frac{-3\vec{i} - 5\vec{j}}{4\times10^{-1}} = -7/5\vec{i} - 12/5\vec{j}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۷- گزینهٔ «۲» *(مهران اسماعیلی)*

ابتدا باید شتاب آسانسور را به دست آوریم. اگر اندازه شتاب آسانسور را a فرض کنیم، با استفاده از قانون دوم نیوتون برای دو حالت حرکت رو به پایین آسانسور داریم:

۱- آسانسور تندشونده رو به پایین برود.

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_{N_1} = ma \xrightarrow[F_{N_1}=600N]{g=10\frac{N}{kg}} 600 = m(10-a) \quad (*)$$

۲- آسانسور کندشونده رو به پایین برود.

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_{N_2} = m(-a) \xrightarrow[F_{N_2}=900N]{g=10\frac{N}{kg}} 900 = m(10+a) \quad (**)$$

با تقسیم کردن روابط «*» و «**» خواهیم داشت:

$$\frac{600}{900} = \frac{m(10-a)}{m(10+a)} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{10-a}{10+a} \Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2}$$

حال می‌توان جرم شخص را طبق (*) به دست آورد:

$$600 = m(10-a) \xrightarrow{a=2\frac{m}{s^2}} m = 75\ kg$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

۸- گزینهٔ «۳» *(عطاالله شادآباد)*

گام اول) محاسبه می‌کنیم که جسم تا قطع نیروی F_1 دارای چه شتابی است و مسافت ۳۲ متر را در چند ثانیه طی می‌کند و به چه سرعتی می‌رسد:

$$F_{net}=ma\Rightarrow 45-25=5a_1\Rightarrow 20=5a_1\Rightarrow a_1=4\frac{m}{s^2}$$

$$\vec{a}_1=(-4\frac{m}{s^2})\vec{i}$$

$$\Delta x_1=\frac{1}{2}a_1t^2+v_0t\Rightarrow -32=\frac{1}{2}\times(-4)\times t^2\Rightarrow t=4s$$

$$v_1=a_1t+v_0=-4\times 4=-16\frac{m}{s}$$

گام دوم) پس از حذف F_1 شتاب را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow 25=5a_2\Rightarrow a_2=5\frac{m}{s^2}\Rightarrow \vec{a}_2=(5\frac{m}{s^2})\vec{i}$$

گام سوم) برای صفر شدن سرعت متوسط باید جابه‌جایی جسم صفر شود، برای همین منظور باید جابه‌جایی پس از حذف نیروی F_1 برابر $+32m$ باشد:

$$\Delta x_2=\frac{1}{2}a_2t^2+v_1t$$

$$32=\frac{1}{2}\times 5t^2-16t\Rightarrow 2/5t^2-16t-32=0$$

$$t=\frac{16\pm 24}{5}=\begin{cases}t=8s\ \checkmark\Rightarrow t_{کل}=4+8=12s\\ t=-1/6s\end{cases}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۷)

۹- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین برادران)*

شتاب جسم را در دو بازهٔ زمانی ۰ تا $5s$ و $5s$ تا $15s$ به دست می‌آوریم. در نمودار سرعت – زمان شیب خط برابر با شتاب جسم است:

$$\vec{a}_1=\frac{v}{5}\vec{i}\ ,\ \vec{a}_2=\frac{0/4v}{10}\vec{i}=\frac{v}{25}\vec{i}$$

اکنون با نوشتن قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{net}=\begin{cases}\vec{F}_1+\vec{F}_2=m(\frac{v}{5})\vec{i}\\ \vec{F}_2=m(\frac{v}{25})\vec{i}\end{cases}\Rightarrow \vec{F}_1=m(\frac{4v}{25})\vec{i}\Rightarrow 4\vec{F}_2=\vec{F}_1$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۱۰- گزینهٔ «۲» *(عطاالله شادآباد)*

چون نیروی مقاومت هوا در حال کاهش است پس لحظه موردنظر بعد از باز شدن چتر می‌باشد و حرکت چتر باز کندشونده رو به پایین بوده و شتاب رو به بالاست: (دقت شود که $g=9/8\frac{m}{s^2}$)

$$F_{net}=ma\Rightarrow f_D-mg=ma$$

$$f_D=ma+mg=600+735=1335N$$

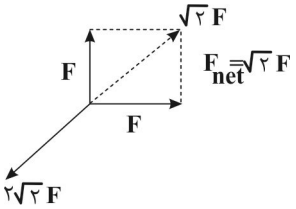
* توجه کنید که شتاب چترباز یک بار هم قبل از باز شدن چتر $8\frac{m}{s^2}$ می‌شود که در آن لحظه نیروی مقاومت هوا در حال افزایش و حرکت چترباز تندشونده رو به پایین می‌باشد:

$$F_{net}=ma\Rightarrow mg-f_D=ma\Rightarrow f_D=135N$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۱۱- گزینهٔ «۳» *(غلامرضا محبی)*

نیروی خالص در شکل «الف» برابر است با:



بنابراین نیرویی که قرینه بردار F_{net} باشد، باعث می‌شود $F'_{net}=0$ شود و متحرک با بردار سرعت ثابت به حرکت خودش ادامه دهد. بنابراین از شکل «ب» باید بردار نیروی ۳ را انتخاب کنیم.

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۳)

۱۲- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین برادران)*

فقط گزاره «الف» نادرست است.

در بازهٔ زمانی ۰ تا t_1 چون تندی چتر باز در حال افزایش است، بنابراین نیروی مقاومت هوای وارد بر آن در حال افزایش است.

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۵)

۱۳- گزینهٔ «۴» *(زهره آقامحمدی)*

طبق قانون دوم نیوتون، داریم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow\begin{cases}F=m_1\times 1=m_1 & (1)\\ \frac{1}{2}F=m_2\times 2/5=\frac{5}{2}m_2\Rightarrow F=5m_2 & (2)\end{cases}$$

از دو رابطهٔ «۱» و «۲» داریم:

$$m_1=5m_2\quad (3)$$

اگر نیروی $2F$ به جسمی به جرم m_1-2m_2 اثر کند، داریم:

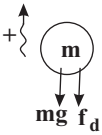
$$2F=(m_1-2m_2)a'\xrightarrow{(2),(3)}2\times 5m_2=(5m_2-2m_2)a'$$

$$\Rightarrow 10=3a'\Rightarrow a'=\frac{10}{3}\frac{m}{s^2}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۱۴- گزینهٔ «۲» *(میثم رشتیان)*

با نوشتن قانون دوم می‌توان رابطه‌ای برای شتاب هر جسم به دست آورد. نیروهای وارد بر هر جسم به صورت شکل زیر است.



$$F_{net}=ma\Rightarrow -(mg+f_d)=ma\Rightarrow |a|=\frac{mg+f_d}{m}$$

با توجه به مساوی بودن جرم جسم‌ها، هر جسمی که بزرگی نیروی مقاومت هوای وارد بر آن بیشتر باشد، بزرگی شتاب بیشتری خواهد داشت. پس:

$$f_{D_A} > f_{D_B} \Rightarrow |a_A| > |a_B|$$

پس گزارهٔ «الف» صحیح می‌باشد.

برای بررسی گزارهٔ «ب» از رابطهٔ مستقل از زمان استفاده می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{a<0} v^2 - v_0^2 = -2|a|\Delta x \Rightarrow v^2 = v_0^2 - 2|a|\Delta x$$

با توجه به مساوی بودن v_0 و Δx دو جسم، می‌توان گفت جسمی که بزرگی شتاب بیشتری داشته باشد در یک ارتفاع ثابت از محل پرتاب، تندی کمتری خواهد داشت. بنابراین:

$$|a_A| > |a_B| \Rightarrow v_A < v_B$$

پس گزارهٔ «ب» نادرست است.

برای بررسی گزارهٔ «پ» از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_0^2) \xrightarrow{v_1 = v_0, v_2 = 0} W_t = -\frac{1}{2}mv_0^2$$

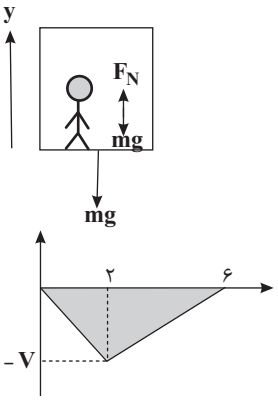
با توجه به مساوی بودن m و v_0 برای دو جسم، می‌توان نتیجه گرفت کار کل نیروهای وارد بر دو جسم در این بازه مساوی است. پس گزارهٔ «پ» درست است.

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۵)

۱۵- گزینهٔ «۳»

(احسان مطلبی)

به کمک شیب نمودار $(v-t)$ شتاب حرکت آسانسور را در بازه‌های زمانی $[0 \to 2s]$ و $[2s \to 6s]$ به دست می‌آوریم و برای هر دو بازه زمانی قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:



$$\begin{cases} \text{شیب نمودار } (v-t) \\ \text{در بازه زمانی } [0 \to 2] \end{cases} : a_1 = -\frac{v}{2}$$

$$\begin{cases} \text{شیب نمودار } (v-t) \\ \text{در بازه زمانی } [2 \to 6] \end{cases} : a_2 = +\frac{v}{4}$$

$$\text{قانون دوم نیوتون در بازه زمانی } [0 \to 2] : F_{net} = ma_1 \Rightarrow F_N - mg = ma_1$$

$$\Rightarrow F_N - mg = 50(-\frac{v}{2})$$

$$\text{قانون دوم نیوتون در بازه زمانی } [2 \to 6] : F_{net} = ma_2 \Rightarrow F'_N - mg = ma_2$$

$$\Rightarrow F'_N - mg = 50(+\frac{v}{4})$$

این دو معادله را از هم کم می‌کنیم:

$$(F'_N - F_N) + (-mg - (-mg)) = 50(\frac{v}{4} - (-\frac{v}{2}))$$

با توجه به اطلاعات مسئله $F'_N - F_N = 150$ می‌باشد، بنابراین:

$$150 + 0 = 50 \times \frac{3v}{4} \Rightarrow v = 4\frac{m}{s}$$

مساحت سطح زیر نمودارهای $(v-t)$ بیانگر جابه‌جایی متحرک می‌باشد:

$$\text{مسافت طی شده} : L = |\Delta y| = 12m \Rightarrow S_{\text{مثلث}} = \Delta y = \frac{-4 \times 6}{2} = -12m$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۷)

۱۶- گزینهٔ «۳»

(مهران اسماعیلی)

بنا به قانون دوم نیوتون بردارهای نیروی خالص و شتاب همواره هم جهت و متناسب با یکدیگرند و از طرفی می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان در هر لحظه برابر شتاب متحرک در همان لحظه است.

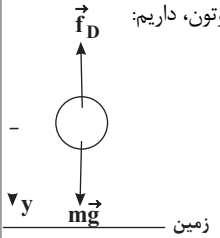
با توجه به نمودار سرعت –زمان در بازه زمانی t_1 تا t_2 بزرگی شیب خطوط مماس بر نمودار ابتدا کاهش، سپس افزایش و سپس کاهش می‌یابد. بنابراین به همین ترتیب بزرگی نیروی خالص وارد بر متحرک نیز ابتدا کاهش، سپس افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۱، ۳۰ و ۳۱)

۱۷- گزینهٔ «۳»

(زهره آقامحمدی)

بر گوی‌ها دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود. با انتخاب جهت مثبت محور y به طرف پایین و با استفاده از قانون دوم نیوتون، داریم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - f_D = ma \Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m} \quad (1)$$

طبق این رابطه، هر چه m بیشتر باشد، شتاب بیشتر است. از طرفی طبق رابطهٔ سرعت – جابه‌جایی داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v^2 - 0 = 2ah \Rightarrow v = \sqrt{2ah} \quad (2)$$

یعنی هر چه شتاب بیشتر باشد، تندی برخورد گوی با زمین بیشتر است. بنابراین گوی A چون با تندی بیشتری برخورد کرده، شتاب حرکت و جرم آن بیشتر است.

از معادلهٔ مکان – زمان برای مقایسهٔ زمان رسیدن گوی‌ها استفاده می‌کنیم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow[v_0 = 0]{} h = \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{a_A > a_B} t_A < t_B$$

یعنی زمان برخورد گوی سنگین‌تر، کمتر است.

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۱۸- گزینهٔ «۴»

(عطاالله شارآباد)

گام اول) اندازه و جهت شتاب اسکیت باز اول را حساب می‌کنیم:

$$\vec{a}_1 = \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{-1/5\vec{i}}{0/2} = (-7/5\frac{m}{s^2})\vec{i}$$

گام دوم) طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که این دو اسکیت باز به هم وارد می‌کنند با هم برابر و خلاف جهت هم است.

با این حساب اندازه و جهت شتاب اسکیت‌باز دوم را نیز به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \Rightarrow m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2$$

$$60 \times (-7/5\vec{i}) = -40\vec{a}_2$$

$$\vec{a}_2 = (+11/25\frac{m}{s^2})\vec{i}$$

گام سوم) تغییر سرعت و سرعت ثانویه اسکیت‌باز دوم را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta \vec{v}_2 = \vec{a}_2\Delta t = (11/25)\vec{i} \times 0/2 = (2/25\frac{m}{s})\vec{i}$$

$$\vec{v}_2 = (+2/25\frac{m}{s})\vec{i}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

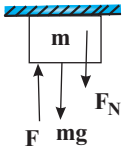
۱۹- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین برادران)*

موارد «ب» و «ت» درست و موارد «الف» و «پ» نادرست هستند.

بررسی گزاره‌های نادرست:

الف) نیروی عمودی سطح از طرف سطح به جسم وارد می‌شود و نیروی وزن نیرویی است که از طرف زمین به جسم به طرف پایین وارد می‌شود. بنابراین نیروهای کنش و واکنش نیستند.

پ) اگر جسم به سقف (سطح افقی) تکیه داده شده باشد. مطابق شکل زیر نیروی عمودی سطح به سمت پایین به جسم وارد می‌شود.



(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۲۰- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین برادران)*

موارد الف و ب نادرست و مورد پ درست است. بررسی گزاره‌های نادرست:

الف) مطابق قانون اول نیوتون اگر سرعت جسم ثابت باشد، برایند نیروهای وارد بر جسم برابر صفر است. (نیروها متوازن‌اند)

ب) مطابق قانون دوم نیوتون همواره نیروی خالص و شتاب هم‌جهت‌اند.

$(\vec{F}_{net} = m\vec{a})$ *(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)*

فیزیک ۳

۱- گزینهٔ «۱» *(رضا کریم)*

شیب نمودار برابر با ثابت فنر است. ابتدا نسبت ثابت دو فنر را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{k_A}{k_B}=\frac{\frac{۵}{۳}}{\frac{۴}{۵}}=\frac{۲۵}{۱۲}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ نیروی فنر داریم:

$$\frac{F_{e,A}}{F_{e,B}}=\frac{k_A\Delta X_A}{k_B\Delta X_B}=\frac{m_Ag}{m_Bg}\xrightarrow[m_A=۵۰۰g,\frac{\Delta X_A}{\Delta X_B}=\frac{۱}{۲}]{\frac{k_A}{k_B}=\frac{۲۵}{۱۲}}$$

$$\frac{۱}{۲}\times\frac{۲۵}{۱۲}=\frac{۵۰۰}{m_B}\Rightarrow m_B=۴۸۰g$$

(دینامیک) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۴)*

۲- گزینهٔ «۱» *(رضا حسین‌نژادی)*

نیروهای وارد بر سطل را در راستای قائم مشخص می‌کنیم. و قانون دوم نیوتون را برای سطل می‌نویسیم:



$$T-mg=ma\xrightarrow[g=۱۰\frac{N}{kg},a=۲\frac{m}{s^۲}]{m=۲۰kg}$$

$$T-۲۰۰=۲۰\times۲$$

$$\Rightarrow T=۲۴۰N$$

(دینامیک) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۰ تا ۴۰)*

۳- گزینهٔ «۱» *(سیره ملیحه میرصالحی)*

جسم تحت تأثیر نیروهای $\vec{F}_۱$، $\vec{F}_۲$ و $\vec{F}_۳$ در حال تعادل قرار دارد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{net}=m\vec{a}\xrightarrow{a=۰}\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=۰$$

با دو برابر شدن نیروی $\vec{F}_۱$ داریم:

$$\vec{F}_{net}=۲\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳\xrightarrow[\vec{F}_{net}=m\vec{a},\vec{a}=۴\vec{i}]{\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=-\vec{F}_۱}\vec{F}_{net}=\vec{F}_۱=۴m\vec{i}$$

با سه برابر شدن نیروی $\vec{F}_۳$ داریم:

$$\vec{F}_{net}=\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+۳\vec{F}_۳\xrightarrow[\vec{F}_{net}=m\vec{a},\vec{a}=-۸\vec{j}]{\vec{F}_۱+\vec{F}_۲=-\vec{F}_۳}$$

$$\vec{F}_{net}=۲\vec{F}_۳=-۸m\vec{j}\Rightarrow\vec{F}_۳=-۴m\vec{j}$$

با توجه به اینکه $\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=۰$ است، می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_۲=-(\vec{F}_۱+\vec{F}_۳)\xrightarrow[\vec{F}_۳=-۴m\vec{j}]{\vec{F}_۱=۴m\vec{i}}\vec{F}_۲=-۴m\vec{i}+۴m\vec{j}$$

با دو برابر شدن $\vec{F}_۲$ داریم:

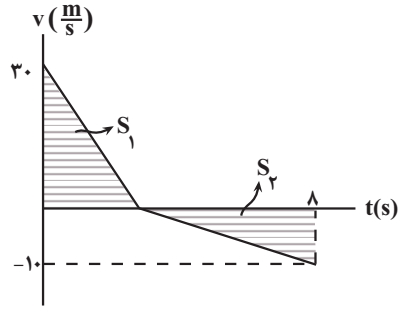
$$\vec{F}_{net}=\vec{F}_۱+۲\vec{F}_۲+\vec{F}_۳\xrightarrow[\vec{F}_{net}=m\vec{a}]{\vec{F}_۱+\vec{F}_۳=-\vec{F}_۲}\vec{F}_۲=m\vec{a}$$

$$\xrightarrow{\vec{F}_۲=-۴m\vec{i}+۴m\vec{j}}\vec{a}=-۴\vec{i}+۴\vec{j}\left(\frac{m}{s^۲}\right)$$

(دینامیک) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۳)*

۴- گزینهٔ «۲» *(مجتبی نکوئیان)*

اندازهٔ جابه‌جایی جسم در مسیر رفت و برگشت با هم برابر است با توجه به اینکه جابه‌جایی برابر با سطح زیر نمودار $v-t$، داریم:



$$S_۱=S_۲\rightarrow\frac{۱}{۲}t(۳۰)=\frac{۱}{۲}(۸-t)(۱۰)\rightarrow t=۲(s)$$

در نمودار $v-t$، شتاب برابر با شیب خط است، پس:

مسیر رفت: $a_۱=\frac{-۳۰}{۲}=-۱۵\frac{m}{s^۲}$

مسیر برگشت: $a_۲=\frac{-۱۰}{۶}=\frac{-۵}{۳}\frac{m}{s^۲}$

با استفاده از قانون دوم نیوتون $(F_{net}=ma)$ برای مسیر رفت و برگشت داریم:

مسیر رفت: $-mg-f_D=m_۱a_۱\rightarrow-(۰/۳)(۱۰)-f_D$

$=۰/۳(-۱۵)$

$\rightarrow f_D=۱/۵(N)$

مسیر برگشت: $-mg+f'_D=ma_۲\rightarrow-(۰/۳)(۱۰)+f'_D=\frac{۳}{۱۰}\left(\frac{-۵}{۳}\right)$

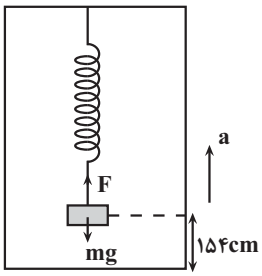
پس: $\rightarrow f'_D=۲/۵(N)$

$$\frac{f'_D}{f_D}=\frac{۲/۵}{۱/۵}=\frac{۵}{۳}$$

(دینامیک) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۱، ۳۰ تا ۳۲ و ۳۴ و ۳۵)*

۵- گزینهٔ «۱» *(غلامرضا مهبی)*

در حالت اول به کمک قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_e = mg \rightarrow k\Delta x_1 = 40N \quad (1)$$

در حالت دوم داریم:

$$F_e - mg = ma \xrightarrow[\Delta x_2 = 160-154 = 6cm]{F_e = k(\Delta x_1 + \Delta x_2)}$$

$$k\Delta x_1 + k\Delta x_2 = mg + ma \rightarrow 40 + 0/06k = 44$$

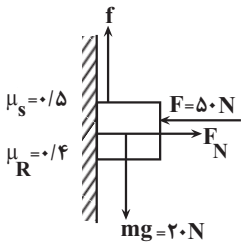
$$\rightarrow k = \frac{4}{0/06}\frac{N}{m} = \frac{4}{6}\frac{N}{cm} = \frac{2}{3}\frac{N}{cm}$$

(دینامیک) *(فیزیک ۳، صفحهٔ ۴۱)*

۶- گزینهٔ «۲» *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. سپس نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه را محاسبه می‌کنیم تا مشخص کنیم که آیا با وارد کردن نیروی F، جسم ساکن می‌ماند یا نه.

در راستای عمود بر دیوار نیروی F_N و F برابرند.



$$F_N = F = 50N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow[F_N = 50N]{\mu_s = 0/5} f_{s,max} = 0/5 \times 50 = 25N > mg = 20N$$

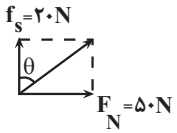
چون $f_{s,max}$ از نیروی وزن بیشتر است، پس جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک وارد بر جسم، اصطکاک ایستایی و اندازهٔ آن برابر نیروی وزن است:

$$f_s = mg - 20N$$

در نتیجه نیروی سطح وارد بر جسم (R) که برایند دو نیروی عمود بر هم F_N و f_s است، برابر است با:

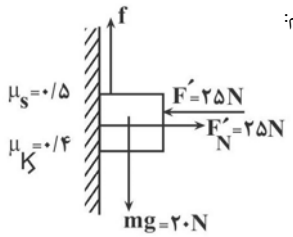
$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{20^2 + 50^2} = 10\sqrt{4+25} = 10\sqrt{29}N$$

با رسم نیروهای f_s، F_N و R، داریم:



$$\tan\theta = \frac{F_N}{f_s} = \frac{50}{20} = \frac{5}{2} \quad (2)$$

اکنون در حالت دوم که نیروی F نصف می‌شود، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه را محاسبه می‌کنیم:



$$F'_N = F' = 25N$$

$$f'_{s,max} = \mu_s F_N = 0/5 \times 25 = 12/5N < mg = 20N$$

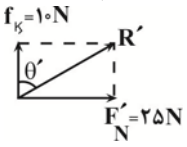
یعنی جسم در این حالت حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک وارد بر آن، اصطکاک جنبشی و اندازهٔ آن برابر است با:

$$f_k = \mu_k F'_N = 0/4 \times 25 = 10N$$

در نتیجه نیروی سطح وارد بر جسم (R')، برابر است با:

$$R' = \sqrt{f_k'^2 + F_N'^2} = \sqrt{10^2 + 25^2} = 5\sqrt{4+25} = 5\sqrt{29}N \quad (3)$$

با رسم نیروهای f_k، F'_N و R'، داریم:



$$\tan\theta' = \frac{F'_N}{f_k} = \frac{25}{10} = \frac{5}{2} \quad (4)$$

از رابطه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) داریم:

$$\frac{R'}{R} = \frac{5\sqrt{29}}{10\sqrt{29}} = \frac{1}{2} \Rightarrow R' = \frac{1}{2}R$$

$$\tan\theta = \tan\theta' \Rightarrow \theta = \theta'$$

(دینامیک) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)*

۷- گزینهٔ «۳» *(پژمان بردبار)*

با توجه به رابطهٔ نیروی کشسانی فنر داریم:

$$F_e = k\Delta L \Rightarrow \frac{F'_e}{F_e} = \frac{\Delta L'}{\Delta L} \xrightarrow[\Delta L' = 24 - L_0, \Delta L = 18 - L_0]{F'_e = 100N, F_e = 60N}$$

$$\frac{100}{60} = \frac{24 - L_0}{20 - L_0} \Rightarrow 5(20 - L_0) = 3(24 - L_0)$$

$$\Rightarrow 2L_0 = 100 - 72 \Rightarrow L_0 = 14cm$$

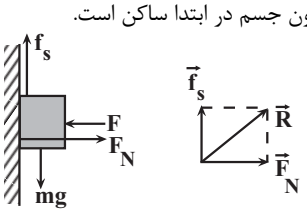
(دینامیک) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)*

۸- گزینهٔ «۲» *(رضا کریم)*

تغییر هر کدام از نیروها را بررسی می‌کنیم:

الف) با افزایش نیروی F نیروی عمودی سطح وارد بر جسم افزایش می‌یابد.

ب و پ) نیروی عکس‌العمل سطح برایند نیروهای اصطکاک وارد بر جسم و نیروی عمودی سطح است چون جسم در ابتدا ساکن است.



بنابراین $f_s = mg$

با افزایش نیروی F، F_N افزایش می‌یابد و بنابراین نیروی عکس‌العمل سطح (R) نیز افزایش می‌یابد.

$$R=\sqrt{f_s^2+F_N^2}$$

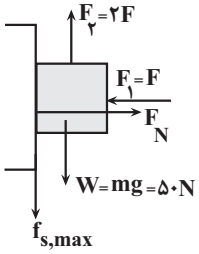
ت) چون جسم ساکن است بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است بنابراین با افزایش نیروی F برایند نیروهای وارد همچنان صفر می‌ماند.

بنابراین از بین نیروهای داده شده، فقط موارد الف و ب افزایش می‌یابد.

(دینامیک) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹)*

۹- گزینهٔ «۳» *(احمد مرادی‌پور)*

چون جسم در آستانه حرکت به سمت بالا است، نیروی اصطکاک ایستایی و بیشینه می‌باشد و جهت آن به سمت پایین است.



جسم در آستانه حرکت $\rightarrow a=0 \rightarrow F_{net}=ma=0$

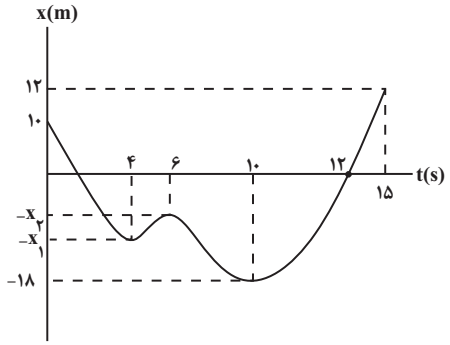
$$F_1=F_N \rightarrow F_N=F$$

$$F_2=mg+f_{s,max} \xrightarrow[f_{s,max}=\mu_s F_N=0/4F]{mg=50N,\ F_2=2F}$$

$$2F=50+0/4F \rightarrow 1/6F=50 \Rightarrow F=\frac{50}{1/6} \Rightarrow F=\frac{500}{16}=\frac{125}{4}N$$

(دینامیک) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۰)*

۱۰- گزینهٔ «۲» *(امیرامحمد میرسعید)*



مسافت طی شده = |جابه‌جایی|

$$(10+x_1)+(x_1-x_2)+(18-x_2)+18+12=40 \quad |12-10|$$

$$58+2x_1-2x_2=80$$

$$2(x_1-x_2)=22$$

$$x_1-x_2=11\ m$$

$$s_{av}=\frac{x_1-x_2}{6-4}=\frac{11}{2}=5/5\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۲ تا ۱۳)*

۱۱- گزینهٔ «۴» *(امیرمحمد میرسعید)*

الف) نادرست است زیرا تندی در حال افزایش می‌باشد. دقت کنید که نمودار در صورت سؤال نمودار سرعت – زمان است نه مکان – زمان

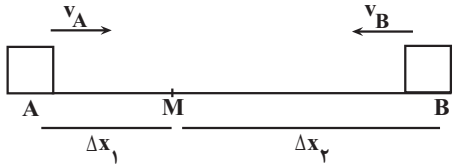
ب) نادرست است.

پ) نادرست است زیرا در نمودار سرعت – زمان، شیب نمودار نشانگر شتاب می‌باشد و از ۰ تا t_1 شیب نمودار منفی و از t_1 تا t_2 شیب نمودار مثبت است.

ت) درست است. در نمودار سرعت – زمان شیب وتری که از نقطه ابتدا به انتها وصل می‌شود نشانگر شتاب متوسط بین ۲ نقطه می‌باشد و شیب وتر از t_1 تا t_2 بیشتر از ۰ تا t_2 می‌باشد و ۳ گزاره نادرست بوده است.

(حرکت بر خط راست) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)*

۱۲- گزینهٔ «۳» *(پوریا یزدان‌پناه)*



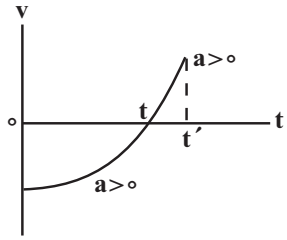
متحرک کندتر **(A)** فاصله A تا M را در مدت t طی می‌کند و متحرک سریع‌تر (B) فاصله M تا A را در مدت $\frac{2}{3}t$ می‌پیماید.

$$\overline{MA}=V_B\times\frac{2}{3}t \quad \xrightarrow{\overline{AM}=\overline{MA}} \quad \frac{V_B}{V_A}=\frac{3}{2}$$
$$\overline{AM}=V_A\times t$$

(حرکت بر خط راست) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)*

۱۳- گزینهٔ «۲» *(زهره آقامحمدی)*

می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان در هر لحظه، برابر شتاب در آن لحظه است. باتوجه به اینکه علامت شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان در بازهٔ زمانی صفر تا t'، همواره مثبت است، شتاب در این بازه همواره مثبت و در جهت محور x است. از طرفی در لحظهٔ t که سرعت متحرک صفر و علامت سرعت نیز عوض شده است، متحرک تغییر جهت می‌دهد. پس در بازهٔ صفر تا t، بردار شتاب خلاف جهت حرکت جسم (حرکت کندشونده) و در بازهٔ t تا t'، بردار شتاب در جهت حرکت جسم (حرکت تندشونده) است. با توجه به توضیحاتی گفته شده، گزینهٔ «۲» صحیح است.



(حرکت بر خط راست) *(فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)*

۱۴- گزینهٔ «۳» *(زهره آقامحمدی)*

چون نمودار مکان – زمان متحرک به‌صورت سهمی است، حرکت متحرک با شتاب ثابت صورت می‌گیرد. برای یافتن شتاب متحرک به روش زیر عمل می‌کنیم:

ابتدا با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t=4s$ تا $t=10s$، سرعت متحرک را در لحظهٔ $t=10s$ به‌دست می‌آوریم. توجه کنید که چون شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در لحظهٔ $t=4s$ برابر صفر است، سرعت متحرک در این لحظه صفر است:

$$v_{av}=\frac{v_4+v_{10}}{2} \xrightarrow[v_{av}=-7/5\frac{m}{s}]{v_4=0} -7/5=\frac{0+v_{10}}{2} \Rightarrow v_{10}=-15\frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ شتاب متوسط که در این مسأله با شتاب لحظه‌ای برابر

است، شتاب متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{۱۰} - v_{۴}}{۱۰ - ۴} \xrightarrow[v_{۱۰}=-۱۵\frac{m}{s}]{v_{۴}=۰} a = \frac{-۱۵}{۶} = -\frac{۵}{۲}\frac{m}{s^{۲}}$$

در نهایت با استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی خالص وارد بر جسم را محاسبه می‌کنیم:

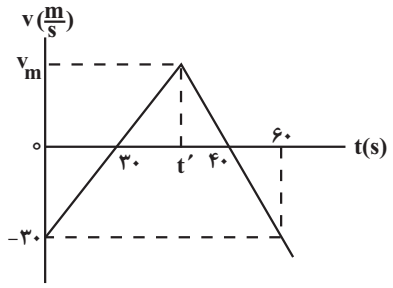
$$F_{net} = ma \xrightarrow[a=-\frac{۵}{۲}\frac{m}{s^{۲}}]{m=۸kg} F_{net} = ۸\times(-\frac{۵}{۲}) = -۲۰N \rightarrow |F_{net}| = ۲۰N$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶، ۳۰ و ۳۱)

۱۵- گزینهٔ «۲»

(امیرامحمد میرسعید)

ابتدا با تشابه مثلث، v_m را به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{v_m}{t' - ۳۰} = \frac{۳۰}{۳۰} = ۱$$

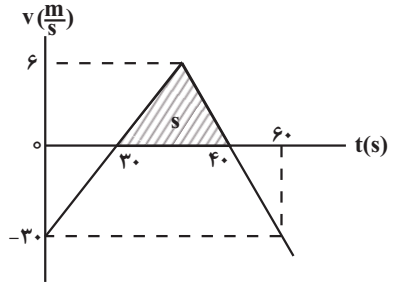
$$\frac{v_m}{۴۰ - t'} = \frac{۳۰}{۶۰ - ۴۰} = \frac{۳}{۲}$$

$$v_m = t' - ۳۰$$

$$v_m = \frac{۳}{۲}(۴۰ - t') \Rightarrow ۲(t' - ۳۰) = ۳(۴۰ - t') \rightarrow t' = \frac{۱۲۰ + ۶۰}{۵} = ۳۶s$$

$$\xrightarrow{v_m = t' - ۳۰} v_m = ۶\frac{m}{s}$$

در گام دوم مساحت زیر نمودار سرعت – زمان در قسمتی که متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند را به‌دست می‌آوریم:



$$s = \frac{۶\times(۴۰ - ۳۰)}{۲} = ۳۰m$$

اکنون سرعت متوسط را محاسبه می‌کنیم:

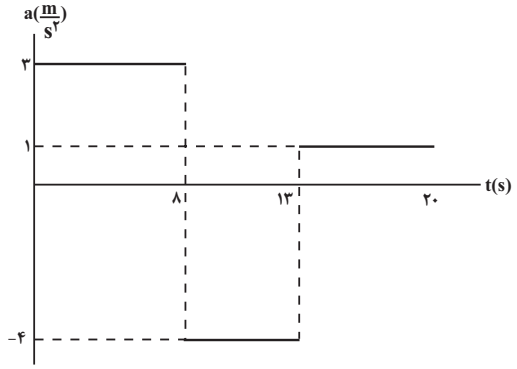
$$v_{av} = \frac{۳۰}{۱۰} = ۳\frac{m}{s}$$

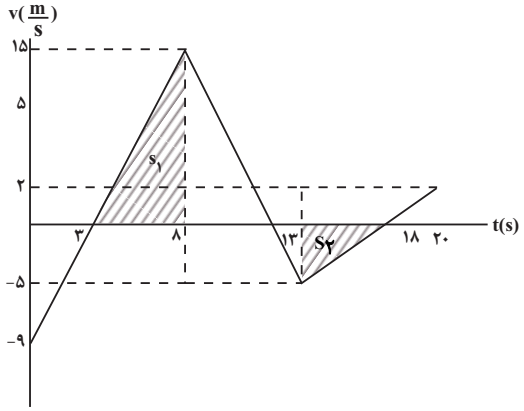
(حرکت‌بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱ تا ۱۵)

۱۶- گزینهٔ «۳»

(علیرضا باقری)

ابتدا نمودار سرعت – زمان را با کمک نمودار شتاب – زمان رسم می‌کنیم. می‌دانیم شیب نمودار سرعت – زمان باید برابر شتاب باشد و نمودار سرعت – زمان باید طوری رسم شود که در لحظهٔ $t = ۱۳s$ که دومین مرتبه‌ای است که جهت شتاب تغییر می‌کند سرعت متحرک برابر $-۵\frac{m}{s}$ باشد.





بررسی گزاره‌ها:

الف) صحیح است؛ مطابق نمودار سرعت – زمان رسم شده در بازهٔ زمانی ۰ تا ۲۰ ثانیه سرعت متحرک سه مرتبه صفر شده و علامت سرعت نیز تغییر کرده است.

ب) صحیح است؛ سرعت متوسط جسم در بازهٔ زمانی ۳ تا ۸ ثانیه برابر است با:

$$\Delta x = S_۱ - \frac{۵\times۱۵}{۲} = ۵\times۷/۵$$

$$v_{۳-۸} = \frac{\Delta x}{t} = \frac{۵\times۷/۵}{۵} = ۷/۵\frac{m}{s}$$

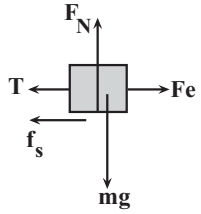
پ) غلط است؛ مطابق شکل در بازهٔ ۱۳ تا ۱۸ ثانیه مساحت قسمت $S_۲$ زیر محور زمان قرار دارد بنابراین جابه‌جایی در جهت منفی محور x است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۶)

۱۷- گزینهٔ «۳»

(رضا کریم)

نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم.



چون جسم در حال سکون است برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است. بنابراین نیروهای وارد بر آن برابر صفر است. بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر جسم برابر است با:

$$T + f_s = F_e \xrightarrow[\Delta\ell=۵cm=۰/۰۵m, k=۲۰۰\frac{N}{m}]{T=۶N, F_e=k\Delta\ell} f_s = ۲۰۰\times۰/۰۵ - ۶ \Rightarrow f_s = ۴N$$

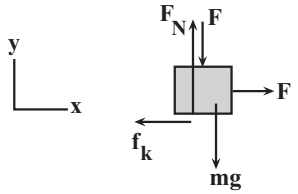
اکنون نیروی سطح وارد بر جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\sqrt{F_N^2+f_s^2}\xrightarrow[F_N=mg=4N]{f_s=4N}R=4\sqrt{2}N$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

۱۸- گزینهٔ «۴» (امیرحسین برادران)

اول چون جسم با تندی ثابت حرکت می‌کند بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است.

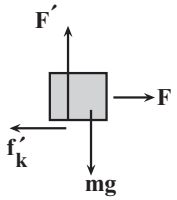


$$\sum F_y=0\Rightarrow F_N=F+mg$$

$$\sum F_x=0\Rightarrow F=f_k\xrightarrow{f_k=\mu_k F_N}$$

$$F=\mu_k(F+mg)\Rightarrow F=\frac{\mu_k mg}{1-\mu_k}\ (*)$$

در حالت دوم و با حذف نیروی F با نوشتن قانون دوم نیوتون داریم:



$$F-f_k'=ma\xrightarrow[F_N'=mg]{f_k'=\mu_k F_N'}F-\mu_k mg=ma$$

$$\Rightarrow F=m(\mu_k g+a)\ (**)$$

$$(*),(**)\Rightarrow\frac{\mu_k mg}{1-\mu_k}=m(\mu_k g+a)$$

$$\xrightarrow[a=9\frac{m}{s^2}]{g=10\frac{m}{s^2}}\frac{10\mu_k}{1-\mu_k}=10\mu_k+9\Rightarrow 9-10\mu_k^2-9\mu_k+10\mu_k=10\mu_k$$

$$\Rightarrow 10\mu_k^2+9\mu_k-9=0\Rightarrow\mu_k=\frac{-9\pm\sqrt{9^2+360}}{20}\Rightarrow\mu_k=0/6$$

$$\xrightarrow[W=mg]{F=\frac{\mu_k mg}{1-\mu_k}}\frac{F}{W}=\frac{\mu_k}{1-\mu_k}=\frac{0/6}{0/4}=\frac{3}{2}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۹- گزینهٔ «۳» (امیرحسین برادران)

ابتدا معادلهٔ حرکت متحرک با حرکت یکنواخت را به‌دست می‌آوریم:

$$x_A=v_A t+x_{0A}\xrightarrow[v_A=12\frac{m}{s}]{x_{0A}=20m}x_A=12t+20$$

اکنون ابتدا سرعت اولیه متحرک با شتاب ثابت را به‌دست می‌آوریم، سپس معادلهٔ مکان – زمان آن را می‌نویسیم:

$$v_B=a_B t+v_{0B}\xrightarrow[v_B=-8\frac{m}{s}]{t=2s,a_B=4\frac{m}{s^2}}-8=8+v_{0B}\Rightarrow v_{0B}=-16\frac{m}{s}$$

اکنون معادلهٔ مکان – زمان متحرک B را می‌نویسیم:

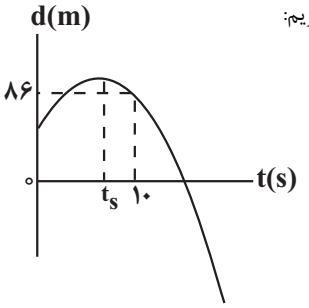
$$x_B=\frac{1}{2}a_B t^2+v_{0B}t+x_{0B}\xrightarrow[v_{0B}=-16\frac{m}{s},x_B=-10m]{a_B=4\frac{m}{s^2},t=2s}$$

$$-10=2\times 2^2-16\times 2+x_{0B}\Rightarrow x_{0B}=14m$$

بنابراین فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ t برابر است با:

$$d=x_A-x_B=(12t+20)-(2t^2-16t+14)=-2t^2+28t+6$$

اگر نمودار فاصله دو متحرک را رسم کنیم داریم:

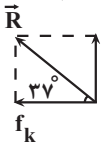


$$t_s=\frac{-V_0}{a}=\frac{28}{4}=7s\Rightarrow d=-2\times 7^2+28\times 7+6=104m$$

نکته: در لحظه‌ای فاصلهٔ متحرک B از متحرک A کم می‌شود که داشته باشیم $v_B=v_A$، تا قبل از این لحظه دو متحرک به‌صورت پیوسته در حال دور شدن از یکدیگرند. (حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۲)

۲۰- گزینهٔ «۲» (امیرحسین برادران)

نیروی عکس‌العمل برایند نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک وارد بر جسم است، ابتدا نیروی اصطکاک وارد بر جسم را به دست می‌آوریم:



$$\tan 37^\circ=\frac{F_N}{f_k}\xrightarrow[F_N=mg]{\tan 37^\circ=\frac{3}{4}}f_k=\frac{4}{3}mg\xrightarrow[g=10\frac{N}{kg}]{m=3kg}$$

$$f_k=40N$$

اکنون قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم:

$$F_e-f_k=ma\xrightarrow[f_k=40N,a=4\frac{m}{s^2}]{F_e=K\Delta\ell,m=3kg,K=260\frac{N}{m}}260\Delta\ell-40=12$$

$$\Rightarrow\Delta\ell=\frac{52}{260}=0/2m=20cm$$

$$\Rightarrow L=L_0+\Delta L\xrightarrow[\Delta L=20cm]{L_0=40cm}L=60cm$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۴)

۱- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین برادران)*

در نمودار سرعت – زمان در بازهٔ زمانی که نمودار در حال دور شدن از محور زمان است، نوع حرکت تندشونده است؛ همچنین در بازهٔ زمانی که نمودار بالای محور زمان است، متحرک در جهت مثبت محور x ها در حال حرکت است و در بازهٔ زمانی که نمودار زیر محور زمان است، متحرک در جهت منفی محور x ها در حال حرکت است، بنابراین در بازه‌های زمانی 0 تا $8s$ و $15s$ تا $20s$ متحرک در جهت مثبت محور x ها در حال حرکت بوده و نوع حرکت آن تندشونده است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۲- گزینهٔ «۴» *(رضا کریم)*

با توجه به معادلهٔ سرعت – زمان، نوع حرکت متحرک، حرکت با شتاب ثابت است. در حرکت با شتاب ثابت اگر دو بردار سرعت و شتاب در ابتدا خلاف جهت هم باشند، پس از تغییر جهت حرکت، بردارهای سرعت و شتاب هم جهت می‌شوند.

دقت شود که شتاب ثابت متحرک منفی و سرعت در لحظهٔ $t=0$ مثبت است.

پس لحظهٔ موردنظر، زمانی پس از لحظهٔ تغییر جهت است:

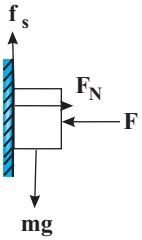
$$v=0 \Rightarrow -2t_s+15=0 \Rightarrow t_s=7/5s \Rightarrow t>7/5s$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۳- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین برادران)*

چون جسم در حال سکون است ، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر آن در راستای قائم برابر صفر است. با افزایش نیروی افقی F، بزرگی نیروی اصطکاک تغییر نمی‌کند.

امّا نیروی عمودی سطح با نیروی افقی F برابر است، بنابراین با افزایش نیروی افقی F به اندازهٔ $10N$، نیروی عمودی سطح هم $10N$ افزایش می‌یابد.



(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

۴- گزینهٔ «۲» *(رضا کریم)*

در نمودار مکان – زمان، در بازهٔ زمانی که نمودار بالای محور زمان است، بردار مکان در جهت مثبت محور x ها است $(x>0)$. در نمودار بالا در بازهٔ زمانی $t=0$ تا $t=5s$ و $t=9s$ تا $t=10s$ ، بردار مکان در جهت مثبت محور x ها است.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲ تا ۸)

۵- گزینهٔ «۴» *(ابوالفضل خالقی)*

بررسی گزاره‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: در حرکت روی مسیر منحنی، همواره مسافت طی شده در هر بازهٔ زمانی، بزرگتر از بزرگی جابه‌جایی است.

گزینهٔ «۲»: در نمودار مکان – زمان، بزرگی شیب خط مماس در هر لحظه برابر با تندی لحظه‌ای است.

گزینهٔ «۳»: شرط تغییرجهت حرکت این است که اولاً شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان صفر شود، ثانیاً شیب خط مماس تغییر علامت دهد.

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۲ تا ۸)

۶- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین برادران)*

ابتدا با توجه به نمودار نیرو – زمان، معادلهٔ آن را به دست می‌آوریم.

$$F=2/5t$$

تا وقتی که $F \le f_{s,max}$ است، نیروی اصطکاک از نوع ایستایی بوده و برابر است با:

$$f_s=F$$

اگر $F>f_{s,max}$ باشد، جسم شروع به حرکت می‌کند و پس از آن نیروی اصطکاک از نوع جنبشی است: $f=f_k=\mu_k F_N$

اکنون $f_{s,max}$ و f_k را به دست می‌آوریم.

$$f_{s,max}=\mu_s F_N \xrightarrow[\mu_s=0/8]{F_N=mg=20N} f_{s,max}=16N$$

$$f_k=\mu_k F_N \xrightarrow[F_N=mg=20N]{\mu_k=0/6} f_k=12N$$

اکنون نیروی F را در لحظات $t_1=4s$ و $t_2=8s$ به دست می‌آوریم.

$$F_1=2/5\times 4=10N \xrightarrow{F_1<f_{s,max}} f_s=F_1=10N$$

$$F_2=2/5\times 8=20N \xrightarrow{F_2>f_{s,max}} f=f_k=12N$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

۷- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین برادران)*

چون تندی متحرک B سه برابر تندی متحرک A است، بنابراین اگر متحرک A مسافتی به اندازهٔ d طی کند، متحرک B در این مدت به اندازهٔ $3d$ جابه‌جا می‌شود.

بنابراین داریم:

$$3d=(30+d)+60 \Rightarrow 2d=90 \Rightarrow d=45m$$

بنابراین بردار مکان متحرک A برابر است با:

$$\vec{r}_A=(d+x_{0A})\vec{i} \xrightarrow[x_{0A}=30m]{d=45m} \vec{r}_A=75(m)\vec{i}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۹ تا ۲۷)

۸- گزینهٔ «۴» *(علی عالی‌بری)*

در مدت زمانی که رانندهٔ خودرو واکنش نشان داده تا ترمز کند، خودروی A و B مسافتی را با سرعت ثابت می‌پیمایند. در این صورت برای محاسبهٔ فاصلهٔ دو خودرو می‌توان نوشت:

$$\Delta x_A = ۸۰\times ۰/۷۵ = ۶۰m \ , \ \Delta x_B = ۲۰\times ۰/۷۵ = ۱۵m$$

$$\Rightarrow d = ۱۶۵ - ۶۰ + ۱۵ = ۱۲۰m$$

اکنون معادلهٔ حرکت دو خودرو را از لحظهٔ ترمز متحرک A می‌نویسیم:

$$x_A = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ = \frac{۱}{۲}at^۲ + ۸۰t \ , \ x_B = ۲۰t + ۱۲۰$$

برای محاسبه شتاب ترمز، ابتدا تابع فاصله دو خودرو را می‌نویسیم:

$$|x_A - x_B| = |\frac{۱}{۲}at^۲ + ۸۰t - ۲۰t - ۱۲۰| = |\frac{۱}{۲}at^۲ + ۶۰t - ۱۲۰|$$

برای آن که دو خودرو به هم برخورد نکنند، تابع فاصلهٔ آن‌ها نباید مساوی صفر شود (نباید ریشه داشته باشد)، در این صورت داریم:

$$\frac{۱}{۲}at^۲ + ۶۰t - ۱۲۰ = ۰ \Rightarrow \Delta < ۰ \Rightarrow ۳۶۰۰ - ۴(\frac{۱}{۲}a)(-۱۲۰) < ۰$$

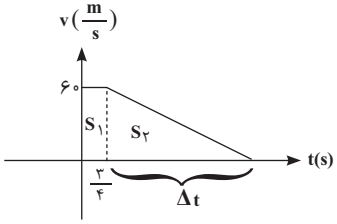
$$۳۶۰۰ + ۲۴۰a < ۰ \Rightarrow ۲۴۰a < -۳۶۰۰ \Rightarrow a < -۱۵ \Rightarrow |a| = ۱۵\frac{m}{s^۲}$$

روش دوم:

- می‌توانیم سوال را به شکل نسبی حل کنیم. سرعت متحرک A برابر با $+۸۰\frac{m}{s}$ و سرعت متحرک B برابر $+۲۰\frac{m}{s}$ است، بنابراین می‌توان فرض کرد متحرک B ثابت است و متحرک A با سرعت $+۶۰\frac{m}{s}$ به آن نزدیک می‌شود:



- حال نمودار سرعت – زمان متحرک A را رسم می‌کنیم:



- مساحت زیر نمودار باید برابر ۱۶۵ متر شود:

$$\left.\begin{array}{l} S_۱ = ۶۰\times\frac{۳}{۴} = ۴۵ \\ S_۲ = \frac{۶۰\times\Delta t}{۲} = ۳۰\Delta t \end{array}\right\} \Rightarrow s_۱ + s_۲ = ۱۶۵ \Rightarrow ۴۵ + ۳۰\Delta t = ۱۶۵ \Rightarrow \Delta t = ۴s$$

- پس متحرک A برای داشتن حداقل مقدار شتاب حداکثر در مدت زمان ۴ ثانیه می‌تواند ترمز کند.

$$|a_{min}| = |\frac{\Delta v}{\Delta t_{max}}| = |\frac{-۶۰}{۴}| = ۱۵\frac{m}{s^۲}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحهٔ ۱۷)

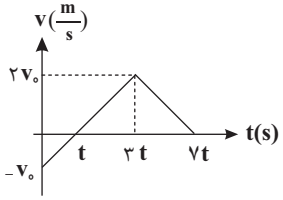
۹- گزینهٔ «۱» *(امیر داوری‌نیا)*

ابتدا با استفاده از نسبت بزرگی شتاب‌ها، زمان برخورد خط با شیب منفی با محور زمان را پیدا می‌کنیم.

بزرگی شتاب و شیب خط مثبت $= ۲a = \frac{۲v_۰}{۲t} = \frac{v_۰}{t} \Rightarrow a = \frac{v_۰}{۲t}$

بزرگی شتاب و شیب خط منفی $= a = \frac{۲v_۰}{?} = \frac{v_۰}{۲t} \Rightarrow ? = ۴t$

پس تغییرات افقی خط دوم برابر با $۴t$ به سمت راست است در نتیجه نقطه برخورد با محور زمان برابر است با $۳t + ۴t = ۷t$.



* جابه جایی در نمودار $v-t$ = مساحت سطح زیر نمودار(با در نظر گرفتن علامت)!

جابه جایی با شتاب مثبت: $\frac{-۱}{۲}\times v_۰\times t + \frac{۱}{۲}\times ۲v_۰\times ۲t = \frac{۴v_۰}{۲}t - \frac{v_۰t}{۲} = \frac{۳v_۰t}{۲}$

جابه جایی با شتاب منفی: $\frac{۱}{۲}\times ۲v_۰\times ۴t = \frac{۸v_۰t}{۲} \Rightarrow \frac{\frac{۸v_۰t}{۲}}{\frac{۳v_۰t}{۲}} = \frac{۸}{۳}$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۹ تا ۲۱)

۱۰- گزینهٔ «۴» *(امیرمحمد میرسعید)*

در صورت سؤال اندازهٔ سرعت اولیه داده نشده است، پس ابتدا با کمک جابه‌جایی، سرعت اولیه را به دست می‌آوریم. اگر سرعت اولیه را $v_۰$ بنامیم، جابه‌جایی در ۱۰ ثانیهٔ اول به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t = \frac{۱}{۲}\times(-۴)\times ۱۰۰ + ۱۰v_۰ = -۲۰۰ + ۱۰v_۰ \quad (۱)$$

سپس سرعت در $t = ۱۰s$ را به دست می‌آوریم، زیرا سرعت در $t = ۱۰s$ همان سرعت اولیه در بازهٔ $t = ۱۰s$ تا $t = ۳۰s$ است.

$$v'_۰ = at + v_۰ = -۴\times ۱۰ + v_۰ = -۴۰ + v_۰$$

سپس جابه جایی در بازهٔ $t = ۱۰s$ تا $t = ۳۰s$ را محاسبه می‌کنیم :

$$\Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}a't'^۲ + v'_۰t' \Rightarrow \Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}\times ۵\times ۴۰۰ + ۲۰(-۴۰ + v_۰) = ۲۰۰ + ۲۰v_۰ \quad (۲)$$

جابه‌جایی در کل مسیر برابر است با $\Delta x_۱ + \Delta x_۲$ که مطابق صورت سؤال می‌توان نوشت:

$$\Delta x_۱ + \Delta x_۲ = -۶۰۰ \xrightarrow[(۲)]{(۱)} -۲۰۰ + ۱۰v_۰ + ۲۰۰ + ۲۰v_۰ = -۶۰۰ \Rightarrow v_۰ = -۲۰\frac{m}{s}$$

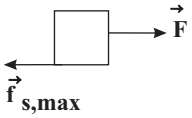
حال می‌توانیم سرعت در $t = ۱۲s$ را به دست آوریم. دقت کنید در این لحظه شتاب $+۵\frac{m}{s^۲}$ ، $\Delta t = ۲s$ و سرعت اولیه همان سرعت در $t = ۱۰s$ $(v'_۰)$ است.

$$v'_۰ = -۴۰ + v_۰ = -۶۰\frac{m}{s} \ , \ v = a't + v'_۰ = ۵\times ۲ - ۶۰ = -۵۰\frac{m}{s}$$

(حرکت بر خط راست) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۱- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین برادران)*

در لحظه‌ای که جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد نیروی اصطکاک ایستایی، بیشینه است و داریم:



$$F = f_{s,max} \xrightarrow[F_N = mg]{f_{s,max} = \mu_s F_N} F = mg\mu_s \quad (*)$$

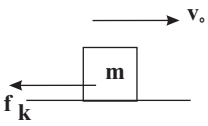
جسم تحت تأثیر نیروی افقی F با شتاب a شروع به حرکت می‌کند، با نوشتن قانون دوم نیوتون برای این حالت داریم:

$$F - f_k = ma \xrightarrow[f_k = \mu_k F_N, F_N = mg]{ma = ۱۸N} F - ۱۸ = \mu_k mg \quad (**)$$

$$(*),(**) \Rightarrow \frac{F-۱۸}{F} = \frac{\mu_k}{\mu_s} \Rightarrow ۰/۴F = ۱۸ \Rightarrow F = ۴۵N$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

۱۲- گزینهٔ «۲» *(امیرمحمد میرسعید)*



تنها نیروی وارد بر جسم نیروی اصطکاک است.

$$-f_k = ma \Rightarrow -\mu_k \cancel{m} g = \cancel{m} a \Rightarrow -\frac{۱}{۱۰} \times ۱۰ = a \Rightarrow a = -۱ \frac{m}{s^۲}$$

$$v_۰ = ۲۰ \frac{m}{s}, a = -۱ \frac{m}{s^۲}, v = ۱۰ \frac{m}{s}, \Delta x = ?$$

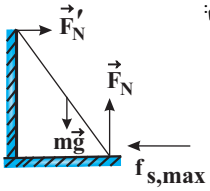
از رابطه مستقل از زمان استفاده می‌کنیم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۱۰۰ - ۴۰۰ = ۲ \times (-۱) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{۳۰۰}{۲} = ۱۵۰m$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۸ و ۳۵ تا ۴۰)

۱۳- گزینهٔ «۳» *(امیرمحمد محسن زاده)*

نیروهای وارد شده به میله را به صورت مقابل رسم می‌کنیم:



با توجه به این که میله ساکن است، برآیند نیروهای وارد شده به آن صفر است و داریم:

$$F_N = mg = ۲۰ \times ۱۰ = ۲۰۰N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = ۲۰۰\mu_s$$

اندازهٔ نیروی وارد شده از طرف سطح افقی به نردبان، برابر اندازهٔ برآیند نیروهای $\vec{F}_N$ و $\vec{f}_{s,max}$ است، بنابراین داریم:

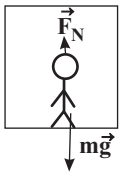
$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_{s,max}^۲} \Rightarrow ۱۰۰\sqrt{۵} = \sqrt{(۲۰۰)^۲ + (۲۰۰\mu_s)^۲}$$

$$\Rightarrow ۱۰۰\sqrt{۵} = ۲۰۰\sqrt{۱ + \mu_s^۲} \Rightarrow \frac{\sqrt{۵}}{۲} = \sqrt{۱ + \mu_s^۲} \Rightarrow \mu_s = \frac{۱}{۲}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰، ۴۳ و ۴۴)

۱۴- گزینهٔ «۴» *(علی عالی‌بری)*

دو نیرو به شخص وارد می‌شود، یکی نیروی وزن و دیگری نیروی عمودی سطح. آسانسور از حال سکون، شروع به حرکت به سمت پایین کرده است. بنابراین نیروی وزن از نیروی عمودی سطح بزرگ‌تر است و با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \xrightarrow{a = +۵ \frac{m}{s^۲}} F_N = ۵m$$

$$mg - F_N = ۱۲۰N \xrightarrow[g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}]{F_N = ۵m} ۱۰m - ۵m = ۱۲۰ \Rightarrow m = ۲۴kg$$

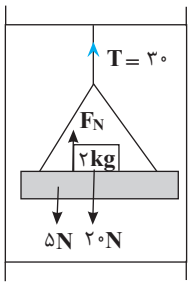
در معادلهٔ اول m را جایگذاری می‌کنیم: $۲۴۰ - F_N = ۵ \times ۲۴ \Rightarrow F_N = ۱۲۰N$

کف آسانسور به شخص نیروی $۱۲۰N$ رو به بالا وارد می‌کند و بنا به قانون سوم نیوتن، شخص نیز به آسانسور نیروی $۱۲۰N$ رو به پایین وارد می‌کند.

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

۱۵- گزینهٔ «۳» *(محمدصادق مام‌سیره)*

چون $(T > mg)$ است، یعنی آسانسور به صورت تندشونده بالا می‌رود یا به صورت کندشونده پایین می‌آید. با رسم نیروها و اعمال قانون دوم نیوتون در یکی از دو حالت بیان شده، مثلاً تندشونده رو به بالا می‌توان نوشت:



$$a = \frac{F_{net}}{m} \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{\text{در کل مجموعه}} a = \frac{۳۰ - ۲۵}{۲/۵} = ۲ \frac{N}{kg} \\ \xrightarrow{\text{در مورد وزنهٔ ۲kg}} ۲ = \frac{F_N - ۲۰}{۲} \Rightarrow F_N = ۲۴N \end{cases}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

۱۶- گزینهٔ «۱» *(غلامرضا محبی)*

به کمک قانون دوم نیوتون شتاب هر وزنه را حساب می‌کنیم:

$$(۱) \text{ جسم}: F_{net} = m_۱ a_۱ \Rightarrow a_۱ = \frac{F_{net}}{m_۱} = \frac{(۴+۳) - (۴)}{۴} = \frac{۳}{۴} \frac{N}{kg}$$

$$(۲) \text{ جسم } F_{net} = m_۲ a_۲ \Rightarrow a_۲ = \frac{F_{net}}{m_۲} = \frac{۱۰ - ۴}{۲} = ۳ \frac{N}{kg}$$

$$(۳) \text{ جسم}: F_{net} = m_۳ a_۳ \Rightarrow a_۳ = \frac{F_{net}}{m_۳} = \frac{(۱+۴) - (۴)}{۱} = ۱ \frac{N}{kg}$$

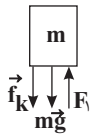
$$(۴) \text{ جسم}: F_{net} = m_۴ a_۴ \Rightarrow a_۴ = \frac{F_{net}}{m_۴} = \frac{۴ - ۳}{۳} = \frac{۱}{۳} \frac{N}{kg}$$

بنابراین خواهیم داشت: $a_۲ > a_۳ > a_۱ > a_۴$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

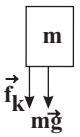
۱۷- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین برادران)*

در حالت اول، برآیند نیروهای وارد بر جسم به سمت بالا است. با نوشتن قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_1 - f_k - mg = ma_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F_1 - f_k - mg}{m} \quad (*)$$

در حالت دوم، برایند نیروهای وارد بر جسم به سمت پایین است. با در نظر گرفتن جهت مثبت به سمت پایین داریم:



$$f_k + mg = ma_2 \Rightarrow a_2 = \frac{f_k + mg}{m} \quad (**)$$

در مدت ۳ ثانیه، جسم از حال سکون به تندی v می‌رسد و پس از آن در مدت ۶ ثانیه، جسم متوقف می‌شود؛ بنابراین نسبت شتاب در دو حالت برابر است با:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{|\Delta v_1|}{\Delta t_1}}{\frac{|\Delta v_2|}{\Delta t_2}} \xrightarrow[\Delta v_2 = 0 - v\ ,\ \Delta t_2 = 6s]{\Delta v_1 = v - 0\ ,\ \Delta t_1 = 3s} \frac{a_1}{a_2} = 2$$

$$(*),(**) \Rightarrow \frac{F_1 - f_k - mg}{f_k + mg} = \frac{a_1}{a_2} \xrightarrow{\frac{a_1}{a_2}=2}$$

$$\frac{F_1 - f_K - mg}{f_k + mg} = 2 \Rightarrow 2f_k + 2mg = F_1 - f_k - mg$$

$$\Rightarrow 3f_k + 3mg = F_1 \Rightarrow f_k + mg = \frac{F_1}{3} \xrightarrow{F_1 = 30N} f_k + mg = 10N$$

در حالت دوم برایند نیروهای وارد بر جسم، همان $f_k + mg$ است.

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۳۰، ۳۱ و ۳۵ تا ۴۰)

۱۸- گزینهٔ «۲» *(علی عالی‌بری)*

با توجه به قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_{\text{پیشران}} - F_{\text{مقاومت}} = ma$$

$$200 - 400 = 400a \Rightarrow -200 = 400a \Rightarrow a = -\frac{1}{2} = -0/5\ \frac{m}{s^2}$$

سرعت اولیهٔ قایق $15\ \frac{m}{s}$ و شتاب حرکت $-0/5\ \frac{m}{s^2}$ است و مدت زمان توقف خواسته شده، یعنی پس از چند ثانیه سرعت قایق به صفر رسیده است.

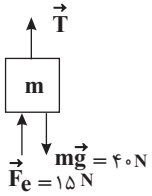
$$v = at + v_0 \xrightarrow[a=-0/5\ m/s^2]{v=0,\ v_0=15m/s} 0 = -0/5t + 15 \Rightarrow 0/5t = 15 \Rightarrow t = 30s$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۵، ۳۰ و ۳۱)

۱۹- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین برادران)*

چون نیرویی که از طرف سطح به فنر وارد می‌شود به سمت بالا است، بنابراین فنر فشرده شده و طول آن نسبت به طول عادی فنر کمتر است.

چون برآیند نیروهای وارد بر فنر برابر صفر است، بنابراین نیرویی که جسم به فنر وارد می‌کند به سمت پایین و برابر $15N$ است، پس مطابق قانون سوم نیوتون، نیرویی که فنر به جسم وارد می‌کند به سمت بالا و برابر $15N$ است.



چون برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر صفر است، داریم:

$$F_e + T = mg \Rightarrow T = mg - F_e = 40 - 15 = 25N$$

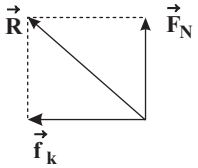
(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۲۰- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین برادران)*

چون جسم با تندی ثابت در حال حرکت است، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر آن برابر با صفر است.

$$F_e = f_k \xrightarrow[\Delta l = 5cm = 0/05m]{Fe = k\Delta l\ ,\ k = 400\frac{N}{m}} f_k = 20N$$

$$F_N = mg \xrightarrow[g = 10\frac{N}{kg}]{m = 1/5kg} F_N = 15N$$



نیروی سطح وارد بر جسم برایند دو نیروی f_k و F_N است.

$$\vec{R} = -f_k\vec{i} + F_N\vec{j} \xrightarrow[F_N = 15N]{f_k = 20N} \vec{R} = -20(N)\vec{i} + 15(N)\vec{j}$$

بنابراین طبق قانون سوم نیوتن، نیرویی که جسم به سطح افق وارد می‌کند، برابر است با:

$$\vec{R}' = -\vec{R} = 20(N)\vec{i} - 15(N)\vec{j}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۱ و ۴۴)

۱- گزینهٔ «۴» (رضا کریم)

پدیدهٔ تشدید برای آونگی اتفاق می‌افتد که بسامد نوسان آن با بسامد نوسان آونگ B یکسان باشد. با توجه به رابطهٔ بسامد زاویه‌ای آونگ داریم:

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$\begin{cases}\omega_B=\sqrt{\frac{g}{2L}}\\ \omega_A=\sqrt{\frac{g}{L}}\\ \omega_C=\sqrt{\frac{2g}{L}}\\ \omega_D=\sqrt{\frac{2g}{3L}}\end{cases}\Rightarrow \omega_B\neq\omega_A\neq\omega_C\neq\omega_D$$

بسامد زاویه‌ای آونگ، مستقل از جرم وزنهٔ متصل به آونگ است بنابراین هیچ‌کدام از آونگ‌ها تشدید نمی‌شوند.

(نوسان و امواج) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۲- گزینهٔ «۲» (پژمان بردبار)

با توجه به رابطهٔ مکان – زمان در حرکت هماهنگ ساده داریم:

$$x=A\cos\omega t$$

در هر دورهٔ تناوب مسافت طی شده توسط نوسانگر ۴ برابر دامنهٔ نوسان است.

$$L=4A\xrightarrow{L=40cm}A=10cm$$

بنابراین معادلهٔ مکان – زمان حرکت نوسانگر به‌صورت زیر است.

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\xrightarrow{T=0/2}\omega=10\pi\frac{rad}{s}\xrightarrow{A=0/1m}x=A\cos\omega t$$

$$x=0/1\cos10\pi t$$

(نوسان و امواج) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۵۵ تا ۶۳)

۳- گزینهٔ «۳» (رضا کریم)

ابتدا از روی نمودار دورهٔ حرکت و سپس بسامد زاویه‌ای نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{3T}{4}=0/03\Rightarrow T=0/04s\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}}\omega=\frac{2\pi}{0/04}=50\pi\frac{rad}{s}$$

اکنون معادلهٔ مکان – زمان نوسانگر را می‌نویسیم و مکان آن را در لحظهٔ $t=5ms$ به‌دست می‌آوریم:

$$x=A\cos\omega t\xrightarrow[\omega=50\pi\frac{rad}{s}]{A=20cm=0/2}x=0/2\cos50\pi t$$

$$\xrightarrow{t=5ms=\frac{1}{200}s}x=0/2\cos50\pi\times\frac{1}{200}=\frac{\sqrt{2}}{10}m$$

با توجه به رابطهٔ شتاب – مکان نوسانگر داریم:

$$a=-\omega^2x\xrightarrow{\omega=50\pi\frac{rad}{s}}a=-2500\pi^2\times\frac{\sqrt{2}}{10}=-2500\sqrt{2}\frac{m}{s^2}$$

و بزرگی شتاب برابر با $|-2500\sqrt{2}|=2500\sqrt{2}\frac{m}{s^2}$ می‌شود.

(نوسان و امواج) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۵۵ تا ۶۳)

۴- گزینهٔ «۴» (پژمان بردبار)

ابتدا شتاب گرانش را در محل ماهواره به‌دست می‌آوریم و سپس نیروی گرانشی وارد بر ماهواره را محاسبه می‌کنیم:

$$g_h=\frac{GM_e}{(R_e+h)^2}\rightarrow\frac{g_h}{g}=(\frac{R_e}{R_e+h})^2\xrightarrow[R_e=6400km]{h=3200km}$$

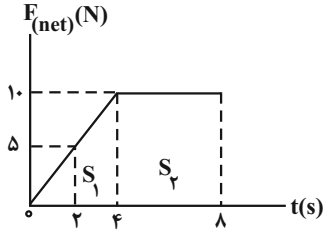
$$\Rightarrow\frac{g_h}{g}=(\frac{R_e}{\frac{3}{2}R_e})^2=\frac{4}{9}\xrightarrow{g=10\frac{m}{s^2}}g_h=\frac{40}{9}\frac{m}{s^2}$$

$$W_h=mg_h=1800\times\frac{40}{9}=8000N$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۶ و ۴۹)

۵- گزینهٔ «۲» (رضا کریم)

می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار نیروی خالص وارد بر جسم و محور زمان برابر تغییر تکانه است.



$$\Delta p_{2s-8s}=S_1+S_2\xrightarrow[S_2=10\times4=40\frac{kg.m}{s}]{S_1=\frac{5+10}{2}\times2=15\frac{kg.m}{s}}$$

$$\Delta p_{2s-8s}=55\frac{kg.m}{s}$$

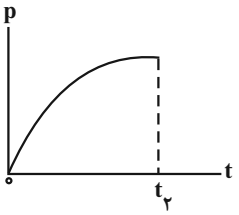
$$\xrightarrow[\Delta t=8-2=6s]{F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}}F_{av}=\frac{55}{6}N$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۶- گزینهٔ «۲» (محسن قندچلر)

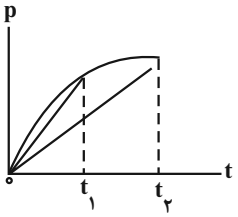
در نمودار $[p-t]$، اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار، به معنی بزرگی نیروی خالص وارد بر جسم است.

همانطور که در شکل نشان داده شده است، از لحظهٔ صفر تا t_2، شیب خط مماس بر نمودار، روبه کاهش است.



در نمودار $[p-t]$، اندازهٔ شیب خط واصل بین دو لحظه، به معنی بزرگی نیروی خالص متوسط وارد بر جسم است. همانطور که در شکل نشان داده شده است، شیب خط واصل در بازهٔ صفر تا t_1 از شیب خط واصل در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 بیشتر است. هم چنین تکانه از ضرب سرعت در جرم به‌دست می‌آید و چون جرم ثابت است نمودار سرعت جسم هم مطابق شکل است و

شتاب متوسط متناسب با شیب خط واصل بین دو لحظه است که مقدار آن در بازهٔ t_1-0 بیشتر از t_2-0 است.



(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

۷- گزینهٔ «۲» *(عطاله شادآباد)*

با توجه به معلوم بودن نیروی خالص و زمان اثر نیرو، تغییر تکانه دو جسم را نسبت به هم محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta p = F_{net}.\Delta t \xrightarrow[p_0=0]{\Delta p=p-p_0} p = F_{net}.\Delta t$$

$$\frac{p_A}{p_B}=\frac{F_A}{F_B}\times\frac{\Delta t_A}{\Delta t_B}=\frac{2F}{\frac{F}{2}}\times\frac{3t}{4t}=3$$

حال با توجه به رابطهٔ انرژی جنبشی و تکانه داریم:

$$K=\frac{p^2}{2m}\rightarrow\frac{K_A}{K_B}=(\frac{p_A}{p_B})^2\times\frac{M_B}{M_A}=9\times\frac{1}{4}=\frac{9}{4}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۸- گزینهٔ «۲» *(محمود منصوری)*

ابتدا با استفاده از رابطهٔ انرژی جنبشی، سرعت نهایی جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$K_2=16K_1$$

$$K=\frac{1}{2}mv^2\rightarrow\frac{K_2}{K_1}=(\frac{v_2}{v_1})^2\xrightarrow[v_1=5\frac{m}{s}]{K_2=16K_1}$$

$$\frac{16K_1}{K_1}=(\frac{v_2}{5})^2\rightarrow 4=\frac{v_2}{5}\Rightarrow v_2=20\frac{m}{s}$$

اکنون با داشتن سرعت نهایی، تغییرات تکانه را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta p=m\Delta v\rightarrow\Delta p=6(20-5)=90\frac{kg.m}{s}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۹- گزینهٔ «۱» *(مهری شریفی)*

ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب را محاسبه می‌کنیم:

$$a=\frac{F_{net}}{m}=\frac{6\vec{i}-8\vec{j}}{4}=1/5\vec{i}-2\vec{j}$$

سرعت جسم را در $t=3s$ محاسبه می‌کنیم:

$$v=at+v_0\rightarrow v=(1/5\vec{i}-2\vec{j})\times 3+(3\vec{i}-4\vec{j})=7/5\vec{i}-10\vec{j}$$

با استفاده از رابطهٔ $p=mv$ تکانه را محاسبه می‌کنیم:

$$p=mv\rightarrow p=4\times(7/5\vec{i}-10\vec{j})=30\vec{i}-40\vec{j}$$

$$|p|=\sqrt{30^2+40^2}=50\frac{kg.m}{s}$$

روش دوم:

با توجه به قانون دوم نیوتون برحسب تکانه داریم:

$$\vec{F}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=3s,\vec{F}=6\vec{i}-8\vec{j}]{\vec{p}_1=m\vec{v}_1,m=4kg}6\vec{i}-8\vec{j}=\frac{p_2-4(3\vec{i}-4\vec{j})}{3}$$

$$\Rightarrow 18\vec{i}-24\vec{j}=\vec{p}_2-12\vec{i}+16\vec{j}\Rightarrow\vec{p}_2=30\frac{kg.m}{s}\vec{i}-40\frac{kg.m}{s}\vec{j}$$

$$\Rightarrow|\vec{p}_2|=\sqrt{30^2+40^2}=50\frac{kg.m}{s}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۱۰- گزینهٔ «۱» *(مهری شریفی)*

اگر جهت بالا را مثبت در نظر بگیریم، با توجه به اینکه توپ در ابتدا به سمت پایین حرکت می‌کرده است، بردار سرعت برخورد توپ به سطح افقی برابر $-\vec{v}_1\vec{j}$ و بردار سرعت بازگشت برابر $\vec{v}_2=+10\vec{j}$ است:

$$F_{net}=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{m\Delta v}{\Delta t}\xrightarrow[m=0/2kg,\Delta t=0/2s]{F_{net}=50N}$$

$$\Rightarrow 50=\frac{0/2\times(10-(-v_1))}{0/2}\Rightarrow 10+v_1=50$$

$$v_1=40\frac{m}{s}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۱۱- گزینهٔ «۳» *(سیده ملیحه میرصالحی)*

با استفاده از رابطهٔ $g=\frac{GM}{r^2}$، نسبت شتاب گرانش در نقاط مورد نظر را به‌دست می‌آوریم. در این رابطه، r فاصلهٔ نقطهٔ مورد نظر تا مرکز سیاره است.

$$\frac{g_B}{g_A}=\frac{M_B}{M_A}\times(\frac{r_A}{r_B})^2\xrightarrow[r_A=3R,r_B=2R]{M_A=3M_B,R_A=2R_B}$$

$$\frac{g_B}{g_A}=\frac{M_B}{3M_B}\times(\frac{3R}{2R})^2=\frac{3}{4}$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۰)

۱۲- گزینهٔ «۳» *(مهری شریفی)*

لحظه‌ای که انرژی جنبشی بیشینه است، نوسانگر در مرکز تعادل نوسان یعنی $x=0$ قرار دارد که در آن‌جا تکانه و سرعت بیشینه هستند.

(نوسان و امواج) (فیزیک ۳، صفحه‌های۶۰ تا۶۳)

۱۳- گزینهٔ «۲» *(محمدکاظم منشاری)*

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{25}{500}}=2\sqrt{10}\times\sqrt{\frac{1}{20}}=\sqrt{2}s$$

نوسانگر در هر نوسان مسافتی به اندازهٔ ۴ دامنه را طی می‌کند:

$$\text{تعداد نوسان}=\frac{10}{4\times 0/25}=10$$

$$\text{مدت زمان کل حرکت}=10\times\sqrt{2}=10\sqrt{2}s$$

(نوسان و امواج) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۰)

۴- گزینهٔ «۱» *(مهران اسماعیلی)*

انرژی جنبشی نوسانگر در مرکز نوسان بیشینه است. بنابراین در لحظات $\frac{T}{4}$ و $\frac{3T}{4}$ و $\frac{5T}{4}$ و ... انرژی جنبشی نوسانگر بیشینه است. یعنی پس از لحظهٔ $t=0$ در لحظهٔ $\frac{5T}{4}$ برای سومین بار انرژی جنبشی بیشینه خواهد بود.

$$x=0/02\cos 20\pi t$$

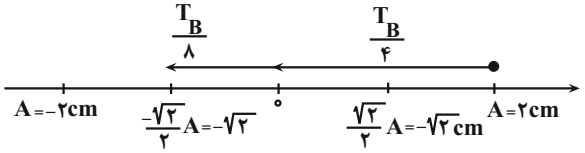
$$T=\frac{2\pi}{\omega}\xrightarrow{\omega=20\pi\frac{rad}{s}}T=\frac{2\pi}{20\pi}=\frac{1}{10}s$$

$$t=\frac{5T}{4}=\frac{5}{4}\times\frac{1}{10}=\frac{1}{8}(s)$$

(نوسان و امواج) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۰)

۵- گزینهٔ «۳» *(پویا ابراهیم‌زاده)*

با توجه به نمودار، دامنهٔ نوسانگر **A** برابر $\sqrt{2}cm$ و دامنهٔ نوسانگر **B** برابر $2cm$ است. با توجه به شکل در مدتی که نوسانگر A از مکان $x=\sqrt{2}cm$ به مکان $x=-\sqrt{2}cm$ می‌رود $(\Delta t=\frac{T_A}{2})$، نوسانگر B از مکان $x=2cm$ به مکان $x=-\sqrt{2}cm$ رفته است. طبق شکل زیر مدت زمان این حرکت برابر است با:



$$\Delta t=\frac{T_B}{4}+\frac{T_B}{8}=\frac{3T_B}{8}$$

$$\Rightarrow\frac{T_A}{2}=\frac{3T_B}{8}\Rightarrow\frac{T_B}{T_A}=\frac{4}{3}\Rightarrow\frac{\omega_B}{\omega_A}=\frac{3}{4}$$

تکانهٔ بیشینه طبق رابطهٔ $p_{max}=mv_{max}$ به‌دست می‌آید که در آن v_{max} (تندی بیشینه) همان $A\omega$ است، پس برای پیدا کردن $\frac{p_{max\,B}}{p_{max\,A}}$ داریم:

$$\frac{p_{max\,B}}{p_{max\,A}}=\frac{m_B}{m_A}\times\overbrace{\frac{A_B}{A_A}\times\frac{\omega_B}{\omega_A}}^{v_{max}}$$

$$\frac{p_{max\,B}}{p_{max\,A}}=2\times\frac{2}{\sqrt{2}}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{\sqrt{2}}\xrightarrow[\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}]{\text{گویا کردن}}\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

(نوسان و امواج) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶ و ۵۵، ۵۶ و ۵۹)

۶- گزینهٔ «۳» *(امیرمحمد میرسعید)*

هنگامی بردار مکان تغییر جهت می‌دهد که نوسانگر از مبدأ مکان یا همان مبدأ نوسان عبور کند، و ۲ عبور متوالی از مرکز نوسان $\frac{T}{2}$ اختلاف زمانی دارد پس:

$$\frac{T}{2}=6-2\rightarrow\frac{T}{2}=4\rightarrow T=8s$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{8}=\frac{\pi}{4}\frac{rad}{s}$$

$$v_{max}=A\omega=\frac{4}{10}\times\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{10}=0/3\frac{m}{s}$$

(نوسان و امواج) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۷- گزینهٔ «۳» *(عطاله شارآباد)*

می‌دانیم شتاب گرانش در سطح زمین برابر $g=10\frac{N}{kg}$ است. بنابراین شتاب گرانش در فاصلهٔ r' از مرکز زمین را حساب می‌کنیم:

$$g=G\frac{M}{r^2}\rightarrow\frac{g'_e}{g_e}=(\frac{r}{r'})^2=(\frac{6400}{25600})^2=\frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow g'_e=\frac{10}{16}=\frac{5}{8}\frac{N}{kg}$$

حال در فاصلهٔ یکسان از دو سیاره می‌توان جرم آنها را با هم مقایسه کرد:

$$\frac{g'_x}{g'_e}=\frac{M_x}{M_e}\Rightarrow\frac{10}{\frac{5}{8}}=\frac{M_x}{M_e}\Rightarrow M_x=16M_e$$

حال با مقایسهٔ جرم و چگالی دو سیاره شعاع سیاره **x** را به‌دست می‌آوریم:

$$M=\rho V=\rho(\frac{4}{3}\pi R^3)\Rightarrow\frac{M_x}{M_e}=\frac{\rho_x}{\rho_e}\times(\frac{R_x}{R_e})^3\Rightarrow 16=2\times(\frac{R_x}{R_e})^3$$

$$R_x=2R_e=12800km$$

شتاب گرانش در سیاره **x** را به‌دست آورده و با توجه به رابطهٔ دورهٔ تناوب آونگ و اینکه مدت زمان سپری شده در ساعت آونگ‌دار با تناوب رابطهٔ عکس دارد، به نتیجه می‌رسیم:

$$\frac{g_x}{g'_x}=(\frac{r'_x}{r_x})^2\Rightarrow\frac{g_x}{10}=(\frac{25600}{12800})^2\Rightarrow g_x=40\frac{N}{kg}$$

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\rightarrow\frac{t_e}{t_x}=\frac{T_x}{T_e}=\sqrt{\frac{g_e}{g_x}}\Rightarrow\frac{24}{t_x}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow t_x=48h$$ جلو می‌افتد. $24h$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۸، ۴۹ و ۵۹)

۸- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین برادران)*

بایستی سرعت برخورد جسم به دیوار را قبل و بعد از برخورد به‌دست آوریم:

ابتدا شتاب حرکت جسم را به‌دست می‌آوریم و سپس با استفاده از دو بار نوشتن رابطهٔ مستقل از زمان، تندی قبل و بعد از برخورد جسم به دیوار را به‌دست می‌آوریم. (جهت راست را مثبت در نظر می‌گیریم.)

$$F_{net}=ma\xrightarrow[f_k=\mu_k mg]{F_{net}=f_k}a=\mu_k g\xrightarrow[g=10\frac{N}{kg}]{\mu_k=0/8}a=8\frac{m}{s^2}$$

$$v_1^2-v_0^2=2a\Delta x\xrightarrow[\Delta x=-16m]{v_0=20\frac{m}{s},a=8\frac{m}{s^2}}v^2-20^2=2\times8\times(-16)$$

$$\Rightarrow v^2=400-256\Rightarrow v^2=144\Rightarrow v_1=-12\frac{m}{s}$$

$$v_3^2-v_2^2=2a'\Delta x'\xrightarrow[v_3=0]{a'=-8\frac{m}{s^2},\Delta x'=4m}$$

$$۰-v_۲^۲=۲\times(-۸)\times۴\Rightarrow v_۲=۸\frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ نیروی متوسط، نیروی خالص متوسطی که دیوار به جسم وارد می‌کند را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}\xrightarrow[(m=۵۰۰g=۰/۵kg)]{\Delta p=m\Delta v,\Delta t=۰/۲s}F_{av}=\frac{۰/۵(۸-(-۱۲))}{۰/۲}$$

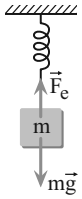
$$\xleftarrow{v_۱=-۱۲\frac{m}{s}}\qquad\xrightarrow{v_۲=۸\frac{m}{s}}$$

$$\Rightarrow F_{av}=\frac{۰/۵\times۲۰}{۰/۲}=۵۰N$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۱۹- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی فیزیک جامع تجربی)*

هرگاه جسمی به فنر قائم آویزان شود، در حالت تعادل نیروی فنر و وزن جسم یکسان هستند:



$$F_e=k\Delta l=mg\Rightarrow\Delta l\propto g$$

در صورتی که همین جسم و فنر را به فاصلهٔ r از مرکز زمین ببریم، شتاب گرانشی (g) کاهش می‌یابد و تغییر طول فنر کمتر می‌شود. برای محاسبهٔ تغییر طول فنر ابتدا نسبت شتاب گرانشی را در دو مکان به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$g\propto\frac{۱}{r^۲}\Rightarrow\frac{g_۲}{g_۱}=(\frac{r_۱}{r_۲})^۲\xrightarrow[r_۲=R_e+h=۲R_e]{r_۱=R_e}\frac{g_۲}{g_۱}=(\frac{R_e}{۲R_e})^۲=\frac{۱}{۴}$$

به این ترتیب تغییر طول فنر در مکان جدید برابر است با:

$$\frac{\Delta l_۲}{\Delta l_۱}=\frac{g_۲}{g_۱}\xrightarrow[g_۲=\frac{۱}{۴}g_۱]{\Delta l_۱=۱۲cm}\frac{\Delta l_۲}{۱۲}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\Delta l_۲=۳cm$$

(دینامیک) (فیزیک ۳، صفحهٔ ۴۷)

۲۰- گزینهٔ «۱» *(سراسری خارج از کشور ریاضی- ۹۸)*

می‌دانیم تعداد نوسان‌ها از رابطهٔ $T=\frac{t}{n}$ به‌دست می‌آید، بنابراین ابتدا با استفاده از رابطهٔ $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$، دورهٔ تناوب نوسانگر را می‌یابیم:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\xrightarrow[k=۳۶۰N/m]{m=۴۰۰g=۰/۴kg}T=۲\times۳\times\sqrt{\frac{۰/۴}{۳۶۰}}$$

$$\Rightarrow T=۶\times\frac{۱}{۳۰}\Rightarrow T=\frac{۱}{۵}s$$

اکنون تعداد نوسان‌ها در مدت $t=۱s$ را حساب می‌کنیم:

$$T=\frac{t}{n}\xrightarrow[t=۱s]{T=\frac{۱}{۵}s}\frac{۱}{۵}=\frac{۱}{n}\Rightarrow n=۵$$

(نوسان و امواج) (فیزیک ۳، صفحهٔ ۵۷)

۱- معادلهٔ حرکت جسمی در SI به‌صورت $x=t^{۲}-۶t+۵$ است. کدام‌یک از گزاره‌های زیر در ارتباط با این جسم درست است؟

الف ـ بردار مکان جسم فقط در لحظهٔ $t=۵s$ تغییر جهت داده است.

ب ـ این جسم درمجموع به مدت ۳ ثانیه به مبدأ مکان نزدیک می‌شود.

ج ـ سرعت متوسط جسم در بازهٔ زمانی صفر تا $t=۲s$، ۲ متر بر ثانیه است.

د ـ در لحظه‌ای که جسم تغییر جهت داده است، جسم در مکان $x=-۴m$ است.

۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «د» ۳) «ب» و «د» ۴) «ب» و «ج»

زمان‌بَر

بررسی موارد:

الف

بردار مکان جسم در لحظه (یا لحظاتی) تغییر جهت می‌دهد که جسم از مبدأ مکان $(x=۰)$ عبور کند؛ پس معادلهٔ حرکت جسم را مساوی صفر می‌گذاریم تا ریشه‌های معادلهٔ حرکت جسم را به‌دست آوریم:

$$x=t^{۲}-۶t+۵\xrightarrow{x=۰}t^{۲}-۶t+۵=۰\Rightarrow(t-۱)(t-۵)=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}t=۱s\Rightarrow\text{قابل قبول}\\t=۵s\Rightarrow\text{قابل قبول}\end{cases}$$

دو لحظهٔ $t=۱s$ و $t=۵s$، لحظاتی هستند که جسم از مبدأ مکان $(x=۰)$ عبور کرده است؛ پس در این لحظات، جهت بردار مکان جسم تغییر کرده است؛ پس گزارهٔ «الف» که گفته بردار مکان جسم فقط در لحظهٔ $t=۵s$ تغییر جهت داده است، نادرست است.

ب

نمودار مکان ـ زمان جسم را رسم می‌کنیم:

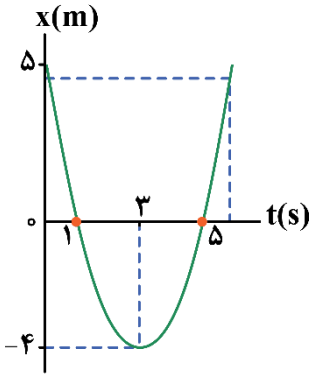
از گزارهٔ قبل فهمیدیم ریشه‌های معادلهٔ حرکت جسم، $t=۱s$ و $t=۵s$ است و همچنین $t_{\text{رأس}}$ برابر است با:

$$t_{\text{رأس}}=\frac{-b}{۲a}\xrightarrow[a=۱]{b=-۶}t_{\text{رأس}}=\frac{-(-۶)}{۲\times۱}=\frac{۶}{۲}=۳s$$

حال مکان جسم در لحظهٔ $t_{\text{رأس}}=۳s$ را نیز به‌دست می‌آوریم:

$$x=t^{۲}-۶t+۵\xrightarrow{t_{\text{رأس}}=۳s}x=(۳)^{۲}-۶(۳)+۵=-۴m$$

حال با استفاده از اطلاعاتی که به‌دست آوردیم، نمودار مکان ـ زمان جسم را رسم می‌کنیم:



بنابراین جسم در بازهٔ $t=۰$ تا $t=۱s$ و $t=۳s$ تا $t=۵s$، درمجموع به مدت ۳ ثانیه درحال نزدیک‌شدن به مبدأ مکان است.

پس گزارهٔ «ب» درست است.

ج

مکان جسم در لحظات $t=۰$ و $t=۲s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$x=t^۲-۶t+۵\xrightarrow{t=۰}x_۱=(۰)^۲-۶(۰)+۵=+۵m$$

$$x=t^۲-۶t+۵\xrightarrow{t=۲s}x_۲=(۲)^۲-۶(۲)+۵=-۳m$$

حال، سرعت متوسط جسم را در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=۲s$ به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}\xrightarrow[t_۲=۲s\ ,\ t_۱=۰]{x_۲=-۳m\ ,\ x_۱=+۵m}v_{av}=\frac{-۳-(+۵)}{۲-۰}=\frac{-۸}{۲}=-۴\frac{m}{s}$$

پس سرعت متوسط جسم در بازهٔ زمانی صفر تا ۲ ثانیه، برابر $-۴\frac{m}{s}$ است و گزارهٔ «ج» نادرست است.

د

با توجه به این‌که معادلهٔ حرکت جسم (معادلهٔ مکان ـ زمان)، درجهٔ ۲ است؛ پس جسم در $t_{رأس}$، تغییر جهت داده است. در گزارهٔ «ب»، این زمان را برابر $t_{رأس}=۳s$ به‌دست آوردیم.

حال، مکان جسم در لحظهٔ $t_{رأس}=۳s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$x=t^۲-۶t+۵\xrightarrow{t_{رأس}=۳s}x=(۳)^۲-۶(۳)+۵=-۴m$$

پس مکان جسم در لحظه‌ای که تغییر جهت داده است $(t_{رأس}=۳s)$، برابر $x=-۴m$ است و گزارهٔ «د» درست است.

دقت کنید با استفاده از نمودار مکان ـ زمان جسم که در گزارهٔ «ب» رسم کردیم نیز می‌توانستیم ببینیم که جسم در لحظهٔ $t=۳s$ تغییر جهت داده است و مکان جسم در این لحظه $x=-۴m$ است.

پس درنهایت گزاره‌های «ب» و «د» درست هستند و گزینهٔ (۳) پاسخ تست است.

معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت بر خط راست

یکی از روش‌های تعیین مکان جسم در هر لحظهٔ دلخواه t، استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان است. معادلهٔ مکان ـ زمان، مکان جسم را به‌صورت تابعی از زمان نشان می‌دهد:

$$x=f(t)$$

برای مثال، فرض کنیم که معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به‌صورت $x=t^۲-۶t+۸$ باشد. با کمک معادلهٔ مکان ـ زمان می‌توان نکات زیر را در مورد حرکت این متحرک فهمید:

۱- مکان متحرک در هر لحظه: با جایگذاری هر لحظهٔ دلخواه در معادلهٔ مکان ـ زمان، مکان متحرک در آن لحظه به‌دست می‌آید. مثلاً برای معادلهٔ داده‌شده:

$$t_۱=۱s\Rightarrow x_۱=۱^۲-(۶\times ۱)+۸=۳m$$

$$t_۲=۶s\Rightarrow x_۲=۶^۲-(۶\times ۶)+۸=۸m$$

۲- جابه‌جایی: با پیداکردن مکان در دو لحظهٔ متفاوت، می‌توان جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی بین این دو لحظه را به‌دست آورد. مثلاً برای معادلهٔ داده‌شده:

$$\begin{cases}t_۱=۱s:x_۱=۳m\\ t_۲=۶s:x_۲=۸m\end{cases}\Rightarrow \Delta x=x_۲-x_۱=۸-۳=۵m$$

۳- سرعت متوسط: با تقسیم جابه‌جایی به طول بازهٔ زمانی، سرعت متوسط به‌دست می‌آید. مثلاً برای معادلهٔ داده‌شده:

سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱=۱s$ تا $t_۲=۶s$: $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۵}{۶-۱}=۱\frac{m}{s}$

۴- تعیین لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان: دیدیم که بردار مکان جسم در هر لحظه، برداری است که مبدأ مختصات را به مکان جسم در آن لحظه وصل می‌کند؛ بنابراین در لحظه‌ای که متحرک از روی مبدأ مختصات عبور کند، جهت بردار مکان متحرک عوض می‌شود. درنتیجه اگر در

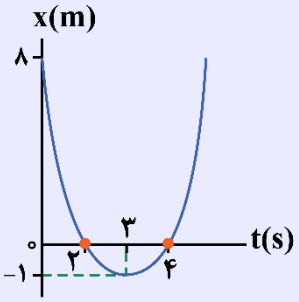
معادلهٔ مکان ـ زمان، $x=۰$ قرار دهیم، لحظهٔ موردنظر به‌دست می‌آید. البته باید توجه کنید که علاوه‌بر شرط $x=۰$، در این لحظه علامت x نیز باید عوض شود. مثلاً برای معادلهٔ داده‌شده، کافی است معادله را تعیین علامت کنیم. برای این کار ریشه‌های آن را محاسبه می‌کنیم:

t		۲		۴	
x	+	۰	-	۰	+

$$x=t^۲-۶t+۸=(t-۲)(t-۴)\Rightarrow\begin{cases}t_۱=۲s\\t_۲=۴s\end{cases}$$

بنابراین در لحظات $t_۱=۲s$ و $t_۲=۴s$، جهت بردار مکان عوض می‌شود.

۵- علاوه‌بر کمیت‌های قبلی، می‌توان کمیت‌هایی **مثل مسافت طی‌شده**، **تندی متوسط**، **لحظات تغییر جهت حرکت** و ... را هم از روی معادلهٔ مکان ـ زمان به‌دست آورد که این کارها را برای حالت خاص معادلهٔ مکان ـ زمان درجهٔ ۲ در بخش‌های بعدی انجام خواهیم داد؛ اما اینجا به‌خاطر داشته باشید که اگر بتوانیم معادلهٔ مکان ـ زمان داده‌شده را رسم کنیم، می‌توان با کمک نکات مربوط به **نمودار مکان ـ زمان** به‌سادگی این کمیت‌ها را به‌دست آورد. مثلاً برای معادلهٔ داده‌شده، اگر آن را رسم کنیم، داریم:



$$x=t^۲-۶t+۸\Rightarrow x=(t-۲)(t-۴)$$

مسافت طی‌شده در ۴ ثانیهٔ اول: $\ell=۹+۱=۱۰m$

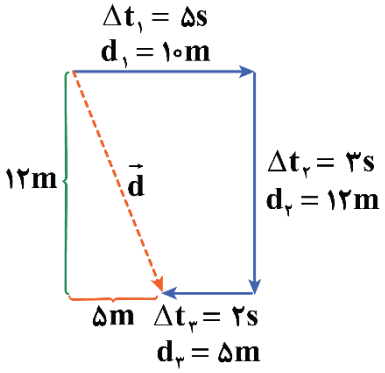
تندی متوسط در ۴ ثانیهٔ اول: $s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۱۰}{۴}=۲/۵\frac{m}{s}$

۲- متحرکی در صفحهٔ مختصات xoy درحال حرکت است. ابتدا در مدت ۵ ثانیه به‌اندازهٔ ۱۰m به سمت شرق، سپس در مدت ۳ ثانیه به‌اندازهٔ ۱۲m به سمت جنوب و درنهایت به مدت ۲ ثانیه به‌اندازهٔ ۵m به سمت غرب حرکت می‌کند. تندی متوسط این متحرک در کل حرکت آن، چند متر بر ثانیه بیش‌تر از بزرگی سرعت متوسط این متحرک است؟

۱) ۱۴ ۲) ۱۰ ۳) ۱/۴ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳ **(متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳)**

بیایید مسیر حرکت این متحرک را رسم کنیم! شکل روبه‌رو این مسیر را نشان می‌دهد:



برای یافتن کل مسافت طی‌شده، کافی است اندازهٔ جابه‌جایی‌های انجام‌شده را جمع جبری کنیم:

$$\ell_{کل}=d_۱+d_۲+d_۳=۲۷m$$

از طرفی برای یافتن بزرگی جابه‌جایی کل، باید طول مسیر مستقیم بین مبدأ و مقصد را محاسبه کنیم:

$$d_{کل}=\sqrt{۵^۲+۱۲^۲}=۱۳m$$

مدت‌زمان کل حرکت نیز به این صورت به‌دست می‌آید:

$$\Delta t_{کل}=\Delta t_۱+\Delta t_۲+\Delta t_۳=۱۰s$$

درنهایت می‌توان تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط کل را به این صورت به‌دست آورد:

$$\begin{cases}s_{av_{کل}}=\frac{\ell_{کل}}{\Delta t_{کل}}=\frac{۲۷}{۱۰}=۲/۷\frac{m}{s}\\ v_{av_{کل}}=\frac{\Delta x_{کل}}{\Delta t_{کل}}=\frac{۱۳}{۱۰}=۱/۳\frac{m}{s}\end{cases}\Rightarrow s_{av_{کل}}-v_{av_{کل}}=۲/۷-۱/۳=۱/۴\frac{m}{s}$$

مقایسهٔ مسافت و جابه‌جایی، تندی متوسط و سرعت متوسط

۱- در شکل زیر، متحرک از مسیر نشان‌داده‌شده از A به B می‌رود. در این صورت، طول مسیر واقعی برابر مسافت طی‌شده است و طول پاره‌خطی که A را به B وصل می‌کند، برابر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک است (درواقع جابه‌جایی، کوتاه‌ترین مسافت میان دو نقطه است). به شکل زیر دقت کنید:



۲- مسافت، کمیتی نرده‌ای است؛ درحالی‌که جابه‌جایی، کمیتی برداری است و جهت دارد.

۳- یکای مسافت و جابه‌جایی، هر دو در SI برابر متر (m) است.

۴- اندازهٔ جابه‌جایی همواره کوچک‌تر یا مساوی مسافت طی‌شده است.

$$|\vec{d}| \le \ell$$

۵- در شرایطی جابه‌جایی و مسافت هم‌اندازه هستند که متحرک تغییر جهت ندهد و روی خط راست حرکت کند.

یه نمونهٔ باحال

در کدام‌یک از حرکت‌های زیر، مسافت طی‌شده برابر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک است؟

الف: اتومبیلی که در مسیر مستقیم به سمت شمال حرکت می‌کند.

ب: اتومبیلی که ابتدا در مسیر مستقیم به سمت شمال حرکت می‌کند و سپس در مسیر مستقیم به سمت شرق می‌رود.

پ: ماهواره‌ای که در مسیر دایره‌ای دور کرهٔ زمین می‌چرخد.

ت: شناگری که طول استخر را شنا می‌کند و دوباره به مکان اولیهٔ خود برمی‌گردد.

پاسخ تشریحی: مطابق نکات فوق، برای آن‌که در حرکتی، مسافت طی‌شده هم‌اندازهٔ جابه‌جایی باشد، حرکت باید بدون هیچ‌گونه تغییر جهتی انجام شود و در مسیر مستقیم باشد. در بین عبارت‌های داده‌شده، فقط در عبارت «الف» متحرک روی خط راست و بدون تغییر جهت حرکت می‌کند.

۶- با تقسیم مسافت طی‌شده بر زمان حرکت، تندی متوسط حرکت به‌دست می‌آید:

$$s_{av} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

۷- با تقسیم جابه‌جایی بر زمان حرکت، سرعت متوسط به‌دست می‌آید:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\text{بردار جابه‌جایی}}{\text{زمان}} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

۸- تندی متوسط، کمیتی نرده‌ای است، درحالی‌که سرعت متوسط، کمیتی برداری است.

۹- اندازهٔ سرعت متوسط همواره کوچک‌تر یا مساوی تندی متوسط است. هنگامی این دو کمیت هم‌اندازه هستند که متحرک روی مسیر مستقیم بدون تغییر جهت حرکت کند.

۱۰- در حرکت بر روی محور x برای محاسبهٔ جابه‌جایی و سرعت متوسط داریم:

$$\vec{d} = \Delta\vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$$

$$\Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

مثال

۳- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x = 2t^2 - bt - 12$ است. اگر بردار مکان این متحرک در آغاز ثانیهٔ پنجم حرکت در SI به‌صورت $\vec{x} = 12\vec{i}$ باشد، در کدام‌یک از لحظه‌های زیر، جهت بردار مکان این متحرک عوض می‌شود؟

۱) پایان ثانیهٔ دوم ۲) پایان ثانیهٔ سوم ۳) ابتدای ثانیهٔ دوم ۴) ابتدای ثانیهٔ سوم

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۶)

می‌دانیم ثانیهٔ پنجم، بازهٔ زمانی $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 5s$ است که آغاز آن، لحظهٔ $t = 4s$ می‌شود. پس طبق صورت سؤال، در لحظهٔ $t = 4s$، مکان متحرک به‌صورت $x = +12m$ بوده است. با جایگذاری این داده‌ها در معادلهٔ مکان ـ زمان می‌توان نوشت:

$$x = 2t^2 - bt - 12 \xrightarrow{t=4s\ ,\ x=12m} 12 = 32 - 4b - 12 \Rightarrow 4b = 8 \Rightarrow b = 2$$

پس معادلهٔ مکان ـ زمان این متحرک به‌صورت $x = 2t^2 - 2t - 12$ بوده است.

از طرفی باید دقت داشت که جهت بردار مکان در لحظه‌هایی که متحرک از مبدأ مکان $(x = 0)$ عبور می‌کند، عوض خواهد شد. این لحظه‌ها در اصل ریشه‌های سادهٔ معادلهٔ مکان ـ زمان هستند. پس بیایید ریشه‌های معادله را پیدا کنیم:

$$x = 2t^2 - 2t - 12 \xrightarrow{x=0} 2t^2 - 2t - 12 = 0 \Rightarrow t^2 - t - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (t-3)(t+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 3s \Rightarrow \text{قابل‌قبول} \\ t = -2s \Rightarrow \text{غیرقابل‌قبول} \end{cases}$$

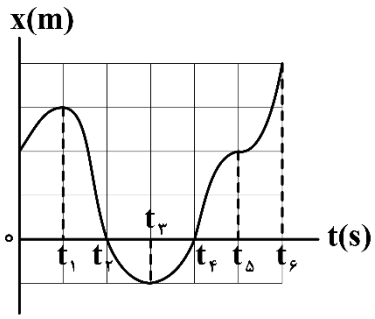
همان‌طور که می‌بینید، $t = 3s$ یک ریشهٔ مثبت (قابل‌قبول) و ساده است که علامت x در اطراف این ریشه عوض می‌شود و به بیان فیزیکی، متحرک در این لحظه از مبدأ مکان گذر کرده و جهت بردار مکان آن عوض خواهد شد. با توجه به گزینه‌ها، لحظهٔ $t = 3s$ همان لحظهٔ پایانی ثانیهٔ سوم است.

راهنمای مسیرت

مفاهیم ریاضی مربوط به توابع درجهٔ (۱) و درجهٔ (۲) و معادلات رو خوب یاد بگیر چون به درد فیزیکت می‌خوره!

ماز

۴- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در بازهٔ زمانی ..... متحرک در خلاف جهت محور x حرکت کرده و از مبدأ دور می‌شود و در بازهٔ زمانی ..... متحرک در جهت محور x حرکت کرده و به مبدأ نزدیک می‌شود.



۱) t_1 تا t_2، t_4 تا t_6

۲) t_1 تا t_2، t_3 تا t_4

۳) t_2 تا t_3، t_4 تا t_6

۴) t_2 تا t_3، t_3 تا t_4

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ نموداری ـ سریع ـ صفحهٔ ۸)

با توجه به نمودار مکان ـ زمان، داریم:

۱) دوری از مبدأ: (صفر تا t_1) و (t_2 تا t_3) و (t_4 تا t_6)

۲) نزدیکی به مبدأ: (t_1 تا t_2) و (t_3 تا t_4)

۳) حرکت در جهت محور x: (صفر تا t_1) و (t_3 تا t_6)

۴) حرکت در خلاف جهت محور: (t_1 تا t_3)

بنابراین داریم:

حرکت در خلاف جهت محور x و دوری از مبدأ: اشتراک (۱) و (۴) ← t_2 تا t_3

حرکت در جهت محور x و نزدیکی به مبدأ: اشتراک (۲) و (۳) ← t_3 تا t_4

راهنمای مسیرت

این سؤال از ساده‌ترین مفاهیم نمودار مکان ـ زمان طرح شده! اگه نتونستی جواب بدی حتماً درس‌نامه رو بخون و یه سؤال مشابهش برای خودت طرح کن!

از نمودار مکان ـ زمان، چه اطلاعاتی به‌دست می‌آید؟

۱- مکان اولیه: به مکان جسم در لحظهٔ شروع حرکت $(t_{\circ}=\circ)$، مکان اولیه می‌گویند و آن را با $x_{\circ}$ نشان می‌دهند. در نمودار مکان ـ زمان، $x_{\circ}$ نقطه‌ای است که نمودار محور xها را قطع می‌کند.

۲- مکان متحرک در هر لحظهٔ دلخواه t: هر نقطه از نمودار نشان می‌دهد که متحرک در هر لحظهٔ دلخواه t، در چه مکانی قرار دارد.

۳- بیش‌ترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ مختصات: توجه کنید که وقتی بیش‌ترین فاصله را بخواهیم، این فاصله هم می‌تواند در xهای مثبت و هم در xهای منفی باشد. پس بیش‌ترین مقداری را که x دارد (بیش‌ترین فاصله از محور t)، از روی نمودار تعیین می‌کنیم.

۴- در چه بازهٔ زمانی متحرک در جهت محور x یا خلاف جهت محور x حرکت می‌کند: در هر بازهٔ زمانی که شیب نمودار مثبت (نمودار رو به بالا) باشد، متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند و در هر بازهٔ زمانی که شیب نمودار منفی (نمودار رو به پایین) باشد، متحرک خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

۵- لحظهٔ تغییر جهت حرکت: لحظه‌هایی که نمودار، بیشینه و کمینه است، لحظهٔ تغییر جهت حرکت است. در این لحظات علامت شیب نمودار تغییر می‌کند.

۶- لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان متحرک: در لحظه‌ای که نمودار از روی محور t عبور می‌کند $(x=\circ)$ می‌شود و علامت آن تغییر می‌کند)، بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد.

۷- در چه بازهٔ زمانی، متحرک به مبدأ مختصات نزدیک یا از آن دور می‌شود: در بازه‌های زمانی که نمودار به محور t نزدیک می‌شود، متحرک به مبدأ مختصات $(x=\circ)$ نزدیک می‌شود و در بازه‌های زمانی که نمودار از محور t دور می‌شود، متحرک از مبدأ مختصات دور می‌شود.

۸- جابه‌جایی متحرک در یک بازهٔ زمانی: با داشتن مکان اولیه و نهایی در هر بازهٔ زمانی، جابه‌جایی متحرک محاسبه می‌شود:

$$\Delta x = x_{۲} - x_{۱}$$

۹- مسافت طی‌شده در یک بازهٔ زمانی: اگر متحرک در بازهٔ زمانی موردنظر، تغییر جهت ندهد، مسافت طی‌شده با بزرگی جابه‌جایی برابر است. ولی اگر در بازهٔ موردنظر، نقاط بیشینه یا کمینهٔ نمودار وجود داشته باشد، ابتدا جابه‌جایی را از ابتدای بازه تا لحظهٔ تغییر جهت و سپس از لحظهٔ تغییر جهت تا انتهای بازه محاسبه می‌کنیم. سپس قدر مطلق جابه‌جایی‌ها را جمع می‌کنیم تا مسافت طی‌شده محاسبه شود.

$$\ell = |\Delta x_{۱}| + |\Delta x_{۲}| + \cdots$$

۱۰- توقف متحرک در یک بازهٔ زمانی: در بازه‌های زمانی که نمودار مکان ـ زمان به‌صورت یک خط صاف و افقی است، متحرک توقف کرده است.

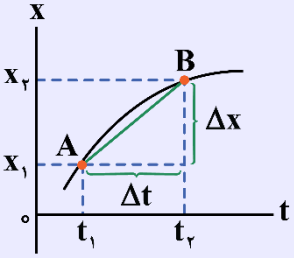
۱۱- سرعت متوسط و تندی متوسط: پس از محاسبهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده، می‌توانیم سرعت متوسط و تندی متوسط را در بازهٔ زمانی موردنظر محاسبه کنیم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

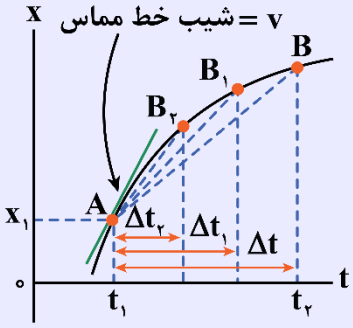
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

البته برای محاسبهٔ سرعت متوسط می‌توان از روش‌های هندسی هم کمک گرفت.

به نمودار مکان ـ زمان زیر که پاره‌خط بین دو نقطهٔ دلخواه آن مطابق شکل رسم شده است، توجه کنید. همان‌طور که از درس ریاضی می‌دانید نسبت $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ برابر شیب پاره‌خطی است که دو نقطهٔ A و B را به‌هم وصل می‌کند. از سوی دیگر، با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط، می‌دانیم که این نسبت برابر سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_{۱}$ تا $t_{۲}$ است. به این ترتیب، می‌توان نتیجه گرفت که سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان برابر شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان ـ زمان را به یکدیگر وصل می‌کند:



۱۲- سرعت لحظه‌ای: پیش از این دیدیم که سرعت متوسط متحرک بین هر دو لحظهٔ دلخواه، برابر شیب خطی است که نمودار مکان ـ زمان را در آن دو لحظه قطع می‌کند. همان‌طور که در شکل زیر دیده می‌شود، اگر Δt به‌تدریج کوچک و کوچک‌تر شود، نقطهٔ B به نقطهٔ A نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود؛ به‌طوری که اگر Δt به سمت صفر میل کند $(\Delta t \to 0)$ نقطهٔ B به نقطهٔ A بسیار نزدیک می‌شود و سرانجام خط واصل بین این دو نقطه به خط مماس بر نمودار در نقطهٔ A میل می‌کند. در این حالت، شیب خط مماس برابر سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 است. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که سرعت در هر لحظهٔ دلخواه t، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در آن لحظه است:



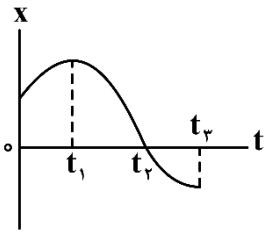
نکات

۱- در لحظهٔ تغییر جهت حرکت (نقاط بیشینه و کمینهٔ نمودار مکان ـ زمان)، سرعت متحرک برابر صفر است. همچنین علامت سرعت (علامت شیب خط مماس بر نمودار) در این لحظه عوض می‌شود.

۲- تندی متحرک در هر لحظه، همان اندازهٔ سرعت لحظه‌ای (اندازهٔ شیب مماس بر نمودار مکان ـ زمان در آن لحظه) است.

تست

۵- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به‌صورت شکل زیر است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟ (طول بازه های زمانی صفر تا t_1، t_1 تا t_2 و t_2 تا t_3 یکسان است.)



۱) در بازهٔ زمانی صفر تا t_2، اندازهٔ سرعت متوسط کوچک‌تر از تندی متوسط است.

۲) در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، تندی متحرک رو به افزایش است.

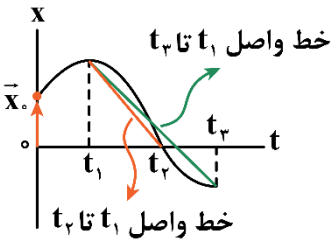
۳) بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، کم‌تر از بزرگی سرعت متوسط آن در بازهٔ زمانی t_1 تا t_3 است.

۴) در مبدأ زمان، بردار مکان متحرک در جهت محور است.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی/نموداری ـ استاندارد ⏱ ـ صفحهٔ ۱۰)

بررسی گزینه‌ها:

۱



چون متحرک در لحظهٔ t_1 تغییر جهت داده است، در بازهٔ زمانی ۰ تا t_2، اندازهٔ سرعت متوسط کوچک‌تر از تندی متوسط است؛ بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

۲

در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، اندازهٔ شیب نمودار به‌تدریج بیش‌تر می‌شود؛ بنابراین تندی متحرک رو به افزایش است.

۳

سرعت متوسط، شیب خط واصل دو نقطه از نمودار مکان ـ زمان است و طبق نمودار بالا، مشاهده می‌کنید که خط واصل t_1 تا t_3 مقدار شیب کم‌تری نسبت به خط واصل t_1 تا t_2 دارد؛ بنابراین بزرگی سرعت متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_3 کم‌تر است و این گزینه نادرست می‌باشد.

روی نمودار بالا، بردار مکان متحرک در لحظهٔ $t=0$ رسم شده است و می‌بینید که در این لحظه، بردار مکان، در جهت محور x است؛ پس این گزینه درست است.

۶- در یک مسیر مستقیم در جادهٔ قره آغاج - اشنویه، دو دوربین ثبت تخلف میانگین سرعت به فاصلهٔ ۱۵ کیلومتر از هم قرار دارند و چنانچه خودرویی فاصلهٔ بین دوربین‌ها را در مدت‌زمانی کم‌تر از ۱۰ دقیقه طی کند، دوربین برای آن خودرو تخلف ثبت می‌کند. حد تخلف میانگین سرعت خودرو چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱) ۷۲ ۲) ۹۰ ۳) ۱۰۸ ۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۵)

طبق رابطهٔ $v_{av}=\frac{d}{\Delta t}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$v_{av}=\frac{d}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=10\,min=\frac{1}{6}h]{d=15km} v_{av}=\frac{15}{\frac{1}{6}}=90\frac{km}{h}$$

راهنمای مسیرت

شاید خیلیاتون نتونستین به این سؤال جواب بدین ولی بعدش که پاسخش رو دیدین می‌فهمین که خیلی راحته! فقط مشکل اینجاست که نتونستین صورت سؤال رو درک کنین. حتماً روی این مورد کار کن و قدرت تحلیلت رو بالا ببر!

۷- متحرکی در مبدأ زمان از مبدأ مکان بر روی محور x و در خلاف جهت محور x شروع به حرکت می‌کند. در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت، بردار سرعت متحرک تنها یک‌بار در مکان $x=-20m$ تغییر جهت می‌دهد، ولی بردار مکان آن تغییر جهت نمی‌دهد. اگر مسافت طی‌شده در این مدت، ۱/۵ برابر بزرگی جابه‌جایی متحرک باشد، بزرگی سرعت متوسط آن در این مدت چند واحد SI می‌تواند باشد؟

۱) ۱ ۲) ۱/۲ ۳) ۱/۴ ۴) ۱/۶

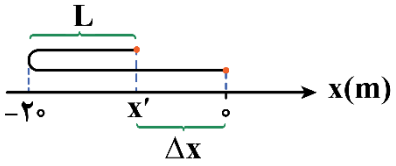
پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۵)

راه نجات سریع

اول یه مسیر حرکت درنظر بگیر و توی اون مسیر، مکان تغییر جهت و مکان نهایی رو مشخص کن. بعدش با داشتن نسبت مسافت و مقدار جابه‌جایی، مکان نهایی رو به‌دست بیار درنهایت با داشتن جابه‌جایی و زمان حرکت، سرعت متوسط رو حساب کن.

کام اول

مکان متحرک را در لحظهٔ $t=10s$ به‌دست می‌آوریم. با توجه به این‌که مسافت طی‌شده بزرگ‌تر از اندازهٔ جابه‌جایی بوده و متحرک تنها یک‌بار متوقف شده است، درمی‌یابیم متحرک در مکان $x=-20m$ تغییر جهت داده است؛ بنابراین داریم:



$$\ell=1/5|\Delta x|\Rightarrow 20+L=1/5(20-L)\Rightarrow 20+L=30-1/5L$$
$$\Rightarrow 2/5L=10\Rightarrow L=4m$$
$$\Rightarrow x'=-20+4=-16m$$

کام آخر

اندازهٔ سرعت متوسط متحرک را در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت به‌دست می‌آوریم:

$$|v_{av}|=\frac{|\Delta x|}{\Delta t}\Rightarrow|v_{av}|=\frac{16}{10}=1/6\frac{m}{s}$$

۸- کدام‌یک از عبارت‌های زیر در مورد شکل مقابل صحیح است؟



۱) تندی لحظه‌ای خودرو را نشان می‌دهد.
۲) سرعت لحظه‌ای خودرو را نشان می‌دهد.
۳) تندی متوسط خودرو را نشان می‌دهد.
۴) سرعت متوسط خودرو را نشان می‌دهد.

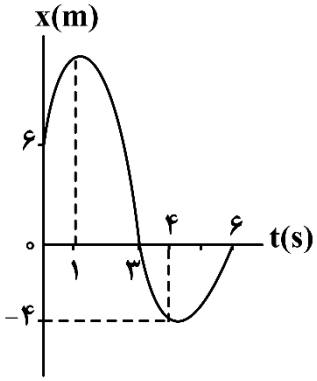
پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ حفظی/مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۹)

عقربهٔ تندی‌سنج خودرو، تندی لحظه‌ای را نشان می‌دهد، ولی اطلاعی راجع به جهت حرکت خودرو به ما نمی‌دهد.

راهنمای مسیرت

با این سؤال می‌خوام بهت یادآوری کنم شکل‌های کتاب درسی مهمن. مخصوصاً برای امتحان نهاییت!

۹- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به‌صورت شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ برابر $5\frac{m}{s}$ باشد، بزرگی سرعت متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_3 = 6s$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۳/۸
۲) ۱/۴
۳) ۳
۴) ۲/۲

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ نموداری/محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸)

فرض کنید مکان متحرک در لحظهٔ $t = 1s$ را x_1 بنامیم؛ بنابراین با توجه به نمودار، مسافت طی‌شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ برابر است با:

$$\ell_{[1,4]} = x_1 + 4$$

اکنون طبق رابطهٔ تندی متوسط می‌توان نوشت:

$$s_{av_{[1,4]}} = \frac{\ell_{[1,4]}}{\Delta t} \Rightarrow 5 = \frac{x_1 + 4}{4 - 1} \Rightarrow x_1 = 11m$$

حال می‌توان سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_3 = 6s$ را به‌دست آورد:

$$v_{av_{[1,6]}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{(6)} - x_{(1)}}{t_3 - t_1} = \frac{0 - 11}{6 - 1} = -2/2\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \left|v_{av_{[1,6]}}\right| = 2/2\frac{m}{s}$$

۱۰- در جدول زیر، سرعت متوسط متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در چند بازهٔ زمانی داده شده است. اندازهٔ سرعت متوسط این اتومبیل در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت، ..... متر بر ثانیه از اندازهٔ سرعت متوسط آن در ۲ ثانیهٔ چهارم حرکت ..... است.

بازهٔ زمانی	$t=0$ تا $t=4s$	$t=0$ تا $t=6s$	$t=4s$ تا $t=8s$
سرعت متوسط	$8\frac{m}{s}$	$6\frac{m}{s}$	$-2\frac{m}{s}$

۱) ۴، کم‌تر
۲) ۴، بیش‌تر
۳) ۲، کم‌تر
۴) ۲، بیش‌تر

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ مفهومی/محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۵)

گام اول

با توجه به سرعت‌های متوسط داده‌شده، جابه‌جایی متحرک را در هر بازه به‌دست می‌آوریم. طبق رابطهٔ $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$t=۴s \text{ تا } t=۰: \Delta x_۱=v_{av_۱}\Delta t_۱=۸\times ۴=۳۲m$$

$$t=۶s \text{ تا } t=۰: \Delta x_۲=v_{av_۲}\Delta t_۲=۶\times ۶=۳۶m$$

$$t=۸s \text{ تا } t=۴s: \Delta x_۳=v_{av_۳}\Delta t_۳=-۲\times ۴=-۸m$$

گام دوم

جابه‌جایی و سرعت متوسط در ۲ ثانیهٔ سوم $(۴s<t<۶s)$ برابر است با:

$$\Delta x=\Delta x_۲-\Delta x_۱=۳۶-۳۲=۴m$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۴}{۶-۴}=۲\frac{m}{s}$$

گام سوم

جابه‌جایی و سرعت متوسط در ۲ ثانیهٔ چهارم $(۶s<t<۸s)$ برابر است با:

$$\Delta x'=\overbrace{\Delta x_۱+\Delta x_۳}^{\Delta x_{(۰-۸)}}-\Delta x_۲=۳۲+(-۸)-۳۶=-۱۲m$$

$$v'_{av}=\frac{\Delta x'}{\Delta t}=\frac{-۱۲}{۸-۶}=-۶\frac{m}{s}$$

گام آخر

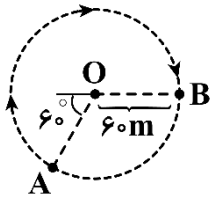
بنابراین خواستهٔ سؤال برابر است با:

$$|v_{av}|-|v'_{av}|=۲-۶=-۴\frac{m}{s}$$

بنابراین اندازهٔ سرعت متوسط در ۲ ثانیهٔ سوم، $۴\frac{m}{s}$ کم‌تر از اندازهٔ سرعت متوسط در ۲ ثانیهٔ چهارم است.

ماز

۱۱- متحرکی در یک صفحهٔ افقی، مسیری دایره‌ای را مطابق شکل زیر از نقطهٔ A تا نقطهٔ B در مدت یک دقیقه می‌پیماید. به‌ترتیب از راست به چپ بزرگی سرعت متوسط و تندی متوسط این متحرک چند واحد SI است؟ $(\pi=۳)$



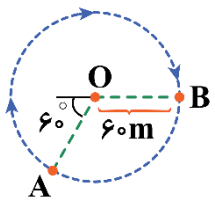
۱) ۱ و ۲

۲) $\sqrt{۳}$ و ۴

۳) ۱ و ۴

۴) $\sqrt{۳}$ و ۲

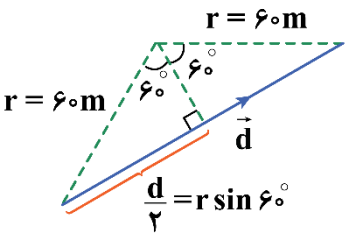
پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳)



گام اول

مسافت طی‌شده و مقدار جابه‌جایی متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$\ell=\left(\frac{۶۰^\circ+۱۸۰^\circ}{۳۶۰^\circ}\right)\text{محیط دایره}=\frac{۲}{۳}\times ۲\times ۳\times ۶۰=۲۴۰m$$



$$d = 2r \times \sin 60^\circ = 2 \times 60 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 60\sqrt{3}\,m$$

کام آخر

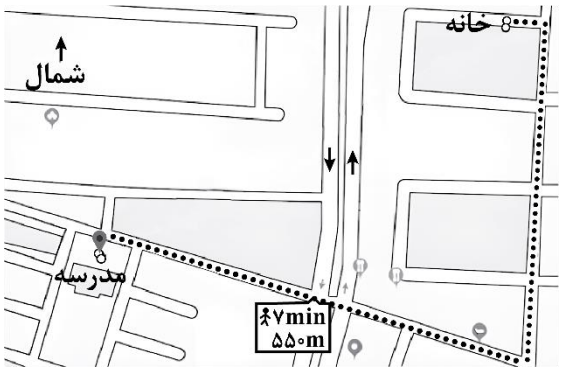
بزرگی سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 1\,min = 60\,s]{d = 60\sqrt{3}\,m} v_{av} = \frac{60\sqrt{3}}{60} = \sqrt{3}\,\frac{m}{s}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 60\,s]{\ell = 240\,m} s_{av} = \frac{240}{60} = 4\,\frac{m}{s}$$

ماز

۱۲- مطابق شکل، فردی فاصلهٔ خانه تا مدرسه را از مسیر نشان‌داده‌شده در مدت ۷ دقیقه طی کرده است. اگر در این حرکت، اختلاف تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط برابر $1/8\,\frac{km}{h}$ باشد، فاصلهٔ مستقیم خانه تا مدرسه چند متر است؟



۱) ۳۴۰

۲) ۲۰۶

۳) ۲۳۶

۴) ۲۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی/محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳)

اختلاف تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط برابر $1/8\,\frac{km}{h} = \frac{1/8}{3/6}\,\frac{m}{s} = 0/5\,\frac{m}{s}$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

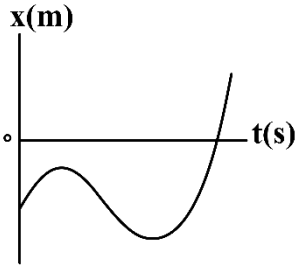
$$s_{av} - |v_{av}| = 0/5\,\frac{m}{s} \Rightarrow \frac{\ell}{\Delta t} - \frac{|d|}{\Delta t} = 0/5 \Rightarrow \frac{550 - |d|}{7 \times 60} = 0/5$$

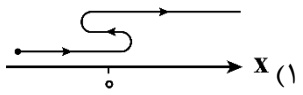
$$\Rightarrow 550 - |d| = 210 \Rightarrow |d| = 340\,m$$

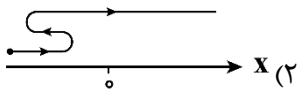
بنابراین فاصلهٔ مستقیم مبدأ و مقصد برابر $340\,m$ است.

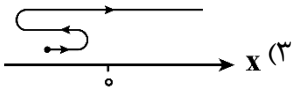
ماز

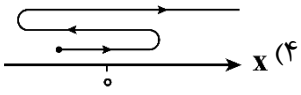
۱۳- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x درحال حرکت است، مطابق شکل زیر است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر، مسیر حرکت این متحرک بر روی محور x را به‌درستی نشان می‌دهد؟



۱) 

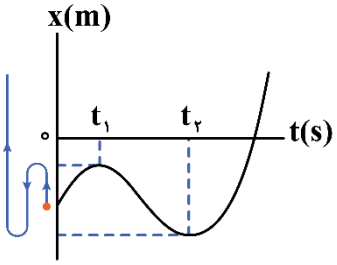
۲) 

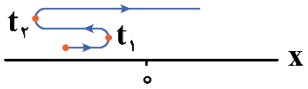
۳) 

۴) 

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ نموداری/مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۶)

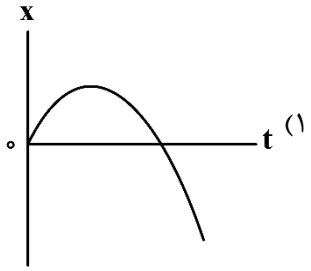
با توجه به نمودار $x-t$، مسیر حرکت متحرک را به‌دست می‌آوریم:

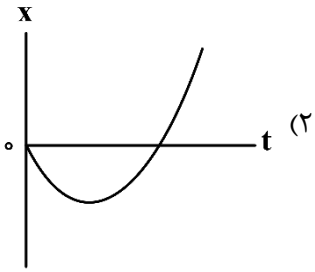


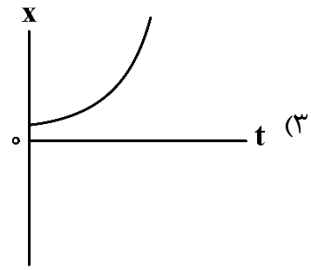


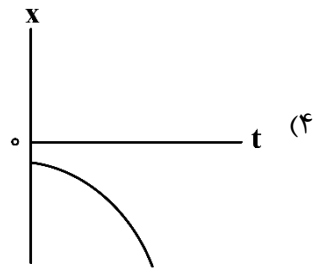
دقت کنید در لحظات تغییر جهت حرکت، مکان متحرک منفی است و دومین لحظهٔ تغییر جهت متحرک (t_2) باید منفی‌ترین مکان متحرک باشد.

۱۴- کدام‌یک از نمودارهای زیر، حرکت متحرکی را نشان می‌دهد که بر روی محور x به‌گونه‌ای حرکت می‌کند که تندی آن همواره رو به افزایش بوده و بردار مکان آن همواره در خلاف جهت محور x است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ نموداری ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۰)

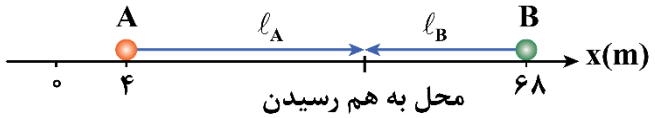
در نمودار گزینهٔ (۴)، نمودار مکان ـ زمان همواره پایین محور t است؛ بنابراین همواره $x<0$ است و اندازهٔ شیب نمودار رو به افزایش است؛ بنابراین تندی متحرک رو به افزایش است.

۱۵- دو متحرک A و B در مبدأ زمان در مکان‌های $x_A=4m$ و $x_B=68m$ قرار دارند. این دو متحرک بدون تغییر جهت به سمت هم حرکت می‌کنند و در لحظهٔ $t=8s$ به‌هم می‌رسند. اگر تندی متوسط متحرک A، $2\frac{m}{s}$ بیش‌تر از تندی متوسط متحرک B باشد، بردار مکان دو متحرک هنگام رسیدن به‌هم در SI کدام است؟

۱) $28\vec{i}$ ۲) $34\vec{i}$ ۳) $44\vec{i}$ ۴) $38\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۵)

با توجه به شکل مقابل و با توجه به این‌که دو متحرک بدون تغییر جهت به سمت هم حرکت کرده‌اند، می‌توان نتیجه گرفت مجموع مسافت طی‌شده توسط آن‌ها برابر $68-4=64m$ است؛ بنابراین طبق رابطهٔ $s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}$ داریم:



$$\ell_A+\ell_B=64\Rightarrow s_A\Delta t+s_B\Delta t=64$$
$$\Rightarrow (s_B+2)\times 8+s_B\times 8=64$$
$$\Rightarrow 16s_B+16=64\Rightarrow s_B=3\frac{m}{s}\Rightarrow s_A=5\frac{m}{s}$$
$$\ell_A=s_A\Delta t=5\times 8=40m\Rightarrow x_{\text{به‌هم رسیدن}}=4+40=44m\Rightarrow \vec{x}=44m\vec{i}$$

۱- کدام‌یک از موارد زیر دربارهٔ حرکت یک متحرک در مسیر مستقیم درست است؟

الف ـ اگر بردار مکان و سرعت متحرک در خلاف جهت یکدیگر باشند، طول بردار مکان کاهش می‌یابد.

ب ـ اگر بردار سرعت و شتاب متحرک هم‌جهت باشند، بزرگی سرعت متحرک افزایش می‌یابد.

ج ـ تندی لحظه‌ای الزاماً با اندازهٔ سرعت لحظه‌ای برابر نیست.

د ـ جهت سرعت متوسط و بردار تغییر مکان در یک بازهٔ زمانی ممکن است یکسان نباشد.

۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «د» ۳) «ج» و «د» ۴) «ب» و «ج»

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹)

بررسی موارد:

الف) اگر بردار مکان و سرعت متحرک در خلاف جهت یکدیگر باشند، متحرک درحال نزدیک‌شدن به مبدأ مکان است؛ درنتیجه طول بردار مکان کاهش می‌یابد. (✓)

ب) اگر بردار سرعت و شتاب متحرک هم‌جهت باشند، حرکت تندشونده است؛ درنتیجه بزرگی سرعت (تندی) افزایش می‌یابد. (✓)

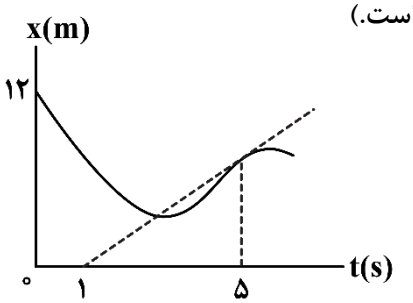
ج) تندی لحظه‌ای همواره با مقدار سرعت لحظه‌ای برابر است. (✗)

د) جهت بردار سرعت متوسط و جابه‌جایی (تغییر مکان) همواره یکسان است. (✗)

راهنمای مسیرت

اگه نتونستی به این سؤال جواب درست بدی، یعنی مفاهیم اولیه رو خوب یاد نگرفتی! پس دوباره یه سر به درس‌نامه‌های آزمون مرحلهٔ قبل بزن.

۲- متحرکی روی محور x در مبدأ زمان، با تندی $۱۳\frac{m}{s}$ درحال حرکت بوده است و نمودار مکان ـ زمان آن به‌صورت شکل زیر می‌باشد. اگر بزرگی شتاب متوسط این متحرک در ۵ ثانیهٔ اول حرکت $۳\frac{m}{s^۲}$ باشد، بزرگی سرعت متوسط این متحرک در این بازهٔ زمانی چند متر بر ثانیه است؟ (خط‌چین رسم‌شده، خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t=۵s$ است.)



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۰/۴
۴) ۰/۸

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ نموداری/محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹)

راه نجات سریع

اول سرعت متحرک را در دو لحظهٔ $t=۰$ و $t=۵s$ با استفاده از رابطهٔ شتاب متوسط و نمودار $x-t$ به‌دست بیار. بعدش به کمک شیب خط مماس در لحظهٔ $t=۵s$، مکان متحرک در لحظهٔ $t=۵s$ رو به‌دست بیار. درنهایت با داشتن مکان در لحظه‌های $t=۰$ و $t=۵s$ سرعت متوسط رو توی این بازه حساب کن.

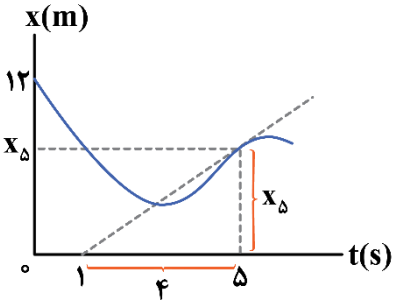
کام اول

سرعت متحرک در لحظهٔ $t=۵s$ را با استفاده از شتاب متوسط در ۵ ثانیهٔ اول حرکت به‌دست می‌آوریم. با توجه به شیب نمودار مکان ـ زمان در $t=۰$ درمی‌یابیم سرعت در لحظهٔ $t=۰$ منفی است؛ بنابراین سرعت در این لحظه برابر با $v_۰=-۱۳\frac{m}{s}$ است.

از طرفی شیب نمودار مکان ـ زمان در $t=۵s$ مثبت است؛ بنابراین سرعت متحرک در این لحظه مثبت است. درنتیجه با توجه به این‌که سرعت لحظهٔ $t=۰$ منفی و سرعت لحظهٔ $t=۵s$ مثبت است، درمی‌یابیم تغییرات سرعت و شتاب متوسط مثبت است؛ بنابراین داریم:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_۵-v_۰}{\Delta t}\xrightarrow[v_۰=-۱۳\frac{m}{s}\,,\,\Delta t=۵s]{a_{av}=۳\frac{m}{s^۲}}۳=\frac{v_۵-(-۱۳)}{۵}\Rightarrow v_۵=۲\frac{m}{s}$$

کام دوم



مکان متحرک در $t=۵s$ را به‌دست می‌آوریم. با توجه به شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در $t=۵s$ داریم:

$$v_۵=\text{شیب خط مماس}=۲\Rightarrow\frac{x_۵-۰}{۵-۱}=۲\Rightarrow x_۵=۸m$$

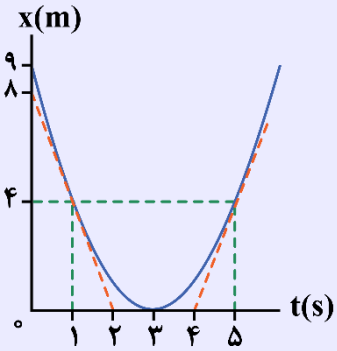
کام آخر

بزرگی سرعت متوسط در ۵ ثانیهٔ اول حرکت را حساب می‌کنیم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{x_۵-x_۰}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{۸-۱۲}{۵}=-\frac{۴}{۵}=-۰/۸\frac{m}{s}\Rightarrow|v_{av}|=۰/۸\frac{m}{s}$$

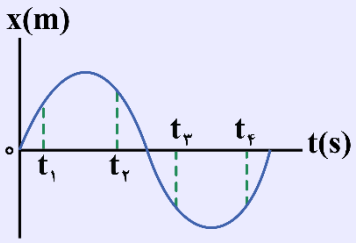
چگونه شتاب از روی نمودار مکان ـ زمان تعیین می‌شود؟

۱- شتاب متوسط: کافی است با کمک شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان، سرعت را در لحظات $t_۱$ و $t_۲$ مشخص کنیم و سپس با کمک رابطهٔ $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$، شتاب متوسط را به‌دست آوریم. مثلاً در نمودار مکان ـ زمان زیر، خط مماس بر نمودار در دو لحظهٔ $t_۱=۱s$ و $t_۲=۵s$ رسم شده‌اند. شتاب متوسط در این بازهٔ زمانی برابر است با:



$$\begin{cases}v_{۱s}=\frac{۴-۸}{۱}=-۴\frac{m}{s}\\ v_{۵s}=\frac{۴-۰}{۵-۴}=۴\frac{m}{s}\end{cases}\Rightarrow a_{av}=\frac{v_{۵s}-v_{۱s}}{\Delta t}=\frac{۴-(-۴)}{۵-۱}=۲\frac{m}{s^۲}$$

۲- شتاب لحظه‌ای: در قسمت‌هایی از نمودار مکان ـ زمان که تقعر نمودار به سمت بالا (نمودار به شکل ∪) است، شتاب مثبت (در جهت محور x) است و در قسمت‌هایی که تقعر به سمت پایین (نمودار به شکل ∩) است، شتاب منفی (در خلاف جهت محور x) است. مثلاً در نمودار مکان ـ زمان زیر، در لحظات $t_۱$ و $t_۲$ شتاب منفی است و در لحظات $t_۳$ و $t_۴$، شتاب مثبت است.



۳- معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $v=t^{۲}-۱۰t+۱۶$ است. شتاب متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی‌ای که ابتدای آن لحظهٔ تغییر جهت بردار شتاب و انتهای آن لحظه‌ای است که متحرک برای دومین بار تغییر جهت می‌دهد، چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱)

کام اول

لحظات ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی را به‌دست می‌آوریم:

لحظهٔ تغییر جهت شتاب: رأس سهمی $\Rightarrow t_۱=-\frac{B}{۲A}\xrightarrow[A=۱]{B=-۱۰}t_۱=\frac{-(-۱۰)}{۲(۱)}=۵s$

لحظه‌ای که برای دومین بار تغییر جهت می‌دهد: دومین ریشهٔ $v-t$ $\Rightarrow v=t^{۲}-۱۰t+۱۶=(t-۲)(t-۸)\Rightarrow t_۲=۸s$

تغییر جهت: ۲s ۸s

کام دوم

سرعت متحرک را در لحظات $t_۱=۵s$ و $t_۲=۸s$ به‌دست می‌آوریم:

$$v=t^{۲}-۱۰t+۱۶\Rightarrow\begin{cases}v_۱=(۵)^{۲}-۱۰(۵)+۱۶=-۹\frac{m}{s}\\ v_۲=(۸)^{۲}-۱۰(۸)+۱۶=۰\end{cases}$$

کام آخر

شتاب متوسط متحرک را در بازهٔ زمانی $t_۱=۵s$ تا $t_۲=۸s$ به‌دست می‌آوریم:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}\Rightarrow a_{av}=\frac{۰-(-۹)}{۸-۵}=۳\frac{m}{s^{۲}}$$

راهنمای مسیرت

این ازون سؤالاست که طراح کنکور دوست داره! پس خوب حواستو جمع کن!

از معادلهٔ سرعت ـ زمان چه اطلاعاتی به‌دست می‌آید؟

در این بخش می‌خواهیم ببینیم که با داشتن معادلهٔ سرعت ـ زمان چه اطلاعاتی به‌دست می‌آوریم. به‌عنوان مثال، فرض کنید که معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $v=t^{۲}-۱۲t+۳۲$ است. اطلاعات زیر از این معادله قابل‌استخراج است:

۱- سرعت در هر لحظه: با جایگذاری زمان موردنظر در معادله، می‌توانیم سرعت را در هر لحظه به‌دست آوریم. مثلاً:

$$t_۱=۱s:\ v_۱=۱^{۲}-۱۲\times۱+۳۲=۲۱\frac{m}{s}$$

$$t_۲=۴s:\ v_۲=۴^{۲}-۱۲\times۴+۳۲=۰$$

۲- تغییرات سرعت: با کم‌کردن سرعت در دو لحظه از هم، تغییرات سرعت به‌دست می‌آید. مثلاً:

$$\begin{cases}t_۱=۱s:\ v_۱=۲۱\frac{m}{s}\\ t_۲=۴s:\ v_۲=۰\end{cases}\Rightarrow\Delta v=v_۲-v_۱=۰-۲۱=-۲۱\frac{m}{s}$$

دقت کنید که منفی‌شدن تغییرات سرعت به معنی آن است که بردار تغییرات سرعت در خلاف جهت محور x است.

۳- شتاب متوسط: با تقسیم‌کردن تغییرات سرعت بر طول بازهٔ زمانی، شتاب متوسط به‌دست می‌آید. مثلاً:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-۲۱}{۴-۱}=-۷\frac{m}{s^۲}$$ در بازهٔ زمانی $t_۱=۱s$ تا $t_۲=۴s$

همان‌طور که می‌بینید، در بازهٔ زمانی $۱s\le t<۴s$، شتاب متوسط منفی است، یعنی بردار آن در خلاف جهت محور x می‌باشد.

۴- تعیین جهت حرکت: هرگاه سرعت مثبت باشد، متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند و هرگاه سرعت منفی باشد، متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؛ بنابراین با تعیین علامت‌کردن سرعت، می‌توانیم جهت حرکت را بیابیم. مثلاً:

$$v=t^۲-۱۲t+۳۲=(t-۴)(t-۸)\Rightarrow \text{ریشه‌ها: } \begin{cases}t_۱=۴s\\ t_۲=۸s\end{cases}$$

جدول تعیین علامت:

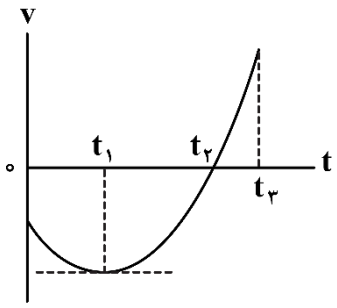
t	۰		۴s		۸s		+∞
v		+	۰	-	۰	+	

+: در جهت محور x حرکت می‌کند. -: در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

۵- تعیین لحظات تغییر جهت حرکت متحرک: لحظاتی که علامت سرعت تغییر می‌کند، جهت حرکت متحرک عوض می‌شود، مثلاً در قسمت قبل دیدیم که در لحظات $t_۱=۴s$ و $t_۲=۸s$، علامت سرعت عوض می‌شود و درنتیجه جهت حرکت متحرک در این لحظات تغییر می‌کند.

۶- برای به‌دست آوردن سایر اطلاعات مثل مسافت طی‌شده، تندی متوسط و ... کافی است نمودار مربوط به معادله را رسم کنید و از نکات مربوط به نمودار کمک بگیرید.

۴- متحرکی بر روی خط راست درحال حرکت است و نمودار سرعت ـ زمان آن، مطابق شکل زیر می‌باشد. با توجه به نمودار، کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟



الف ـ اگر در مبدأ زمان، بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x باشد، در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۲$ الزاماً درحال دورشدن از مبدأ مکان است.

ب ـ جهت حرکت متحرک در لحظهٔ $t_۱$ عوض شده است.

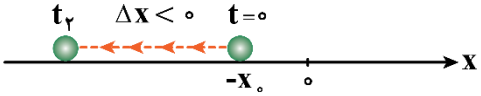
ج ـ در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۳$ بزرگی شتاب متحرک پیوسته درحال افزایش است.

۱) «الف» و «ب»
۲) «الف» و «ج»
۳) فقط «ج»
۴) فقط «الف»

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ نموداری/مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱)

الف

با توجه به این‌که در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۲$ سرعت متحرک منفی است، متحرک در خلاف جهت محور x حرکت کرده و جابه‌جایی متحرک منفی می‌باشد و در این بازه، جهت حرکت متحرک عوض نشده است، پس اگر در مبدأ زمان، مکان متحرک منفی باشد و جابه‌جایی آن نیز منفی باشد، الزاماً درحال دورشدن از مبدأ است. به شکل مقابل دقت نمایید:



بنابراین این گزاره درست است. (✓)

ب

جهت حرکت (علامت سرعت) در لحظهٔ $t_۲$ عوض شده است و در لحظهٔ $t_۱$ جهت بردار شتاب تغییر یافته است. (✗)

ج

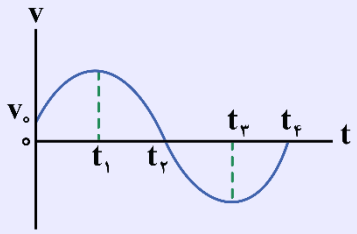
بزرگی شتاب، شیب مماس بر نمودار سرعت ـ زمان است و طبق نمودار، این شیب در لحظهٔ $t_۱$ صفر و از این لحظه به بعد پیوسته درحال افزایش است؛ بنابراین بزرگی شتاب نیز پیوسته درحال افزایش خواهد بود. (✓)

سوتی‌های پرتکرار

حواست باشه اگه نمودار مکان ـ زمان بود، توی لحظهٔ t_1 تغییر جهت حرکت داشتیم اما این نمودار سرعت ـ زمانه و تغییر جهت حرکت توی t_2 رخ می‌ده!

نمودار سرعت ـ زمان در حرکت بر خط راست چه اطلاعاتی به ما می‌دهد؟

اگر سرعت متحرکی را که روی خط راست حرکت می‌کند، نسبت به زمان رسم کنیم، نمودار سرعت ـ زمان به‌دست می‌آید. شکل زیر نمودار سرعت ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که روی محور x حرکت می‌کند. در این قسمت می‌خواهیم ببینیم نمودار سرعت ـ زمان چه اطلاعاتی از حرکت به ما می‌دهد؟



۱- سرعت اولیه: سرعت جسم در لحظهٔ $t_0 = 0$، سرعت اولیه نام دارد و آن را با v_0 نشان می‌دهند. در نمودار سرعت ـ زمان، v_0 نقطه‌ای است که نمودار محور v را قطع می‌کند. مثلاً در نمودار داده‌شده، $v_0 > 0$ است.

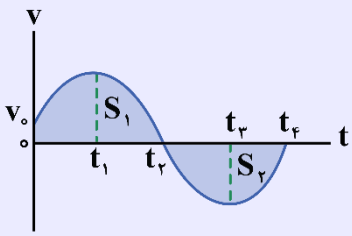
۲- تعیین جهت حرکت: در بازه‌های زمانی‌ای که نمودار بالای محور t است، علامت سرعت مثبت است و متحرک در جهت مثبت محور حرکت می‌کند و در بازه‌های زمانی‌ای که نمودار زیر محور t است، علامت سرعت منفی است و متحرک در خلاف جهت محور حرکت می‌کند. مثلاً در نمودار داده‌شده، در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 متحرک در جهت محور x و در بازهٔ زمانی t_2 تا t_4، متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

۳- لحظهٔ تغییر جهت حرکت: در لحظه‌ای که نمودار از روی محور t عبور می‌کند ($v = 0$ و علامت سرعت متحرک نیز عوض می‌شود)، متحرک تغییر جهت می‌دهد. مثلاً در لحظهٔ t_2 که سرعت متحرک صفر است و همچنین علامت سرعت نیز عوض شده است، متحرک تغییر جهت می‌دهد.

توجه کنید که در لحظهٔ t_4 نیز، سرعت متحرک صفر است، ولی چون جهت حرکت متحرک پس‌ازآن مشخص نیست، این لحظه، لحظهٔ تغییر جهت حرکت نیست.

۴- تعیین نوع حرکت: قبلاً دیدیم که اگر در یک بازهٔ زمانی، تندی (اندازهٔ سرعت) متحرک درحال افزایش باشد، حرکت تندشونده و اگر تندی (اندازهٔ سرعت) متحرک درحال کاهش باشد، حرکت کندشونده است. در نمودار سرعت ـ زمان، اگر در یک بازهٔ زمانی نمودار از محور t دور شود، حرکت تندشونده و اگر نمودار به محور t نزدیک شود، حرکت کندشونده است. مثلاً در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و t_2 تا t_3 حرکت متحرک تندشونده و در بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 و t_3 تا t_4، حرکت متحرک کندشونده است.

۵- محاسبهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده: مهم‌ترین نکتهٔ نمودار سرعت ـ زمان این است که مساحت محصور بین نمودار و محور t در یک بازهٔ زمانی، برابر جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است. توجه کنید که اگر مساحت محصور بین نمودار و محور t، بالای محور t باشد، جابه‌جایی متحرک در جهت مثبت محور و اگر این مساحت زیر محور t باشد، جابه‌جایی متحرک در جهت منفی محور است؛ بنابراین با توجه به نمودار داریم:



جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا t_2: $\Delta x_1 = +S_1$

جابه‌جایی در بازهٔ زمانی t_2 تا t_4: $\Delta x_2 = -S_2$

جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا t_4: $\Delta x_{کل} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = S_1 - S_2$

چون مسافت طی‌شده برابر با حاصل‌جمع قدر مطلق جابه‌جایی‌ها است، مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا t_4 برابر است با:

$$\ell = S_1 + S_2$$

پس بچه‌ها حواستون باشه که موقع پیداکردن جابه‌جایی، مساحت‌های بالای محور زمان رو با علامت مثبت و مساحت‌های زیر محور زمان رو با علامت منفی استفاده کنین. موقع پیداکردن مسافت هم که تمام مساحت‌ها رو با علامت مثبت استفاده کنین.

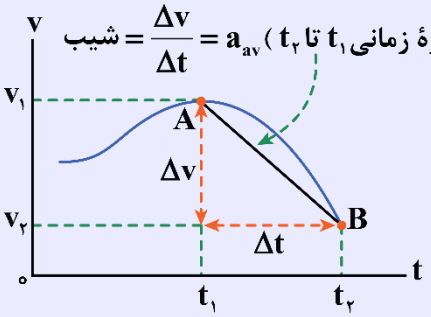
کتاب درسی این مورد رو آخرای فصل گفته، واسه همین سؤالای مربوط به این مورد رو توی آزمون بعدی می‌بینیم.

۶- محاسبهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط: پس از محاسبهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده، می‌توانیم سرعت متوسط و تندی متوسط را در بازهٔ زمانی موردنظر محاسبه کنیم:

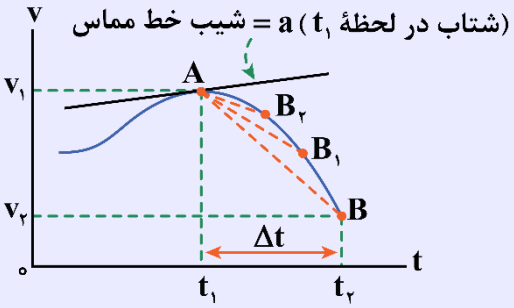
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

۷- محاسبهٔ شتاب متوسط: در شکل زیر، نمودار سرعت ـ زمان متحرکی نشان داده شده است که روی خط راست حرکت می‌کند. با توجه به تعریف شتاب متوسط، معلوم می‌شود که شتاب متوسط بین دو لحظه برابر شیب پاره‌خطی است که نمودار سرعت ـ زمان را در آن دو لحظه قطع می‌کند.

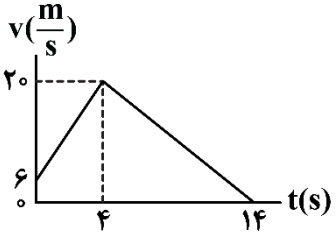


۸- محاسبهٔ شتاب لحظه‌ای: شتاب متحرک در هر لحظه را شتاب لحظه‌ای می‌نامیم. برای سادگی شتاب لحظه‌ای را شتاب می‌نامیم و آن را با $\vec{a}$ نشان می‌دهیم. در حرکت بر خط راست، شتاب را با a نشان می‌دهیم که علامت آن، جهت شتاب را نشان می‌دهد. در نمودار قبل، اگر نقطه‌های A و B را به‌هم نزدیک کنیم تا t_1 و t_2 یک لحظه شوند، Δt به سمت صفر میل می‌کند $(\Delta t \to 0)$ و خط واصل بین نقطه‌های A و B، به خط مماس بر نمودار در نقطهٔ A میل می‌کند، در این حالت، شیب خط مماس برابر شتاب متحرک در لحظهٔ t_1 است. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که شتاب در هر لحظهٔ دلخواه t، برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان در آن لحظه است.



می‌توان نتیجه گرفت که هرگاه در یک بازهٔ زمانی، نمودار سرعت ـ زمان خط راست باشد، شتاب در آن بازهٔ زمانی ثابت و برابر شیب نمودار است و شتاب متوسط و لحظه‌ای باهم برابرند.

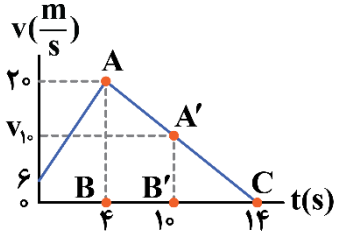
۵- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x درحال حرکت است، به‌صورت شکل زیر است. اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت، چند برابر اندازهٔ شتاب متحرک در پایان ثانیهٔ سوم حرکتش است؟



۱) $\frac{۲}{۳۵}$
۲) $\frac{۱}{۱۷}$
۳) $\frac{۴}{۷}$
۴) $\frac{۲}{۱۷}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ نموداری/محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱)

ابتدا باید سرعت در لحظهٔ $t=10s$ را به‌دست آوریم. با نوشتن تشابه بین دو مثلث ABC و $A'B'C$ داریم:



$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C}\Rightarrow\frac{20}{v_{10}}=\frac{10}{4}\Rightarrow v_{10}=8\frac{m}{s}$$

$$a_{av[0,10s]}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_{10}-v_0}{10}=\frac{8-6}{10}=\frac{1}{5}\frac{m}{s^2}$$

از طرفی شتاب در پایان ثانیهٔ سوم یعنی لحظهٔ $t=3s$ معادل با شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه است که چون خود نمودار یک تابع خطی است، شیب خط مماس با شیب خط اصلی مساوی است.

$$a_{(t=3s)}=\text{شیب مماس}=\text{شیب نمودار}=\frac{\text{تغییرات عمودی}}{\text{تغییرات افقی}}=\frac{20-6}{4-0}=\frac{7}{2}\frac{m}{s^2}$$

درنهایت خواستهٔ سؤال نسبت دو مقدار یافته شده است:

$$\frac{a_{av[0,10s]}}{a_{(t=3s)}}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{7}{2}}=\frac{2}{35}$$

۶- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به‌صورت $x=5t+8$ است. کدام گزینه دربارهٔ متحرک نادرست است؟

۱) این متحرک همواره درحال دورشدن از مبدأ مکان است.

۲) این متحرک در لحظهٔ $t=6s$ در فاصلهٔ ۳۰ متر از مبدأ حرکت قرار دارد.

۳) بزرگی آهنگ تغییر سرعت این متحرک برابر با ۵ واحد SI است.

۴) در هر بازهٔ زمانی دلخواه، مقدار جابه‌جایی و مسافت طی‌شده برای این متحرک یکسان است.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی/محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۳)

بررسی گزینه‌ها:

۱) $x_0>0$ و $v>0$ بوده و متحرک دائماً درحال دورشدن از مبدأ مکان است. (✓)

۲) مبدأ حرکت $x_0=8m$ بوده و مکان متحرک در لحظهٔ $t=6s$ برابر با $x=5(6)+8=38m$ است؛ بنابراین فاصلهٔ آن از مبدأ حرکت برابر با $x-x_0=38-8=30m$ است. (✓)

۳) بزرگی سرعت یعنی آهنگ تغییر مکان متحرک برابر با ۵ واحد SI است و آهنگ تغییر سرعت این متحرک (شتاب) برابر با صفر است. (✗)

۴) متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کند؛ بنابراین همواره بزرگی جابه‌جایی و مسافت طی‌شدهٔ آن برابر است. (✓)

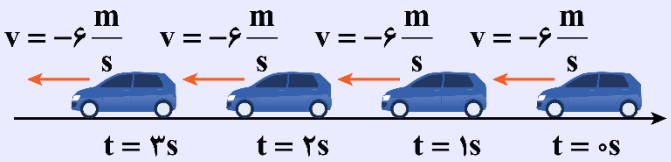
سوتی‌های پرتکرار

حواست باشه توی گزینهٔ (۲) گفته فاصله از مبدأ حرکت نه فاصله از مبدأ مکان!

حرکت با سرعت ثابت

در این نوع حرکت اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است پس در حرکت با سرعت ثابت، سرعت متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی دلخواه برابر سرعت لحظه‌ای آن است:

اندازهٔ سرعت متوسط = تندی متوسط = اندازهٔ سرعت لحظه‌ای = تندی لحظه‌ای



حرکت با سرعت ثابت

حرکت روی خط راست انجام می‌شود.

تندی با گذشت زمان تغییر نمی‌کند.

جهت سرعت ثابت است.

اندازهٔ سرعت ثابت است.

اندازهٔ سرعت و جهت سرعت ثابت است؛
پس شتاب حرکت صفر است: $a = 0$

در حرکت با سرعت ثابت

۱- سرعت لحظه‌ای و سرعت متوسط باهم برابرند: $v_{av} = v$

۲- شتاب حرکت صفر است.

۳- اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت باهم برابرند $(|d| = L)$، درنتیجه در این حرکت اندازهٔ سرعت برابر تندی است $(|v| = s)$.

معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت

$$x = \underset{\text{مکان در لحظهٔ } t}{x} = \underset{\text{سرعت}}{v}\underset{\text{زمان}}{t} + \underset{\text{مکان اولیه}}{x_0}$$

معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان حرکت با سرعت ثابت

$$\Delta x = \underset{\text{جابه‌جایی}}{\Delta x} = \underset{\text{سرعت}}{v}\underset{\text{زمان سپری‌شده}}{\Delta t}$$

چون جهت حرکت ثابت است در این رابطه، اندازهٔ Δx برابر مسافت طی‌شده می‌باشد.

چگونه با استفاده از مکان متحرک در دو لحظهٔ t_1 و t_2، معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت را به‌دست آوریم؟

۱- در معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت یعنی $x = vt + x_0$ به‌جای t و x مقادیرشان را در دو نقطه جایگذاری می‌کنیم.

۲- با استفاده از دستگاه دو معادله - دو مجهول، مقادیر x_0 و v را به‌دست می‌آوریم.

۳- طبق رابطهٔ $x = vt + x_0$ با داشتن v و x_0 معادلهٔ $x - t$ را می‌نویسیم.

۷ - متحرکی روی محور x با سرعت ثابت درحال حرکت است. اگر بردار مکان این متحرک در لحظهٔ $t=۵s$ به‌صورت $\vec{x}=-۲\vec{x}_{\circ}$ باشد، این متحرک در کدام لحظه برحسب ثانیه از مبدأ مکان عبور می‌کند؟ (بردار مکان متحرک در مبدأ زمان، $\vec{x}_{\circ}$ است.)

۱) ۰/۴ ۲) ۲/۵ ۳) ۰/۶ ۴) $\frac{۵}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۳)

با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت می‌توانیم بنویسیم:

$$x=vt+x_{\circ}\xrightarrow[x=-۲x_{\circ}]{t=۵s}-۲x_{\circ}=v(۵)+x_{\circ}\Rightarrow v=-\frac{۳}{۵}x_{\circ}$$

$$\Rightarrow x=-\frac{۳}{۵}x_{\circ}t+x_{\circ}\xrightarrow{x=۰}۰=-\frac{۳}{۵}x_{\circ}t+x_{\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۵}t=۱\Rightarrow t=\frac{۵}{۳}s$$

راهنمای مسیرت

حتماً یه خلاصه از عبارات مهم توی حرکت‌شناسی و مفهومشون درست کن تا کارت راحت بشه. مثلاً بگو عبور از مبدأ مکان می‌شه ریشهٔ سادهٔ معادلهٔ مکان ـ زمان و ...

۸- متحرکی با سرعت ثابتی به بزرگی v نیمی از یک مسیر مستقیم را در مدت ۸s می‌پیماید و نیمهٔ دیگر مسیر را با سرعتی به بزرگی $v+۳\frac{m}{s}$ در مدت ۵ ثانیه می‌پیماید. متحرک با سرعت ثابت $v+۵\frac{m}{s}$ در چه مدتی برحسب ثانیه این مسیر را می‌پیماید؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۳)

اگر کل مسیر d باشد، می‌توانیم بنویسیم:

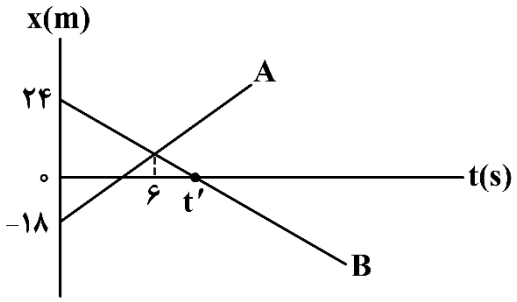
$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\begin{cases}v=\frac{\frac{d}{۲}}{۸}=\frac{d}{۱۶}\Rightarrow d=۱۶v & (۱)\\ v+۳=\frac{\frac{d}{۲}}{۵}=\frac{d}{۱۰}\Rightarrow d=۱۰v+۳۰ & (۲)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}۱۶v=۱۰v+۳۰\Rightarrow ۶v=۳۰\Rightarrow v=۵\frac{m}{s}\Rightarrow d=۱۶v=۱۶\times ۵=۸۰m$$

درنهایت داریم:

$$v+۵=\frac{d}{\Delta t}\xrightarrow[v=۵\frac{m}{s}]{d=۸۰m}۱۰=\frac{۸۰}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=۸s$$

۹- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. اگر تندی متحرک A $۱\frac{m}{s}$ بیش‌تر از تندی متحرک B باشد، t' چند ثانیه است؟



۱) ۷
۲) ۸
۳) ۹
۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ نموداری/محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۱۴)

گام اول

اگر سرعت متحرک A، برابر با v باشد، معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک را برحسب v به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} v_A = v > ۰ \\ v_B < ۰ \\ |v_A| = |v_B| + ۱ \end{cases} \Rightarrow v = -v_B + ۱ \Rightarrow v_B = -v + ۱$$

$$x = vt + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} x_A = vt - ۱۸ \\ x_B = (-v+۱)t + ۲۴ \end{cases}$$

گام دوم

v را به‌دست می‌آوریم. با توجه به این‌که مکان دو متحرک در لحظهٔ $t = ۶s$ یکسان است، داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow vt - ۱۸ = (-v+۱)t + ۲۴ \xrightarrow{t=۶s} ۶v - ۱۸ = (-v+۱)۶ + ۲۴$$

$$\Rightarrow ۶v - ۱۸ = -۶v + ۳۰ \Rightarrow ۱۲v = ۴۸ \Rightarrow v = ۴\frac{m}{s}$$

گام آخر

معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک B را به‌دست آورده و لحظه‌ای که $x_B = ۰$ می‌شود، یعنی t' را به‌دست می‌آوریم:

$$x_B = (-v+۱)t + ۲۴ \xrightarrow[v=۴]{x_B=۰\ ,\ t=t'} ۰ = (-۴+۱)t' + ۲۴ \Rightarrow ۳t' = ۲۴ \Rightarrow t' = ۸s$$

حرکت دو متحرک با سرعت ثابت چگونه بررسی می‌شود؟

هنگامی که دو متحرک به‌صورت هم‌زمان بر روی محور x حرکت می‌کنند، برای بررسی حرکت آن‌ها کافی است معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها را بنویسیم و سپس با بررسی معادلات نوشته‌شده به سؤال پاسخ دهیم. مهم‌ترین چیزهایی که ممکن است از ما پرسیده شود، موارد زیر است:

۱- لحظهٔ به‌هم رسیدن دو متحرک: برای پیداکردن لحظهٔ به‌هم رسیدن دو متحرک، کافی است معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها را باهم برابر قرار دهیم.

معادلهٔ مکان ـ زمان A: $x_A = v_A t + x_{۰A}$

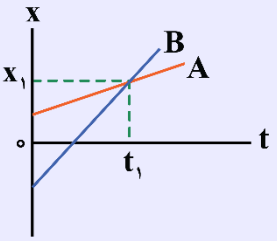
معادلهٔ مکان ـ زمان B: $x_B = v_B t + x_{۰B}$

شرط به‌هم رسیدن دو متحرک: $x_A = x_B \Rightarrow v_A t + x_{۰A} = v_B t + x_{۰B}$

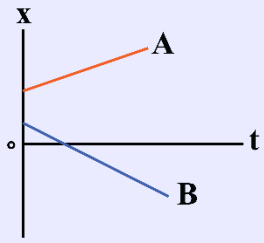
۲- محاسبهٔ فاصلهٔ دو متحرک: فاصلهٔ دو متحرک به معنی قدر مطلق اختلاف معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها است؛ بنابراین در سؤالاتی که می‌خواهیم فاصلهٔ دو متحرک را به‌دست آوریم، ابتدا معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک را می‌نویسیم، سپس قدر مطلق اختلاف مکان آن‌ها را محاسبه می‌کنیم.

فاصلهٔ دو متحرک از هم: $d = |x_A - x_B| \xrightarrow[x_B = v_B t + x_{۰B}]{x_A = v_A t + x_{۰A}} d = |v_A t + x_{۰A} - (v_B t + x_{۰B})|$

۳- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک: گاهی در بررسی حرکت دو متحرک با سرعت ثابت، نمودار مکان ـ زمان آن‌ها رسم می‌شود. هنگامی که دو نمودار یکدیگر را قطع می‌کنند، دو متحرک به‌هم می‌رسند.

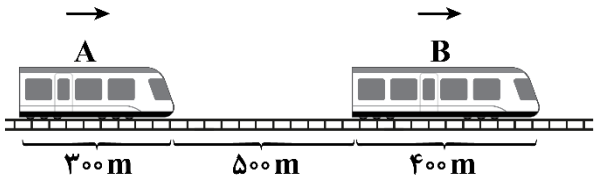


دو متحرک در لحظهٔ t_1 و مکان x_1 به هم می‌رسند.
(فاصلهٔ دو متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.)



دو متحرک هیچ‌گاه به هم نمی‌رسند.
(فاصلهٔ دو متحرک همواره افزایش می‌یابد.)

۱۰- مطابق شکل زیر، دو قطار A و B بر روی دو ریل موازی در مسیری مستقیم در لحظهٔ $t=0$ با سرعت‌های $v_A=30\frac{m}{s}$ و $v_B=20\frac{m}{s}$ در یک جهت شروع به حرکت می‌کنند. اگر قطار A در لحظهٔ t_1 به انتهای قطار B برسد و در لحظهٔ t_2 به‌طور کامل از قطار B عبور کند، t_2-t_1 چند ثانیه است؟



۱) ۴۰
۲) ۵۰
۳) ۶۰
۴) ۷۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۱۴)

روش اول

گام اول

بازهٔ زمانی t_1 را به‌دست می‌آوریم. برای این‌که قطار A به انتهای قطار B برسد، باید جابه‌جایی آن، ۵۰۰m بیش‌تر از قطار B باشد؛ بنابراین داریم:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow \Delta x=v\Delta t\Rightarrow \begin{cases}\Delta x_A=30t_1\\ \Delta x_B=20t_1\end{cases}$$

$$\Delta x_A-\Delta x_B=500\Rightarrow 30t_1-20t_1=10t_1=500\Rightarrow t_1=50s$$

گام دوم

بازهٔ زمانی t_2 را به‌دست می‌آوریم. برای این‌که قطار A به‌طور کامل از قطار B عبور کند، باید جابه‌جایی آن $300+500+400=1200m$ بیش‌تر از قطار B باشد؛ بنابراین داریم:

$$\Delta x=v\Delta t\Rightarrow \begin{cases}\Delta x_A=30t_2\\ \Delta x_B=20t_2\end{cases}$$

$$\Delta x_A-\Delta x_B=30t_2-20t_2=10t_2=1200\Rightarrow t_2=120s$$

گام آخر

مقدار t_2-t_1 را به‌دست می‌آوریم:

$$t_2-t_1=120-50=70s$$

روش دوم

با توجه به رابطهٔ $v=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ و سرعت نسبی دو متحرک که هم‌جهت باهم حرکت می‌کنند یعنی $v_{نسبی}=v_A-v_B$ داریم:

$$\Delta t=\frac{\Delta x}{v}\Rightarrow t_۲-t_۱=\frac{d_{۲\,نسبی}}{v_{نسبی}}-\frac{d_{۱\,نسبی}}{v_{نسبی}}\Rightarrow t_۲-t_۱=\frac{d_{۲\,نسبی}-d_{۱\,نسبی}}{v_{نسبی}}=\frac{(۵۰۰+۴۰۰+۳۰۰)-۵۰۰}{۳۰-۲۰}$$

$$\Rightarrow t_۲-t_۱=\frac{۷۰۰}{۱۰}=۷۰s$$

سرعت نسبی

۱- اگر دو متحرک خلاف جهت یکدیگر حرکت کنند:



$$v_{نسبی}=|v_۱|+|v_۲|$$

۲- اگر دو متحرک هم‌جهت حرکت کنند:



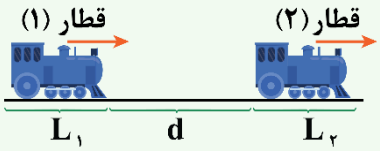
$$v_{نسبی}=|v_۱-v_۲|$$

جابه‌جایی نسبی دو متحرک از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$d_{نسبی}=v_{نسبی}\Delta t$$

نکته

در سؤال‌های مربوط به حرکت نسبی دو قطار اگر قطار (۱) به‌اندازهٔ d عقب‌تر از قطار (۲) باشد، برای عبور کامل قطار (۱) از قطار (۲) جابه‌جایی نسبی برابر است با:



$$d_{نسبی}=L_۱+L_۲+d$$

کنکور سراسری علوم تجربی نوبت دوم خارج از کشور ۱۴۰۲

دو متحرک با تندی ثابت $v_۱$ و $v_۲>v_۱$ روی خط راست طوری حرکت می‌کنند که اگر خلاف جهت هم بروند، فاصلهٔ آن‌ها در هر ثانیه ۱۶ متر تغییر می‌کند و اگر هم‌جهت حرکت کنند، فاصلهٔ آن‌ها در هر دقیقه ۲۴۰ متر تغییر می‌کند. $\frac{v_۲}{v_۱}$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) $\frac{۷}{۵}$

پاسخ تشریحی:

در حالت اول که دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، تندی نسبی دو متحرک برابر است با مجموع تندی دو متحرک و در حالت دوم که دو متحرک در یک جهت حرکت می‌کنند، تندی نسبی دو متحرک برابر است با مقدار اختلاف تندی دو متحرک؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$v=v_۱+v_۲$$
$$v'=v_۲-v_۱$$

از طرفی با توجه به رابطهٔ $v=\frac{d}{\Delta t}$ می‌توان نوشت:

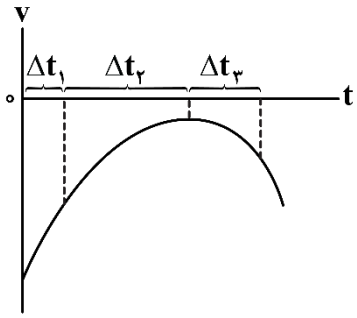
$$v=\frac{d}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۱s]{d=۱۶m}v=\frac{۱۶}{۱}=۱۶\frac{m}{s}$$
$$v'=\frac{d'}{\Delta t'}\xrightarrow[\Delta t'=۶۰s]{d'=۲۴۰m}v'=\frac{۲۴۰}{۶۰}=۴\frac{m}{s}$$

درنهایت با تشکیل دستگاه دو معادله و دو مجهول داریم:

$$\begin{cases} v_۱ + v_۲ = ۱۶ \\ v_۲ - v_۱ = ۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_۲ = ۱۰\dfrac{m}{s} \\ v_۱ = ۶\dfrac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{۱۰}{۶} = \frac{۵}{۳}$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

۱۱- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. به‌ترتیب از راست به چپ در بین بازه‌های زمانی $\Delta t_۱$، $\Delta t_۲$ و $\Delta t_۳$، تندی متوسط در بازهٔ زمانی ..... و اندازهٔ شتاب متوسط در بازهٔ زمانی ..... بیشینه است.



۱) $\Delta t_۱$ ، $\Delta t_۱$

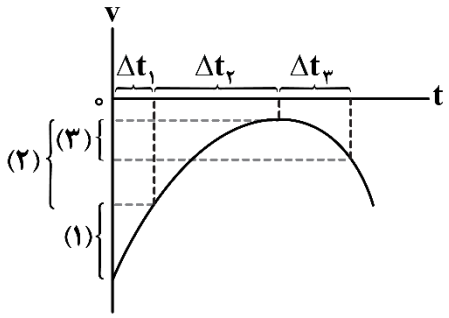
۲) $\Delta t_۲$ ، $\Delta t_۱$

۳) $\Delta t_۱$ ، $\Delta t_۳$

۴) $\Delta t_۲$ ، $\Delta t_۳$

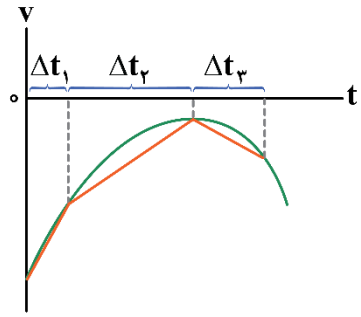
پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ نموداری/مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۱)

با توجه به این‌که تندی متوسط در هر بازهٔ زمانی، مقداری بین کم‌ترین و بیش‌ترین تندی در آن بازهٔ زمانی است، درنتیجه مطابق شکل به‌صورت تقریبی می‌توانیم تندی متوسط را در سه بازهٔ مشخص‌شده نشان دهیم. درنتیجه: $s_{av_۱} > s_{av_۲} > s_{av_۳}$



در نمودار سرعت ـ زمان، شتاب متوسط برابر با شیب خط واصل بین ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی موردنظر است.

همان‌طور که در نمودار روبه‌رو مشخص است، شیب خط واصل در بازهٔ $\Delta t_۱$ از شیب خط واصل در دیگر بازه‌ها بیش‌تر است؛ پس نتیجه می‌گیریم:



$$a_{av_۱} > a_{av_۲} > a_{av_۳}$$

۱۲- متحرکی با سرعت ثابت به مدت ۳۰ ثانیه در خلاف جهت محور x درحال حرکت است و مسافت طی‌شدهٔ آن در ۳ ثانیهٔ هشتم از مسافت طی‌شده در ۸ ثانیهٔ سوم، ۱۲۰ متر کم‌تر است. اگر در کل حرکت، ۴ ثانیه بردارهای مکان و سرعت دارای علامت مخالف باشند، بردار مکان اولیهٔ متحرک کدام است؟

۱) $(۸۵m)\vec{i}$ ۲) $(۸۹m)\vec{i}$ ۳) $(۹۶m)\vec{i}$ ۴) $(۹۹m)\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ مفهومی/محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۱۳)

در حرکت یکنواخت، مسافت (یا اندازهٔ جابه‌جایی) برای بازهٔ زمانی Δt از رابطهٔ $L=|v|\Delta t$ به‌دست می‌آید. درنتیجه برای دو بازهٔ زمانی داده‌شده، خواهیم داشت:

$$\text{ثانیهٔ هشتم } ۳ \Rightarrow \Delta t = ۳(s) \Rightarrow L = |v|\Delta t = |v|(۳)$$

$$\text{ثانیهٔ سوم } ۸ \Rightarrow \Delta t' = ۸(s) \Rightarrow L = |v|\Delta t' = |v|(۸)$$

طبق فرض سؤال:

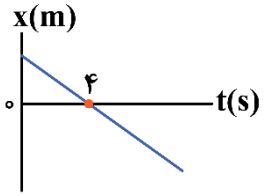
$$L' - L = ۱۲۰ \Rightarrow ۸|v| - ۳|v| = ۱۲۰ \Rightarrow |v| = ۲۴\frac{m}{s}$$

دقت شود چون متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، سرعت منفی است:

$$v = -۲۴\frac{m}{s}$$

هنگامی که در حرکت بر روی خط راست، بردارهای مکان و سرعت دارای جهت‌های مخالف باشند $(xv<۰)$ به این معنی است که متحرک درحال نزدیک‌شدن به مبدأ مکان است. درنتیجه اگر نمودار مکان ـ زمان این متحرک را رسم کنیم مانند شکل زیر می‌شود.

بنابراین داریم:



$$x = vt + x_۰ \xrightarrow[t=۴s\ ,\ x_۰=?]{x=۰\ ,\ v=-۲۴\frac{m}{s}} ۰ = -۲۴(۴) + x_۰$$

$$\Rightarrow x_۰ = ۹۶m \Rightarrow \vec{x}_۰ = ۹۶(m)\vec{i}$$

۱۳- متحرکی ۲۰ ثانیه با تندی ثابت $۱۰\frac{m}{s}$ بر روی یک مسیر مستقیم در یک جهت حرکت کرده و سپس ۵ ثانیه توقف می‌کند. این متحرک ۱۵ ثانیه با تندی چند متر بر ثانیه بازگردد تا تندی متوسط در کل مسیر برابر $۱۲/۵\frac{m}{s}$ شود؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۳۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳)

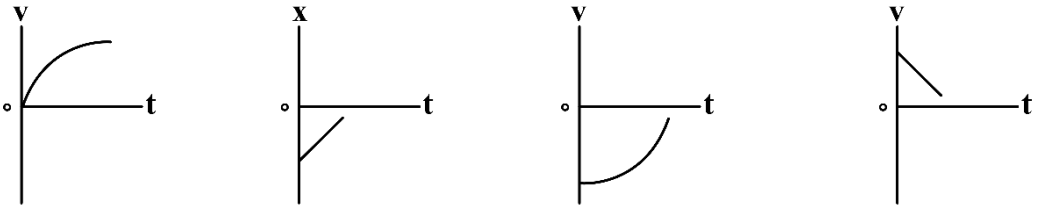
از رابطهٔ تندی متوسط متحرک در کل حرکت، تندی مسیر بازگشت متحرک را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{\text{مسافت کل}}{\text{زمان کل}} \Rightarrow s_{av} = \frac{|\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| + |\Delta x_۳|}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲ + \Delta t_۳} \Rightarrow ۱۲/۵ = \frac{۲۰\times ۱۰ + ۰ + ۱۵v}{۲۰ + ۵ + ۱۵}$$

$$\Rightarrow ۵۰۰ = ۲۰۰ + ۱۵v \Rightarrow v = ۲۰\frac{m}{s}$$

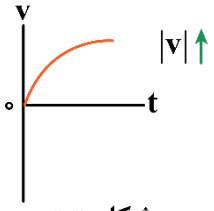
۱۴- در شکل‌های زیر، نمودارهای سرعت ـ زمان یا مکان ـ زمان چهار متحرک رسم شده است. با توجه به شکل‌های داده‌شده، به‌ترتیب از راست به چپ، در چه تعداد از آن‌ها تندی متحرک درحال افزایش بوده و در چه تعداد از آن‌ها، اندازهٔ شتاب متحرک درحال کاهش است؟

۱) ۲، ۲
۲) ۳، ۲
۳) ۲، ۱
۴) ۱، ۱



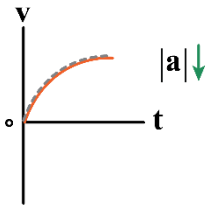
پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ نموداری/مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۱)

در شکل‌های داده‌شده، فقط در شکل «د» تندی متحرک درحال افزایش است.



شکل «د»

از طرفی می‌دانیم شیب نمودار $v-t$ برابر شتاب متحرک است؛ بنابراین فقط در شکل «د» اندازهٔ شتاب متحرک درحال کاهش است.



شکل «د»

دقت شود نمودار مکان ـ زمان داده‌شده در شکل «ج»، به‌صورت خطی بوده و حرکت با سرعت ثابت است.

تمرین

مسیر حرکت رو در هریک از نمودارها رسم و نوع حرکت اونا رو مشخص کن.

ماز

۱۵- دو اتومبیل با تندی‌های ثابت $۲۰\frac{m}{s}$ و $۳۰\frac{m}{s}$ از نقطهٔ A به سمت نقطهٔ B که در فاصلهٔ ۶۰۰ متری نقطهٔ A قرار دارد، روی یک مسیر مستقیم حرکت می‌کنند. اگر اتومبیل سریع‌تر، ۸ ثانیه دیرتر از اتومبیل دیگر حرکت کرده باشد، ..... ثانیه ..... از اتومبیل کندتر به مقصد می‌رسد.

۱) ۲، دیرتر ۲) ۱۰، دیرتر ۳) ۲، زودتر ۴) ۱۰، زودتر

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۳)

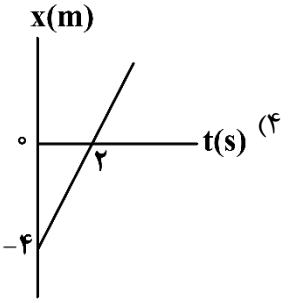
ابتدا مدت‌زمان لازم برای این‌که هریک از دو متحرک با تندی‌های $۲۰\frac{m}{s}$ و $۳۰\frac{m}{s}$ مسافت ۶۰۰ متر را طی کنند، را به‌دست می‌آوریم:

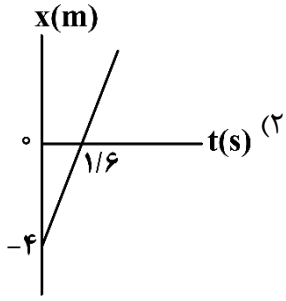
$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \begin{cases} ۶۰۰ = ۲۰\Delta t_۱ \Rightarrow \Delta t_۱ = ۳۰s \\ ۶۰۰ = ۳۰\Delta t_۲ \Rightarrow \Delta t_۲ = ۲۰s \end{cases}$$

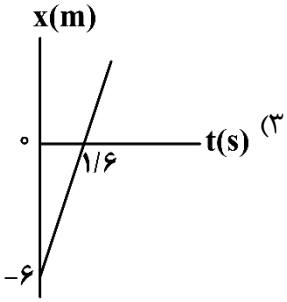
بنابراین متحرک سریع‌تر ۱۰ ثانیه زمان کم‌تر نیاز دارد تا این مسافت را طی کند. درنتیجه اگر ۸ ثانیه دیرتر حرکت کرده باشد، ۲ ثانیه زودتر به مقصد خواهد رسید.

دوازدهم تجربی | ۱۵ آبان‌ماه فیزیک

۱- جسمی با سرعت ثابت بر روی یک مسیر مستقیم در حرکت است. اگر جسم در لحظهٔ $t_1 = 4s$ در مکان $x_1 = 6m$ و در لحظهٔ $t_2 = 20s$ در مکان $x_2 = 46m$ باشد، نمودار مکان ـ زمان جسم در کدام گزینه به‌درستی رسم شده است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴)

سریع

راه نجات سریع

چون سرعت متحرک ثابته، به کمک رابطهٔ سرعت متوسط، سرعت متحرک رو به‌دست بیار و با معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت و به کمک یکی از نقطه‌ها، کار رو تمومش کن.

کام اول

سرعت متحرک ثابت و برابر است با:

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{46 - 6}{20 - 4} = 2/5 \frac{m}{s}$$

کام دوم

به کمک معادلهٔ مکان ـ زمان، مکان اولیهٔ متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow[v=2/5\frac{m}{s}]{t=4s, x=6m} 6 = 2/5 \times 4 + x_0 \Rightarrow x_0 = -4m$$

کام آخر

بنابراین نمودار مکان ـ زمان خطی با شیب $v = 2/5 \frac{m}{s}$ و عرض از مبدأ $x_0 = -4m$ است که در گزینهٔ (۲) به‌درستی رسم شده است.

جرقهٔ ذهنی

شیب نمودار مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت، مقداری ثابت بوده و برابر با سرعت متحرک است. تنها گزینه‌ای که شیب نمودارش ۲/۵ می‌شه، گزینهٔ (۲) هست و نیازی به پیداکردن مکان اولیهٔ متحرک نیست.

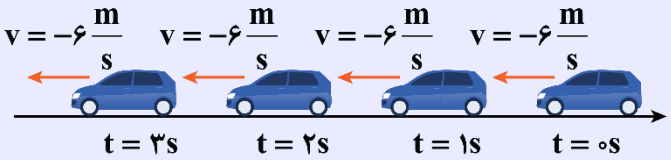
راهنمای مسیرت

شاید از ساده‌بودن این تست خیلی تعجب کنید و بگید مگه توی کنکور همچین سؤالی میاد؟! البته و صد البته که در کنکور همچین سؤالات ساده‌ای که در حد کتاب درسی و امتحان نهایی است، مطرح می‌شه. پس اول کتاب درسی رو حسابی بخونین بعد کمک‌آموزشی!

حرکت با سرعت ثابت

در این نوع حرکت اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است پس در حرکت با سرعت ثابت، سرعت متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی دلخواه برابر سرعت لحظه‌ای آن است:

اندازهٔ سرعت متوسط = تندی متوسط = اندازهٔ سرعت لحظه‌ای = تندی لحظه‌ای



حرکت با سرعت ثابت

- حرکت روی خط راست انجام می‌شود. → جهت سرعت ثابت است.
- تندی با گذشت زمان تغییر نمی‌کند. → اندازهٔ سرعت ثابت است.

→ اندازهٔ سرعت و جهت سرعت ثابت است

پس شتاب حرکت صفر است: $a = 0$

در حرکت با سرعت ثابت

۱- سرعت لحظه‌ای و سرعت متوسط باهم برابرند: $v_{av} = v$

۲- شتاب حرکت صفر است.

۳- اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت باهم برابرند $(|d| = L)$، درنتیجه در این حرکت اندازهٔ سرعت برابر تندی است $(|v| = s)$.

معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت

$$\text{مکان در لحظهٔ } t \leftarrow x = \overset{\text{سرعت}}{v}\overset{\text{زمان}}{t} + x_0 \rightarrow \text{مکان اولیه}$$

معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان حرکت با سرعت ثابت

$$\text{جابه‌جایی} \leftarrow \Delta x = \overset{\text{سرعت}}{v}\overset{\text{زمان سپری‌شده}}{\Delta t}$$

چون جهت حرکت ثابت است، در این رابطه اندازهٔ Δx برابر مسافت طی‌شده می‌باشد.

چگونه با استفاده از مکان متحرک در دو لحظهٔ t_1 و t_2، معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت را به‌دست آوریم؟

۱- در معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت یعنی $x = vt + x_0$ به‌جای t و x مقادیرشان را در دو نقطه جایگذاری می‌کنیم.

۲- با استفاده از دستگاه دو معادله - دو مجهول، مقادیر x_0 و v را به‌دست می‌آوریم.

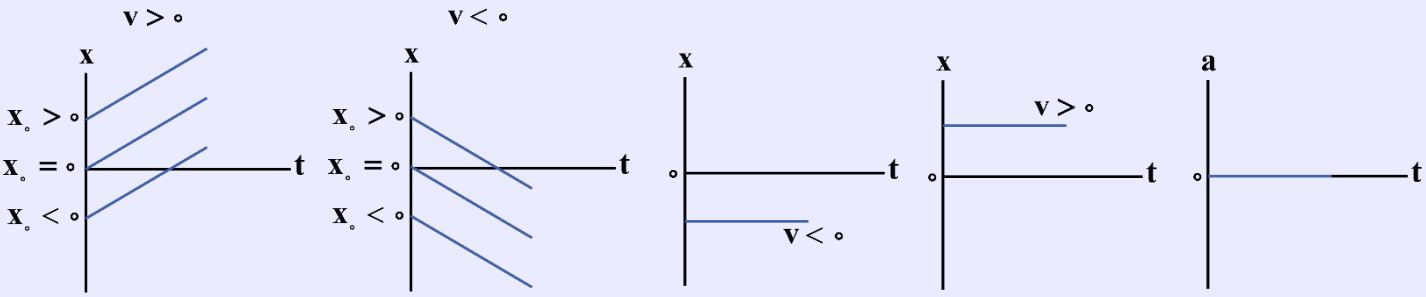
۳- طبق رابطهٔ $x = vt + x_0$، با داشتن v و x_0 معادلهٔ $x - t$ را می‌نویسیم.

نمودارها در حرکت با سرعت ثابت

۱- طبق معادلهٔ مکان ـ زمان که به‌صورت یک معادلهٔ خطی است، نمودار مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت به‌صورت خط راستی با شیب ثابت v و عرض از مبدأ x_0 است:

۲- نمودار سرعت ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت، خط راستی موازی محور t است.

۳- شتاب در حرکت با سرعت ثابت، همواره صفر است.



آزمون سراسری تجربی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۳

۴۶- جسمی با سرعت ثابت بر مسیری مستقیم در حرکت است. اگر جسم در لحظهٔ $t_1 = 4s$ در مکان $x_1 = 8m$ و در لحظهٔ $t_2 = 10s$ در مکان $x_2 = 26m$ باشد، معادلهٔ مکان ـ زمان آن در SI کدام است؟

۱) $x = 3t + 4$ ۲) $x = 3t - 4$ ۳) $x = 2t + 4$ ۴) $x = 2t - 4$

پاسخ تشریحی:

روش اول: ابتدا سرعت متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{26 - 8}{10 - 4} = 3\frac{m}{s} \Rightarrow v = 3\frac{m}{s}$$

حال یکی از لحظات داده‌شده را در معادلهٔ مکان ـ زمان قرار می‌دهیم و مکان اولیه را به‌دست می‌آوریم:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow[x_1 = 8m]{t_1 = 4s} 8 = 3 \times 4 + x_0 \Rightarrow x_0 = -4m$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = 3t - 4$$

روش دوم: یکی از لحظات را در گزینه‌ها جایگذاری می‌کنیم تا پاسخ درست مشخص شود:

۱) $x = 3t + 4 \xrightarrow[x_1 = 8m]{t_1 = 4s} 8 = 3 \times 4 + 4$ (✗)

۲) $x = 3t - 4 \xrightarrow[x_1 = 8m]{t_1 = 4s} 8 = 3 \times 4 - 4$ (✓)

۳) $x = 2t + 4 \xrightarrow[x_1 = 8m]{t_1 = 4s} 8 = 2 \times 4 + 4$ (✗)

۴) $x = 2t - 4 \xrightarrow[x_1 = 8m]{t_1 = 4s} 8 = 2 \times 4 - 4$ (✗)

پاسخ: گزینهٔ ۲

۲- متحرک A در مبدأ زمان با سرعت ثابت $-20\frac{m}{s}$ از مکان $x = 49m$ می‌گذرد و ۳ ثانیه بعد متحرک B با سرعت ثابت $10\frac{m}{s}$ از $x = -20m$ می‌گذرد. در چه مکانی برحسب متر، دو متحرک A و B به یکدیگر می‌رسند؟

۱) -۳ ۲) ۳ ۳) -۱۷ ۴) ۱۷

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی/محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۴ ـ ۱۲۰۱)

راه نجات سریع

کافیه معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک رو بنویسی و اونا رو برابر بذاری. فقط حواست باشه که متحرک B با تأخیر شروع به حرکت کرده!

گام اول

ابتدا به کمک رابطهٔ $x = vt + x_0$، معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک A و B را به‌دست می‌آوریم:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \xrightarrow{v_A = -20\frac{m}{s},\ x_{0A} = 49m} x_A = -20t + 49$$

$$x_B = v_B(t - t_d) + x_{0B} \xrightarrow[\text{حواستون باشه که متحرک B با ۳s تأخیر حرکت کرده!}]{v_B = 10\frac{m}{s},\ t_d = 3s,\ x_{0B} = -20m} x_B = 10(t-3) - 20 = 10t - 50$$

گام دوم

برای این‌که دو متحرک A و B هم‌مکان شوند، باید $x_A = x_B$ باشد؛ بنابراین داریم:

$$-20t + 49 = 10t - 50 \Rightarrow 30t = 99 \Rightarrow t = 3/3s$$

گام آخر

حالا کافی است در لحظهٔ $t = 3/3s$، مکان یکی از دو متحرک را به‌دست آوریم:

$$x_A = -20t + 49 \xrightarrow{t = 3/3s} x_A = -20(3/3) + 49 = -66 + 49 = -17m$$

پس دو متحرک A و B در مکان $x = -17m$ به یکدیگر می‌رسند و اصطلاحاً هم‌مکان می‌شوند.

راهنمای مسیرت

بچه‌ها این سؤال، با الهام از تمرین ۱-۷ کتاب درسی طرح شده و ایده‌ای که استفاده کردیم، با تأخیر شروع به حرکت‌کردن یکی از متحرک‌ها بوده که به‌شدت مورد علاقهٔ طراحان است. پس حتماً گام‌های مورد نیاز برای حل این سؤال رو خوب یاد بگیرین تا خیالتون از این تیپ مسائل به‌شدت راحت بشه.

حرکت دو متحرک با سرعت ثابت چگونه بررسی می‌شود؟

هنگامی که دو متحرک به‌صورت هم‌زمان بر روی محور x حرکت می‌کنند، برای بررسی حرکت آن‌ها کافی است معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها را بنویسیم و سپس با بررسی معادلات نوشته‌شده به سؤال پاسخ دهیم. مهم‌ترین چیزهایی که ممکن است از ما پرسیده شود، موارد زیر است:

۱- لحظهٔ به‌هم رسیدن دو متحرک: برای پیداکردن لحظهٔ به‌هم رسیدن دو متحرک کافی است معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها را باهم برابر قرار دهیم:

معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک A: $x_A = v_A t + x_{0A}$

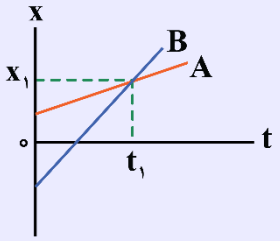
معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک B: $x_B = v_B t + x_{0B}$

شرط به‌هم رسیدن دو متحرک: $x_A = x_B \Rightarrow v_A t + x_{0A} = v_B t + x_{0B}$

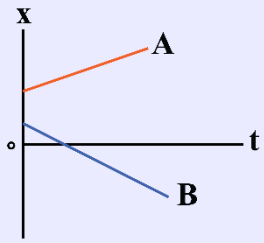
۲- محاسبهٔ فاصلهٔ دو متحرک: فاصلهٔ دو متحرک به معنی قدر مطلق اختلاف معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها است؛ بنابراین در سؤالاتی که می‌خواهیم فاصلهٔ دو متحرک را به‌دست آوریم، ابتدا معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک را می‌نویسیم، سپس قدر مطلق اختلاف مکان آن‌ها را محاسبه می‌کنیم.

فاصلهٔ دو متحرک از هم: $d = |x_A - x_B| \xrightarrow[x_B = v_B t + x_{0B}]{x_A = v_A t + x_{0A}} d = |v_A t + x_{0A} - (v_B t + x_{0B})|$

۳- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک: گاهی در بررسی حرکت دو متحرک با سرعت ثابت، نمودار مکان ـ زمان آن‌ها رسم می‌شود. هنگامی که دو نمودار یکدیگر را قطع می‌کنند، دو متحرک به‌هم می‌رسند.



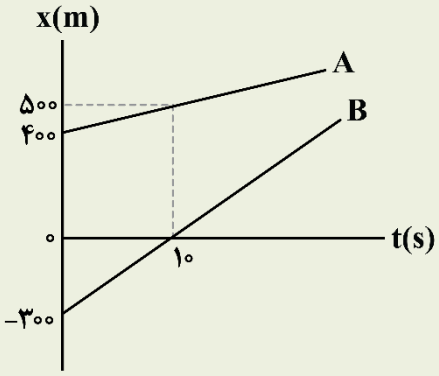
دو متحرک در لحظهٔ t_1 و مکان x_1 به هم می‌رسند.
(فاصلهٔ دو متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.)



دو متحرک هیچ‌گاه به هم نمی‌رسند.
(فاصلهٔ دو متحرک همواره افزایش می‌یابد.)

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۵۰- نمودار مکان ـ زمان دو خودرو که روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در لحظه‌های t_1 و $t_2 > t_1$ فاصلهٔ دو متحرک از هم $600\,m$ است. $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟



۱) ۱۵
۲) ۱۳
۳) ۸
۴) ۵

پاسخ تشریحی:

ابتدا در لحظهٔ $t=0$، فاصلهٔ دو متحرک $700\,m$ است و سپس در لحظهٔ $t=10\,s$، فاصله به $500\,m$ رسیده است؛ بنابراین فاصله با سرعت $20\,m/s$ کاهش می‌یابد و معادلهٔ فاصلهٔ دو متحرک از هم برابر است با:

فاصله: $d = vt + \text{فاصلهٔ اولیه} \Rightarrow d = -20t + 700$

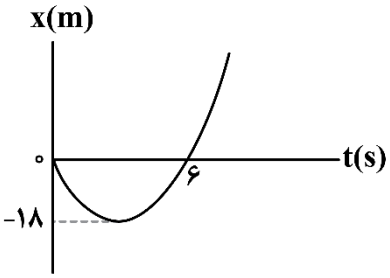
برای آن‌که فاصله برابر $600\,m$ شود، داریم:

$$|d| = 600 \Rightarrow |-20t + 700| = 600 \Rightarrow \begin{cases} -20t + 700 = 600 \\ -20t + 700 = -600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 5\,s \\ t_2 = 65\,s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{65}{5} = 13$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

۳- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر مسیری مستقیم درحال حرکت است، مطابق سهمی شکل زیر است. بزرگی سرعت متوسط این متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ نموداری ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۷ ـ ۱۲۰۱)

روش اول

گام اول

معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک را به‌دست می‌آوریم. با توجه به دو ریشهٔ نمودار یعنی $t=۰$ و $t=۶s$ داریم:

رأس سهمی: $t'=\frac{۰+۶}{۲}=۳s$

$$x=At(t-۶)\xrightarrow[x=-۱۸m]{t'=۳s}-۱۸=A(۳)(۳-۶)\Rightarrow A=۲$$

$$\Rightarrow x=۲t(t-۶)$$

گام دوم

می‌دانیم ۲ ثانیهٔ سوم، بازهٔ زمانی $t_۱=۴s$ تا $t_۲=۶s$ است؛ بنابراین مکان متحرک را در این دو لحظه به‌دست می‌آوریم:

$$x_۱=۲(۴)(۴-۶)=-۱۶m$$

$$x_۲=۲(۶)(۶-۶)=۰$$

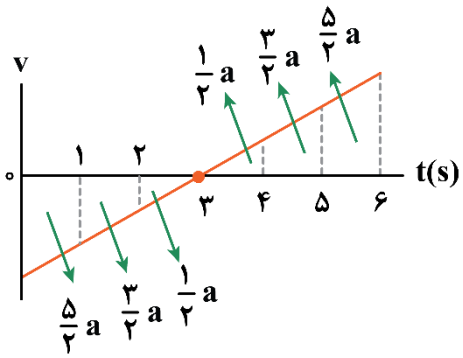
گام آخر

سرعت متوسط متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}\Rightarrow v_{av}=\frac{۰-(-۱۶)}{۶-۴}=\frac{۱۶}{۲}=۸\frac{m}{s}$$

روش دوم

متحرک با شتاب ثابت در خلاف جهت محور x حرکت کرده و بعد از ۳s، ۱۸m- جابه‌جا شده و در لحظهٔ ۶s هم به مکان اولیه‌اش برگشته است. اگر از لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر است (لحظهٔ تغییر جهت) به حرکت آن نگاه کنیم، جابه‌جایی در ثانیه‌های متوالی به‌ترتیب $\frac{۱}{۲}a$، $\frac{۳}{۲}a$، $\frac{۵}{۲}a$ و ... است؛ بنابراین:



$$۰\le t<۳s:\ \frac{۱}{۲}a+\frac{۳}{۲}a+\frac{۵}{۲}a=۱۸\Rightarrow \frac{۹}{۲}a=۱۸\Rightarrow a=۴\frac{m}{s^۲}$$

$$۴s\le t<۶s:\ \Delta x=\frac{۳}{۲}a+\frac{۵}{۲}a=۴a\Rightarrow \Delta x=۱۶m$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۱۶}{۶-۴}=۸\frac{m}{s}$$

راهنمای مسیرت

نمودارهای مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت از تنوع بسیار بالایی برخوردار هستند و حتماً باید توجه ویژه‌ای به این بخش داشته باشین. توصیه می‌کنیم با حل تیپ تست‌های مختلف، سعی کنید مهارتتون رو بالا ببرید تا در زمان استاندارد بتونین پاسخگوی این تست‌ها باشین.

حرکت با شتاب ثابت

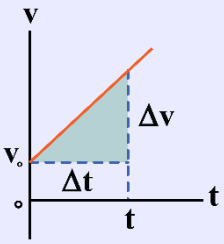
هرگاه بردار شتاب متحرکی در لحظه‌های مختلف یکسان باشد، حرکت جسم را حرکت با شتاب ثابت می‌نامیم.

ویژگی‌های حرکت با شتاب ثابت:

۱- سرعت متحرک با زمان به‌صورت خطی تغییر می‌کند پس تغییرات v نسبت به t به‌صورت یک تابع خطی است، به همین دلیل سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t برابر است با میانگین سرعت متحرک در این دو لحظه، یعنی معادلهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت به‌صورت زیر خواهد بود:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow{\text{حرکت با شتاب ثابت}}v_{av}=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Rightarrow v_{av}=v_{(\frac{t_۱+t_۲}{۲})}\xrightarrow{v=at+v_۰}v_{av}=\frac{۱}{۲}a(t_۱+t_۲)+v_۰$$

۲- شیب نمودار سرعت ـ زمان ثابت است و برابر با شتاب متحرک می‌باشد.



$$\text{شیب نمودار سرعت ـ زمان} = a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

۳- شتاب متوسط در بازه‌های زمانی مختلف یکسان است.

شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی برابر شتاب لحظه‌ای متحرک است:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

۴- معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت:

معادله‌ای که مکان متحرک را در هر لحظه برای ما مشخص می‌کند.

$$\text{مکان متحرک در لحظهٔ } t \leftarrow x = \frac{1}{2}a t^2 + v_0 t + x_0 \rightarrow \text{مکان اولیه}$$

(شتاب ثابت متحرک ↑، سرعت اولیه ↓)

در حرکت با شتاب ثابت، مکان متحرک تابعی درجهٔ دوم از زمان است.

۵- معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت:

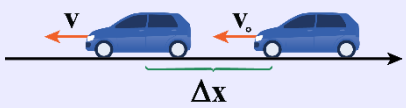
معادله‌ای است که سرعت متحرک را در هر لحظه برای ما مشخص می‌کند:

$$\text{سرعت متحرک در لحظهٔ } t \leftarrow v = at + v_0 \rightarrow \text{سرعت اولیه}$$

(شتاب ثابت متحرک ↑)

۶- معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی (مستقل از زمان) در حرکت با شتاب ثابت:

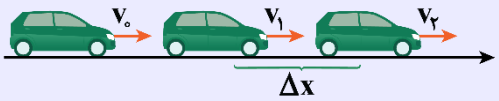
در این معادله زمان وجود ندارد، پس بهتر است در سؤالاتی که زمان را نمی‌دهند و نمی‌خواهند از این معادله استفاده کنیم:



$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

۷- معادلهٔ مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت:

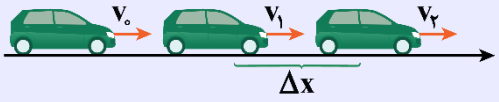
در این معادله شتاب وجود ندارد، پس بهتر است در سؤالاتی که شتاب را نمی‌دهند و نمی‌خواهند از این معادله استفاده کنیم:



$$\Delta x = \frac{v_2 + v_1}{2}\Delta t$$

روش محاسبهٔ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت:

معادلهٔ جابه‌جایی زمان: (در بازهٔ t_1 تا t_2)



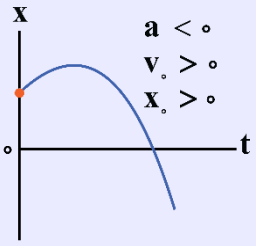
$$\Delta x = \frac{1}{2}a\Delta t^2 + v_1\Delta t$$

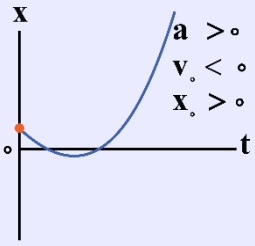
حالت خاص: جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $[0, t]$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

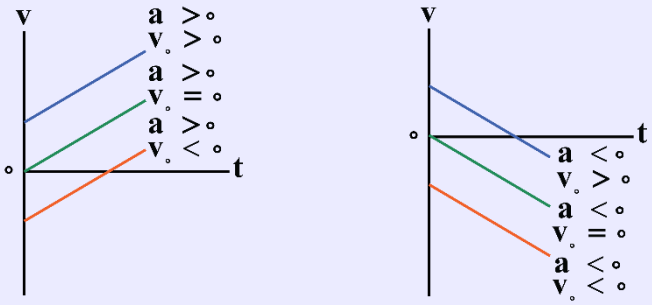
نمودارهای حرکت با شتاب ثابت

۱- نمودار مکان ـ زمان به شکل یک سهمی است که تقعر آن علامت شتاب را نشان می‌دهد.

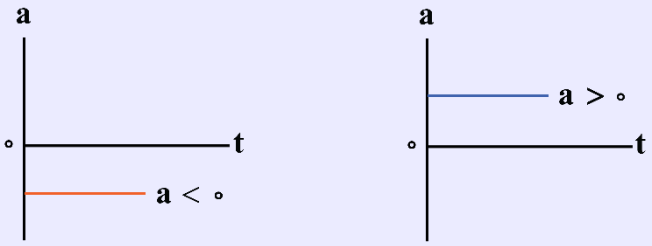




۲- نمودار سرعت ـ زمان به‌صورت یک خط با شیب ثابت است.



۳- نمودار شتاب ـ زمان به‌صورت یک خط افقی است.



نکته

در حرکت با شتاب ثابت اگر برای دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ داشته باشیم $t_{\text{رأس سهمی}} = \frac{t_۱ + t_۲}{۲}$ آن‌گاه $v_{t_۱} = -v_{t_۲}$ می‌شود.

مثال

۴- **معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = -t^۲ + ۶t + ۱۶$ است. تندی متوسط این متحرک در ۸ ثانیهٔ اول حرکت آن چند متر بر ثانیه است؟**

۱) ۴/۲۵ ۲) ۳/۷۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۷۵

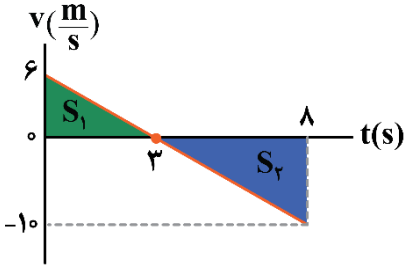
پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۷ ـ ۱۲۰۱)

گام اول

به کمک معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک در حرکت با شتاب ثابت و مقایسهٔ آن با معادلهٔ مکان ـ زمان داده‌شده، داریم:

$$\begin{cases} x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \\ x = -t^۲ + ۶t + ۱۶ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -۲\frac{m}{s^۲} \\ v_۰ = ۶\frac{m}{s} \end{cases} \xrightarrow{v = at + v_۰} v = -۲t + ۶$$

گام دوم



نمودار سرعت ـ زمان را رسم می‌کنیم و با کمک مساحت زیر نمودار، مسافت طی‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\ell = S_۱ + S_۲ = \frac{۶ \times ۳}{۲} + \frac{۱۰ \times ۵}{۲} = ۹ + ۲۵ = ۳۴m$$

گام آخر

تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۳۴}{۸} = \frac{۱۷}{۴} = ۴/۲۵\frac{m}{s}$$

راهنمای مسیرت

بچه‌ها این تست با توجه به مثال ۱-۱۲ کتاب درسی طرح شده و هم برای امتحان نهایی و هم برای کنکور به‌شدت مناسبه. پس گام‌های پاسخ‌نامه رو به‌دقت بخونین تا روند حل این تیپ تست‌ها ملکهٔ ذهنتون بشه.

آزمون سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

۷۴- معادلهٔ حرکت جسمی در SI به‌صورت $x=-۲t^۲+۱۰t-۸$ است. در بازهٔ زمانی‌ای که متحرک تغییر جهت می‌دهد تا دومین لحظه‌ای که جهت بردار مکان عوض می‌شود، سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) $۳\vec{i}$ ۲) $-۳\vec{i}$ ۳) $-۶\vec{i}$ ۴) $۶\vec{i}$

پاسخ تشریحی:

$$x=-۲t^۲+۱۰t-۸ \xrightarrow{x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰} a=-۴\frac{m}{s^۲}, v_۰=۱۰\frac{m}{s} \Rightarrow v=-۴t+۱۰$$

در لحظهٔ تغییر جهت، سرعت صفر است؛ بنابراین:

$$v=-۴t+۱۰ \xrightarrow{v=۰} -۴t+۱۰=۰ \Rightarrow t=۲/۵s$$

در لحظه‌ای که جهت بردار مکان عوض می‌شود، $x=۰$ می‌باشد؛ بنابراین:

$$x=۰ \Rightarrow -۲t^۲+۱۰t-۸=۰ \Rightarrow t=۱s,\ t=۴s$$

چون دومین لحظهٔ خواسته شده، $t=۴s$ قابل‌قبول است.

مکان جسم را در لحظات $t_۱=۲/۵s$ و $t_۲=۴s$ به‌دست می‌آوریم:

$$t_۱=۲/۵s \Rightarrow x_۱=-۲(۲/۵)^۲+۱۰(۲/۵)-۸ \Rightarrow x_۱=۴/۵m$$

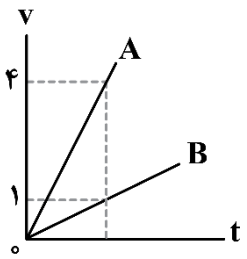
$$t_۲=۴s \Rightarrow x_۲=۰$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۰-۴/۵}{۴-۲/۵}=-۳\frac{m}{s} \Rightarrow \vec{v}_{av}=-۳\vec{i}(\frac{m}{s})$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

ماز

۵- نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک که بر روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. مسافتی که متحرک B در دو ثانیهٔ سوم طی می‌کند، چند برابر مسافتی است که متحرک A در سه ثانیهٔ دوم طی می‌کند؟



۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۳}{۱۶}$ ۳) $\frac{۵}{۲۷}$ ۴) $\frac{۷}{۳۲}$

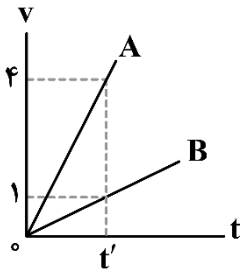
پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ نموداری ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۷ ـ ۱۲۰۱)

راه نجات سریع

کافیه به کمک نمودار سرعت ـ زمان، نسبت شتاب دو متحرک رو پیدا کنی و به کمک دنبالهٔ حسابی در حرکت با شتاب ثابت برای جابه‌جایی در بازه‌های زمانی یکسان و متوالی به خواستهٔ سؤال برسی.

کام اول

می‌دانیم شیب نمودار $v-t$، برابر با شتاب متحرک است. طبق شکل، شیب نمودار A، ۴ برابر شیب نمودار B است، پس $a_A=۴a_B$ است.



$$\frac{a_A}{a_B}=\frac{\text{شیب A}}{\text{شیب B}}=\frac{\frac{۴}{t'}}{\frac{۱}{t'}}=۴$$

گام دوم

با توجه به این‌که در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی در T ثانیهٔ nاُم به‌صورت $\Delta x = \frac{(۲n-۱)}{۲}aT^۲ + v_۰T$ است، خواهیم داشت:

$$B:\begin{cases} T = ۲s \\ n = ۳ \\ v_۰ = ۰ \end{cases} \Rightarrow \Delta x_B = \frac{۵}{۲}a_B(۲)^۲ + ۰ = ۱۰a_B$$

$$A:\begin{cases} T = ۳s \\ n = ۲ \\ v_۰ = ۰ \end{cases} \Rightarrow \Delta x_A = \frac{۳}{۲}a_A(۳)^۲ + ۰ = \frac{۲۷}{۲}a_A$$

گام آخر

اکنون نسبت $\frac{\Delta x_B}{\Delta x_A}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta x_B}{\Delta x_A} = \frac{۱۰a_B}{\frac{۲۷}{۲}a_A} = \frac{۲۰}{۲۷}\frac{a_B}{a_A} \xrightarrow{a_A = ۴a_B} \frac{\Delta x_B}{\Delta x_A} = \frac{۲۰}{۲۷} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۵}{۲۷} \Rightarrow \frac{\ell_B}{\ell_A} = \frac{۵}{۲۷}$$

توجه!

بچه‌ها امیدوارم حواستون باشه که چون علامت سرعت هر دو متحرک ثابت است، پس هر دو متحرک بدون تغییر جهت حرکت می‌کنند و مسافت طی‌شده توسط اون‌ها با اندازهٔ جابه‌جایی‌شون یکسانه.

راهنمای مسیرت

استفاده از تکنیک دنبالهٔ حسابی در جابه‌جایی متحرک در بازه‌های زمانی یکسان و متوالی، در تحلیل این تیپ تست‌ها خیلی به دردتون می‌خوره و حتماً درک کاملی از این تکنیک به‌دست بیارین.

محاسبهٔ جابه‌جایی در T ثانیهٔ nاُم

$$\Delta x_{T,n} = \frac{۱}{۲}a(۲n-۱)T^۲ + v_۰T$$

جابه‌جایی‌های انجام‌شده توسط متحرک در T ثانیه‌های متوالی، تشکیل یک دنبالهٔ حسابی با قدر نسبت $aT^۲$ می‌دهند.

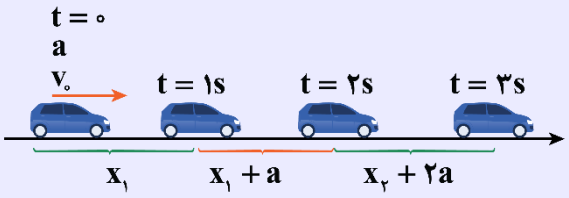
جابه‌جایی در T ثانیهٔ nاُم: $\Delta x_{T,n} = \frac{۱}{۲}a(۲n-۱)T^۲ + v_۰T$

جابه‌جایی در T ثانیهٔ اول: $\Delta x_{T,۱} = ۰/۵aT^۲ + v_۰T$

جابه‌جایی در T ثانیهٔ دوم: $\Delta x_{T,۲} = ۱/۵aT^۲ + v_۰T$

جابه‌جایی در T ثانیهٔ سوم: $\Delta x_{T,۳} = ۲/۵aT^۲ + v_۰T$

جابه‌جایی در T ثانیهٔ چهارم: $\Delta x_{T,۴} = ۳/۵aT^۲ + v_۰T$

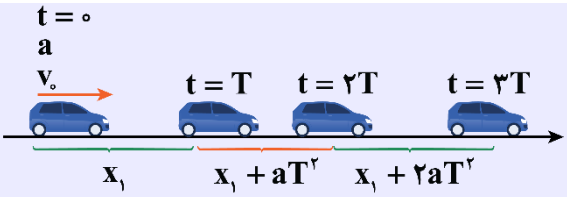


حالت خاص: جابه‌جایی در ثانیهٔ nاُم:

$$\Delta x_n = \frac{۱}{۲}a(۲n-۱) + v_۰$$

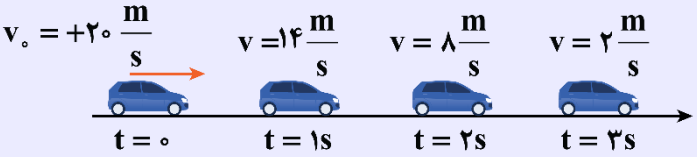
جابه‌جایی‌های انجام‌شده در ثانیه‌های متوالی، تشکیل یک دنبالهٔ حسابی با قدر نسبت a می‌دهند.

۱- در هر ثانیه جابه‌جایی یک a تغییر می‌کند.



۲- در هر ثانیه سرعت یک a تغییر می‌کند.

$a = -۶\frac{m}{s^۲}$



ماز

۶- متحرکی بر روی محور x با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ درحال حرکت است. اگر سرعت این متحرک در مکان $\vec{x}_۱ = -۸m\vec{i}$ برابر با $\vec{v}_۱ = -۶\frac{m}{s}\vec{i}$ باشد، در چه مکانی برحسب متر این متحرک تغییر جهت می‌دهد؟

۱) $۱۷\vec{i}$ ۲) $-۱۷\vec{i}$ ۳) $۲۶\vec{i}$ ۴) $-۲۶\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۲۰۱)

راه نجات سریع

به این فکر کن که موقع تغییر جهت، سرعت متحرک چقدر می‌شه و به کمک معادلهٔ جابه‌جایی ـ سرعت (مستقل از زمان)، حلش کن.

می‌دانیم در مکانی که متحرک تغییر جهت می‌دهد سرعتش صفر است؛ بنابراین طبق معادلهٔ جابه‌جایی ـ سرعت می‌توانیم بنویسیم:

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a(x_۲ - x_۱) \Rightarrow ۰^۲ - (-۶)^۲ = ۲(۲)(x_۲ - (-۸))$$

$$\Rightarrow -۳۶ = ۴(x_۲ + ۸) \Rightarrow x_۲ + ۸ = -۹ \Rightarrow x_۲ = -۱۷m$$

$$\Rightarrow \vec{x}_۲ = -۱۷(m)\vec{i}$$

ماز

۷- خودرویی با تندی ثابت $۷۲\frac{km}{h}$ بر روی مسیری مستقیم درحال حرکت است. ناگهان راننده مانعی ساکن را در فاصلهٔ d می‌بیند و ۰/۴ ثانیه بعد با شتابی به بزرگی $۴\frac{m}{s^۲}$ ترمز می‌گیرد و با تندی $۱۴/۴\frac{km}{h}$ به مانع برخورد می‌کند. d چند متر است؟

۱) ۴۸ ۲) ۵۴ ۳) ۵۶ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۲۰۱)

راه نجات سریع

یه دونه مسافت واکنش راننده و یه دونه هم مسافت مربوط به ترمزگرفتن راننده رو حساب کن و با جمع اون‌ها فاصله رو به‌دست بیار.

گام اول

جابه‌جایی خودرو را در مدت‌زمان واکنش راننده به‌دست می‌آوریم:

حرکت با سرعت ثابت (۰ تا ۰/۴s): $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۰/۴s]{v = ۷۲\frac{km}{h} = \frac{۷۲}{۳/۶}\frac{m}{s} = ۲۰\frac{m}{s}} ۲۰ = \frac{\Delta x}{۰/۴} \Rightarrow \Delta x = ۸m$

گام دوم

جابه‌جایی خودرو را از لحظهٔ ترمز تا برخورد به مانع با استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان به‌دست می‌آوریم:

$$\text{حرکت با شتاب ثابت: } v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a\Delta x' \xrightarrow[v_۲=۱۴/۴\frac{km}{h}=\frac{۱۴/۴}{۳/۶}\frac{m}{s}=۴\frac{m}{s}]{v_۱=۲۰\frac{m}{s},\ a=-۴\frac{m}{s^۲}} ۴^۲ - ۲۰^۲ = ۲(-۴)\Delta x'$$

$$\Rightarrow \Delta x' = \frac{۱۶ - ۴۰۰}{-۸} = ۴۸m$$

دقت کنید که چون حرکت کندشونده است، شتاب متحرک منفی است.

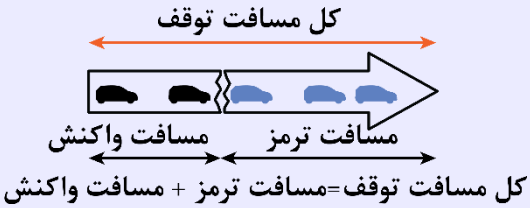
گام آخر

مقدار d را به‌دست می‌آوریم:

$$d = \Delta x + \Delta x' = ۸ + ۴۸ = ۵۶m$$

بررسی مسائل ترمز و توقف

مسائل توقف از دو قسمت تشکیل می‌شوند:



کل مسافت توقف=مسافت ترمز + مسافت واکنش

۱- قبل از ترمز (زمان واکنش راننده):

از زمانی که راننده یک مانع را می‌بیند، تا زمانی که پدال ترمز را فشار دهد، مدتی طول می‌کشد که به این زمان، زمان واکنش (عکس‌العمل) راننده می‌گویند. در این مدت راننده هنوز ترمز نکرده و خودرو با همان سرعت اولیه حرکت می‌کند.

$$\Delta x_{\text{واکنش}} = v_۰ \Delta t_{\text{واکنش}}$$

۲- پس از ترمز (کندشدن):

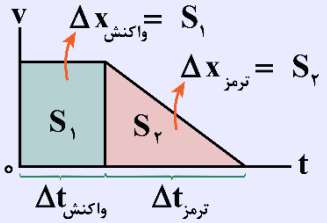
در این مدت، حرکت خودرو با شتاب ثابت a کند می‌شود. زمان و مسافت طی‌شده در هنگام ترمز برابر است با:

$$\Delta t_{\text{ترمز}} = \frac{v_۰}{|a|} \quad \text{و} \quad \Delta x_{\text{ترمز}} = \frac{v_۰^۲}{|۲a|}$$

۳- کل مسافتی که خودرو طی می‌کند تا متوقف شود برابر مجموع مسافت طی‌شده در دو مرحلهٔ قبل است:

$$\Delta x_{\text{توقف}} = \Delta x_{\text{واکنش}} + \Delta x_{\text{ترمز}} = v_۰ \Delta t_{\text{واکنش}} + \frac{v_۰^۲}{|۲a|}$$

۴- گاهی برای بررسی مسائل ترمز، می‌توانیم نمودار سرعت ـ زمان متحرک را نیز رسم کنیم.



آزمون سراسری ریاضی ۱۳۹۶

اتومبیلی روی یک خط راست با سرعت $۱۰۸\frac{km}{h}$ درحال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصلهٔ ۱۶۵m، با شتاب ثابت $۳\frac{m}{s^۲}$ ترمز می‌کند و درست جلوی مانع می‌ایستد. اگر زمان واکنش راننده $t_۱$ و زمانی که حرکت اتومبیل کندشونده بوده، $t_۲$ باشد، $\frac{t_۲}{t_۱}$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

پاسخ تشریحی:

گام اول:

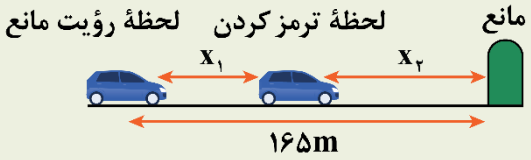
الف) اتومبیلی روی خط راست با سرعت $108\frac{km}{h}$ درحال حرکت است. $\leftarrow v_0 = 108\frac{km}{h} = \frac{108}{3/6} = 30\frac{m}{s}$

ب) راننده با دیدن مانعی در فاصلهٔ $165m$ فاصلهٔ اتومبیل از مانع در لحظهٔ دیدن آن $= 165m \leftarrow$

پ) با شتاب ثابت $3\frac{m}{s^2}$ ترمز می‌کند و جلوی مانع می‌ایستد $\leftarrow a = -3\frac{m}{s^2}$

گام دوم:

با توجه به شکل زیر و معادلهٔ سرعت ـ زمان خواهیم داشت:



$$x_2 = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-(30)^2}{-2\times 3} = 150m$$

$$x_1 = 165 - x_2 = 165 - 150 = 15m$$

$$v = \frac{x_1}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}s$$

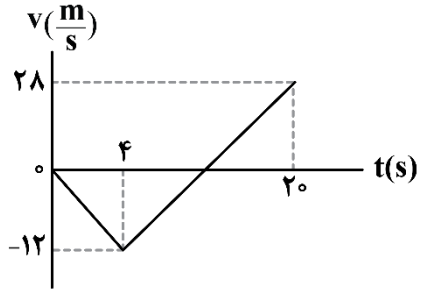
$$v = at_2 + v_0 \Rightarrow 0 = -3\times t_2 + 30 \Rightarrow t_2 = 10s$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{10}{\frac{1}{2}} = 20$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

طراز

۸- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی یک مسیر مستقیم درحال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک در لحظهٔ $t = 3s$ از مبدأ مکان عبور کند، در لحظهٔ تغییر جهت حرکت در فاصلهٔ چندمتری مبدأ قرار دارد؟



۱) ۲۸/۸

۲) ۲۹/۳

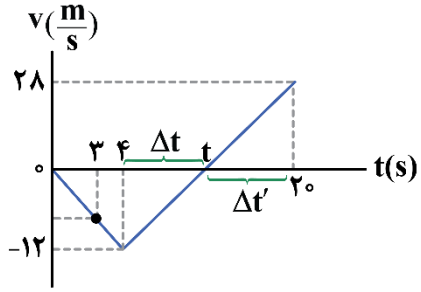
۳) ۳۸/۸

۴) ۳۹/۳

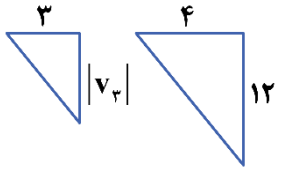
پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ نموداری ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۱ ـ ۱۲۰۱)

گام اول

با توجه به نمودار سرعت ـ زمان، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 3s$ و لحظهٔ تغییر جهت متحرک را به‌دست می‌آوریم:



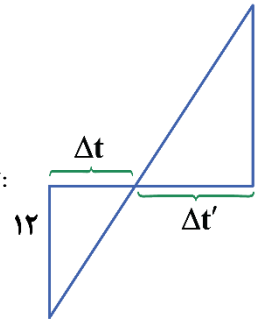
(۱) تشابه:



$$\frac{|v_۳|}{۱۲}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow |v_۳|=۹$$

$$\Rightarrow v_۳=-۹\frac{m}{s}$$

(۲) تشابه:



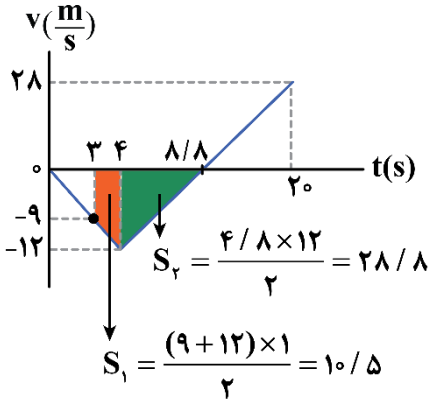
$$\frac{\Delta t}{\Delta t'}=\frac{۱۲}{۲۸}=\frac{۳}{۷}$$

$$\Rightarrow \Delta t'=\frac{۷}{۳}\Delta t$$

$$\Delta t+\Delta t'=۲۰-۴=۱۶\Rightarrow \Delta t+\frac{۷}{۳}\Delta t=\frac{۱۰}{۳}\Delta t=۱۶\Rightarrow \Delta t=۴/۸s\Rightarrow t=۴+\Delta t=۴+۴/۸=۸/۸s$$

کلم دوم

جابه‌جایی متحرک را در بازهٔ زمانی $t_۱=۳s$ تا $t_۲=۸/۸s$ به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta x=-S_۱-S_۲=-۱۰/۵-۲۸/۸=-۳۹/۳m$$

کلم آخر

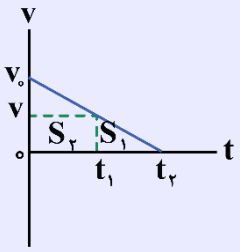
متحرک در لحظهٔ $t=۳s$ به مبدأ مکان رسیده و از این لحظه تا لحظهٔ تغییر جهت حرکت $(t=۸/۸s)$، در خلاف جهت محور x، از مبدأ مکان دور شده است. پس در لحظهٔ تغییر جهت حرکت، فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان $|\Delta x|=۳۹/۳m$ است.

راهنمای مسیرت

اهمیت نمودار سرعت ـ زمان در تحلیل مسائل حرکت‌شناسی بر هیچ‌کس پوشیده نیست. اتفاقاً ما هم سعی می‌کنیم تمام تیپ‌های مربوط به نمودار سرعت ـ زمان را براتون پوشش بدیم تا دید وسیعی پیدا کنین و بتونین از پس این مدل سؤالات به‌راحتی بربیاین.

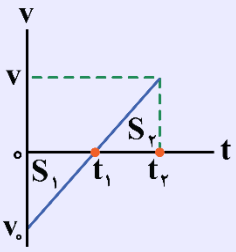
نمودار سرعت ـ زمان

در سؤالات حرکت‌شناسی و نمودارهای این بخش استفاده از تشابه مثلث‌ها بسیار پرکاربرد است. مثلاً در نمودارهای سرعت ـ زمان زیر می‌توانیم تشابه را برای مثلث‌ها به‌کار ببریم:



$$\text{نسبت تشابه مثلث‌ها}=\frac{v}{v_۰}=\frac{t_۲-t_۱}{t_۲}$$

$$\text{نسبت مساحت مثلث‌ها}=\frac{S_۱}{S_۱+S_۲}=(\frac{v}{v_۰})^۲=(\frac{t_۲-t_۱}{t_۲})^۲$$



$$\text{نسبت تشابه مثلث‌ها}=\frac{v}{v_۰}=\frac{t_۲-t_۱}{t_۱}$$

$$\text{نسبت مساحت‌ها}=\frac{S_۲}{S_۱}=(\frac{v}{v_۰})^۲=(\frac{t_۲-t_۱}{t_۱})^۲$$

آزمون سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

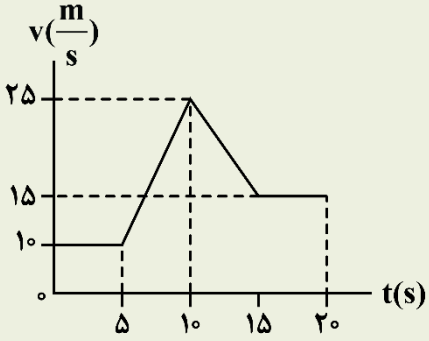
نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. شتاب متوسط در بازهٔ $t_1 = ۷s$ تا $t_2 = ۱۲s$، چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۱

۲) $\frac{۱}{۲}$

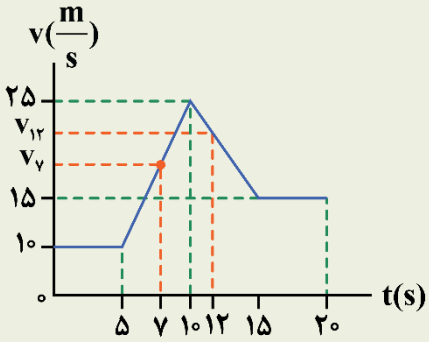
۳) $\frac{۱}{۵}$

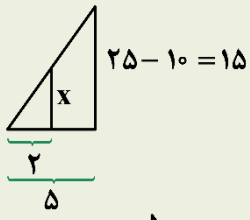
۴) صفر



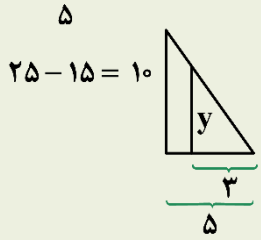
پاسخ تشریحی:

با توجه به قواعد تشابه دو مثلث v_7 و v_{12} را به‌دست می‌آوریم:





$$\frac{x}{۱۵} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow x = ۶ \Rightarrow v_۷ = v_۵ + x = ۱۰ + ۶ = ۱۶ \frac{m}{s}$$



$$\frac{y}{۱۰} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow y = ۶ \Rightarrow v_{۱۲} = v_{۱۵} + y = ۱۵ + ۶ = ۲۱ \frac{m}{s}$$

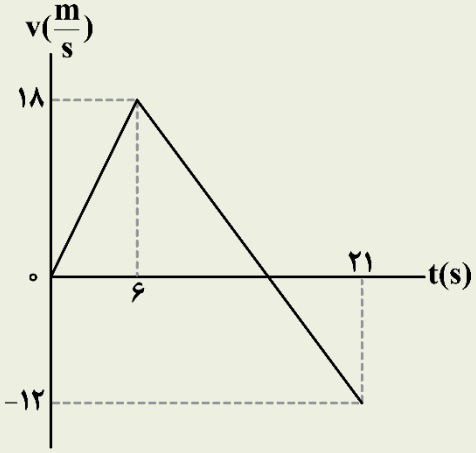
حالا شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = ۷s$ تا $t_2 = ۱۲s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{۱۲} - v_۷}{۱۲ - ۷} = \frac{۲۱ - ۱۶}{۵} = ۱ \frac{m}{s^۲}$$

پاسخ: گزینهٔ ۱

آزمون سراسری تجربی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۴

۵۳- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظهٔ $t=0s$ از مکان $\vec{x}_0=(10m)\vec{i}$ عبور کند، در چه لحظه‌هایی برحسب ثانیه مکان متحرک $\vec{x}=(136m)\vec{i}$ است؟



۱) ۱۰ و ۱۵

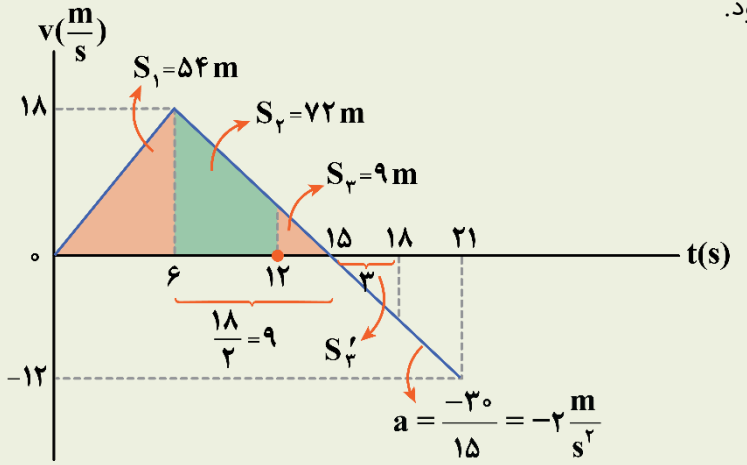
۲) ۱۲ و ۱۸

۳) ۱۳/۵ و ۱۶/۵

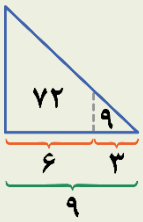
۴) ۱۰/۵ و ۱۹/۵

پاسخ تشریحی:

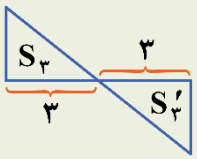
برای آن‌که متحرک از مکان $x_0=10m$ به مکان $x=136m$ برسد، باید جابه‌جایی $\Delta x=126m$ را طی کند؛ بنابراین باید لحظه‌ای را پیدا کنیم که مساحت زیر نمودار از ابتدا تا آن لحظه برابر ۱۲۶m شود.



تشابه (۱):



تشابه (۲):



$x_{12}=x_{18}=54+72+10=136m$

پاسخ: گزینهٔ ۲

۹- معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند در SI به‌صورت $v=2/4t-9/6$ است. سرعت متوسط متحرک از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظه‌ای که متحرک تغییر جهت می‌دهد، با سرعت آن در کدام لحظه برابر است؟

۱) پایان ثانیهٔ اول ۲) پایان ثانیهٔ دوم ۳) پایان ثانیهٔ سوم ۴) پایان ثانیهٔ چهارم

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۲۰۱)

ابتدا لحظهٔ تغییر جهت متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$v=2/4t-9/6 \xrightarrow{v=0} 0=2/4t-9/6 \Rightarrow t=4s$$

با توجه به این‌که حرکت متحرک با شتاب ثابت انجام می‌شود و معادلهٔ سرعت ـ زمان خطی است؛ سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی برابر سرعت در وسط آن بازه است؛ بنابراین سرعت متوسط در بازهٔ $t_1=0$ تا $t_2=4s$ برابر سرعت در لحظهٔ $t=\frac{t_1+t_2}{2}=\frac{0+4}{2}=2s$ (پایان ثانیهٔ دوم) است.

۱۰- متحرکی در لحظهٔ $t_1=0s$ با شتاب ثابت و مثبت، با تندی اولیهٔ v_0 در جهت محور x شروع به حرکت می‌کند. اگر در بازه‌های زمانی $t_1=0s$ تا $t_2=6s$ و $t_2=6s$ تا $t_3=12s$، به‌ترتیب مسافت‌های $72m$ و $144m$ را طی کند، در کدام بازهٔ زمانی داده‌شده برحسب ثانیه، مسافت ۳۲ متر را طی می‌کند؟

۱) ۷ تا ۹ ۲) ۶ تا ۸ ۳) ۵ تا ۷ ۴) ۴ تا ۶

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۸ ـ ۱۲۰۱)

روش اول

گام اول

ابتدا دقت کنید که متحرک در جهت محور x و بدون تغییر جهت حرکت کرده و مسافت طی‌شده و جابه‌جایی در هر بازهٔ زمانی برابرند. جابه‌جایی یا همان مسافت طی‌شده در بازه‌های زمانی $t_1=0$ تا $t_2=6s$ و $t_2=6s$ تا $t_3=12s$ برابر است با:

$$\Delta x_{0\to t}=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow\begin{cases}\Delta x_{0\to 6s}=\frac{1}{2}a\times 6^2+v_0\times 6=18a+6v_0\\ \Delta x_{6s\to 12s}=\Delta x_{0\to 12s}-\Delta x_{0\to 6s}=(72a+12v_0)-(18a+6v_0)=54a+6v_0\end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\begin{cases}18a+6v_0=72\\ 54a+6v_0=144\end{cases}\xrightarrow{\text{تفریق معادله‌ها}}36a=72\Rightarrow a=2\frac{m}{s^2}\ ,\ v_0=6\frac{m}{s}$$

گام آخر

حال با توجه به مقادیر به‌دست‌آمده برای v_0 و a، باید ببینیم جابه‌جایی در کدام بازهٔ زمانی $32m$ می‌شود. با چک‌کردن گزینهٔ (۴) داریم:

$$\Delta x_{4s\to 6s}=\Delta x_{0\to 6s}-\Delta x_{0\to 4s}=\frac{1}{2}a\times 6^2+6v_0-(\frac{1}{2}a\times 4^2+4v_0)$$

$$\Rightarrow\Delta x_{4s\to 6s}=18a+6v_0-(8a+4v_0)=10a+2v_0$$

$$\xrightarrow[v_0=6\frac{m}{s}]{a=2\frac{m}{s^2}}\Delta x_{4s\to 6s}=10\times 2+2\times 6=32m$$

روش دوم

می‌دانیم در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی در T ثانیهٔ nاُم از رابطهٔ $\Delta x=\frac{1}{2}aT^2(2n-1)+Tv_0$ به‌دست می‌آید که این جملات تشکیل یک دنبالهٔ حسابی با قدر نسبت aT^2 می‌دهند؛ بنابراین داریم:

$$\begin{matrix}\text{جابه‌جایی ۶s اول}:\Delta x_1=72m\\ \text{جابه‌جایی ۶s دوم}:\Delta x_2=144m\end{matrix}\xrightarrow[T=6s]{\Delta x_2-\Delta x_1=aT^2}144-72=a(6)^2\Rightarrow a=2\frac{m}{s^2}$$

$$\xrightarrow[\Delta x_1=72m]{\Delta x_1=18a+6v_0}72=36+6v_0\Rightarrow v_0=6\frac{m}{s}\Rightarrow\Delta x=T^2(2n-1)+6T$$

طول بازهٔ زمانی در همهٔ گزینه‌ها ۲s است و باید این بار $T=2s$ فرض کنیم و $\Delta x=32m$ است:

$32=(2)^2(2n-1)+6(2)\Rightarrow 2n-1=5\Rightarrow n=3\Rightarrow$ پس این جابه‌جایی مربوط به ۲ ثانیهٔ سوم یعنی از ۴s تا ۶s است.

راهنمای مسیرت

بچه‌ها حواستون باشه که رابطهٔ $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ در حرکت شتاب ثابت، جابه‌جایی رو از لحظهٔ صفر تا t حساب می‌کنه و اگر قرار باشه جابه‌جایی را از لحظهٔ t_1 تا t_2 به‌دست بیاریم باید جابه‌جایی صفر تا t_1 رو از جابه‌جایی صفر تا t_2 کم کنیم که به این می‌گن تکنیک جزء به کل و اتفاقاً همواره مورد علاقهٔ طراحان کنکور هست و امیدواریم به کمک این تست، دید خوبی رو به این نوع مسائل پیدا کرده باشین.

۱۱- خودرویی در یک مسیر مستقیم، پشت چراغ‌قرمز ایستاده است. با سبزشدن چراغ، خودرو با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت $۱۲۹/۶\frac{km}{h}$ از آن سبقت می‌گیرد. دو متحرک در فاصلهٔ چندمتری از چراغ‌قرمز، دوباره از کنار هم می‌گذرند؟

۱) ۶۴۸ ۲) ۳۲۴ ۳) ۳۴۸ ۴) ۶۲۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۵ ـ ۱۲۰۱)

کام اول

معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک را می‌نویسیم:

خودرو: $x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{a=۴\frac{m}{s^2},\ v_0=۰,\ x_0=۰} x_1 = ۲t^2$

کامیون: $x_2 = vt + x_0 \xrightarrow{v=۱۲۹/۶\frac{km}{h}=۳۶\frac{m}{s},\ x_0=۰} x_2 = ۳۶t$

کام آخر

زمان و مکان به‌هم رسیدن را به‌دست می‌آوریم:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow ۲t^2 = ۳۶t \Rightarrow t = ۱۸s \Rightarrow x = ۳۶ \times ۱۸ = ۶۴۸m$$

توجه!

بچه‌ها حواستون باشه که محل چراغ‌قرمز رو مبدأ مکان گرفتیم $(x_0 = ۰)$.

حرکت دو متحرک با شتاب ثابت چگونه بررسی می‌شود؟

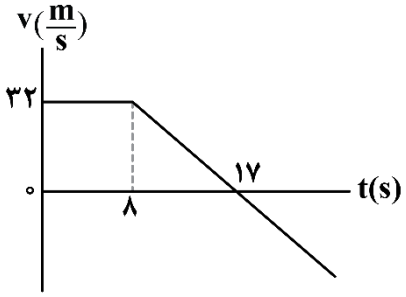
گاهی در سؤالات می‌خواهیم حرکت دو متحرک را بررسی کنیم که یکی از آن‌ها یا هر دو با شتاب ثابت حرکت می‌کنند. برای بررسی این‌گونه سؤالات، معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک را می‌نویسیم و از نکات زیر استفاده می‌کنیم:

۱- اگر متحرک با سرعت ثابت حرکت کند، معادلهٔ مکان ـ زمان آن را به‌صورت $x = vt + x_0$ می‌نویسیم و اگر متحرک با شتاب ثابت حرکت کند، معادلهٔ مکان ـ زمان آن را به‌صورت $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ می‌نویسیم.

۲- اگر لحظهٔ **به‌هم رسیدن** دو متحرک را بخواهیم، معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها را باهم **مساوی** قرار می‌دهیم. $(x_A = x_B)$

۳- اگر **فاصلهٔ دو متحرک** را بخواهیم، **قدر مطلق اختلاف مکان** آن‌ها را به‌دست می‌آوریم. $(d = |x_A - x_B|)$

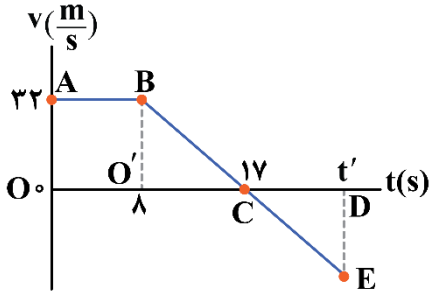
۱۲- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی مسیری مستقیم درحال حرکت است، به‌صورت زیر است. تندی متوسط این متحرک از لحظهٔ $t=0$ تا لحظه‌ای که در مبدأ حرکت قرار دارد، چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱/۲۵
۲) ۲۵
۳) ۱۶
۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ نموداری ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۲۱ ـ ۱۲۰۱)

اگر در لحظه‌ای مثل t' قرار باشد متحرک مجدداً به مبدأ حرکت خود (یعنی به مکان خود در لحظهٔ $t=0$) برسد، پس می‌توان نتیجه گرفت که باید جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $0 \le t \le t'$ صفر باشد و این امر زمانی رخ می‌دهد که مساحت ذوزنقهٔ OABC با مساحت مثلث CDE برابر باشد که سبب شود $\Delta x_{[0,t']}$ صفر باشد. به عبارت بهتر هرچه متحرک در بازهٔ $(0,17s)$ جابه‌جایی مثبت انجام داده است درست به همان اندازه در بازهٔ زمانی $(17s,t')$ جابه‌جایی منفی انجام خواهد داد تا دوباره به مکان اولیهٔ خود برسد.



$$\Delta x_{[0,17s]} = S_{OABC} = \frac{17+8}{2} \times 32 = 400m$$

$$|\Delta x_{[17s,t']}| = \Delta x_{[0,17s]} \Rightarrow S_{CDE} = 400m$$

از طرفی مساحت مثلث $O'BC$ را جداگانه محاسبه کرده و سپس بین این مثلث و مثلث CDE تشابه می‌نویسیم تا مقدار t' به‌دست آید:

$$S_{O'BC} = \frac{32 \times 9}{2} = 144$$

$$\text{تشابه مثلث} \Rightarrow \frac{S_{CDE}}{S_{O'BC}} = \left(\frac{CD}{CO'}\right)^2 \Rightarrow \frac{400}{144} = \left(\frac{t'-17}{9}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\sqrt{\ }} \frac{20}{12} = \frac{t'-17}{9} \Rightarrow t' = 32s$$

اکنون تندی متوسط را در بازهٔ زمانی $0 \le t \le 32s$ به‌دست می‌آوریم:

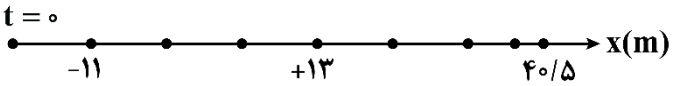
$$\ell_{[0,32s]} = |\Delta x_{[0,17s]}| + |\Delta x_{[17s,32s]}| = 400 + 400 = 800m$$

$$s_{av[0,32s]} = \frac{\ell_{[0,32s]}}{\Delta t} = \frac{800}{32} = 25 \frac{m}{s}$$

راهنمای مسیرت

در این تیپ تست، استفاده از تشابه مثلث‌ها خیلی کمک‌کننده است و حواستان باشد که نسبت مساحت دو مثلث متشابه برابر با مربع نسبت تشابه اضلاع متناظر دو مثلث است. اکیداً توصیه می‌کنیم این روش حل رو کامل یاد بگیرین تا به کمک نسبت مساحت در دو مثلث متشابه بتونین زمان و سرعت موردنظر رو به‌دست بیارین.

۱۳- **مطابق شکل، قسمتی از مسیر حرکت یک متحرک که بر روی محور x حرکت می‌کند، رسم شده است. این متحرک ۵ ثانیهٔ اول حرکت خود را با سرعت ثابت انجام داده و بلافاصله پس از آن با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم به حرکت خود ادامه می‌دهد. اگر نقاط نشان‌داده‌شده بر روی مسیر، بازه‌های زمانی متوالی یک ثانیه‌ای باشند، آن‌گاه در کدام لحظه، متحرک دوباره به مبدأ حرکت خود می‌رسد؟**



۱) $t = ۲۰s$

۲) $t = ۲۵s$

۳) $t = ۳۰s$

۴) $t = ۳۲s$

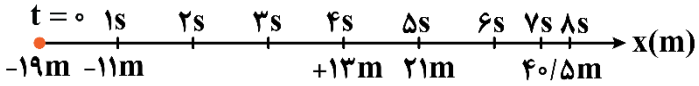
پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۲۴ ـ ۱۲۰۱)

گام اول

در لحظات $t_۱ = ۱s$ و $t_۲ = ۴s$ متحرک از مکان $x_۱ = -۱۱m$ به $x_۲ = +۱۳m$ رسیده است.

با توجه به این‌که در این بازهٔ زمانی، حرکت یکنواخت است، خواهیم داشت:

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(۱۳) - (-۱۱)}{۴ - ۱} = ۸\frac{m}{s}$$



درنتیجه متحرک از لحظهٔ $t = ۴s$ تا لحظهٔ $t = ۵s$، ۸ متر جلوتر رفته و به مکان $۱۳ + ۸ = ۲۱m$ می‌رسد. همچنین چون متحرک در لحظهٔ $t = ۱s$ در مکان $x = -۱۱m$ بوده است، پس در مبدأ زمان، ۸ متر عقب‌تر بوده است. $(x_۰ = -۱۹m)$

از لحظهٔ $t = ۵s$ به بعد، حرکت با شتاب ثابت است. ابتدا شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$۵s \le t \le ۸s : \Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow ۴۰/۵ - ۲۱ = \frac{۱}{۲}a(۳)^۲ + (۸)(۳) \Rightarrow a = -۱\frac{m}{s^۲}$$

گام دوم

اگر قسمت شتاب‌دار را درنظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} v_۰ = ۸\frac{m}{s} \\ a = -۱\frac{m}{s^۲} \\ x_۰ = ۲۱m \\ x = -۱۹m \\ t = ? \end{cases} \qquad \Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow (-۱۹) - (۲۱) = \frac{۱}{۲}(-۱)t^۲ + ۸t$$

$$\Rightarrow t^۲ - ۱۶t - ۸۰ = ۰ \Rightarrow (t + ۴)(t - ۲۰) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = -۴s \ (\times) \\ t = ۲۰s \ (\checkmark) \end{cases}$$

گام آخر

۲۰ ثانیه پس از شروع حرکت با شتاب ثابت، متحرک به مبدأ حرکت خود برمی‌گردد.

با توجه به این‌که قبل از حرکت با شتاب ثابت، متحرک ۵ ثانیه حرکت یکنواخت داشته است، درنتیجه در لحظهٔ $t = ۵ + ۲۰ = ۲۵s$ متحرک به مکان اولیهٔ خود بازگشته است.

راهنمای مسیرت

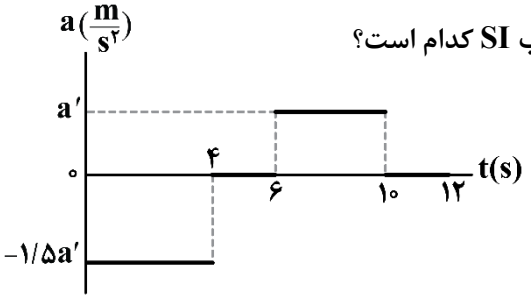
این سؤال براساس تمرین ۱۱ آخر فصل طراحی شده و حرکت سرعت ثابت با حرکت شتاب ثابت ترکیب شده. اگر نتونستی از پس حل این سؤال بر بیای حتماً تمام مراحل پاسخ‌نامه رو به‌دقت بخون و سعی کن یک بار هم کامل خودت حلش کنی. چون این سؤال خیلی برای کنکور مناسبه.

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواست به ۵s حرکت یکنواخت نباشه و آخر سر فقط زمان مربوط به حرکت با شتاب ثابت رو لحاظ کنی در دام گزینهٔ (۱) می‌افتی.

ماز

۱۴- نمودار شتاب ـ زمان حرکت متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1=2s$ تا $t_2=12s$ برابر با $0/4\frac{m}{s^2}$ باشد، a' برحسب SI کدام است؟



۱) ۸
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ نموداری ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۱ ـ ۱۲۰۱)

راه نجات سریع

به کمک سطح زیر نمودار شتاب ـ زمان، Δv رو پیدا کن و با رابطهٔ $|a_{av}|=\frac{|\Delta v|}{\Delta t}$ تمومش کن.

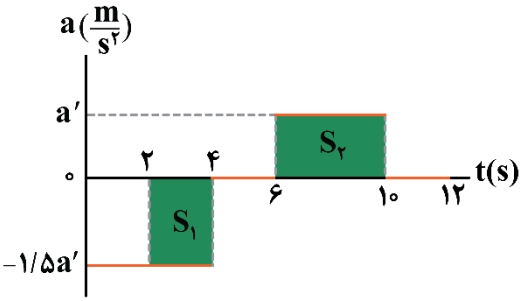
کام اول

بزرگی تغییرات سرعت متحرک را در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 به‌دست می‌آوریم:

$$|a_{av}|=\frac{|\Delta v|}{\Delta t}\Rightarrow 0/4=\frac{|\Delta v|}{12-2}\Rightarrow|\Delta v|=4\frac{m}{s}$$

کام آخر

با توجه به مساحت محصور نمودار شتاب ـ زمان، a' را به‌دست می‌آوریم:



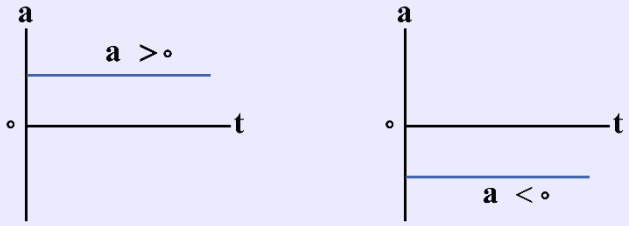
$$\Delta v_1=-S_1=-2\times 1/5a'=-3a'$$

$$\Delta v_2=S_2=4\times a'=4a'$$

$$\Delta v=\Delta v_1+\Delta v_2\Rightarrow\Delta v=-3a'+4a'=a'\xrightarrow{|\Delta v|=4\frac{m}{s}}a'=4\frac{m}{s^2}$$

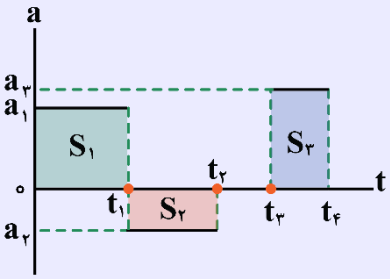
نمودار شتاب ـ زمان حرکت شتاب ثابت

نمودار شتاب ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت، خطی افقی موازی با محور زمان است که بسته به علامت شتاب، به یکی از دو صورت زیر است:



نمودار شتاب ـ زمان

در حرکت با شتاب ثابت، نمودار شتاب ـ زمان خطی موازی محور زمان است. اگر شتاب ثابت حرکت در هر بازهٔ زمانی با بازهٔ دیگر در طول حرکت متفاوت باشد، نمودار مانند شکل زیر، پله‌ای خواهد بود و مساحت زیر نمودار در هر بخش، با تغییرات سرعت در آن بازهٔ زمانی برابر است:



$$\Delta v = +S_1 - S_2 + S_3$$

در بازهٔ t_2 تا t_3 شتاب صفر است.

۱۵- متحرکی بر روی خط راست و با شتاب ثابت درحال حرکت است و در طی حرکت خود، یک بار تغییر جهت می‌دهد. اگر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیهٔ دوم و ۳ ثانیهٔ سوم حرکت به‌ترتیب ۶m و ۱۸m باشد، متحرک چند ثانیه به‌صورت کندشونده حرکت کرده است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۳

۳) ۴/۵ ۴) گزینه‌های (۱) یا (۳) می‌توانند صحیح باشند.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۲۰۱)

می‌دانیم در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط بین دو لحظه معادل سرعت در لحظهٔ وسط آن دو لحظه است.

$$v_{av} = \frac{v_{t_1} + v_{t_2}}{2} = v_{\frac{t_1+t_2}{2}}$$

از طرفی می‌دانیم:

$$\Delta x = v_{av} t \quad \text{و} \quad v_t = v_0 + at$$

بنابراین:

- در ۲ ثانیهٔ دوم ($t_1 = 2s$ تا $t_2 = 4s$):

$$\Delta x = v_{3s} \times 2$$

$$\Delta x = (v_0 + 3a) \times 2$$

- در ۳ ثانیهٔ سوم ($t_1 = 6s$ تا $t_2 = 9s$):

$$\Delta x = v_{7/5s} \times 3$$

$$\Delta x = (v_0 + 7/5a) \times 3$$

- با توجه به مشخص‌نبودن علامت جابه‌جایی، ۴ حالت خواهیم داشت:

۱) $\left.\begin{matrix}(v_0 + 3a) \times 2 = 6 \\ (v_0 + 7/5a) \times 3 = 18\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix}v_0 = 1\frac{m}{s} \\ a = \frac{2}{3}\frac{m}{s^2}\end{matrix}\right\} \Rightarrow$ نوع حرکت همواره تندشونده بوده و متحرک متوقف نمی‌شود.

۲) $\left.\begin{matrix}(v_0 + 3a) \times 2 = -6 \\ (v_0 + 7/5a) \times 3 = -18\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix}v_0 = -1\frac{m}{s} \\ a = -\frac{2}{3}\frac{m}{s^2}\end{matrix}\right\} \Rightarrow$ نوع حرکت همواره تندشونده بوده و متحرک متوقف نمی‌شود.

$$\left.\begin{array}{l}\text{۳)}\ \left.\begin{array}{l}(v_{\circ}+۳a)\times ۲=-۶\\(v_{\circ}+۷/۵a)\times ۳=۱۸\end{array}\right\}\Rightarrow \begin{array}{l}v_{\circ}=-۹\dfrac{m}{s}\\a=۲\dfrac{m}{s^{۲}}\end{array}\\ \text{۴)}\ \left.\begin{array}{l}(v_{\circ}+۳a)\times ۲=۶\\(v_{\circ}+۷/۵a)\times ۳=-۱۸\end{array}\right\}\Rightarrow \begin{array}{l}v_{\circ}=۹\dfrac{m}{s}\\a=-۲\dfrac{m}{s^{۲}}\end{array}\end{array}\right\}\Rightarrow v=v_{\circ}+at=\circ\Rightarrow \left.\begin{array}{l}-۹+۲t=\circ\\۹-۲t=\circ\end{array}\right\}\Rightarrow t=۴/۵s$$

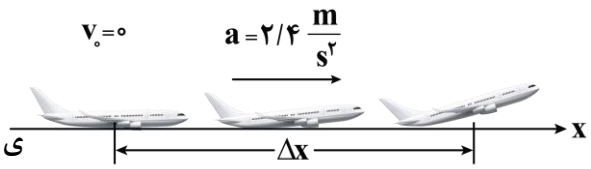
توجه!

بچه‌ها در حالت‌های (۳) و (۴)، تا لحظهٔ تغییر جهت حرکت، نوع حرکت متحرک کندشونده است.

راهنمای مسیرت

توی این سؤال باید حواستون می‌بود که وقتی می‌گه اندازهٔ جابه‌جایی ۱۸m هست، پس خود جابه‌جایی می‌تونه ۱۸m+ یا ۱۸m- باشه و باید تحلیل در دو حالت مختلف انجام بشه. توصیه می‌کنم این تست رو که دارای دیدگاه جدید و خلاقانه است رو حسابی یاد بگیرین. چون به‌شدت برای کنکور مناسبه.

۱- شکل زیر، هواپیمایی را نشان می‌دهد که از حال سکون و با شتاب ثابت $۲/۴\frac{m}{s^۲}$ روی باند پرواز و در امتداد محور x شروع به حرکت می‌کند. هواپیما برای رسیدن به شرایط برخاستن، باید به سرعت $۹۶\frac{m}{s}$ برسد. در این مدت‌زمان، چه تعداد از عبارت‌ها زیر صحیح است؟



الف ـ مدت‌زمان لازم برای برخاستن هواپیما ۴۰s است.

ب ـ در این مدت‌زمان، هواپیما ۱۹۲۰m مسافت را طی می‌کند.

ج ـ در این مدت‌زمان، سرعت و شتاب هواپیما در یک جهت است.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

استاندارد

بررسی موارد:

الف

مدت‌زمان لازم برای این‌که سرعت هواپیما از صفر به $۹۶\frac{m}{s}$ برسد را به‌راحتی می‌توان از رابطهٔ زیر به‌دست آورد:

$$v=at+v_۰ \Rightarrow ۹۶=۲/۴t+۰ \Rightarrow t=۴۰s \quad (✓)$$

ب

روش اول

ازآنجایی‌که هواپیما تغییر جهت نداده، مسافت طی‌شده در این مدت‌زمان با بزرگی جابه‌جایی آن یکسان و برابر است با:

$$\ell=\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t=\frac{۱}{۲}\times ۲/۴\times ۴۰^۲=۱۹۲۰m \quad (✓)$$

روش دوم

بدون درنظر گرفتن مدت‌زمان و به کمک معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی نیز می‌توان مسافت طی‌شده را به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x \Rightarrow ۹۶^۲-۰=۲\times ۲/۴\times \Delta x \Rightarrow \ell=\Delta x=۱۹۲۰m \quad (✓)$$

ج

چون حرکت هواپیما در این مدت‌زمان تندشونده است (تندی هواپیما درحال افزایش است.)؛ بنابراین سرعت و شتاب هواپیما در یک جهت است. (✓)

پس هر سه عبارت مطرح‌شده صحیح هستند.

مآز

۲- متحرکی با شتاب ثابت روی محور x درحال حرکت است و بردار جابه‌جایی آن در ثانیه‌های پنجم و هفتم به‌ترتیب $-۴/۲m(\vec{i})$ و $-۳/۴m(\vec{i})$ است. معادلهٔ سرعت ـ زمان این متحرک در SI کدام است؟

۱) $v=۰/۴t-۴$ ۲) $v=۰/۴t-۶$ ۳) $v=۰/۶t-۴$ ۴) $v=۰/۶t-۶$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۷ ـ ۱۲۰۱)

کام اول

با توجه به این‌که در حرکت شتاب ثابت، جابه‌جایی در T ثانیهٔ nاُم به‌صورت $\Delta x = \frac{(۲n-۱)}{۲}aT^۲ + v_۰T$ است، خواهیم داشت:

یک ثانیهٔ پنجم: $\begin{cases} T=۱ \\ n=۵ \end{cases} \Rightarrow -۴/۲ = \frac{۹}{۲}a(۱)^۲ + v_۰(۱) \Rightarrow ۴/۵a + v_۰ = -۴/۲$

یک ثانیهٔ هفتم: $\begin{cases} T=۱ \\ n=۷ \end{cases} \Rightarrow -۳/۴ = \frac{۱۳}{۲}a(۱)^۲ + v_۰(۱) \Rightarrow ۶/۵a + v_۰ = -۳/۴$

کام دوم

با حل دستگاه دو معادله ـ دو مجهول بالا خواهیم داشت:

$$\Rightarrow a = ۰/۴\frac{m}{s^۲}\ ,\ v_۰ = -۶\frac{m}{s}$$

کام آخر

درنتیجه معادلهٔ سرعت ـ زمان به‌صورت زیر است:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۰/۴t - ۶$$

راهنمای زرنگ‌بازی

بچه‌ها توی حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی‌های متوالی توی بازه‌های زمانی یکسان، یه دنبالهٔ حسابی با قدر نسبت $aT^۲$ تشکیل می‌دن.

پس اختلاف جابه‌جایی توی ثانیهٔ هفتم و پنجم می‌شه ۲a. درنتیجه $a = \frac{۰/۸}{۲} = ۰/۴\frac{m}{s^۲}$ می‌شه.

محاسبهٔ جابه‌جایی در T ثانیهٔ nاُم

جابه‌جایی‌های انجام‌شده توسط متحرک در T ثانیه‌های متوالی، تشکیل یک تصاعد حسابی با قدر نسبت $aT^۲$ می‌دهند.

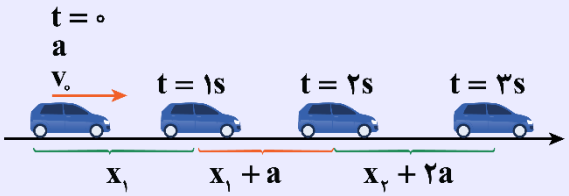
جابه‌جایی در T ثانیهٔ nاُم: $\Delta x_{n,T} = \frac{۱}{۲}a(۲n-۱)T^۲ + v_۰T$

جابه‌جایی در T ثانیهٔ اول: $\Delta x_{T,۱} = ۰/۵aT^۲ + v_۰T$

جابه‌جایی در T ثانیهٔ دوم: $\Delta x_{T,۲} = ۱/۵aT^۲ + v_۰T$

جابه‌جایی در T ثانیهٔ سوم: $\Delta x_{T,۳} = ۲/۵aT^۲ + v_۰T$

جابه‌جایی در T ثانیهٔ چهارم: $\Delta x_{T,۴} = ۳/۵aT^۲ + v_۰T$

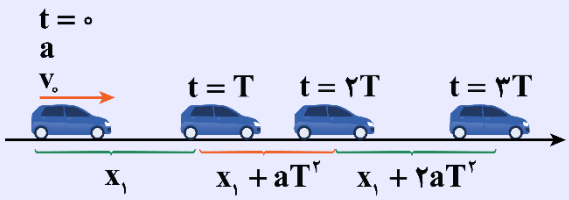


حالت خاص: جابه‌جایی در ثانیهٔ nاُم:

$$\Delta x_n = \frac{۱}{۲}a(۲n-۱) + v_۰$$

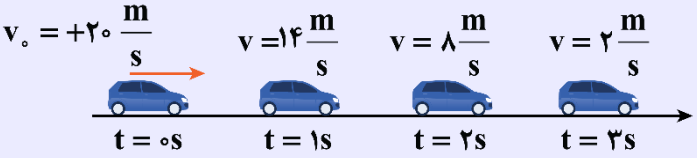
جابه‌جایی‌های انجام‌شده در ثانیه‌های متوالی، تشکیل یک تصاعد حسابی با قدر نسبت a می‌دهند.

۱- در هر ثانیه جابه‌جایی یک a تغییر می‌کند.



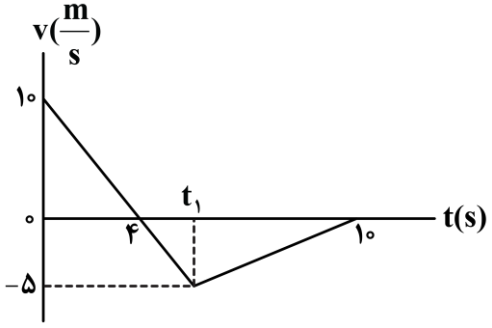
۲- در هر ثانیه سرعت یک a تغییر می‌کند.

$a=-۶\frac{m}{s^۲}$



ماز

۳- متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و نمودار سرعت ـ زمان آن، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$ چند برابر بزرگی سرعت متوسط متحرک در کل زمان حرکت است؟



۱) $\frac{۲۵}{۳}$

۲) $\frac{۲۵}{۲۱}$

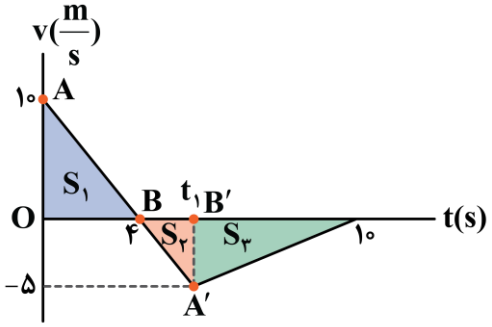
۳) $\frac{۵}{۷}$

۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ نموداری ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۲۰ ـ ۱۲۰۱)

کلم اول

ابتدا باید لحظهٔ $t_۱$ را به‌دست آوریم. با نوشتن رابطهٔ تشابه بین دو مثلث OAB و A′BB′ داریم:



$$\frac{AO}{A'B'}=\frac{BO}{BB'}\Rightarrow\frac{۱۰}{۵}=\frac{۴}{t_۱-۴}\Rightarrow t_۱=۶s$$

کلم دوم

اکنون مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$ و سپس جابه‌جایی انجام‌شده در کل زمان حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{aligned}\Delta x_۱=+S_۱=\frac{۱۰\times۴}{۲}=+۲۰m\\ \Delta x_۲=-S_۲=-\frac{۲\times۵}{۲}=-۵m\\ \Delta x_۳=-S_۳=-\frac{۵\times۴}{۲}=-۱۰m\end{aligned}\right\}\Rightarrow \ell_{[۰,t_۱]}=|\Delta x_۱|+|\Delta x_۲|=۲۰+۵=۲۵m$$

$$\Rightarrow s_{av_{[۰,t_۱]}}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۲۵}{۶}\frac{m}{s}$$

$$\Delta x_{کل}=\Delta x_۱+\Delta x_۲+\Delta x_۳=۲۰-۵-۱۰=۵m$$

$$\Rightarrow v_{av_{کل}}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۵}{۱۰}=\frac{۱}{۲}\frac{m}{s}$$

کام آخر

حالا به‌راحتی نسبت تندی متوسط به بزرگی سرعت متوسط به‌دست‌آمده را محاسبه می‌کنیم:

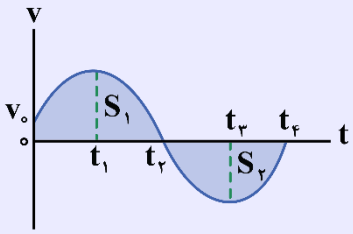
$$\Rightarrow \frac{s_{av[0,t_1]}}{|v_{av\,کل}|} = \frac{\frac{۲۵}{۶}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۲۵}{۳}$$

سوتی‌های پرتکرار

دوست عزیزی که گزینهٔ «۴» رو زدی، می‌فهممت! سخته تا ته مسیر بری و حواست نباشه که چون بازه‌های زمانی یکسان نیستن، نسبت $\frac{s_{av}}{|v_{av}|}$ و $\frac{\ell}{|\Delta x|}$ باهم برابر نمی‌شن! ولی حیف بود واقعاً...

محاسبهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده به کمک نمودار v - t

مهم‌ترین نکتهٔ نمودار سرعت ـ زمان این است که مساحت محصور بین نمودار و محور t در یک بازهٔ زمانی، برابر جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است. توجه کنید که اگر مساحت محصور بین نمودار و محور t، بالای محور t باشد، جابه‌جایی متحرک در جهت مثبت محور و اگر این مساحت زیر محور t باشد، جابه‌جایی متحرک در جهت منفی محور است؛ بنابراین با توجه به نمودار داریم:



جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۲$: $\Delta x_۱ = +S_۱$

جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۴$: $\Delta x_۲ = -S_۲$

جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۴$: $\Delta x_{کل} = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = S_۱ - S_۲$

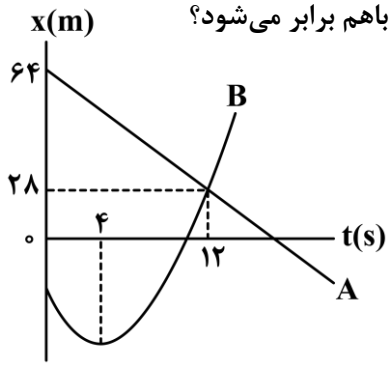
چون مسافت طی‌شده برابر با حاصل‌جمع قدر مطلق جابه‌جایی‌ها است، مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۴$ برابر است با:

$$\ell = S_۱ + S_۲$$

پس بچه‌ها حواستون باشه که موقع پیداکردن جابه‌جایی، مساحت‌های بالای محور زمان رو با علامت مثبت و مساحت‌های زیر محور زمان رو با علامت منفی استفاده کنین. موقع پیداکردن مسافت هم که تمام مساحت‌ها رو با علامت مثبت استفاده کنین.

مثال

۴- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B مطابق شکل به‌صورت خط راست و سهمی است. در لحظه‌ای که دو متحرک به‌هم می‌رسند، تندی متحرک B، $\frac{۱۶}{۳}$ برابر تندی متحرک A است. سرعت این دو متحرک در چه لحظه‌ای باهم برابر می‌شود؟



۱) ۱/۵

۲) ۳

۳) ۲/۵

۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ نموداری ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۷ ـ ۱۲۰۱)

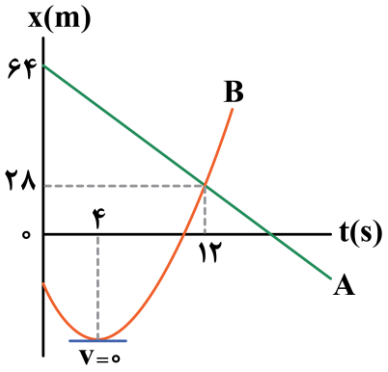
کام اول

متحرک A با سرعت ثابت حرکت می‌کند؛ بنابراین با محاسبهٔ شیب خط A، به‌راحتی سرعت آن را به‌دست می‌آوریم:

$$v_A = \overbrace{\frac{\Delta x}{\Delta t}}^{\text{شیب خط A}} = \frac{۲۸ - ۶۴}{۱۲ - ۰} = -۳\frac{m}{s}$$

گام دوم

دو متحرک در لحظهٔ $t=۱۲s$ به‌هم می‌رسند. در این لحظه تندی متحرک B، $\frac{۱۶}{۳}$ برابر تندی متحرک A است؛ بنابراین داریم:



در لحظهٔ $t=۱۲s$: $|v_B|=\frac{۱۶}{۳}\times|-۳|=۱۶\frac{m}{s}\xrightarrow[\text{لحظه مثبت است.}]{\text{شیب نمودار B در این}}v_B=۱۶\frac{m}{s}$

گام سوم

در لحظهٔ $t=۴s$ (رأس سهمی)، سرعت متحرک B برابر صفر است؛ بنابراین شتاب حرکت متحرک B برابر است با:

$$a_B=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۱۶-۰}{۱۲-۴}=۲\frac{m}{s^۲}$$

گام چهارم

به کمک معادلهٔ سرعت ـ زمان حرکت با شتاب ثابت، سرعت اولیهٔ متحرک B را محاسبه می‌کنیم:

$$v=at+v_۰\xrightarrow[v_B=۱۶\frac{m}{s}]{t=۱۲s,a_B=۲\frac{m}{s^۲}}۱۶=۲\times۱۲+v_{۰B}\Rightarrow v_{۰B}=-۸\frac{m}{s}$$

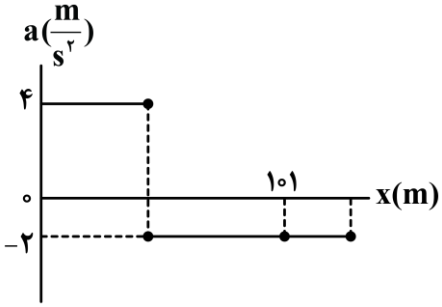
گام آخر

حال برای این‌که سرعت دو متحرک یکسان شود، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}v_A=-۳\frac{m}{s}\\ v_B=a_Bt+v_{۰B}=۲t-۸\end{cases}\xrightarrow{v_A=v_B}۲t-۸=-۳\Rightarrow ۲t=۵\Rightarrow t=۲/۵s$$

مثال

۵- نمودار شتاب ـ مکان متحرکی که بر روی محور x و از مبدأ محور از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر متحرک با تندی $۱۴\frac{m}{s}$ از مکان $x=۱۰۱m$ بگذرد، هنگامی که جهت بردار شتاب متحرک عوض می‌شود، تندی آن چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲۰

۲) ۱۶

۳) ۱۴

۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ نموداری ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۵ ـ ۱۲۰۱)

فرض کنیم در مکان $x_۱$ تندی برابر $v_۱$ باشد و علامت شتاب عوض شود و شتاب از $a_۱=۴\frac{m}{s^۲}$ به $a_۲=-۲\frac{m}{s^۲}$ برسد. در این صورت با دو بار استفاده از رابطهٔ سرعت ـ جابه‌جایی $(v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x)$ داریم:

$$v_۱^۲-۰=۲a_۱(x_۱-۰)\Rightarrow v_۱^۲=۸x_۱\Rightarrow x_۱=\frac{v_۱^۲}{۸}(*)$$

$$v_۲^۲-v_۱^۲=۲a_۲(۱۰۱-x_۱)\Rightarrow ۱۴^۲-v_۱^۲=۲\times(-۲)\times(۱۰۱-x_۱)$$

$$\xrightarrow{(*)} ۱۹۶ - v_۱^۲ = -۴(۱۰۱ - \frac{v_۱^۲}{۸}) \Rightarrow ۱۹۶ - v_۱^۲ = -۴۰۴ + \frac{v_۱^۲}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۳v_۱^۲}{۲} = ۶۰۰ \Rightarrow v_۱^۲ = ۴۰۰ \Rightarrow |v_۱| = ۲۰ \frac{m}{s}$$

ماز

۶- **در شکل زیر، یک کشتی درحال حرکت را می‌بینید که نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد این شکل نادرست است؟**



الف ـ اندازهٔ نیروی پیشران، بزرگ‌تر از اندازهٔ نیروی مقاومت است.

ب ـ اندازهٔ نیروی شناوری برابر با اندازهٔ نیروی وزن است.

ج ـ عکس‌العمل نیروی پیشران به کشتی وارد می‌شود.

د ـ عکس‌العمل نیروی شناوری به مرکز زمین وارد می‌شود.

۱) ۴ ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۹ ـ ۱۲۰۲)

بررسی موارد:



نیروهای وارد بر کشتی متوازن هستند، پس برایند نیروها هم در راستای قائم و هم در راستای افقی برابر صفر است:

الف) (✗) اندازهٔ نیروی مقاومت = اندازهٔ نیروی پیشران $\Rightarrow F_{net,x} = ۰$

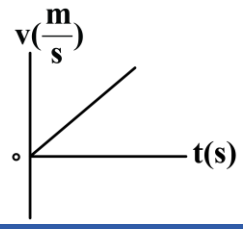
ب) (✓) اندازهٔ نیروی وزن = اندازهٔ نیروی شناوری $\Rightarrow F_{net,y} = ۰$

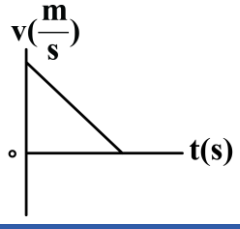
ج) پرّه‌های موتور کشتی برای حرکت رو به جلو، نیرویی به سمت عقب به آب وارد می‌کنند و واکنش این نیرو که درواقع همان نیروی پیشران است از طرف آب و در جهت جلو به کشتی وارد می‌شود. پس اگر نیروی پیشران را که به کشتی وارد می‌شود، کنش درنظر بگیریم، واکنش آن به عامل به‌وجودآورندهٔ آن یعنی به آب وارد می‌شود. (✗)

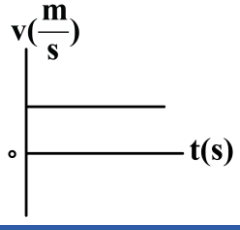
د) نیروی شناوری از طرف آب به کشتی وارد می‌شود و واکنش آن از طرف کشتی به آب وارد می‌شود. (✗)

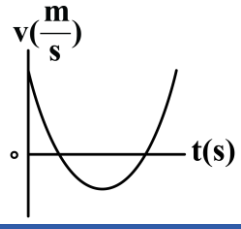
ماز

۷- **اگر نیروهای وارد بر یک جسم درحال حرکت، متوازن باشند، کدام گزینه می‌تواند نمایانگر نمودار سرعت ـ زمان این جسم باشد؟**

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ نموداری ـ سریع ـ صفحهٔ ۳۰ ـ ۱۲۰۲)

طبق قانون اول نیوتون، اگر برایند نیروهای وارد به جسمی صفر باشد، جسم حالت قبلی خود را حفظ می‌کند، یعنی یا حالت سکون $(v = ۰)$ خود را حفظ می‌کند و یا با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد این یعنی نمودار سرعت ـ زمان این جسم باید خطی راست و افقی باشد و گزینهٔ (۳) صحیح است.

قانون اول نیوتون

اگر نیروهای وارد بر جسم متوازن باشند، جسم حالت اولیهٔ خود را حفظ می‌کند؛ بنابراین اگر ساکن بود، ساکن باقی می‌ماند و اگر درحال حرکت بود با همان سرعت به حرکت خود ادامه می‌دهد؛ بنابراین اگر نیروهای وارد بر یک جسم متوازن باشند، نمودار سرعت ـ زمان به‌صورت خطی افقی و نمودار مکان ـ زمان به‌صورت خطی با شیب ثابت است.

$$F_{net}=۰\Rightarrow a=۰$$

۸- بر جسم ساکنی که روی سطح زمین قرار دارد، فقط دو نیروی افقی و هم‌راستای $F_۱$ و $F_۲$ با $F_۲<F_۱$ وارد می‌شود. بیش‌ترین و کم‌ترین شتابی که جسم می‌تواند براثر اعمال هم‌زمان این دو نیرو بگیرد $۱۲\frac{m}{s^۲}$ و $۷/۲\frac{m}{s^۲}$ است. جرم جسم را چگونه تغییر دهیم تا اگر فقط نیروی $F_۲$ بر جسم اثر کند، شتابی به‌اندازهٔ $۴\frac{m}{s^۲}$ به آن بدهد؟

۱) ۴۰ درصد افزایش یابد. ۲) ۲۵ درصد کاهش یابد. ۳) ۴۰ درصد کاهش یابد. ۴) ۲۵ درصد افزایش یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳۱ ـ ۱۲۰۲)

گام اول

این دو نیرو هنگامی بیش‌ترین شتاب را به جسم می‌دهند که هم‌جهت باشند و هنگامی کم‌ترین شتاب را به جسم می‌دهند که خلاف جهت هم باشند. به کمک قانون دوم نیوتون و تشکیل دستگاه زیر، نیروی $F_۲$ را برحسب جرم به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}F_{max}=ma_{max}\Rightarrow F_۱+F_۲=۱۲m\\ F_{min}=ma_{min}\Rightarrow F_۱-F_۲=۷/۲m\end{cases}\Rightarrow F_۲=۲/۴m$$

گام دوم

اگر نیروی $F_۲$ به‌تنهایی به جسم وارد شود و جرم جسم m' باشد، شتاب جسم $۴\frac{m}{s^۲}$ خواهد شد:

$$F_۲=m'a\Rightarrow ۲/۴m=۴m'\Rightarrow\frac{m'}{m}=\frac{۲/۴}{۴}=۰/۶\Rightarrow m'=۰/۶m$$

گام آخر

حالا با توجه به نسبت $\frac{m'}{m}$، درصد تغییرات m را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد تغییرات } m=\frac{m'-m}{m}\times۱۰۰=\frac{(۰/۶-۱)m}{m}\times۱۰۰=-۴۰٪$$

درنتیجه باید جرم جسم را ۴۰ درصد کاهش دهیم.

قانون دوم نیوتون

اگر برایند نیروهای وارد بر جسم صفر نباشد، جسم شتاب می‌گیرد که شتاب آن از رابطهٔ $\vec{a}=\frac{\vec{F}_{net}}{m}$ به‌دست می‌آید.

۹- تفنگی به جرم $۵kg$ روی سطح افقی بدون اصطکاکی به حالت سکون قرار دارد. اگر گلوله‌ای از این تفنگ به جرم $۵۰g$ با تندی $۴۰۰\frac{m}{s}$ شلیک شود، تفنگ با تندی چند متر بر ثانیه به عقب رانده می‌شود؟ (حرکت تفنگ و گلوله شتاب ثابت فرض شود.)

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۵ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳۲ ـ ۱۲۰۲)

کام اول

طبق قانون سوم نیوتون، بزرگی نیرویی که تفنگ به گلوله وارد می‌کند با بزرگی نیرویی که گلوله به تفنگ وارد می‌کند، برابر و در خلاف جهت یکدیگر است:

$$\vec{F}_۱ = -\vec{F}_۲$$

کام آخر

اگر قانون دوم نیوتون را به‌صورت $F = ma = m\frac{\Delta v}{\Delta t}$ بنویسیم، داریم:

$$\vec{F}_۱ = -\vec{F}_۲ \Rightarrow m_۱\vec{a}_۱ = -m_۲\vec{a}_۲ \Rightarrow m_۱(\frac{v_۱ - ۰}{t}) = -m_۲(\frac{v_۲ - ۰}{t})$$

$$\Rightarrow m_۱v_۱ = -m_۲v_۲ \Rightarrow ۵ \times v_۱ = -\frac{۵۰}{۱۰۰۰} \times ۴۰۰ \Rightarrow v_۱ = -۴\frac{m}{s}$$

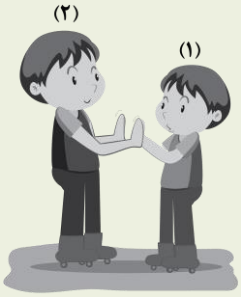
تفنگ با تندی $۴\frac{m}{s}$ به عقب رانده می‌شود.

قانون سوم نیوتون

اگر جسم (۱) به جسم (۲) نیرویی وارد کند، جسم (۲) نیز به جسم (۱) نیرویی به همان اندازه، در همان راستا و در جهت مخالف وارد خواهد کرد. این دو نیرو را کنش و واکنش می‌نامیم.

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور تیرماه ۱۴۰۱

۵۵- دو شخص به جرم‌های $m_۱$ و $m_۲ > m_۱$ با کفش‌های چرخ‌دار در یک سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص اول با نیروی $\vec{F}$، شخص دوم را به طرف چپ هُل می‌دهد و شخص دوم با نیروی $\vec{F}'$، شخص اول را به طرف راست هُل می‌دهد. اگر شتاب حرکت دو شخص $\vec{a}_۱$ و $\vec{a}_۲$ باشد، کدام رابطه درست است؟



۱) $\vec{F} = \vec{F}'$ و $a_۱ < a_۲$

۲) $\vec{F} = \vec{F}'$ و $\vec{a}_۱ = \vec{a}_۲$

۳) $\vec{F} = -\vec{F}'$ و $\vec{a}_۱ = -\vec{a}_۲$

۴) $\vec{F} = -\vec{F}'$ و $a_۱ > a_۲$

پاسخ تشریحی:

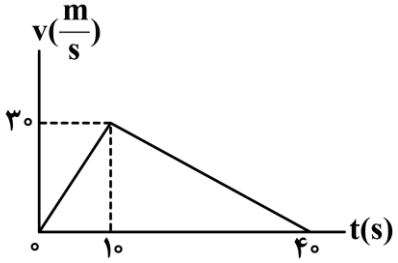
با توجه به قانون سوم نیوتون، بردار نیرویی که دو شخص به‌هم وارد می‌کنند، قرینهٔ یکدیگرند؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{F} = -\vec{F}' \xrightarrow{F=ma} m_۱a_۱ = m_۲a_۲ \xrightarrow{m_۲ > m_۱} a_۱ > a_۲$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

۱۰- شکل زیر یک قایق موتوری را نشان می‌دهد که جرم آن با سرنشینش ۵۰۰kg است و نمودار سرعت ـ زمان آن مطابق شکل است. با فرض ثابت‌بودن نیروی مقاومت واردشده بر قایق در بازهٔ زمانی صفر تا ۴۰s، کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟ (در بازهٔ زمانی ۱۰s تا ۴۰s، موتور قایق خاموش شده است.)





الف ـ در مدتی که قایق درحال حرکت است، بزرگی نیروی مقاومت واردشده بر آن برابر با ۵۰۰N است.

ب ـ بزرگی نیروی پیشران در لحظهٔ $t=6s$ برابر با ۲۰۰۰N است.

۱) فقط «الف» ۲) فقط «ب» ۳) «الف» و «ب» ۴) هیچ‌کدام

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ نموداری ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳۱ ـ ۱۲۰۲)

بررسی موارد:

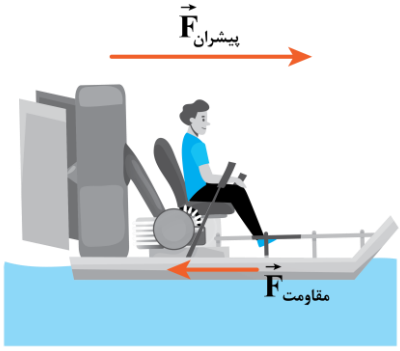
الف در بازهٔ زمانی ۱۰s تا ۴۰s، تنها نیروی واردشده بر قایق در راستای حرکت آن، نیروی مقاومت است. ابتدا شتاب حرکت را به کمک شیب نمودار محاسبه کرده و سپس بزرگی نیروی مقاومت را با استفاده از قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم:



$$a_2=\frac{v_{40s}-v_{10s}}{40-10}=\frac{-30}{30}=-1\frac{m}{s^2}$$

$$F_{net_2}=ma_2\Rightarrow -F_{مقاومت}=ma_2\Rightarrow |F_{مقاومت}|=ma_2=500\times 1=500N \quad (\checkmark)$$

ب با توجه به این‌که بزرگی نیروی مقاومت ثابت فرض شده است و در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۰s، شتاب حرکت قایق (شیب نمودار) ثابت است، پس در این بازه، نیروی پیشران نیز ثابت است و داریم:

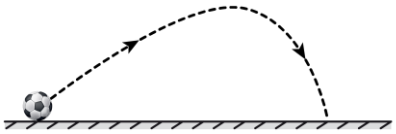


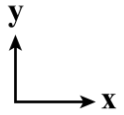
$$a_1=\frac{v_{10s}-v_0}{10-0}=\frac{30}{10}=3\frac{m}{s^2}$$

$$F_{net_1}=ma_1\Rightarrow F_{پیشران}-F_{مقاومت}=ma_1$$

$$\Rightarrow F_{پیشران}-500=500\times 3\Rightarrow F_{پیشران}=2000N \quad (\checkmark)$$

۱۱- مطابق شکل زیر، توپی به جرم ۴۰۰g شوت می‌شود. اگر در بالاترین نقطه، نیروی خالصی به بزرگی ۵N به توپ وارد شود، بردار نیروی مقاومت هوا در این نقطه برحسب نیوتون، کدام است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$





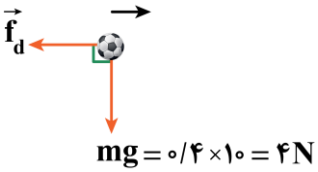
۱) $-3\vec{i}$ ۲) $3\vec{i}$

۳) $5\vec{i}$ ۴) $-5\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۳۲ ـ ۱۲۰۲)

گام اول

نیروهای وارد بر توپ در بالاترین نقطه را رسم می‌کنیم:



گام آخر

نیروی مقاومت هوای وارد بر توپ را به‌دست می‌آوریم. با توجه به این‌که $\vec{f}_d$ و $m\vec{g}$ عمود بر یکدیگرند و بزرگی برایند آن‌ها 5N است، داریم:

$$F_{net}=\sqrt{f_d^2+(mg)^2}\Rightarrow 5=\sqrt{f_d^2+4^2}\Rightarrow f_d^2=25-16=9\Rightarrow f_d=3N$$

از طرفی با توجه به این‌که در بالاترین نقطه، جهت حرکت (سرعت) به سمت راست است، $\vec{f}_d$ به سمت چپ است:

$$\vec{f}_d = -۳(N)\vec{i}$$

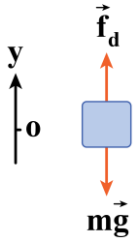
تاز

۱۲- چتربازی به جرم ۷۰kg مدتی پس از پرش آزاد، چترش را باز می‌کند. ناگهان نیروی مقاومت هوا به ۱۱۹۰N افزایش می‌یابد. شتاب چترباز در این لحظه چند متر بر مربع ثانیه و به چه سمتی است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۷ و به سمت بالا ۲) ۷ و به سمت پایین ۳) ۳ و به سمت بالا ۴) ۳ و به سمت پایین

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۳۵ ـ ۱۲۰۲)

با توجه به نیروهای وارد به چترباز داریم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow f_d - mg = ma$$

$$\Rightarrow ۱۱۹۰ - ۷۰۰ = ۷۰a \Rightarrow a = ۷\frac{m}{s^۲}$$

چون $mg < f_d$ است، برایند نیروها و شتاب به سمت بالا است.

حرکت چترباز



حرکت چترباز را در سه حالت مختلف بررسی می‌کنیم.

در همهٔ حالت‌ها فرض می‌کنیم چترباز روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند و اثر باد و عوامل دیگر را درنظر نمی‌گیریم.

در تمامی حالت‌ها بر چترباز دو نیرو وارد می‌شود:

۱- نیروی وزن:

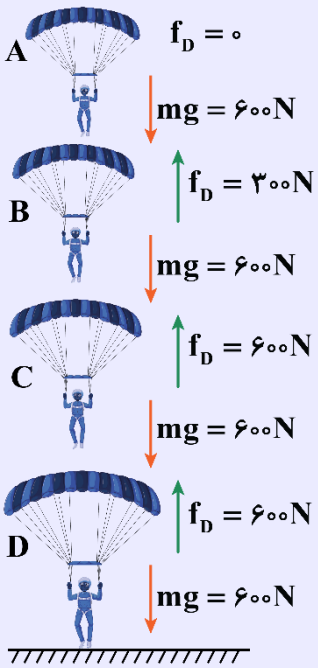
نیروی وزن همواره در راستای قائم به سمت پایین می‌باشد. مقدار نیروی وزن در کل مسیر حرکت را ثابت درنظر می‌گیریم.

۲- نیروی مقاومت هوا:

چون چترباز به سمت پایین حرکت می‌کند، نیروی مقاومت هوا خلاف جهت حرکت چترباز (همواره به سمت بالا) می‌باشد.

با افزایش تندی مقدار مقاومت هوا زیاد می‌شود.

زمانی که چترباز چترش را باز می‌کند به‌دلیل افزایش مساحت، نیروی مقاومت هوا نسبت به قبل به‌شدت افزایش می‌یابد و برای مدتی بزرگ‌تر از نیروی وزن می‌شود.



چترباز دو بار می‌تواند به تندی حدی برسد:

۱- قبل از بازشدن چتر و به کمک سطح بدنش $(v_۱)$

۲- بعد از بازشدن چتر و به کمک سطح چتر $(v_۲)$

$$v_۲ < v_۱$$

در حرکت چترباز نیروی مقاومت هوا به دو صورت می‌تواند تغییر کند:

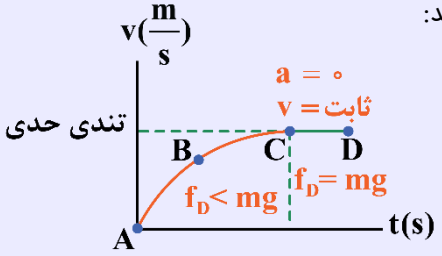
۱- اگر افزایش نیروی مقاومت هوا تدریجی باشد: افزایش مقاومت هوا به‌دلیل افزایش تندی است.

۲- اگر افزایش نیروی مقاومت هوا سریع انجام شود: افزایش مقاومت هوا به‌دلیل بازشدن چتر است.

در کل مسیر حرکت، چترباز هرگز به سمت بالا حرکت نمی‌کند.

با توجه به زمان باز کردن چتر توسط چترباز دو حالت داریم:

الف) چترباز بلافاصله پس از پرش، چتر خود را باز می‌کند:



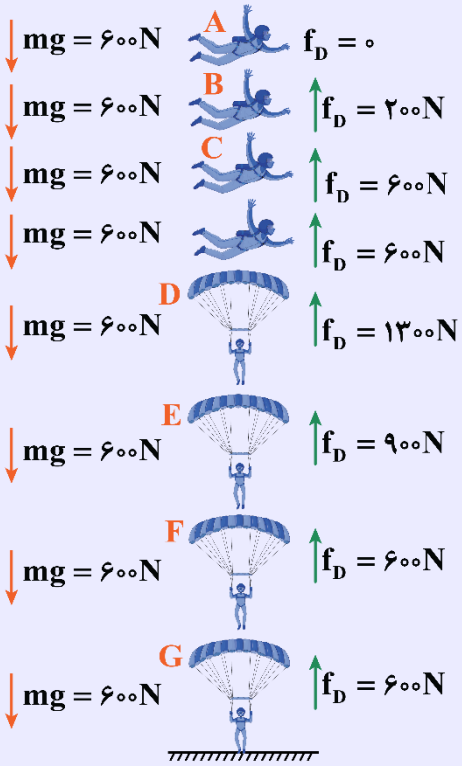
در این حالت، نیروی مقاومت هوا در ابتدا ناچیز است. با افزایش تندی چترباز این نیرو افزایش پیدا می‌کند تا این‌که اندازهٔ این نیرو با اندازهٔ نیروی وزن برابر شود. در این حالت شتاب چترباز صفر شده و چترباز با تندی حدی به حرکت خود ادامه می‌دهد تا به زمین برسد.

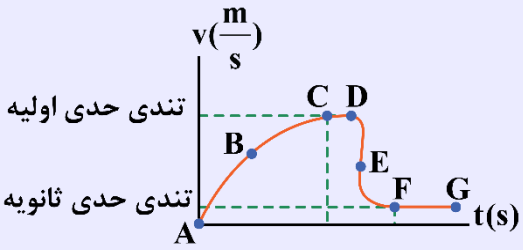
مسیر AC: حرکت تندشونده $\Leftarrow f_D < mg$ و f_D درحال افزایش، F_{net} و a به سمت پایین و هر دو درحال کاهش

مسیر CD: حرکت با سرعت ثابت (تندی حدی) $\Leftarrow f_D = mg$ ، $F_{net} = ۰$ و $a = ۰$

ب) چترباز مدتی پس از پرش، چترش را باز می‌کند:

در این حالت پس از پرش، تندی چترباز زیاد و زیادتر می‌شود و نیروی مقاومت هوا در تندی خیلی زیاد با وزن هم‌اندازه می‌شود (تندی حدی اولیه). پس از بازکردن چتر، ناگهان نیروی مقاومت هوا به‌علت افزایش مساحت در آن تندی زیاد، به‌شدت افزایش می‌یابد و حرکت چترباز کند خواهد شد و نیروی مقاومت هوا آن‌قدر کاهش پیدا می‌کند تا با نیروی وزن هم‌اندازه شود. در این حالت، به تندی حدی ثانویه می‌رسد.





مسیر AC: حرکت تندشونده $\Leftarrow f_D < mg$ و f_D درحال افزایش، F_{net} و a به سمت پایین و هر دو درحال کاهش

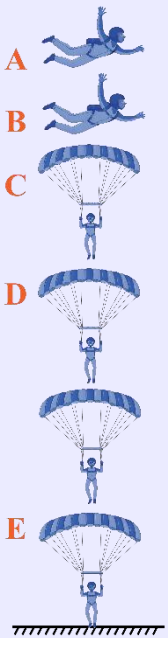
مسیر CD: حرکت با سرعت ثابت (تندی حدی اولیه) $\Leftarrow f_D = mg$ ، $F_{net} = ۰$ و $a = ۰$

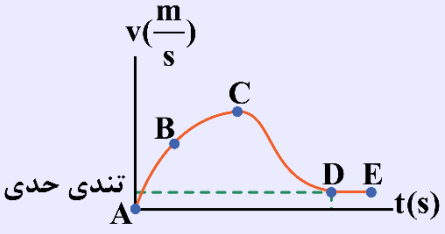
موقعیت D: چترباز چتر خود را باز می‌کند.

مسیر DF: حرکت کندشونده $\Leftarrow f_D > mg$ و f_D درحال کاهش، F_{net} و a به سمت بالا و هر دو درحال کاهش

مسیر FG: حرکت با سرعت ثابت (تندی حدی ثانویه) $\Leftarrow f_D = mg$ ، $F_{net} = ۰$ و $a = ۰$

پ) اگر چترباز قبل از رسیدن به تندی حدی اولیه چترش را باز کند:





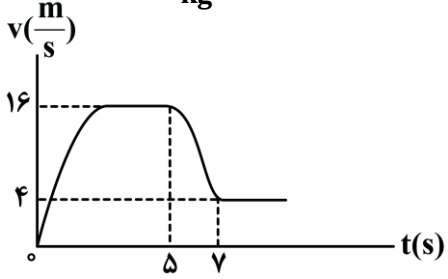
مسیر AC: حرکت تندشونده $\Leftarrow f_D < mg$ و f_D درحال افزایش، F_{net} و a به سمت پایین و هر دو درحال کاهش

موقعیت C: چترباز چتر خود را باز می‌کند.

مسیر CD: حرکت کندشونده $\Leftarrow f_D > mg$ و f_D درحال کاهش، F_{net} و a به سمت بالا و هر دو درحال کاهش

مسیر DE: حرکت با سرعت ثابت (تندی حدی) $\Leftarrow f_D = mg$ ، $F_{net} = ۰$ و $a = ۰$

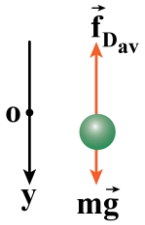
۱۳- چتربازی به جرم ۸۰kg از ارتفاع نسبتاً زیادی از سطح زمین، خود را رها می‌کند. اگر نمودار تندی چترباز برحسب زمان مطابق شکل باشد، بزرگی متوسط نیروی مقاومت هوای وارد بر چترباز در بازهٔ زمانی ۵s تا ۷s چند نیوتون است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$



۱) ۱۲۸۰
۲) ۱۰۸۰
۳) ۳۲۰
۴) ۸۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ نموداری ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳۵ ـ ۱۲۰۲)

با توجه به نمودار، در بازهٔ زمانی ۵s تا ۷s، چترباز چتر خود را باز کرده و از تندی حدی $16\frac{m}{s}$ به تندی حدی $4\frac{m}{s}$ رسیده است. اگر در این بازهٔ زمانی، بزرگی متوسط نیروی مقاومت هوا را با $f_{D_{av}}$ نشان دهیم و جهت مثبت را به سمت پایین درنظر بگیریم، داریم:

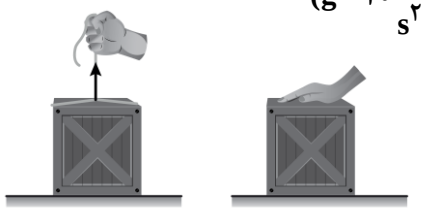


$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{4-16}{7-5}=-6\frac{m}{s^2}$$

$$F_{net_{av}}=ma_{av}\Rightarrow mg-f_{D_{av}}=ma_{av}\Rightarrow f_{D_{av}}=m(g-a_{av})$$

$$\Rightarrow f_{D_{av}}=80(10-(-6))=80\times16=1280N$$

۱۴- در شکل «الف» شخص با نیروی F، جعبه‌ای به جرم ۴kg را به سمت پایین هُل می‌دهد و در شکل «ب» شخص با همان نیروی F، همان جعبه را به سمت بالا می‌کشد. اگر در هر دو حالت جعبه ساکن بوده و نیروی عمودی سطح واردشده بر جعبه در شکل «الف»، ۴ برابر نیروی عمودی سطح در شکل «ب» باشد، نیروی F چند نیوتون است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$



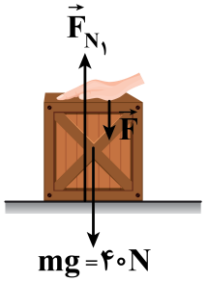
۱) ۲۰
۲) ۲۴
۳) ۲۵
۴) ۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳۶ ـ ۱۲۰۲)

گام اول

نیروی عمودی سطح در هر دو حالت را به‌دست می‌آوریم:

الف) در این حالت، بزرگی نیروی عمودی سطح برابر با مجموع نیروی وزن و F است:



$$F_{net_y}=0\Rightarrow F_{N_1}=mg+F=40+F$$

ب) در این حالت، بزرگی نیروی عمودی سطح برابر با اختلاف نیروی وزن و F است:

$$F_{net_y}=0\Rightarrow F_{N_2}+F=mg\Rightarrow F_{N_2}=mg-F=40-F$$

گام آخر

بزرگی نیروی عمودی سطح در شکل «الف»، ۴ برابر بزرگی نیروی عمودی سطح در شکل «ب» است:

$$F_{N_1} = 4F_{N_2} \Rightarrow 40 + F = 4(40 - F)$$
$$\Rightarrow 40 + F = 160 - 4F \Rightarrow 5F = 120 \Rightarrow F = 24N$$

تراز

۱۵- شخصی به جرم $80kg$ بر روی یک ترازوی فنری درون آسانسور ایستاده است. اگر آسانسور ساکن باشد، ترازو عدد F_1 و اگر آسانسور با شتاب $1/2\frac{m}{s^2}$ به سمت بالا شروع به حرکت کند، ترازو عدد F_2 را نشان می‌دهد. اختلاف عدد ترازو در این دو حالت چند نیوتون است؟ $(g = 9/8\frac{m}{s^2})$

۱) ۹۶ ۲) ۱۹۲ ۳) ۷۸۴ ۴) ۸۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳۷ ـ ۱۲۰۲)

گام اول

اگر آسانسور ساکن باشد، عدد ترازو برابر است با:

$$F_{N_1} = mg$$

گام دوم

اگر ترازو با شتاب a به‌صورت تندشونده به سمت بالا حرکت کند، عدد ترازو برابر است با:

$$F_{N_2} = m(g + a)$$

گام آخر

بنابراین اختلاف عدد ترازو در این دو حالت برابر است با:

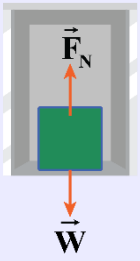
$$F_{N_2} - F_{N_1} = m(g + a) - mg = ma \Rightarrow F_{N_2} - F_{N_1} = 80 \times 1/2 = 96N$$

راهنمای مسیرت

توی این سؤال دونستن عدد شتاب گرانشی بهت هیچ کمکی نمی‌کنه، چون درنهایت اختلاف دو عدد ترازو برابر ma شد. احتمالاً اگه عدد ترازو رو توی دو تا حالت به‌دست آورده باشی، ازت یه‌ذره بیش‌تر زمان گرفته به نسبت پاسخ ما.

آسانسور

۱- در شکل زیر، نیروهای وارد بر جسمی که بر کف آسانسور قرار گرفته را نشان می‌دهد که به F_N نیروی عمودی تکیه‌گاه یا وزن ظاهری می‌گویند.



۲- هنگامی‌که شتاب حرکت آسانسور به سمت بالا باشد، داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - W = ma \Rightarrow F_N = mg + ma = m(g + a)$$

۳- هنگامی‌که شتاب حرکت آسانسور به سمت پایین باشد، داریم:

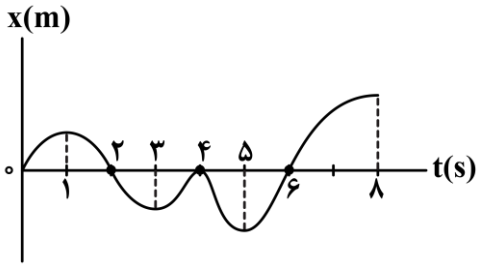
$$F_{net} = ma \Rightarrow W - F_N = ma \Rightarrow F_N = mg - ma = m(g - a)$$

پس به‌طور کلی می‌توان گفت که:

$$F_N = W \pm ma \Rightarrow F_N = m(g \pm |a|)$$

(+): شتاب به سمت بالا (−): شتاب به سمت پایین

۱- با توجه به نمودار مکان ـ زمان زیر، مشخص کنید چه تعداد عبارت‌های زیر صحیح است؟



الف ـ سرعت متوسط در کل بازهٔ زمانی مثبت است.

ب ـ مجموعاً ۵s بردار مکان در جهت محور x است.

ج ـ مجموعاً ۵s بردار مکان و سرعت هم‌جهت هستند.

د ـ متحرک مجموعاً ۳s با سرعت مثبت از مبدأ مکان دور می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ نموداری ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۰ ـ ۱۲۰۱)

بررسی موارد:

الف

شیب خط واصل بین دو نقطه در نمودار $x-t$، برابر سرعت متوسط متحرک در آن بازهٔ زمانی است. شیب خط واصل از لحظهٔ $t=0$ به $t=8s$، دارای شیب مثبت است، پس $v_{av}>0$ است. (✓)

ب

در بازه‌های زمانی‌ای که نمودار $x-t$ بالای محور زمان است، بردار مکان متحرک مثبت است. در بازه‌های زمانی صفر تا ۲s و ۶s تا ۸s مجموعاً ۴ ثانیه بردار مکان مثبت است. (✗)

ج

در بازه‌های زمانی صفر تا ۱s و ۶s تا ۸s بردار مکان و سرعت مثبت‌اند، هم‌چنین در بازه‌های زمانی ۲s تا ۳s و ۴s تا ۵s بردار مکان و سرعت منفی‌اند. پس مجموعاً ۵ ثانیه بردار مکان و سرعت هم‌جهت هستند. (✓)

د

در بازه‌های زمانی صفر تا ۱s و ۶s تا ۸s مجموعاً ۳ ثانیه متحرک با سرعت مثبت از مبدأ مکان دور می‌شود. (✓)

۳ مورد درست است.

ماز

۲- راننده‌ای حرکت خود بین دو دوربین کنترل سرعت جاده‌ای را طوری تنظیم می‌کند که تندی متوسط آن از $90\frac{km}{h}$ بیش‌تر نشود. اگر اتومبیل $\frac{1}{3}$ مسیر خود بین دو دوربین را با تندی ثابت $120\frac{km}{h}$ طی کند، بقیهٔ مسیر را حداکثر با تندی ثابت چند کیلومتر بر ساعت حرکت کند تا جریمه نشود؟

۱) ۶۰ ۲) ۷۵ ۳) ۸۰ ۴) ۹۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۴ ـ ۱۲۰۱)

روش اول

برای جریمه‌نشدن باید تندی متوسط متحرک در کل مسیر $۹۰\frac{km}{h}$ شود:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\Rightarrow ۹۰=\frac{d}{t_{کل}}\Rightarrow t_{کل}=\frac{d}{۹۰}$$

$\frac{۱}{۳}$ ابتدایی مسیر با تندی ثابت $۱۲۰\frac{km}{h}$ طی شده است:

$$s_۱=\frac{\ell_۱}{\Delta t}\Rightarrow ۱۲۰=\frac{\frac{d}{۳}}{t_۱}\Rightarrow t_۱=\frac{d}{۳۶۰}$$

پس مدت‌زمان طی‌کردن قسمت دوم مسیر برابر با:

$$t_۲=t_{کل}-t_۱=\frac{d}{۹۰}-\frac{d}{۳۶۰}=\frac{d}{۱۲۰}\xrightarrow{t_۲=\frac{\ell_۲}{s_۲}}\frac{d}{۱۲۰}=\frac{\frac{۲}{۳}d}{s_۲}\Rightarrow s_۲=۸۰\frac{km}{h}$$

روش دوم

تندی متوسط در کل مسیر برابر است با:

$$s_{av}=\frac{\ell_۱+\ell_۲}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}\xrightarrow[\ell_۱+\ell_۲=d]{\Delta t=\frac{\ell}{s}}۹۰=\frac{d}{\frac{۱}{۳}\frac{d}{۱۲۰}+\frac{۲}{۳}\frac{d}{s_۲}}\Rightarrow ۹۰=\frac{۱}{\frac{۱}{۳۶۰}+\frac{۲}{۳s_۲}}\Rightarrow ۹۰=\frac{۳۶۰s_۲}{۲۴۰+s_۲}$$

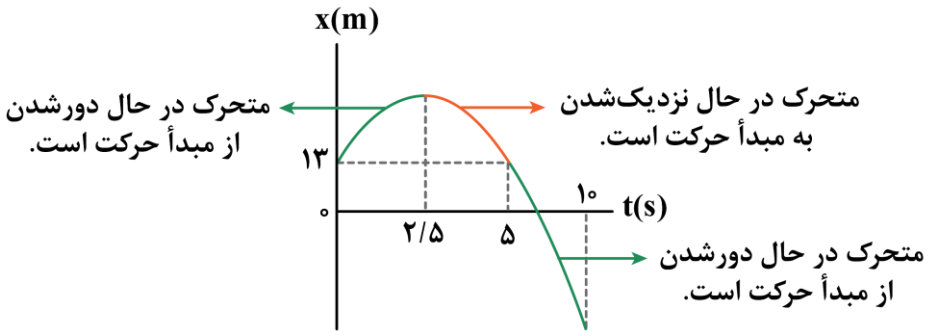
$$\Rightarrow ۳s_۲=۲۴۰\Rightarrow s_۲=۸۰\frac{km}{h}$$

۳- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به‌صورت $x=-۲t^۲+۱۰t+۱۳$ است. در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت، متحرک چند ثانیه درحال دورشدن از مبدأ حرکت خود است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۰ ـ ۱۲۰۱)

نمودار مکان ـ زمان متحرک را با توجه به معادلهٔ حرکت آن رسم می‌کنیم و لحظهٔ رأس سهمی نمودار را به‌دست می‌آوریم:



$$x=-۲t^۲+۱۰t+۱۳\xrightarrow[\text{سهمی}]{\text{رأس}}t_{\text{رأس}}=-\frac{۱۰}{۲(-۲)}=۲/۵s$$

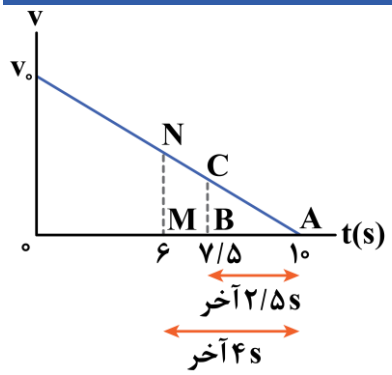
مبدأ حرکت $x=۱۳m$ است؛ درنتیجه طبق نمودار، در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت، درمجموع متحرک ۷/۵ ثانیه درحال دورشدن از مبدأ حرکت $(x=۱۳m)$ است.

۴- متحرکی که با تندی ثابت بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، با شتاب ثابت ترمز می‌کند تا پس از ۱۰ ثانیه متوقف شود. بزرگی جابه‌جایی متحرک در ۲/۵ ثانیهٔ آخر حرکت، چند برابر بزرگی جابه‌جایی آن در ۴ ثانیهٔ آخر حرکت است؟

۱) $\frac{۲۵}{۶۴}$ ۲) $\frac{۵}{۸}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۹}{۱۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۷ ـ ۱۲۰۱)

روش اول



نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در مدت ۱۰s با شتاب ثابت متوقف می‌شود، مطابق شکل است. با توجه به تشابه مثلث‌های ABC و AMN داریم:

$$\frac{\Delta x_{\text{آخر}۲/۵s}}{\Delta x_{\text{آخر}۴s}} = \frac{S_{ABC}}{S_{AMN}} = (\frac{AB}{AM})^۲ = (\frac{۲/۵}{۴})^۲ = (\frac{۵}{۸})^۲ = \frac{۲۵}{۶۴}$$

روش دوم

با استفاده از معادلهٔ «جابه‌جایی ـ زمان» به کمک سرعت نهایی $(\Delta x = \frac{-۱}{۲}at^۲ + vt)$ داریم:

$$\Delta x = \frac{-۱}{۲}at^۲ + vt \xrightarrow[\text{توقف}]{v=۰} \Delta x = -\frac{۱}{۲}at^۲ \Rightarrow \frac{|\Delta x_{\text{آخر}۲/۵s}|}{|\Delta x_{\text{آخر}۴s}|} = \frac{\frac{۱}{۲}a\times ۲/۵^۲}{\frac{۱}{۲}a\times ۴^۲} = \frac{۲۵}{۶۴}$$

مبتکر

۵- معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $v = ۴t^۲ - ۷$ است. شتاب متوسط متحرک در ۳ ثانیهٔ دوم حرکت آن چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۳۶ ۲) ۴۰ ۳) ۲۴ ۴) ۳۲

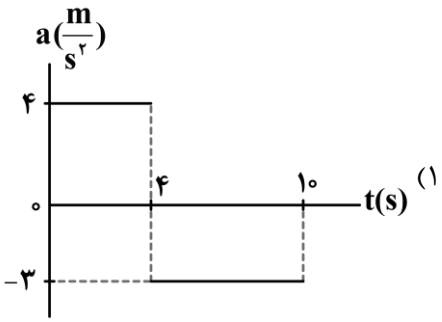
پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۱ ـ ۱۲۰۱)

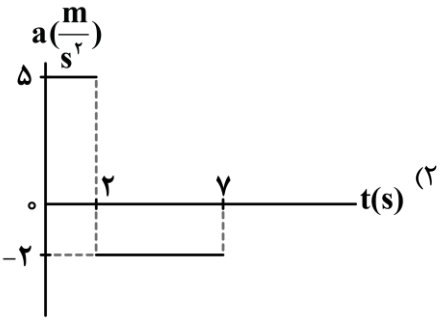
۳ ثانیهٔ دوم به‌معنی بازهٔ $t_۱ = ۳s$ تا $t_۲ = ۶s$ است؛ بنابراین شتاب متوسط در این بازه برابر است با:

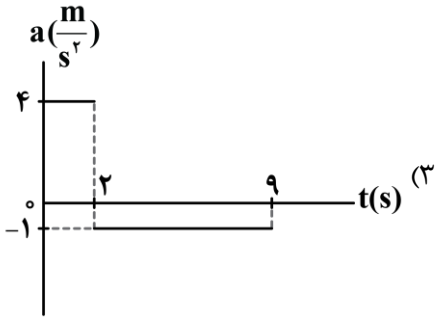
$$v = ۴t^۲ - ۷ \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۳s \Rightarrow v_۱ = ۴\times ۳^۲ - ۷ = ۲۹\frac{m}{s} \\ t_۲ = ۶s \Rightarrow v_۲ = ۴\times ۶^۲ - ۷ = ۱۳۷\frac{m}{s} \end{cases}$$

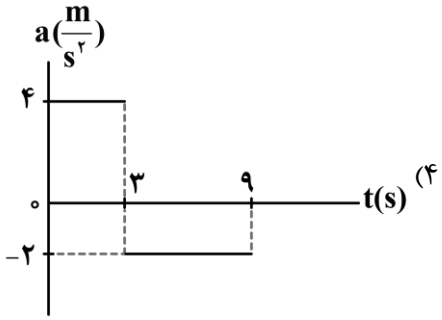
$$\Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۳۷ - ۲۹}{۳} = \frac{۱۰۸}{۳} = ۳۶\frac{m}{s^۲}$$

۶- متحرکی بر روی محور x حرکت خود را با سرعت $-۱۰\frac{m}{s}(\vec{i})$ شروع می‌کند و درنهایت پس از طی مسافتی، حرکت خود را با همان سرعت به پایان می‌رساند. اگر این متحرک در مسیر خود تغییر جهت داده باشد، کدام نمودار شتاب ـ زمان زیر، می‌تواند مربوط به حرکت آن باشد؟

(۱)


(۲)


(۳)


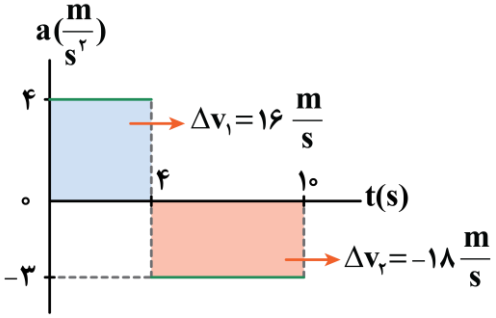
(۴)


پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ نموداری ـ زمان‌بَر ⏲ ـ صفحهٔ ۲۱ ـ ۱۲۰۱)

با توجه به این‌که سرعت اولیه با سرعت نهایی متحرک برابر است، پس تغییرات سرعت در کل حرکت برابر با صفر است. از آنجایی که مساحت محصور نمودار شتاب ـ زمان نسبت به محور t برابر با Δv است، درنتیجه نمودار موردنظر باید به‌گونه‌ای باشد که در آن، مساحت بالای محور t با مساحت پایین محور t، هم‌اندازه باشد. پس از بررسی این شرط، به کمک علامت سرعت متحرک باید ببینیم که متحرک تغییر جهت داشته یا نه!

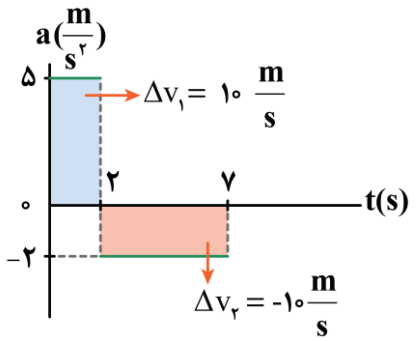
بررسی گزینه‌ها:

(۱) همان‌طور که می‌بینید، مساحت بالا و پایین نمودار، باهم برابر نیستند.



$\Delta v_{کل} = ۱۶ - ۱۸ = -۲ \neq ۰$ (✗)

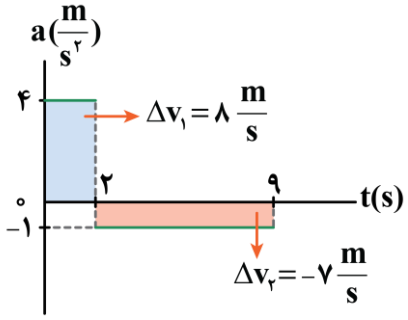
(۲) دقت شود که در این گزینه، مطابق شکل، $\Delta v_{کل} = ۰$ است، اما علامت سرعت در طی حرکت تغییری نکرده و درنتیجه متحرک تغییر جهت نداده است.



$$\begin{cases} v_{۲s} = v_۰ + \Delta v_۱ = (-۱۰) + (۱۰) = ۰ \\ v_{۷s} = v_۲ + \Delta v_۲ = (۰) + (-۱۰) = -۱۰\frac{m}{s} \end{cases}$$

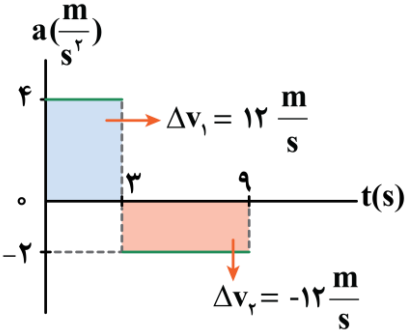
همان‌طور که مشخص است، سرعت متحرک ابتدا از $-۱۰\frac{m}{s}$ به صفر و سپس از صفر به $-۱۰\frac{m}{s}$ می‌رسد. پس علامت سرعت تغییر نکرده است. (✗)

۳



$\Delta v_{کل} = ۸ - ۷ = ۱\frac{m}{s} \neq ۰$ (✗)

۴



مطابق شکل، $\Delta v_{کل} = ۰$ و علامت سرعت نیز طی حرکت، تغییر کرده است.

$$\begin{cases} v_{۳s} = v_۰ + \Delta v_۱ = (-۱۰) + (۱۲) = +۲\frac{m}{s} \\ v_{۹s} = v_۳ + \Delta v_۲ = (+۲) + (-۱۲) = -۱۰\frac{m}{s} \end{cases}$$

همان‌طور که مشخص است، سرعت متحرک ابتدا از $-۱۰\frac{m}{s}$ به $+۲\frac{m}{s}$ رسیده و بعد از آن سرعت از $+۲\frac{m}{s}$ به $-۱۰\frac{m}{s}$ رسیده است؛ یعنی در کل مسیر متحرک دو بار تغییر جهت داده است. (✓)

مثال

۷- جسمی به جرم ۶kg را به انتهای فنر سبکی با ثابت $۳۰۰۰\frac{N}{m}$ آویزان می‌کنیم. طول فنر چگونه تغییر می‌کند؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۲cm افزایش می‌یابد. ۲) ۲cm کاهش می‌یابد. ۳) ۰/۵cm افزایش می‌یابد. ۴) ۰/۵cm کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۴۰ ـ ۱۲۰۲)

نیروی فنر هم‌اندازهٔ وزن جسم است.

$$F_e = mg \Rightarrow kx = mg \Rightarrow ۳۰۰۰x = ۶ \times ۱۰$$

$$\Rightarrow x = ۰/۰۲m = ۲cm$$

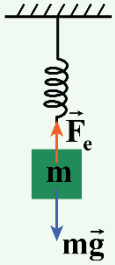
دقت کنید برای آن‌که فنر نیروی رو به بالا به جسم وارد کند، باید کشیده شود و طول آن افزایش یابد.

نیروی فنر

اگر فنری را از حالت آزاد خود خارج کنیم، اندازهٔ نیروی کشش درون فنر از رابطهٔ $F_e = kx$ به‌دست می‌آید. در این رابطه k ثابت فنر (برحسب $\frac{N}{m}$) و x اندازهٔ تغییر طول فنر نسبت به حالت آزاد آن است که از رابطهٔ $x = L - L_۰$ به‌دست می‌آید.

نکته

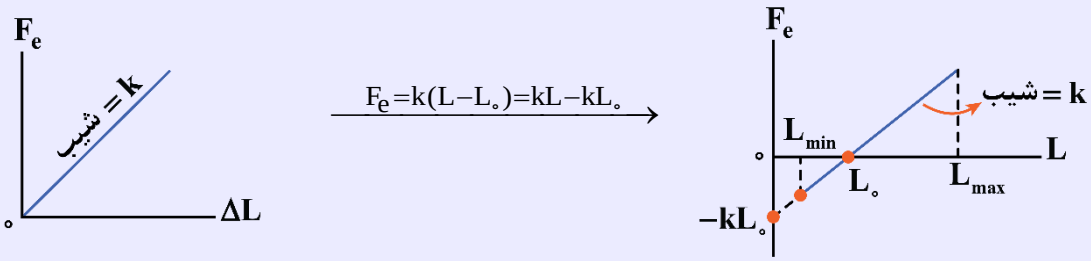
اگر جسمی به جرم m را از فنر قائمی آویزان کنیم، پس از تعادل مجموعه داریم:



$$F_{net,y} = ۰ \Rightarrow F_e = mg \Rightarrow kx = mg$$

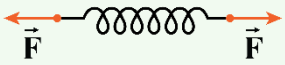
نمودار تغییرات نیروی فنر برحسب تغییر طول آن

نمودار نیروی کشسانی برحسب تغییر طول یک خط گذرنده از مبدأ مختصات با شیبی معادل با k (ثابت فنر) می‌باشد.



نکته

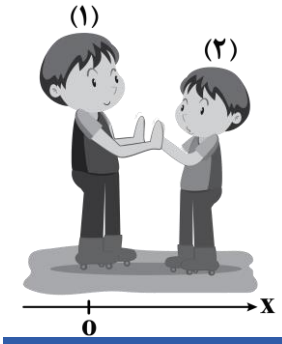
اگر مانند شکل مقابل، فنری را با دو نیروی مساوی F از دو طرف بکشیم نیروی کشسانی درون فنر همان F خواهد شد.



$\Rightarrow F_e = F$

ماز

۸- مطابق شکل، دو شخص به جرم‌های $m_1 = 75/0\,kg$ و $m_2 = 50/0\,kg$ با کفش‌های چرخ‌دار در یک سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص اول با نیروی $100/0\,N$ شخص دوم را به‌طرف راست هُل می‌دهد. اگر بردار شتاب این دو شخص به‌ترتیب $\vec{a}_1$ و $\vec{a}_2$ باشد، حاصل $\vec{a}_2 - \vec{a}_1$ در SI کدام است؟



۱) $\frac{10}{3}\vec{i}$

۲) $\frac{-10}{3}\vec{i}$

۳) $\frac{2}{3}\vec{i}$

۴) $-\frac{2}{3}\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳۳ ـ ۱۲۰۲)

گام اول

نیرویی که شخص (۱) به شخص (۲) وارد می‌کند به سمت راست (در جهت محور x) است؛ بنابراین $\vec{F}_{12} = 100\vec{i}$ است و داریم:

$$\vec{F}_{12} = m_2\vec{a}_2 \Rightarrow 100\vec{i} = 50\vec{a}_2 \Rightarrow \vec{a}_2 = 2\vec{i}\,(\frac{m}{s^2})$$

گام دوم

با توجه به قانون سوم نیوتون، نیرویی که شخص (۲) به شخص (۱) وارد می‌کند برابر $\vec{F}_{21} = -100\vec{i}$ است و داریم:

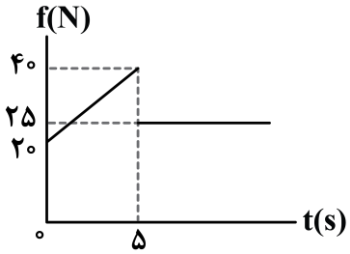
$$\vec{F}_{21} = m_1\vec{a}_1 \Rightarrow -100\vec{i} = 75\vec{a}_1 \Rightarrow \vec{a}_1 = \frac{-4}{3}\vec{i}\,(\frac{m}{s^2})$$

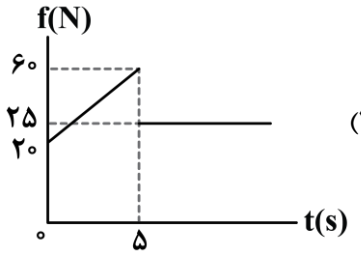
گام آخر

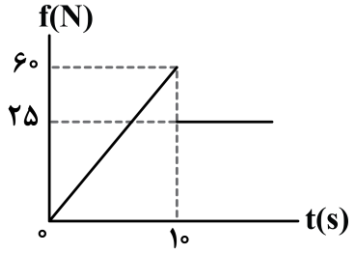
بنابراین خواستهٔ سؤال برابر است با:

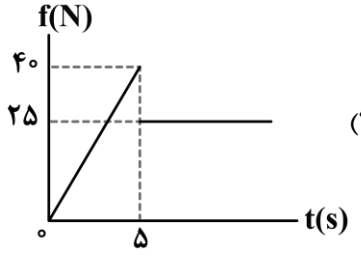
$$\vec{a}_2 - \vec{a}_1 = 2\vec{i} - (\frac{-4}{3}\vec{i}) = \frac{10}{3}\vec{i}\,(\frac{m}{s^2})$$

۹- جسمی به جرم $5kg$ بر روی یک سطح افقی قرار دارد. ضریب اصطکاک جنبشی و ایستایی بین جسم و سطح به‌ترتیب برابر ۰/۵ و ۰/۸ است. یک نیروی افقی متغیر با زمان، مطابق نمودار زیر، به جسم وارد می‌شود. نمودار بزرگی نیروی اصطکاک برحسب زمان کدام است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$

۱)


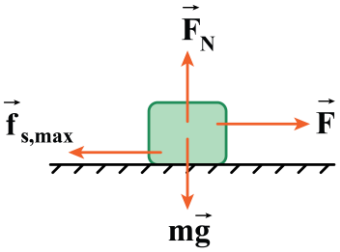
۲)


۳)


۴)


پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ نموداری ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۴۰ ـ ۱۲۰۲)

گام اول

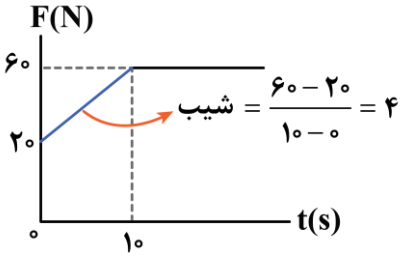


اول باید مقدار بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی را حساب کنیم:

$$F_{net,y}=0\Rightarrow F_N=mg=5\times10=50N$$

$$f_{s,max}=\mu_s F_N=0/8\times50=40N$$

گام دوم



حالا باید حساب کنیم که بزرگی نیروی متغیر با زمان در چه لحظه‌ای برابر با بزرگی بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی می‌شود. چرا؟ چون تا آن لحظه، نیروی اصطکاک ایستایی پابه‌پای نیروی متغیر، افزایش پیدا کرده تا جسم ساکن بماند!

$$\text{شیب}=\frac{60-20}{10-0}=4\Rightarrow 0\le t<10s: F=4t+20\xrightarrow{F=f_{s,max}}$$

$$4t+20=40\Rightarrow 4t=20\Rightarrow t=5s$$

پس در بازهٔ زمانی صفر تا $5s$، بزرگی نیروی اصطکاک برابر با $f_s=4t+20$ است.

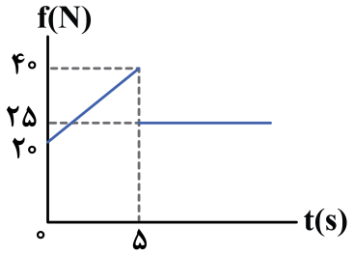
گام سوم

از لحظهٔ $t=5s$ به بعد، جسم شروع به حرکت می‌کند و در حین حرکت، نیروی اصطکاک، ثابت و از نوع جنبشی است؛ درنتیجه داریم:

$$f_k=\mu_k F_N=0/5\times50=25N$$

گام آخر

درنهایت نمودار بزرگی نیروی اصطکاک برحسب زمان را رسم می‌کنیم:

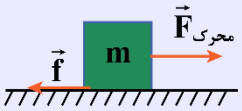


راهنمای مسیرت

بچه‌ها توی حل این سؤال با توجه به گزینه‌ها، نیازی به محاسبهٔ زمان (t) نبود و اگه صرفاً روی محاسبهٔ نیروی اصطکاک تمرکز می‌کردید به پاسخ درست می‌رسیدید.

حرکت روی سطح دارای اصطکاک

اگر مانند شکل مقابل، نیروی خالص محرکی به جسم ساکن اِعمال شود:



۱- ابتدا مقدار $F_{محرک}$ را به‌دست می‌آوریم که مساوی با برایند نیروهای در راستای حرکت خود به‌جز اصطکاک می‌شود.

۲- سپس نیروی $f_{s,max}$ را از رابطهٔ $f_{s,max}=\mu_s F_N$ به‌دست می‌آوریم.

۳- مقادیر دو مرحلهٔ قبل را باهم مقایسه می‌کنیم و سه حالت پیش می‌آید:

الف) اگر $f_{s,max} > F_{محرک}$ ⇐ جسم ساکن می‌ماند؛ بنابراین:

نیروی اصطکاک: $f=f_s=F_{محرک}$

ب) اگر $f_{s,max} = F_{محرک}$ ⇐ جسم در آستانهٔ حرکت خواهد بود؛ بنابراین:

نیروی اصطکاک: $f=f_{s,max}=\mu_s F_N=F_{محرک}$

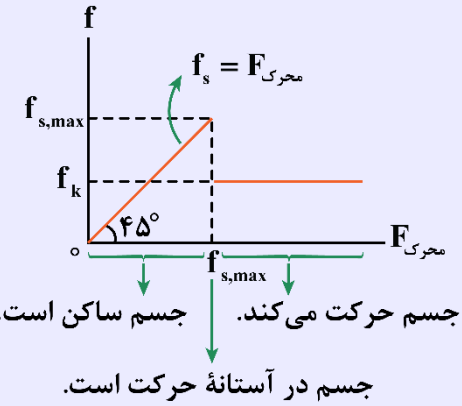
پ) اگر $f_{s,max} < F_{محرک}$ ⇐ جسم حرکت خواهد کرد؛ بنابراین:

نیروی اصطکاک: $f=f_k=\mu_k F_N$

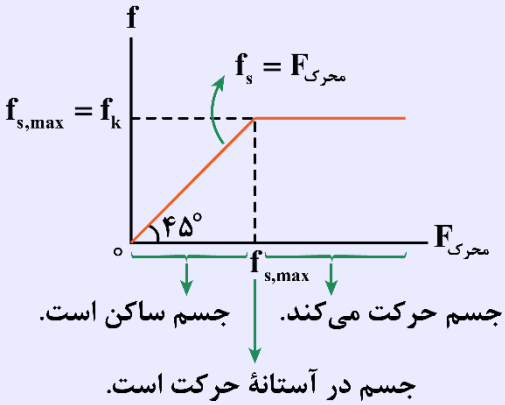
در روابط بالا μ_s و μ_k را به‌ترتیب ضریب اصطکاک ایستایی و ضریب اصطکاک جنبشی می‌نامیم که به ویژگی‌های سطح در تماس جسم با زمین بستگی دارند و فاقد یکا هستند. در ضمن همواره:

$$\mu_s \geq \mu_k \Rightarrow f_{s,max} \geq f_k$$

اگر $\mu_s > \mu_k$ باشد:



اگر $\mu_s = \mu_k$ باشد:



نکته

اگر بخواهیم جسم با حداقل نیروی محرک (با حداقل شتاب) شروع به حرکت کند، باید:

۱- $(F_{محرک})_{min}=f_{s,max}=\mu_s F_N$

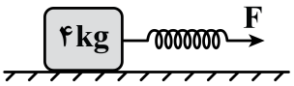
۲- $f=f_k=\mu_k F_N$

که در این حالت داریم:

$$a_{min}=\frac{(F_{محرک})_{min}-f_k}{m}=(\mu_s-\mu_k)\frac{F_N}{m}$$

در مسائلی که $F_N=mg$ است، $a_{min}=(\mu_s-\mu_k)g$ است.

۱۰- در شکل زیر، طول اولیهٔ فنر ۲۰cm و ثابت فنر $۴۰۰\frac{N}{m}$ است و جسم درحال سکون قرار دارد. نیروی F را به‌آرامی افزایش می‌دهیم و وقتی طول فنر به ۲۵cm می‌رسد، جسم شروع به حرکت می‌کند. اگر طول فنر را همان ۲۵cm نگه داریم (نیروی F ثابت باشد)، جسم با شتاب ثابت $۲/۵\frac{m}{s^۲}$ به حرکت خود ادامه می‌دهد. در این حالت، حداکثر جرمی که می‌توانیم روی جسم قرار دهیم تا جسم متوقف نشود، چند کیلوگرم است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

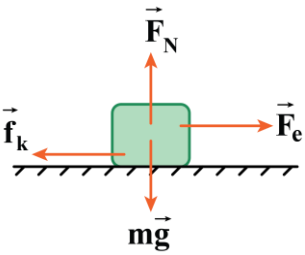


۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۴۰ ـ ۱۲۰۲)

گام اول

در حالتی که طول فنر ۲۵cm است، جسم با شتاب ثابت $۲/۵\frac{m}{s^۲}$ حرکت می‌کند. قانون دوم نیوتون را در این حالت می‌نویسیم:



$$F_{net,y}=۰\Rightarrow F_N=mg=۴\times۱۰=۴۰N$$

$$F_{net,x}=ma\Rightarrow F_e-f_k=ma$$

$$\Rightarrow k(L-L_۰)-\mu_k mg=ma$$

$$\Rightarrow ۴۰۰(\frac{۲۵-۲۰}{۱۰۰})-\mu_k(۴۰)=۴(۲/۵)$$

$$\Rightarrow ۲۰-\mu_k(۴۰)=۱۰\Rightarrow \mu_k=۰/۲۵$$

گام آخر

برای این‌که جسم متوقف نشود، نیروی F_e باید با f_k متناظر با بیش‌ترین جرم، برابر باشد تا جسم بدون شتاب (سرعت ثابت) به حرکت خود ادامه دهد.

$$F_e=f_k\Rightarrow k(L-L_۰)=\mu_k(m+m')g$$

$$\Rightarrow ۴۰۰(\frac{۲۵-۲۰}{۱۰۰})=۰/۲۵(۴+m')(۱۰)\Rightarrow m'=۴kg$$

رایگان

۱۱- گلوله‌ای را در راستای قائم در هوا به‌سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر اندازهٔ شتاب توپ را هنگام بالارفتن با «$a_۱$» و هنگام پایین آمدن با «$a_۲$» نشان دهیم و «g» اندازهٔ شتاب گرانشی باشد، کدام مورد درست است؟

۱) $a_۱>g>a_۲$ ۲) $a_۱>a_۲>g$ ۳) $a_۲>g>a_۱$ ۴) $a_۲>a_۱>g$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۳۴ ـ ۱۲۰۲)

هنگام بالارفتن، مقاومت هوا به‌سمت پایین به گلوله وارد می‌شود و اندازهٔ شتاب آن را افزایش می‌دهد.



$$F_{net}=ma_۱\Rightarrow f_D+mg=ma_۱\Rightarrow a_۱=g+\frac{f_D}{m}$$

$$\Rightarrow a_۱>g$$

هنگام پایین‌آمدن، مقاومت هوا به‌سمت بالا وارد می‌شود و اندازهٔ شتاب گلوله را کاهش می‌دهد.



$$F_{net}=ma_۲\Rightarrow mg-f_D=ma_۲\Rightarrow a_۲=g-\frac{f_D}{m}$$

$$\Rightarrow a_۲<g$$

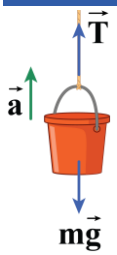
۱۲- کارگری یک سطل محتوی مصالح به جرم $۲۴kg$ را با طناب سبکی به‌طرف بالا می‌کشد. اگر بیشینهٔ کشش قابل‌تحمل طناب $۳۰۰N$ باشد، این کارگر این سطل را با حداکثر چه شتابی در SI می‌تواند بالا بکشد؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$



۱) ۲/۵ ۲) ۲
۳) ۱/۵ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۴۳ ـ ۱۲۰۲)

اگر جهت بالا را مثبت درنظر بگیریم، با استفاده از قانون دوم نیوتون برای جسم داریم:



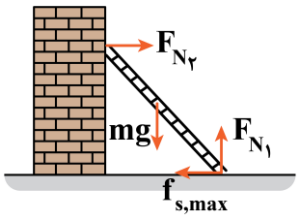
$$F_{net}=ma\Rightarrow T-mg=ma$$
$$\Rightarrow ۳۰۰-۲۴\times ۱۰=۲۴a$$
$$\Rightarrow ۶۰=۲۴a\Rightarrow a=۲/۵\frac{m}{s^۲}$$

۱۳- نردبانی به جرم $۲۵kg$، به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه دارد و پایهٔ آن روی سطح افقی، در آستانهٔ سُر خوردن است. اگر نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، $۵۰\sqrt{۲۹}N$ باشد، نیرویی که دیوار به نردبان وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۵۰
۳) ۲۰۰ ۴) ۲۷۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۴۳ ـ ۱۲۰۲)

نیروهای وارد به نردبان را رسم می‌کنیم:



نردبان در حالت سکون قرار دارد، با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

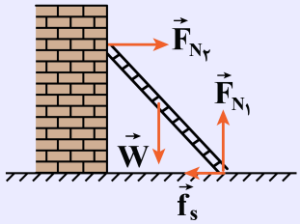
$$F_{net,y}=۰=F_{N_۱}-mg\Rightarrow F_{N_۱}=mg=۲۵۰N$$
$$F_{net,x}=۰=F_{N_۲}-f_{s,max}\Rightarrow F_{N_۲}=f_{s,max}$$

همچنین می‌دانیم نیروی سطح از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$R=\sqrt{F_{N_۱}^۲+f_{s,max}^۲}\Rightarrow ۵۰\sqrt{۲۹}=\sqrt{۲۵۰^۲+f_{s,max}^۲}$$
$$\Rightarrow f_{s,max}=۱۰۰N=F_{N_۲}$$

تعادل نردبان

۱- مطابق شکل زیر هرگاه نردبانی به زمین و یک دیوار بدون اصطکاک تکیه داده شده باشد، از طرف هر یک از پایه‌های نردبان بر سطح تماس متناظرش نیرو وارد می‌شود؛ در این وضعیت چنان‌چه نردبان بدون حرکت باقی بماند، برایند نیروهای افقی و همچنین برایند نیروهای عمودی‌اش برابر صفر می‌باشد:



(راستای عمودی) : $F_{N_۱}=mg$

(راستای افقی) : $F_{N_۲}=f_s$

۲- اگر نردبان در آستانهٔ سُرخوردن باشد، اصطکاک ایستایی بیشینه می‌شود و داریم:

$$F_{N_1} = mg$$

$$F_{N_2} = f_{s,max} = \mu_s F_{N_1} \Rightarrow F_{N_2} = \mu_s mg$$

بنابراین اگر نردبان در آستانهٔ سُرخوردن باشد، نسبت بزرگی نیرویی که دیوار قائم بر آن وارد می‌کند به وزن آن برابر ضریب اصطکاک ایستایی (μ_s) است. دقت کنید که اگر نردبان در آستانهٔ سُرخوردن نباشد، این نسبت کوچک‌تر از ضریب اصطکاک ایستایی خواهد بود.

۳- اگر نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند را بخواهیم، باید از نیروهای f_s و F_{N_1} برایند بگیریم:

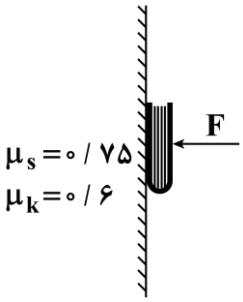
$$\text{نیروی سطح}: R = \sqrt{F_{N_1}^2 + f_s^2} = \sqrt{(mg)^2 + f_s^2}$$

$$\xrightarrow{\text{اگر نردبان در آستانهٔ سر خوردن باشد.}} R_1 = \sqrt{(mg)^2 + (\mu_s mg)^2} = mg\sqrt{1+\mu_s^2}$$

نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند برابر برایند f_s و F_{N_1} است، درحالی‌که نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند هم‌اندازهٔ f_s است؛ بنابراین حتماً نیروی سطح افقی بزرگ‌تر از نیروی دیوار قائم است.

ماز

۱۴- کتابی به جرم ۱/۲kg را مانند شکل با نیروی عمودی F به دیوار قائمی فشرده و ثابت نگه داشته‌ایم و کتاب در آستانهٔ سقوط است. اگر نیروی F را ۲ برابر کنیم، بزرگی نیرویی که دیوار بر کتاب وارد می‌کند چند برابر می‌شود؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$



۱) $\frac{\sqrt{73}}{5}$

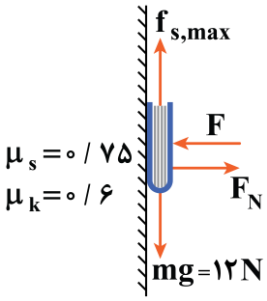
۲) $\frac{\sqrt{73}}{4}$

۳) $\frac{\sqrt{69}}{4}$

۴) $\frac{\sqrt{69}}{5}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۴۴ ـ ۱۲۰۲)

حالت اول



در حالت اول جسم در آستانهٔ حرکت به سمت پایین است و درنتیجه اصطکاک ایستایی آن بیشینه است. با توجه به شکل مقابل و با استفاده از تعادل جسم می‌توان نوشت:

تعادل افقی: $F_N = F$

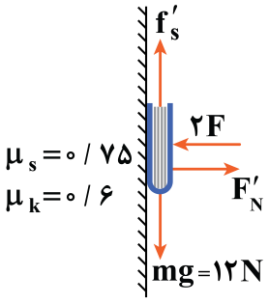
تعادل قائم: $f_{s,max} = mg$

$$\Rightarrow \mu_s F_N = mg \Rightarrow ۰/۷۵ \times F = ۱۲ \Rightarrow F = ۱۶N$$

بنابراین نیروی سطح در این حالت برابر است با:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{۱۶^2 + ۱۲^2} = ۲۰N$$

حالت دوم



در حالت دوم، نیروی F دو برابر شده و به $F'=32N$ می‌رسد. در این حالت داریم:

تعادل افقی: $F'_N=2F\Rightarrow F'_N=32N$

تعادل قائم: $f'_s=mg\Rightarrow f'_s=12N$

بنابراین نیروی سطح در این حالت برابر است با:

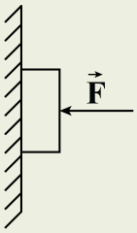
$$R'=\sqrt{F'^2_N+f'^2_s}=\sqrt{32^2+12^2}=4\sqrt{73}N$$

درنتیجه نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{R'}{R}=\frac{4\sqrt{73}}{20}=\frac{\sqrt{73}}{5}$$

آزمون سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

۷۵- جسمی را مطابق شکل با نیروی افقی به دیوار قائمی فشرده و ثابت نگه داشته‌ایم. اگر نیروی F را ۲ برابر کنیم، کدام نیرو ۲ برابر می‌شود؟



۱) نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند.

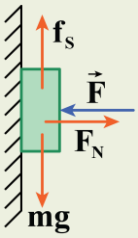
۲) نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند.

۳) نیروی عمودی سطح

۴) نیروی اصطکاک

پاسخ تشریحی:

مطابق شکل نیروهای وارد بر جسم را ترسیم می‌کنیم. چون جسم ساکن و درحال تعادل است، پس هم در راستای افق و هم در راستای قائم برایند نیروهای وارد بر جسم صفر است، پس:



$$\begin{cases}\text{در راستای افقی}: F=F_N\\ \text{در راستای قائم}: f_s=mg\end{cases}$$

با دو برابر شدن نیروی F چون $F=F_N$ است، پس قطعاً F_N هم دو برابر می‌شود. پس گزینهٔ ۳ صحیح است.

با دو برابر شدن F چون F_N هم دو برابر می‌شود، پس $f_{s,max}$ دو برابر شده به همین علت mg هنوز کوچک‌تر از $f_{s,max}$ خواهد ماند و همین باعث می‌شود جسم باز هم ساکن بماند و f_s برابر mg باشد، یعنی نیروی اصطکاک تغییری نخواهد کرد.

در مورد نیروی واکنش سطح می‌توان نوشت:

$$R=\sqrt{F_N^2+f_s^2}\xrightarrow[f_s=mg]{F_N=F}R=\sqrt{F^2+mg^2}$$

چون F دو برابر شده، ولی mg ثابت مانده، پس R افزایش می‌یابد، ولی نمی‌توان گفت دو برابر می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

ماز

۱۵- در شکل زیر، آسانسور با شتاب $4\frac{m}{s^2}$ در جهت مثبت محور y به‌صورت تندشونده درحال حرکت است و شخصی به جرم 50kg که روی یک ترازوی فنری ایستاده است، نیرویی به بزرگی 100N را در راستای قائم و به سمت بالا به سقف آسانسور وارد می‌کند. عددی که ترازو نشان می‌دهد چند برابر وزن شخص است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$

۱) ۱/۶

۲) ۱/۴

۳) ۰/۸

۴) ۰/۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳۶ ـ ۱۲۰۲)

گام اول



می‌دانیم مقداری که ترازو نشان می‌دهد برابر با بزرگی نیروی عمودی سطح است؛ بنابراین با تحلیل نیروهای واردشده بر شخص داریم:

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow F_N - F_{شخص} - mg = ma \Rightarrow F_N = m(g+a) + F_{شخص}$$

$$\xrightarrow{F_{شخص}=۱۰۰N\ ,\ m=۵۰kg\ ,\ a=۴\frac{m}{s^۲}} F_N = ۵۰(۱۰+۴)+۱۰۰ = ۸۰۰N$$

گام آخر

نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{F_N}{mg} = \frac{۸۰۰}{۵۰\times ۱۰} = ۱/۶$$

راهنمای مسیرت

بچه‌ها حواستون باشه که وقتی شخص با نیروی ۱۰۰N داره سقف آسانسور رو به سمت بالا هُل می‌ده، در واکنش هم، آسانسور با نیروی ۱۰۰N شخص رو به سمت پایین هُل می‌ده.

دوازدهم تجربی | ۲۹ آذرماه فیزیک

۱- توپی به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر انرژی جنبشی توپ، ۱۹ درصد کاهش پیدا کند، اندازهٔ تکانهٔ آن چند درصد تغییر می‌کند؟

۱) ۱۹ ۲) ۱۰ ۳) ۴۵ ۴) ۹۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

هنگامی‌که انرژی جنبشی، ۱۹ درصد کاهش پیدا می‌کند، انرژی جنبشی ثانویه، ۸۱ درصد انرژی جنبشی اولیه می‌شود، پس انرژی جنبشی ۰/۸۱ برابر شده است:

$$K' = ۰/۸۱K$$

از طرفی جرم، ثابت است؛ بنابراین طبق رابطهٔ $K = \frac{p^۲}{۲m}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{K'}{K} = (\frac{p'}{p})^۲ \times (\frac{m}{m'})$$

$$\frac{۰/۸۱K}{K} = (\frac{p'}{p})^۲ \times ۱$$

$$\frac{p'}{p} = \sqrt{\frac{۸۱}{۱۰۰}} = \frac{۹}{۱۰}$$

پس تکانه ۰/۹ برابر شده است؛ یعنی ۹۰ درصد تکانهٔ اولیه؛ بنابراین ۱۰ درصد کاهش یافته است.

تکانه

۱- حاصل‌ضرب جرم در سرعت یک جسم را تکانه می‌نامند. تکانه یک کمیت برداری و هم‌جهت با سرعت است.

$\vec{p} = m\vec{v}$ تغییرات تکانه: $\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$

۲- قانون دوم نیوتون با استفاده از تغییرات تکانه به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

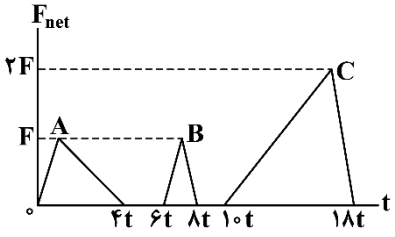
متوسط نیروی وارد بر جسم برابر آهنگ تغییرات تکانه است.

۳- انرژی جنبشی یک جسم را می‌توان برحسب تکانه نیز نوشت:

انرژی جنبشی: $K = \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۱}{۲}\frac{(mv)^۲}{m} = \frac{۱}{۲}\frac{p^۲}{m} \Rightarrow K = \frac{p^۲}{۲m}$

گروه آموزشی ماز

۲- شکل زیر، نمودار نیروی خالص برحسب زمان را برای سه توپ بیسبال A، B و C که با چوب بیسبال به آن‌ها ضربه زده شده است، نشان می‌دهد. اگر نیروی خالص متوسط وارد بر این سه توپ در مدت‌زمان اثر نیرو، به‌ترتیب F_A، F_B و F_C باشد، کدام گزینه درست است؟



۱) $F_A = F_B = ۲F_C$

۲) $F_A = ۲F_B = \frac{۱}{۴}F_C$

۳) $F_A = F_B = \frac{۱}{۴}F_C$

۴) $F_A = F_B = \frac{۱}{۲}F_C$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۲)

نکته

۱- سطح زیر نمودار نیروی خالص برحسب زمان برابر با تغییر تکانه است.

۲- تغییرات تکانه برابر است با:

$$\Delta p = F_{av}.\Delta t = m.\Delta v$$

روش اول:

ابتدا با محاسبهٔ سطح زیر نمودار، تغییر تکانه را برای هر توپ محاسبه می‌کنیم:

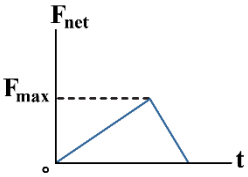
$$\Delta p_A = \frac{F\times 4t}{2} = 2F.t \ , \ \Delta p_B = \frac{F\times 2t}{2} = F.t \ , \ \Delta p_C = \frac{2F\times 8t}{2} = 8F.t$$

سپس طبق رابطهٔ $F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$، نیروی خالص متوسط وارد بر هر توپ را حساب می‌کنیم:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} F_A = \frac{2F.t}{4t} = \frac{F}{2} \\ F_B = \frac{F.t}{2t} = \frac{F}{2} \\ F_C = \frac{8F.t}{8t} = F \end{cases} \Rightarrow F_A = F_B = \frac{1}{2}F_C$$

روش دوم:

اگر نمودار نیروی خالص برحسب زمان در یک بازهٔ زمانی به‌صورت یک مثلث زندانی باشد، نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در آن بازهٔ زمانی برابر است با نصف ارتفاع مثلث. مطابق شکل زیر داریم:



$$F_{av} = \frac{1}{2}F_{max}$$

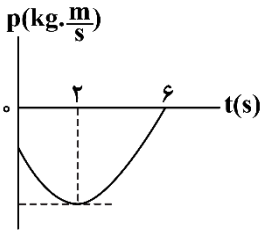
بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$F_A = \frac{F}{2} \ , \ F_B = \frac{F}{2} \ , \ F_C = \frac{2F}{2} = F$$

$$\Rightarrow F_A = F_B = \frac{1}{2}F_C$$

گروه آموزشی ماز

۳- **نمودار تکانه ـ زمان جسمی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل زیر است. در ۶ ثانیهٔ اول حرکت، بزرگی نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در مرحلهٔ تندشونده چند برابر مرحلهٔ کندشونده است؟**



۱) ۲

۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{1}{4}$

۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ نموداری ـ ۱۲۰۲)

نکته

هنگامی‌که اندازهٔ سرعت جسم افزایش یابد، حرکت تندشونده و اگر کاهش یابد، حرکت کندشونده است.

نکته

تکانه متناسب با سرعت جسم است؛ بنابراین، نمودار $v-t$ و $p-t$ از نظر کیفی کاملاً مشابه هستند.

با توجه به نکات فوق، در بازهٔ زمانی $t=0s$ تا $t=2s$ حرکت، تندشونده و در بازهٔ زمانی $t=2s$ تا $t=6s$ حرکت، کندشونده است. ابتدا با توجه به شکل سهمی و تقارن آن، ریشه‌های نمودار را به‌دست می‌آوریم، سپس معادلهٔ $p-t$ را می‌نویسیم:

ریشه‌ها: $t_1 = 6s \ , \ t_2 = 2-4 = -2s \Rightarrow p = A(t-6)(t+2)$

سپس با توجه به معادلهٔ $p-t$ ، Δp را در هر دو بازهٔ زمانی برحسب A حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} ۰-۲s: \Delta p = p_۲ - p_۰ = A(-۴)(۴) - A(-۶)(۲) = -۴A \\ ۲s-۶s: \Delta p' = p_۶ - p_۲ = ۰ - A(-۴)(۴) = ۱۶A \end{cases}$$

درنهایت با استفاده از رابطهٔ $F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ ، نیروی خالص متوسط را در هر دو بازه برحسب A به‌دست می‌آوریم و نسبت آن‌ها را حساب می‌کنیم:

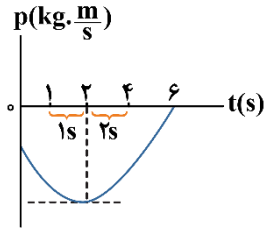
$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} ۰-۲s: |F_{av}| = \frac{۴A}{۲} = ۲A \Rightarrow \text{مرحلهٔ تندشونده} \\ ۲s-۶s: |F'_{av}| = \frac{۱۶A}{۴} = ۴A \Rightarrow \text{مرحلهٔ کندشونده} \end{cases}$$

بنابراین نیروی خالص متوسط در مرحلهٔ تندشونده، نصف مرحلهٔ کندشونده است.

$$\frac{|F_{av}|}{|F'_{av}|} = \frac{۲A}{۴A} = \frac{۱}{۲}$$

روش دوم:

با توجه به این‌که نمودار $p-t$ به‌صورت سهمی است درمی‌یابیم آهنگ تغییرات متوسط (F_{av}) در یک بازهٔ زمانی از $t_۱$ تا $t_۲$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای $(F_{\text{لحظه‌ای}})$ در لحظهٔ وسط آن بازهٔ زمانی برابر است. از طرفی با توجه به خاصیت تقارن سهمی برای این‌که نسبت مقدار نیروی خالص را در دو لحظه به‌دست آوریم، می‌توانیم نسبت فاصلهٔ آن دو نقطه از رأس سهمی را حساب کنیم. درنتیجه داریم:

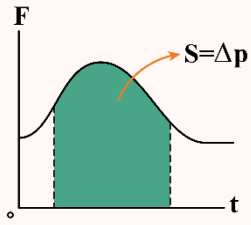


$$\frac{|F_{av(۰-۲)}|}{|F_{av(۲-۶)}|} = \frac{|F_{t=۱s}|}{|F_{t=۴s}|} = \frac{|۱-۲|}{|۴-۲|} = \frac{۱}{۲}$$

نمودار نیرو ـ زمان در تکانه

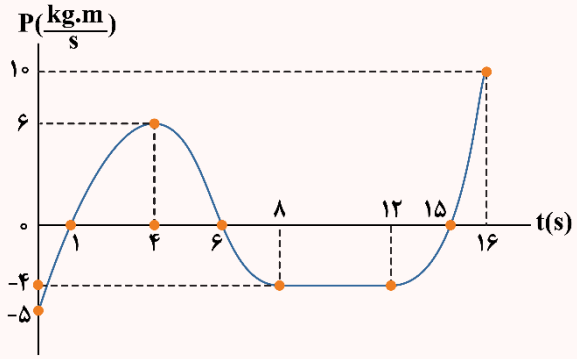
نیرو برابر شیب نمودار $p-t$ است؛ به عبارت دیگر نیرو همان آهنگ تغییر تکانه است، یعنی $F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$.

سطح زیر نمودار نیرو ـ زمان در یک بازهٔ معیّن برابر تغییرات تکانه در همان بازهٔ زمانی است.



درس‌نامه

در ادامه می‌خواهیم ببینیم که از روی نمودار تکانه ـ زمان می‌توان چه نتایجی به‌دست آورد. نمودار تکانه ـ زمان زیر را به‌عنوان مثال درنظر بگیرید که برای جسمی به جرم ۲kg رسم شده است.



۱- تکانه در زمان‌های مختلف:

ساده‌ترین چیزی که از نمودار تکانه ـ زمان می‌فهمیم، تکانهٔ جسم در لحظات مختلف است. مثلاً در نمودار داده‌شده، تکانه در لحظهٔ $t = ۱s$ برابر صفر و در لحظهٔ $t = ۴s$ برابر $۶\frac{kg.m}{s}$ است.

۲- سرعت در لحظات مختلف:

اگر جرم جسم را داشته باشیم، به‌راحتی با استفاده از رابطهٔ $p = mv$ ، سرعت آن را به‌دست می‌آوریم.

$t = ۱s : p = ۰ \rightarrow v = ۰$

$t = ۴s : p = ۶\frac{kg.m}{s} \rightarrow v = \frac{p}{m} = \frac{۶}{۲} = ۳\frac{m}{s}$

دقت کنید هرگاه سرعت یا تکانه، مثبت باشد، متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند و هرگاه سرعت یا تکانه، منفی باشد، متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

۳- نیروی خالص متوسط وارد بر جسم:

نیروی خالص متوسط وارد بر جسم از رابطهٔ $F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید که درواقع برابر شیب خط واصل دو نقطه از نمودار تکانه ـ زمان است. به‌عنوان مثال در بازهٔ زمانی $۱s \le t \le ۴s$ داریم:

$$\begin{cases} t = ۱s : p = ۰ \\ t = ۴s : p = ۶\frac{kg.m}{s} \end{cases} \rightarrow F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{۶-۰}{۴-۱} = ۲N$$

۴- نیروی خالص وارد بر جسم در هر لحظه:

شیب خط مماس بر نمودار تکانه ـ زمان در هر لحظه برابر نیروی خالص وارد بر جسم در آن لحظه است. مثلاً در نمودار داده‌شده، نیروی خالص وارد بر جسم در بازه‌های زمانی $۰ < t < ۴s$ و $۱۲s < t < ۱۶s$ مثبت است (در جهت محور x است) و در بازهٔ $۴s < t < ۸s$ منفی است (در خلاف جهت محور x است) و در بازهٔ $۸s < t < ۱۲s$ صفر است. دقت کنید که در لحظهٔ $t = ۴s$، علامت شیب نمودار، تغییر کرده است، یعنی جهت نیروی خالص وارد بر جسم عوض شده است.

۵- اگر جرم جسم را داشته باشیم، علاوه‌بر محاسبهٔ نیرو از نکات قبل، می‌توانیم با کمک قانون دوم نیوتون، شتاب را هم محاسبه کنیم.

۶- تندشونده و کندشونده بودن حرکت:

هرگاه نمودار از محور افقی، دور شود، حرکت، تندشونده و هرگاه به محور افقی، نزدیک شود، حرکت، کندشونده است. مثلاً در نمودار داده‌شده، در بازه‌های زمانی $۰ < t < ۱s$، $۴s < t < ۶s$ و $۱۲s < t < ۱۵s$ حرکت، کندشونده و در بازه‌های $۱s < t < ۴s$، $۶s < t < ۸s$ و $۱۵s < t < ۱۶s$، حرکت تندشونده است. دقت کنید که در بازهٔ زمانی $۸s < t < ۱۲s$، حرکت با سرعت ثابت انجام شده است.

۷- به‌طور کلی به یاد داشته باشید که اگر جرم جسم را بدانیم، می‌توانیم با تقسیم محور عمودی بر جرم، نمودار تکانه ـ زمان را به نمودار سرعت ـ زمان تبدیل کنیم و درنتیجه همهٔ نکاتی که از نمودار سرعت ـ زمان قابل استنباط است را می‌توانیم بفهمیم.

۸- دقت کنید که اگر به‌جای نمودار تکانه ـ زمان، معادلهٔ تکانه ـ زمان را هم به ما بدهند، به‌طور مشابه می‌توانیم همهٔ موارد بالا را به‌دست آوریم. گاهی هم می‌توانیم معادلهٔ داده‌شده را رسم کنیم و با کمک نمودار به‌دست‌آمده به سؤالات پاسخ دهیم.

گروه آموزشی ماز

۴- وزن جسمی به جرم $۳/۶kg$ در ارتفاع h از سطح زمین، ۲۰N کم‌تر از وزن آن در سطح زمین است. h چند کیلومتر است؟

$(g = ۱۰\frac{N}{kg}\ ,\ R_e = ۶۴۰۰km)$

۱) ۳۲۰۰ ۲) ۱۶۰۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۴۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

گام اول:

نسبت وزن جسم در ارتفاع h (W_h) به وزن جسم در سطح زمین $(W_۰ = mg_۰)$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{W_h}{W_۰} = \frac{۳/۶\times۱۰-۲۰}{۳/۶\times۱۰} = \frac{۱۶}{۳۶} = \frac{۴}{۹}$$

گام دوم:

نسبت شتاب گرانش در ارتفاع h به شتاب گرانش در سطح زمین را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{g_h}{g_۰} = \frac{W_h}{W_۰} = \frac{۴}{۹}$$

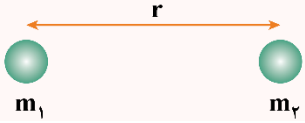
گام آخر:

h را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{g_h}{g_۰} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۴}{۹} = \left(\frac{۶۴۰۰}{۶۴۰۰+h}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{۶۴۰۰}{۶۴۰۰+h} \Rightarrow h = ۳۲۰۰km$$

گرانش

قانون گرانش عمومی: نیروی گرانشی میان دو ذره با حاصل‌ضرب جرم دو جسم نسبت مستقیم و با مربع فاصلهٔ آن‌ها از هم نسبت وارون دارد.



$$F = G\frac{m_۱m_۲}{r^۲}$$

وزن، همان نیروی گرانشی است که زمین به اجسام نزدیک خود وارد می‌کند.

وزن یک جسم در فاصلهٔ h از سطح زمین برابر است با:

$$W = G\frac{mM_e}{(R_e+h)^2}$$

ثابت گرانش عمومی: $G = ۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}\ \frac{N.m^۲}{kg^۲}$

که m جرم جسم و M_e و R_e به‌ترتیب جرم و شعاع زمین است.

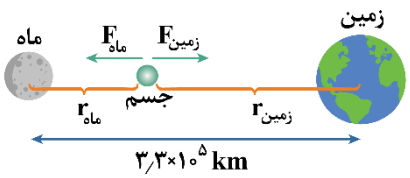
گروه آموزشی ماز

۵- یک جسم فضایی بین کرهٔ زمین و کرهٔ ماه درحال تعادل است. اگر فاصلهٔ مرکز زمین از مرکز ماه $۳/۳\times۱۰^۵ km$ و جرم زمین ۱۰۰ برابر جرم ماه باشد، فاصلهٔ جسم تا مرکز کرهٔ ماه چند کیلومتر است؟

۱) $۱/۵\times۱۰^۴$ ۲) $۳/۳\times۱۰^۴$ ۳) ۳×۱۰^۴ ۴) ۳×۱۰^۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

با توجه به این‌که جسم درحال تعادل است، درمی‌یابیم نیروی خالص وارد بر آن صفر است؛ بنابراین نیروی گرانش ماه بر جسم باید با نیروی گرانش زمین بر جسم برابر باشد:



$$F_{زمین} = F_{ماه} \Rightarrow \frac{Gm_{زمین}.m}{r^۲_{زمین}} = \frac{Gm_{ماه}.m}{r^۲_{ماه}}$$

$$\Rightarrow \frac{m_{زمین}}{m_{ماه}} = \left(\frac{r_{زمین}}{r_{ماه}}\right)^۲ \Rightarrow ۱۰۰ = \left(\frac{r_{زمین}}{r_{ماه}}\right)^۲ \Rightarrow r_{زمین} = ۱۰r_{ماه}$$

$$\overbrace{r_{زمین}}^{۱۰r_{ماه}} + r_{ماه} = ۳/۳\times۱۰^۵ km \Rightarrow ۱۱r_{ماه} = ۳/۳\times۱۰^۵ \Rightarrow r_{ماه} = ۳\times۱۰^۴ km$$

گروه آموزشی ماز

۶- معادلهٔ مکان ـ زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده در SI به‌صورت $x = ۰/۲\cos ۵۰\pi t$ است. چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد نوسانگر صحیح است؟

الف: بیش‌ترین تندی نوسانگر برابر $۱۰\pi\ \frac{m}{s}$ می‌باشد.

ب: در فاصلهٔ ۵cm از نقاط بازگشت، اندازهٔ شتاب نوسانگر $۱۲۵\pi^۲\ \frac{m}{s^۲}$ می‌باشد.

پ: در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰/۰۲s$ تا $t_۲ = ۰/۰۸s$، تندی متوسط نوسانگر برابر $۲۰\ \frac{m}{s}$ می‌باشد.

ت: در بازهٔ زمانی دلخواه به‌اندازهٔ $\Delta t = \frac{۱}{۱۵۰}s$، بیش‌ترین جابه‌جایی طی‌شدهٔ نوسانگر ۲۰cm می‌باشد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

در معادلهٔ مکان ـ زمان داده‌شده ابتدا دامنهٔ نوسان (A) و بسامد زاویه‌ای (ω) و دورهٔ تناوب (T) را تعیین می‌کنیم:

$$x = ۰/۲\cos ۵۰\pi t$$

$$A = ۰/۲m \qquad \omega = ۵۰\pi(\frac{rad}{s})$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{\omega} \xrightarrow{\omega=۵۰\pi} T = \frac{۴}{۱۰۰}s$$

بررسی موارد:

الف

بیش‌ترین تندی نوسانگر هنگام عبور از مرکز نوسان، با استفاده از رابطهٔ $v_{max} = A\omega$ به‌دست می‌آید، پس داریم:

$$v_{max} = A\omega \xrightarrow{A=۰/۲m\ ,\ \omega=۵۰\pi\frac{rad}{s}} v_{max} = ۰/۲\times۵۰\pi = ۱۰\pi\ \frac{m}{s}\ (✓)$$

ب

اندازهٔ شتاب نوسانگر در هر لحظه از رابطهٔ $|a| = \omega^۲x$ به‌دست می‌آید که در آن x فاصله از مرکز نوسان می‌باشد، پس می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{array}{l}\text{فاصله از نقاط بازگشت} = ۵cm = ۰/۰۵m \\ A = ۰/۲m\end{array}\right\} \Rightarrow x = (۰/۲ - ۰/۰۵)m = ۰/۱۵m$$

$$|a|=\omega^{۲}x \xrightarrow{\omega=۵۰\pi(\frac{rad}{s})\ ,\ x=۰/۱۵m} |a|=۲۵۰۰\pi^{۲}\times\frac{۱۵}{۱۰۰}=۳۷۵\pi^{۲}\frac{m}{s^{۲}}$$ (✗)

ب

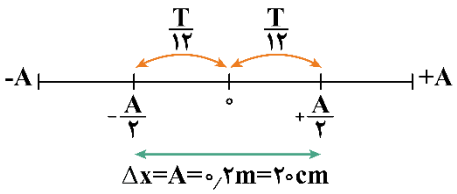
نوسانگر در هر $\frac{T}{۲}$ ثانیه، مسافتی به‌اندازهٔ $۲A$ طی می‌کند. از طرفی $\Delta t=۰/۰۶s=\frac{۳T}{۲}$ است؛ پس مسافت طی‌شده برابر $L=۶A$ می‌باشد، بنابراین برای محاسبهٔ تندی متوسط (s_{av}) داریم:

$$s_{av}=\frac{L}{\Delta t}\xrightarrow{L=۶A=۱/۲m\ ,\ \Delta t=۰/۰۶s} s_{av}=\frac{۱/۲}{۰/۰۶}=۲۰\frac{m}{s}$$ (✓)

پ

بیش‌ترین جابه‌جایی نوسانگر در بازهٔ زمانی دلخواه Δt، در اطراف مرکز نوسان رخ می‌دهد؛ یعنی نصف بازهٔ زمانی موردنظر قبل از $x=۰$ و نصف آن بعد از $x=۰$.

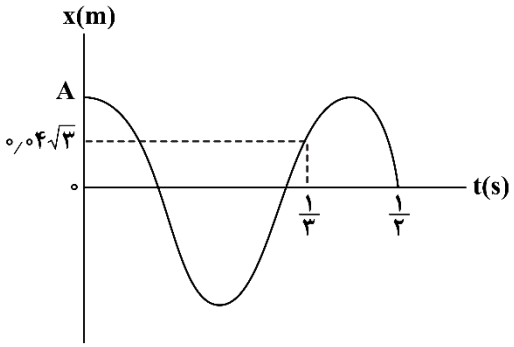
Δt داده‌شده $\frac{۱}{۶}$ دورهٔ تناوب می‌باشد، بنابراین داریم:



$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{۱}{۱۵۰}}{\frac{۴}{۱۰۰}}=\frac{۱}{۶}$$ (✓)

گروه آموزشی ماز

۷- نمودار مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. بیشینهٔ شتاب نوسانگر چند واحد SI است؟



۱) $\pi^{۲}$

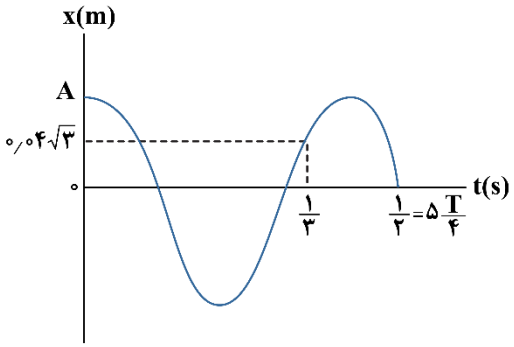
۲) $\sqrt{۳}\pi^{۲}$

۳) $۲\pi^{۲}$

۴) $۲\sqrt{۳}\pi^{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۳)

گام اول:



با توجه به نمودار مکان ـ زمان داده‌شده ابتدا دورهٔ نوسان (T) و سپس بسامد زاویه‌ای (ω) را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۵T}{۴}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow T=\frac{۴}{۱۰}s\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}}\omega=\frac{۲\pi}{\frac{۴}{۱۰}}=۵\pi(\frac{rad}{s})$$

گام دوم:

در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۳}s$ مکان نوسانگر $۰/۰۴\sqrt{۳}\,m$ می‌باشد، پس می‌توان نوشت:

$$x=A\cos\omega t\xrightarrow{x=۰/۰۴\sqrt{۳}\,m\ ,\ \omega=۵\pi\frac{rad}{s}\ ,\ t=\frac{۱}{۳}s}\frac{۴}{۱۰۰}\sqrt{۳}=A\cos(\frac{۵\pi}{۳})\Rightarrow A=\frac{۸\sqrt{۳}}{۱۰۰}m$$

گام آخر:

اندازهٔ شتاب بیشینهٔ نوسانگر از رابطهٔ $|a_{max}|=A\omega^{۲}$ به‌دست می‌آید؛ پس داریم:

$$|a_{max}|=A\omega^{۲}\xrightarrow{A=\frac{۸\sqrt{۳}}{۱۰۰}m\ ,\ \omega=۵\pi\frac{rad}{s}}|a_{max}|=\frac{۸\sqrt{۳}}{۱۰۰}\times۲۵\pi^{۲}=۲\sqrt{۳}\pi^{۲}\frac{m}{s^{۲}}$$

۸- ژئوفیزیک‌دانی با استفاده از یک آونگ ساده به طول ۱۷cm که ۷۲ نوسان کامل را در ۶۰s انجام می‌دهد، شتاب گرانش زمین را در مکانی خاص تعیین می‌کند. وی مقدار شتاب گرانش را در این مکان تقریباً چند متر بر مربع ثانیه به‌دست می‌آورد؟ $(\pi^2 \simeq 10)$

۱) ۹/۸ ۲) ۹/۶ ۳) ۱۰/۲ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

گام اول:

دورهٔ تناوب آونگ را به‌دست می‌آوریم:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow T = \frac{60}{72} = \frac{5}{6}s$$

گام آخر:

طبق رابطهٔ $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$، شتاب گرانش را به‌دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \xrightarrow[L=17cm=0/17m]{T=\frac{5}{6}s\ ,\ \pi=\sqrt{10}} \frac{5}{6} = 2\sqrt{10}\times\sqrt{\frac{0/17}{g}} \Rightarrow \frac{25}{36} = 4\times10\times\frac{0/17}{g}$$

$$\Rightarrow g = 40\times0/17\times\frac{36}{25} \simeq 9/8\frac{N}{kg}$$

آونگ ساده

۱- دورهٔ تناوب یک آونگ ساده به طول L برابر است با:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

۲- برای مقایسهٔ دورهٔ تناوب دو آونگ ساده داریم:

$$T \propto \sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}\times\frac{g_1}{g_2}}$$

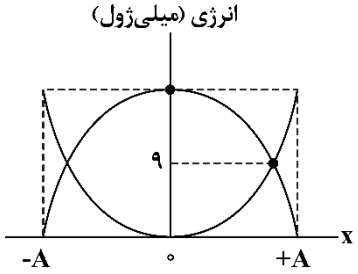
۳- گاهی سؤالات آونگ با سؤالات گرانش ترکیب می‌شوند. در این صورت باید شتاب گرانش را خودمان محاسبه کنیم.

$$\begin{cases} g = G\frac{M}{r^2} \\ T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \end{cases} \rightarrow T = 2\pi r\sqrt{\frac{L}{GM}}$$

در رابطهٔ فوق، r فاصله از مرکز سیاره و M جرم سیاره است.

گروه آموزشی ماز

۹- نمودار انرژی‌های جنبشی و پتانسیل یک نوسانگر ساده به جرم ۴۰۰ گرم برحسب مکان آن، مطابق شکل زیر است. بیشینهٔ تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۰/۳
۲) $0/3\sqrt{2}$
۳) ۰/۹
۴) $0/9\sqrt{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۳)

گام اول:

با توجه به نمودار، در یک لحظه انرژی‌های پتانسیل و جنبشی برابر ۹mJ شده‌اند، بنابراین انرژی مکانیکی برابر است با:

$$E = U + K = 9 + 9 = 18\,mJ = 18\times10^{-3}\,J$$

گام آخر:

انرژی مکانیکی برابر بیشینهٔ انرژی جنبشی است، بنابراین:

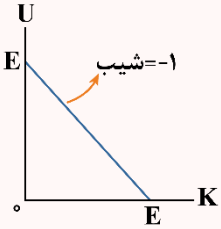
$$\begin{cases} E = K_{max} \\ K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \end{cases} \Rightarrow E = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \Rightarrow 18\times10^{-3} = \frac{1}{2}\times400\times10^{-3}v_{max}^2$$

$$\Rightarrow v_{max}^2 = 0/09 \Rightarrow v_{max} = 0/3\frac{m}{s}$$

انرژی در حرکت هماهنگ ساده

یک نوسانگر وزنه ـ فنر را درنظر بگیرید. این دستگاه دارای انرژی پتانسیل کشسانی (U) و انرژی جنبشی (K) است. در مورد انرژی نوسانگر به نکات زیر توجه کنید.

۱- مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی نوسانگر برابر انرژی مکانیکی آن است که مقدار ثابتی است.

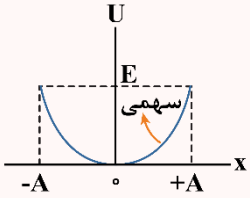


$$U + K = \overset{\text{ثابت}}{E}$$

۲- انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره‌شده در فنر برابر است با:

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \xrightarrow{k=m\omega^2} U = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

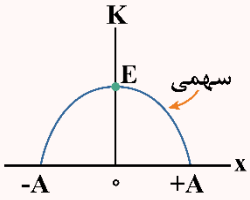
البته توجه داشته باشید که رابطهٔ $U = \frac{1}{2}kx^2$ از کتاب درسی حذف شده است و طرح سؤال مستقیم از آن در کنکور مجاز نمی‌باشد، اینجا برای این‌که موضوع را بهتر متوجه شوید از این رابطه استفاده کرده‌ایم.



۳- بیشینهٔ انرژی پتانسیل کشسانی همان انرژی مکانیکی نوسانگر است.

$$E = U_{max} = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = 2\pi^2A^2f^2m$$

۴- اگر انرژی پتانسیل را از انرژی مکانیکی کم کنیم، انرژی جنبشی نوسانگر به‌دست می‌آید.



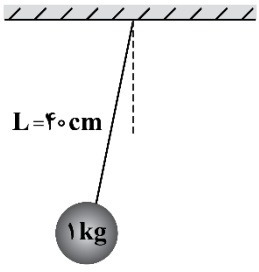
$$\begin{cases} K = E - U \\ U = \frac{1}{2}kx^2 \end{cases} \rightarrow K = E - \frac{1}{2}kx^2 = E - \frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

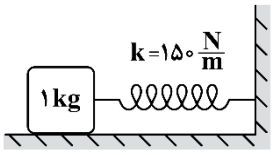
البته اگر سرعت نوسانگر را بدانیم، می‌توانیم از رابطهٔ $K = \frac{1}{2}mv^2$ هم برای محاسبهٔ انرژی جنبشی کمک بگیریم.

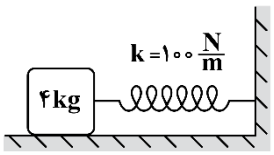
۵- هنگامی‌که متحرک در $x = 0$ (مرکز نوسان) است، همهٔ انرژی به‌صورت جنبشی است. هنگامی‌که متحرک در $x = \pm A$ (نقاط بازگشتی) قرار دارد، همهٔ انرژی به‌صورت انرژی پتانسیل کشسانی است. هنگامی‌که متحرک در مکان $x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$ است، انرژی‌های جنبشی و پتانسیل برابرند و هریک نصف انرژی مکانیکی هستند.

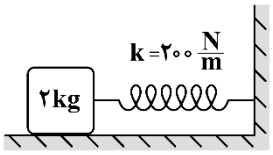
گروه آموزشی ماز

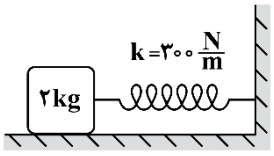
۱۰- آونگ سادهٔ شکل زیر، قادر به تشدید کدام سیستم وزنه ـ فنر می‌باشد؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

نکته

برای آن‌که دو سیستم قادر به تشدید یکدیگر باشند، باید بسامد حرکت هماهنگ ساده آن‌ها با یکدیگر برابر باشد.

گام اول:

بسامد گلولهٔ آونگ ساده را محاسبه می‌کنیم:

$$f_{\text{آونگ}} = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{g}{L}} = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{۱۰}{۰/۴}} = \frac{۵}{۲\pi}\,Hz$$

گام آخر:

حال، بسامد حرکت ۴ سیستم وزنه ـ فنر را می‌یابیم:

$$f_{\text{وزنه ـ فنر}} = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f_۱ = \frac{\sqrt{۱۵۰}}{۲\pi}\,Hz$$

$$f_۲ = \frac{۵}{۲\pi}\,Hz$$

$$f_۳ = \frac{۵}{\pi}\,Hz$$

$$f_۴ = \frac{\sqrt{۱۵۰}}{۲\pi}\,Hz$$

بنابراین سیستم وزنه ـ فنر گزینهٔ (۲) دارای بسامد حرکت یکسان با آونگ ساده بوده و آونگ قادر به تشدید آن خواهد بود.

تشدید

۱- بسامد طبیعی:

اگر یک سامانهٔ جرم ـ فنر یا یک آونگ ساده را از وضع تعادل خارج کرده و رها کنیم با بسامد معیّنی شروع به نوسان می‌کند که به بسامد این حرکت، بسامد طبیعی گویند و با f_0 نشان داده می‌شود.

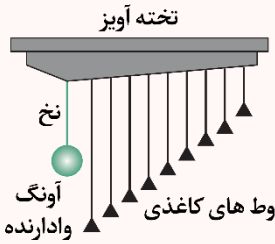
۲- نوسان واداشته:

اگر به‌وسیلهٔ اعمال یک نیروی خارجی، نوسانگرهایی مانند سامانهٔ جرم ـ فنر یا آونگ ساده را وادار به حرکت کنیم، حرکت انجام‌شده را نوسان واداشته می‌گویند و بسامد آن را با f_d نشان می‌دهند.

۳- تشدید:

اگر به یک نوسانگر، یک نیروی خارجی دوره‌ای وارد شود و بسامد نیروی خارجی (f_d) برابر بسامد طبیعی نوسانگر (f_0) باشد، دامنهٔ نوسان‌های جسم، بزرگ و بزرگ‌تر می‌شود که به این پدیده، تشدید یا رزونانس می‌گویند.

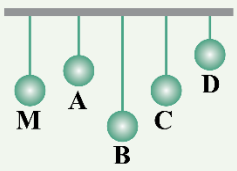
برای بررسی پدیدهٔ تشدید از وسیلهٔ آزمایشگاهی مقابل استفاده می‌شود که به آن آونگ‌های **بارتون** می‌گویند. در این آزمایش اگر آونگ وادارنده شروع به نوسان کند، انرژی آن از طریق نخ به سایر آونگ‌ها منتقل شده و همگی شروع به حرکت می‌کنند



اما آونگی که با آونگ وادارنده هم‌طول است با دامنهٔ بیش‌تری حرکت خواهد کرد، زیرا طبق رابطهٔ $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ آونگ‌های هم‌طول دارای بسامد و بسامد زاویه‌ای یکسانی هستند و درنتیجه در آونگی که با آونگ وادارنده هم‌طول است، تشدید روی می‌دهد.

مثال

طبق شکل زیر، چند آونگ را از سیم افقی آویخته‌ایم. با به نوسان درآوردن آونگ M، کدام آونگ با دامنهٔ بیش‌تری به نوسان واداشته می‌شود؟



۱) A

۲) B

۳) C

۴) D

پاسخ تشریحی:

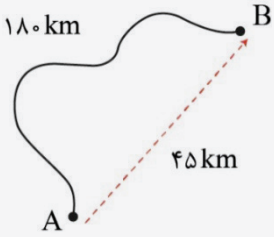
با نوسان گلولهٔ M، گلوله‌ای دچار تشدید می‌شود که هم‌طول آونگ M باشد، زیرا در این صورت بسامدهای یکسان خواهند داشت، بنابراین آونگ C دچار تشدید می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخنامه دفترچه ۲ آزمون مرحله ۱

فیزیک دوازدهم | ۱۷ مهرماه ۱۴۰۴

1. مطابق شکل اتومبیلی روی مسیر نشان داده شده از شهر A به شهر B جابه‌جا می‌شود. اگر اختلاف تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط اتومبیل در این جابه‌جایی برابر $۲۵\frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط اتومبیل در این جابه‌جایی چند کیلومتر بر ساعت است؟



۱) ۲۷۰
۲) ۱۸۰
۳) ۱۶۰
۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | محاسباتی

با توجه به شکل مسافت طی شده و اندازه جابه‌جایی اتومبیل به ترتیب ۱۸۰km و ۴۵km است. اگر مدت زمان حرکت اتومبیل را بر حسب ساعت Δt در نظر بگیریم، تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط برابر است با:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۱۸۰}{\Delta t}\frac{km}{h}$$

$$|v_{av}|=\frac{|\vec{d}|}{\Delta t}=\frac{۴۵}{\Delta t}\frac{km}{h}$$

اختلاف دو مقدار به دست آمده را برابر $۲۵\frac{m}{s}=۹۰\frac{km}{h}$ قرار می‌دهیم:

$$s_{av}-|v_{av}|=\frac{۱۸۰}{\Delta t}-\frac{۴۵}{\Delta t}=\frac{۱۳۵}{\Delta t}=۹۰ \Rightarrow \Delta t=\frac{۳}{۲}h$$

حالا تندی متوسط را به دست می‌آوریم:

$$s_{av}=\frac{۱۸۰}{\Delta t}=\frac{۱۸۰}{\frac{۳}{۲}}=۱۲۰\frac{km}{h}$$

درسنامه

مسافت، جابه‌جایی، تندی متوسط و سرعت متوسط مفاهیمی هستند که در بیشتر تست‌های حرکت‌شناسی مطرح می‌شوند.

در جدول زیر تمام نکات مربوط به این مفاهیم را برای شما جمع‌بندی کرده‌ایم.

کمیت	تعریف	نماد یا فرمول	نوع کمیت
مسافت	طول مسیر طی شده توسط متحرک	ℓ	نرده‌ای
جابه‌جایی	برداری که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی وصل می‌کند.	$\vec{d}$	برداری
تندی متوسط	نسبت مسافت طی شده به مدت زمان طی شدن مسافت	$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}$	نرده‌ای
سرعت متوسط	نسبت جابه‌جایی به مدت زمان سپری شده (آهنگ تغییرات مکان)	$\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t}$	برداری
مقایسهٔ مسافت و اندازهٔ جابه‌جایی		$\lvert\vec{d}\rvert\le\ell$	
مقایسهٔ تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط		$\lvert\vec{v}_{av}\rvert\le s_{av}$	

- در مسیر مستقیم اگر متحرک بدون تغییر جهت حرکت کند حالت تساوی رخ می‌دهد.

2. معادله مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $x=t^3-2t^2+4$ است. اگر سرعت متوسط متحرک در t ثانیه نخست حرکت $8\frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط آن در بازه زمانی $t_1=0$ تا $t_2=3t$ در SI کدام است؟

۱) ۸۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۸۰

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | محاسباتی

ابتدا لحظهٔ t را حساب می‌کنیم. منظور از t ثانیه نخست حرکت، بازه زمانی صفر تا t است. رابطه سرعت متوسط در این بازه را می‌نویسیم تا لحظه t به دست بیاید:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_t-x_0}{t-0}\Rightarrow 8=\frac{(t^3-2t^2+4)-4}{t}=\frac{t(t^2-2t)}{t}\Rightarrow t^2-2t-8=0\Rightarrow \begin{cases}t=-2s & \times\\ t=4s & \checkmark\end{cases}$$

بنابراین سرعت متوسط در بازه زمانی $t_1=0$ و $t_2=12s$ خواسته شده است. سرعت متوسط متحرک در این بازه برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_{t_2}-x_0}{t_2-0}=\frac{t_2(t_2^2-2t_2)}{t_2}=t_2(t_2-2)=12(12-2)=120\frac{m}{s}$$

درسنامه

اگر بتوان رابطه‌ای بین مکان و زمان یک متحرک که روی محور x حرکت می‌کند را به صورت $x=f(t)$ نوشت، این معادله را معادلهٔ مکان- زمان یا معادلهٔ حرکت می‌نامیم.

با استفاده از معادله مکان-زمان می‌توانیم بردار مکان متحرک در هر لحظه، بردارهای جابه‌جایی و سرعت متوسط متحرک در یک بازه زمانی و... را به دست می‌آوریم. به عنوان مثال اگر معادله حرکت متحرکی در SI به صورت $x=t^2-2t+1$ باشد، بردارهای مکان در لحظه‌های $t_1=1s$ و $t_2=2s$ و بردارهای جابه‌جایی و سرعت متوسط در مدت $t_1=1s$ تا $t_2=2s$ برابرند با:

بردارهای مکان:

$$x=t^2-2t+1\begin{cases}x_{1s}=(1)^2-2(1)+1=0\\ x_{2s}=(2)^2-2(2)+1=1m\end{cases}$$

بردار جابه‌جایی:

$$x_{2s}-x_{1s}=1-0=1m$$

بردار سرعت متوسط:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{1}{2-1}=1m/s$$

۳۸. متحرکی که روی خط راست بدون تغییر جهت حرکت می‌کند، $\frac{1}{4}$ مسیری را با سرعت متوسط $10\frac{m}{s}$ و بقیه مسیر را با سرعت متوسط v حرکت می‌کند. اگر مدت زمان طی کردن $\frac{1}{4}$ ابتدای مسیر با مدت زمان طی کردن بقیه مسیر یکسان باشد، تندی متوسط متحرک در کل مسیر حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

ابتدا v را به دست می‌آوریم. طبق صورت تست، مدت زمان طی کردن $\frac{1}{4}$ ابتدای مسیر با مدت زمان طی کردن باقی مسیر باهم برابر است. پس:

$$\Delta t_1=\Delta t_2\xrightarrow{v=\frac{\Delta x}{\Delta t}}\frac{\Delta x_1}{v_1}=\frac{\Delta x_2}{v_2}\Rightarrow\frac{\frac{1}{4}\Delta x}{10}=\frac{\frac{3}{4}\Delta x}{v}\Rightarrow v=30\frac{m}{s}$$

حالا تندی متوسط در کل مسیر را حساب می‌کنیم. مدت زمان سپری شده در هر دو قسمت باهم برابر است. پس:

$$s_{av}=v_{av}=\frac{|\Delta x_1|+|\Delta x_2|}{\Delta t_1+\Delta t_2}=\frac{v_1\Delta t_1+v_2\Delta t_2}{\Delta t_1+\Delta t_2}=\frac{10t+30t}{t+t}=\frac{40t}{2t}=20\frac{m}{s}$$

نکته در مسیرهای چندقسمتی برای محاسبه تندی متوسط، مسافت کل را بر زمان کل تقسیم می‌کنیم.

$$s_{av}=\frac{|\Delta x_1|+|\Delta x_2|}{\Delta t_1+\Delta t_2}=\frac{v_1\Delta t_1+v_2\Delta t_2+\dots}{\Delta t_1+\Delta t_2+\dots}$$

4. متحرکی روی محور x در حال حرکت است. سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1=0$ تا $t_2=4s$ برابر $(-2\frac{m}{s})\vec{i}$ و در بازه زمانی $t_2=4s$ تا $t_3=10s$ برابر $\vec{v}$ است. اگر بردارهای مکان متحرک در لحظه‌های t_1 و t_3 به‌ترتیب $\vec{r}_1=(12m)\vec{i}$ و $\vec{r}_3=(-20m)\vec{i}$ باشد، $\vec{v}$ در SI کدام است؟

۱) $-\frac{8}{3}\vec{i}$ ۲) $-4\vec{i}$ ۳) $+\frac{8}{3}\vec{i}$ ۴) $4\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

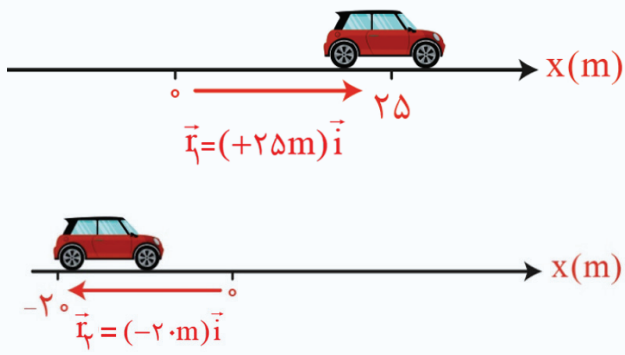
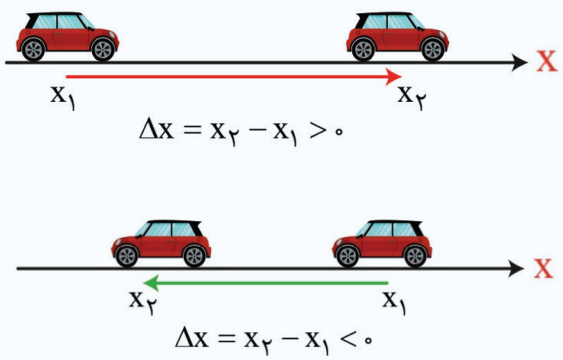
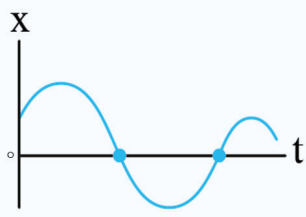
ابتدا بردار مکان متحرک در لحظه $t_2=4s$ را به دست می‌آوریم. برای این منظور از رابطه سرعت متوسط در بازه زمانی $t_1=0$ تا $t_2=4s$ استفاده می‌کنیم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow -2=\frac{x_{4s}-x_0}{4-0}\Rightarrow -2=\frac{x_{4s}-12}{4}\Rightarrow x_{4s}=4m$$

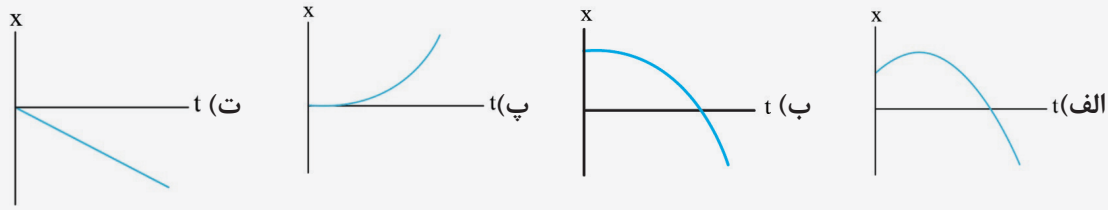
حالا $\vec{v}$ را به دست می‌آوریم:

$$\vec{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_{10s}-x_{4s}}{10-4}=\frac{-20-4}{6}=-4\frac{m}{s}\Rightarrow \vec{v}=(-4\frac{m}{s})\vec{i}$$

درسنامه

بردار مکان	بردار جابه‌جایی
برداری است که مبدأ $(x=0)$ را به مکان جسم وصل می‌کند.	برداری است که مکان آغازین را به مکان پایانی وصل می‌کند.
برای متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند دو جهت ممکن برای بردار مکان وجود دارد.	برای متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند دو جهت ممکن برای بردار جابه‌جایی وجود دارد.
	
هنگام عبور متحرک از مبدأ مکان جهت بردار مکان عوض می‌شود. در نمودار $(x-t)$ محل تقاطع منحنی با محور زمان لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان است.  ۲ بار جهت بردار مکان عوض شده است.	

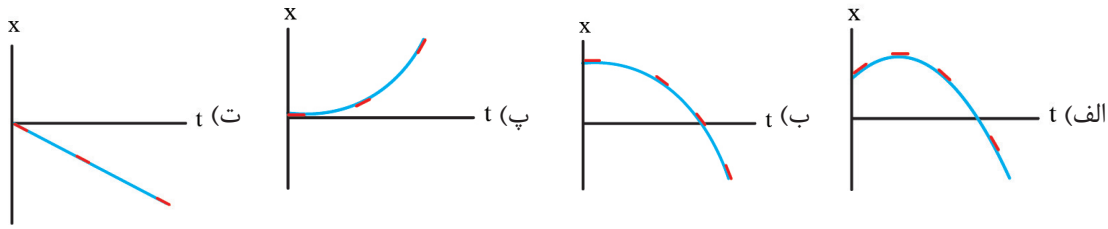
5. نمودارهای مکان ـ زمان چهار متحرک که در امتداد محور x حرکت می‌کنند مطابق شکل‌های زیر است. کدام متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است و به تدریج به تندی خود اضافه کرده است؟



۱) الف، ب ۲) پ، ت ۳) ب، پ ۴) الف، ت

پاسخ: گزینه ۳ ساده | مفهومی

شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در هر لحظه برابر سرعت متحرک در آن لحظه و اندازه آن برابر تندی متحرک در آن لحظه است. بنابراین شیب مماس بر نمودار مکان- زمان در لحظه $t=0$ باید برابر صفر باشد و به تدریج اندازه شیب مماس‌ها بر نمودار افزایش یابد. خط‌های مماس بر نمودارها را در چندین لحظه رسم می‌کنیم:

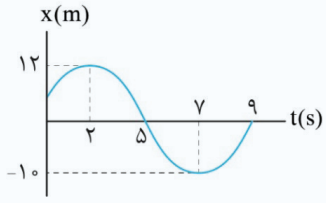


با توجه به مماس‌های رسم شده، در موارد ب و پ، شیب مماس در $t=0$ برابر صفر و با گذشت زمان اندازه شیب مماس بر نمودار افزایش می‌یابد.

درسنامه

برخی از اطلاعات به دست آمده از از نمودار مکان-زمان:

نمودار مکان - زمان مکان متحرک را در هر لحظه نشان می‌دهد.



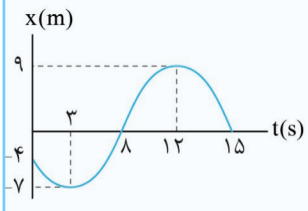
$t=2s \rightarrow x_2=12m$

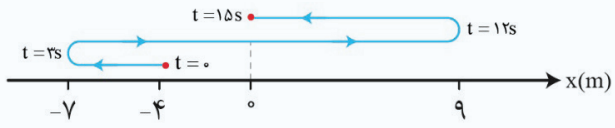
$t=5s \rightarrow x_5=0$

$t=7s \rightarrow x_7=-10m$

$\Delta x_{2\rightarrow 7}=x_7-x_2=-10-12=-22m$

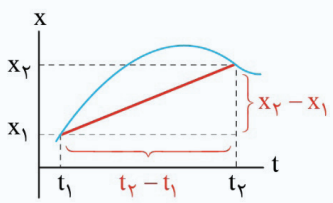
با توجه به نمودار $x-t$ می‌توانیم مسیر حرکت متحرک را روی محور x رسم می‌کنیم و مسافت طی شده را محاسبه می‌کنیم.





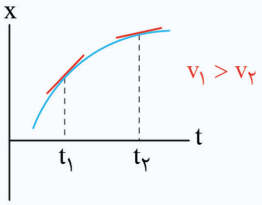
$l=3+7+9+9=28m$

سرعت متوسط در نمودار $x-t$



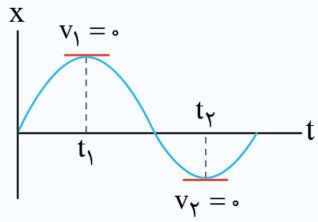
شیب خط $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$

سرعت لحظه‌ای در نمودار $x-t$

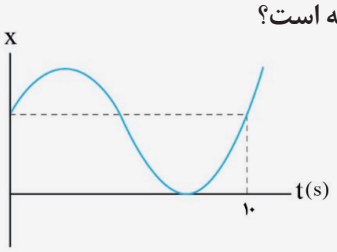


شیب خط مماس در هر لحظه $=v$

نقاط توقف و تغییر جهت حرکت متحرک در قله‌ها ودره‌های نمودار رخ می‌دهد.

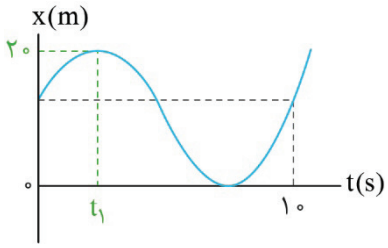


6. نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به صورت زیر است. اگر بردار مکان متحرک در اولین تغییر جهت متحرک برابر $(+20m)\vec{i}$ باشد، تندی متوسط متحرک در ۱۰ ثانیه نخست حرکت چند متر بر ثانیه است؟



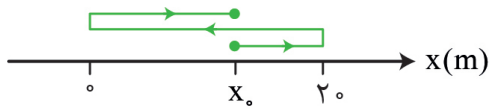
۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۸

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | محاسباتی



اولین تغییر جهت متحرک در لحظه t_1 است. طبق صورت سوال، متحرک در این لحظه در مکان $x = 20m$ قرار دارد. پس نمودار مکان ـ زمان متحرک به صورت زیر است:

اگر مکان اولیه متحرک x_0 باشد، مسیر حرکت متحرک در ۱۰ ثانیه نخست به صورت زیر است.



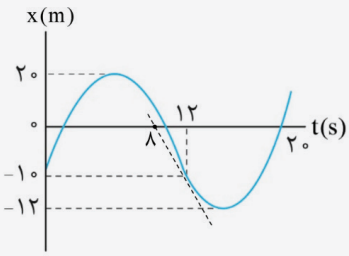
با توجه به مسیر، مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:

$$\ell = (20 - x_0) + 20 + (x_0 - 0) = 40m$$

حالا تندی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{40}{10} = 4\frac{m}{s}$$

7. نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. خط مماس بر منحنی در لحظه $t' = 12s$ رسم شده است. تندی متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 20s$ چند برابر تندی متحرک در لحظه $t' = 12s$ است؟



۱) ۱/۴۸
۲) ۱/۸۵
۳) ۲/۳۵
۴) ۳/۷۰

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | محاسباتی

مسافت طی شده در ۲۰ ثانیه نخست برابر است با:

$$\ell = 10 + 20 + 32 + 12 = 74m$$

تندی متوسط در ۲۰ ثانیه نخست برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{74}{20} = 3/7\frac{m}{s}$$

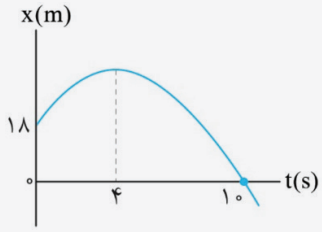
تندی متحرک در هر لحظه در نمودار مکان ـ زمان برابر با اندازه شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه است. پس:

$$|v_{۱۲s}|=|\frac{-۱۰}{۴}|=\frac{۱۰}{۴}\frac{m}{s}$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{s_{av}}{|v_{۱۲s}|}=\frac{۳/۷}{\frac{۱۰}{۴}}=\frac{۱۴/۸}{۱۰}=۱/۴۸$$

8. نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در ۱۰ ثانیه نخست حرکت، اگر تندی متوسط متحرک در هنگامی که متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند با تندی متوسط آن هنگامی که در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند یکسان باشد، بزرگی سرعت متوسط متحرک در مدت زمانی که بردارهای سرعت و مکان آن در خلاف جهت یکدیگرند چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱/۸

۲) ۴/۵

۳) ۹

۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | محاسباتی

مکان تغییر جهت متحرک را x در نظر می‌گیریم. تندی متوسط متحرک در بازه زمانی (۰,۴s) که متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند و تندی متوسط متحرک در بازه زمانی (۴s,۱۰s) که متحرک خلاف جهت محور x حرکت می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\Rightarrow\begin{cases}s_{av(۰,۴s)}=\frac{x-۱۸}{۴-۰}=\frac{x-۱۸}{۴}\\ s_{av(۴s,۱۰s)}=\frac{|۰-x|}{۱۰-۴}=\frac{x}{۶}\end{cases}$$

طبق صورت تست این دو باهم برابرند، پس:

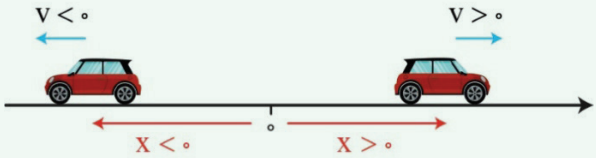
$$s_{av(۰,۴s)}=s_{av(۴s,۱۰s)}\Rightarrow\frac{x-۱۸}{۲}=\frac{x}{۳}\Rightarrow ۳x-۵۴=۲x\Rightarrow x=۵۴m$$

در بازهٔ زمانی ۴s تا ۱۰s بردارهای مکان و سرعت متحرک در خلاف جهت هم هستند، بزرگی سرعت متوسط در این بازه زمانی برابر است با:

$$|v_{av(۴s,۱۰s)}|=\frac{|\Delta x|}{\Delta t}=\frac{|۰-۵۴|}{۱۰-۴}=\frac{۵۴}{۶}=۹\frac{m}{s}$$

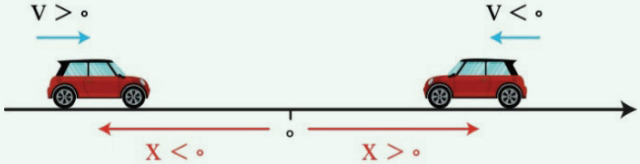
نکته در حرکت بر روی خط راست وقتی بردارهای مکان و سرعت خلاف جهت هم هستند متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ می‌باشد و وقتی بردارهای مکان و سرعت در جهت هم‌دیگر باشند متحرک در حال دور شدن از مبدأ می‌باشد.

متحرک در حال دور شدن از مبدأ:



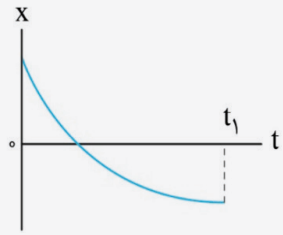
$xv>۰$

متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ:



$xv<۰$

9. شکل زیر نمودار مکان ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که بر روی محور x حرکت می‌کند. کدام موارد دربارهٔ بردار مکان و بردار سرعت متحرک در بازه زمانی صفر تا t_1 درست است؟



الف) بردار مکان متحرک همواره در خلاف جهت محور x است.

ب) بردار سرعت متحرک یک بار تغییر جهت داده است.

پ) طول بردار مکان متحرک ابتدا کاهش سپس افزایش یافته است.

ت) تندی متحرک همواره در حال کاهش است.

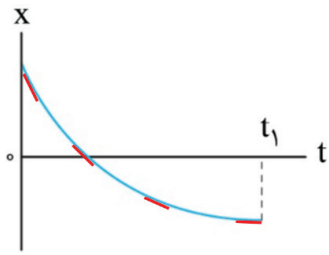
۱) الف، ب ۲) ب، پ ۳) پ، ت ۴) الف و ت

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | مفهومی

به بررسی هریک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

الف نادرست، متحرک ابتدا در x های مثبت حرکت می‌کند سپس در x های منفی حرکت می‌کند. بنابراین بردار مکان متحرک ابتدا در جهت محور x سپس در خلاف جهت محور x است.

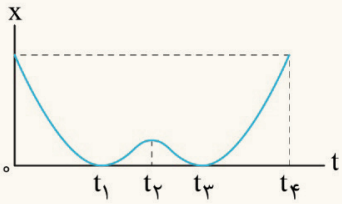
ب نادرست، به شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان برابر سرعت متحرک است. چون شیب خط مماس همواره منفی است، سرعت متحرک همواره در خلاف جهت محور x است و متحرک تغییر جهت نداده است.



پ درست، با نزدیک شدن متحرک به مبدأ، طول بردار مکان کاهش و با دور شدن متحرک از مبدأ، طول بردار مکان افزایش می‌یابد. با توجه به نمودار، متحرک ابتدا به مبدأ نزدیک سپس از آن دور شده است. پس طول بردار مکان ابتدا کاهش سپس افزایش یافته است.

پ درست، اندازه شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان برابر تندی متحرک است. با توجه به مماس‌های رسم شده، اندازه شیب خط مماس‌های وارد بر نمودار در حال کاهش است. پس تندی متحرک در بازهٔ زمانی $(0, t_1)$ در حال کاهش است.

تست‌درتست متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است. با توجه به نمودار مکان - زمان این متحرک، چند مورد از عبارت‌های زیر در مورد حرکت آن درست است؟



الف) بردار مکان متحرک دو بار تغییر جهت داده است.

ب) در بازه زمانی صفر تا t_2 متحرک در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند.

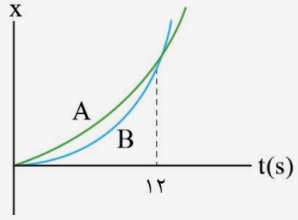
پ) سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا t_4 برابر صفر است.

ت) تندی متوسط متحرک در بازه زمانی t_2 تا t_4 با بزرگی سرعت متوسط در این بازه زمانی برابر نیست.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

10. شکل زیر نمودار مکان ـ زمان دو متحرک را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند. در لحظه $t = 6s$ فاصله بین دو متحرک بیشترین مقدار در بازه زمانی $(0,12s)$ است. اگر نسبت تندی متحرک A به تندی متحرک B در لحظه‌های $t_1 = 5s$، $t_2 = 6s$ و $t_3 = 7s$ به ترتیب K_1، K_2 و K_3 باشد، کدام رابطه درست است؟



۱) $K_2 = 1 \ , \ K_1 < K_2 < K_3$

۲) $K_2 < 1 \ , \ K_1 < K_2 < K_3$

۳) $K_2 < 1 \ , \ K_1 > K_2 > K_3$

۴) $K_2 = 1 \ , \ K_1 > K_2 > K_3$

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | مفهومی

شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان برابر سرعت متحرک است. با توجه به نمودارهای دو متحرک، اندازه سرعت دو متحرک در بازه زمانی (۰,۱۲s) در حال افزایش است. چون دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت کرده‌اند و بیشترین فاصله بین دو متحرک در لحظه $t=۶s$ رخ داده، پس سرعت متحرک A در ۶ ثانیه نخست بزرگتر از متحرک B است که فاصله بین دو متحرک زیاد شده و از ۶s تا ۱۲s سرعت متحرک B بزرگتر از سرعت متحرک A است که فاصله بین دو متحرک در حال کاهش است تا در $t=۱۰s$ دو متحرک مجدداً به هم می‌رسند. بنابراین قبل از $t=۶s$ سرعت متحرک A بزرگتر از سرعت متحرک B است و پس از $t=۶s$، سرعت متحرک B بزرگتر از سرعت متحرک A است. بنابراین نسبت‌های خواسته شده به شکل زیر است:

$$K_۱>۱\ ,\ K_۲=۱\ ,\ K_۳<۱$$

با توجه به نتیجه به دست آمده، گزینه ۴ درست است.

فیزیک دوازدهم | ۱ آبان‌ماه ۱۴۰۴

1. متحرکی ۱۰ ثانیه اول حرکتش را با تندی متوسط $۳\frac{m}{s}$، سپس ۵ ثانیه بعد از آن را با تندی متوسط $۱۲\frac{m}{s}$ طی می‌کند. تندی متوسط متحرک در این ۱۵ ثانیه، چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱) ۶ ۲) ۷/۵ ۳) ۲۱/۶ ۴) ۲۷

پاسخ: گزینه ۳ ساده | محاسباتی

برای این‌که تندی متوسط متحرک در مدت ۱۵s را حساب کنیم، به مسافت طی شده در این مدت نیاز داریم. تندی متوسط متحرک در ۱۰s اول حرکتش و ۵s پس از آن را داریم. پس می‌توانیم مسافت طی شده توسط متحرک در ۱۰s اول حرکتش و ۵s پس از آن را به دست بیاوریم.

$$\ell_{۱۰s\text{تا}۰s} = s_{av,۱}\,\Delta t_۱ \xrightarrow[\Delta t_۱ = ۱۰s]{s_{av,۱} = ۳\frac{m}{s}} \ell_{۱۰s\text{تا}۰s} = ۳\times ۱۰ = ۳۰m$$

$$\ell_{۱۵s\text{تا}۱۰s} = s_{av,۲}\,\Delta t_۲ \xrightarrow[\Delta t_۲ = ۵s]{s_{av,۲} = ۱۲\frac{m}{s}} \ell_{۱۵s\text{تا}۱۰s} = ۱۲\times ۵ = ۶۰m$$

مسافت طی شده در مدت زمان‌های ۰s تا ۱۰s و ۱۰s تا ۱۵s را داریم. پس مسافت طی شده در مدت زمان ۰s تا ۱۵s (چیزی که دنبالش بودیم) را می‌توانیم با جمع کردن این دو مسافت، به دست بیاوریم.

$$\ell_{۱۵s\text{تا}۰s} = \ell_{۱۰s\text{تا}۰s} + \ell_{۱۵s\text{تا}۱۰s} \xrightarrow[\ell_{۱۵s\text{تا}۱۰s} = ۶۰m]{\ell_{۱۰s\text{تا}۰s} = ۳۰m} \ell_{۱۵s\text{تا}۰s} = ۳۰ + ۶۰ = ۹۰m$$

الان همه چیز را برای محاسبه تندی متوسط متحرک در مدت زمان ۰s تا ۱۵s داریم و کافی است داده‌ها را در رابطه زیر جای‌گذاری کنیم.

$$s_{av} = \frac{\ell_{۱۵s\text{تا}۰s}}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۱۵s]{\ell_{۱۵s\text{تا}۰s} = ۹۰m} s_{av} = \frac{۹۰}{۱۵} = ۶\frac{m}{s}$$

خطر در کمین است! اگر گزینه (۱) را انتخاب کردید قطعاً از زیان‌کاران هستید. چون سوال، تندی متوسط را بر حسب $\frac{km}{h}$ می‌خواهد، نه $\frac{m}{s}$!

نکته تبدیل یکای $\frac{km}{h}$ به $\frac{m}{s}$ و برعکس به صورت زیر است.

$$\frac{km}{h} \underset{\times\frac{۳۶}{۱۰}}{\overset{\times\frac{۱۰}{۳۶}}{\rightleftarrows}} \frac{m}{s}$$

تندی متوسط متحرک در مدت ۰s تا ۱۵s (s_{av}) را بر حسب $\frac{km}{h}$ به دست می‌آوریم و تمام!

$$s_{av} = ۶\frac{m}{s} \xrightarrow{\text{تبدیل } \frac{m}{s} \text{ به } \frac{km}{h}} s_{av} = ۶\times\frac{۳۶}{۱۰} = ۲۱/۶\frac{km}{h}$$

درسنامه

تندی متوسط: اگر متحرکی، مسافت ℓ را در مدت زمان Δt طی کند، تندی متوسط آن (s_{av}) از رابطه زیر به دست می‌آید و بیانگر این است که متحرک در هر ثانیه به‌طور متوسط، چند متر مسافت طی کرده است.

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

2. متحرکی با تندی ثابت $20\,m/s$ روی محیط دایره‌ای به شعاع $20m$ حرکت می‌کند. بزرگی سرعت متوسط متحرک در یک بازه زمانی $4/5$ ثانیه‌ای چند متر بر ثانیه است؟ $(\pi=3)$

۱) $\frac{80}{9}$ ۲) $\frac{40}{9}$ ۳) $\frac{20\sqrt{2}}{9}$ ۴) $\frac{40\sqrt{2}}{9}$

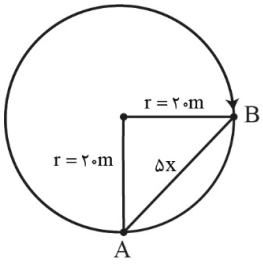
پاسخ: گزینه ۴ متوسط | محاسباتی

اگر جابه‌جایی متحرک در مدت زمان $4/5s$ را داشته باشیم، می‌توانیم سرعت متوسط آن در این مدت زمان را حساب کنیم. از آن‌جا که متحرک روی محیط دایره حرکت می‌کند، پس باید ببینیم که چه بخشی از محیط دایره را در این مدت طی می‌کند. برای این‌که ببینیم متحرک چه بخشی از محیط را در مدت $4/5s$ طی می‌کند، مسافت طی شده در این مدت و محیط دایره را حساب می‌کنیم.

$$\ell = s_{av}\,\Delta t \xrightarrow[\Delta t=4/5s=\frac{9}{2}s]{s_{av}=20\frac{m}{s}} \ell = \overset{10}{\cancel{20}}\times\frac{9}{\underset{1}{\cancel{2}}} = 90m$$

$$\text{محیط دایره} = 2\pi r \xrightarrow[r=20m]{\pi=3} \text{محیط دایره} = 2\times3\times20 = 120m$$

مسافتی که متحرک در مدت $4/5s$ طی می‌کند، $90m$ و محیط دایره $120m$ است. پس متحرک در این مدت $\frac{90}{120}=\frac{3}{4}$ از محیط دایره را طی می‌کند. در این صورت، اگر متحرک مطابق شکل زیر در نقطه A قرار داشته باشد، پس از $4/5s$ به نقطه B می‌رسد. الان می‌توانیم جابه‌جایی متحرک در مدت زمان $4/5s$ و سرعت متوسط آن در این مدت را به دست بیاوریم.



$$d = \sqrt{20^2+20^2} = 20\sqrt{2}m$$

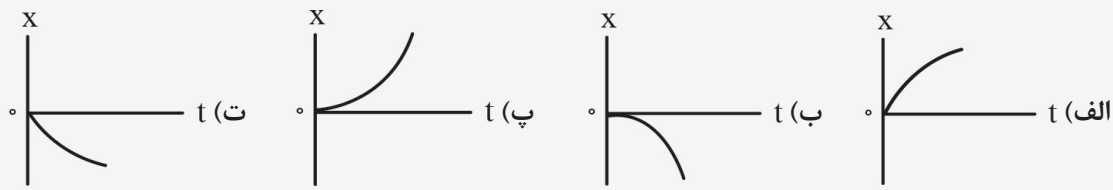
$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=\frac{9}{2}s]{d=20\sqrt{2}m} v_{av} = \frac{20\sqrt{2}}{\frac{9}{2}} = \frac{40\sqrt{2}}{9}\frac{m}{s}$$

درسنامه

سرعت متوسط: اگر متحرکی در مدت زمان Δt، جابه‌جایی $\vec{d}$ را طی کند، سرعت متوسط آن $(\vec{v}_{av})$ از رابطه زیر به دست می‌آید و بیانگر این است که متحرک در هر ثانیه به‌طور متوسط، چند متر از بردار جابه‌جایی را طی کرده است.

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

3. نمودارهای مکان - زمان زیر مربوط به متحرک‌هایی هستند که روی محور x حرکت می‌کنند. در کدام نمودارها بردارهای مکان، سرعت و شتاب متحرک هر سه در یک جهت هستند؟



۱) الف و ب ۲) الف و ت ۳) ب و پ ۴) پ و ت

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | کاربردی

علامت‌های بردار مکان، سرعت و شتاب متحرک را به ترتیب از طریق موقعیت قرارگیری، شیب مماس بر نمودار مکان - زمان و تغییرات سرعت نسبت به زمان متحرک پیدا می‌کنیم.

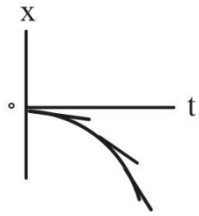


الف متحرک در قسمت مثبت محور x است ← بردار مکان متحرک در جهت محور x است.

شیب مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه در جهت محور x است ← سرعت متحرک در جهت محور x است.

اندازه شیب مماس بر نمودار مکان - زمان (اندازه سرعت متحرک) در حال کاهش است ← شتاب متحرک در خلاف جهت سرعت آن یعنی در خلاف جهت محور x است.

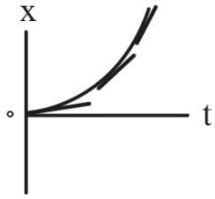
ب) متحرک در قسمت منفی محور x است ← بردار مکان متحرک در خلاف جهت مح ور x است.



شیب مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه، در خلاف جهت محور x است ← سرعت متحرک در خلاف جهت محور x است.

اندازه شیب مماس بر نمودار مکان - زمان (اندازه سرعت متحرک) در حال افزایش است ← شتاب متحرک هم‌جهت با سرعت آن یعنی در خلاف جهت محور x است.

پ) متحرک در قسمت مثبت محور x است ← بردار مکان متحرک در جهت محور x است.



شیب مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه، در جهت محور x است ← سرعت متحرک در جهت محور x است.

اندازه شیب مماس بر نمودار مکان - زمان (اندازه سرعت متحرک) در حال افزایش است ← شتاب متحرک هم‌جهت با سرعت آن یعنی در جهت محور x است.

ت) متحرک در قسمت منفی محور x است ← بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x است.



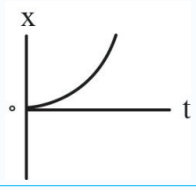
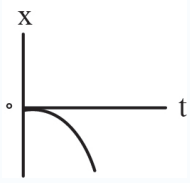
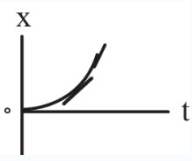
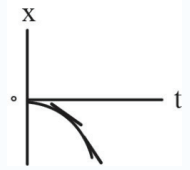
شیب مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه، در خلاف جهت محور x است ← سرعت متحرک در خلاف جهت محور x است.

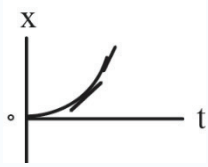
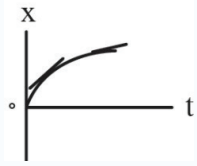
اندازه شیب مماس بر نمودار مکان - زمان (اندازه سرعت متحرک) در حال کاهش است ← شتاب متحرک خلاف جهت سرعت آن یعنی در جهت محور x است.

بنابراین، هر سه بردار مکان، سرعت و شتاب متحرک در نمودارهای «ب» و «پ» در یک جهت هستند.

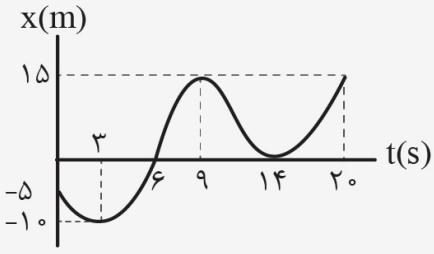
درسنامه:

اگر متحرکی بر روی محور x حرکت کند، از روی **نمودار مکان - زمان** آن می‌توانیم جهت‌های بردار مکان، سرعت و شتاب آن را پیدا کنیم. در جدول زیر حالت‌های ممکن را نشان دادیم.

کمیت	روش تشخیص	حالت‌های ممکن	جهت کمیت	مثال
بردار مکان	موقعیت قرارگیری متحرک	متحرک در قسمت مثبت محور x باشد.	در جهت محور x است.	
		متحرک در قسمت منفی محور x باشد.	در خلاف جهت محور x است.	
سرعت	شیب مماس بر نمودار	شیب مماس بر نمودار مثبت باشد.	در جهت محور x است.	
		شیب مماس بر نمودار منفی باشد.	در خلاف جهت محور x است.	

شتاب	تغییرات اندازه سرعت	اگر اندازه سرعت متحرک افزایش یابد.	هم‌جهت با سرعت است.	
		اگر اندازه سرعت متحرک کاهش یابد.	در خلاف جهت سرعت است.	

4. نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند به شکل زیر است. کدام موارد درباره حرکت متحرک در ۲۰ ثانیه نخست حرکت درست است؟



الف) بردار مکان متحرک دو بار تغییر جهت داده است.

ب) تندی متوسط متحرک $3\,m/s$ است.

پ) در مدت زمانی که بردار مکان متحرک در جهت محور x و بردار سرعت آن در خلاف جهت محور x است، بردار شتاب متحرک تغییر جهت داده است.

ت) بردار شتاب متوسط در خلاف جهت محور است.

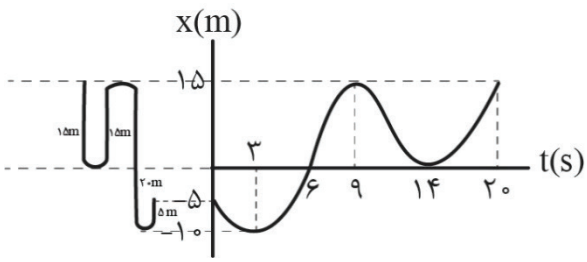
۱) الف و ب ۲) ب و پ ۳) پ و ت ۴) الف و ت

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی، مفهومی

بررسی عبارت‌ها:

الف متحرک یک بار از مبدأ مختصات عبور کرده است، پس بردار مکان متحرک نیز یک بار تغییر جهت داده است. ✗ و (۱) و (۴) پَرا!

ب ابتدا مسافت طی شده توسط متحرک را از روی نمودار مکان - زمانش پیدا می‌کنیم سپس تندی متوسط آن را حساب می‌کنیم.



$$\ell = 5+25+15+15 = 60\,m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 20\,s]{\ell = 60\,m} s_{av} = \frac{60}{20} = 3\,\frac{m}{s}$$

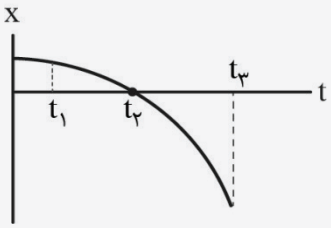
و (۳) پَر پَرا!

پ در بازه زمانی $(6s, 20s)$، متحرک در قسمت مثبت محور x حرکت می‌کند. پس در این مدت، بردار مکان متحرک در جهت محور x است. متحرک در بازه‌های زمانی $(0s, 3s)$ و $(9s, 14s)$ در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. (شیب مماس بر نمودار منفی است)، پس سرعت متحرک در این بازه‌های زمانی، در خلاف جهت محور x است، بنابراین در بازه زمانی $(9s, 14s)$ بردار مکان متحرک در جهت محور x و سرعت متحرک در خلاف جهت محور x است. شیب مماس بر نمودار مکان - زمان در این بازه زمانی ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد؛ این یعنی این‌که اندازه سرعت متحرک ابتدا افزایش سپس کاهش پیدا کرده است. پس شتاب متحرک در این مدت تغییر جهت داده است. ✓

ت شیب مماس بر نمودار مکان - زمان متحرک در لحظه $t_1 = 0$ منفی و در لحظه $t_2 = 20s$ مثبت است. پس سرعت متحرک در لحظه $t_1 = 0$ منفی و در لحظه $t_2 = 20s$ مثبت است. طبق رابطه زیر، شتاب متوسط متحرک در این بازه زمانی در جهت محور x است.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta x} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \xrightarrow[v_1 < 0]{v_2 > 0} a_{av} > 0 \quad ✗$$

5. نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در کدام بازه زمانی بزرگتر از تندی متوسط آن بازه‌های زمانی دیگر است؟

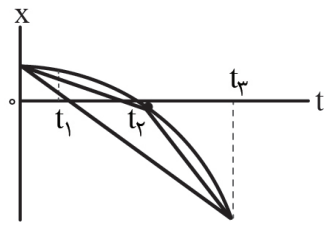


۱) $(0, t_1)$
۲) (t_1, t_2)
۳) (t_2, t_3)
۴) $(0, t_3)$

پاسخ: گزینه ۳ ساده | مفهومی

ابتدا نکته زیر را بخوانید.

نکته اگر متحرکی تغییر جهت ندهد، اندازه سرعت متوسط آن در هر بازه زمانی برابر با تندی متوسط متحرک در آن بازه زمانی است.

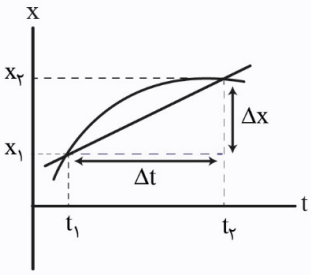


در نمودار مکان - زمان متحرک می‌بینیم که متحرک دائماً در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند و در نتیجه تغییر جهت نداده است. پس طبق نکته بالا، برای مقایسه تندی متوسط متحرک در بازه‌های زمانی داده شده، به سراغ اندازه سرعت متوسط متحرک در آن بازه‌های زمانی می‌رویم. از آن‌جا که نمودار مکان - زمان متحرک را داریم، پس شیب نمودار در بازه‌های زمانی داده شده را رسم می‌کنیم و اندازه آن را که برابر با تندی متوسط متحرک در آن بازه زمانی است، با هم مقایسه می‌کنیم.

همان‌طور که می‌بینید، اندازه شیب نمودار مکان - زمان متحرک در بازه زمانی (t_2, t_3) بیشتر از بقیه است. پس اندازه سرعت متوسط متحرک و در نتیجه، تندی متوسط آن در این بازه زمانی بزرگ‌تر از اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک در بقیه بازه‌های زمانی است.

درسنامه

شیب پاره‌خط واصل بین دو لحظه در نمودار مکان - زمان، بیانگر سرعت متوسط متحرک در آن بازه زمانی است.



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

6. بردار شتاب متوسط متحرکی که روی محور x ها حرکت می‌کند در بازه زمانی $(0, 10s)$ در SI برابر $-2\vec{i}$ و بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی $(6s, 10s)$ در SI برابر $+3\vec{i}$ است. اگر سرعت متحرک در لحظه $t = 6s$ برابر $(-12\frac{m}{s})\vec{i}$ باشد، بردار سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 0$ در SI کدام است؟

۱) $-20\vec{i}$ ۲) $+20\vec{i}$ ۳) $-42\vec{i}$ ۴) $+42\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

ابتدا داده‌های مربوط به شتاب متوسط متحرک را در رابطه $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ جای‌گذاری می‌کنیم تا ببینیم چه می‌شود!

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \begin{cases} \vec{a}_1 = \dfrac{v_{10} - v_0}{t_{10} - t_0} \xrightarrow[t_{10}=10s,\, t_0=0s]{\vec{a}_1 = -2\vec{i}} -2\vec{i} = \dfrac{v_{10} - v_0}{10 - 0} \rightarrow v_{10} - v_0 = -20\vec{i} \quad (1) \\ \vec{a}_2 = \dfrac{v_{10} - v_6}{t_{10} - t_6} \xrightarrow[t_{10}=10s,\, t_6=6s]{\vec{a}_2 = 3\vec{i}} 3\vec{i} = \dfrac{v_{10} - v_6}{10 - 6} \rightarrow v_{10} - v_6 = 12\vec{i} \quad (2) \end{cases}$$

سوال به ما، سرعت متحرک در لحظه $t = 6s$ (یعنی v_6) را داده است. از دو رابطه (۱) و (۲) که به دست آوریم، مقدار v_6 را می‌توانیم در رابطه (۲) جای‌گذاری کنیم و مقدار v_{10} را از دل آن بیرون بکشیم.

$$v_{۱۰}-v_{۶}=۱۲\vec{i} \xrightarrow{v_{۶}=-۱۲\vec{i}} v_{۱۰}-(-۱۲\vec{i})=۱۲\vec{i} \rightarrow v_{۱۰}=۰\frac{m}{s}$$

سوال از ما، بردار سرعت متحرک در لحظه $t=۰s$ (یعنی $v_{۰}$) را می‌خواهد که آن را می‌توانیم از رابطه (۱) پیدا کنیم.

$$v_{۱۰}-v_{۰}=-۲۰\vec{i} \xrightarrow{v_{۱۰}=۰\frac{m}{s}} ۰-v_{۰}=-۲۰\vec{i} \rightarrow v_{۰}=۲۰\vec{i}$$

درسنامه

بردار شتاب متوسط: اگر سرعت متحرکی در لحظه $t_۱$ برابر با $v_۱$ و در لحظه $t_۲$ برابر با $v_۲$ باشد، بردار شتاب متوسط آن از رابطه زیر به دست می‌آید.

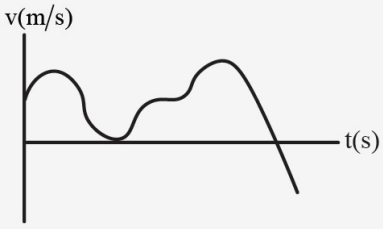
$$\vec{a}_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}$$

تست‌درتست متحرکی روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی $t_۱=۵s$ تا $t_۲=۰s$ در SI برابر $-۴\vec{i}$ و در بازه زمانی $t_۲=۱۰s$ تا $t_۳=۱۲s$ برابر $۲\vec{i}$ است. بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی $t_۱=۵s$ تا $t_۳=۱۲s$ در SI، کدام است؟ (تجربی - ۱۴۰۰)

۱) $-\frac{۲}{۷}\vec{i}$ ۲) $-\frac{۱۶}{۷}\vec{i}$ ۳) $۴\vec{i}$ ۴) $۸\vec{i}$

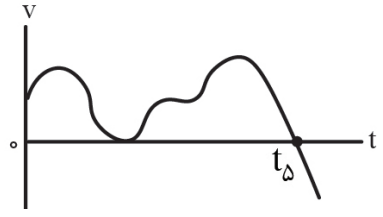
پاسخ: گزینه ۲

7. نمودار سرعت - زمان متحرکی که در روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تعداد تغییر جهت‌های بردار سرعت و تعداد تغییر جهت‌های بردار شتاب متحرک به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

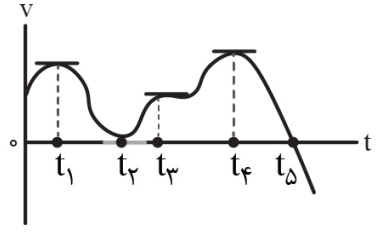


۱) ۱ و ۲
۲) ۳ و ۳
۳) ۳ و ۲
۴) ۱ و ۳

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | مفهومی



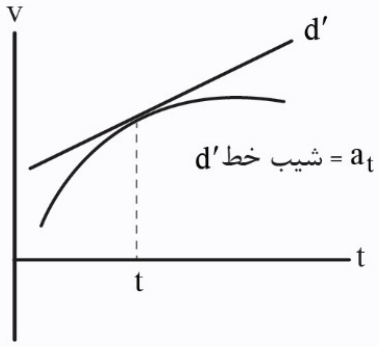
تعداد تغییر جهت بردار سرعت: در شکل زیر می‌بینید که علامت سرعت متحرک در لحظه $t_۵$ از مثبت به منفی تغییر کرده است. پس نمودار سرعت متحرک، یک بار تغییر جهت داده است. (۲ و ۳ پَر!)

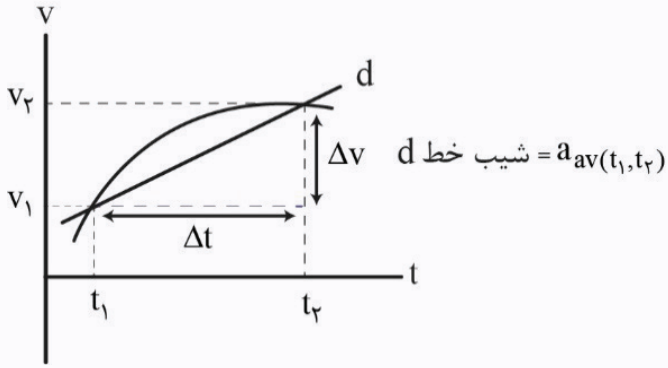


تعداد تغییر جهت بردار شتاب: در این‌جا به سراغ شیب مماس بر نمودار سرعت - زمان می‌رویم. چون شیب مماس بر نمودار سرعت - زمان در هر لحظه بیانگر شتاب متحرک در آن لحظه است. همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، شیب مماس بر نمودار سرعت - زمان متحرک در لحظه‌های $t_۱, t_۲, t_۴$ صفر شده و تغییر علامت داده است؛ پس بردار شتاب متحرک، سه بار تغییر جهت داده است (۱ پَر پَرا!). دقت کنید درست است که شیب مماس بر نمودار سرعت - زمان در لحظه $t_۳$ صفر شده است، اما علامت آن قبل و پس از این لحظه، مثبت است و تغییر علامت نداده است.

درسنامه

شیب مماس بر نمودار سرعت - زمان متحرک در هر لحظه، بیانگر شتاب متحرک در آن لحظه است و شیب پاره‌خط واصل بین دو لحظه، بیانگر شتاب متوسط متحرک در آن بازه زمانی است.



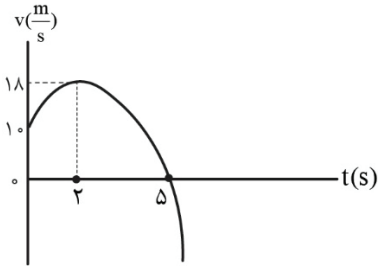


8. معادله سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v=-۲t^۲+۸t+۱۰$ است. بردار شتاب متوسط متحرک در مدتی که به صورت کندشونده در جهت محور x حرکت می‌کند، در SI کدام است؟

۱) $-۶\vec{i}$ ۲) $-۲\vec{i}$ ۳) $+۲\vec{i}$ ۴) $+۶\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | محاسباتی

بهترین کار این است که نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کنیم تا ببینیم در چه بازه زمانی‌ای متحرک به صورت کندشونده در جهت محور x حرکت می‌کند. برای این کار، ریشه‌ها و رأس معادله سرعت - زمان را پیدا می‌کنیم.



$$v=-۲t^۲+۸t+۱۰\rightarrow -۲(t-۵)(t+۱)=۰\rightarrow t_۱=-۱s\ \times\ ,\ t_۲=۵s$$

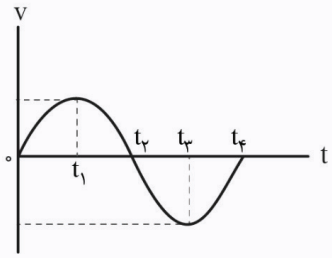
$$t_{راس}:\frac{-b}{۲a}=\frac{-۸}{۲(-۲)}=۲s\ ,\ v_{راس}=-۲(۲)^۲+۸(۲)+۱۰=۱۸\frac{m}{s}$$

در بازه زمانی $(۰s,۵s)$، علامت سرعت متحرک مثبت است؛ پس متحرک در این مدت در جهت محور x حرکت می‌کند و در بازه زمانی $(۲s,۵s)$، تندی متحرک در حال کاهش است؛ پس حرکت متحرک در این مدت به صورت کندشونده است. سوال از ما، بردار شتاب متوسط متحرک را در مدت زمانی که به صورت کندشونده در جهت محور x حرکت می‌کند، یعنی بازه زمانی $(۲s,۵s)$ می‌خواهد و ما هم حسابش می‌کنیم.

$$\vec{a}_{av}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{\vec{v}_۵-\vec{v}_۲}{t_۵-t_۲}\xrightarrow[t_۵=۵s\ ,\ t_۲=۲s]{v_۵=۰\frac{m}{s}\ ,\ \vec{V}_۲=۱۸\vec{i}}\vec{a}_{av}=\frac{۰-۱۸\vec{i}}{۵-۲}=-۶\vec{i}$$

درسنامه:

نکات زیر را درباره نمودار سرعت - زمان باید بدانید.



۱- اگر علامت سرعت متحرک مثبت باشد (نمودار بالای محور t باشد)، یعنی متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند و اگر علامت سرعت منفی باشد (نمودار پایین محور t باشد)، یعنی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؛ مثلاً در نمودار بالا متحرک در بازه زمانی $(۰,t_۲)$ در جهت محور x و در بازه زمانی $(t_۲,t_۴)$، در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

۲- اگر تندی متحرک افزایش یابد (نمودار از محور t دور شود)، نوع حرکت متحرک به صورت تندشونده و اگر تندی متحرک کاهش یابد (نمودار به محور t نزدیک شود)، نوع حرکت متحرک به صورت کندشونده است؛ مثلاً در نمودار بالا نوع حرکت متحرک در بازه زمانی $(t_۱,t_۲)$، به صورت کندشونده است.

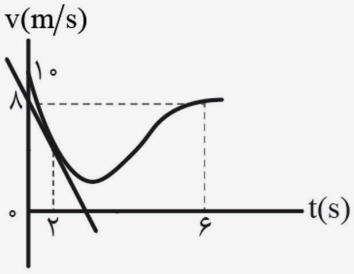
۳- در لحظه‌ای که علامت سرعت تغییر می‌کند، متحرک تغییر جهت می‌دهد، مثلاً در نمودار بالا متحرک در لحظه $t_۲$ تغییر جهت می‌دهد. دقت کنید که در لحظه‌های صفر و $t_۴$، سرعت متحرک صفر شده است ولی چون علامت آن تغییر نکرده است، پس متحرک تغییر جهت نداده است و صرفاً در این لحظات ایستاده بوده است.

تست‌درتست معادله سرعت - زمان متحرکی در SI به صورت $v=3t^2-8$ است. شتاب متوسط آن در ۲ ثانیه دوم چند متر بر مربع ثانیه است؟ (ریاضی ۱۴۰۴)

۱) ۱۸ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱

9. نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1=2s$ تا $t_2=6s$ برابر $1m/s^2$ باشد، شتاب متحرک در لحظهٔ $t=2s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟ (خط رسم شده در لحظهٔ $t=2s$ بر نمودار مماس است.)



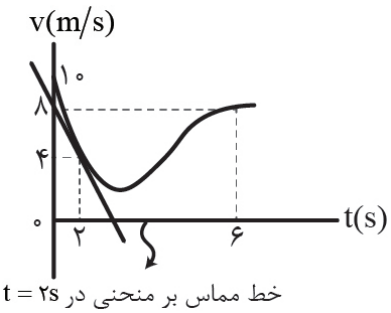
۱) ۲
۲) ۱
۳) -1
۴) -2

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | محاسباتی

شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $(2s,6s)$ را داریم. داده‌ها را در رابطه شتاب متوسط جای گذاری می‌کنیم تا سرعت متحرک در لحظهٔ $t=2s$ به دست بیاید.

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_6-v_2}{t_6-t_2}\xrightarrow[t_6=6s,\,t_2=2s]{a_{av}=1\frac{m}{s},\,V_6=8\frac{m}{s}}1=\frac{8-v_2}{6-2}\rightarrow 8-v_2=4\rightarrow v_2=4\frac{m}{s}$$

خب، سرعت متحرک در لحظه $t=2s$ را پیدا کردیم. سوال از ما شتاب متحرک در لحظه $t=2s$ را می‌خواهد که با استفاده از شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در این لحظه، می‌توانیم حسابش کنیم.



خط مماس بر منحنی در $t=2s$

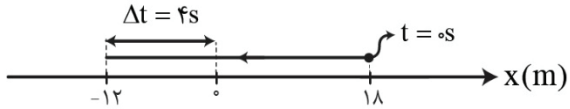
$$t=2s\text{ شیب نمودار در لحظه}=a_{2s}=\frac{4-8}{2-0}=-2\frac{m}{s^2}$$

10. متحرکی با سرعت ثابت روی محور x حرکت می‌کند. اگر بردار مکان متحرک ۴ ثانیه پس از تغییر جهت بردار مکان آن $(-12m)\vec{i}$ و بردار مکان اولیه متحرک $(+18m)\vec{i}$ باشد، بردار مکان متحرک در لحظهٔ $t=12s$ در SI کدام است؟

۱) $-18\vec{i}$ ۲) $+18\vec{i}$ ۳) $-54\vec{i}$ ۴) $+54\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | محاسباتی

وقتی متحرک از مبدأ عبور می‌کند، بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد. پس منظور از این‌که، بردار مکان متحرک ۴ ثانیه پس از تغییر جهت بردار مکان (عبور از مبدأ)، $-12\vec{i}$ می‌شود، آن است که ۴ ثانیه طول می‌کشد تا متحرک از مکان $x_1=0m$ به مکان $x_2=-12m$ برسد. شکل زیر را کشیدیم تا بهتر متوجه شوید.



با استفاده از این اطلاعات، می‌توانیم سرعت متحرک را به دست بیاوریم (توجه کنید که چون متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کند، پس سرعت متوسط آن در هر بازه زمانی برابر با سرعت آن در هر لحظه است.)

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=4s]{\Delta x=-12-0=-12m}v_{av}=\frac{-12}{4}=-3\frac{m}{s}$$

سوال از ما، بردار مکان متحرک در لحظه $t=۱۲s$ را می‌خواهد. با استفاده از معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت، مکان متحرک در این لحظه را پیدا می‌کنیم سپس بردار مکان آن را می‌نویسیم.

$$x=vt+x_{\circ} \xrightarrow[t=۱۲s,\ x_{\circ}=۱۸m]{v=v_{av}=-۳\frac{m}{s}} x=-۳\times ۱۲+۱۸=-۱۸m \rightarrow \vec{r}=(-۱۸m)\vec{i}$$

درسنامه:

معادله مکان - زمان متحرکی که با سرعت ثابت v بر روی خط راست حرکت می‌کند به صورت زیر است:

$x=vt+x_{\circ}$ $x_{\circ}$: مکان متحرک در $t=۰$

11. یک تانک ساکن گلوله‌ای را به سمت یک هدف در فاصلهٔ ۱۷۰۰ متری شلیک می‌کند و پس از ۶/۷s از شلیک گلوله، صدای انفجار هدف توسط سرنشین تانک شنیده می‌شود. اگر سرعت صوت در هوای محیط ۳۴۰m/s باشد، اندازهٔ سرعت متوسط گلوله تانک از لحظه شلیک شدن تا رسیدن به هدف چند متر بر ثانیه است؟ (مسیر حرکت گلوله تا رسیدن به هدف خط راست است.)

۱) $۱/۷\times ۱۰^{۳}$ ۲) $۱۰^{۳}$ ۳) $۸/۵\times ۱۰^{۲}$ ۴) ۲×۱۰^{۳}

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

وقتی تانک شلیک می‌کند، مدت زمانی طول می‌کشد تا گلوله مسیر تانک تا هدف را طی کند ($t_{گلوله}$) سپس مدت زمان دیگری طول می‌کشد تا صوت همین مسیر را از هدف تا تانک طی کند ($t_{صوت}$). مدت زمان شلیک تا شنیدن صدای انفجار، برابر با مجموع این دو مدت زمان است که برابر با ۶/۷ ثانیه است.

$$t_{گلوله}+t_{صوت}=۶/۷s$$

فاصله هدف تا تانک و سرعت صوت را داریم؛ پس می‌توانیم $t_{صوت}$ را به دست بیاوریم.

$$\Delta x=v_{صوت}\,t_{صوت} \xrightarrow[v_{صوت}=۳۴۰\frac{m}{s}]{\Delta x=۱۷۰۰m} \overset{۵}{\cancel{۱۷۰۰}}=\overset{۱}{\cancel{۳۴۰}}\,t_{صوت} \rightarrow t_{صوت}=۵s$$

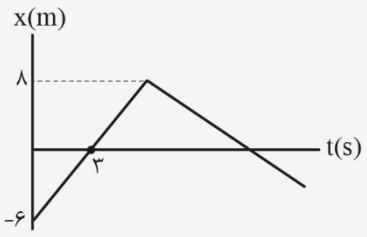
حالا که $t_{صوت}$ را به دست آوردیم، می‌توانیم زمان شلیک گلوله تا رسیدن به هدف $t_{گلوله}$ را هم پیدا کنیم.

$$t_{گلوله}+t_{صوت}=۶/۷ \xrightarrow{t_{صوت}=۵s} t_{گلوله}+۵=۶/۷ \rightarrow t_{گلوله}=۱/۷s$$

الان همه چیز را برای محاسبه سرعت متوسط گلوله تانک داریم:

$$v_{av,گلوله}=\frac{\Delta x}{t_{گلوله}} \xrightarrow[t_{گلوله}=۱/۷s]{\Delta x=۱۷۰۰m} v_{av,گلوله}=\frac{۱۷۰۰}{۱/۷}=۱۰^{۳}\frac{m}{s}$$

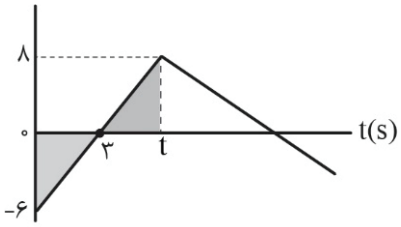
12. نمودار مکان - زمان متحرکی که در روی محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر بزرگی شتاب متوسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ نخست حرکتش برابر $۰/۶m/s^{۲}$ باشد، بردار مکان متحرک در چه لحظه‌ای برای بار دوم تغییر جهت می‌دهد؟



۱) ۸
۲) ۹
۳) ۱۰
۴) ۱۱

پاسخ: گزینه ۲ سخت | محاسباتی

نمودار مکان - زمان این متحرک از دو قسمت تشکیل شده است. در قسمت اول، متحرک با سرعت ثابت در جهت محور x حرکت می‌کند. (شیب نمودار در این قسمت مثبت است) و در قسمت دوم، متحرک با سرعت ثابت در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند (شیب نمودار در این قسمت



منفی است). با تشابه دو مثلث ایجاد شده، لحظه تغییر جهت را به دست می‌آوریم تا اطلاعات‌مان نسبت به متحرک کامل‌تر شود.

$$\frac{\overset{۱}{\not۶}}{\not۳}=\frac{\overset{۴}{\not۸}}{t-۳}\rightarrow t-۳=۴\rightarrow t=۷s$$

خب، الان می‌فهمیم که سرعت متحرک در بازه زمانی $(۰s,۷s)$ مثبت و پس از آن منفی است.

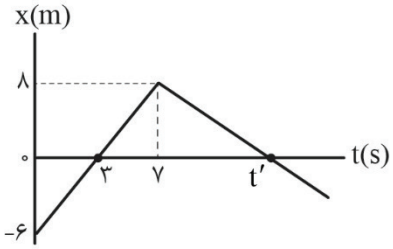
سوال به ما بزرگی شتاب متوسط متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکتش را داده است. چون $v_۰>۰$ و $v_{۱۰}<۰$ است، پس مقدار $v_{۱۰}-v_۰$ منفی است و در نتیجه، شتاب متوسط متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکتش طبق رابطه $a_{av}=\frac{\overbrace{v_{۱۰}-v_۰}^{\text{منفی}}}{\underbrace{t_{۱۰}-t_۰}_{\text{مثبت}}}$ منفی است. شتاب متوسط متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکتش (a_{av}) را که داریم؛ پس سرعت اولیه حرکت $(v_۰)$ را با کمک شیب نمودار مکان - زمان در قسمت اول حرکت می‌توانیم حساب کنیم.

$$v_۰=\frac{۰-(-۶)}{۳-۰}=۲\frac{m}{s}$$

حالا سرعت متحرک در لحظه $t=۱۰s$ $(v_{۱۰})$ را با استفاده از شتاب متوسط آن در ۱۰ ثانیه اول حرکتش (a_{av}) به دست می‌آوریم.

$$a_{av}=\frac{v_{۱۰}-v_۰}{t_{۱۰}-t_۰}\xrightarrow[t_{۱۰}=۱۰s,t_۰=۰s]{a_{av}=-۰/۶\frac{m}{s^۲},v_۰=۲\frac{m}{s}}-۰/۶=\frac{v_{۱۰}-۲}{۱۰-۰}\rightarrow v_{۱۰}-۲=-۶\rightarrow v_{۱۰}=-۴\frac{m}{s}$$

وقتی متحرک از مبدأ مختصات عبور می‌کند، بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد. همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، متحرک در لحظه $t_۳=۳s$ برای بار اول و در لحظه t' برای بار دوم از مبدأ مختصات عبور می‌کند؛ پس بردار مکان متحرک در لحظه $t_۳=۳s$ برای بار اول و در لحظه t' برای بار دوم تغییر جهت می‌دهد. سوال از ما لحظه‌ای را که بردار مکان متحرک برای بار دوم تغییر جهت می‌دهد، یعنی لحظه t' را می‌خواهد. سرعت متحرک در لحظه $t=۱۰s$ $(v_{۱۰})$ برابر با شیب نمودار مکان - زمان در قسمت دوم حرکت است که با استفاده از آن می‌توانیم لحظه t' را به دست بیاوریم.



$$\text{شیب نمودار مکان - زمان در قسمت دوم حرکت}=v_{۱۰}\rightarrow v_{۱۰}=\frac{۰-۸}{t'-۷}$$

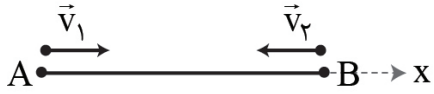
$$\xrightarrow{v_{۱۰}=-۴\frac{m}{s}}-۴=\frac{۰-۸}{t'-۷}\rightarrow t'-۷=۲\rightarrow t'=۹s$$

13. دو اتومبیل (۱) و (۲) هم‌زمان از شهرهای A و B با تندی‌های ثابت روی جادهٔ مستقیم به سمت شهر مبدأ اتومبیل دیگر حرکت می‌کنند. اگر اتومبیل (۱) در مدت ۱۰ ساعت از شهر A به شهر B و اتومبیل (۲) در مدت ۱۵ ساعت از شهر B به شهر A برسد، پس از چند ساعت از شروع حرکت، دو اتومبیل به هم می‌رسند؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | محاسباتی

در این جور سوال‌ها، رسم شکل کارتان را ساده‌تر می‌کند. مثلاً شکل زیر، دو شهر A و B را نشان می‌دهد که اتومبیل (۱) از شهر A به سمت شهر B و اتومبیل (۲) از شهر B به سمت شهر A حرکت می‌کند.



حالا با نوشتن معادله مکان - زمان دو اتومبیل دست طراح را از پشت می‌بندیم.

$$x_۱ = v_۱ t + x_A \quad , \quad x_۲ = -v_۲ t + x_B$$

اتومبیل (۱) در مدت ۱۰ ساعت از شهر A به شهر B می‌رسد:

$$x_B = v_۱ t_۱ + x_A \xrightarrow{t_۱ = ۱۰h} x_B - x_A = ۱۰v_۱ \quad (۱)$$

اتومبیل (۲) در مدت ۱۵ ساعت از شهر B به شهر A می‌رسد:

$$x_A = -v_۲ t_۲ + x_B \xrightarrow{t_۲ = ۱۵h} x_B - x_A = ۱۵v_۲ \quad (۲)$$

همان‌طور که می‌بینید، سمت چپ تساوی دو رابطه (۱) و (۲) با هم برابر است، پس سمت راست تساوی این دو رابطه نیز با هم برابر است.

$$\overset{۲}{\not۱۰} v_۱ = \overset{۳}{\not۱۵} v_۲ \rightarrow V_۲ = \frac{۲}{۳} v_۱$$

حالا می‌خواهیم ببینیم که در چه لحظه‌ای این دو اتومبیل به هم می‌رسند. وقتی دو اتومبیل به هم می‌رسند، در یک مکان یکسانی قرار می‌گیرند. پس معادله مکان - زمان دو اتومبیل را برابر با یک‌دیگر قرار می‌دهیم و لحظه وصال! را پیدا می‌کنیم.

$$x_۱ = x_۲ \xrightarrow[x_۲ = -V_۲ t_۲ + x_B]{x_۱ = V_۱ t_۱ + x_A} v_۱ t_۱ + x_A = -v_۲ t_۲ + x_B \xrightarrow[x_B - x_A = ۱۰v_۱]{v_۲ = \frac{۲}{۳} v_۱ , t_۱ = t_۲ = t} v_۱ t = -\frac{۲}{۳} v_۱ t + ۱۰v_۱$$

$$\xrightarrow{\div v_۱} t = -\frac{۲}{۳} t + ۱۰ \rightarrow \frac{\overset{۱}{\not۵}}{۳} t = \overset{۲}{\not۱۰} \rightarrow t = ۶h$$

14. قطاری با سرعت ثابت روی مسیر مستقیمی در حال حرکت است و ۱۵ ثانیه طول می‌کشد تا این قطار از روبروی ناظر ساکن به طور کامل عبور کند. اگر این قطار در مدت ۷۵ ثانیه به‌طور کامل از روی پلی به طول ۳۰۰m عبور کند، چند ثانیه به‌طور کامل قطار روی پل قرار داشته است؟

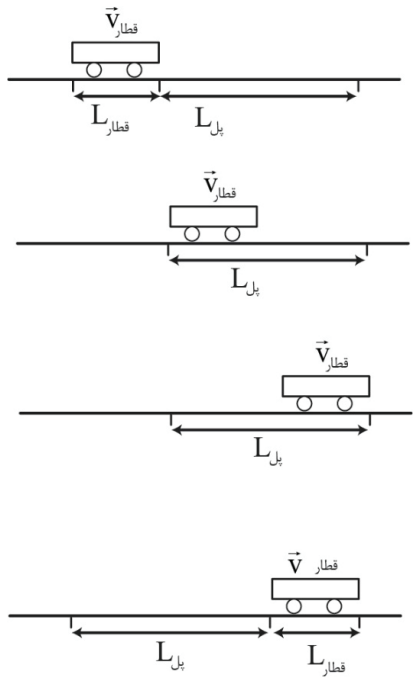
۱) ۳۵ ۲) ۴۵ ۳) ۵۵ ۴) ۳۰

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

روش اول: خودتان را جای ناظر بگذارید و تصور کنید که ایستادید و قطار به شما نزدیک می‌شود. از موقعی که سر قطار را می‌بینید تا موقعی که انتهای قطار را می‌بینید و به طور کامل از جلوی چشم‌تان عبور کند، ۱۵ ثانیه طول می‌کشد. از این موضوع می‌توانیم طول قطار را به دست بیاوریم.

$$L_{\text{قطار}} = V_{\text{قطار}} - \Delta t_{\text{قطار}} \xrightarrow{\Delta t_{\text{قطار}} = ۱۵s} L_{\text{قطار}} = ۱۵V_{\text{قطار}}$$

حالا شکل‌های (الف) تا (ت) را ببینید.



همان‌طور که می‌بینید، قطار مجموع طول خودش ($L_{قطار}$) و طول پل ($L_{پل}$) را طی می‌کند تا به‌طور کامل از روی پل عبور کند. طبق گفته سوال، ۷۵ ثانیه طول می‌کشد تا قطار مجموع این دو طول ($L_{پل}+L_{قطار}$) را طی کند. از معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت استفاده می‌کنیم تا ببینیم چه می‌شود.

$$L_{قطار}+L_{پل}=v_{قطار}\times\Delta t_{پل\ و\ قطار}\xrightarrow[\Delta t_{پل\ و\ قطار}=۷۵s]{L_{قطار}=۱۵v_{قطار},L_{پل}=۳۰۰m}۱۵v_{قطار}+۳۰۰=۷۵v_{قطار}\rightarrow \frac{۱}{۶۰}v_{قطار}=\frac{۵}{۳۰۰}\rightarrow v_{قطار}=۵\frac{m}{s}$$

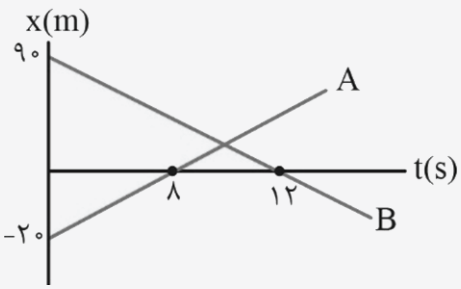
شکل‌های (ب) و (پ) را ببینید. در مدت زمانی که طول می‌کشد تا قطار از وضعیت شکل (ب) به وضعیت شکل (پ) برسد، به‌طور کامل روی پل قرار دارد و قطار در این مدت به اندازه ($L_{قطار}-L_{پل}$) جابه‌جا شود. دوباره از معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت استفاده می‌کنیم و مدت زمانی را که قطار به طور کامل روی پل قرار دارد، به دست می‌آوریم.

$$L_{پل}-L_{قطار}=v_{قطار}-\Delta t\xrightarrow[L_{قطار}=۱۵v_{قطار}=۱۵\times۵=۷۵m]{L_{پل}=۳۰۰m,v_{قطار}=۵\frac{m}{s}}۳۰۰-۷۵=۵\Delta t\rightarrow\Delta t=\frac{۲۲۵}{۵}=۴۵s$$

روش دوم: مسافتی که قطار طی می‌کند و در آن تماماً روی پل قرار دارد برابر با اختلاف طول پل و طول قطار است. مسافتی که قطار طی می‌کند تا کاملاً از پل عبور کند برابر با مجموع طول پل و طول قطار است. بنابراین اختلاف مسافت این دو حالت، ۲ برابر طول قطار است.

می‌دانیم طول قطار به مدت ۱۵s از روبروی یک ناظر ساکن عبور کرده است پس قطار مسیری به طول ۲ برابر طول خودش را در مدت $۲\times۱۵=۳۰s$ طی می‌کند. بنابراین اختلاف مدت زمان طی کردن کامل پل با بودن کامل روی پل برابر ۳۰s است. پس قطار به مدت $۷۵-۳۰=۴۵s$ کاملاً روی پل بوده است.

15. نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که هر دو روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در چه مکانی بر حسب متر دو متحرک به هم می‌رسند؟



۱) ۵
۲) ۶/۲۵
۳) ۷/۵
۴) ۸/۷۵

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | محاسباتی

وقتی دو متحرک A و B به یک‌دیگر می‌رسند، در یک مکان یکسانی قرار می‌گیرند. پس باید معادله مکان - زمان دو متحرک A و B را بنویسیم و برابر با یک‌دیگر قرار بدهیم تا لحظه رسیدن به هم را پیدا کنیم.

$$x_A=v_At+x_{۰,A}\xrightarrow[x_{۰,A}=-۲۰m]{v_A=\frac{\Delta x_A}{\Delta t_A}=\frac{۰-(-۲۰)}{۸-۰}=\frac{۲۰}{۸}=\frac{۵}{۲}\frac{m}{s}}x_A=\frac{۵}{۲}t-۲۰$$

$$x_B=v_Bt+x_{۰,B}\xrightarrow[x_{۰,B}=۹۰m]{v_B=\frac{\Delta x_B}{\Delta t_B}=\frac{۰-۹۰}{۱۲-۰}=-\frac{۹۰}{۱۲}=-\frac{۱۵}{۲}\frac{m}{s}}x_B=-\frac{۱۵}{۲}t+۹۰$$

$$x_A=x_B\rightarrow\frac{۵}{۲}t-۲۰=-\frac{۱۵}{۲}t+۹۰\rightarrow\frac{۲۰}{۲}t=۱۱۰\rightarrow t=۱۱s$$

پس این دو متحرک در لحظه $t=۱۱s$ به هم می‌رسند. سوال از ما مکانی را که این دو متحرک به هم می‌رسند، می‌خواهد که برای به دست آوردن آن کافی است لحظه $t=۱۱s$ را در معادله مکان - زمان متحرک A یا B جای‌گذاری کنیم.

$$x_A=v_At+x_{۰,A}\xrightarrow[t=۱۱s,x_{۰,A}=-۲۰m]{v_A=\frac{۵}{۲}\frac{m}{s}}x_A=\frac{۲۷/۵}{۵}\times۱۱-۲۰=۷/۵m$$

فیزیک دوازدهم | ۱۵ آبان‌ماه ۱۴۰۴

1. موارد «الف» و «ب» به ترتیب از راست به چپ مربوط به کدام نوع حرکت است؟

الف) ساده‌ترین نوع حرکت است. **ب) جسمی که روی سطح هموار یک سراشیبی در حال لغزیدن است.**

۱) سرعت ثابت - سرعت ثابت
۲) سرعت ثابت - شتاب ثابت
۳) شتاب ثابت - سرعت ثابت
۴) شتاب ثابت - شتاب ثابت

پاسخ: گزینه ۲ ساده | حفظی و مفهومی

الف ساده‌ترین نوع حرکت، حرکت با **سرعت ثابت** است. در این نوع حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است.

ب جسمی که روی سطح هموار یک سراشیبی در حال لغزیدن است، یا جسمی که در حال سقوط است و اثر مقاومت هوا بر آن ناچیز باشد دارای حرکت با شتاب ثابت‌اند.

2. متحرکی با سرعت ثابت روی محور x حرکت می‌کند. اگر بردارهای مکان متحرک در لحظه‌های $t_1 = 2s$ و $t_2 = 8s$ به ترتیب $\vec{r}_1 = (+12m)\vec{i}$ و $\vec{r}_2 = (-30m)\vec{i}$ باشد، معادله مکان - زمان متحرک در SI است؟

۱) $x = 7t - 2$
۲) $x = -7t + 12$
۳) $x = -7t + 26$
۴) $x = 7t - 96$

پاسخ: گزینه ۳ ساده | محاسباتی

مکان متحرک در دو لحظه را داریم و معادله مکان - زمان آن را می‌خواهیم. از آن‌جا که متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کند، پس باید مکان متحرک در این دو لحظه در معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت جای‌گذاری کنیم و معادله مکان - زمان آن را به دست بیاوریم.

$$x = vt + x_0 \rightarrow \begin{cases} \xrightarrow[x_1 = 12m]{t_1 = 2s} 12 = v \times 2 + x_0 \\ \xrightarrow[x_2 = -30m]{t_2 = 8s} -30 = v \times 8 + x_0 \end{cases} \Rightarrow v = -7\frac{m}{s} \ , \ x_0 = 26m$$

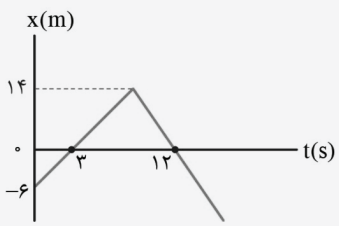
$$x = vt + x_0 \xrightarrow[x_0 = 26m]{v = -7\frac{m}{s}} x = -7t + 26$$

درسنامه

معادله مکان - زمان متحرکی که با سرعت ثابت بر روی خط راست حرکت کند، به صورت زیر است:

$$\text{مکان اولیه (m)} \rightarrow x = v\,t + x_0 \leftarrow \text{مکان (m)}$$
$$\uparrow \text{زمان (s)}$$
$$\downarrow \text{سرعت } (\frac{m}{s})$$

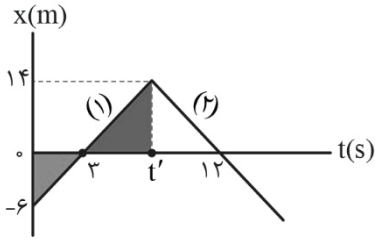
3. نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند به صورت زیر است. بزرگی شتاب متوسط در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 16s$ و تندی متوسط در همین بازه زمانی به ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟



۱) $4, \frac{3}{5}$
۲) $4, \frac{1}{3}$
۳) $1/6, \frac{3}{5}$
۴) $1/6, \frac{1}{3}$

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | محاسباتی

بزرگی شتاب متوسط: برای محاسبه شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1=1s$ تا $t_2=16s$ به سرعت متحرک در این دو لحظه نیاز داریم. همان‌طور که در نمودار مکان - زمان متحرک (شکل الف) می‌بینید، متحرک از لحظه $t_0=0s$ تا لحظه t' با سرعت ثابت در جهت محور x حرکت می‌کند سپس تغییر جهت داده و در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. از آن‌جا که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه، برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است، پس سرعت متحرک در لحظه‌های $t_1=1s$ و $t_2=16s$ به ترتیب برابر با شیب خط (۱) و شیب خط (۲) است. این شیب‌ها را به دست می‌آوریم (برای به دست آوردن شیب خط (۲) به لحظه t' نیاز داریم).



(الف)

$$\text{تشابه دو مثلث}: \frac{۶}{۱۴}=\frac{۴}{t'-۳} \rightarrow ۲t'-۶=۱۴ \rightarrow t'=۱۰s$$

$$v_1=\text{شیب خط }(۱)=\frac{۰-(-۶)}{۳-۰}=۲\frac{m}{s}$$

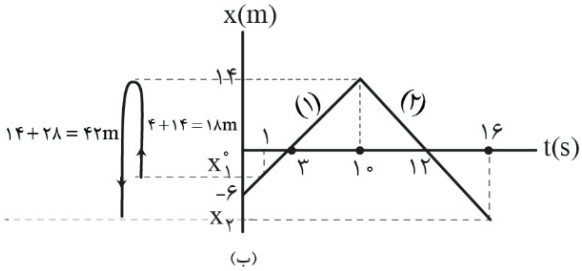
$$v_2=\text{شیب خط }(۲)=\frac{۰-۱۴}{۱۲-۱۰}=-۷\frac{m}{s}$$

حالا می‌توانیم بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1=1s$ تا $t_2=16s$ را حساب کنیم.

$$a_{av}=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{V_2-V_1}{t_2-t_1} \xrightarrow[V_2=-۷\frac{m}{s},t_2=۱۶]{V_1=۲\frac{m}{s},t_1=1s} a_{av}=\frac{-۷-۲}{۱۶-۱}=-\frac{۹}{۱۵}=-\frac{۳}{۵}\frac{m}{s^2} \rightarrow |a_{av}|=\frac{۳}{۵}\frac{m}{s^2}$$

۲ و ٤ پَرا!

تندی متوسط: برای محاسبه تندی متوسط متحرک از لحظه $t_1=1s$ تا $t_2=16s$ به مسافت طی شده در این مدت زمان نیاز داریم. با توجه به نمودار مکان - زمان شکل(ب) مکان متحرک در این دو لحظه را با کمک تشابه مثلث‌ها به دست می‌آوریم سپس مسافت طی شده در این مدت را حساب می‌کنیم.



$$\frac{۶}{x_1}=\frac{۴}{۳-۱} \xrightarrow{x_1<0} x_1=-۴m$$

$$\frac{۱۴}{x_2}=\frac{۱۲-۱۰}{۱۶-۱۲} \xrightarrow{x_2<0} x_2=-۲۸m$$

$$\ell=۱۸+۴۲=۶۰m$$

الان همه چیز را برای محاسبه تندی متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1=1s$ تا $t_2=16s$ داریم و می‌توانیم حسابش کنیم.

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=۱۶-۱=۱۵s]{\ell=۶۰m} s_{av}=\frac{۶۰}{۱۵}=۴\frac{m}{s}$$

۳ پَرپَرا!

درسنامه

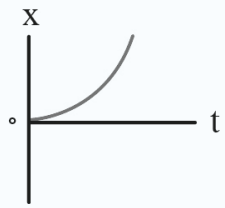
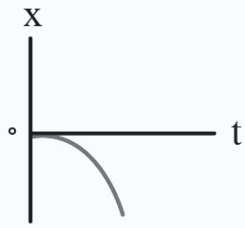
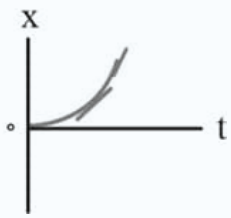
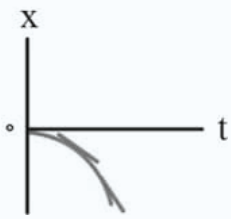
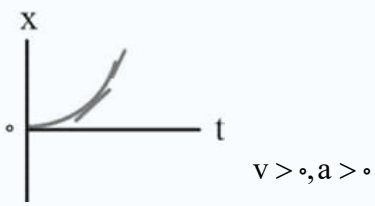
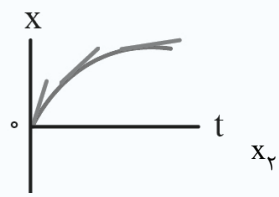
۱) **تندی متوسط:** اگر متحرکی مسافت ℓ را در مدت زمان Δt طی کند، تندی متوسط آن از رابطه زیر به دست می‌آید و بیانگر این است که متحرک در هر ثانیه، به طور متوسط چند متر مسافت طی کرده است.

$$s_{av}=\frac{\ell \rightarrow \text{مسافت طی شده (m)}}{\Delta t \rightarrow \text{مدت زمان (s)}} \uparrow \text{تندی متوسط } (\frac{m}{s})$$

۲) **شتاب متوسط:** اگر سرعت متحرکی در لحظه t_1 برابر با x_1) و در لحظه t_2 برابر با v_2 باشد، شتاب متوسط آن از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$$

۳) اگر متحرکی بر روی محور x حرکت کند، از روی نمودار مکان - زمان آن می‌توانیم جهت‌های بردار مکان، سرعت و شتاب آن را پیدا کنیم. در جدول زیر حالت‌های ممکن را نشان دادیم.

کمیت	روش تشخیص	حالت‌های ممکن	جهت کمیت	مثال
بردار مکان	موقعیت قرارگیری متحرک	متحرک در قسمت مثبت محور x باشد.	در جهت محور x است.	
		متحرک در قسمت منفی محور x باشد.	در خلاف جهت محور x است.	
سرعت	شیب مماس بر نمودار	شیب مماس بر نمودار مثبت باشد.	در جهت محور x است.	
		شیب مماس بر نمودار منفی باشد.	در خلاف جهت محور x است.	
شتاب	تغییر اندازه سرعت	اگر اندازه سرعت متحرک افزایش یابد.	هم‌جهت با سرعت است.	
		اگر اندازه سرعت متحرک کاهش یابد.	در خلاف جهت سرعت است.	

4. دو متحرک با سرعت‌های ثابت $۱۲\frac{m}{s}$ و $۸\frac{m}{s}$ همزمان از نقطه A عبور می‌کنند و به سمت نقطه‌ی B که در فاصله ۲۴۰ متری از نقطه A قرار دارد، حرکت می‌کنند. بیشترین فاصله بین این دو متحرک تا عبور متحرک سریع‌تر از نقطه‌ی B، چند متر است؟

۱) ۴۰ ۲) ۶۰ ۳) ۸۰ ۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینه ۳ ساده | محاسباتی

متحرک (۱) با سرعت ثابت $۱۲\frac{m}{s}$ و متحرک $t_۱=$ با سرعت ثابت $۸\frac{m}{s}$ هم‌زمان از نقطه A عبور می‌کنند و به سمت نقطه B حرکت می‌کنند. قبول دارید که چون تندی متحرک (۱) بیشتر از تندی متحرک (۲) است، پس متحرک (۱) زودتر از متحرک (۲) به نقطه B می‌رسد؟ وقتی متحرک (۱) به نقطه B می‌رسد، فاصله بین دو متحرک به بیشترین مقدار ممکن در این مدت می‌رسد. باید ببینیم چند ثانیه طول می‌کشد تا متحرک (۱) به نقطه B برسد.

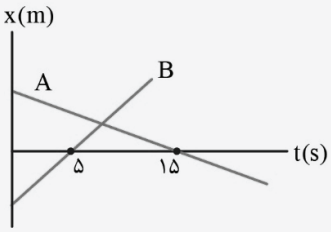
$$x_۱=v_۱t+x_A \xrightarrow[v_۱=۱۲\frac{m}{s}]{x_۱-x_A=۲۴۰m} ۲۴۰=۱۲t \rightarrow t=۲۰s$$

پس ۲۰ ثانیه طول می‌کشد تا متحرک (۱) به نقطه B برسد. حالا باید ببینیم که متحرک (۲) تا لحظه $t=۲۰s$ چند متر جابه جا شده است.

$$x_۲=v_۲t+x_A \xrightarrow[t=۲۰s]{v_۲=۸\frac{m}{s}} x_۲-x_A=۸\times۲۰=۱۶۰m$$

بنابراین در لحظه $t=۲۰s$ که فاصله بین دو متحرک بیشترین مقدار ممکن در این مدت است، متحرک (۱) در فاصله ۲۴۰ متری از نقطه A و متحرک (۲) در فاصله ۱۶۰ متری از این نقطه قرار دارد و فاصله بین این دو متحرک در این لحظه $۸۰m=(۲۴۰-۱۶۰)$ است.

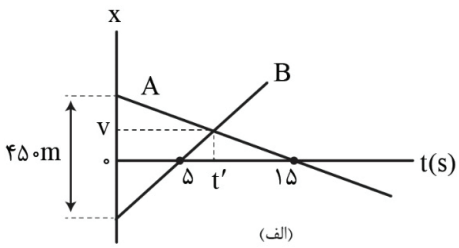
5. نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که روی خط راست با سرعت‌های ثابت حرکت می‌کنند، به صورت زیر است. اگر فاصله‌ی اولیه دو متحرک ۴۵۰ متر و تندی متحرک B، ۳ برابر تندی متحرک A باشد، فاصله دو متحرک در لحظه‌ی $t=۸s$ چند متر است؟



۱) ۱۰
۲) ۱۵
۳) ۲۰
۴) ۳۰

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | محاسباتی

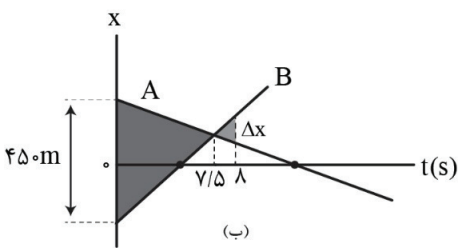
با توجه به نمودار مکان - زمان داده شده، متحرک A با سرعت ثابت در خلاف جهت محور x و متحرک B با سرعت ثابت درجهت محور x حرکت می‌کند. پس منظور از این‌که تندی متحرک B، ۳ برابر تندی متحرک A است، یعنی $v_B=-۳v_A$ است. سوال فاصله دو متحرک را در لحظه $t=۸s$ می‌خواهد؛ ولی در نمودار مکان - زمان این دو متحرک (شکل الف)، لحظه $t=۸s$ مشخص نشده است. پس باید لحظه‌ای را که دو متحرک به یک‌دیگر می‌رسند (t') را پیدا کنیم تا لحظه $t=۸s$ مشخص شود. با روش‌های مختلف می‌توانید لحظه t' را پیدا کنیم. (مثلاً مساوی قرار دادن معادله مکان - زمان دو متحرک)؛ ما از شیب مماس بر نمودار مکان - زمان متحرک که بیانگر سرعت آن است، لحظه t' را پیدا می‌کنیم.



(الف)

$$v_B=-۳v_A \rightarrow \frac{v-۰}{t'-۵}=-۳\times\frac{۰-v}{۱۵-t'} \rightarrow ۱۵-t'=۳t'-۱۵ \rightarrow ۴t'=۳۰ \rightarrow t'=۷/۵S$$

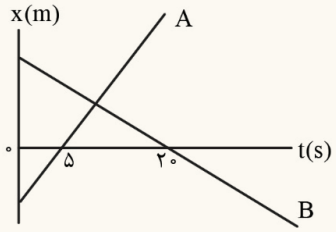
حالا فهمیدیم که لحظه $t=۸s$ کجاست و می‌توانیم فاصله دو متحرک از یک‌دیگر در این لحظه را با کمک تشابه دو مثلث نشان داده شده در شکل (ب) به دست بیاوریم (شما می‌توانید با استفاده از معادله مکان - زمان دو متحرک، فاصله آن‌ها را در لحظه $t=۸s$ را پیدا کنید ولی راه‌حل‌تان طولانی می‌شود.).



(ب)

$$\frac{۴۵۰}{۷/۵}=\frac{\Delta x}{۰/۵} \rightarrow \Delta x=۳۰m$$

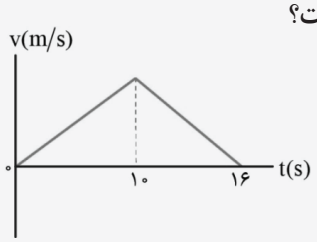
تست‌درتست نمودار مکان - زمان دو متحرک **A** و **B** مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه $t=0$ فاصله دو متحرک ۱۵۰ متر باشد، و تندی متحرک **A**، ۲ برابر تندی متحرک **B** باشد، فاصله دو متحرک در لحظه $t=20s$ چند متر است؟ (تجربی - ۱۴۰۰)



۱) ۵۰
۲) ۱۰۰
۳) ۱۵۰
۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینه ۳

6. نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور **x** حرکت می‌کند، به صورت زیر است. اگر شتاب متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی $t_1=2s$ تا $t_2=12s$ در SI برابر $(1/4\frac{m}{s^2})\vec{i}$ باشد، بیشینه تندی متحرک چند متر بر ثانیه است؟



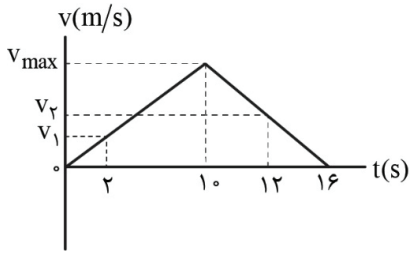
۱) ۲۰
۲) ۲۵
۳) ۳۵
۴) ۳۰

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | محاسباتی

شتاب متوسط متحرک از لحظه $t_1=2s$ تا لحظه $t_2=12s$ را داریم و با استفاده از آن می‌توانیم اختلاف سرعت متحرک در لحظه‌های $t_1=2s$ تا $t_2=12s$ را به دست بیاوریم.

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}\xrightarrow[t_1=2s,\,t_2=12s]{a_{av}=1/4\frac{m}{s^2}}1/4=\frac{v_2-v_1}{12-2}\rightarrow v_2-v_1=14\frac{m}{s}\quad(1)$$

در شکل زیر، سرعت متحرک در لحظه $t_1=2s$، (V_1) و $t_2=12s$ (V_2) و بیشینه تندی متحرک (V_m) را نشان دادیم. همان‌طور که می‌بینید، مقدار هیچ‌کدام از این سرعت‌ها را نداریم ولی با کمی دقت می‌بینیم که می‌توانیم از طریق تشابه مثلث‌ها، V_1 و V_2 را بر حسب V_m بنویسیم.



$$\frac{v_m}{10}=\frac{v_1}{2}\rightarrow V_m=5v_1$$

$$\frac{v_m}{16-10}=\frac{v_2}{16-12}\rightarrow v_m=\frac{3}{2}v_2$$

$$\rightarrow 5v_1=\frac{3}{2}v_2\rightarrow v_1=\frac{3}{10}v_2$$

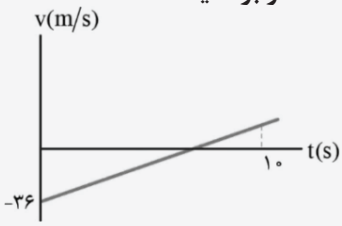
خب! V_1 و V_2 را نسبت به هم به دست آوردیم. حالا می‌توانیم با کمک رابطه (۱)، مقدار هریک از آن‌ها (مثلاً V_2) را حساب کنیم.

$$v_2-v_1=14\xrightarrow{v_1=\frac{3}{10}V_2}v_2-\frac{3}{10}v_2=14\rightarrow\frac{7}{10}v_2=14\rightarrow v_2=20\frac{m}{s}$$

الان می‌توانیم خواسته سوال، یعنی بیشینه تندی متحرک (V_m) را به دست بیاوریم.

$$v_m=\frac{3}{2}v_2\xrightarrow{v_2=20\frac{m}{s}}v_m=\frac{3}{1}\times\frac{10}{2}=30\frac{m}{s}$$

7. نمودار سرعت - زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی محور x حرکت می‌کند، به صورت زیر است. اگر جابه‌جایی متحرک در ۱۰ ثانیه نخست حرکت برابر با $-۱۱۰m$ باشد، سرعت متوسط متحرک در دو ثانیه چهارم حرکت چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲

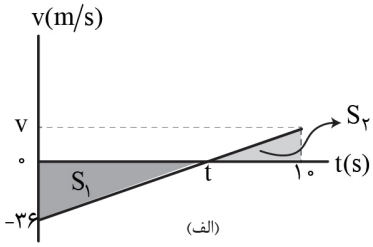
۲) ۱

۳) -۱

۴) -۲

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | محاسباتی

روش اول: **گام اول)** نمودار سرعت - زمان متحرک (شکل الف) و جابه‌جایی آن در ۱۰ ثانیه اول حرکت را داریم. از آن‌جا که مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور t در یک بازه زمانی با اندازه جابه‌جایی متحرک در آن بازه زمانی است، می‌توان نوشت:



$$\Delta x = S_۲ - S_۱ \xrightarrow[S_۱=\frac{۳۶t}{۲}=۱۸t,\ S_۲=\frac{v(۱۰-t)}{۲}]{\Delta x=-۱۱۰m} -۱۱۰=\frac{v(۱۰-t)}{۲}-۱۸t \rightarrow -۱۱۰=۵v-\frac{vt}{۲}-۱۸t \quad (۱)$$

گام دوم) همان‌طور که می‌بینید، نه V را داریم و نه t را! با کمی دقت در شکل (الف)، می‌بینیم که دو مثلث رنگی شده متشابه‌اند. پس می‌توانیم از تشابه این دو مثلث، استفاده کنیم.

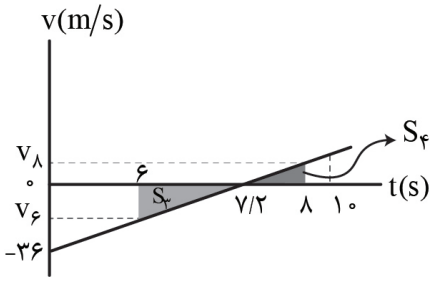
$$\frac{۳۶}{t}=\frac{v}{۱۰-t} \rightarrow v=\frac{۳۶\times(۱۰-t)}{t} \quad (۲)$$

گام سوم) حالا می‌توانیم رابطه (۲) را در رابطه (۱) جای‌گذاری کنیم و مقدار t را پیدا کنیم.

$$-۱۱۰=\frac{۱۸۰}{\cancel{۵\times۳۶}\times(۱۰-t)}{t}-\frac{\frac{۱۸}{\cancel{۳۶}\times(۱۰-t)}\times\cancel{t}^{۱}}{\cancel{t}}-۱۸t \rightarrow -۱۱۰=\frac{\frac{۱۸۰۰}{t}-۱۸۰}{t}-۱۸۰+۱۸t-۱۸t$$

$$\rightarrow -۱۱۰=\frac{۱۸۰۰}{t}-۳۶۰=۲۵۰=\frac{۱۸۰۰}{t} \rightarrow t=\frac{۱۸۰۰}{۲۵۰}=۷/۲s$$

گام چهارم) اصلا سوال چه می‌خواست؟! سوال سرعت متوسط متحرک در ۲ ثانیه چهارم، یعنی از لحظه $t_۱=۶s$ تا لحظه $t_۲=۸s$ را می‌خواهد. برای محاسبه سرعت متوسط متحرک در این بازه زمانی، به جابه‌جایی آن در این بازه زمانی نیاز داریم که این جابه‌جایی را با استفاده از مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور t در این بازه زمانی (شکل ب) می‌توانیم حساب کنیم.



$$\Delta x' = S_۴ - S_۳ \rightarrow \Delta x' = \frac{\overset{۰/۸}{\cancel{(۸-۷/۲)}}\times V_۸}{۲} - \frac{\overset{۱/۲}{\cancel{(۷/۲-۶)}}\times|V_۶|}{۲} = ۰/۴V_۸ - ۰/۶|V_۶| \quad (۳)$$

گام پنجم) دوباره با کمبود اطلاعات مواجه شدیم! $V_۶$ و $V_۸$ را نداریم! ولی از تشابه مثلث‌ها می‌توانیم پیدا کنیم.

$$\frac{v_۶}{\underset{۱/۲}{\cancel{۷/۲-۶}}}=\frac{۳۶}{۷/۲} \xrightarrow{v_۶<۰} v_۶=-۶\frac{m}{s} \quad , \quad \frac{v_۸}{\underset{۰/۸}{\cancel{۸-۷/۲}}}=\frac{|v_۶|}{\underset{۱/۲}{\cancel{۷/۲-۶}}} \xrightarrow[v_۸>۰]{|v_۶|=۶\frac{m}{s}} v_۸=۴\frac{m}{s}$$

گام ششم) رسیدیم به ته خط! مقدارهای $v_۶$ و t' را در رابطه (۳) جای‌گذاری می‌کنیم تا جابه‌جای متحرک در ۲ ثانیه چهارم $(\Delta x')$ سپس سرعت متوسط آن در این مدت زمان به دست می‌آوریم و بالاخره تمام!

$$\Delta x' = ۰/۴v_{۸} - ۰/۶|v_{۶}| \xrightarrow[|v_{۶}|=۶\frac{m}{s}]{v_{۸}=۴\frac{m}{s}} \Delta x' = \cancel{۰/۴\times۴}^{۱/۶} - \cancel{۰/۶\times۶}^{۳/۶} = -۲m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x'}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=۲s]{\Delta x'=-۲m} v_{av} = -۱\frac{m}{s}$$

روش دوم: سرعت متوسط در ۱۰ ثانیهٔ نخست که برابر با سرعت لحظهٔ وسط این بازه یعنی سرعت $t=۵s$ برابر است با:

$$V_{۵s} = \frac{\Delta x(۰,۱۰s)}{\Delta t} = \frac{-۱۱۰}{۱۰} = -۱۱m/s$$

با استفاده از سرعت اولیه، شتاب ومعادله حرکت را می نویسیم:

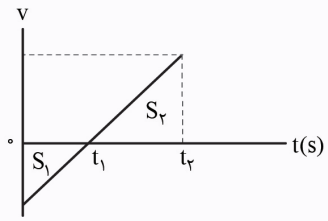
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{۵s} - v_{۰}}{\Delta t} = \frac{-۱۱-(-۳۶)}{۵} = \frac{۲۵}{۵} = ۵m/s^{۲}$$
$$v = at + v_{۰} \rightarrow v = ۵t - ۳۶$$

سرعت متوسط در دوثانیهٔ چهارم برابر سرعت لحظهٔ وسط این بازهٔ یعنی سرعت لحظهٔ $t=۷s$ است پس:

$$v_{ar(۷s,۸s)} = v_{۷s} = ۵(۷) - ۳۶ = -۱m - = /s$$

درسنامه

مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان متحرک و محور t در یک بازه زمانی، برابر با اندازه جابه‌جایی متحرک در آن بازه زمانی است. اگر نمودار سرعت - زمان متحرک بالای محور t باشد. جابه‌جایی متحرک مثبت و اگر پایین محور t باشد، جابه‌جایی آن منفی است.



$$\begin{cases} t_۱ \text{ تا } ۰ \text{ جابه‌جایی در بازه زمانی}: \Delta x_۱ = -S_۱ \\ t_۲ \text{ تا } t_۱ \text{ جابه‌جایی در بازه زمانی}: \Delta X_۲ = s_۲ \end{cases} \Rightarrow t_۲ \text{ تا } ۰ \text{ جابه‌جایی در بازه زمانی}: \Delta x = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = -S_۱ + S_۲$$

8. متحرکی با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت است. سرعت متحرک در مبدأ مکان و در مکان $x=۱۰m$ به ترتیب $-۳\frac{m}{s}$ و $۲۵/۲\frac{km}{h}$ است. بردار سرعت متحرک در چه مکانی بر حسب متر تغییر جهت می‌دهد؟

۱) $+۲/۵$ ۲) $-۲/۵$ ۳) $+۲/۲۵$ ۴) $-۲/۲۵$

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | محاسباتی

گام اول) در مکانی که متحرک تغییر جهت می‌دهد، سرعت متحرک صفر شده و تغییر جهت می‌دهد. پس باید ببینیم که سرعت متحرک در چه مکانی صفر می‌شود. چون سرعت متحرک در دو مکان مختلف را داریم، پس می‌توانیم از رابطه مستقل از زمان استفاده کنیم.

$$v_{۲}^{۲} - v_{۱}^{۲} = ۲a\Delta x \xrightarrow[v_{۱}=-۳\frac{m}{s}, \Delta x = ۱۰-۰=۱۰m]{v_{۲}=۲۵/۲\frac{km}{h}=۷\frac{m}{s}} \cancel{۴۹}^{۴۹} - \cancel{(-۳)^{۲}}^{۹} = ۲a\times۱۰ \rightarrow a = ۲\frac{m}{s^{۲}}$$

گام دوم) دوباره از رابطه مستقل از زمان استفاده می‌کنیم و مکانی را که سرعت متحرک صفر می‌شود، پیدا می‌کنیم.

$$v_{۳}^{۲} - v_{۱}^{۲} = ۲a\Delta x' \xrightarrow[a=۲\frac{m}{s^{۲}}]{v_{۳}=۰\frac{m}{s}, v_{۱}=-۳\frac{m}{s}} \cancel{۰}^{۰} - \cancel{(-۳)^{۲}}^{۹} = \cancel{۲\times۲}^{۴}\Delta x' \xrightarrow{\Delta x'=x'-۰=x'} x' = -۲/۲۵m$$

درسنامه

اگر سرعت متحرکی که با شتاب ثابت a بر روی خط راست حرکت می‌کند، در مکان $x_۱$ برابر با $v_۱$ و در مکان $x_۲$ برابر با $v_۲$ باشد، رابطه بین آن‌ها به صورت زیر است که به آن رابطه مستقل از زمان می‌گوییم.

$$v_{۲}^{۲} - v_{۱}^{۲} = ۲a(x_{۲} - x_{۱})$$

9. متحرکی با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در دو ثانیه سوم حرکت $+60\vec{i}\,m$ و جابه‌جایی آن در چهار ثانیه سوم حرکت $-80\vec{i}\,m$ باشد، تندی متوسط آن در ده ثانیه نخست حرکت، چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳۶ ۲) ۳۲ ۳) ۳۰ ۴) ۳۴

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | محاسباتی

جابه‌جایی متحرک در دو ثانیه سوم و چهار ثانیه سوم حرکت را داریم؛ بنابراین از رابطه جابه‌جایی در t ثانیه x ام استفاده می‌کنیم و داده‌ها را در آن جای‌گذاری می‌کنیم.

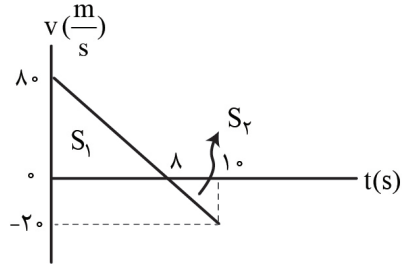
$$\Delta x=\frac{1}{2}a(2n-1)t^2+v_0 t \rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{n=3,t=2s,\Delta x=60m} 60=\frac{1}{2}a(2\times3-1)\times2^2+2v_0 \rightarrow 60=10a+2v_0 \\ \xrightarrow{n=3,t=4s,\Delta x'=-80m} -80=\frac{1}{2}a(2\times3-1)\times4^2+4v_0 \rightarrow -80=40a+4v_0 \end{cases}$$

$$\rightarrow a=-10\frac{m}{s^2}, v_0=80\frac{m}{s}$$

تندی متوسط متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکت را می‌خواهیم. بهترین روش برای محاسبه آن، رسم نمودار سرعت - زمان متحرک است. چون با استفاده از مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور t، می‌توانیم مسافت طی شده توسط متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکت و در نتیجه تندی متوسط آن در این مدت زمان را به دست بیاوریم.

$$v=at+v_0 \xrightarrow[V_0=80\frac{m}{s}]{a=-10\frac{m}{s^2}} v=-10t+80$$

$$v=-10t+80 \rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{v=0\frac{m}{s}} 0=-10t+80 \rightarrow t=8s \\ \xrightarrow{t=10s} v=-10\times10+80=-20\frac{m}{s} \end{cases}$$



$$\ell=S_1+S_2 \rightarrow \ell=\frac{80\times\cancel{8}^{4}}{\cancel{2}_{1}}+\frac{20\times(\cancel{10}^{1}-8)}{\cancel{2}_{1}}=320+20=340m$$

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=10s]{l=340m} S_{av}=\frac{340}{10}=34\frac{m}{s}$$

درسنامه

۱) اگر متحرکی با شتاب ثابت a روی خط راست حرکت کند، جابه‌جایی آن در t ثانیه n ام (مثلاً ۲ ثانیه سوم) از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\Delta x=\frac{1}{2}a(2n-1)t^2+v_0 t$$
$$\downarrow$$
$$\text{سرعت اولیه}\left(\frac{m}{s}\right)$$

۲) معادله سرعت - زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت زیر است.

$$\text{سرعت در لحظه t}\left(\frac{m}{s}\right) \leftarrow v=at+v_0$$
$$\text{زمان(s)} \uparrow$$
$$\text{شتاب}\left(\frac{m}{s^2}\right) \downarrow a \quad v_0 \downarrow \text{سرعت اولیه}\left(\frac{m}{s}\right)$$

تست‌درتست متحرکی در لحظه $t=0s$ با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. جابه‌جایی این متحرک در n ثانیه سوم، چند برابر جابه‌جایی در n ثانیه دوم است؟ (ریاضی نوبت اول - ۱۴۰۳)

۱) $\frac{5}{3}$ ۲) $\frac{9}{4}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $2n$

پاسخ: گزینه ۱

10. معادله سرعت – زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $v=4t-20$ است. اگر بردار مکان متحرک در $t_1=2s$ برای اولین بار تغییر جهت داده باشد، بردار مکان متحرک در $t_2=10s$ و مسافت طی شده در ۱۰ ثانیه نخست حرکت به ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟

۱) $100,32\vec{i}$ ۲) $100,36\vec{i}$ ۳) $200,32\vec{i}$ ۴) $200,36\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | محاسباتی

بردار مکان متحرک در لحظه $t_2=10s$ را می‌خواهیم. اگر معادله مکان – زمان متحرک را داشته باشیم، می‌توانیم مکان و در نتیجه بردار مکان متحرک در این لحظه را به دست بیاوریم. حالا باید ببینیم اطلاعات موردنیاز برای نوشتن معادله مکان – زمان متحرک (یعنی x_0, v_0, a) را از کجا می‌توانیم پیدا کنیم. در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مختصات ($x=0m$) عبور می‌کند، بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد. چون بردار مکان متحرک در لحظه $t_1=2s$ برای اولین بار تغییر جهت می‌دهد. پس متحرک در این لحظه از مبدأ مختصات ($x=0m$) عبور می‌کند. از طرفی، با مقایسه معادله سرعت – زمان در حرکت با شتاب ثابت با معادله سرعت – زمان متحرک، می‌توانیم شتاب (a) و سرعت اولیه آن (V_0) را پیدا کنیم. پس بجز مکان اولیه متحرک (x_0)، بقیه موارد برای نوشتن معادله مکان – زمان متحرک داریم که مکان اولیه متحرک (x_0) را هم با جای‌گذاری لحظه $t_1=2s$ و مکان $x_1=0m$ در معادله مکان – زمان آن نیز می‌توانیم پیدا کنیم.

$$\begin{matrix} v=at+v_0 \\ v=4t-20 \end{matrix} \rightarrow a=4\frac{m}{s^2}, v_0=-20\frac{m}{s}$$

$$x_1=\frac{1}{2}at_1^2+V_0t_1+x_0 \xrightarrow[t_1=2s, v_0=-20\frac{m}{s}]{x_1=0m, a=4\frac{m}{s^2}} 0=\frac{1}{2}\times 4\times 4-20\times 2+x_0 \rightarrow x_0=32m$$

حالا می‌توانیم مکان و در نتیجه بردار مکان متحرک در لحظه $t_2=10s$ را به دست بیاوریم.

$$x_2=\frac{1}{2}at_2^2+V_0t_2+x_0 \xrightarrow[V_0=-20\frac{m}{s}, x_0=32m]{a=4\frac{m}{s^2}, t_2=10s} x_2=\frac{1}{2}\times 4\times 100-200+32 \rightarrow x_2=32m \rightarrow \vec{r}_2=32\vec{i}$$

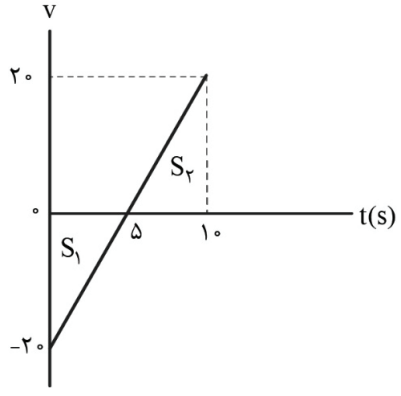
۲ و ۴ پَرا!

بهترین روش برای محاسبه مسافت طی شده توسط متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکت، رسم نمودار سرعت – زمان متحرک است. چون با استفاده از مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور t، می‌توانیم مسافت طی شده توسط متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکت را حساب کنیم.

$$v=at+v_0 \xrightarrow[V_0=-20\frac{m}{s}]{a=4\frac{m}{s^2}} v=4t-20$$

$$v=4t-20 \rightarrow \begin{cases} v=0\frac{m}{s} \rightarrow 4t-20=0 \rightarrow t=5s \\ t=10s \rightarrow v=4\times 10-20=20\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\ell=S_1+S_2 \rightarrow \ell=\frac{20\times 5}{2}+\frac{20\times(10-5)}{2}=50+50=100m$$



۳ پَرپَرا!

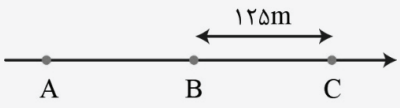
درسنامه

معادله مکان - زمان متحرک که با شتاب ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت زیر است:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

x: مکان در لحظه t (m)، a: شتاب $(\frac{m}{s^2})$، t: زمان (s)، v_0: سرعت اولیه $(\frac{m}{s})$، x_0: مکان اولیه (m)

11. مطابق شکل زیر، متحرکی با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ بر روی خط راست و به سمت راست حرکت می‌کند. اگر تندی متحرک هنگام عبور از نقطه‌ی C برابر $30\frac{m}{s}$ و متحرک فاصله‌ی بین نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B را در مدت ۶ ثانیه طی کرده باشد، فاصله متحرک از نقطه‌ی A در لحظه‌ای که تندی آن $22\frac{m}{s}$ است، چند متر است؟



۱) ۱۰۵
۲) ۱۱۴
۳) ۹۶
۴) ۸۴

پاسخ: گزینه ۱ سخت | محاسباتی

گام اول) از اطلاعاتی که داریم، می‌توانیم تندی متحرک در نقطه B را با کمک رابطه مستقل از زمان به دست بیاوریم تا ببینیم به چه دردمان می‌خورد.

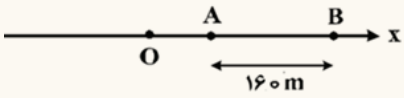
$$v_C^2 - v_B^2 = 2a\Delta x_{BC} \xrightarrow[\Delta x_{BC}=125\,m]{v_C=30\frac{m}{s},\ a=2\frac{m}{s^2}} \cancel{900} - v_B^2 = \cancel{2\times2\times125}^{500} \rightarrow v_B^2 = 400 \xrightarrow{\sqrt{}} v_B = 20\frac{m}{s}$$

گام دوم) خب! از این v_B چه استفاده‌ای می‌توانیم کنیم؟ با کمک معادله سرعت – زمان متحرک، می‌توانیم تندی آن در نقطه A را به دست بیاوریم سپس با استفاده از رابطه مستقل از زمان، فاصله متحرک از نقطه A را در لحظه‌ای که تندی آن $22\frac{m}{s}$ است، حساب می‌کنیم.

$$V_B = at + V_A \xrightarrow[t=6s]{V_B=20\frac{m}{s},\ a=2\frac{m}{s^2}} 20 = 2\times6 + V_A \rightarrow V_A = 8\frac{m}{s}$$

$$v^2 - v_A^2 = 2a\Delta x \xrightarrow[a=2\frac{m}{s^2}]{v=22\frac{m}{s},\ v_A=8\frac{m}{s}} 22^2 - 8^2 = 2\times2\Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{420}{4} = 105\,m$$

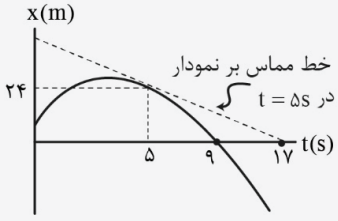
تست‌درتست مطابق شکل زیر، متحرکی با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر فاصله بین دو نقطه A و B را در مدت ۸ ثانیه طی کند و در نقطه O سرعتش صفر باشد، فاصله OA چند متر است؟ (تجربی - ۹۸)



۱) ۱۸
۲) ۳۶
۳) ۴۵
۴) ۷۲

پاسخ: گزینه ۲

12. نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به شکل سهمی زیر است. مکان اولیه متحرک در SI کدام است؟



۱) ۶
۲) ۹
۳) ۱۲
۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

از آن‌جا که شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان متحرک در هر لحظه، برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است، پس شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t=5s$ برابر با سرعت متحرک در این لحظه است.

$$t=5s\text{ شیب خط مماس بر نمودار در لحظه}=V_{(t_1=5s)}=\frac{0-24}{17-5}=-2\frac{m}{s}$$

چه اطلاعات دیگری می‌توانیم از دل این نمودار بیرون بکشیم؟ جابه‌جایی متحرک از لحظه $t_1=5s$ تا لحظه $t_2=9s$ را داریم؛ پس با کمک معادله مکان – زمان متحرک، می‌توانیم شتاب آن (a) را به دست بیاوریم.

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_{(t_1=5s)}t+x_{(t_1=5s)} \xrightarrow[v_{(t_1=5s)}=-2\frac{m}{s},\ t=t_2-t_1=9-5=4s]{x=0m,\ x_{(t_1=5s)}=24m} 0=\frac{1}{2}a\times 16-2\times 4+24\rightarrow 8a=-16\rightarrow a=-2\frac{m}{s^2}$$

حالا که کمی اطلاعات از این متحرک به دست آوردیم، به سراغ خواسته سوال، یعنی مکان اولیه متحرک (x_0) می‌رویم. اگر به نمودار مکان – زمان متحرک نگاه کنید، می‌بینید که مکان متحرک در لحظه‌های $t_1=5s$ و $t_2=9s$ را داریم. شتاب متحرک (a) را هم که الان پیدا کردیم، اگر سرعت اولیه متحرک (V_0) را هم داشته باشیم، کافی است که مکان‌ها (مثلاً مکان متحرک در لحظه $t_1=5s$) را در معادله مکان – زمان متحرک جای‌گذاری کنیم و مکان اولیه آن (x_0) را به دست بیاوریم.

$$v_{(t_1=5s)}=at+v_0 \xrightarrow[t_1=5s]{v_{(t_1=5s)}=-2\frac{m}{s},\ a=-2\frac{m}{s^2}} -2=-2\times 5+V_0\rightarrow V_0=8\frac{m}{s}$$

$$x_{(t_1=5s)}=\frac{1}{2}at_1^2+v_0t_1+x_0 \xrightarrow[t_1=5s,\ v_0=8\frac{m}{s}]{x_{(t_1=5s)}=24m,\ a=-2\frac{m}{s^2}} 24=\frac{1}{2}\times(-2)\times 25+40+x_0\rightarrow 24=-25+40+x_0\rightarrow x_0=9m$$

13. اتومبیلی با سرعت ثابت $72\frac{km}{h}$ روی مسیر مستقیمی حرکت می‌کند. ناگهان راننده مانعی را در فاصله‌ی ۴۶ متری می‌بیند و با شتاب ثابت ترمز می‌گیرد. اگر مدت زمان ترمز گرفتن ۱۵ برابر مدت زمان واکنش راننده و مسافت طی شده هنگام ترمز ۱۰/۵ برابر مسافت طی شده در زمان واکنش باشد، چه اتفاقی برای اتومبیل رخ می‌دهد؟

۱) دقیقاً مقابل مانع متوقف می‌شود.

۲) با تندی $28/8\frac{km}{h}$ به مانع برخورد می‌کند.

۳) در فاصله ۶ متری مانع متوقف می‌شود.

۴) با تندی $14/4\frac{km}{h}$ به مانع برخورد می‌کند.

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

اول باید ببینیم که اتومبیل به مانع برخورد می‌کند یا نه؟! اگر اتومبیل به مانع برخورد نکند، باید تندی آن قبل از برخورد به مانع صفر شود $(v_2=0\frac{m}{s})$، از آن‌جا که اتومبیل در ابتدا با سرعت ثابت (مدت زمان واکنش راننده) سپس با شتاب ثابت (مدت زمان ترمز گرفتن راننده) حرکت می‌کند، پس تندی اتومبیل در هنگامی که راننده با شتاب ثابت در حال ترمز گرفتن است، صفر می‌شود. چون شتاب اتومبیل را نداریم، پس از رابطه مستقل از شتاب استفاده می‌کنیم.

$$\frac{v_1+v_2}{2}=\frac{\Delta x_{\text{ترمز}}}{\Delta t_{\text{ترمز}}} \xrightarrow[v_2=0\frac{m}{s},\ \Delta x_{\text{ترمز}}=10/5\Delta x_{\text{واکنش}}]{v_1=72\frac{km}{h}=20\frac{m}{s}} \frac{20+0}{2}=\frac{10/5\Delta x_{\text{واکنش}}}{\Delta t_{\text{ترمز}}}\rightarrow \Delta t_{\text{ترمز}}=1/05\Delta x_{\text{واکنش}}$$

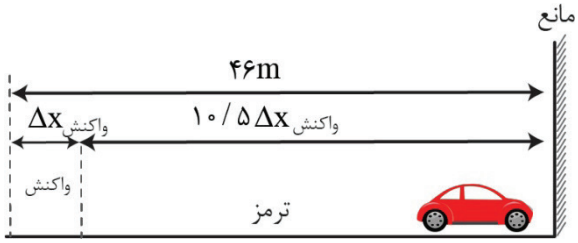
$$\xrightarrow{\Delta x_{\text{واکنش}}=v_1\Delta t_{\text{واکنش}}=20\Delta t_{\text{واکنش}}} \Delta t_{\text{ترمز}}=1/05\times 20\Delta t_{\text{واکنش}}\rightarrow \Delta t_{\text{ترمز}}=21\Delta t_{\text{واکنش}}$$

این یعنی این اگر قرار باشد اتومبیل قبل از رسیدن به مانع بایستد، باید مدت زمان ترمز گرفتن، ۲۱ برابر مدت زمان واکنش راننده $(\Delta t_{\text{ترمز}}=21\Delta t_{\text{واکنش}})$ باشد؛ در صورتی که طبق سوال، مدت زمان ترمز گرفتن، ۱۵ برابر مدت زمان واکنش راننده $(\Delta t_{\text{ترمز}}=15\Delta t_{\text{واکنش}})$ است. پس به مدت زمان بیشتری برای ترمز گرفتن نیاز است تا اتومبیل قبل از برخورد به مانع بایستد و در نتیجه، اتومبیل قبل از برخورد به مانع

نمی‌ایستد و به مانع برخورد می‌کند. ۱ و ۳ پَرا!

پس حالا سوال را با دانستن این‌که اتومبیل به مانع برخورد می‌کند، حل می‌کنیم.

یک شکل مناسب رسم می‌کنیم و هریک از مسافت‌های طی شده در مدت زمان‌هایی که اتومبیل با سرعت ثابت و شتاب ثابت حرکت می‌کند، مشخص می‌کنیم.



$$\Delta x_{\text{واکنش}} + \Delta x_{\text{ترمز}} = ۴۶\text{m} \rightarrow \Delta x_{\text{واکنش}} + ۱۰/۵\Delta x_{\text{واکنش}} = ۴۶ \rightarrow ۱۱/۵\Delta x_{\text{واکنش}} = ۴۶ \rightarrow \Delta x_{\text{واکنش}} = ۴\text{m}$$

$$\Delta x_{\text{ترمز}} = ۱۰/۵\Delta x_{\text{واکنش}} \xrightarrow{\Delta x_{\text{واکنش}} = ۴\text{m}} \Delta x_{\text{ترمز}} = ۱۰/۵ \times ۴ = ۴۲\text{m}$$

در زمان واکنش راننده اتومبیل با سرعت ثابت حرکت می‌کند. پس با استفاده از معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت، مدت زمان واکنش را می‌توانیم حساب کنیم.

$$\Delta x_{\text{واکنش}} = v_۱ \Delta t_{\text{واکنش}} \xrightarrow[v_۱ = ۲۰\frac{\text{m}}{\text{s}}]{\Delta x_{\text{واکنش}} = ۴\text{m}} \not{۴} = \not{۲۰}^{۱۰} \Delta t_{\text{واکنش}} \rightarrow \Delta t_{\text{واکنش}} = ۰/۲\text{s}$$

$$\Delta t_{\text{ترمز}} = ۱۵\Delta t_{\text{واکنش}} \xrightarrow{\Delta t_{\text{واکنش}} = ۰/۲\text{s}} \Delta t_{\text{ترمز}} = ۱۵ \times ۰/۲ = ۳\text{s}$$

در گزینه‌های سوال می‌بینیم که باید به دنبال تندی برخورد اتومبیل به مانع باشیم. شتاب متحرک را نداریم؛ پس از رابطه مستقل از شتاب استفاده می‌کنیم و تندی برخورد اتومبیل به مانع را به دست می‌آوریم.

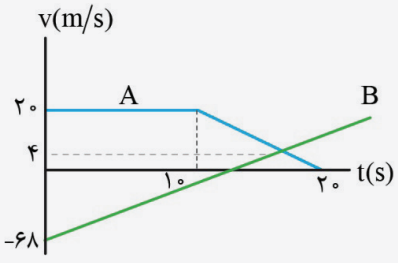
$$\frac{v_۱ + v_{\text{برخورد}}}{۲} = \frac{\Delta x_{\text{ترمز}}}{\Delta t_{\text{ترمز}}} \xrightarrow[\Delta t_{\text{ترمز}} = ۳\text{s}]{v_۱ = ۲۰\frac{\text{m}}{\text{s}}, \Delta x_{\text{ترمز}} = ۴۲\text{m}} \frac{۲۰ + v_{\text{برخورد}}}{۲} = \frac{\not{۴۲}^{۱۴}}{\not{۳}} \rightarrow v_{\text{برخورد}} = ۸\frac{\text{m}}{\text{s}} = ۲۸/۸\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

درسنامه

اگر سرعت متحرکی که با شتاب ثابت بر روی محور x حرکت می‌کند، در لحظه $t_۱$ و مکان $x_۱$ برابر با $v_۱$ و در لحظه $t_۲$ و مکان $x_۲$ برابر با $v_۲$ باشد، رابطه زیر که به آن رابطه مستقل از شتاب می‌گوییم، برقرار است.

$$\frac{v_۱ + v_۲}{۲} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱}$$

14. شکل زیر، نمودار سرعت – زمان دو متحرک A و B را که هر دو در مبدأ زمان از مبدأ مکان عبور کرده‌اند، را نشان می‌دهد. بیشترین فاصله‌ی بین دو متحرک در بازه‌ی زمانی، $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۲۰\text{s}$ چند متر است؟

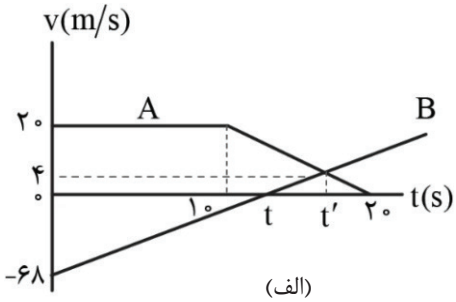


۱) ۸۶۰
۲) ۸۶۹
۳) ۸۷۲
۴) ۸۷۸

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | محاسباتی

با توجه به شکل(الف)متحرک B در لحظه $t_۱ = ۰\text{s}$ تا لحظه t در خلاف جهت محور x سپس در جهت محور x حرکت می‌کند و متحرک A هم که کلاً در جهت محور x در حال حرکت است. پس این دو متحرک در لحظه $t_۱ = ۰\text{s}$ تا لحظه t در خلاف جهت یک‌دیگر و از لحظه t به بعد،

هم‌جهت یک‌دیگر حرکت می‌کنند. اول باید ببینیم که بیشترین فاصله بین دو متحرک در چه لحظه‌ای رخ می‌دهد تا بتوانیم فاصله بین آن‌ها را نیز به دست بیاوریم. از لحظه $t_1 = 0s$ تا لحظه t دو متحرک از هم دور می‌شوند و فاصله بین آن‌ها افزایش می‌یابد. متحرک B در لحظه t تغییر جهت داده و به سمت متحرک A حرکت می‌کند. از لحظه t تا لحظه t'، چون تندی متحرک B کوچک‌تر از تندی متحرک A است، پس فاصله بین دو متحرک باز هم افزایش می‌یابد. در لحظه t'، تندی متحرک B برابر با تندی متحرک A می‌شود و پس از این لحظه، تندی متحرک B بزرگ‌تر از تندی متحرک A شده و به متحرک A نزدیک می‌شود (یادتان نرفته است که از لحظه t به بعد، دو متحرک هم‌جهت با یک‌دیگر حرکت می‌کنند؟). با این توضیحات، می‌بینیم که بیشترین فاصله بین دو متحرک در لحظه t' رخ می‌دهد. لحظه‌های t و t' را با کمک تشابه مثلث‌ها پیدا می‌کنیم. (شکل الف)

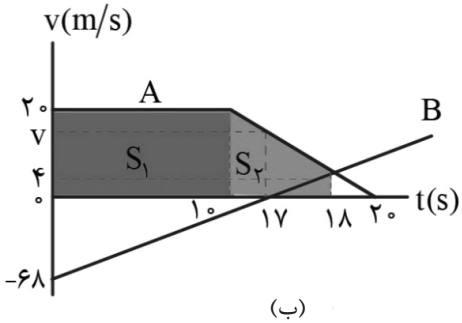


(الف)

$$\frac{۲۰}{۱۰}=\frac{۴}{۲۰-t'}\rightarrow ۲۰-t'=۲\rightarrow t'=۱۸s$$

$$\frac{۶۸}{t}=\frac{۴}{t'-t}\xrightarrow{t'=۱۸s}۱۷\times۱۸-۱۷t\rightarrow t=۱۷\times۱\rightarrow t=۱۷s$$

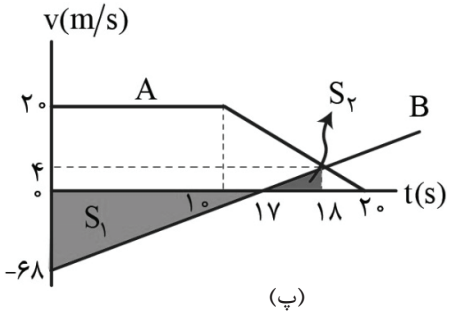
خب! حالا با کمک مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور t، جابه‌جایی هریک از متحرک‌ها از لحظه $t_1 = 0$ تا لحظه t' را حساب می‌کنیم. (شکل های ب و پ)



(ب)

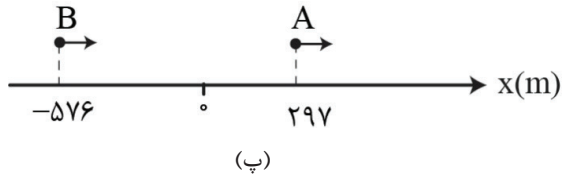
$$\Delta x_A = S_1 + S_2 = (۲۰\times۱۰) + \frac{(۲۰+۴)\times(۱۸-۱۰)}{۲} = ۲۹۶m$$

$$\Delta x_B = S'_2 - S'_1 = \frac{۲\times(۱۸-۱۷)}{۲} - \frac{۶۸\times۱۷}{۲} = -۵۷۶m$$



(پ)

همان‌طور که در شکل (پ) می‌بینید، بیشترین فاصله بین دو متحرک $(۲۹۶-(-۵۷۶)) = ۸۷۲m$ است.



(پ)

15. متحرک A با سرعت ثابت $(+۲۰\frac{m}{s})\vec{i}$ روی محور x در حال حرکت است و در لحظه‌ی $t = ۰$ از مبدأ مختصات عبور می‌کند. متحرک B در لحظه‌ی $t = ۱۰s$ از حال سکون با شتاب ثابت روی محور x شروع به حرکت می‌کند و در مدت زمان ۶ ثانیه سرعتش را به $(۳۰\frac{m}{s})\vec{i}$ می‌رساند و پس از آن با سرعت ثابت به حرکت ادامه می‌دهد. دو متحرک در چه مکانی بر حسب متر از کنار یک‌دیگر عبور می‌کنند؟

۱) ۶۶۰ ۲) ۷۸۰ ۳) ۸۴۰ ۴) ۹۶۰

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

اگر ۶ ثانیه از حرکت متحرک B بگذرد، متحرک A به مدت $(۶+۱۰) = ۱۶$ ثانیه حرکت کرده است. مکان متحرک A را با کمک معادله مکان – زمان آن و مکان متحرک B را به کمک رابطه مستقل از شتاب به دست می‌آوریم.

$$x_A = v_A t_A + x_{\circ,A} \xrightarrow[x_{\circ,A}=\circ m]{v_A=۲\circ \frac{m}{s}, t_A=۱۶s} x_A = ۲\circ \times ۱۶ + \circ = ۳۲\circ m$$

$$\frac{v_{\circ,B}+v_B}{۲} = \frac{x_B - x_{\circ,B}}{t_۲ - t_۱} \xrightarrow[x_{\circ,B}=\circ m, t_۲=۶s, t_۱=\circ s]{v_{\circ,B}=\circ \frac{m}{s}, v_B=۳\circ \frac{m}{s}} \frac{۳\circ}{۲} = \frac{x_B}{۶} \rightarrow x_B = ۹\circ m$$

از این لحظه به بعد، متحرک B با سرعت ثابت حرکت می‌کند. وقتی که دو متحرک به هم می‌رسند، در مکان یکسانی قرار می‌گیرند. پس معادله مکان – زمان دو متحرک پس از این لحظه را می‌نویسیم و مساوی با هم قرار می‌دهیم تا لحظه‌ای را که به هم می‌رسند، پیدا کنیم.

$$x'_A = x'_B \rightarrow v_A t + x_A = v_B t + x_B \xrightarrow[v_B=۳\circ \frac{m}{s}, x_B=۹\circ m]{v_A=۲\circ \frac{m}{s}, x_A=۳۲\circ m} ۲\circ t + ۳۲\circ = ۳\circ t + ۹\circ \rightarrow t = ۲۳s$$

سوال مکانی را که دو متحرک به هم می‌رسند، می‌خواهد که برای محاسبه آن کافی است لحظه $t=۲۳s$ را در یکی از معادله‌های مکان – زمان دو متحرک (مثلاً A) جای‌گذاری کنیم.

$$x'_A = v_A t + x_A \xrightarrow[x_A=۳۲\circ m]{v_A=۲\circ \frac{m}{s}, t=۲۳s} x'_A = \overset{۴۶\circ}{\cancel{۲\circ \times ۲۳}} + ۳۲\circ = ۷۸\circ m$$

فیزیک دوازدهم | ۲۹ آبان‌ماه ۱۴۰۴

۱. یک سیب از شاخه درخت آویزان است. واکنش نیروی وزن سیب به چه جسمی و در چه جهتی وارد می‌شود؟

۱) شاخه درخت - از شاخه به سمت سیب
۲) کره زمین - از مرکز کره زمین به سمت سیب
۳) شاخه درخت - از سیب به سمت شاخه
۴) کره زمین - از سیب به سمت مرکز کره زمین

پاسخ: گزینه ۲ ساده | مفهومی

وزن سیب نیروی گرانشی است که از طرف کره‌ی زمین بر آن وارد می‌شود و جهت آن به سمت مرکز کره‌ی زمین است. پس واکنش این نیرو طبق قانون سوم نیوتون، از طرف سیب بهکره‌ی زمین وارد می‌شود و جهت آن از مرکز کره زمین به سمت سیب است.

درسنامه

قانون اول نیوتون: یک جسم، حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ می‌کند مگر آن‌که نیروی خالصی (غیرصفر) به آن وارد شود. به عبارت دیگر وقتی نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند، اگر جسم ساکن باشد، همچنان ساکن باقی می‌ماند و اگر در حال حرکت باشد، سرعت جسم تغییر نمی‌کند و با همان سرعت به حرکت خود ادامه می دهد.

قانون دوم نیوتون: هرگاه بر جسمی نیروی خالصی وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو شتاب می‌گیرد که این شتاب با نیروی خالص وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و در همان جهت نیروی خالص است و با جرم جسم نسبت وارون دارد. $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$

قانون سوم نیوتون: هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم نیز به جسم اول نیرویی هم‌اندازه و هم‌راستا اما در خلاف جهت وارد می کند.

$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow F_{12} = F_{21}$

۲. جسمی به جرم ۵kg تحت تأثیر سه نیروی $\vec{F}_1 = (+5\,N)\vec{i}$، $|\vec{F}_2| = 8\,N$ و $|\vec{F}_3| = 12\,N$ با سرعت ثابت $(+6\frac{m}{s})\vec{i}$ روی محور x در حال حرکت است. اگر نیروی $\vec{F}_1$ حذف شود، تندی جسم ۳ ثانیه پس از حذف این نیرو به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟

۱) ۳/۶ ۲) ۳ ۳) ۹ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۲ ساده | محاسباتی

چون در ابتدا جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، طبق قانون اول نیوتون، نیروهای وارد بر آن متوازن‌اند و نیروی خالص وارد بر آن صفر است.

$\vec{F}_{net} = 0$

با حذف نیروی $\vec{F}_1$، نیروهای $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ به جسم وارد می‌شوند که همان‌طور که در زیر حساب کردیم، نیروی خالص $(-5\,N)\vec{i}$ است.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \rightarrow \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_1 \xrightarrow{\vec{F}_1 = (5\,N)\vec{i}} \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (-5\,N)\vec{i}$$

در این حالت، چون جسم با سرعت ثابت $6\frac{m}{s}$ در جهت محور x حرکت می‌کند و نیروی خالص 5N در خلاف جهت محور x به آن وارد می‌شود، پس حرکت جسم ابتدا کندشونده و در جهت محور x سپس تندشونده و در خلاف جهت محور x خواهد شد.

سوال تندی جسم را ۳ ثانیه پس از نیروی $\vec{F}_1$ می‌خواهد. اگر معادله‌ی سرعت – زمان جسم را بنویسیم، می‌توانیم تندی آن در این لحظه را حساب کنیم. برای نوشتن معادله‌ی سرعت – زمان جسم، به شتاب آن نیاز داریم که با کمک قانون دوم نیوتون آن را به دست می‌آوریم.

$$\vec{F}'_{net} = m\vec{a} \xrightarrow[m=5kg]{\vec{F}'_{net} = (-5\,N)\vec{i}} -5\vec{i} = 5\vec{a} \rightarrow \vec{a} = (-1\frac{m}{s^2})\vec{i}$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t=3s,\, v_0 = 6\frac{m}{s}]{a = -1\frac{m}{s^2}} v = -1\times 3 + 6 = 3\frac{m}{s} \Rightarrow |v| = 3\,m/s$$

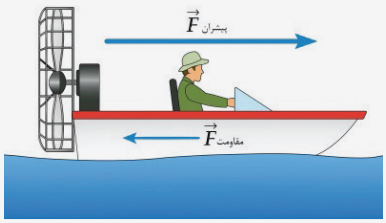
درسنامه

معادله‌ی سرعت - زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت زیر است.

$$v = a\,t + v_{\circ} \quad \left(\frac{m}{s}\right)\text{سرعت در لحظه‌ی } t \leftarrow v = a\,t + v_{\circ} \rightarrow \left(\frac{m}{s}\right)\text{سرعت اولیه}$$

$$a: \left(\frac{m}{s^2}\right)\text{شتاب} \qquad t: (s)\text{زمان}$$

۳. مطابق شکل یک قایق موتوری که جرم آن همراه سرنشین ۴۰۰kg می‌باشد، تحت نیروی پیشران ثابت به بزرگی ۲۱۰۰N از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و پس از طی مسافت ۴۰۰ متر روی خط راست به تندی $۶۰\frac{m}{s}$ می‌رسد. اگر نیروی مقاومت وارد بر قایق ثابت در نظر گرفته شود، بزرگی این نیرو چند نیوتون است؟



۱) ۱۰۰

۲) ۲۰۰

۳) ۳۰۰

۴) ۴۰۰

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | محاسباتی

گام اول) اگر نیروی خالص وارد بر مجموعه‌ی قایق و سرنشین $(\vec{F}_{net})$ را داشته باشیم، می‌توانیم نیروی مقاومت وارد بر قایق $(\vec{F}_{\text{مقاومت}})$ را پیدا کنیم. جرم قایق به همراه سرنشین آن (m) را داریم؛ پس اگر شتاب قایق (a) را هم داشته باشیم، می‌توانیم نیروی خالص وارد بر مجموعه‌ی قایق و سرنشین $(\vec{F}_{net})$ را طبق قانون دوم نیوتون $(F_{net} = ma)$ به دست بیاوریم. با استفاده از رابطه‌ی سرعت – جابه‌جایی، شتاب قایق (a) را حساب می‌کنیم.

$$v^2 - v_{\circ}^2 = 2a\Delta x \xrightarrow[\Delta x = 400\,m]{v = 60\frac{m}{s},\ v_{\circ} = 0} 3600 - 0 = 2a \times 400 \rightarrow a = 4.5\,\frac{m}{s^2}$$

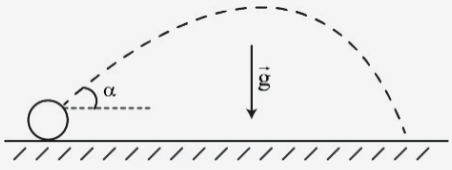
گام دوم) حالا می‌توانیم نیروی خالص وارد بر مجموعه‌ی قایق و سرنشین $(\vec{F}_{net})$ را به دست بیاوریم.

$$F_{net} = ma \xrightarrow[a = 4.5\frac{m}{s^2}]{m = 400\,kg} F_{net} = 400 \times 4.5 = 1800\,N$$

گام سوم) طبق شکل داده شده در صورت سوال، نیروی پیشران و نیروی مقاومت وارد بر قایق، هم‌راستا و در خلاف جهت یک‌دیگر هستند، بنابراین بزرگی نیروی خالص وارد بر مجموعه‌ی قایق و سرنشین (F_{net}) برابر با اختلاف این دو نیرو است.

$$F_{net} = F_{\text{پیشران}} - F_{\text{مقاومت}} \xrightarrow[F_{\text{پیشران}} = 2100\,N]{F_{net} = 1800\,N} 1800 = 2100 - F_{\text{مقاومت}} \rightarrow F_{\text{مقاومت}} = 300\,N$$

۴. مطابق شکل یک توپ در هوا از سطح زمین تحت زاویه α نسبت به افق پرتاب می‌شود. اگر بزرگی شتاب توپ در نقطه اوج آن $12/5\frac{m}{s^2}$ باشد، بزرگی نیروی مقاومت هوای وارد بر توپ در نقطه اوج چند برابر بزرگی وزن توپ است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$



۱) $\frac{3}{4}$

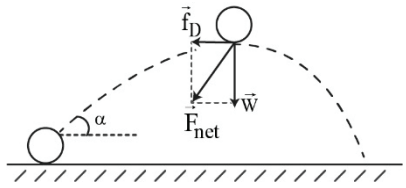
۲) $\frac{1}{4}$

۳) $\frac{1}{2}$

۴) $\frac{1}{5}$

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | محاسباتی

گام اول) دو نیروی وزن $(\vec{W})$ و مقاومت هوا $(\vec{f}_D)$ بر توپ وارد می‌شود. همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، در نقطه‌ی اوج، نیروی مقاومت هوا $(\vec{f}_D)$ به سمت چپ و نیروی وزن رو به پایین $(\vec{W})$ است. از آن‌جا که شتاب توپ $(\vec{a})$ هم‌جهت با نیروی خالص وارد بر آن $(\vec{F}_{net})$ است، می‌توان نوشت:



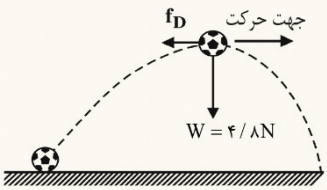
$$F_{net}^2 = f_D^2 + W^2 \xrightarrow[W=mg,\ g=10\frac{m}{s^2}]{F_{net}=ma,\ a=\frac{25}{2}\frac{m}{s^2}} (\frac{25}{2}m)^2 = f_D^2 + (10m)^2 \rightarrow f_D^2 = \frac{225}{4}m^2 \xrightarrow{\sqrt{}} f_D = \frac{15}{2}m$$

گام دوم) سوال نسبت اندازهٔ نیروی مقاومت هوا (f_D) به اندازهٔ وزن توپ (W) را می‌خواهد و ما هم حسابش می‌کنیم:

$$\frac{f_D}{mg} = \frac{\frac{15}{2}m}{10m} = \frac{3}{4}$$

تست‌درتست **شکل زیر، نیروهای وارد بر توپی را در بالاترین نقطه‌ی مسیرش نشان می‌دهد که در آن $\vec{f}_D$ نیروی مقاومت هوا و $\vec{W}$ وزن توپ است. اگر بزرگی شتاب در این لحظه $\frac{65}{6}\frac{m}{s^2}$ باشد، f_D چند نیوتون است؟ (از نیروهای دیگر وارد بر توپ صرف‌نظر کنید و $(g = 10\frac{m}{s^2})$**

(ریاضی ۹۹)



۱) ۱
۲) ۱/۵
۳) ۲
۴) ۲/۵

پاسخ: گزینه ۳

---

۵. مطابق شکل دو شخص به جرم‌های $m_1 = 100kg$ و $m_2 = 50kg$ در یک سالن مسطح و صاف روی کفش‌های چرخ‌دار روبه‌روی یک‌دیگر ایستاده‌اند. اگر بزرگی شتابی که شخص (۱) می‌گیرد $2\frac{m}{s^2}$ باشد، بردار نیرویی که شخص (۱) به شخص (۲) وارد می‌کند در SI کدام است؟



۱) $+100\vec{i}$
۲) $-100\vec{i}$
۳) $+200\vec{i}$
۴) $-200\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۳ ساده | محاسباتی

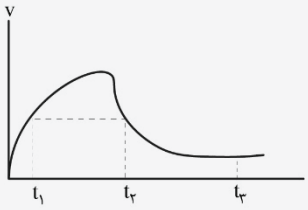
طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که شخص (۱) به شخص (۲) وارد می‌کند $(\vec{F}_{12})$ هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف جهت نیرویی است که شخص (۲) به شخص (۱) وارد می‌کند $(\vec{F}_2)$.

$$F_{12}=F_{21}\xrightarrow[m_1=100kg,a_1=2\frac{m}{s^2}]{F_{21}=m_1a_1}F_{12}=100\times2=200N$$

۱ و ۲ پَرا

طبق شکل داده شده، نیرویی که شخص (۱) به شخص (۲) وارد می‌کند ($\vec{F}_{12}$) در جهت محور x است؛ پس بردار نیرویی که شخص (۱) به شخص (۲) وارد می‌کند، در SI به صورت $\vec{F}_{12}=200\vec{i}$ است.

۶. نمودار تندی یک چترباز که از یک بالگرد ساکن در راستای قائم سقوط کرده است، بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. اگر بزرگی نیروی مقاومت هوای وارد بر چترباز در لحظه‌های t_1، t_2 و t_3 به‌ترتیب f_1، f_2 و f_3 باشد، کدام گزینه درست است؟



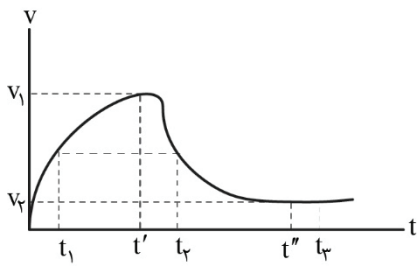
۱) $f_1=f_2>f_3$

۲) $f_1=f_2<f_3$

۳) $f_2>f_3>f_1$

۴) $f_1>f_2>f_3$

پاسخ: گزینه ۳ ساده | مفهومی

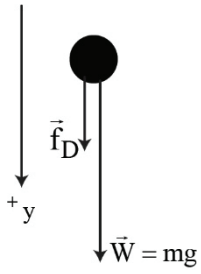


در نمودار تندی – زمان چترباز (شکل زیر) می‌بینیم که تندی چترباز از لحظه‌ی $t=0s$ تا لحظه‌ی t' افزایش می‌یابد و در لحظه‌ی t' به تندی ثابت v_1 می‌رسد. اندکی پس از این لحظه، تندی چترباز به‌طور ناگهانی کاهش می‌یابد و در لحظه‌ی t به تندی ثابت v_2 می‌رسد؛ بنابراین می‌توانیم نتیجه بگیریم که چترباز از لحظه‌ی $t=0s$ تا لحظه‌ی t با چتر بسته سقوط کرده است و چون تندی آن در این مرحله افزایش می‌یابد، پس وزن آن بزرگ‌تر از نیروی مقاومت هواست $(W>f_1)$. در ادامه، چترباز اندکی پس از لحظه‌ی t' چتر خود را باز کرده است و چون تندی آن تا لحظه‌ی t'' کاهش می‌یابد، پس وزن آن کوچک‌تر از نیروی مقاومت هوا است $(W<f_2)$. در ادامه، چون چترباز با تندی ثابت v_2 به حرکت خود ادامه می‌دهد، پس وزن آن هم اندازه با نیروی مقاومت هوا است $(W=f_3)$؛ بنابراین، مقایسه‌ی نیروی مقاومت هوا در لحظه‌های t_1, t_2, t_3 به صورت $f_2>f_3>f_1$ است.

۷. دو گلوله به جرم‌های $m_1=100g$ و $m_2=400g$ از سطح زمین با سرعت‌های اولیه یکسان $20\frac{m}{s}$ در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شوند. اگر بزرگی نیروی مقاومت هوای وارد بر هر دو گلوله تا رسیدن به ارتفاع اوج آن‌ها ثابت و یکسان فرض شود و ارتفاع اوج یکی از گلوله‌ها ۶ متر بیشتر از گلوله دیگر باشد، بیشترین ارتفاعی که ممکن است گلولهٔ سنگین‌تر به آن برسد، چند متر است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ۳ سخت | محاسباتی



دو نیروی وزن $(\vec{W})$ و مقاومت هوا $(\vec{f}_D)$ به گلوله وارد می‌شوند. وقتی گلوله‌ای را به سمت بالا پرتاب می‌کنیم، نیروی مقاومت هوای وارد بر آن به سمت پایین است. در این حالت با در نظر گرفتن جهت مثبت محور y به سمت پایین و طبق قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{net}=ma\rightarrow mg+f_D=ma\xrightarrow{\div m}a=g+\frac{f_D}{m}\quad(1)$$

طبق رابطه بالا، اگر نیروی مقاومت هوای وارد بر دو گلوله یکسان باشد، گلوله‌ای که جرم آن بزرگ‌تر است، اندازه‌ی شتابش کوچک‌تر است. پس

چون جرم گلوله‌ی (۲) بزرگ‌تر از جرم گلوله‌ی (۱) است $(m_۲ > m_۱)$، اندازه‌ی شتاب گلوله‌ی (۲) کوچک‌تر از اندازه‌ی شتاب گلوله‌ی (۱) است $(a_۲ < a_۱)$. حالا با کمک رابطه‌ی مستقل از زمان، ارتفاع اوج دو گلوله را با هم مقایسه می‌کنیم. (جهت $+y$ را رو به پایین فرض کردیم).

$$v^۲ - v_۰^۲ = -۲ah \xrightarrow{v=۰} v_۰^۲ = ۲ah \xrightarrow{v_{۰,۱}=v_{۰,۲}} ۲a_۱h_۱ = ۲a_۲h_۲ \rightarrow \frac{a_۱}{a_۲} = \frac{h_۲}{h_۱} \xrightarrow{a_۲<a_۱} h_۲ > h_۱$$

الان فهمیدیم که ارتفاع اوج گلوله‌ی (۲) بزرگ‌تر از ارتفاع اوج گلوله‌ی (۱) است. پس منظور سوال از این‌که ارتفاع اوج یکی از گلوله‌ها ۶ متر بیشتر از ارتفاع اوج گلوله‌ی دیگر است، $h_۲ - h_۱ = ۶m$ است. با کمک رابطه‌ی مستقل از زمان. ارتفاع اوج هریک از گلوله‌ها را بر حسب اندازه‌ی شتاب آن‌ها می‌نویسیم.

$$v_۰^۲ = ۲a_۱h_۱ \xrightarrow{v_۰=۲۰\frac{m}{s}} \cancel{۴۰۰} = ۲a_۱h_۱ \rightarrow h_۱ = \frac{۲۰۰}{a_۱},\ v_۰^۲ = ۲a_۲h_۲ \xrightarrow{v_۰=۲۰\frac{m}{s}} \cancel{۴۰۰} = ۲a_۲h_۲ \rightarrow h_۲ = \frac{۲۰۰}{a_۲}$$

$$h_۲ - h_۱ = ۶ \xrightarrow[h_۱=\frac{۲۰۰}{a_۱}]{h_۲=\frac{۲۰۰}{a_۲}} \frac{۲۰۰}{a_۲} - \frac{۲۰۰}{a_۱} = ۶ \rightarrow \cancel{۲۰۰}^{۱۰۰}\left(\frac{a_۱ - a_۲}{a_۱a_۲}\right) = \cancel{۶}^{۳} \rightarrow \frac{a_۱ - a_۲}{a_۱a_۲} = \frac{۳}{۱۰۰} \qquad (۲)$$

همان‌طور که می‌بینید باید از شر $a_۱$ و $a_۲$ خلاص شویم. برای این کار، دست به دامن رابطه‌ی (۱) می‌شویم و اندازه‌ی شتاب هریک از گلوله‌ها را بر حسب نیروی مقاومت هوا $(\vec{f}_D)$ می‌نویسیم (جهت $+y$ را رو به پایین فرض کردیم).

$$a_۱ = g + \frac{f_D}{m_۱} \xrightarrow[m_۱=۰/۱kg]{g=۱۰\frac{m}{s^۲}} a_۱ = ۱۰ + \frac{f_D}{۰/۱} = ۱۰ + ۱۰f_D$$

$$a_۲ = g + \frac{f_D}{m_۲} \xrightarrow[m_۲=۰/۴kg]{g=۱۰\frac{m}{s^۲}} a_۲ = ۱۰ + \frac{f_D}{۰/۴} = ۱۰ + ۲/۵f_D$$

حالا $a_۱$ و $a_۲$ را در رابطه‌ی (۲) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$\frac{a_۱ - a_۲}{a_۱a_۲} = \frac{۳}{۱۰۰} \xrightarrow[a_۲=۱۰+۲/۵f_D]{a_۱=۱۰+۱۰f_D} \frac{\cancel{۱۰+۱۰f_D-۱۰-۲/۵f_D}^{۲/۵f_D \,/\, ۷/۵f_D}}{\cancel{(۱۰+۱۰f_D)(۱۰+۲/۵f_D)}_{۲۵f_D^۲+۱۲۵f_D+۱۰۰}} = \frac{\cancel{۱}^{۱}}{۱۰۰} \rightarrow ۲۵۰f_D = ۲۵f_D^۲ + ۱۲۵f_D + ۱۰۰$$

$$\xrightarrow{\div ۲۵} f_D^۲ - ۵f_D + ۴ = ۰ \rightarrow (f_D - ۱)(f_D - ۴) = ۰ \rightarrow f_D = N\ ,\ f_D = ۴N$$

اگر بخواهیم بیشینه‌ی ارتفاع اوج گلوله‌ی سنگین‌تر (یعنی گلوله (۲)) را حساب کنیم، باید مقدار ۱N را برای نیروی مقاومت هوا در نظر بگیریم، چون در این صورت طبق رابطه‌ی (۱)، اندازه‌ی شتاب گلوله‌ی (۲) کم تر خواهد شد و در نتیجه طبق رابطه‌ی مستقل از زمان، ارتفاع اوج آن بیشتر می‌شود (این‌جوری هم می‌شود نگاه کرد که هرچه اندازه‌ی نیروی مقاومت هوا کم‌تر باشد، گلوله بالاتر می‌رود)؛ بنابراین با در نظر گرفتن $f_D = ۱N$ اندازه‌ی شتاب گلوله‌ی (۲)، $(a_۲)$ و ارتفاع اوج آن $(h_۲)$ را حساب می‌کنیم.

$$a_۲ = ۱۰ + ۲/۵f_D \xrightarrow{f_D=۱N} a_۲ = ۱۰ + ۲/۵ \times ۱ = ۱۲/۵\frac{m}{s^۲}$$

$$h_۲ = \frac{۲۰۰}{a_۲} \xrightarrow{a_۲=۱۲/۵} h_۲ = \frac{۲۰۰}{\frac{۱۲۵}{۲۵}} = ۱۶m$$

۸. شخصی به وزن $۹۸۰\,N$ درون یک آسانسور بر روی یک ترازوی فنری ایستاده است. اگر آسانسور در حال حرکت با شتاب ثابت باشد، ترازو عدد $۷۸۰\,N$ را نشان می‌دهد. کدام موارد در حین حرکت آسانسور الزاماً درست است؟ ($g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ و جهت مثبت محور y به سمت بالا فرض شود.)

الف) بزرگی برایند نیروهای وارد بر شخص $۲۰۰\,N$ است.

ب) جهت حرکت آسانسور رو به پایین است.

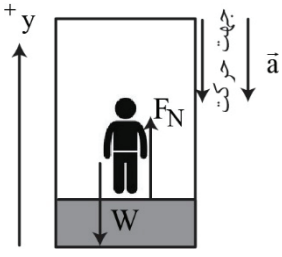
پ) جهت شتاب آسانسور رو به پایین است.

ت) بردار نیرویی که کف آسانسور به پای شخص وارد می‌کند $(+۲۰۰\,N)\vec{j}$ است.

۱) الف و ب ۲) ب و ت ۳) الف و پ ۴) پ و ت

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | محاسباتی و مفهومی

عددی که ترازو نشان می‌دهد $(۷۸۰\,N)$، کوچک‌تر از وزن شخص $(۹۸۰\,N)$ است؛ پس آسانسور یا به صورت تندشونده رو به پایین یا به صورت کندشونده رو به بالا حرکت می‌کند (ب ✗ و (۱) و (۲) پَرا) که در هر دو حالت، جهت شتاب آسانسور رو به پایین است (پ ✓). یکی از این دو حالت (مثلاً حرکت تندشونده رو به پایین) را ر نظر می‌گیریم و عبارت‌های (آ) و (ت) را بررسی می‌کنیم.



الف: دو نیروی وزن $(\vec{W})$ و عمودی سطح $(\vec{F}_N)$ بر شخص وارد می‌شود که بزرگی نیروی خالص آن‌ها را حساب می‌کنیم.

$$F_{net}=F_N-W \xrightarrow[W=۹۸۰\,N]{F_N=۷۸۰\,N} F_{net}=۷۸۰-۹۸۰=-۲۰۰\,N \rightarrow |F_{net}|=۲۰۰\,N$$

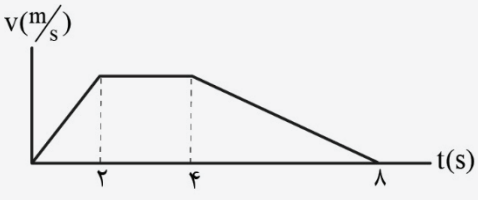
(الف ✓ و (ج) پَرپَرا!)

ت: نیرویی که کف آسانسور به پای شخص وارد می‌کند، $\vec{F}_N$ است. همان‌طور که در شکل می‌بینید، جهت این نیرو رو به بالا و در جهت محور y و اندازه‌ی آن $۷۸۰\,N$ است؛ پس $\vec{F}_N=(۷۸۰\,N)\vec{j}$ است. ✗

درسنامه

جهت حرکت	نوع حرکت	اندازه‌ی نیرویی که آسانسور به شخص وارد می‌کند.	جهت شتاب آسانسور
بالا	تندشونده	$F_N=m(g+a)$	بالا
بالا	کندشونده	$F_N=m(g-a)$	پایین
پایین	تندشونده	$F_N=m(g-a)$	پایین
پایین	کندشونده	$F_N=m(g+a)$	بالا

۹. نمودار سرعت – زمان آسانسوری که در حال حرکت به سمت بالا است، مطابق شکل زیر است. جعبه‌ای به جرم $۵\,kg$ درکف آسانسور قرار دارد. اگر بیشترین و کم‌ترین اندازهٔ نیرویی که کف آسانسور به جعبه در حین حرکت آسانسور وارد می‌کند به ترتیب $۶۰\,N$ و F باشد، F چند نیوتون است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۵۰
۲) ۴۰
۳) ۳۰
۴) ۴۵

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | محاسباتی

با توجه به نمودار، حرکت آسانسور و جعبه در دو ثانیه‌ی نخست حرکت $(0\le t\le 2s)$ تندشونده و در چهار ثانیه‌ی دوم حرکت $(4s\le t\le 8s)$ کندشونده است. با توجه به این‌که جهت حرکت آسانسور به سمت بالا است، بیشترین نیروی وارد بر جسم در بازه‌ی زمانی $(0\le t\le 2s)$ و کم‌ترین نیروی وارد بر جسم در بازه‌ی زمانی $(4s\le t\le 8s)$ است. بزرگی شتاب در هریک از این دو بازه را حساب می‌کنیم:

$$0\le t\le 2s \Rightarrow |a_1|=\frac{v-0}{2-0}=\frac{v}{2} \quad (v: \text{حداکثر سرعت آسانسور})$$

$$4s\le t\le 8s \Rightarrow |a_2|=\frac{|0-v|}{8-4}=\frac{v}{4}$$

حالا مقادیر F_N را در هر حالت به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} F_{N_1}=m(g+a_1)=5(10+\frac{v}{2}) \\ F_{N_2}=m(g-a_2)=5(10-\frac{v}{4}) \end{cases}$$

مقدار F_{N_1} را برابر $60N$ قرار می‌دهیم تا مقدار v به دست بیاید:

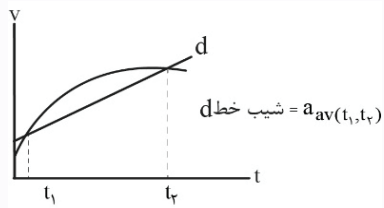
$$F_{N_1}=5(10+\frac{v}{2})=60 \Rightarrow 10+\frac{v}{2}=12 \Rightarrow v=4\frac{m}{s}$$

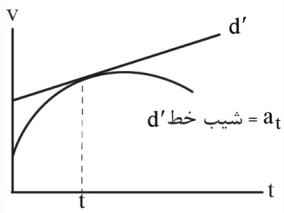
حالا مقدار F_{N_2} را که کم‌ترین نیرویی است که کف آسانسور به جعبه وارد می‌کند، به دست می‌آوریم:

$$F_{N_2}=5(10-\frac{v}{4})=5(10-1)=45N$$

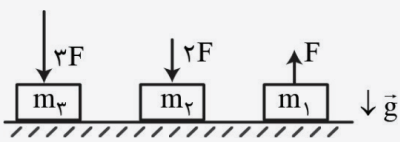
درسنامه

شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان متحرک در هر لحظه، بیانگر شتاب متحرک در آن لحظه است و شیب پاره‌خط واصل بین دو لحظه، بیانگر شتاب متوسط متحرک در آن بازه‌ی زمانی است.





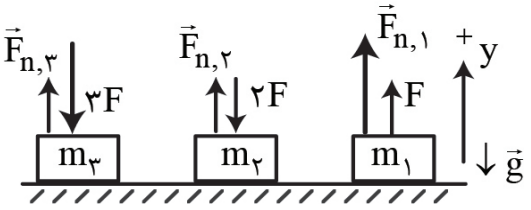
۱۰. مطابق شکل سه جسم روی سطح افقی ثابت هستند. اگربزرگی نیروی عمودی که سطح افقی به جسم (۱) وارد می‌کند، ۲ برابر بزرگی نیروی عمودی باشد که سطح افقی به جسم (۲) وارد می‌کند تا بزرگی نیرویی که سطح افقی به جسم (۳) وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(m_1=3m_2=5m_3=15kg)$



۱) ۴۵
۲) ۶۰
۳) ۹۰
۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

گام اول) ابتدا طبق قانون اول نیوتون، نیروی عمودی را که سطح افقی به هر سه جسم وارد می‌کند، حساب می‌کنیم (جهت $+y$ را رو به بالا در نظر گرفتیم).



$$F_{net,1}=0 \rightarrow F_{N,1}+F-m_1g=0 \xrightarrow[g=10\frac{m}{s^2}]{m_1=15kg} F_{N,1}=150-F$$

$$F_{net,2}=0 \rightarrow F_{N,2}-2F-m_2g=0 \xrightarrow[g=10\frac{m}{s^2}]{m_2=5kg} F_{N,2}=50+2F$$

$$F_{net,3}=0 \rightarrow F_{N,3}-3F-m_3g=0 \xrightarrow[g=10\frac{m}{s^2}]{m_3=3kg} F_{N,3}=30+3F$$

گام دوم) طبق گفته سوال، $F_{N,1}=2F_{N,2}$ است، بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

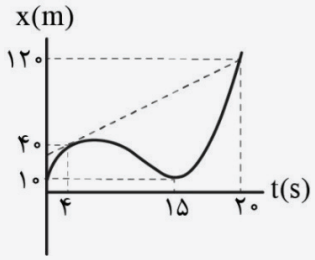
$$F_{N,1}=2F_{N,2} \xrightarrow[F_{N,2}=50+2F]{F_{N,1}=150-F} 150-F=2(50+2F) \rightarrow 150-F=100+4F \rightarrow 5F=50 \rightarrow F=10N$$

گام سوم) حالا می‌توانیم بزرگی نیرویی را که سطح افقی به جسم (۳) وارد می‌کند $(F_{N,3})$، به دست بیاوریم.

$$F_{N,3}=30+3F \xrightarrow{F=10N} F_{N,3}=30+3\times10=60N$$

فیزیک دوازدهم | ۱۳ آذرماه ۱۴۰۴

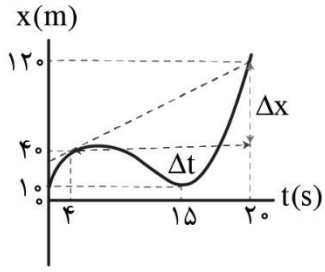
1. نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متحرک در لحظه $t = ۴s$ نصف تندی متوسط آن در ۲۰ ثانیه‌ی اول حرکتش باشد، تندی متوسط متحرک در ۱۵ ثانیه‌ی اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۸

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | محاسباتی

گام اول) ابتدا تندی متحرک در لحظه‌ی $t = ۴s$ را با استفاده از شیب خط رسم شده به دست می‌آوریم.



$$v_{(t=۴s)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۲۰-۴ = ۱۶s]{\Delta x = ۱۲۰-۴۰ = ۸۰m} v_{(t=۴s)} = \frac{۸۰}{۱۶} = ۵\frac{m}{s}$$

گام دوم) از آن‌جا که تندی متحرک در لحظه‌ی $t = ۴s$ ($v_{t=۴s}$) نصف تندی متوسط آن در ۲۰ ثانیه‌ی اول حرکتش است، می‌توانیم بنویسیم:

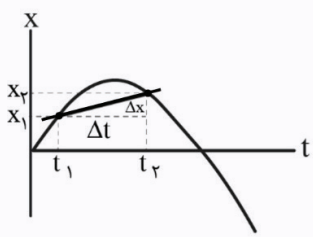
$$v_{(t=۴s)} = \frac{۱}{۲}s_{av} \xrightarrow[s_{av} = \frac{l}{t} = \frac{l}{۲۰}]{v_{(t=۴s)} = ۵\frac{m}{s}} ۵ = \frac{۱}{۲} \times \frac{l}{۲۰} \rightarrow l = ۲۰۰m$$

این یعنی این‌که متحرک در ۲۰ ثانیه‌ی اول حرکتش، مسافت ۲۰۰ متر را طی کرده است. همان‌طور که در نمودار مکان - زمان می‌بینید، متحرک در بازه‌ی زمانی $(۱۵s, ۲۰s)$، مسافت $۱۱۰m$ $(۱۰ - ۱۲۰)$ را طی کرده است؛ پس نتیجه می‌گیریم که متحرک در بازه‌ی زمانی $(۰s, ۱۵s)$، مسافت $۹۰m$ $(۱۱۰ - ۲۰۰)$ را طی کرده است. حالا می‌توانیم خواسته‌ی سوال یعنی تندی متوسط متحرک در ۱۵ ثانیه‌ی اول حرکت را به دست بیاوریم.

$$s_{av} = \frac{l'}{\Delta t'} \xrightarrow[\Delta t' = ۱۵s]{l' = ۹۰m} s'_{av} = \frac{۹۰}{۱۵} = ۶\frac{m}{s}$$

درسنامه

۱) در نمودار مکان - زمان متحرک، شیب خط واصل بین دو لحظه بیانگر سرعت متوسط متحرک در آن بازه‌ی زمانی است.



$$\text{شیب خط واصل} = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

۲) **تندی متوسط:** اگر متحرکی، مسافت l را در مدت زمان Δt طی کند، تندی متوسط آن از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید و بیانگر این است که متحرک در هر ثانیه، به‌طور متوسط چند متر مسافت طی کرده است.

$$\text{تندی متوسط}\left(\frac{m}{s}\right) \leftarrow s_{av} = \frac{l \rightarrow \text{مسافت طی شده (m)}}{\Delta t \rightarrow \text{مدت زمان (s)}}$$

2. معادله سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $v = t^۲ - ۱۰t + ۲۱$ است. به ترتیب از راست به چپ بزرگی شتاب متوسط متحرک در ۴ ثانیه‌ی اول حرکت و بزرگی شتاب متحرک در لحظه $t = ۵s$ در SI کدام است؟

۱) ۶، ۰/۸ ۲) ۱۰، صفر ۳) ۶، صفر ۴) ۱۰، ۰/۸

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | محاسباتی

بزرگی شتاب متوسط متحرک در ۴ ثانیه‌ی اول حرکت:

گام اول) ابتدا سرعت متحرک در لحظه‌های $t_۱ = ۰$ و $t_۲ = ۴s$ را به دست می‌آوریم.

$$v = t^۲ - ۱۰t + ۲۱ \begin{cases} \xrightarrow{t_۱ = ۰s} v_۱ = ۰^۲ - ۱۰\times ۰ + ۲۱ = ۲۱\frac{m}{s} \\ \xrightarrow{t_۲ = ۴s} v_۲ = ۴^۲ - ۱۰\times ۴ + ۲۱ = -۳\frac{m}{s} \end{cases}$$

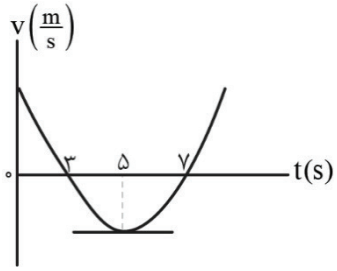
گام دوم) حالا می‌توانیم بزرگی شتاب متوسط متحرک در این مدت زمان را حساب کنیم.

$$|a_{av}| = \left|\frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱}\right| \xrightarrow[t_۱ = ۰s, t_۲ = ۴s]{v_۱ = ۲۱\frac{m}{s}, v_۲ = -۳\frac{m}{s}} |a_{av}| = \left|\frac{-۳ - ۲۱}{۴ - ۰}\right| = ۶\frac{m}{s^۲}$$

۲ و ۴ پرا

بزرگی شتاب متحرک در لحظه‌ی $t = ۵s$:

برای محاسبه‌ی بزرگی شتاب متحرک در یک لحظه، باید نمودار سرعت - زمان آن را رسم کنیم و با کمک شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه، بزرگی شتاب متحرک در آن لحظه را به دست بیاوریم.



ریشه‌ها: $t^۲ - ۱۰t + ۲۱ = ۰ \rightarrow (t-۳)(t-۷) = ۰ \rightarrow t_۱ = ۳s, t_۲ = ۷s$

راس نمودار: $t_{\text{راس}} = -\frac{b}{۲a} \xrightarrow[a=۱]{b=-۱۰} t_{\text{راس}} = -\frac{-۱۰}{۲\times ۱} = ۵s$

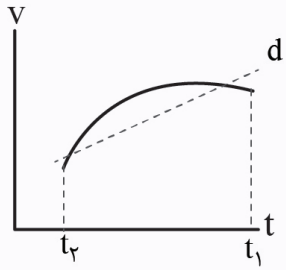
همان‌طور که می‌بینید، شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان متحرک در لحظه‌ی $t = ۵s$ صفر است؛ پس شتاب متحرک در لحظه‌ی $t = ۵s$ نیز صفر است.

درسنامه

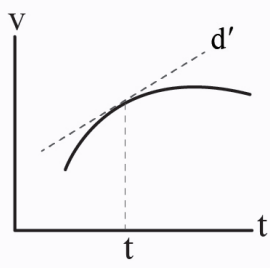
۱) شتاب متوسط: اگر سرعت متحرکی در لحظه‌ی $t_۱$ برابر با $v_۱$ و در لحظه‌ی $t_۲$ برابر با $v_۲$ باشد، شتاب متوسط آن در رابطه‌ی زیر را به دست آورید.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱}$$

۲) شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان متحرک در هر لحظه، بیانگر شتاب متحرک در آن لحظه است و شیب خط واصل بین دو لحظه، بیانگر شتاب متوسط متحرک در آن بازه‌ی زمانی است.

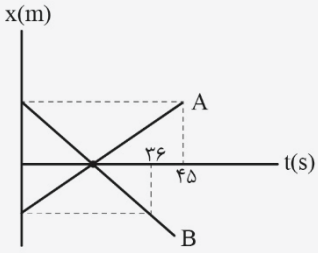


شیب خط d = a_t



شیب خط d = $a_{av(t_۱, t_۲)}$

3. نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر فاصله دو متحرک در لحظه $t=0$ از یکدیگر ۳۶۰m باشد، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه برای دومین بار فاصله‌ی دو متحرک از یکدیگر به ۲۷۰m می‌رسد؟



۱) ۵

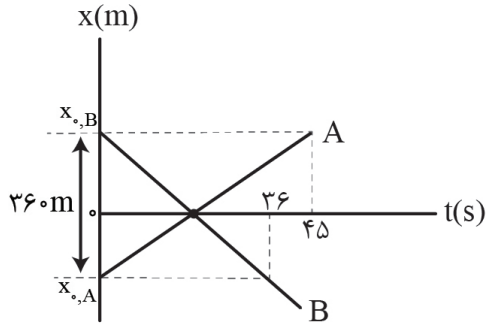
۲) ۳۵

۳) ۱۵

۴) ۴۰

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

نمودار مکان - زمان دو متحرک به صورت خط راست است، پس هر دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کنند. معادله‌ی مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت بر روی خط راست را برای هر دو متحرک A و B می‌نویسیم و اطلاعات داده شده در نمودار مکان - زمان آن‌ها را در آن جای‌گذاری می‌کنیم تا ببینیم چه چیزی دستگیرمان می‌شود.



$$x_A = v_A t_A + x_{0,A} \xrightarrow[t_A=۴۵s]{x_A=x_{0,B}} x_{0,B} - x_{0,A} = ۴۵ v_A \xrightarrow{x_{0,B}-x_{0,A}=۳۶۰m} v_A = \frac{۳۶۰}{۴۵} = ۸\frac{m}{s}$$

$$x_B = v_B t_B + x_{0,B} \xrightarrow[t_B=۳۶s]{x_B=x_{0,A}} x_{0,A} - x_{0,B} = ۳۶ v_B \xrightarrow{x_{0,A}-x_{0,B}=-۳۶۰m} v_B = -\frac{۳۶۰}{۳۶} = -۱۰\frac{m}{s}$$

خب، سرعت هر دو متحرک را پیدا کردیم. می‌خواهیم لحظه‌ای را که فاصله‌ی دو متحرک از یک‌دیگر برای دومین بار ۲۷۰ متر می‌شود، پیدا کنیم. همان‌طور که در نمودار مکان - زمان دو متحرک می‌بینید، فاصله‌ی آن‌ها در ابتدا ۳۶۰ متر است و در حال نزدیک شدن به یک‌دیگر هستند و پس از این‌که به هم رسیدند، از یک‌دیگر دور می‌شوند. پس فاصله‌ی این دو متحرک، یک بار قبل از رسیدن به هم و بار دیگر پس از رسیدن به هم ۲۷۰ متر می‌شود که ما با بار دوم کار داریم. با توجه به نمودار و معادله‌ی مکان - زمان دو متحرک می‌توانیم بنویسیم:

$$x_A - x_B = (v_A - v_B)t + x_{0,A} - x_{0,B} \xrightarrow[v_B=-۱۰\frac{m}{s}, x_{0,A}-x_{0,B}=-۳۶۰m]{x_A-x_B=۲۷۰m, v_A=۸\frac{m}{s}} ۲۷۰ = ۱۸t - ۳۶۰ \rightarrow t = \frac{۶۳۰}{۱۸} = ۳۵s$$

درسنامه

معادله‌ی مکان - زمان متحرکی که با سرعت ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت زیر است:

$$\text{مکان (m)} \leftarrow x = v\,t + x_0 \rightarrow \text{مکان اولیه (m)}$$

v: سرعت $(\frac{m}{s})$، t: مکان اولیه (m)

4. معادله حرکت متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x=t^۲-۶t+۸$ است. تندی متوسط متحرک در مدتی که بردار مکان آن در خلاف جهت محور x است، چند برابر تندی متحرک در لحظه‌ی تغییر جهت بردار مکان متحرک است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۰/۲۵

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | محاسباتی

اول باید ببینیم که در چه بازه‌ی زمانی بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x و در چه لحظه‌ای بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد.

بردار مکان در خلاف جهت محور x: وقتی که متحرک در قسمت منفی محور x حرکت می‌کند، بردار مکان آن منفی است.

$$x<۰ \xrightarrow{x=t^۲-۶t+۸} t^۲-۶t+۸<۰ \rightarrow (t-۲)(t-۴)<۰ \rightarrow ۲s<t<۴s$$

پس بردار مکان متحرک در بازه‌ی زمانی $(۲s,۴s)$ منفی است.

لحظه‌ی تغییر جهت بردار مکان: در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ $(x=۰m)$ عبور می‌کند بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد.

$$x=t^۲-۶t+۸ \xrightarrow{x=۰m} t^۲-۶t+۸=۰ \rightarrow (t-۲)(t-۴)=۰ \rightarrow t_۱=۲s, t_۲=۴s$$

پس بردار مکان متحرک در لحظه‌های $t_۱=۲s$ و $t_۲=۴s$ تغییر جهت می‌دهد.

برای محاسبه‌ی تندی متوسط متحرک در یک بازه‌ی معین به مسافت طی شده (دقت کنید! مسافت، نه جابه‌جایی!) در آن بازه‌ی زمانی نیاز داریم.

بهترین روش برای محاسبه‌ی مسافت طی شده یک بازه‌ی زمانی معین، استفاده از مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان متحرک و محور t است. پس به سراغ رسم نمودار سرعت - زمان متحرک می‌رویم.

رسم نمودار سرعت - زمان متحرک: از آن‌جاکه معادله‌ی مکان - زمان متحرک از نوع درجه‌ی دوم است، پس متحرک با شتاب ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند. با مقایسه‌ی معادله‌ی مکان - زمان متحرک با معادله‌ی مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست، شتاب (a) و سرعت اولیه‌ی متحرک $(v_۰)$ را پیدا می‌کنیم.

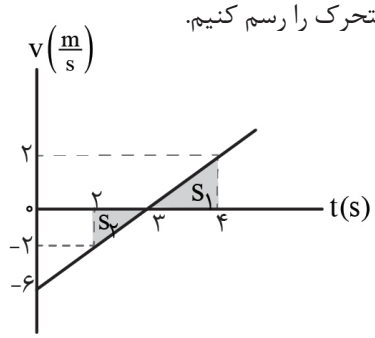
$$\begin{cases} x=\frac{۱}{۲}at^۲+V_۰t+x_۰ \\ x=t^۲-۶t+۸ \end{cases} \rightarrow a=۲\frac{m}{s^۲}, v_۰=-۶\frac{m}{s}$$

این کار را برای نوشتن معادله‌ی سرعت - زمان متحرک کردیم.

$$v=at+v_۰ \xrightarrow[v_۰=-۶\frac{m}{s}]{a=۲\frac{m}{s^۲}} v=۲t-۶$$

حالا می‌توانیم نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کنیم.

$$v=۲t-۶ \begin{cases} \xrightarrow{t=۰s} v=۲\times۰-۶=-۶\frac{m}{s} \\ \xrightarrow{t=۲s} v_{(t=۲s)}=۲\times۲-۶=-۲\frac{m}{s} \\ \xrightarrow{t=۴s} v_{(t=۴s)}=۲\times۴-۶=۲\frac{m}{s} \\ \xrightarrow{v=۰\frac{m}{s}} ۰=۲t-۶ \rightarrow t=۳s \end{cases}$$



دنبال چه بودیم؟ مسافت طی شده در بازه‌ی زمانی $(۲s,۴s)$؟ خب، با کمک مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان متحرک و محور t، حسابش می‌کنیم.

$$l=S_۱+S_۲ \xrightarrow[S_۲=\frac{(۴-۳)\times۲}{۲}=۱m]{S_۱=\frac{(۳-۲)\times۲}{۲}=۱m} l=۱+۱=۲m$$

در آخر خواسته‌ی سوال، یعنی نسبت تندی متوسط متحرک در بازی زمانی $(۲s,۴s)$ به تندی آن در لحظه‌ی $t=۲s$ (یا $t=۴s$) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{s_{av}}{v_{(t=۴s)}}=\frac{\frac{l}{\Delta t}}{v_{(t=۴s)}} \xrightarrow[v_{(t=۴s)}=۲\frac{m}{s}]{l=۲m,\Delta t=۴-۲=۲s} \frac{s_{av}}{v_{(t=۴s)}}=\frac{\frac{۲}{۲}}{۲}=۰/۵$$

درسنامه

۱) معادله‌ی مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت زیر است:

$$\text{مکان در لحظه‌ی } t \leftarrow x = \frac{1}{2}a t^2 + v_0 t + x_0 \rightarrow \text{مکان اولیه}(m)$$

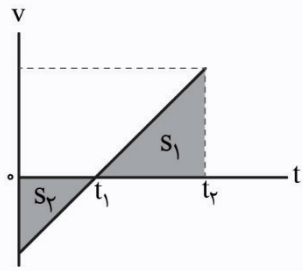
(شتاب $\frac{m}{s^2}$، سرعت اولیه $\frac{m}{s}$، زمان s)

۲) معادله‌ی سرعت - زمان متحرکی که شتاب ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت زیر است:

$$\text{سرعت در لحظه‌ی } t \leftarrow V = a t + v_0 \rightarrow \text{سرعت اولیه}(\frac{m}{s})$$

(شتاب $\frac{m}{s^2}$، زمان s)

۳) مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان متحرک و محور t در یک بازه‌ی زمانی برابر با جابه‌جایی متحرک در آن بازه‌ی زمانی است. اگر نمودار سرعت - زمان متحرک بالای محور t باشد، جابه‌جایی متحرک مثبت و اگر پایین محور t باشد، جابه‌جایی آن منفی است.



$$\begin{cases} t_1 \text{ تا } 0 \text{ جابه‌جایی در بازه‌ی زمانی}: \Delta x_1 = -S_1 \\ t_2 \text{ تا } t_1 \text{ جابه‌جایی در بازه‌ی زمانی}: \Delta x_2 = S_2 \end{cases} \Rightarrow t_2 \text{ تا } 0 \text{ جابه‌جایی در بازه‌ی زمانی}: \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = -S_1 + S_2$$

5. اتومبیلی از حال سکون با شتاب ثابت روی خط راست شروع به حرکت می‌کند. اگر مسافت طی شده در ثانیه‌ی دوم حرکت اتومبیل ۶ متر باشد، مسافت طی شده توسط اتومبیل در مدت زمان سه ثانیه‌ی چهارم حرکت آن چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۰۸ ۲) ۱۲۶ ۳) ۱۴۴ ۴) ۱۹۵

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

گام اول) چون اتومبیل از حال سکون ($v_0 = 0 \frac{m}{s}$) با شتاب ثابت بر روی خط راست شروع به حرکت کرده است، پس در طول مسیر حرکتش تغییر جهت نداده است و در نتیجه، مسافت طی شده در هر بازه‌ی زمانی برابر با اندازهٔ جابه‌جایی آن در آن بازه‌ی زمانی است؛ بنابراین، مسافت طی شده در ثانیه‌ی دوم توسط اتومبیل برابر با جابه‌جایی آن در این بازه‌ی زمانی است و می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{1}{2}a(2n-1) + v_0 \xrightarrow[v_0 = 0 \frac{m}{s}]{\Delta x = 6m, n = 2} 6 = \frac{1}{2}a(2\times 2 - 1) + 0 \rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

گام دوم) همه چیز را برای محاسبه‌ی مسافت طی شده در سه ثانیه‌ی چهارم حرکت اتومبیل داریم و کافی است داده‌ها را در رابطه‌ی زیر جای‌گذاری کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}a(2n-1)t^2 + v_0 t \xrightarrow[t = 3s, v_0 = 0 \frac{m}{s}]{a = 4 \frac{m}{s^2}, n = 4} \Delta x = \frac{1}{2} \times 4 \times (2\times 4 - 1) \times 3^2 + 0 \times 3 = 126 m$$

درسنامه

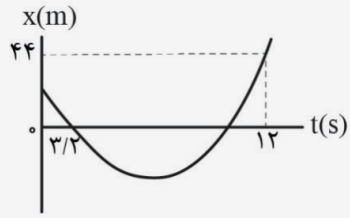
۱) اگر متحرکی با شتاب ثابت a بر روی خط راست حرکت کند. جابه‌جایی آن در ثانیه‌ی n ام از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

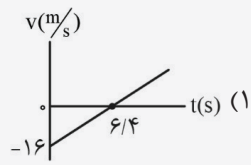
$$\Delta x = \frac{1}{2}a(2n-1) + V_0 \rightarrow (\text{سرعت اولیه})\ (\frac{m}{s})$$

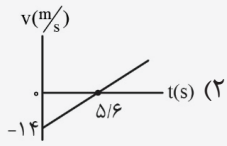
۲) اگر متحرکی با شتاب ثابت a بر روی خط راست حرکت کند، جابه‌جایی آن در t ثانیه‌ی n ام از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

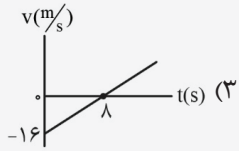
$$\Delta x = \frac{1}{2}a(2n-1)t^2 + v_0 t$$
$$\downarrow$$
$$(\text{سرعت اولیه})\ (\frac{m}{s})$$

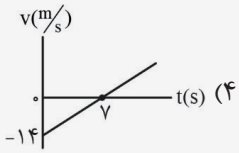
6. نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه‌ای که بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد، تندی آن $6\,m/s$ باشد، نمودار سرعت - زمان متحرک کدام است؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

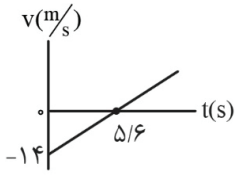
روش اول: همان‌طور که در نمودار مکان - زمان متحرک می‌بینید، متحرک در لحظه‌ی $t_1 = 3/2\,s$ در مکان $x_1 = 0\,m$ و در لحظه‌ی $t_2 = 12\,s$ در مکان $x_2 = 44\,m$ است. این مقادیر را در معادله‌ی مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جای‌گذاری می‌کنیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \begin{cases} \xrightarrow[t_1 = 3/2\,s]{x_1 = 0\,m} 0 = \frac{1}{2}a \times \frac{256}{25} + v_0 \times 3/2 + x_0 \\ \xrightarrow[t_2 = 12\,s]{x_2 = 44\,m} 44 = \frac{1}{2}a \times 144 + v_0 \times 12 + x_0 \end{cases} \xrightarrow{\text{دو رابطه را از یکدیگر کم می‌کنیم}} 44 = \frac{1672}{25}a + 8/8v_0 \qquad (1)$$

در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان $(x = 0\,m)$ عبور می‌کند، بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد، پس با توجه به نمودار مکان - زمان متحرک، بردار مکان آن در لحظه‌ی $t = 3/2\,s$ تغییر جهت می‌دهد. از طرفی، شیب مماس بر نمودار مکان - زمان متحرک در این لحظه منفی است؛ پس سرعت متحرک در این لحظه منفی است $(v < 0)$ و از آن‌جا که تندی متحرک در این لحظه $6\,\frac{m}{s}$ است، پس سرعت آن در این لحظه $-6\,\frac{m}{s}$ است. با کمک معادله‌ی سرعت - زمان متحرک می‌توانیم بنویسیم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t = 3/2\,s]{v = -6\,\frac{m}{s}} -6 = 3/2a + v_0 \qquad (2)$$

با حل دستگاه دو معادله و دو مجهول (۱) و (۲)، $a = 2/5\,\frac{m}{s^2}$ و $V_0 = -14\,\frac{m}{s}$ به دست می‌آید. حالا با نوشتن معادله‌ی سرعت - زمان متحرک، می‌توانیم نمودار سرعت - زمان آن را رسم کنیم.



$$v = at + v_0 \xrightarrow[v_0 = -14\,\frac{m}{s}]{a = 2/5\,\frac{m}{s^2}} v = 2/5t - 14 \begin{cases} \xrightarrow{t = 0\,s} v_0 = 2/5 \times 0 - 14 = -14\,\frac{m}{s} \\ \xrightarrow{v = 0\,\frac{m}{s}} 0 = 2/5t - 14 \rightarrow t = 5/6\,s \end{cases}$$

روش دوم: سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_1=3/2s$ تا $t_2=12s$ را به دست می‌آوریم:

$$v_{av(3/2s,12s)}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{44-0}{12-3/2}=\frac{44}{8/8}=5\frac{m}{s}$$

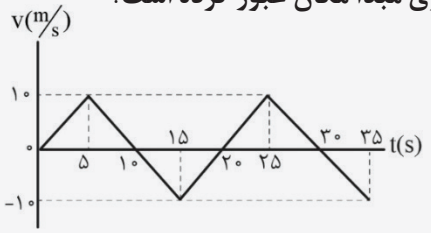
چون حرکت با شتاب ثابت است، پس سرعت لحظهٔ $t=\frac{3/2+12}{2}=7/6s$ برابر $5\frac{m}{s}$ است. طبق گفتهٔ طراح سرعت در $t=3/2s$ برابر $v=-6\frac{m}{s}$ است. بنابراین شتاب حرکت برابر است با:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{5-(-6)}{7/6-3/2}=\frac{11}{4/4}=2/5\frac{m}{s^2}$$

حالا سرعت اولیه را به دست می‌آوریم:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow 2/5=\frac{v_{3/2}-v_0}{3/2-0}\Rightarrow 2/5=\frac{-6-v_0}{3/2}\Rightarrow -6-v_0=8\Rightarrow v_0=-14\frac{m}{s}$$

7. نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند و در لحظه‌ی $t=0$ از مکان $x=-12m$ عبور کرده است مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه متحرک برای بار سوم از فاصله‌ی ۳۴ متری مبدأ مکان عبور کرده است؟



۱) ۲۲

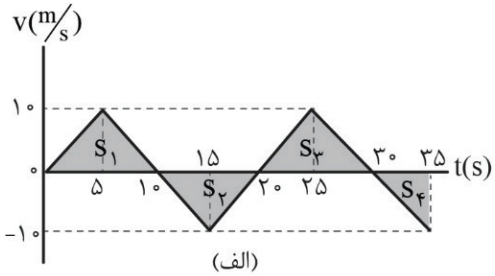
۲) ۲۳

۳) ۲۷

۴) ۲۸

پاسخ: گزینه ۴ سخت | محاسباتی

گام اول) ابتدا با محاسبه‌ی مساحت‌های S_1,S_2,S_3 و S_4 در شکل (الف)، جابه‌جایی متحرک در بازه‌های زمانی $(0s,10s)$، $(10s,20s)$، $(20s,30s)$ و $(30s,35s)$ را به دست می‌آوریم و مسیر حرکت متحرک در ۳۵ ثانیه‌ی اول حرکتش را رسم می‌کنیم (شکل ب) تا ببینیم در چه بازه‌ی متحرک برای سومین بار از ۳۴ متری مبدأ مختصات (یعنی مکان $x=34m$) عبور می‌کند.



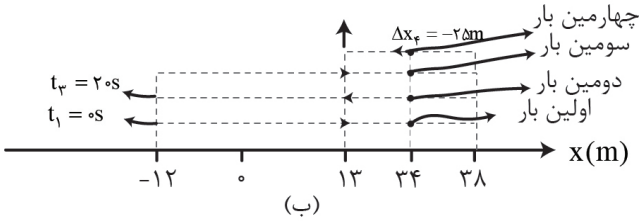
(الف)

$$\Delta x_1=S_1\xrightarrow{S_1=\frac{(10-0)\times 10}{2}=50m}\Delta x_1=50m$$

$$\Delta x_2=-S_2\xrightarrow{S_2=\frac{(20-10)\times 10}{2}=50m}\Delta x_2=-50m$$

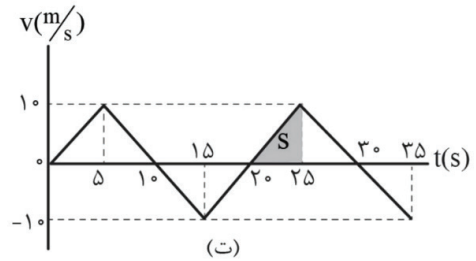
$$\Delta x_3=S_3\xrightarrow{S_3=\frac{(30-20)\times 10}{2}=50m}\Delta x_3=50m$$

$$\Delta x_4=-S_4\xrightarrow{S_4=\frac{(35-30)\times 10}{2}=25m}\Delta x_4=-25m$$



(ب)

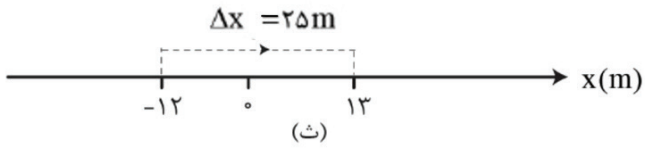
همان‌طور که در شکل (ب) می‌بینید، متحرک در بازه‌ی زمانی $t_3=20s$ برای سومین بار از مکان $x=-12m$ می‌گذرد. متحرک در لحظه‌ی $t_3=20s$ در مکان $x_1=-12m$ است و باید ببینیم که چند ثانیه طول می‌کشد تا به اندازه‌ی $(34-(-12))=46m$ در جهت محور x جابه‌جا شود و به مکان $x=34m$ برسد. مساحت S در شکل (ت) را حساب می‌کنیم تا ببینیم متحرک در لحظه‌ی $t=25s$ کجاست!



(ت)

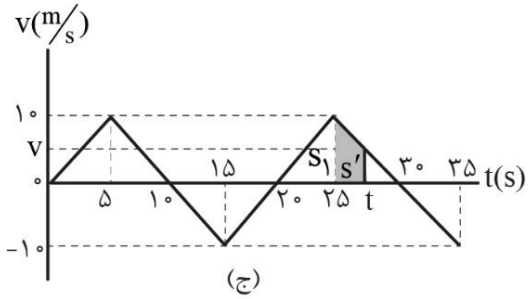
$$\Delta x=S\xrightarrow{S=\frac{(25-20)\times 10}{2}}\Delta x=25m$$

همان‌طور که در شکل (ث) می‌بینید، متحرک در لحظه‌ی $t=۲۵s$ در مکان $x_۲=۱۳m$ است.



(ث)

پس متحرک هنوز به مکان $x=۳۴m$ نرسیده است و باید $۲۱m(۱۳-۳۴)$ دیگر طی کند تا به این مکان برسد. یعنی متحرک در بازه‌ی زمانی $(۲۵s,۳۰s)$ برای سومین بار به مکان $x=۳۴m$ می‌رسد. (۱ و ۲ پَرا) و مساحت S' در شکل (ج) باید $۲۱m$ شود.



(ج)

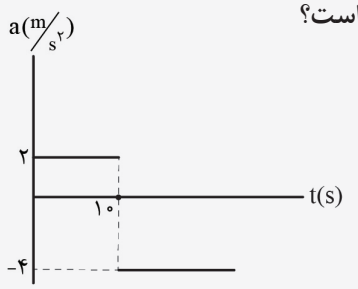
$$\text{تشابه دو مثلث}: \frac{۱۰}{۵}=\frac{v}{۳۰-t} \rightarrow v=۲(۳۰-t)=۶۰-۲t$$

$$S'=۲۱m \xrightarrow{S'=\frac{(۱۰+v)\times(t-۲۵)}{۲},\ v=۶۰-۲t} \frac{(۱۰+۶۰-۲t)\times(t-۲۵)}{۲}=۲۱ \rightarrow ۳۵t-۸۷۵-t^۲+۲۵t=۲۱$$

$$\rightarrow t^۲-۶۰t+۸۹۶=۰ \rightarrow (t-۳۲)(t-۲۸)=۰ \rightarrow t_۱=۳۲s\ ,\ t_۲=۲۸s$$

چون $۲۵s<t<۳۰s$ است، پس متحرک در لحظه‌ی $t_۲=۲۸s$ برای سومین بار از مکان $x=۳۴m$ عبور می‌کند.

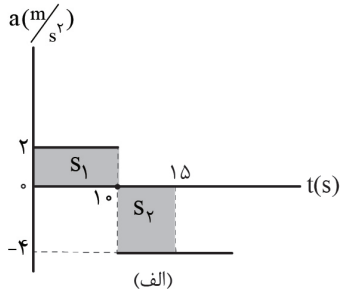
8. نمودار شتاب – زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظه $t=۱۵s$ با سرعت $-۳۰m/s$ از مکان $x=۱۰m$ عبور کرده باشد، تندی آن در مکان $x'=۲۵۴m$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱۶
۲) ۲۰
۳) ۲۶
۴) ۳۲

پاسخ: گزینه ۳ سخت | محاسباتی

روش اول: گام اول) سرعت متحرک در لحظه‌ی $t_۱=۱۵s$ را داریم $(v_{۱۵}=-۳۰\frac{m}{s})$: پس با استفاده از مساحت محصور بین نمودار شتاب – زمان و محور t (شکل الف) می‌توانیم سرعت آن درلحظه‌های $t_۲=۱۰s$ و $t_۳=۰s$ را به دست بیاوریم.



(الف)

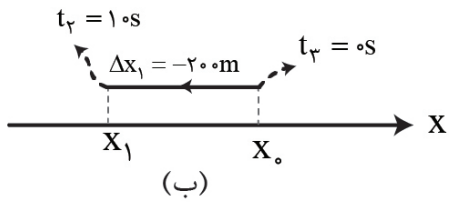
$$\Delta v_۱=-S_۱ \xrightarrow[S_۱=(۱۵-۱۰)\times۴=۲۰\frac{m}{s}]{\Delta v_۱=v_{۱۵}-v_{۱۰},\ v_{۱۵}=-۳۰\frac{m}{s}} -۳۰-v_{۱۰}=-۲۰ \rightarrow v_{۱۰}=-۱۰\frac{m}{s}$$

$$\Delta v_{۲}=S_{۲}\xrightarrow[S_{۲}=(۱۰-۰)\times۲=۲۰\frac{m}{s}]{\Delta v_{۲}=v_{۱۰}-v_{۱۰},\ v_{۱۰}=-۱۰\frac{m}{s}}-۱۰-v_{۰}=۲۰\rightarrow v_{۰}=-۳۰\frac{m}{s}$$

گام دوم) همان‌طور که در نمودار شتاب – زمان متحرک می‌بینیم، متحرک در بازه‌ی زمانی $t_{۳}=۰s$ تا $t_{۲}=۱۰s$ با شتاب $a_{۱}=۲\frac{m}{s^{۲}}$ و در بازه‌ی زمانی $t_{۲}=۱۰s$ تا $t_{۱}=۱۵s$ با شتاب $a_{۲}=-۴\frac{m}{s^{۲}}$ حرکت می‌کند. سرعت متحرک در لحظه‌های $t_{۲}=۱۰s$ و $t_{۳}=۰s$ و شتاب آن در این مدت زمان را داریم. پس می‌توانیم با استفاده از رابطه‌ی مستقل از زمان، جابه‌جایی متحرک در این مدت را حساب می‌کنیم.

$$v_{۱۰}^{۲}-v_{۰}^{۲}=۲a_{۱}\Delta x_{۱}\xrightarrow[a_{۱}=۲\frac{m}{s^{۲}}]{v_{۱۰}=-۱۰\frac{m}{s},\ v_{۰}=-۳۰\frac{m}{s}}\cancel{(-۱۰)^{۲}}^{۱۰۰}-\cancel{(-۳۰)^{۲}}^{۹۰۰}=۲\times۲\Delta x_{۱}\rightarrow\Delta x_{۱}=-۲۰۰m$$

این یعنی این‌که اگر مکان اولیه‌ی متحرک $x_{۰}$ باشد، متحرک در بازه‌ی زمانی $t_{۳}=۰s$ تا $t_{۲}=۱۰s$ به اندازه‌ی ۲۰۰ متر در خلاف جهت محور x جابه‌جا می‌شود. (شکل ب)

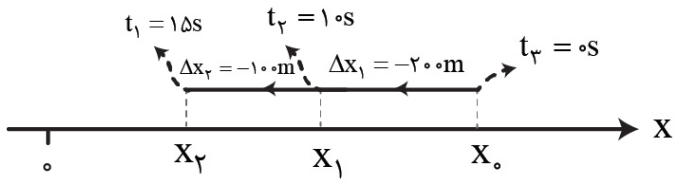


(ب)

همین کار را برای بازه‌ی زمانی $t_{۲}=۱۰s$ تا $t_{۱}=۱۵s$ انجام می‌دهیم.

$$v_{۱۵}^{۲}-v_{۱۰}^{۲}=۲a_{۲}\Delta x_{۲}\xrightarrow[a_{۲}=-۴\frac{m}{s^{۲}}]{v_{۱۵}=-۳۰\frac{m}{s},v_{۱۰}=-۱۰\frac{m}{s}}\cancel{(-۳۰)^{۲}}^{۹۰۰}-\cancel{(-۱۰)^{۲}}^{۱۰۰}=\cancel{۲\times(-۴)}^{-۸}\Delta x_{۲}\rightarrow\Delta x_{۲}=-۱۰۰m$$

این هم یعنی این‌که، متحرک در بازه‌ی زمانی $t_{۲}=۱۰s$ تا $t_{۱}=۱۵s$ به اندازه‌ی ۱۰۰ متر در خلاف جهت محور x جابه‌جا می‌شود (شکل پ).
از آن‌جایی که متحرک در لحظه‌ی $t_{۱}=۱۵s$ در مکان $x=۱۰m$ قرار دارد، می‌توان نوشت:



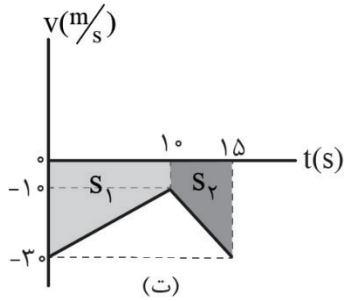
(پ)

$$x_{۲}=x_{۰}-۳۰۰\xrightarrow{x=۱۰m}x_{۰}=۳۱۰m$$

حال می‌خواهیم تندی متحرک را در لحظه‌ای که به مکان $x'=۲۵۴m$ می‌رسد، پیدا کنیم. همان‌طور که در شکل (ت) می‌بینید، متحرک از مکان $x_{۰}=۳۱۰m$ به اندازه‌ی $(x_{۰}-x'=۳۱۰-۲۵۴)۵۶m$ و با شتاب $a_{۱}=۲\frac{m}{s^{۲}}$ در خلاف جهت محور xها جابه‌جا می‌شود تا به مکان $x'=۲۵۴m$ برسد. با کمک رابطه‌ی مستقل از زمان، می‌توانیم تندی متحرک در این مکان را به دست بیاوریم.

$$v^{۲}-v_{۰}^{۲}=۲a_{۱}\Delta x'\xrightarrow[\Delta x'=x'-x_{۰}=۲۵۴-۳۱۰=-۵۶m]{v_{۰}=-۳۰\frac{m}{s},a_{۱}=۲\frac{m}{s^{۲}}}v^{۲}-\cancel{(-۳۰)^{۲}}^{۹۰۰}=\cancel{-۲\times۳\times۵۶}^{۲۲۴}\rightarrow v^{۲}=۶۷۶\xrightarrow{\sqrt{}}v=۲۶\frac{m}{s}$$

روش دوم: در این روش، سرعت متحرک در لحظه‌های $t_{۱}=۱۵s$، $t_{۲}=۱۰s$ و $t_{۳}=۰s$ را مثل گام اول و روش اول پیدا می‌کنیم سپس نمودار سرعت – زمان متحرک را رسم می‌کنیم (شکل ت).



(ت)

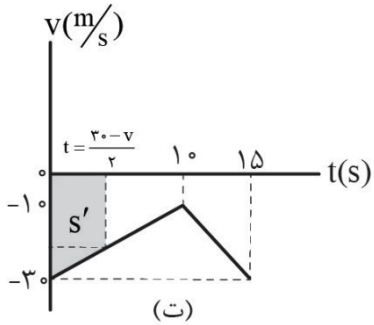
حالا از مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان متحرک و محور t استفاده می‌کنیم و جابه‌جایی متحرک از لحظه‌ی $t_۲ = ۰s$ که در مکان $x_۰$ قرار دارد تا لحظه‌ی $t_۱ = ۱۵s$ که در مکان $x = ۱۰m$ قرار دارد، به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = -S_۱ - S_۲ \xrightarrow[S_۲ = \frac{(۱۰+۳۰)\times(۱۵-۱۰)}{۲} = ۱۰۰m]{\Delta x = x - x_۰ \ , \ x = ۱۰m \ , \ S_۱ = \frac{(۱۰+۳۰)\times(۱۰-۰)}{۲} = ۲۰۰m} ۱۰ - x_۰ = -۲۰۰ - ۱۰۰ \rightarrow x_۰ = ۳۱۰m$$

متحرک در جابه‌جایی از مکان $x_۰ = ۳۱۰m$ تا مکان $x' = ۲۵۴m$ به اندازه‌ی $(۳۱۰ - ۲۵۴) = ۵۶m$ جابه‌جا می‌شود. پس باید مساحت S' در شکل (ت)، $۵۶m$ باشد.

$$a_۱ = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = t - ۰ = t]{a_۱ = ۲\frac{m}{s^۲}, \Delta v = -v - (-۳۰) = ۳۰ - v} ۲ = \frac{۳۰ - v}{t} \rightarrow t = \frac{۳۰ - v}{۲}$$

$$S' = ۵۶m \rightarrow \frac{(۳۰ + v)\times(\frac{۳۰ - v}{۲})}{۲} = ۵۶ \rightarrow \overset{۳۰^۲ - v^۲}{\cancel{(۳۰+v)(۳۰-v)}} = \overset{۲۲۴}{\cancel{۴\times ۵۶}} \rightarrow v^۲ = ۶۷۶ \xrightarrow{\sqrt{\ }} v = ۲۶\frac{m}{s}$$



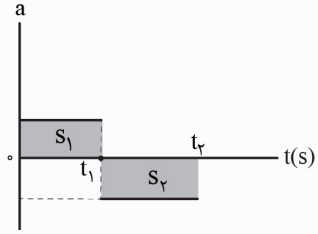
(ت)

درسنامه

۱) اگر سرعت متحرکی که با شتاب ثابت a بر روی خط راست حرکت کند، در مکان $x_۱$ برابر با $v_۱$ و در مکان $x_۲$ برابر با $v_۲$ باشد، رابطه‌ی بین آن‌ها به صورت زیر است که به آن رابطه‌ی مستقل از زمان می‌گوییم.

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a(x_۲ - x_۱)$$

۲) مساحت محصور بین نمودار شتاب – زمان متحرک و محور t در یک بازه‌ی زمانی برابر با اندازه‌ی تغییرات سرعت متحرک در آن بازه‌ی زمانی است. اگر نمودار سرعت – زمان متحرک بالای محور t باشد، اندازه‌ی تغییرات سرعت متحرک مثبت و اگر پایین محور t باشد، اندازه‌ی تغییرات سرعت آن منفی است.



$$\begin{cases} t_۱ \text{ تا } ۰ \text{ : تغییرات سرعت در بازه‌ی زمانی صفر تا } \Delta v_۱ = S_۱ \\ t_۲ \text{ تا } t_۱ \text{ : تغییرات سرعت در بازه‌ی زمانی صفر تا } \Delta v_۲ = -S_۲ \end{cases} \Rightarrow t_۲ \text{ : تغییرات سرعت در بازه‌ی زمانی صفر تا } \Delta v = \Delta v_۱ + \Delta v_۲ = S_۱ - S_۲$$

۹. متحرکی روی محور x از مبدأ محور با شتاب ثابت $۲m/s^۲$ از حال سکون به حرکت درمی‌آید. ۶ ثانیه بعد، متحرک دیگری روی محور x از همان نقطه و در همان جهت با شتاب ثابت $۸m/s^۲$ از حال سکون به حرکت درمی‌آید. در این حرکت چند ثانیه فاصله‌ی بین دو متحرک در حال کاهش است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۱۴

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

روش اول: فاصلهٔ دو متحرک از لحظهٔ برابری سرعت دو متحرک تا لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند در حال کاهش است. بنابراین معادلهٔ مکان - زمان و سرعت - زمان دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰ \Rightarrow \begin{cases} x_۱=\frac{۱}{۲}\times ۲\times t^۲+۰+۰=t^۲ \\ x_۲=\frac{۱}{۲}\times ۸\times (t-۶)^۲+۰+۰=۴(t-۶)^۲ \end{cases}$$

$$v=at+v_۰ \Rightarrow \begin{cases} v_۱=۲t-۰ \\ v_۲=۸(t-۶)+۰ \end{cases}$$

حالا یک بار لحظهٔ برابری سرعت دو متحرک و بار دیگر لحظهٔ برابری مکان دو متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v_۱=v_۲ \Rightarrow ۲t=۸(t-۶) \Rightarrow t=۴t-۲۴ \Rightarrow ۳t=۲۴ \Rightarrow t=۸s$$

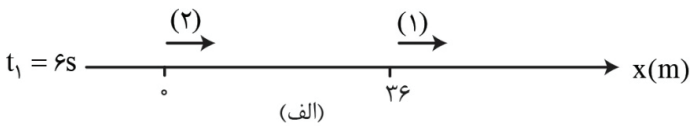
$$x_۱=x_۲ \Rightarrow t^۲=۴(t-۶)^۲ \xrightarrow{\sqrt{}} t=۲(t-۶) \Rightarrow t=۱۲s$$

بنابراین به مدت $۱۲-۸=۴s$ فاصلهٔ دو متحرک در حال کاهش است.

روش دوم: متحرک دوم ۶ ثانیه دیرتر از متحرک اول شروع به حرکت کرده است. برای این‌که وضعیت این دو متحرک را نسبت به هم بسنجیم، باید ببینیم که متحرک اول در این لحظه کجاست و سرعتش چند متر بر ثانیه است (شکل الف).

$$V_۱=a_۱t_۱+V_{۰,۱} \xrightarrow[V_{۰,۱}=۰\frac{m}{s}]{a_۱=۲\frac{m}{s^۲},t_۱=۶s} V_۱=۲\times ۶+۰=۱۲\frac{m}{s}$$

$$x_۱=\frac{۱}{۲}a_۱t_۱^۲+V_{۰,۱}t_۱+x_{۰,۱} \xrightarrow[V_{۰,۱}=۰\frac{m}{s},x_{۰,۱}=۰m]{a_۱=۲\frac{m}{s^۲},t_۱=۶s} x_۱=\frac{۱}{\cancel{۲}}\times \cancel{۲}\times \overset{۳۶}{\cancel{۶^۲}}+۰\times ۶+۰=۳۶m$$



(الف)

می‌خواهیم ببینیم که چند ثانیه فاصله بین دو متحرک کاهش می‌یابد. خب، در لحظه‌ی $t_۱=۶s$، متحرک اول با سرعت $۱۲\frac{m}{s}$ در حال حرکت است و متحرک دوم در حال سکون $(v_{۰,۲}=۰\frac{m}{s})$ قرار دارد. در این لحظه چون تندی متحرک اول بیشتر از تندی متحرک دوم است، پس دو متحرک در حال دور شدن از هم هستند و تا لحظه‌ای که سرعت آن‌ها یکسان نشود، فاصله‌ی آن‌ها از هم افزایش می‌یابد؛ بنابراین باید ببینیم که در چه لحظه‌ای پس از شروع حرکت متحرک دوم، سرعت آن‌ها یکسان می‌شود.

$$v_۲=v_۱' \xrightarrow[v_۱'=a_۱t_۲+v_۱]{v_۲=a_۲t_۲+v_{۰,۲}} a_۲t_۲+v_{۰,۲}+v_۱ \xrightarrow[a_۱=۲\frac{m}{s^۲},v_۱=۱۲\frac{m}{s}]{a_۲=۸\frac{m}{s^۲},v_{۰,۲}=۰\frac{m}{s}} ۸t_۲+۰=۲t_۲+۱۲ \rightarrow ۶t_۲=۱۲ \rightarrow t_۲=۲s$$

این یعنی این‌که تا ۲ ثانیه پس از شروع حرکت متحرک دوم (t ثانیه پس از شروع حرکت متحرک اول)، دو متحرک در حال دور شدن از یک‌دیگر هستند و پس از آن تا لحظه‌ای که متحرک دوم به متحرک اول برسد، فاصله‌ی بین آن‌ها کاهش می‌یابد (چون تندی متحرک دوم بعد از

لحظه‌ی $t_۲ = ۲s$ بیشتر از تندی متحرک اول است)، پس باید ببینیم که دو متحرک در چه لحظه‌ای پس از شروع متحرک دوم، به هم می‌رسند.

$$x_۱' = x_۲ \xrightarrow[x_۲ = \frac{۱}{۲}a_۲ t^۲ + V_{۰,۲} t + x_{۰,۲}]{x_۱' = \frac{۱}{۲}a_۱ t^۲ + V_۱ t + x_۱} \frac{۱}{۲}a_۱ t^۲ + V_۱ t + x_۱ = \frac{۱}{۲}a_۲ t^۲ + V_{۰,۲} t + x_{۰,۲}$$

$$\xrightarrow[a_۲ = ۸\frac{m}{s^۲}, V_{۰,۲} = ۰\frac{m}{s}, x_{۰,۲} = ۰m]{a_۱ = ۲\frac{m}{s^۲}, V_۱ = ۱۲\frac{m}{s}, x_۱ = ۳۶m} \frac{۱}{\cancel{۲}}\times\cancel{۲}t^۲ + ۱۲t + ۳۶ = \frac{۱}{\cancel{۲}}\times\cancel{۸}^{۴} t^۲ + \cancel{۰}^{۰}\times t + ۰ \rightarrow ۳t^۲ - ۱۲t - ۳۶ = ۰$$

$$\xrightarrow{\div ۳} t^۲ - ۴t - ۱۲ = ۰ \rightarrow (t-۶)(t+۲) = ۰ \rightarrow t_۱ = ۶s \checkmark \ , \ t_۲ = -۲s \times$$

بنابراین متحرک دوم، ۶ ثانیه پس از شروع واکنش به متحرک اول می‌رسد و بعد از آن، از متحرک اول سبقت می‌گیرد و عبور می‌کند. در این مدت زمان ۶ ثانیه، فاصله‌ی بین دو متحرک به اندازه‌ی ۲ ثانیه افزایش می‌یابد. پس فاصله‌ی بین دو متحرک به اندازه‌ی ۴(= ۲ − ۶) ثانیه کاهش می‌یابد.

تست‌درتست **متحرکی روی محور x از مبدأ محور با شتاب ثابت $۰/۵\frac{m}{s^۲}$ از حال سکون به حرکت درمی‌آید. سه ثانیه بعد، متحرک دیگری روی محور x از همان نقطه و در همان جهت با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ از حال سکون به حرکت درمی‌آید. در این حرکت، چند ثانیه فاصله‌ی بین دو متحرک در حال کاهش است؟** (ریاضی - ۱۴۰۴ نوبت اول)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۲

10. **نیروهای وارد بر جسمی به جرم ۲kg متوازن‌اند. اگر در لحظه‌ی $t = ۲s$ بردارهای مکان و سرعت جسم به ترتیب $\vec{r} = (-۲۰m)\vec{i}$ و $\vec{v} = (+۲m/s)\vec{i}$ باشند، بردار مکان جسم در لحظه‌ی $t_۲ = ۸s$ در SI کدام است؟**

۱) $۱۲\vec{i}$ ۲) $-۴\vec{i}$ ۳) $-۸\vec{i}$ ۴) $۴\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۳ ساده | محاسباتی

چون نیروهای وارد بر جسم متوازن $(F_{net} = ۰N)$ و جسم در حال حرکت است، پس طبق قانون اول نیوتون، جسم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. با جای‌گذاری داده‌ها در معادله‌ی مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت روی خط راست، مکان جسم و در نتیجه بردار مکان آن در لحظه‌ی $t_۲ = ۸s$ را پیدا می‌کنیم.

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow (x_۸ - x_۲) = ۲(۸-۲) \Rightarrow x_۸ + ۲۰ = ۱۲ \Rightarrow x_۸ = -۸m \Rightarrow \vec{r}_{۸s} = (-۸m)\vec{i}$$

درسنامه

قانون اول نیوتون: یک جسم، حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ می‌کند مگر آن‌که نیروی خالصی (غیرصفر) به آن وارد شود. به عبارت دیگر وقتی نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند، اگر جسم ساکن باشد، همچنان ساکن باقی می‌ماند و اگر در حال حرکت باشد، سرعت جسم تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند.

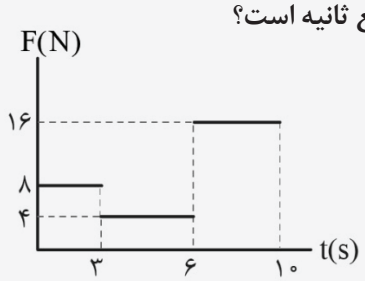
قانون دوم نیوتون: هرگاه بر جسم نیروی خالصی وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو شتاب می‌گیرد که این شتاب با نیروی خالص وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و در همان جهت نیروی خالص است و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m} \Rightarrow \vec{F}_{net} = m\vec{a}$$

قانون سوم نیوتون: هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم نیز به جسم اول نیرویی هم‌اندازه و هم‌راستا اما در خلاف جهت وارد می‌کند.

$$\vec{F}_{۱۲} = -\vec{F}_{۲۱} \quad و \quad F_{۱۲} = F_{۲۱}$$

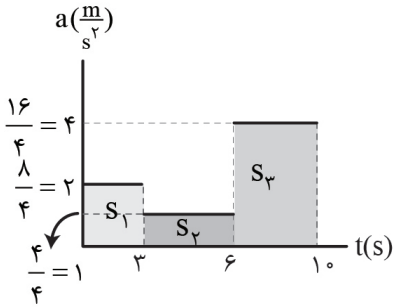
11. شکل زیر نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی به جرم ۴kg را نشان می‌دهد. اگر جسم در لحظه‌ی $t=0s$ تحت تأثیر این نیرو از حال سکون شروع به حرکت کند، شتاب متوسط آن در ۱۰ ثانیه‌ی اول حرکت، چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) ۱۰
۲) ۲/۵
۳) ۵
۴) ۱/۹

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

اگر مقادیر F را بر جرم جسم $(m=4kg)$ تقسیم کنیم، نمودار نیروی خالص وارد بر جسم بر حسب زمان $(F-t)$ به نمودار شتاب - زمان $(a-t)$ آن تبدیل خواهد شد و می‌توانیم با استفاده از مساحت بین نمودار شتاب - زمان و محور t، تغییرات سرعت جسم در ۱۰ ثانیه‌ی اول را که برای محاسبه‌ی شتاب متوسط آن در این مدت زمان به آن نیاز داریم، به دست بیاوریم.



$$\Delta v=S_1+S_2+S_3 \xrightarrow[S_2=(6-3)\times1=3\frac{m}{s},\ S_3=(10-6)\times4=16\frac{m}{s}]{S_1=(3-0)\times2=6\frac{m}{s}} \Delta v=6+3+16=25\frac{m}{s}$$

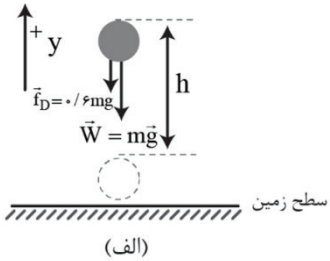
$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=10s]{\Delta v=25\frac{m}{s}} a_{av}=\frac{25}{10}=2/5\frac{m}{s^2}$$

12. گلوله‌ای از سطح زمین با سرعت اولیه‌ی $20m/s$ در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر بزرگی نیروی مقاومت هوا در تمام طول مسیر ثابت و ۰/۶ برابر وزن گلوله باشد، مدت زمان حرکت گلوله از لحظه پرتاب تا لحظه‌ی رسیدن مجدد گلوله به سطح زمین چند ثانیه است؟ $(g=10m/s^2)$

۱) ۴/۲۵
۲) ۲/۵
۳) ۳/۲۵
۴) ۳/۷۵

پاسخ: گزینه ۴ سخت | محاسباتی

مسیر رفت: در این مسیر، گلوله با سرعت $20\frac{m}{s}$ در راستای قائم به سمت بالا پرتاب شده و تا ارتفاع اوج h بالا می‌رود (شکل الف) و سرعتش در این ارتفاع صفر شده و تغییر جهت می‌دهد. با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت گلوله در مسیر رفت را حساب می‌کنیم.



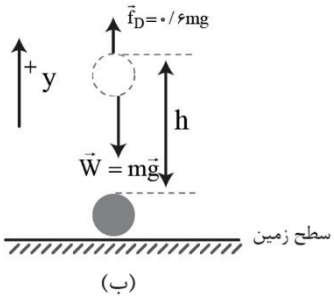
(الف)

$$F_{net}=ma \rightarrow -f_D-mg=ma \Rightarrow -0/6mg-mg=ma \xrightarrow{g=10\frac{m}{s^2}} a=-16\frac{m}{s^2}$$

سرعت اولیه $(20\frac{m}{s})$، سرعت نهایی $(0\frac{m}{s})$ و شتاب گلوله $(-16\frac{m}{s^2})$ را داریم و مدت زمان حرکت گلوله را می‌خواهیم. پس می‌توانیم از معادله‌ی سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست استفاده کنیم.

$$v_{اوج}=at_{رفت}+v_{0,رفت} \xrightarrow[v_{0,رفت}=20\frac{m}{s}]{v_{اوج}=0\frac{m}{s},\ a=-16\frac{m}{s^2}} 0=-16t_{رفت}+20 \rightarrow t_{رفت}=\frac{5}{4}s$$

مسیر برگشت: در این مسیر، گلوله از ارتفاع اوج h به سمت پایین حرکت می‌کند و در نهایت به سطح زمین می‌رسد (شکل ب).
با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت گلوله در مسیر برگشت را حساب می‌کنیم.



(ب)

$$F'_{net}=ma' \rightarrow 0/6mg-mg=ma' \xrightarrow{g=10\frac{m}{s^2}} a'=-4\frac{m}{s}$$

الان مثل حالت رفت، سرعت نهایی گلوله (سرعت برخورد به سطح زمین) را نداریم که بتوانیم مدت زمان حرکت گلوله در مسیر برگشت را حساب کنیم. باید سرعت نهایی گلوله ($V_{\text{برخورد}}$) را پیدا کنیم. از رابطه‌ی مستقل از زمان استفاده می‌کنیم. توجه کنید مسافت بالا رفتن با مسافت پایین آمدن برابر است.

$$v^2-v_0^2=2ah \rightarrow \frac{v_{\text{اوج}}^2-v_0^2}{v_{\text{برخورد}}^2-v_{\text{اوج}}^2}=\frac{2ah}{2a'(-h)} \xrightarrow[a=-16\frac{m}{s^2},a'=-4\frac{m}{s^2}]{v_{\text{اوج}}=0\frac{m}{s},v_{0,\text{رفت}}=20\frac{m}{s}}$$

$$\frac{0^2-20^2}{v_{\text{برخورد}}^2-0^2}=\frac{-16}{4} \rightarrow v_{\text{برخورد}}^2=100 \xrightarrow[v_{\text{برخورد}}<0]{\sqrt{\ }} v_{\text{برخورد}}=-10\frac{m}{s}$$

حالا می‌توانیم مدت زمان برگشت گلوله از ارتفاع اوج h به سطح زمین را حساب کنیم.

$$v_{\text{برخورد}}=a't_{\text{برگشت}}+v_{\text{اوج}} \xrightarrow[v_{\text{اوج}}=0\frac{m}{s}]{v_{\text{برخورد}}=-10\frac{m}{s},a'=-4\frac{m}{s^2}} -10=-4t_{\text{برگشت}}+0 \rightarrow t_{\text{برگشت}}=\frac{10}{4}s$$

بنابراین مدت زمان حرکت گلوله از لحظه‌ی پرتاب تا لحظه‌ی رسیدن مجدد گلوله به سطح زمین $t_{\text{رفت}}+t_{\text{برگشت}}=\frac{5}{4}+\frac{10}{4}=\frac{15}{4}=3/75s$ است.

13. شخصی به جرم ۹۰kg درون یک آسانسور بر روی یک ترازوی فنری ایستاده است. اگر آسانسور با شتاب $(-2\frac{m}{s^2})\vec{j}$ حرکت کند، بزرگی نیرویی که پای شخص به ترازو وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$ و جهت مثبت محور y به سمت بالا است.)

۱) ۱۰۸۰ ۲) ۷۲۰ ۳) ۹۰۰ ۴) گزینه‌های ۱ و ۲ می‌تواند درست باشد.

پاسخ: گزینه ۲ ساده | محاسباتی

از آن‌جا که جهت مثبت محور y رو به بالاست، پس جهت شتاب $(-2\frac{m}{s^2})\vec{j}$ رو به پایین است. در نتیجه، آسانسور یا به صورت تندشونده و رو به پایین حرکت می‌کند یا به صورت کندشونده رو به بالا در هر دو صورت نیرویی که پاهای شخص به کف آسانسور وارد می‌کند، یکسان است.

$$F_N=m(g-a) \xrightarrow[a=2\frac{m}{s^2}]{m=90kg,g=10\frac{m}{s^2}} F_N=90(10-2)=720N$$

درسنامه

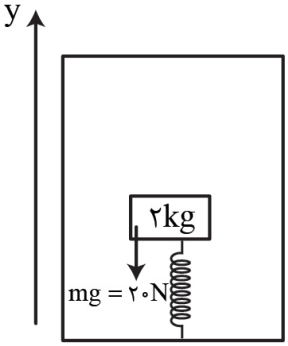
جهت حرکت	نوع حرکت	اندازه‌ی نیرویی که آسانسور به شخص وارد می‌کند.	جهت شتاب آسانسور
بالا	تندشونده	$F_N=m(g+a)$	بالا
بالا	کندشونده	$F_N=m(g-a)$	پایین
پایین	تندشونده	$F_N=m(g-a)$	پایین
پایین	کندشونده	$F_N=m(g+a)$	بالا

14. فنری با جرم ناچیز و ثابت $۲\frac{N}{cm}$ به کف یک آسانسور متصل است، وزنه‌ای به جرم ۲kg روی آن قرار داده شده است. اگر آسانسور با شتاب $۴\frac{m}{s^۲}$ به سمت پایین شروع به حرکت کند، طول فنر به ۲۰cm می‌رسد. طول آزاد فنر (طول فنر هنگامی که نیرویی به آن وارد نمی‌شود) چند سانتی‌متر است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۲۶ ۲) ۲۴ ۳) ۱۶ ۴) ۱۴

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | محاسباتی

ابتدا مطابق شکل زیر، نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم سپس از قانون دوم نیوتون کمک می‌گیریم و طول آزاد فنر $(L_۰)$ را به دست می‌آوریم (جهت مثبت محور y را رو به بالا در نظر گرفتیم). چون جهت نیروی فنر را نمی‌دانیم آن را رسم نمی‌کنیم.



$$\vec{F}_{net}=m\vec{a}$$

$$\vec{F}_e-۲-\vec{j}=۲(-۴)\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_e=+۱۲\vec{j}$$

تغییر طول فنر از طول آزاد را حساب می‌کنیم:

$$F_e=kx \Rightarrow ۱۲=۲x \Rightarrow x=۶cm$$

چون نیروی فنر بالاسو است، فنر جمع شده و طول آن از طول آزاد کمتر است. پس:

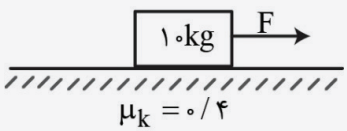
$$x=۶cm \xrightarrow[L=۲۰cm]{\Delta x=L_۰-L} L_۰-۲۰=۶ \rightarrow L_۰=۲۶cm$$

درسنامه:

اگر فنر را به اندازه‌ی x بکشیم یا فشرده کنیم، فنر نیرویی به جسم وارد می‌کند که اندازه‌ی آن از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$F_e=K\,x \quad (K=\text{ثابت فنر}\ \frac{N}{m})$$

15. توسط طناب سبکی با نیروی افقی $F=۱۰۰N$ یک جسم ۱۰ کیلوگرمی روی سطح افقی از حال سکون به حرکت درمی‌آید. اگر پس از طی مسافت ۱۲ متر طناب قطع شود، مدت زمان حرکت جسم از لحظه‌ی شروع حرکت تا لحظه‌ی توقف آن چند ثانیه است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۳ ۴) ۸

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

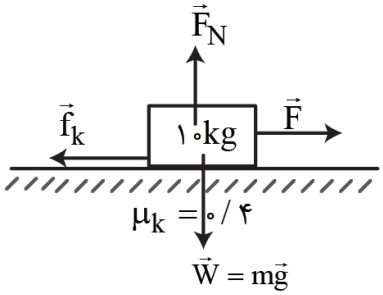
حرکت جسم از لحظه‌ی شروع حرکت تا لحظه‌ی توقف آن، طی دو مرحله انجام می‌شود:

۱- از لحظه‌ی شروع حرکت تا لحظه‌ی قطع طناب

۲- از لحظه‌ی قطع طناب تا لحظه‌ی توقف

از لحظه‌ی شروع حرکت تا لحظه‌ی قطع طناب:

از آن‌جا که جسم حرکت می‌کند، پس نیروی اصطکاک وارد بر آن از نوع جنبشی است. ابتدا باید شتاب جسم را با استفاده از قانون دوم نیوتون به دست بیاوریم سپس با کمک معادله‌ی مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، مدت زمان حرکت جسم را از لحظه‌ی شروع حرکت تا لحظه‌ای که طناب قطع می‌شود، حساب کنیم.



$$F_{net} = ma \rightarrow F - f_k = ma_۱ \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg} F - \mu_k mg = ma_۱$$

$$\xrightarrow[m=۱۰kg, g=۱۰\frac{m}{s^۲}]{F=۱۰۰N, \mu_k = ۰/۴} ۱۰۰ - ۰/۴\times ۱۰\times ۱۰ = ۱۰a_۱ \rightarrow a_۱ = ۶\frac{m}{s^۲}$$

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}a_۱t_۱^۲ + V_۰t_۱ \xrightarrow[V_۰ = ۰\frac{m}{s}]{\Delta x = ۱۲m, a_۱ = ۶\frac{m}{s^۲}} ۱۲ = \frac{۱}{۲}\times ۶t_۱^۲ \rightarrow t_۱^۲ = ۴ \xrightarrow{\sqrt{}} t_۱ = ۲s$$

از لحظه‌ی قطع طناب تا لحظه‌ی توقف: در این مرحله، طناب قطع می‌شود و جسم تحت تأثیر نیروی اصطکاک به حرکت خود ادامه می‌دهد تا متوقف شود. شتاب حرکت جسم در این مرحله را نیز به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \rightarrow ۰ - f'_k = ma_۲ \xrightarrow[m=۱۰kg, \mu_k = ۰/۴, g=۱۰\frac{m}{s^۲}]{f'_k = \mu_k F_N = \mu_k mg} -۰/۴\times ۱۰\times ۱۰ = ۱۰a_۲ \rightarrow a_۲ = -۴\frac{m}{s^۲}$$

الان باید ببینیم از لحظه‌ای که طناب قطع می‌شود، چند ثانیه طول می‌کشد تا جسم متوقف شود. شتاب جسم $(a_۲ = -۴\frac{m}{s^۲})$ سرعت نهایی آن $(v_۲ = ۰\frac{m}{s})$ را داریم. پس اگر سرعت اولیه‌ی جسم در این مرحله را که همان سرعت نهایی مرحله‌ی قبل است، پیدا کنیم می‌توانیم با کمک معادله‌ی سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت، مدت زمان طی شده در این مرحله را حساب کنیم.

$$v_۱ = a_۱t_۱ + v_۰ \xrightarrow[t_۱ = ۲s_۰, v_۰ = ۰\frac{m}{s}]{a_۱ = ۶\frac{m}{s^۲}} v_۱ = ۶\times ۲ + ۰ = ۱۲\frac{m}{s}$$

$$v_۲ = a_۲t_۲ + v_۱ \xrightarrow[v_۱ = ۱۲\frac{m}{s}]{v_۲ = ۰\frac{m}{s}, a_۲ = -۴\frac{m}{s^۲}} ۰ = -۴t_۲ + ۱۲ \rightarrow t_۲ = ۳s$$

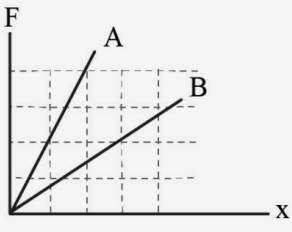
بنابراین، از لحظه‌ی شروع حرکت جسم تا لحظه‌ی توقف آن، مدت زمان $(t_۱ + t_۲ = ۲+۳) ۵s$ طول می‌کشد.

درسنامه

نوع نیروی اصطکاک	رابطه
ایستایی	رابطه‌ای ندارد و اندازه‌ی آن با قانون دوم نیوتون به دست می‌آید.
ایستایی بیشینه	$f_{s,max} = \mu_k F_N$
جنبشی	$f_k = \mu_k F_N$

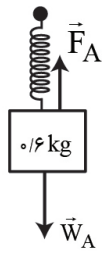
تذکر: برای یک جسم ساکن روی سطح افقی اگر $F_{محرک} \leq f_{s,max}$ باشد، جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک وارد بر جسم برابر با $F_{محرک}$ است و اگر $F_{محرک} > f_{s,max}$ باشد، جسم حرکت می‌کند،نیروی اصطکاک از نوع جنبشی (f_k) است.

16. نمودار اندازه نیروی کشسانی بر حسب تغییر طول برای دو فنر A و B مطابق شکل مقابل است. اگر به انتهای فنر A وزنه‌ی ۶۰۰ گرمی آویزان کنیم، پس از رسیدن به تعادل، ۱۰cm به طول فنر A اضافه می‌شود. اگر به انتهای فنر B وزنه ۲۰۰ گرمی آویزان کنیم، طول آن پس از رسیدن به تعادل چند سانتی‌متر افزایش می‌یابد؟



۱) ۳۰ ۲) $\frac{۱۰}{۳}$ ۳) ۱۰ ۴) ۹۰

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | محاسباتی



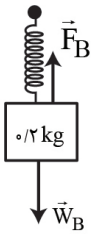
(الف)

گام اول) دو نیروی کشش فنر $(\vec{F})$ و نیروی وزن $(\vec{W})$ بر وزنه وارد می‌شود (شکل الف). از آن‌جا که وزنه و فنر A در حال تعادل هستند، می‌توان نوشت:

$$F_A = W_A \xrightarrow[W_A = m_A g]{F_A = k_A x_A} k_A x_A = m_A g \xrightarrow[m_A = ۰/۶kg]{x_A = ۱۰cm = ۰/۱m} ۰/۱k_A = ۰/۶g \to k_A = ۶g$$

گام دوم) با استفاده از نمودار نیروی کشسانی فنر بر حسب تغییر طول آن، نسبت ثابت فنر $A\,(K_A)$ به ثابت فنر $B\,(K_B)$ را می‌نویسیم تا بتوانیم ثابت فنر $B\,(K_B)$ را به دست بیاوریم.

$$\frac{k_A}{k_B} = \frac{F_A}{F_B} \times \frac{x_B}{x_A} \to \frac{k_A}{k_B} = \frac{۲}{۲} \times \frac{۳}{۱} \to k_A = ۳k_B \xrightarrow{k_A = ۶g} \overset{۲}{\cancel{۶}}g = \overset{۱}{\cancel{۳}}k_B \to k_B = ۲g$$



(ب)

گام سوم) حالاکه ثابت فنر $B\,(k_B)$ را پیدا کردیم، می‌توانیم اندازه‌ی افزایش طول فنر $B\,(x_B)$ را هنگامی‌که وزنه‌ی ۲۰۰ گرمی به آن آویزان و به تعادل رسیده است (شکل ب) حساب کنیم.

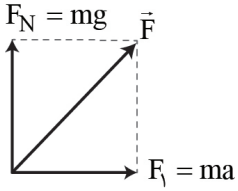
$$\xrightarrow[W_B = m_B g]{F_B = k_B x_B} k_B x_B = m_B g \xrightarrow[m_B = ۰/۲kg]{k_B = ۲g} \overset{۱}{\cancel{۲}}\overset{۱}{\cancel{g}} x_B = \overset{۰/۱}{\cancel{۰/۲}}\overset{۱}{\cancel{g}} \to x_B = ۰/۱m = ۱۰cm$$

17. خودرویی با شتاب ثابت به بزرگی $۵\frac{m}{s^۲}$ از حال سکون روی جاده مستقیم و افقی شروع به حرکت می‌کند. بزرگی نیرویی که صندلی خودرو به راننده وارد می‌کند، چند برابر وزن راننده است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\sqrt{۵}$ ۴) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$

پاسخ: گزینه ۴ | متوسط | محاسباتی

گام اول) کفهٔ صندلی یک نیروی عمودی رو به بالا به راننده وارد می‌کند $(\vec{F}_N)$ که برابر با وزن راننده است و پشتی صندلی یک نیروی افقی رو به جلو به راننده وارد می‌کند $(\vec{F}_۱)$. بزرگی نیرویی که صندلی به راننده وارد می‌کند، برابر با برایند این دو نیرو است $(\vec{F}_{net})$.

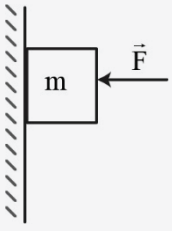


$$F = \sqrt{F_N^۲ + F_۱^۲} \xrightarrow[F = ma]{F_N = mg} F = \sqrt{(mg)^۲ + (ma)^۲} \xrightarrow[a = ۵\frac{m}{s^۲}]{g = ۱۰\frac{m}{s^۲}} F = \sqrt{\underbrace{(۱۰m)^۲}_{۱۰۰m^۲} + \underbrace{(۵m)^۲}_{۲۵m^۲}} = \sqrt{۱۲۵m^۲} = ۵\sqrt{۵}m$$

گام دوم) سوال نسبت $\frac{F_{net}}{mg}$ را می‌خواهد و ما هم حسابش می‌کنیم.

$$\frac{F}{mg} = \frac{۵\sqrt{۵}m}{۱۰m} = \frac{\sqrt{۵}}{۲}$$

18. مطابق شکل قطعه چوبی با نیروی افقی $\vec{F}$ به دیوار فشرده و ساکن نگه داشته شده است. اگر اندازه نیروی $\vec{F}$ دو برابر شود، کدام مورد درست است؟



الف) بزرگی نیروی اصطکاک ۲ برابر می‌شود.

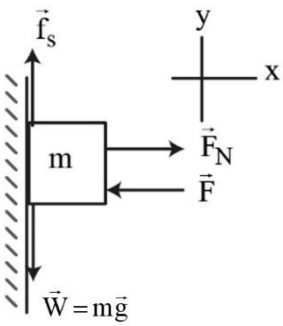
ب) نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند، افزایش می‌یابد و کم‌تر از ۲ برابر حالت قبل می‌شود.

پ) زاویه بین نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند با نیروی اصطکاک وارد بر جسم افزایش می‌یابد.

ت) بزرگی نیروی خالص وارد بر جسم افزایش می‌یابد.

۱) الف و ب ۲) ب و پ ۳) پ و ت ۴) الف و ت

پاسخ: گزینه ۲ | متوسط | مفهومی



از آن‌جا که جسم ساکن است، پس نیروی خالص وارد بر آن در راستای محورهای x و y صفر و نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع ایستایی $(\vec{f}_s)$ است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$F_{net,x}=0\rightarrow F_N-F=0\rightarrow F_N=F$$

$$F_{net,y}=0\rightarrow f_s-W\xrightarrow{W=mg}f_s=mg$$

چون $F_N=F$ است، با دو برابر شدن اندازه‌ی نیروی $\vec{F}$، اندازه‌ی نیروی $\vec{F}_N$ نیز دو برابر می‌شود $(F_{N,2}=2F_N)$. حالا عبارت را بررسی می‌کنیم.

الف همان‌طور که محاسبه کردیم، نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع ایستایی و برابر با وزن جسم است $(f_s=mg)$ و با دو برابر شدن اندازه‌ی نیروی $\vec{F}_N$، تغییر نمی‌کند $(f_{s,2}=f_s=mg)$. ۱ و ٤ پَرا!

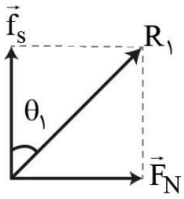
ب اندازه‌ی نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند $(\vec{R})$ برابر با برآیند دو نیروی $\vec{F}_N$ و $\vec{f}_s$ است. نسبت این نیرو در حالت دوم $(\vec{R}_2)$ به حالت اول $(\vec{R}_1)$ را می‌نویسیم.

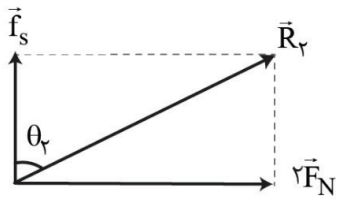
$$R=\sqrt{f_s^2+F_N^2}\rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\sqrt{\frac{f_{s,2}^2+F_{N,2}^2}{f_s^2+F_N^2}}\xrightarrow[F_{N,2}=2F_N]{f_{s,2}=f_s}\frac{R_2}{R_1}=\sqrt{\frac{f_s^2+4F_N^2}{f_s^2+F_N^2}}$$

$$\frac{R_2}{R_1}=\sqrt{\frac{f_s^2+F_N^2+3F_N^2}{f_s^2+F_N^2}}=\sqrt{1+\frac{3F_N^2}{f_s^2+F_N^2}}\xrightarrow{\frac{3F_N^2}{f_s^2+F_N^2}<3}1<\frac{R_2}{R_1}<2$$

بنابراین با دو برابر شدن اندازه‌ی نیروی $\vec{F}$، نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند افزایش می‌یابد و کم‌تر از ۲ برابر حالت قبل می‌شود. ✓ ۳ پَرَپَرا!

پ زاویه‌ی بین نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند $(\vec{R})$ با نیروی اصطکاک وارد بر جسم $(\vec{f}_s)$ قبل از دو برابر شدن نیروی $\vec{F}$ مطابق شکل (الف) و پس از دو برابر شدن نیروی $\vec{F}$ مطابق شکل (ب) است. همان‌طور که می‌بینید، این زاویه با دو برابر شدن اندازه‌ی نیروی $\vec{F}$ افزایش می‌یابد. ✓



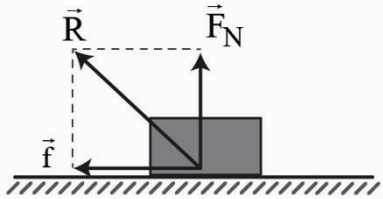


$$\theta_2>\theta_1$$

ت قبل و پس از دو برابر شدن اندازه‌ی نیروی $\vec{F}$، جسم ساکن است. پس در هر دو حالت نیروی خالص وارد بر جسم صفر است و با دو برابر شدن اندازه‌ی نیروی F، تغییر نمی‌کند. ✗

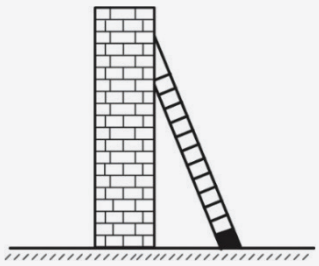
درسنامه

اندازه‌ی نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند (R)، برابر با برآیند دو نیروی عمودی سطح $(\vec{F}_N)$ و نیروی اصطکاک $(\vec{f})$ است. در این رابطه، f می‌تواند f_s ,$f_{s,max}$ یا f_k باشد.



$$R=\sqrt{F_N^2+f^2}$$

19. مطابق شکل، نردبانی به جرم ۲۰kg به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده است. اگر نردبان در آستانه‌ی سر خوردن و بزرگی نیرویی که دیوار به نردبان وارد می‌کند ۱۵۰N باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین نردبان و سطح زمین کدام است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$



۱) ۰/۲۵

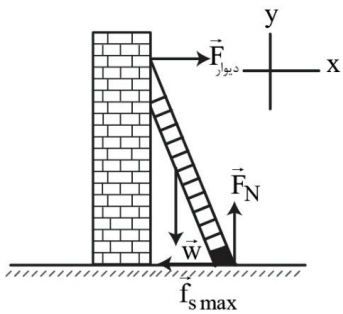
۲) ۰/۵

۳) ۰/۷۵

۴) ۰/۴

پاسخ: گزینه ۳ ساده | محاسباتی

ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم.



از آن‌جا که نردبان در آستانه‌ی سر خوردن است، پس نیروی خالص وارد بر جسم در راستای محورهای x و y صفر است و می‌توان نوشت:

$$F_{net,y}=0 \rightarrow F_N-W=0 \xrightarrow{W=mg=20\times10=200N} F_N=200N$$

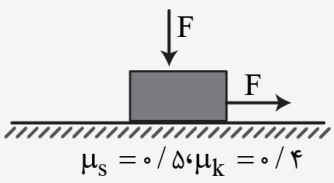
$$F_{net,x}=0 \rightarrow F_{دیوار}-f_{s,max}=0 \xrightarrow{f_{s,max}=\mu_s F_N} F_{دیوار}=\mu_s F_N \xrightarrow[F_N=200N]{F_{دیوار}=150N} 150=\mu_s\times200 \rightarrow \mu_s=0/75$$

تست‌درتست نردبانی به جرم ۱۶kg به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه دارد و پایه‌ی آن روی سطح افقی در آستانه‌ی سُر خوردن است. اگر نیرویی که در این حالت از طرف نردبان به سطح افقی وارد می‌شود ۲۰۰N باشد، ضریب اصطکاک ایستایی نردبان با این سطح چقدر است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$ (ریاضی - ۱۴۰۰ خارج)

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{2}{5}$ ۴) $\frac{1}{4}$

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | محاسباتی

20. مطابق شکل نیروهای افقی و قائم هم‌اندازه F به جسمی به جرم ۱۰kg وارد شده‌اند و جسم در آستانه حرکت است. بزرگی نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند چند نیوتون است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$



۱) ۱۰۰

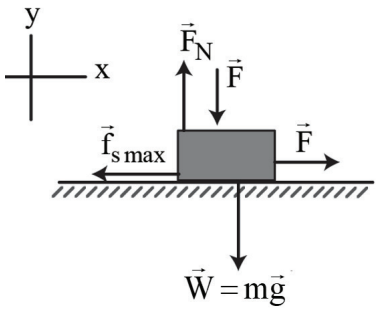
۲) $100\sqrt{3}$

۳) ۲۰۰

۴) $100\sqrt{5}$

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | محاسباتی

گام اول) در حالتی که جسم در آستانه‌ی حرکت است، نیروی اصطکاک وارد بر آن از نوع ایستایی بیشینه $(f_{s,max})$ است. در این حالت، نیروی



خالص وارد بر جسم در راستاهای x و y صفر است و می‌توان نوشت:

$$F_{net,x}=۰\rightarrow F-f_{s,max}=۰\xrightarrow{f_{s,max}=\mu_s F_N}F=\mu_s F_N \qquad (۱)$$

$$F_{net,y}=۰\rightarrow F_N-F-mg=۰\rightarrow F_N=F+mg \qquad (۲)$$

گام دوم) رابطه‌ی (۲) را در رابطه‌ی (۱) قرار می‌دهیم تا بتوانیم مقدار F را حساب کنیم.

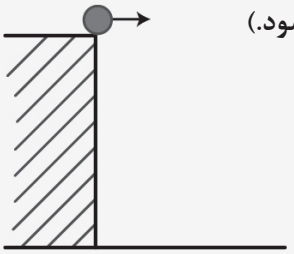
$$F=\mu_s(F+mg)\xrightarrow[m=۱۰kg,g=۱۰\frac{m}{s^۲}]{\mu_s=\frac{۱}{۲}}F=\frac{۱}{۲}\times(F+۱۰\times۱۰)\rightarrow F=۱۰۰N$$

گام سوم) بزرگی نیرویی که جسم به سطح در این حالت وارد می‌کند $(\vec{R}')$ برابر با برایند دو نیروی $\vec{F}_N$, $\vec{f}_{s,max}$ است.

$$R'=\sqrt{F_N^۲+f_{s,max}^۲}\xrightarrow{f_{s,max}=\mu_s F_N}R'=\sqrt{F_N^۲+(\mu_s F_N)^۲}\xrightarrow[\mu_s=\frac{۱}{۲}]{F_N=F+mg=۱۰۰+۱۰۰=۲۰۰N}R'=\sqrt{۲۰۰^۲+(\frac{۱}{۲}\times\overset{۱۰۰}{\cancel{۲۰۰}})^۲}=۱۰۰\sqrt{۵}N$$

پاسخنامه فیزیک ۲۹ آذر ماه ۱۴۰۳

1. گلوله‌ای به جرم $800\,g$ را مطابق شکل با سرعت $30\,m/s$ از بالای برجی به صورت افقی پرتاب می‌کنیم. ۴ ثانیه پس از پرتاب گلوله اندازهٔ تکانهٔ گلوله به چند واحد SI می‌رسد؟ ($g = 10\,\frac{m}{s^2}$ و از مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)



۱) $30\sqrt{2}$

۲) ۴۰

۳) $40\sqrt{2}$

۴) ۶۰

پاسخ: گزینه ۲ محاسباتی | متوسط

گام اول: تغییرات تکانهٔ توپ را در مدت ۴ ثانیه حساب می‌کنیم:

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\vec{p} = F_{av}.\Delta t = \left((-mg)\vec{j}\right)\times\Delta t \Rightarrow \Delta\vec{p} = (-8\times 4)\vec{j} = -32\vec{j}$$

گام دوم: تکانهٔ جسم در لحظهٔ پرتاب $\vec{p}_1 = m\vec{v}_1 = 0/8\times(+30)\vec{i} = (+24\,\frac{m}{s})\vec{i}$ است.

با توجه به گام اول، تکانه جسم در $t = 4\,s$ برابر است با:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \Rightarrow -32\vec{j} = \vec{p}_2 - 24\vec{i} \Rightarrow \vec{p}_2 = +24\vec{i} - 32\vec{j}$$

گام سوم: اندازهٔ تکانه را حساب می‌کنیم.

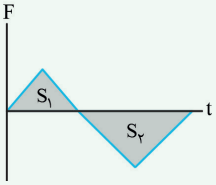
$$\vec{p}_2 = \sqrt{24^2 + 32^2} = 40\ kg\,m/s$$

نکته **تکانه:**

۱) تکانه کمیتی برداری با یکای $\frac{kg\,m}{s}$ است که هم‌جهت با بردار سرعت می‌باشد. $\vec{p} = m\vec{v}$

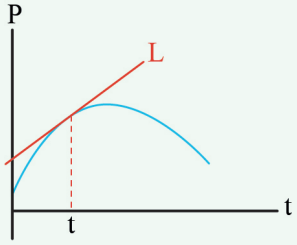
۲) روابط تکانه با انرژی جنبشی: $K = \frac{1}{2}p.V$ و $K = \frac{p^2}{2m}$

۳) مساحت سطح محصور به نمودار نیرو - زمان در یک بازه برابر با تغییرات تکانه در آن بازه است.

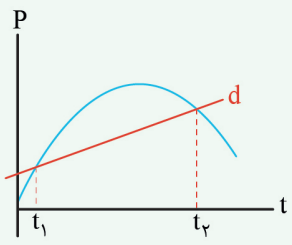


$$\begin{cases}\Delta P = S_1 - S_2 \\ F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}\end{cases}$$

۴) شیب خط واصل بین دو لحظه در نمودار تکانه - زمان را برابر با نیروی خالص متوسط در آن بازه است و شیب خط مماس بر نمودار تکانه - زمان در هر لحظه برابر با نیروی لحظه‌ای است.

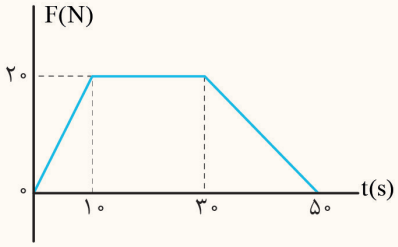


شیب خط مماس $F_t = L$



شیب خط مماس $= \frac{\Delta p}{\Delta t} = F_{av(t_1,t_2)} = d$

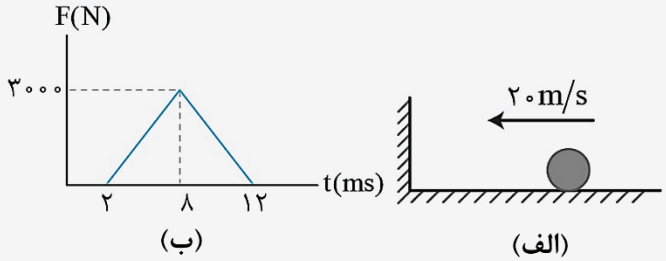
تست‌درتست نمودار نیرو - زمان متحرکی به صورت زیر است. نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در ۵۰ ثانیهٔ داده‌شده، چند نیوتون است؟ «ریاضی داخل ۱۴۰۱»



۱) ۱۰
۲) ۱۲/۵
۳) ۱۴
۴) ۱۷/۵

پاسخ: گزینه ۳

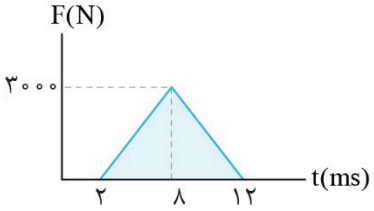
2. توپی به جرم ۴۰۰g با سرعت $20\,m/s$ در راستای افقی مطابق شکل (الف) به دیواری برخورد می‌کند و با انرژی جنبشی K در همان راستا از دیوار جدا می‌شود. اگر نمودار اندازهٔ نیروی وارد بر توپ توسط دیوار به صورت شکل (ب) باشد، K چند ژول است؟ (اصطکاک ناچیز است.)



۱) ۱۲۲/۵
۲) ۶۱/۲۵
۳) ۶۰
۴) ۱۵

پاسخ: گزینه ۲ محاسباتی | متوسط

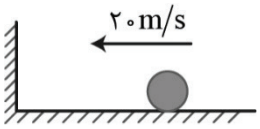
گام اول: مساحت سطح زیر نمودار نیرو - زمان برابر تغییرات تکانهٔ جسم است. بنابراین تکانهٔ جسم در لحظهٔ ۱۲ms که لحظهٔ جدا شدن توپ از دیوار است را محاسبه می‌کنیم.



$$\Delta p = S = \frac{۳\times۱۰^{۳}\times(۱۲-۲)\times۱۰^{-۳}}{۲} = ۱۵\,kg\,m/s$$

اگر جهت مثبت محور را به سمت راست درنظر بگیریم $\Delta\vec{p} = +۱۵\vec{i}$ خواهد بود.

گام دوم: تکانهٔ اولیه جسم را حساب می‌کنیم، سپس با استفاده از Δp به‌دست آمده در گام اول، تکانهٔ توپ هنگام جدا شدن از دیوار را حساب می‌کنیم. (جهت مثبت محور xها را به سمت راست درنظر می‌گیریم.)



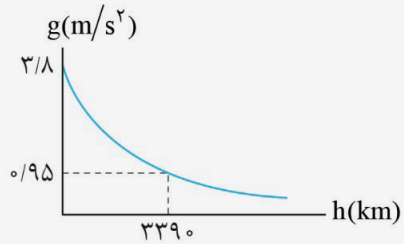
$$\vec{p}_۱ = m\vec{v}_۱ = ۰/۴\times(-۲۰)\vec{i} = -۸\vec{i}$$

$$\Delta\vec{p}_۱ = \vec{p}_۲ - \vec{p}_۱ \Rightarrow +۱۵\vec{i} = \vec{p}_۲ - (-۸)\vec{i} \Rightarrow \vec{p}_۲ = +۷\vec{i}$$

گام سوم: انرژی جنبشی گلوله را تعیین می‌کنیم:

$$K_۲ = \frac{p_۲^{۲}}{۲m} = \frac{۷^{۲}}{۲\times۰/۴} = \frac{۴۹}{۰/۸} = ۶۱/۲۵\,J$$

3. نمودار شتاب گرانشی یک سیاره برحسب ارتفاع از سطح آن به صورت شکل زیر است. جسمی به جرم ۱۶۰kg را در چه فاصله‌ای برحسب کیلومتر از مرکز این سیاره قرار دهیم، تا بزرگی نیروی گرانشی که این سیاره به جسم وارد می‌کند برابر با ۳۴۲ نیوتون شود؟



۱) ۴۰۸۵
۲) ۴۵۲۰
۳) ۶۷۸۰
۴) ۸۴۷۵

پاسخ: گزینه ۲ محاسباتی | متوسط

گام اول: ابتدا با توجه به نمودار شعاع سیاره (R) را حساب می‌کنیم.

$$\frac{g_h}{g_\circ}=\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \Rightarrow \frac{۰/۹۵}{۳/۸}=\left(\frac{R}{R+۳۳۹۰}\right)^2 \xrightarrow{\sqrt{\ }} \frac{۱}{۲}=\frac{R}{R+۳۳۹۰} \Rightarrow R=۳۳۹۰\,km$$

گام دوم: شتاب گرانش در محلی که وزن جسم در آن‌جا ۳۴۲N است را به دست می‌آوریم:

$$F=mg \Rightarrow ۳۴۲=۱۶۰\times g \Rightarrow g=\frac{۳۴۲}{۱۶۰}=\frac{۱۷۱}{۸۰}m/s^2$$

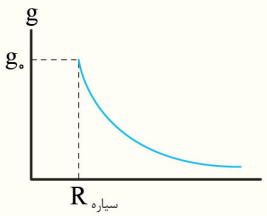
گام سوم: با استفاده از رابطهٔ نسبتی شتاب گرانش، شعاع مداری که جسم در آن‌جا قرار دارد (r) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{g}{g_\circ}=\left(\frac{R}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{۱۷۱}{۸۰}}{۳/۸}=\left(\frac{۳۳۹۰}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{۱۷۱}{۳۰۴}=\left(\frac{۳۳۹۰}{r}\right)^2 \xrightarrow{\sqrt{\ }} \frac{۳}{۴}=\frac{۳۳۹۰}{r} \Rightarrow r=۴۵۲۰\,km$$

درسنامه

شتاب گرانشی: شتاب گرانشی (g) در فاصلهٔ r از مرکز یک سیاره به جرم M از رابطهٔ زیر به دست می‌آید و نمودار آن به صورت شکل زیر است.

($g_\circ$ شتاب گرانش در سطح سیاره است)



$$g=\frac{GM}{r^2}$$

نکته شتاب گرانش در سطح سیاره علاوه بر رابطهٔ بالا از رابطهٔ زیر نیز به دست می‌آید:

$$g_\circ=(\frac{۴}{۳}\pi G)\rho R$$

ρ: چگالی متوسط سیاره و R: شعاع سیاره

4. یک ساعت آونگ‌دار که در سطح زمین به درستی کار می‌کند را به محلی که شتاب گرانش در آنجا $\frac{۸۱}{۱۰۰}$ برابر شتاب گرانش در سطح زمین است می‌بریم. این ساعت آونگ‌دار در هر شبانه‌روز ..... دقیقه ..... می‌افتد.

۱) ۱۴۴- جلو ۲) ۱۴۴ - عقب ۳) ۲۸۸ - عقب ۴) ۲۸۸ - جلو

پاسخ: گزینه ۲ محاسباتی | متوسط

گام اول: ابتدا نسبت دورهٔ نوسان آونگ در محل جدید نسبت به سطح زمین را حساب می‌کنیم:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱}=\sqrt{\frac{g_۱}{g_۲}}=\sqrt{\frac{g}{\frac{۸۱}{۱۰۰}g}}=\frac{۱۰}{۹}$$

گام دوم: چون دورهٔ تناوب آونگ افزایش یافته است، پس آونگ در زمان بیشتری یک نوسان را انجام می‌دهد. با هر نوسان آونگ، ساعت مقدار معینی را می‌شمارد. بنابراین ساعت در این حالت عقب می‌افتد. میزان عقب افتادن ساعت در یک شبانه روز برابر است با:

$$\frac{t_۲}{t_۱}=\frac{T_۱}{T_۲} \Rightarrow t_۲=(\frac{T_۱}{T_۲})t_۱ \Rightarrow |t_۲-t_۱|=\left|(\frac{T_۱}{T_۲}-۱)\right|t_۱$$

$$|t_۲-t_۱|=\left|(\frac{۹}{۱۰}-۱)\right|\times(۲۴h\times\frac{۶۰min}{۱h})=۱۴۴min$$

پس ساعت ۱۴۴ دقیقه عقب می‌افتد.

درسنامه

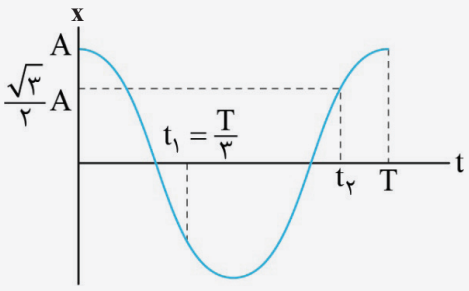
نوسانگر آونگ ساده: اگر یک آونگ را با دامنهٔ بسیار کم به نوسان دربیاوریم، حرکت وزنهٔ آن را حرکت هماهنگ ساده می‌توان در نظر گرفت. دورهٔ نوسان آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

L: طول نخ آونگ و g: شتاب گرانش در محل آونگ است.

نکته دورهٔ نوسان آونگ ساده به جرم گلولهٔ آونگ بستگی ندارد.

5. نمودار مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای به صورت زیر است. تندی متوسط این نوسانگر در بازه زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ چند برابر بیشینهٔ تندی آن است؟



۱) $\frac{۳+\sqrt{۳}}{۷\pi}$

۲) $\frac{۹+۳\sqrt{۳}}{۷\pi}$

۳) $\frac{۱۸+۶\sqrt{۳}}{۷\pi}$

۴) $\frac{۹+۶\sqrt{۳}}{۷\pi}$

پاسخ: گزینه ۲ محاسباتی | دشوار

گام اول: ابتدا مکان نوسانگر در لحظهٔ $t_۱$ را تعیین می‌کنیم.

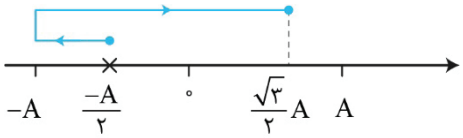
$$x = A\cos(\frac{۲\pi}{T}t) \xrightarrow{t_۱=\frac{T}{۳}} x_۱ = A\cos(\frac{۲\pi}{T}\times\frac{T}{۳}) = -\frac{A}{۲}$$

گام دوم: لحظهٔ $t_۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$$x = A\cos(\frac{۲\pi}{T}t) \xrightarrow{x_{t_۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}A} \frac{\sqrt{۳}}{۲}A = A\cos(\frac{۲\pi}{T}t_۲) \Rightarrow \cos(\frac{۲\pi}{T}t_۲) = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۲\pi}{T}t_۲ = \frac{\pi}{۶} \text{ یا } \frac{۱۱\pi}{۶} \text{ یا } ..... \xrightarrow{\text{برای دومین بار}} \frac{۲\pi}{T}t_۲ = \frac{۱۱\pi}{۶} \Rightarrow t_۲ = \frac{۱۱T}{۱۲}$$

گام سوم: مسافت طی شده و سپس تندی متوسط نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:



$$\ell = \frac{A}{۲} + A + \frac{\sqrt{۳}}{۲}A = (\frac{۳+\sqrt{۳}}{۲})A$$

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{(\frac{۳+\sqrt{۳}}{۲})A}{\frac{۱۱T}{۱۲} - \frac{T}{۳}} = \frac{۱۸+۶\sqrt{۳}}{۷}\times\frac{A}{T}$$

گام چهارم: تندی بیشینهٔ نوسانگر از رابطهٔ $V_{max} = A\omega = A(\frac{۲\pi}{T})$ به دست می‌آید. بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{s_{av}}{v_{max}} = \frac{(\frac{۱۸+۶\sqrt{۳}}{۷})\frac{A}{T}}{۲\pi(\frac{A}{T})} = \frac{۹+۳\sqrt{۳}}{۷\pi}$$

6. معادلهٔ نیرو - مکان یک نوسانگر به جرم ۵۰۰g که حرکت هماهنگ ساده روی پاره‌خطی به طول ۱۰cm انجام می‌دهد در SI به صورت $F=-50\pi^2 x$ است. اگر نوسانگر از $x=+A$ در $t=0$ حرکت خود را شروع کرده باشد، مسافت طی شده توسط نوسانگر در بازهٔ $(\frac{1}{15}s,\frac{7}{20}s)$ چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) ۲۷/۵ ۴) ۵۵

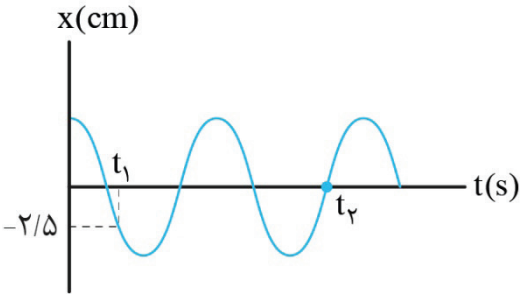
پاسخ: گزینه ۳ محاسباتی | دشوار

گام اول: دورهٔ نوسان نوسانگر را تعیین می‌کنیم.

$$\begin{cases} F=-m\omega^2 x \\ F=-50\pi^2 x \end{cases} \Rightarrow m\omega^2=50\pi^2 \Rightarrow 0/5\omega^2=50\pi^2 \Rightarrow \omega=10\pi\frac{rad}{s}$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow 10\pi=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow T=0/2s$$

گام دوم: نمودار مکان - زمان نوسانگر را رسم می‌کنیم و مکان نوسانگر را در لحظات $t_1=\frac{1}{15}s$ و $t_2=\frac{7}{20}s$ تعیین می‌کنیم.



$$\begin{cases} t_1=\frac{1}{15}s \Rightarrow \omega t_1=\frac{2\pi}{3}rad \\ t_2=\frac{7}{20}s \Rightarrow \omega t_2=\frac{7\pi}{2}rad \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1=0/05\cos(\frac{2\pi}{3})=\frac{-0/05}{2}=-2/5cm \\ x_2=0/05\cos(\frac{7\pi}{2})=0 \end{cases}$$

گام سوم: با توجه به نمودار مسافت طی شده نوسانگر را در بازه t_1 تا t_2 تعیین می‌کنیم.

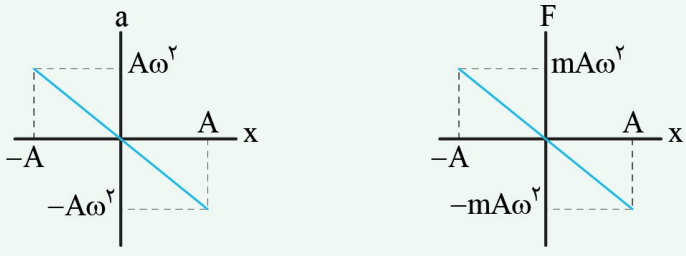
$$\ell=5A+\frac{A}{2}=25+2/5=27/5cm$$

درسنامه

روابط بین نیرو و شتاب با مکان در حرکت هماهنگ ساده: در حرکت هماهنگ ساده روابط زیر بین نیرو و شتاب با مکان برقرار است:

۱) $F=-kx$	۲) $F=-m\omega^2 x$
۳) $a=-\omega^2 x$	۴) $F_{max}=mA\omega^2$ و $a_{max}=A\omega^2$

نکته نمودارهای شتاب - مکان و نیرو - مکان به صورت زیر هستند:



شیب نمودار $=-m\omega^2$ شیب نمودار $=-\omega^2$

تست‌درتست نوسانگری روی پاره‌خطی به طول ۸cm روی سطح افقی بدون اصطکاک، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر در لحظه‌ای که فاصله نوسانگر از نقطه تعادل برابر ۲cm است، بزرگی شتاب برابر $\frac{\pi}{۲}\frac{m}{s^۲}$ باشد، تندی نوسانگر در لحظه عبور از نقطهٔ تعادل چند متر بر ثانیه است؟ «تجربی نوبت اول ۱۴۰۲»

۱) $\frac{\pi}{۱۰}$ ۲) $\frac{\pi}{۵}$ ۳) ۱۰π ۴) ۲۰π

پاسخ: گزینه ۲

۷. فنر سبکی با ثابت $K=۲\frac{N}{cm}$ از سقف آویزان است. (فنر در طول عادی خود است). یک وزنه یک کیلوگرمی را به قلاب فنر وصل می کنیم و از همان حال رها می‌کنیم. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل مجموعه وزنه و فنر، ۳ برابر انرژی جنبشی وزنه است، تندی وزنه چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۱۲/۵ ۲) $۲۵\sqrt{۲}$ ۳) ۵ ۴) ۲۵

پاسخ: گزینه ۲ محاسباتی | متوسط

گام اول: دامنهٔ نوسان را به دست می‌آوریم. دامنهٔ نوسان فاصلهٔ نقطهٔ رها شدن وزنه تا نقطه‌ای است که نیروی خالص وارد بر وزنه برابر صفر می‌شود. بنابراین کافی است تغییر طول فنر هنگامی که نیروی وزن با نیروی فنر هم‌اندازه می‌شود را حساب کنیم.

$$F_e=mg\Rightarrow kA=mg\Rightarrow A=\frac{mg}{k}=\frac{۱۰}{۲\times۱۰^{+۲}}=۵\times۱۰^{-۲}\ m$$

گام دوم: انرژی مکانیکی نوسانگر را حساب می‌کنیم:

$$E=\frac{۱}{۲}kA^۲=\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^۳\times(۵\times۱۰^{-۲})^۲=\frac{۱}{۴}J$$

گام سوم: با توجه به اینکه در لحظهٔ مورد نظر $U=۳K$ است، پس:

$$\begin{cases}E=U+K\\U=۳K\end{cases}\Rightarrow E=۳K+K=۴K\Rightarrow\frac{۱}{۴}=۴\times\frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$\Rightarrow v^۲=\frac{۱}{۸}\Rightarrow v=\frac{\sqrt{۲}}{۴}m/s=\frac{\sqrt{۲}}{۴}\times۱۰۰cm/s=۲۵\sqrt{۲}\ cm/s$$

درسنامه

در حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر انرژی مکانیکی (E) ثابتی دارد. در هر لحظه بخشی از این انرژی به صورت انرژی جنبشی (K) و بقیهٔ آن به صورت انرژی پتانسیل کشسانی (U) است. بنابراین داریم:

$$E=U+K$$

انرژی مکانیکی سامانهٔ جرم - فنر در حرکت هماهنگ ساده از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

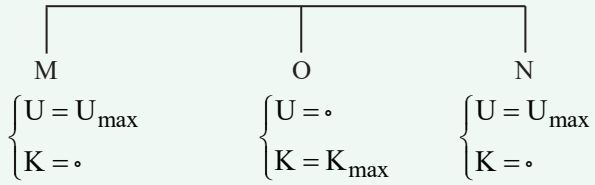
$$E=\frac{۱}{۲}kA^۲$$

در این رابطه k، ثابت فنر برحسب نیوتون بر متر (N/m)، A، دامنهٔ نوسان برحسب متر (m) و E برحسب ژول (J) است.

به کمک دو فرمول $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ و $\omega=۲\pi f$ می‌توانیم رابطه‌های زیر را هم برای انرژی مکانیکی هر نوسانگر هماهنگ ساده‌ای از جمله سامانهٔ جرم - فنر به دست آوریم: $E=۲\pi^۲mA^۲f^۲$ و $E=\frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲$

در این رابطه‌ها m، جرم نوسانگر برحسب کیلوگرم (kg)، f بسامد برحسب هرتز (Hz) و ω بسامد زاویه‌ای برحسب رادیان بر ثانیه (rad/s) است.

نکته ۱) قبلاً دیدیم که در نقطهٔ تعادل، انرژی جنبشی نوسانگر، بیشینه و انرژی پتانسیل آن صفر است.
هم‌چنین در نقطه‌های بازگشت انرژی جنبشی نوسانگر صفر و انرژی پتانسیل آن بیشینه است.



با توجه به رابطهٔ $E = U + K$ در این نقاط داریم:

نقطهٔ بازگشت : $E = U_{max} + ۰ \Rightarrow E = U_{max}$

بنابراین نتیجه می‌گیریم، بیشینهٔ انرژی جنبشی و بیشینهٔ انرژی پتانسیل نوسانگر با انرژی مکانیکی آن برابر است.

۲) می‌دانیم انرژی جنبشی جسمی به جرم m در لحظه‌ای که تندی آن v است، از رابطهٔ $K = \frac{۱}{۲}mv^۲$ به دست می‌آید. بنابراین در حرکت هماهنگ ساده، انرژی جنبشی بیشینهٔ نوسانگر برابر است با: $K = \frac{۱}{۲}mv_{max}^۲$

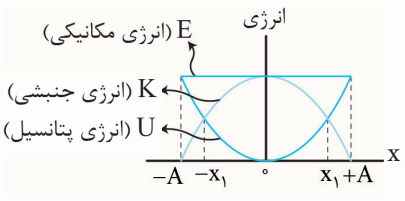
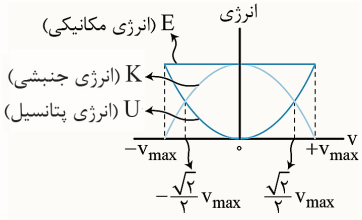
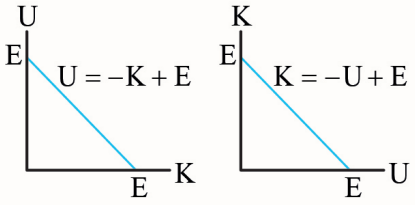
در این رابطه v_{max} تندی بیشینهٔ نوسانگر یا همان تندی نوسانگر در نقطهٔ تعادل است.

۳) با توجه به دو نکتهٔ بالا تمام روابط مربوط به انرژی مکانیکی نوسانگر به این صورت است:

$$E = U_{max} = K_{max} = \frac{۱}{۲}mv_{max}^۲ = \frac{۱}{۲}kA^۲ = \frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲ = ۲\pi^۲mA^۲f^۲$$

۴) در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر با انرژی پتانسیل آن برابر است، تندی آن برابر $\frac{\sqrt{۲}}{۲}v_{max}$ است.

نمودارهای انرژی در حرکت هماهنگ ساده: در تست‌های این قسمت قرار است با نمودارهای زیر سروکار داشته باشیم:

الف) نمودار انرژی بر حسب مکان:	ب) نمودار انرژی برحسب سرعت:	پ) نمودار انرژی جنبشی برحسب انرژی پتانسیل کشسانی (و بالعکس)
		

تست‌درتست **نوسانگری به جرم ۴۰۰ گرم، روی پاره‌خطی به طول ۱۰ سانتی‌متر، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر حداقل زمان لازم برای طی یک مسافت ۵ سانتی‌متری برابر $\frac{۱}{۳۰}$ ثانیه باشد، بیشینهٔ انرژی جنبشی این نوسانگر، چند میلی‌ژول است؟ $(\pi = ۳)$**

«ریاضی ۱۴۰۲»

۱) ۹۰۰ ۲) ۴۵۰ ۳) ۹۰ ۴) ۴۵

پاسخ: گزینه ۱

8. نوسانگر ساده‌ای روی پاره‌خطی به طول ۲۰cm نوسان می‌کند. اگر در یک لحظه انرژی‌های پتانسیل جنبشی نوسانگر $U = ۰/۵J$ و $K = ۲J$ باشد، بزرگی بیشترین نیروی وارد بر نوسانگر در حین نوسان چند نیوتون است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۵ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

پاسخ: گزینه ۴ محاسباتی | متوسط

گام اول: ابتدا انرژی مکانیکی نوسانگر که برابر با مجموع انرژی‌های پتانسیل و جنبشی است را به‌دست می‌آوریم:

گام دوم (روش اول): باستفاده از روابط $E=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲$ و $F_{max}=mA\omega^۲$ داریم:

$$F_{max}=\frac{\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲}{\frac{۱}{۲}A}\Rightarrow\frac{۲/۵}{\frac{۱}{۲}(۰/۱)}=۵۰N$$

گام دوم (روش دوم): طبق روابط $E=\frac{۱}{۲}kA^۲$ و $F=kX$ داریم:

$$\begin{cases}E=\frac{۱}{۲}kA^۲\\F_{max}=kA\end{cases}\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}A\times(kA)\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}A\times F_{max}\Rightarrow ۲/۵=\frac{۱}{۲}\times۰/۱\times F_{max}\Rightarrow F_{max}=۵۰N$$

9. نوسانگر وزنه - فنری به جرم ۵۰۰g و ثابت فنر $۲۰۰\frac{N}{m}$ در حال نوسان روی محور X است. اگر در لحظهٔ $t_۱$ نوسانگر به صورت کندشونده از فاصلهٔ ۲cm از مرکز نوسان عبور می‌کند و پس‌ازمدتی برای اولین بار پس از $t_۱$ و در لحظهٔ $t_۲$ از فاصلهٔ ۲cm از طرف دیگر مرکز نوسان عبور می‌کند و تندی متوسط نوسانگر در بازهٔ $(t_۱\ ,\ t_۲)$ برابر $۰/۸\frac{m}{s}$ است. بیشینهٔ شتاب نوسانگر چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(\pi\simeq۳)$

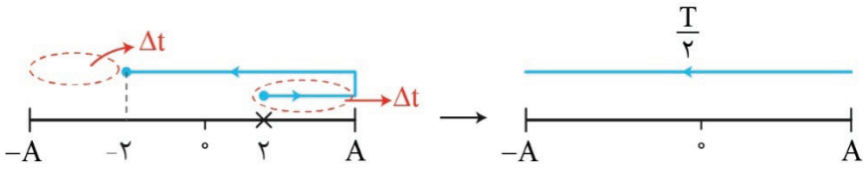
۱) ۲۴ ۲) ۱۲ ۳) ۶ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱ محاسباتی | متوسط

گام اول: ابتدا دورهٔ نوسان نوسانگر را به‌دست می‌آوریم. دورهٔ نوسان نوسانگر وزنه - فنر از رابطهٔ $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ به‌دست می‌آید.

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=۲\pi\sqrt{\frac{۰/۵}{۲۰۰}}=\frac{\pi}{۱۰}=۰/۳s$$

گام دوم: مسیر حرکت توصیف شده در صورت سؤال به صورت شکل زیر است. مدت زمان این حرکت با توجه به تقارن حرکت نسبت به مرکز نوسان برابر $\frac{T}{۲}$ و مسافت طی شده $۲A$ می‌باشد. پس دامنهٔ نوسان برابر است با:

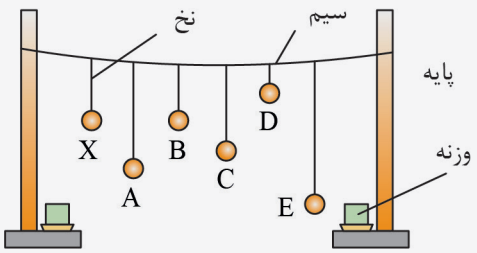


$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\Rightarrow۰/۸=\frac{۲A}{T/۲}\Rightarrow A=۰/۲T=۰/۰۶m$$

گام سوم: حالا بیشینهٔ شتاب نوسانگر را حساب می‌کنیم:

$$a_{max}=A\omega^۲=A(\frac{۲\pi}{T})^۲=۰/۰۶\times۲۰^۲=۲۴m/s^۲$$

10. مطابق شکل چند آونگ را از سیمی آویخته‌ایم. با به نوسان درآوردن آونگ X، کدام آونگ دچار تشدید با آونگ X می‌شود؟



۱) A
۲) B
۳) C
۴) D

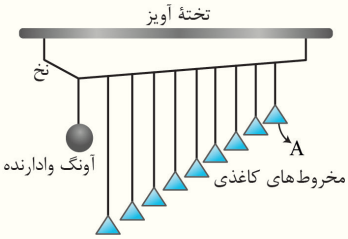
پاسخ: گزینه ۲ مفهومی | ساده

طبق رابطهٔ $f=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$ ، آونگی که طول یکسان و یا نزدیک به طول آونگ X دارد، بسامد طبیعی یکسانی با این آونگ دارد و با این آونگ دچار تشدید می‌شود.

آونگ B تقریباً طول یکسان با آونگ X دارد و دچار تشدید می‌شود.

درسنامه

اگر بسامد نوسان‌های واداشتهٔ یک نوسانگر با بسامد طبیعی آن برابر $(f_d = f_\circ)$ باشد برای نوسانگر تشدید رخ می‌دهد. ویژگی مهم نوسانگری که دچار تشدید شده این است که با دامنهٔ بیشتری نوسان می‌کند. به طور کلی هرچه بسامد نوسان‌های واداشته به بسامد طبیعی نوسانگر نزدیک‌تر باشد، نوسانگر با دامنهٔ بزرگ‌تری نوسان می‌کند.



آونگ‌های بارتون: آونگ بارتون از یک آونگ با وزنهٔ سنگین و تعدادی آونگ سبک با طول‌های متفاوت تشکیل شده است که به شکل روبه‌رو روی نخی سوار شده‌اند. به آونگ سنگین، آونگ وادارنده می‌گوییم. زیرا با به نوسان درآوردن آن در صفحهٔ عمود بر صفحهٔ این شکل، نخ‌آویز تاب خورده و در نتیجه آونگ‌های سبک هم به نوسان درمی‌آید. دو نکتهٔ مهمی که باید بدانید، این است که:

۱) آونگ سبکی که طول آن با طول آونگ وادارنده، برابر است (آونگ A در شکل زیر) دچار تشدید شده و با دامنهٔ بیشتری نسبت به آونگ‌های دیگر شروع به نوسان می‌کند.

۲) هر چه طول آونگ‌های سبک به طول آونگ وادارنده نزدیک‌تر باشد، با دامنهٔ بیشتری نوسان می‌کند.

مشابه امتحان نهایی

فیزیک

۱ متحرکی با سرعت ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند و در لحظه‌های $t_1 = 3\ s$ و $t_2 = 12\ s$ به ترتیب از مکان‌های $x_1 = 15\ m$ و $x_2 = -12\ m$ عبور می‌کند. بردار مکان اولیهٔ متحرک برحسب متر کدام است؟

۱) $21\vec{i}$ ۲) $-21\vec{i}$

۳) $24\vec{i}$ ۴) $-24\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint به کمک معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت سرعت ثابت و تشکیل دستگاه معادلاتی، بردار مکان اولیه را به دست آورید.

درس Box برای متحرکی که با سرعت ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، معادلهٔ مکان ـ زمان به صورت زیر است:

$$x = vt + x_0$$

در رابطهٔ بالا، v سرعت جسم و x_0 مکان اولیهٔ جسم است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** اطلاعات عددی مسئله را در معادلهٔ مکان ـ زمان قرار می‌دهیم:

$$3v + x_0 = 15 \quad (I)$$

$$12v + x_0 = -12 \quad (II)$$

گام دوم: با استفاده از معادلات به‌دست‌آمده و تشکیل دستگاه معادلاتی، مجهول مسئله را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 3v + x_0 = 15 \\ 12v + x_0 = -12 \end{cases} \Rightarrow x_0 = 24\ m \Rightarrow \vec{x}_0 = (24\ m)\vec{i}$$

امتحان نهایی

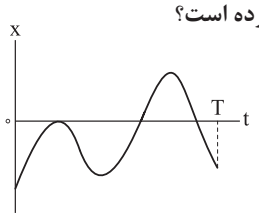
دونده‌ای با سرعت ثابت در جهت محور x حرکت می‌کند و در لحظه‌های $t_1 = 0\ s$ و $t_2 = 12\ s$ به ترتیب از مکان‌های $x_1 = -36m$ و $x_2 = +36m$ می‌گذرد. (سؤال ۲ ـ امتحان نهایی تجربی خرداد ۱۴۰۴)

الف) بردار مکان دونده را در لحظهٔ t_1 رسم کنید.

ب) معادلهٔ مکان ـ زمان دونده را در SI بنویسید.

پ) مسافت پیموده‌شده توسط دونده در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۲ s چند متر است؟

۲ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در بازهٔ زمانی صفر تا T، جهت حرکت متحرک و جهت بردار مکان آن، به ترتیب از راست به چپ، چند مرتبه تغییر کرده است؟

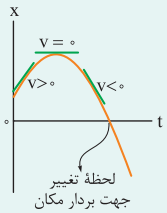


۱) ۳، ۲
۲) ۳، ۳
۳) ۲، ۲
۴) ۲، ۳

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان بیانگر سرعت متحرک است. شرط تغییر جهت متحرک، صفرشدن سرعت ($v = 0$) و تغییر علامت آن است که در قله‌ها و دره‌های نمودار x ـ t رخ می‌دهد. از طرفی در نمودار x ـ t، بردار مکان متحرک هنگام عبور نمودار از محور زمان تغییر جهت می‌دهد.



پاسخ خیلی تشریحی

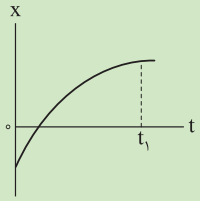
گام اول: در قله‌ها و دره‌های نمودار x ـ t، سرعت متحرک صفر می‌شود و سپس تغییر جهت می‌دهد. نمودار، دو قله و یک دره دارد! پس متحرک سه بار (در لحظه‌های t_1، t_2 و t_4 در شکل زیر) تغییر جهت داده است.

گام دوم: با عبور نمودار از محور زمان، بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد. دو مرتبه در لحظه‌های t_3 و t_5 نمودار از محور زمان عبور کرده است، پس بردار مکان، دو بار تغییر جهت داده است.

به سبک امتحان نهایی

فیزیک

۳ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 چه تعداد از موارد زیر دربارهٔ این متحرک درست است؟



الف) اندازهٔ بردار مکان متحرک، به طور پیوسته افزایش می‌یابد.

ب) تندی متحرک به طور پیوسته کاهش می‌یابد.

پ) شتاب متحرک، پیوسته در جهت محور x است.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی موارد:

الف) طبق نمودار، متحرک ابتدا به مبدأ مکان می‌رود و سپس از آن فاصله می‌گیرد؛ پس اندازهٔ بردار مکان ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. ✖

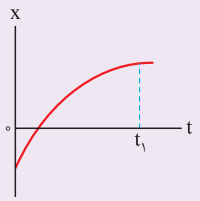
ب) اندازهٔ شیب مماس بر نمودار x ـ t برابر تندی متحرک است. با توجه به نمودار، اندازهٔ شیب و بنابراین تندی در حال کاهش است. ✓

پ) جهت تقعر نمودار به طرف پایین است؛ بنابراین شتاب متحرک در خلاف جهت محور x است. ✖

کتاب درسی

شکل زیر نمودار مکان ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است.

(فیزیک ۳ ـ پرسش ۱ ـ ۵ صفحهٔ ۱۰ کتاب درسی)



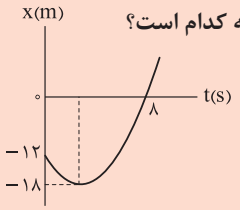
الف) از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ t_1 سرعت متحرک رو به افزایش است یا کاهش؟

ب) اگر در لحظهٔ t_1 خط مماس بر منحنی، موازی محور زمان باشد، سرعت متحرک در این لحظه چه‌قدر است؟

مشابه کنکور

فیزیک

۴ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در بازهٔ زمانی‌ای که بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x است، سرعت متوسط متحرک برحسب متر بر ثانیه کدام است؟



۱) $۱/۵\vec{i}$

۲) $-۱/۵\vec{i}$

۳) $۳\vec{i}$

۴) $-۳\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint بازهٔ زمانی‌ای که بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x است را به دست آورید؛ سپس از رابطهٔ $\vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$، بردار سرعت متوسط را محاسبه کنید.

درس Box بردار سرعت متوسط متحرک از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}=\frac{\vec{x}_۲-\vec{x}_۱}{t_۲-t_۱}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: در بازهٔ زمانی‌ای که نمودار مکان ـ زمان متحرک زیر محور زمان است، بردار مکان متحرک خلاف جهت محور x است، یعنی بازهٔ زمانی ۰ تا ۸ ثانیه.

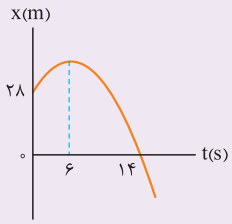
گام دوم: با محاسبهٔ جابه‌جایی در این بازهٔ زمانی و جای‌گذاری در رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$\vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}=\frac{[۰-(-۱۲)]\vec{i}}{۸-۰}=(۱/۵\ m/s)\vec{i}$$

کنکور

نمودار مکان ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی‌ای که بردار مکان متحرک در جهت محور x است، چند متر بر ثانیه است؟

(سؤال ۵۲ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)



۱) $\frac{۲۳}{۷}$

۲) $\frac{۲}{۷}$

۳) ۲

۴) ۱۲

۵ معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = t^2 - 4t + 5$ است. شتاب متوسط این متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که سرعت آن به $\vec{v} = (1\ m/s)\vec{i}$ می‌رسد، برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

۱) $4\vec{i}$ ۲) $-4\vec{i}$

۳) $2\vec{i}$ ۴) $-2\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

سرعت در مبدأ زمان (v_0) و لحظهٔ t_1 که بردار سرعت در آن لحظه برابر $\vec{v}_1 = (1\ m/s)\vec{i}$ است را به دست آورید و سپس از رابطهٔ $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ سؤال را حل کنید.

درس Box

بردار شتاب متوسط متحرک از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

$(\vec{v})$: بردار سرعت متحرک (m/s)

t: زمان (s)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: سرعت متحرک در مبدأ زمان را به دست می‌آوریم:

$$v_0 = (0)^2 - 4(0) + 5 = 5\ m/s$$

گام دوم: اکنون لحظه‌ای را که سرعت متحرک $1\ m/s$ است، محاسبه می‌کنیم:

$$v = t^2 - 4t + 5 = 1 \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow (t-2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

گام سوم: بردار شتاب متوسط متحرک را در بازهٔ زمانی ۰ تا ۲ ثانیه به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{v_{2s} - v_0}{2-0} = \frac{(1-5)\vec{i}}{2} = (-2\ m/s^2)\vec{i}$$

کنکور

معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی در SI به صورت $v = 2t^2 - 8$ است. شتاب متوسط آن در ۲ ثانیهٔ دوم چند متر بر مربع ثانیه است؟ *(سؤال ۴۸ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)*

۱) ۱۸ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۴

۶ شتاب متوسط متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در ۲ ثانیهٔ چهارم برابر $(-۵\ m/s^۲)\vec{i}$ و در ۶ ثانیهٔ دوم برابر $(۳\ m/s^۲)\vec{i}$ است. شتاب متوسط این متحرک در ۴ ثانیهٔ سوم برابر چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) $۲\vec{i}$
۲) $-۲\vec{i}$
۳) $۷\vec{i}$
۴) $-۷\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint با استفاده از تعریف شتاب متوسط در ۲ بازهٔ زمانی داده‌شده، خواستهٔ سؤال را به دست آورید.

درس Box درس‌باکس تست ۵۰ را بخوانید.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ۲ ثانیهٔ چهارم یعنی بازهٔ زمانی ۶ تا ۸ ثانیه؛ بنابراین داریم:

$$a_{av(۶\text{ـ}۸)} = \frac{v_{۸s} - v_{۶s}}{۸-۶} = -۵ \Rightarrow v_{۸s} - v_{۶s} = -۱۰ \quad (I)$$

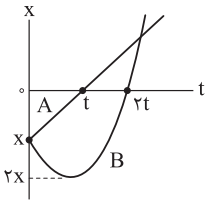
گام دوم: به همین ترتیب با داشتن شتاب متوسط در ۶ ثانیهٔ دوم (۶ تا ۱۲ ثانیه) داریم:

$$a_{av(۶\text{ـ}۱۲)} = \frac{v_{۱۲s} - v_{۶s}}{۱۲-۶} = ۳ \Rightarrow v_{۱۲s} - v_{۶s} = ۱۸ \quad (II)$$

گام سوم: با ترکیب معادلات (I) و (II) مقدار $v_{۱۲s} - v_{۸s}$ و خواستهٔ سؤال را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} v_{۶s} - v_{۸s} = ۱۰ \\ v_{۱۲s} - v_{۶s} = ۱۸ \end{cases} \Rightarrow v_{۱۲s} - v_{۸s} = ۲۸ \Rightarrow \vec{a}_{av_{(۸-۱۲)}} = \frac{\vec{v}_{۱۲s} - \vec{v}_{۸s}}{۱۲-۸} = \frac{۲۸\vec{i}}{۴} = (۷\ m/s^۲)\vec{i}$$

۷ نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. کدام مقایسه دربارهٔ تندی متوسط (s_{av}) و اندازهٔ سرعت متوسط (v_{av}) این دو متحرک در بازهٔ زمانی که هر متحرک از مکان اولیه‌اش به مبدأ مکان می‌رسد، درست است؟



۱) $v_{av_A} > v_{av_B}$ ، $s_{av_A} > s_{av_B}$

۲) $v_{av_A} < v_{av_B}$ ، $s_{av_A} > s_{av_B}$

۳) $v_{av_A} > v_{av_B}$ ، $s_{av_A} < s_{av_B}$

۴) $v_{av_A} < v_{av_B}$ ، $s_{av_A} < s_{av_B}$

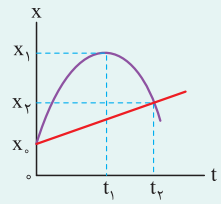
پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

s_{av} و v_{av} را برای دو متحرک A و B با استفاده از نمودار به دست آورید و سپس اندازهٔ آن‌ها را مقایسه کنید.

درس Box

شیب خط قاطع در نمودار x ـ t برابر با سرعت متوسط است:



$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{x}_۲ - \vec{x}_۰}{t_۲ - ۰}$$

برای محاسبهٔ تندی متوسط باید اندازهٔ جابه‌جایی در دو طرف لحظهٔ تغییر جهت ($t_۱$) را بر زمان تقسیم کنیم:

$$s_{av} = \frac{|x_۱ - x_۰| + |x_۲ - x_۱|}{t_۲ - ۰}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: برای مقایسهٔ تندی متوسط دو متحرک، ابتدا مسافت طی‌شدهٔ متحرک‌ها را در بازهٔ زمانی‌ای که به مبدأ مکان می‌رسند، به دست می‌آوریم و سپس تندی‌های متوسط دو متحرک را مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} s_{av_A} = \frac{x}{t} \\ s_{av_B} = \frac{۳x}{۲t} \end{cases} \Rightarrow s_{av_B} > s_{av_A}$$

گام دوم: ابتدا اندازهٔ جابه‌جایی‌ها و سپس اندازهٔ سرعت متوسط‌های دو متحرک را محاسبه و آن‌ها را مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} v_{av_A} = \frac{x}{t} \\ v_{av_B} = \frac{x}{۲t} \end{cases} \Rightarrow v_{av_A} > v_{av_B}$$

۸ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = -۳t^۲ + ۱۲t + ۱۰$ است. در لحظهٔ $t_۱$ جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. در لحظهٔ $t_۲$ متحرک از مکان اولیهٔ خود عبور می‌کند. تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint لحظات $t_۱$ (تغییر جهت متحرک) و $t_۲$ (بازگشت به مکان اولیه) را به دست آورید و سپس تندی متوسط متحرک را محاسبه کنید.

درس Box معادلهٔ حرکت شتاب ثابت به فرم زیر می‌باشد:

$$x = \frac{۱}{۲}a t^۲ + v_۰ t + x_۰$$

(x: مکان اولیه (m)، $v_۰$: سرعت اولیه (m/s)، a: شتاب ثابت (m/s²))

لحظهٔ تغییر جهت متحرک $t = -\frac{v_۰}{a}$ و جابه‌جایی متحرک تا لحظهٔ توقف $\Delta x = \frac{-v_۰^۲}{۲a}$ می‌باشد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: در لحظهٔ تغییر جهت متحرک $(t_۱)$ سرعت لحظه‌ای صفر می‌شود:

$$\begin{cases} x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ = -۳t^۲ + ۱۲t + ۱۰ \\ v = at + v_۰ = -۶t + ۱۲ \end{cases} \xrightarrow{v_{t_۱} = ۰} -۶t_۱ + ۱۲ = ۰ \Rightarrow t_۱ = ۲\,s$$

گام دوم: با توجه به این‌که متحرک در لحظهٔ $t_۲$ به مکان اولیهٔ $x_۰ = ۱۰\,m$ برمی‌گردد، داریم:

$$۱۰ = -۳t^۲ + ۱۲t + ۱۰ \Rightarrow ۳t^۲ - ۱۲t = ۰ \Rightarrow ۳t(t-۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۰ \text{ غ ق ق} \\ t_۲ = ۴\,s \end{cases}$$

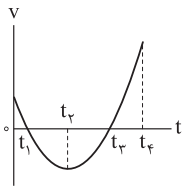
گام سوم: برای محاسبهٔ تندی متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، با توجه به این‌که اندازهٔ جابه‌جایی با مسافت طی‌شده بعد از لحظهٔ تغییر جهت برابر است، داریم:

$$\begin{cases} t_۱ = ۲\,s \Rightarrow x_۱ = -۳(۲)^۲ + ۱۲(۲) + ۱۰ = ۲۲\,m \\ t_۲ = ۴\,s \Rightarrow x_۲ = ۱۰\,m \end{cases}$$

$$s_{av} = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{|۱۰ - ۲۲|}{۴ - ۲} = ۶$$

فیزیک

۹ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر، قسمتی از یک سهمی است. کدام‌یک از عبارت‌های زیر دربارهٔ این متحرک درست است؟



الف) بزرگی شتاب متحرک در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۳$ برابر است.

ب) در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۲$، شتاب متحرک پیوسته در جهت حرکت آن است.

پ) در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۴$، جهت حرکت متحرک دو مرتبه تغییر کرده است.

ت) در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۴$، تندی متحرک به طور پیوسته افزایش می‌یابد.

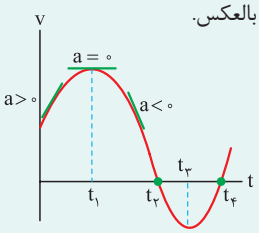
۱) الف ـ ب ۲) پ ـ ت

۳) الف ـ پ ۴) ب ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

در نمودار سرعت ـ زمان:



- در لحظاتی که نمودار در بالای محور زمان است، متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند و بالعکس.
- شیب خط مماس بر نمودار برابر شتاب متحرک است.
- متحرک هنگام عبور نمودار از محور زمان، تغییر جهت می‌دهد ($t_۲$ و $t_۴$).
- هنگام نزدیک‌شدن نمودار به محور زمان، حرکت کندشونده و هنگام فاصله‌گرفتن نمودار از محور زمان، حرکت تندشونده است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی تک‌به‌تک موارد:

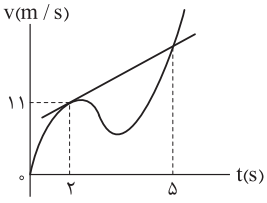
الف) در نمودار سرعت ـ زمان، شیب خط مماس برابر با شتاب متحرک است. از طرفی، چون نمودار، بخشی از یک سهمی است و $t_۱$ و $t_۳$ نسبت به مرکز نمودار ($t_۲$) تقارن دارند، پس اندازهٔ شیب مماس‌ها (شتاب‌ها) با هم برابر هستند. ✓

ب) متحرک در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۱$ در جهت محور x حرکت می‌کند، ولی شتاب در خلاف جهت محور x است. ✗

پ) در نمودار سرعت ـ زمان، متحرک هنگام عبور از محور زمان، تغییر جهت می‌دهد؛ پس در لحظات $t_۱$ و $t_۳$ (۲ مرتبه) متحرک تغییر جهت می‌دهد.

ت) تندی متحرک ابتدا کاهش ($t_۲$ تا $t_۳$) و سپس افزایش ($t_۳$ تا $t_۴$) می‌یابد. ✗

۱۰ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل مقابل است. اگر اندازهٔ شتاب متحرک در لحظهٔ $t = ۲\ s$ برابر با $۳\ m/s^۲$ باشد، اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در ۵ ثانیهٔ اول چند متر بر مربع ثانیه است؟ (خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = ۲\ s$ رسم شده است.)

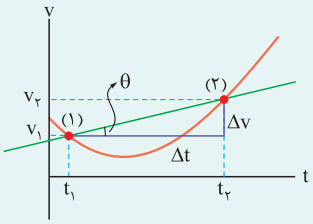


۱) ۱
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

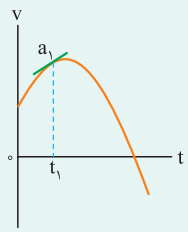
Hint با توجه به مفهوم هندسی شیب خط قاطع و مماس در نمودار سرعت ـ زمان خواستهٔ مسئله را به دست آورید.

درس Box در نمودار سرعت ـ زمان، شیب خط قاطع بین دو نقطه از نمودار، بیانگر شتاب متوسط است:

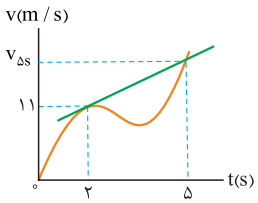


$$a_{av_{(t_۱\ -\ t_۲)}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱}$$

هم‌چنین در هر لحظه شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان بیانگر شتاب لحظه‌ای است.



پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان برابر با شتاب متحرک است:

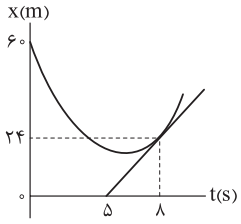


$$a_{۲s} = \frac{v_{۵s} - v_{۲s}}{۵ - ۲} = ۳ \Rightarrow \frac{v_{۵s} - ۱۱}{۳} = ۳ \Rightarrow v_{۵s} = ۲۰\ m/s$$

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$، خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$a_{av_{(۰-۵)}} = \frac{v_{۵s} - v_۰}{۵ - ۰} = \frac{۲۰ - ۰}{۵} = ۴\ m/s^۲$$

۱۱ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در ۸ ثانیهٔ اول، ۲۵ درصد کم‌تر از تندی متحرک در لحظهٔ $t = 8\ s$ باشد، کم‌ترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان چند متر است؟ (خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = 8\ s$ رسم شده است.)



۱) ۱۲
۲) ۱۶
۳) ۱۸
۴) ۲۰

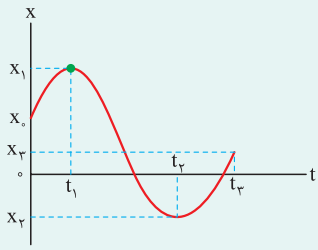
پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint با استفاده از نمودار، $s_{av_{(0-8)}}$ و s_{8s} را محاسبه و با توجه به رابطهٔ داده‌شده بین آن‌ها، کم‌ترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان را به دست آورید.

درس Box

در نمودار مکان ـ زمان:

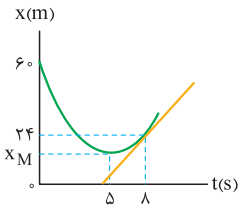
- تندی لحظه‌ای برابر اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار است.
- تندی متوسط برابر نسبت مسافت طی‌شده به زمان است و باید دقت کنیم که مجموع اندازهٔ جابه‌جایی در بازه‌های زمانی حول لحظهٔ توقف (تقعر و تحدب نمودار) همان مسافت طی‌شده است.



$$s_{av_{(0-t_3)}} = \frac{|\Delta x_{(0-t_1)}| + |\Delta x_{(t_1-t_2)}| + |\Delta x_{(t_2-t_3)}|}{t_3 - 0}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: تندی متوسط متحرک در ۸ ثانیهٔ اول برابر با نسبت مسافت طی‌شده به مدت‌زمان است. با توجه به نمودار داریم:



$$s_{av_{(0-8)}} = \frac{(60 - x_M) + (24 - x_M)}{8} = \frac{84 - 2x_M}{8}$$

گام دوم: شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = 8s$ برابر با سرعت و تندی متحرک در این لحظه است:

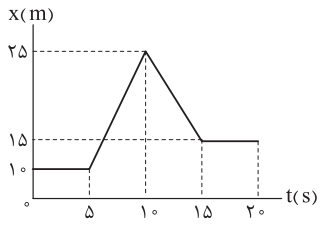
$$v_{8s} = s_{8s} = \frac{24}{8-5} = 8\ m/s$$

گام سوم: با توجه به رابطهٔ بین $s_{av_{(0-8)}}$ و s_{8s}، کم‌ترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ (x_M) را به دست می‌آوریم:

$$s_{av_{(0-8s)}} = s_{8s} - \frac{25}{100}s_{8s} = \frac{75}{100}s_{8s} \Rightarrow s_{av_{(0-8)}} = \frac{3}{4}s_{8s} \Rightarrow \frac{84 - 2x_M}{8} = \frac{3}{4}(8)$$

$$\Rightarrow 84 - 2x_M = 48 \Rightarrow 2x_M = 36 \Rightarrow x_M = 18\ m$$

۱۲ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در بازهٔ $t_1 = ۷\ s$ تا $t_2 = ۱۲\ s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) $۰/۲\vec{i}$

۲) $-۰/۲\vec{i}$

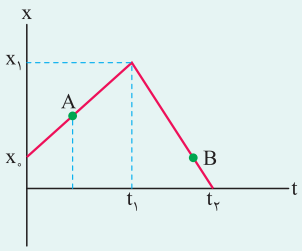
۳) $\vec{i}$

۴) $-\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint با توجه به نمودار، $v_{۷s}$ و $v_{۱۲s}$ را محاسبه و سپس $\vec{a}_{av}$ در بازهٔ زمانی (۷s تا ۱۲s) را به دست آورید.

درس Box نمودار مکان ـ زمان حرکت سرعت ثابت به صورت خطی با شیب ثابت است. بنابراین سرعت در همهٔ لحظات این نوع حرکت همان شیب خط است:



$$v_A = \frac{x_۱ - x_۰}{t_۱}$$

$$v_B = \frac{۰ - x_۱}{t_۲ - t_۱}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان برابر با سرعت متحرک است. برای به دست آوردن $v_{۷s}$ و $v_{۱۲s}$، با توجه به این‌که شیب و سرعت در بازه‌های زمانی (۵S تا ۱۰S) ثانیه و (۱۰S تا ۱۵S) ثانیه ثابت است، داریم:

$$v_{۷s} = \frac{x_{۱۰} - x_۵}{۱۰ - ۵} = \frac{۱۵}{۵} = ۳\ m/s$$

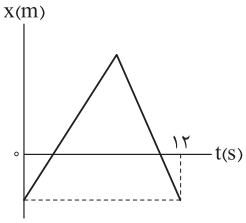
$$v_{۱۲s} = \frac{x_{۱۵} - x_{۱۰}}{۱۵ - ۱۰} = \frac{-۱۰}{۵} = -۲\ m/s$$

گام دوم: اکنون بردار شتاب متوسط متحرک را در بازهٔ زمانی خواسته‌شده به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av(۷-۱۲)} = \frac{\vec{v}_{۱۲} - \vec{v}_۷}{۱۲ - ۷} = \frac{(-۲-۳)\vec{i}}{۵} = (-۱ m/s^۲)\vec{i}$$

فیزیک

۱۳ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر در بازه‌ای که بردار مکان متحرک در جهت محور x است، تندی متوسط متحرک برابر ۶ m / s باشد، بیشینهٔ فاصلهٔ متحرک از مکان اولیه‌اش چند متر است؟



۱) ۲۴

۲) ۳۶

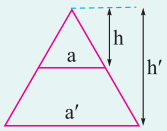
۳) ۴۸

۴) ۷۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

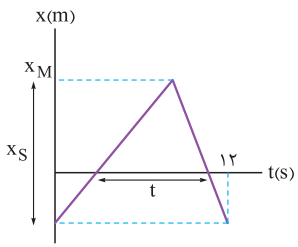
در بسیاری از سؤالات مربوط به نمودارهای حرکت‌شناسی و به‌ویژه حرکت سرعت ثابت، می‌توان از قضیهٔ تالس استفاده کرد:



$$\frac{a}{a'}=\frac{h}{h'}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مطابق شکل، بردار مکان در بازهٔ زمانی t در جهت محور x است:



$$s_{av}=\frac{۲x_M}{t}=۶ \Rightarrow \frac{x_M}{t}=۳$$

گام دوم: بیشترین فاصلهٔ متحرک از مکان اولیه‌اش برابر x_S است. با نوشتن قضیهٔ تالس بین دو مثلث، مقدار x_S را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{x_S}{۱۲}=\frac{x_M}{t}=۳ \Rightarrow x_S=۳۶\ m$$

۱۴ خودرویی با تندی ثابت v بدون تغییر جهت، در مسیری مستقیم حرکت می‌کند و فاصلهٔ بین دو نقطهٔ A و B را در مدت ۴۰ min طی می‌کند. اگر خودرو در همین مسیر با تندی ثابت $v+10\ km/h$ حرکت کند، فاصلهٔ بین این دو نقطه را در مدت ۳۰ min طی خواهد کرد. فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B چند کیلومتر است؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint با نوشتن روابط حرکت سرعت ثابت، دو معادله به دست می‌آید؛ با ترکیب آن‌ها مسئله را حل کنید.

درس Box معادلات حرکت سرعت ثابت به صورت مقابل است:

$$\begin{cases} x = vt + x_0 \rightarrow \text{مکان اولیه (m)} \\ \Delta x = v\Delta t \end{cases}$$

↓ جابه‌جایی (m)

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** در حرکت با تندی ثابت از رابطهٔ $\Delta x = v\Delta t$ استفاده می‌کنیم. توجه کنیم که اگر تندی برحسب km/h باشد، Δt و Δx به ترتیب باید برحسب h و km باشند:

$$\Delta x_{AB} = vt_1 \xrightarrow{t_1 = 40\ min = \frac{2}{3}h} \Delta x_{AB} = v(\frac{2}{3}) \quad (1)$$

$$\Delta x_{AB} = (v+10)t_2 \xrightarrow{t_2 = 30\ min = \frac{1}{2}h} \Delta x_{AB} = \frac{(v+10)}{2} \quad (2)$$

گام دوم: از برابری روابط (۱) و (۲) ابتدا v و سپس Δx_{AB} را به دست می‌آوریم:

$$v(\frac{2}{3}) = \frac{(v+10)}{2} \Rightarrow 4v = 3v + 30 \Rightarrow v = 30\ km/h \xrightarrow{\Delta x_{AB} = v(\frac{2}{3})} \Delta x_{AB} = 30(\frac{2}{3}) = 20\ km$$

۱۵ دو متحرک A و B روی محور x در فاصلهٔ معینی از هم قرار دارند. اگر دو متحرک به ترتیب با تندی‌های ثابت v_A و v_B در یک جهت حرکت کنند، پس از ۱۲ s و اگر با همان تندی‌ها به سمت یکدیگر حرکت کنند، پس از ۸ s به هم می‌رسند. v_A چند برابر v_B است؟ $(v_A > v_B)$

۱) ۱/۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۳ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت سرعت ثابت در دو حالت داده‌شده در سؤال، دو معادله به دست آورید و با حل دستگاه معادله‌ها، $\frac{v_A}{v_B}$ را حساب کنید.

درس Box

در سؤالات حرکت سرعت ثابت می‌توان از روش سرعت نسبی به صورت زیر استفاده کرد. اگر دو متحرک در یک جهت حرکت کنند:

$$v_{\text{نسبی}} = v_A - v_B$$

و اگر به طرف هم حرکت کنند:

$$v_{\text{نسبی}} = v_A + v_B$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مکان متحرک A را مبدأ مکان فرض می‌کنیم و فاصلهٔ دو متحرک را d در نظر می‌گیریم. معادلات مکان ـ زمان دو متحرک را در حالتی که در یک جهت حرکت می‌کنند می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t \\ x_B = v_B t + d \end{cases} \xrightarrow[t=12s]{x_A = x_B} 12v_A = 12v_B + d \Rightarrow d = 12(v_A - v_B) \quad (1)$$

گام دوم: معادله‌های مکان ـ زمان دو متحرک را برای حالتی که به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند، می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t \\ x_B = -v_B t + d \end{cases} \xrightarrow[t=8\,s]{x_A = x_B} 8v_A = -8v_B + d \Rightarrow 8(v_A + v_B) = d \quad (2)$$

گام سوم: با برابر قرار دادن معادلات (۱) و (۲) خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$12(v_A - v_B) = 8(v_A + v_B) \Rightarrow 3v_A - 3v_B = 2v_A + 2v_B \Rightarrow v_A = 5v_B \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = 5$$

یه‌جور دیگه

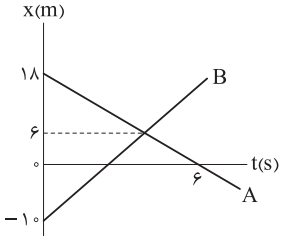
گام اول: سرعت نسبی دو متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} (v_A - v_B)(12) = d \\ (v_A + v_B)(8) = d \end{cases}$$

گام دوم: با برابر قرار دادن دو معادلهٔ بالا داریم:

$$(v_A - v_B)(12) = (v_A + v_B)(8) \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = 5$$

۱۶ نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در این حرکت، چند ثانیه، فاصلهٔ دو متحرک کم‌تر از ۷ m یا مساوی آن است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint با توجه به نمودار، معادلات حرکت دو متحرک را به دست آورده و خواستهٔ مسئله را محاسبه کنید.

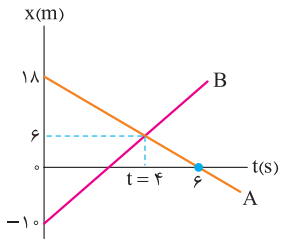
پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** چون نمودار مکان ـ زمان هر دو متحرک، به صورت خط راست است، نوع حرکت آن‌ها سرعت ثابت است. معادلات مکان ـ زمان متحرک A را می‌نویسیم:

$$v_A = \frac{0-18}{6-0} = -3\ m/s \quad و \quad x_{0(A)} = 18\ m \Rightarrow x_A = -3t+18 \quad (I)$$

لحظه‌ای که نمودارها یکدیگر را قطع می‌کنند، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$x_A = 6\ m \xrightarrow{(I)} 6 = -3t+18 \Rightarrow -3t = -12 \Rightarrow t = 4\ s$$

معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک B به صورت زیر به دست می‌آید:



$$v_B = \frac{6-(-10)}{4} = 4\ m/s \quad و \quad x_{0(B)} = -10\ m \Rightarrow x_B = 4t-10$$

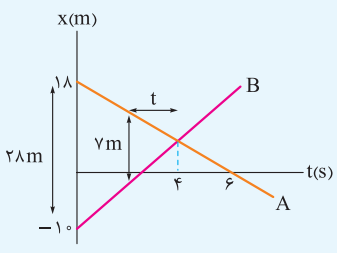
گام دوم: فاصلهٔ دو متحرک، باید کم‌تر یا مساوی ۷ متر باشد:

$$|x_A - x_B| \le 7 \Rightarrow |-3t+18-(4t-10)| \le 7 \Rightarrow |7t-28| \le 7 \Rightarrow -7 \le 7t-28 \le 7$$

$$\Rightarrow -1 \le t-4 \le 1 \Rightarrow 3\ s \le t \le 5\ s$$

بنابراین فاصلهٔ دو متحرک، مجموعاً به مدت $5-3=2\ s$ کم‌تر یا مساوی ۷ متر است.

یه جور دیگه با توجه به درس‌باکس تست ۵۸، از قضیهٔ تالس داریم:

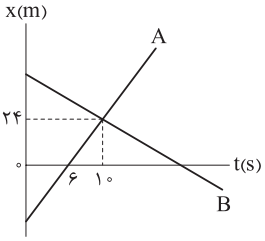


$$\frac{28}{4} = \frac{7}{t} \Rightarrow t = 1\ s$$

$$\text{کل زمان} = 2t = 2\ s$$

فیزیک

۱۷ نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. اگر فاصلهٔ دو متحرک در مبدأ زمان برابر ۱۰۰ m باشد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، جهت بردار مکان متحرک B تغییر می‌کند؟



۱) ۱۵

۲) ۱۶

۳) ۱۸

۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint با توجه به نمودار، ابتدا v_A و بعد v_B را محاسبه کنید و در آخر با استفاده از رابطهٔ $v=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان متحرک B را به دست آورید.

درس Box

۳ پارامتر مشابه که اغلب دانش‌آموزان را به اشتباه می‌اندازد:

مکان اولیه (x_0): مکان جسم در لحظهٔ $t=0$.

مکان تغییر جهت: مکان جسم در لحظه‌ای که سرعت صفر است.

تغییر جهت بردار مکان: مبدأ یا $x=0$.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به اطلاعات نمودار، معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک A را به دست می‌آوریم:

$$v_A=\frac{۲۴-۰}{۱۰-۶}=۶\ m/s \Rightarrow x_A=۶t+x_{0A} \xrightarrow[x_A=۲۴\ m]{t=۱۰\ s} ۶۰+x_{0A}=۲۴ \Rightarrow x_{0A}=-۳۶\ m$$

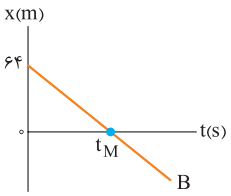
$$\Rightarrow x_A=۶t-۳۶$$

گام دوم: فاصلهٔ دو متحرک در مبدأ، همان $x_{0B}-x_{0A}=۱۰۰$ است؛ بنابراین x_{0B} و v_B را به دست می‌آوریم:

$$x_{0B}+۳۶=۱۰۰ \Rightarrow x_{0B}=۶۴\ m$$

$$v_B=\frac{۲۴-۶۴}{۱۰}=-۴\ m/s$$

گام سوم: با داشتن سرعت B، لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان B را به دست می‌آوریم:



$$v_B=\frac{-۶۴}{t_M}=-۴ \Rightarrow t_M=۱۶\ s$$

فیزیک

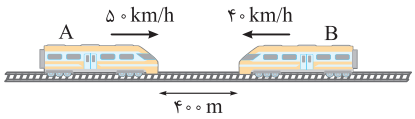
۱۸ روی دو ریل مستقیم و موازی، دو قطار A و B به ترتیب با تندی‌های ثابت ۵۰ km / h و ۴۰ km / h به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند. طول دو قطار به ترتیب ۲۰۰ m و ۳۰۰ m و فاصلهٔ جلوی آن‌ها در مبدأ زمان برابر با ۴۰۰ m است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، دو قطار به طور کامل از کنار یکدیگر عبور می‌کنند؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۸ ۳) ۲۰ ۴) ۳۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: یک شکل مناسب از وضعیت دو قطار رسم می‌کنیم.



گام دوم: اگر Δx_A و Δx_B جابه‌جایی دو قطار تا لحظهٔ عبور کامل از کنار هم باشد:

$$\begin{cases}\Delta x_A = ۵۰t \\ \Delta x_B = -۴۰t\end{cases}$$

گام سوم: مجموع اندازهٔ جابه‌جایی A و B همان طول قطارها و فاصلهٔ آن‌هاست.

$$|\Delta x_A| + |\Delta x_B| = ۵۰t + ۴۰t = ۰/۴ + ۰/۳ + ۰/۲$$

$$\Rightarrow ۹۰t = ۰/۹ \Rightarrow t = \frac{۱}{۱۰۰}\,h = ۳۶\,s$$

یه‌جور دیگه

گام اول: سرعت نسبی دو متحرک که به سمت هم حرکت می‌کنند را به دست می‌آوریم:

$$v_{\text{نسبی}} = ۵۰ + ۴۰ = ۹۰\ km/h$$

گام دوم: مسافت پیموده شده برابر طول قطارها و فاصلهٔ بین آن‌هاست.

$$\Delta x = ۴۰۰ + ۲۰۰ + ۳۰۰ = ۹۰۰\ m = ۰/۹\ km$$

$$\Delta x = v(\Delta t) \Rightarrow ۰/۹\ km = ۹۰\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{۱}{۱۰۰}\,h = ۳۶\,s$$

فیزیک

۱۹ خودرویی از شهر A به شهر B رفته و بلافاصله از همان مسیر به شهر A برمی‌گردد. اگر تندی متوسط خودرو در مسیر رفت برابر ۶۰ km / h و در مسیر برگشت برابر ۴۰ km / h باشد، تندی متوسط خودرو در کل مسیر رفت و برگشت چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱) ۴۵ ۲) ۴۸ ۳) ۵۰ ۴) ۵۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint مقادیر t_1 و t_2 (زمان‌های رفت و برگشت) را برحسب طول مسیر، محاسبه کرده و تندی متوسط رفت و برگشت را از رابطهٔ $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$ به دست آورید.

درس Box اگر متحرکی مسافت‌های d_1، d_2 و d_3 را با تندی متوسط‌های s_1، s_2 و s_3 طی کند، تندی متوسط کل حرکت برابر است با:

$$s_{av} = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{\frac{d_1}{s_1} + \frac{d_2}{s_2} + \frac{d_3}{s_3}}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** برای مسیرهای رفت و برگشت، به ترتیب از اندیس‌های (۱) و (۲) استفاده می‌کنیم. اگر طول مسیر را d در نظر بگیریم:

$$\begin{cases} \Delta x = v(\Delta t) \\ d = v_1 t_1 = 60 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{d}{60} \\ d = v_2 t_2 = 40 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{d}{40} \end{cases}$$

گام دوم: از رابطهٔ تندی متوسط $(s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t})$ برای کل مسیر رفت و برگشت داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{t_1 + t_2} = \frac{d + d}{\frac{d}{60} + \frac{d}{40}} = \frac{2d}{\frac{2d + 3d}{120}} = \frac{240 \cancel{d}}{5 \cancel{d}} = 48 \text{ km / h}$$

فیزیک

۲۰ متحرکی روی محیط دایره‌ای به شعاع $12\ m$ در حال حرکت است. اگر در یک بازهٔ زمانی ۴ ثانیه‌ای، اندازهٔ سرعت متوسط متحرک برابر $6\ m/s$ باشد، در این بازهٔ زمانی، تندی متوسط متحرک برحسب متر بر ثانیه کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\frac{3\pi}{2}$ ۲) 6π

۳) 12π ۴) 15π

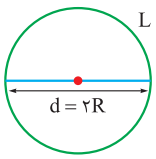
پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا از رابطهٔ $v_{av}=\frac{d}{\Delta t}$، جابه‌جایی را برحسب شعاع به دست بیاورید و از آن برای نتیجه‌گیری مسافت طی‌شده برحسب محیط استفاده کنید.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا جابه‌جایی d را به دست می‌آوریم:

$$v_{av}=\frac{d}{\Delta t}\Rightarrow\frac{d}{4}=6\Rightarrow d=24\ m=2(12\ m)=2\ R$$

گام دوم: با توجه به شکل زیر چون $d=2R$ است، مسافت طی‌شدهٔ L، مضرب فردی از نصف محیط دایره است:



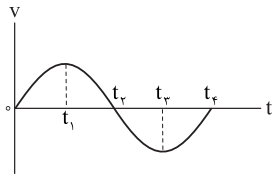
$$L=(2k+1)(\pi R)=(2k+1)(12\pi)$$

گام سوم: اکنون تندی متوسط را بر حسب k محاسبه کرده و با دادن مقادیر متوالی داریم:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{(2k+1)(12\pi)}{4}=(2k+1)(3\pi)=\begin{cases}k=0\Rightarrow s_{av}=3\pi\ (m/s)\\ k=1\Rightarrow s_{av}=9\pi\ (m/s)\\ k=2\Rightarrow s_{av}=15\pi\ (m/s)\end{cases}$$

فیزیک

۱ **نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. کدام‌یک از موارد زیر دربارهٔ این متحرک درست است؟**



۱) در بازهٔ زمانی صفر تا t_2، سرعت متوسط متحرک برابر صفر است.

۲) در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، اندازهٔ شتاب متحرک کاهش یافته است.

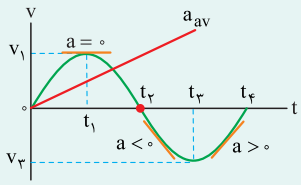
۳) در بازهٔ زمانی t_3 تا t_4، شتاب متحرک پیوسته در خلاف جهت محور x است.

۴) در بازهٔ زمانی t_1 تا t_3، حرکت متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

برخی نکات مهم در نمودار سرعت ـ زمان:



- محور قائم بیانگر سرعت متحرک است و با رسم خطی افقی از هر نقطهٔ نمودار و برخورد با محور قائم، سرعت متحرک به دست می‌آید.
- شیب خط مماس بر نمودار در هر نقطه، بیانگر شتاب لحظه‌ای است.
- شیب خط قاطع بین هر دو نقطه، بیانگر شتاب متوسط است.
- در بازه‌ای که نمودار به محور زمان نزدیک می‌شود، حرکت کندشونده و در بازه‌ای که نمودار از محور زمان فاصله می‌گیرد، حرکت تندشونده است.
- سطح زیر نمودار بیانگر جابه‌جایی متحرک است. اگر سطح بالای محور t باشد، جابه‌جایی مثبت و اگر زیر محور t باشد، جابه‌جایی منفی است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به توضیحات درس باکس:

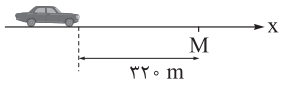
گزینهٔ (۱): در بازهٔ زمانی صفر تا t_2، جابه‌جایی (سطح زیر نمودار) مخالف صفر است. ✖

گزینهٔ (۲): در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 اندازهٔ شیب خط مماس در حال افزایش است و بنابراین اندازهٔ شتاب افزایش یافته است. ✖

گزینهٔ (۳): در بازهٔ زمانی t_3 تا t_4 شیب خط مماس، مثبت و بنابراین شتاب در جهت محور x است. ✖

گزینهٔ (۴): در بازهٔ t_1 تا t_2، نمودار به محور زمان نزدیک می‌شود (کندشونده) و سپس در بازهٔ t_2 تا t_3 از محور زمان فاصله می‌گیرد (تندشونده). ✔

۲ در شکل زیر، خودرویی در مسیر مستقیم با سرعت ثابت $۳۰\ km/h$ در حال حرکت است. مدت چند دقیقه فاصلهٔ خودرو از نقطهٔ M کم‌تر یا مساوی $۱۵۰\ m$ است؟ (در محاسبات از طول خودرو چشم‌پوشی کنید.)



۱) ۰/۳ ۲) ۰/۶ ۳) ۱۸ ۴) ۳۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint با استفاده از روابط حرکت سرعت ثابت و مفهوم ریاضی فاصله از یک نقطه، خواستهٔ مسئله را به دست آورید.

درس Box در حرکت با سرعت ثابت، اگر بخواهیم فاصلهٔ متحرک از یک نقطه، کم‌تر یا مساوی d باشد:

$$\Delta x \le ۲d \Rightarrow v(\Delta t) \le ۲d$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: نقطهٔ M را مبدأ مختصات فرض می‌کنیم:

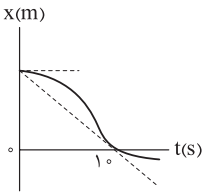


$$\Delta x = v\Delta t \xrightarrow{\Delta x = ۱۵۰\ m = ۰/۱۵\ km} v(\Delta t) \le ۰/۱۵ \Rightarrow \Delta t \le \frac{۰/۱۵}{۳۰} = ۰/۰۰۵\ h = ۰/۳\ min$$

گام دوم: منظور از فاصله، در دو طرف نقطهٔ M است؛ بنابراین در ۲ بازهٔ زمانی ۰/۳ دقیقه‌ای، فاصله کم‌تر یا مساوی $۱۵۰\ m$ است:

$$\Delta t_{\text{کل}} = ۲(۰/۳) = ۰/۶\ min$$

۳ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر در ۱۰ ثانیهٔ اول اندازهٔ سرعت متوسط متحرک برابر $۴\,m/s$ باشد، شتاب متوسط متحرک در همین مدت در SI کدام است؟ (در شکل خط‌چین افقی، مماس بر نمودار در لحظهٔ $t_۱ = ۰$ و خط‌چین مایل، مماس بر نمودار لحظهٔ $t_۲ = ۱۰\,s$ است.)



۱) $۰/۲\vec{i}$
۲) $-۰/۲\vec{i}$
۳) $۰/۴\vec{i}$
۴) $-۰/۴\vec{i}$

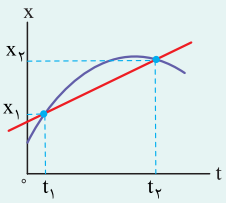
پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

ابتدا با توجه به داشتن اندازهٔ سرعت متوسط، مکان اولیه را به دست آورید و سپس با توجه به داشتن شیب خط قاطع، شتاب متوسط را در بازهٔ خواسته‌شده محاسبه کنید.

درس Box

در نمودار مکان ـ زمان، شیب خط قاطع بیانگر سرعت متوسط است:



$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_۲ - \vec{x}_۱}{t_۲ - t_۱}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با استفاده از تعریف سرعت متوسط، مکان اولیه را به دست می‌آوریم:

$$|v_{av}| = ۴\,m/s \xrightarrow{v_{av}<۰} \frac{x_{۱۰s} - x_۰}{۱۰ - ۰} = -۴ \Rightarrow \frac{۰ - x_۰}{۱۰} = -۴ \Rightarrow x_۰ = ۴۰\,m \Rightarrow \vec{x}_۰ = (۴۰\,m)\vec{i}$$

گام دوم: شیب خط مماس بر نمودار در مبدأ، افقی و بنابراین $v_۰ = ۰$ است.

گام سوم: شیب خط مماس بر نمودار در $t = ۱۰\,s$ همان $v_{۱۰s}$ است:

$$\vec{v}_{۱۰s} = \frac{(۰ - ۴۰)\vec{i}}{۱۰} = (-۴\,m/s)\vec{i}$$

گام چهارم: با استفاده از تعریف شتاب متوسط داریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_{۱۰} - \vec{v}_۰}{۱۰} = \frac{(-۴ - ۰)\vec{i}}{۱۰} = (-۰/۴\,m/s^۲)\vec{i}$$

نکته

به جای گام‌های اول تا سوم می‌توانستیم بگوییم که مطابق شکل، خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = ۱۰\,s$ همان خط قاطع بین دو لحظهٔ $t = ۰$ و $t = ۱۰s$ است و در نتیجه:

$$\vec{v}_{۱۰s} = \vec{v}_{av} = (-۴\,m/s)\vec{i}$$

۴ متحرکی با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند. اگر تندی متحرک در مکان‌های $x_1 = ۳\ m$ و $x_2 = -۹\ m$ به ترتیب برابر $۱۶\ m/s$ و $۲۰\ m/s$ باشد، شتاب متحرک در SI کدام است؟

۱) $۶\vec{i}$
۲) $-۶\vec{i}$
۳) $۱۲\vec{i}$
۴) $-۱۲\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint از رابطهٔ مستقل از زمان در حرکت شتاب ثابت، خواستهٔ مسئله را به دست آورید.

درس Box در حرکت شتاب ثابت، اغلب می‌توان مسائل را از چند روش حل کرد. با تسلط بر روابط زیر، می‌توانیم کوتاه‌ترین راه‌حل‌ها را استفاده کنیم:

معادلهٔ مکان ـ زمان:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$$

معادلهٔ سرعت ـ زمان:

$$v = at + v_۰$$

معادلهٔ مستقل از زمان:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x$$

معادلهٔ سرعت متوسط:

$$v_{av} = \frac{v + v_۰}{۲}$$

معادلهٔ مستقل از شتاب:

$$\Delta x = (\frac{v + v_۰}{۲})\Delta t$$

معادلهٔ مستقل از سرعت اولیه:

$$x = -\frac{۱}{۲}at^۲ + vt + x_۰$$

x = مکان متحرک در لحظهٔ t (m)

$x_۰$ = مکان اولیه یا مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ (m)

a = شتاب $(m/s^۲)$

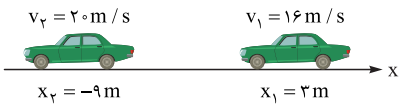
$v_۰$ = سرعت اولیه یا سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ (m/s)

v = سرعت متحرک در لحظهٔ t (m/s)

t = زمان (s)

$\Delta x = x - x_۰$ = جابه‌جایی (m)

پاسخ خیلی تشریحی ✔



با استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان، شتاب را به دست می‌آوریم:

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow (-۲۰)^۲ - (-۱۶)^۲ = ۲a(-۹-۳) \Rightarrow a = \frac{(۲۰^۲ - ۱۶^۲)}{۲(-۱۲)} = \frac{۱۴۴}{-۲۴} = -۶\ m/s^۲$$

شکل برداری شتاب حرکت، برحسب بردار یکه به صورت $(-۶\ m/s^۲)\vec{i}$ است.

۵ معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = ۴t - ۶$ است. سرعت متوسط متحرک در ۰/۵ ثانیهٔ پنجم چند متر بر ثانیه است؟

۱) $۳\vec{i}$
۲) $-۳\vec{i}$
۳) $۴\vec{i}$
۴) $-۴\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

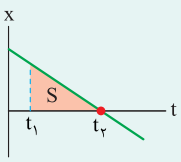
Hint
با استفاده از روابط سرعت متوسط در حرکت شتاب ثابت، مسئله را حل کنید.

درس Box
در حرکت شتاب ثابت، سرعت متوسط، از روش‌های مختلفی به دست می‌آید:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱}$$

$$v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}$$

بالای محور زمان
$$v_{av} = \frac{\pm S}{\Delta t}$$
پایین محور زمان



پاسخ خیلی تشریحی ✔
با استفاده از روابط حرکت شتاب ثابت، تندی متوسط متحرک را به دست می‌آوریم:

۰/۵ ثانیهٔ پنجم
$$\begin{cases} t_۱ = ۲\,s \Rightarrow \vec{v}_۱ = (۴(۲) - ۶)\vec{i} = (۲\,m/s)\vec{i} \\ t_۲ = ۲/۵\,s \Rightarrow \vec{v}_۲ = (۴(۲/۵) - ۶)\vec{i} = (۴\,m/s)\vec{i} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{\vec{v}_۱ + \vec{v}_۲}{۲} = \frac{(۲+۴)\vec{i}}{۲} = (۳\,m/s)\vec{i}$$

۶ تندی خودرویی که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، در هر دو لحظهٔ $t_1 = ۴\ s$ و $t_2 = ۸\ s$ برابر $۶\ m/s$ است. اگر شتاب متحرک در جهت محور x باشد، سرعت متحرک در مبدأ زمان برابر چند متر بر ثانیه است؟

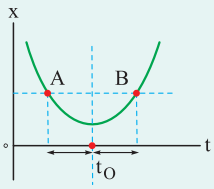
۱) $۳۶\vec{i}$ ۲) $-۳۶\vec{i}$

۳) $۱۸\vec{i}$ ۴) $-۱۸\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint با استفاده از تقارن سهمی در حرکت شتاب ثابت، مسئله را حل کنید.

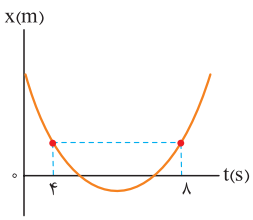
درس Box نمودار x ـ t حرکت شتاب ثابت به صورت سهمی است و همهٔ ویژگی‌های تقارن در سهمی برای آن برقرار است:



در نمودار بالا، دو نقطهٔ A و B که در فاصلهٔ زمانی برابری از مرکز تقارن قرار دارند، دارای مکان برابر و سرعت‌های هم‌اندازه و قرینه هستند:

$$\begin{cases} t_O = \dfrac{t_A + t_B}{۲} \\ x_A = x_B \\ \vec{v}_A = -\vec{v}_B \end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با استفاده از داده‌های مسئله، نمودار مکان ـ زمان متحرک را به طور کیفی رسم می‌کنیم:



$$\Rightarrow \begin{cases} v_{۴s} = -۶\ m/s \\ v_{۸s} = ۶\ m/s \end{cases}$$

گام دوم: در حرکت شتاب ثابت، شتاب متوسط در تمام بازه‌های زمانی ثابت است:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۶-(-۶)}{۸-۴} = \frac{۱۲}{۴} = ۳\ m/s^۲$$

گام سوم: از معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت شتاب ثابت داریم:

$$v = at + v_\circ \xrightarrow[a=۳\ m/s^۲]{v_{۸s}=۶\ m/s} ۶ = ۳(۸) + v_\circ \Rightarrow v_\circ = -۱۸\ m/s \Rightarrow \vec{v}_\circ = (-۱۸\ m/s)\vec{i}$$

۷ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = -2t^2 + 6t + 11$ است. در بازه‌ای که سرعت متحرک از $(2\ m/s)\vec{i}$ به $(-6\ m/s)\vec{i}$ می‌رسد، جابه‌جایی متحرک برحسب متر کدام است؟

۱) $-4\vec{i}$ ۲) $-8\vec{i}$ ۳) $4\vec{i}$ ۴) $8\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان، شتاب حرکت را حساب کنید. سپس با توجه به این‌که شتاب متوسط در تمام بازه‌ها همان شتاب ثابت متحرک است، بازهٔ زمانی جابه‌جایی را به دست بیاورید و در انتها خواستهٔ مسئله را محاسبه کنید.

درس Box

در حرکت با شتاب ثابت، مقدار شتاب متوسط در تمام بازه‌های زمانی ثابت و برابر همان شتاب جسم است:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$a_{av} = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به این‌که معادلهٔ مکان ـ زمان، درجه‌دوم است، شتاب ثابت جسم را به دست می‌آوریم:

$$x = -2t^2 + 6t + 11 \xrightarrow{x=\frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0} a = -4\ m/s^2$$

گام دوم: با توجه به درس‌باکس، شتاب متوسط در همهٔ بازه‌های زمانی $-4\ m/s^2$ است:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -4 = \frac{-6-2}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2\ s$$

گام سوم: از رابطهٔ مستقل از شتاب، جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta\vec{x} = \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2}{2}(\Delta t) = \frac{(-6+2)\vec{i}}{2}(2) = (-4\ m)\vec{i}$$

۸ خودرویی در مسیر مستقیم با تندی $۹۰\ km/h$ در حال حرکت است. در لحظه‌ای، رانندهٔ خودرو ترمز می‌گیرد و تندی خودرو با شتاب ثابت کاهش می‌یابد و خودرو پس از طی مسافت $۷۵\ m$ متوقف می‌شود. اندازهٔ جابه‌جایی خودرو در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت آن چند متر است؟

۱) ۲۵ ۲) $۱۲/۵$ ۳) $\frac{۵۰}{۳}$ ۴) $\frac{۲۵}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا شتاب توقف را به دست آورید و سپس از معادلهٔ سرعت، پاسخ را به دست آورید.

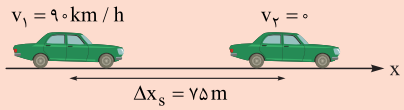
درس Box هنگامی‌که خودرویی با تندی ثابت v، با شتاب ثابت a ترمز می‌گیرد؛ مسافت طی‌شده از لحظهٔ شروع ترمز تا لحظهٔ توقف (Δx_s) و زمان توقف (t_s) از روابط زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x_s = \left|\frac{-v^۲}{۲a}\right|$$

$$t_s = \left|\frac{-v}{a}\right|$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

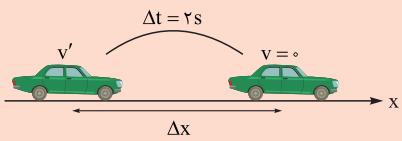
گام اول: ابتدا یک شکل از وضعیت مسئله رسم می‌کنیم:



گام دوم: از رابطهٔ مستقل از زمان، شتاب توقف را به دست می‌آوریم:

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a\Delta x \xrightarrow{v_۱=۹۰ km/h=۲۵ m/s} a = \frac{۰-(۲۵)^۲}{۲(۷۵)} = -\frac{۲۵}{۶}\ m/s^۲$$

گام سوم: سرعت متحرک در ۲ ثانیه قبل از توقف را محاسبه و سپس اندازهٔ جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:



$$v = at + v' \Rightarrow ۰ = -\frac{۲۵}{۶}(۲) + v' \Rightarrow v' = \frac{۲۵}{۳}\ m/s$$

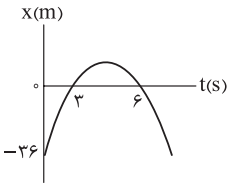
$$\Delta x = \frac{v+v'}{۲}(\Delta t) = \frac{۰+\frac{۲۵}{۳}}{۲}(۲) = \frac{۲۵}{۳}\ m$$

کنکور متحرکی روی محور x با شتاب ثابت $-۳\ m/s^۲$ ترمز می‌کند و پس از طی مسافت ۲۰۰ متر می‌ایستد. در ۳ ثانیهٔ آخر حرکتش، چند متر جابه‌جا می‌شود؟

(سؤال ۵۱ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)

۱) ۹ ۲) $۱۳/۵$ ۳) ۱۸ ۴) ۲۷

۹ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک در ۴ ثانیهٔ دوم چند متر بر ثانیه است؟



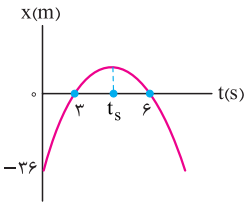
۱) ۳
۲) ۳/۱۲۵
۳) ۶
۴) ۶/۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا با استفاده از تقارن سهمی، زمان توقف متحرک را به دست آورید. سپس با نوشتن معادلهٔ جابه‌جایی، شتاب و سرعت اولیه را محاسبه و با رسم نمودار v ـ t خواستهٔ مسئله را حساب کنید.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با استفاده از تقارن نمودار داریم:

$$t_s = \frac{۳+۶}{۲} = ۴/۵\ s$$



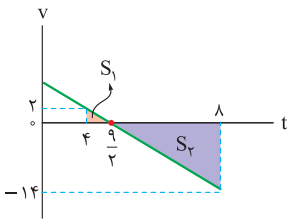
$$v_s = ۰ \Rightarrow a(۴/۵) + v_۰ = ۰ \Rightarrow v_۰ = -\frac{۹}{۲}a \qquad (۱)$$

گام دوم: با داشتن معادلهٔ (۱) و جابه‌جایی در بازهٔ ۰ تا ۳ ثانیه، داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \xrightarrow[v_۰=-\frac{۹}{۲}a]{\Delta x=۳۶\ m\ ,\ t=۳\ s} ۳۶ = \frac{۱}{۲}a(۳)^۲ + (-\frac{۹}{۲}a)(۳) \Rightarrow \begin{cases} a = -۴\ m/s^۲ \\ v_۰ = ۱۸\ m/s \end{cases}$$

گام سوم: با به دست آوردن معادلهٔ سرعت ـ زمان و رسم نمودار آن خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = -۴t + ۱۸$$



$$s_{av} = \frac{۱}{\Delta t} = \frac{S_۱ + S_۲}{۴} = \frac{۰/۵ + ۲۴/۵}{۴} = ۶/۲۵\ m/s$$

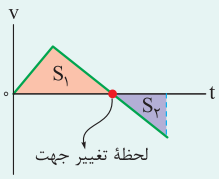
۱۰ جهت حرکت متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، در لحظهٔ $t = 4s$ تغییر می‌کند. اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در ۵ ثانیهٔ اوّل، چند برابر مسافت طی‌شده توسط آن در ۳ ثانیهٔ دوم است؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) $\frac{17}{3}$ ۴) $\frac{17}{5}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم و سپس با استفاده از سطح زیر نمودار، نسبت خواسته‌شده را به دست آورید.

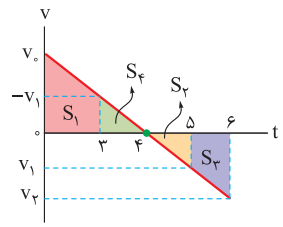
درس Box رسم نمودار سرعت ـ زمان در اغلب مسائل به ساده‌ترشدن حل سؤال منجر می‌شود (به ویژه در مسائلی که جابه‌جایی و مسافت متحرک خواسته می‌شود.).



$\Delta x = S_1 - S_2$

$l = S_1 + S_2$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** با توجه به اطلاعات مسئله، نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم می‌کنیم:



گام دوم: اگر سرعت اولیه را v_0 فرض کنیم، با توجه به شتاب متحرک، سرعت در لحظات خواسته‌شدهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v_{4s}=0} 0 = 4a + v_0 \Rightarrow a = -\frac{v_0}{4} \Rightarrow v = -\frac{v_0}{4}t + v_0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 5\,s \Rightarrow v_1 = -\frac{v_0}{4} \\ t_2 = 6\,s \Rightarrow v_2 = -\frac{v_0}{2} \end{cases}$$

گام سوم: با استفاده از سطح زیر نمودار، جابه‌جایی و مسافت در بازهٔ زمانی خواسته‌شده را به دست می‌آوریم:

$$|\Delta x_{(0-5\,s)}| = |S_1 + S_4 - S_2| = |(\frac{1}{2}v_0(4)) - (\frac{1}{2}(\frac{v_0}{4})(1))| = \frac{15v_0}{8}$$

$$l_{(3s-6s)} = S_2 + S_3 + S_4 = \frac{1}{2}(\frac{v_0}{4})(1) + \frac{1}{2}(\frac{v_0}{2})(2) = \frac{5v_0}{8}$$

گام چهارم: نسبت خواسته‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{|\Delta x_{(0-5\,s)}|}{l_{(3\,s-6\,s)}} = \frac{\frac{15v_0}{8}}{\frac{5v_0}{8}} = 3$$

فیزیک

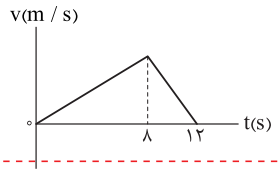
۱۱ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = ۳\ s$ تا $t_2 = ۹\ s$ برابر $۰/۲۵\ m/s^2$ باشد، بیشینهٔ تندی متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۱۲

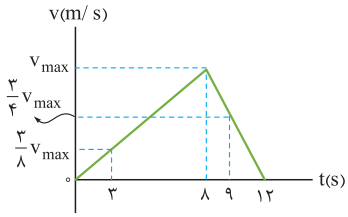


پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint سرعت در لحظات داده‌شده را برحسب تندی بیشینه به دست آورید و با داشتن اندازهٔ شتاب متوسط، تندی بیشینه را به دست آورید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: سرعت در لحظات $t_1 = ۳\ s$ و $t_2 = ۹\ s$ را برحسب تندی بیشینه (با استفاده از تناسب) می‌نویسیم:



$$\begin{cases} \frac{v_{۳s}}{۳} = \frac{v_{max}}{۸} \Rightarrow v_{۳s} = \frac{۳}{۸}v_{max} \\ \frac{v_{max}}{۴} = \frac{v_{۹s}}{۳} \Rightarrow v_{۹s} = \frac{۳}{۴}v_{max} \end{cases}$$

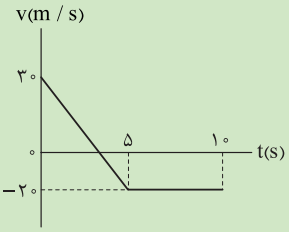
گام دوم: با توجه به داشتن اندازهٔ شتاب متوسط در بازهٔ زمانی ۳ تا ۹ ثانیه، v_{max} را حساب می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{\frac{۳}{۴}v_{max} - \frac{۳}{۸}v_{max}}{۹-۳} \Rightarrow ۰/۲۵ = \frac{\frac{۳}{۸}v_{max}}{۶} \Rightarrow v_{max} = ۴\ m/s$$

مشابه امتحان نهایی

فیزیک

۱۲ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اوّل چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۷ / ۵

۲) ۱۶

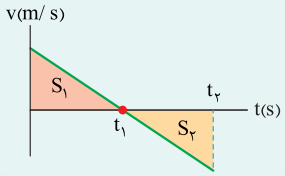
۳) ۱۶ / ۵

۴) ۲۳

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

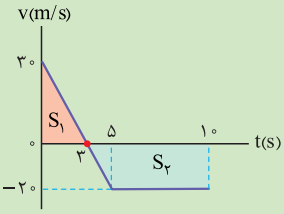
سطح زیر نمودار v ـ t برابر با جابه‌جایی است. در سؤالاتی که تندی از ما خواسته می‌شود:



$$s_{av} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: سطح زیر نمودار را در ۱۰ ثانیهٔ اول به دست می‌آوریم:



$$S_1 = \frac{1}{2}(30)(3) = 45$$

$$S_2 = \frac{7+5}{2}(20) = 120$$

گام دوم: با داشتن مسافت طی‌شده $(S_1 + S_2)$ تندی متوسط را به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} = \frac{45 + 120}{10} = \frac{165}{10} = 16/5 \text{ m/s}$$

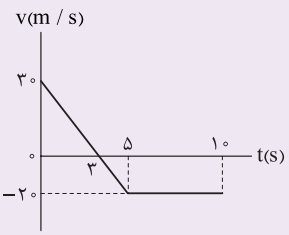
امتحان نهایی

نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است.

(سؤال ۳ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۴ رشتهٔ ریاضی)

الف) تندی متوسط متحرک در کل زمان حرکت چند متر بر ثانیه است؟

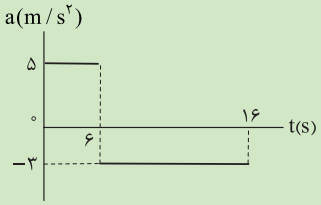
ب) اگر متحرک در لحظهٔ $t = 5\ s$ در ۲۰ متری مبدأ محور باشد، معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک را در بازهٔ زمانی ۵ s تا ۱۰ s بنویسید.



مشابه امتحان نهایی

فیزیک

۱۳ نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که در امتداد محور x و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، به شکل زیر است. مسافت طی‌شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = ۶\ s$ تا $t_2 = ۱۶\ s$ برابر چند متر است؟



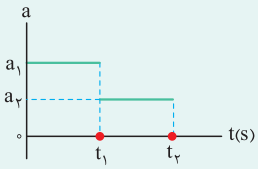
۱) ۱۵۰
۲) ۲۴۰
۳) ۳۰۰
۴) ۴۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم کنید و با توجه به سطح زیر نمودار، خواستهٔ مسئله را به دست آورید.

درس Box

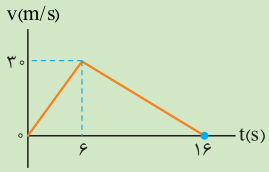
در نمودارهای شتاب ـ زمان چند مرحله‌ای:



- سطح زیر نمودار، برابر تغییرات سرعت (Δv) است.
- سرعت در انتهای هر مرحله برابر سرعت در ابتدای مرحلهٔ بعدی است.
- به‌ویژه در مسائلی که جابه‌جایی و مسافت خواسته می‌شود، رسم نمودار سرعت ـ زمان را در نظر داشته باشید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت شتاب ثابت و به دست آوردن سرعت نقاط ابتدا و انتهای بازه، نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم می‌کنیم:



$$a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} \Rightarrow ۵ = \frac{\Delta v_1}{۶} \Rightarrow \Delta v_1 = ۳۰\ m/s$$

$$a_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} \Rightarrow -۳ = \frac{\Delta v_2}{۱۰} \Rightarrow \Delta v_2 = -۳۰\ m/s$$

گام دوم: با محاسبهٔ سطح زیر نمودار در بازهٔ ۶ تا ۱۶ ثانیه، مسافت طی‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\ell = \frac{۱}{۲}(۳۰)(۱۰) = ۱۵۰\ m$$

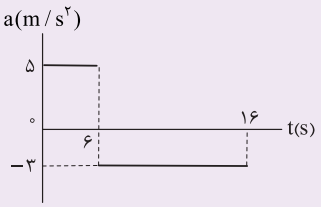
امتحان نهایی

شکل زیر، نمودار شتاب ـ زمان یک متحرک را که در امتداد محور x از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، نشان می‌دهد.

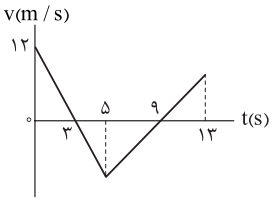
(سؤال ۴ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳ رشتهٔ تجربی)

الف) با انجام محاسبات لازم، نمودار سرعت ـ زمان آن را در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۶ s رسم کنید.

ب) مسافت پیموده‌شده در بازهٔ زمانی ۶ s تا ۱۶ s چند متر است؟



۱۴ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در بازهٔ زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 12\ s$ مسافت طی شده توسط متحرک، چند برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن است؟



۱) ۵ / ۸
۲) ۶ / ۸
۳) ۱۶
۴) ۱۷

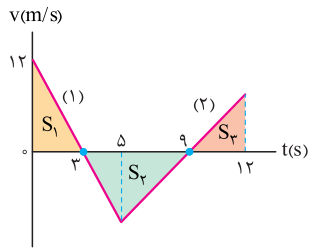
پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

با استفاده از سطح زیر نمودار سرعت ـ زمان، مسافت طی‌شده و جابه‌جایی متحرک در بازهٔ مورد نظر را محاسبه و خواستهٔ سؤال را به دست آورید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: جهت محاسبهٔ مساحت زیر نمودار، ابتدا سرعت در لحظات ۵ s و ۱۲ s را به دست می‌آوریم:



$$a_1 = -\frac{۱۲}{۳} = -۴\ m/s^۲ \Rightarrow v = -۴t + ۱۲ \xrightarrow{t=۵\ s} v_{۵s} = -۸\ m/s$$

$$a_2 = \frac{۸}{۴} = ۲\ m/s^۲ \Rightarrow v = ۲t - ۸ \xrightarrow[\Delta t = ۷\ s]{t=۱۲\ s} v_{۱۲} = ۶\ m/s$$

گام دوم: جابه‌جایی و مسافت طی‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$|\Delta x| = S_1 + S_3 - S_2 = (۱۸ + ۹ - ۲۴) = ۳\ m$$

$$\ell = S_1 + S_2 + S_3 = (۱۸ + ۲۴ + ۹) = ۵۱\ m$$

گام سوم: نسبت خواسته‌شده در سؤال را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\ell}{|\Delta x|} = \frac{۵۱}{۳} = ۱۷$$

فیزیک

۱۵ متحرکی روی محور x در مبدأ زمان در خلاف جهت محور x از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و به مدت ۲۰ s با شتاب ثابت a_1 به حرکت خود ادامه می‌دهد. در ۱۰ ثانیهٔ بعدی با شتاب ثابت a_2 تندی خود را کاهش می‌دهد تا متوقف شود. اگر مسافت طی‌شده توسط متحرک در این ۳۰ s برابر ۳۶۰ m باشد، شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 5\ s$ تا $t_2 = 25\ s$ در SI کدام است؟

۱) $0/3\vec{i}$ ۲) $0/6\vec{i}$

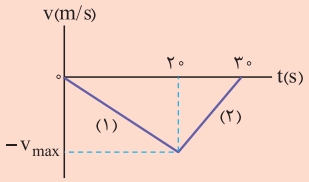
۳) $-0/3\vec{i}$ ۴) $-0/6\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint با رسم نمودار سرعت ـ زمان متحرک و محاسبهٔ سطح زیر نمودار که مسافت طی‌شده است، شتاب‌های دو مرحلهٔ حرکت و سپس سرعت در لحظات خواسته‌شده را محاسبه و در نهایت شتاب متوسط را به دست آورید.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا یک نمودار v ـ t از حرکت متحرک به طور کلی رسم می‌کنیم:



گام دوم: سطح زیر نمودار همان مسافت طی‌شده است؛ بنابراین:

$$S = \frac{1}{2} v_{max}(30) = 360 \Rightarrow v_{max} = 24\ m/s$$

گام سوم: شتاب دو مرحلهٔ حرکت و سرعت در لحظات خواسته‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 20\,a_1 = -v_{max} \Rightarrow 20a_1 = -24 \Rightarrow a_1 = -1/2\ m/s^2 \\ a_2 = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{0-(-24)}{10} = 2/4\ m/s^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{5\,s} = -1/2(5) = -6\ m/s\ ,\ v_{25\,s} = 2/4(5) - 24 = -12\ m/s$$

گام چهارم: شتاب متوسط در بازهٔ زمانی مورد نظر را حساب می‌کنیم:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{(-12-(-6))\vec{i}}{25-5} = \frac{-6\vec{i}}{20} = (-0/3\ m/s^2)\vec{i}$$

کنکور

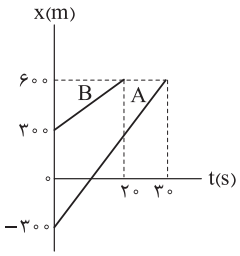
متحرکی روی محور x در لحظهٔ $t = 0\ s$ از حال سکون در جهت محور شروع به حرکت می‌کند. اگر در مدت ۱۰ ثانیه با شتاب a و در ۱۰ ثانیهٔ بعدی با شتاب $-2a$ حرکت کند و در این ۲۰ ثانیه، مسافت ۲۰۰ متر را طی کند، شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 5\ s$ تا $t_2 = 17\ s$ در SI کدام است؟

(سؤال ۵۱ کنکور تجربی ۱۴۰۴ (خارج از کشور))

۱) $-9\vec{i}$ ۲) $-1/5\vec{i}$

۳) $9\vec{i}$ ۴) $1/5\vec{i}$

۱۶ شکل زیر بخشی از نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت می‌کنند. فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t = ۱۵\ s$ چند برابر فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t = ۱۰\ s$ است؟

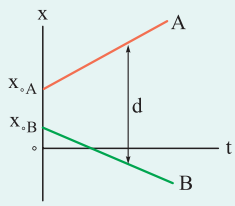


۱) $\frac{۵}{۶}$
۲) $\frac{۶}{۵}$
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) $\frac{۲}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint
با استفاده از داده‌های نمودار، معادلهٔ حرکت دو متحرک را بنویسید و سپس فاصلهٔ آن‌ها را در زمان‌های خواسته‌شده به دست آورید.

درس Box
در نمودارهای مکان ـ زمان دومتحرکه:



- فاصلهٔ دو متحرک، همان طول خط قائم بین نمودارها است (طول d).
- فاصلهٔ دو متحرک را به صورت $|x_A - x_B|$ هم می‌توان نوشت که معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت سرعت ثابت را باید جایگزین کنیم: $x = vt + x_۰$
- فاصلهٔ اولیهٔ دو متحرک $|x_{۰A} - x_{۰B}|$ است.

پاسخ خیلی تشریحی
گام اول: معادلهٔ حرکت A و B را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{۹۰۰}{۳۰} = ۳۰\ m/s \ ,\ x_{۰A} = -۳۰۰\ m \Rightarrow x_A = ۳۰t - ۳۰۰ \\ v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{۳۰۰}{۲۰} = ۱۵\ m/s \ ,\ x_{۰B} = ۳۰۰\ m \Rightarrow x_B = ۱۵t + ۳۰۰ \end{cases}$$

گام دوم: مکان و فاصلهٔ دو متحرک در لحظات ۱۵ s و ۱۰ s را به دست می‌آوریم:

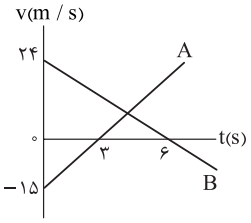
$$t_۱ = ۱۵\ s \Rightarrow \begin{cases} x_A = ۳۰(۱۵) - ۳۰۰ = ۱۵۰\ m \\ x_B = ۱۵(۱۵) + ۳۰۰ = ۵۲۵\ m \end{cases} \Rightarrow d_۱ = ۵۲۵ - ۱۵۰ = ۳۷۵\ m$$

$$t_۲ = ۱۰\ s \Rightarrow \begin{cases} x_A = ۳۰(۱۰) - ۳۰۰ = ۰ \\ x_B = ۱۵(۱۰) + ۳۰۰ = ۴۵۰\ m \end{cases} \Rightarrow d_۲ = ۴۵۰\ m$$

گام سوم: نسبت خواسته‌شدهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\frac{d_۱}{d_۲} = \frac{۳۷۵}{۴۵۰} = \frac{۵}{۶}$$

۱۷ نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند به شکل زیر است. اگر جهت حرکت دو متحرک A و B به ترتیب در مکان‌های $x_1 = -۲۰\ m$ و $x_2 = ۲۰\ m$ تغییر کند، فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t = ۵\ s$ چند متر است؟



۱) ۲۸
۲) ۳۲
۳) ۴۸
۴) ۵۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

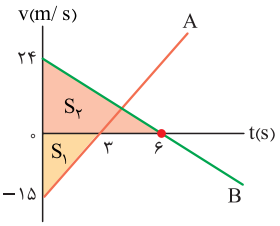
Hint با داشتن جابه‌جایی (سطح زیر نمودار) و مکان نهایی متحرک، مکان اولیهٔ آن‌ها و سپس معادلهٔ حرکت متحرک را به دست آورید و در نهایت فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ مورد نظر را حساب کنید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در لحظه‌ای که نمودار، محور زمان را قطع می‌کند، جهت حرکت تغییر می‌کند:

$$x_{۳s_A} = -۲۰\ m \ , \ x_{۶s_B} = ۲۰\ m$$

گام دوم: با استفاده از سطح زیر نمودار، جابه‌جایی و سپس مکان اولیهٔ A و B را به دست می‌آوریم:



$$\Delta x_A = -S_1 = -۲۲/۵\ m \Rightarrow x_{۳s} - x_{۰A} = -۲۲/۵\ m \Rightarrow x_{۰A} = ۲/۵\ m$$

$$\Delta x_B = S_2 = ۷۲\ m \Rightarrow x_{۶s_B} - x_{۰B} = ۷۲\ m \Rightarrow x_{۰B} = -۵۲\ m$$

گام سوم: شتاب، سرعت اولیه و معادلهٔ حرکت دو متحرک را با استفاده از نمودار به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} v_{۰A} = -۱۵\ m/s \\ a_A = \frac{۱۵}{۳} = ۵\ m/s^۲ \Rightarrow x_A = \frac{۵}{۲}t^۲ - ۱۵t + \frac{۵}{۲} \Rightarrow x_{۵s_A} = -۱۰\ m \\ x_{۰A} = ۲/۵\ m \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{۰B} = ۲۴\ m/s \\ a_B = -\frac{۲۴}{۶} = -۴\ m/s^۲ \Rightarrow x_B = -۲t^۲ + ۲۴t - ۵۲ \Rightarrow x_{۵s_B} = ۱۸\ m \\ x_{۰B} = -۵۲\ m \end{cases}$$

گام چهارم: خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$|x_B - x_A| = ۱۸ - (-۱۰) = ۲۸\ m$$

۱ متحرکی با شتاب ثابت $\vec{a} = (-۳\ m/s^۲)\vec{i}$ در راستای محور x در حال حرکت است. اگر سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیهٔ اول برابر $(۲/۵ m/s)\vec{i}$ باشد، سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیهٔ سوم برابر چند متر بر ثانیه است؟

۱) $۲۷/۵\vec{i}$
۲) $۱۷/۵\vec{i}$
۳) $-۱۷/۵\vec{i}$
۴) $-۲۷/۵\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

شتاب متوسط $(\vec{a}_{av})$

- در هر بازهٔ زمانی دلخواه، نسبت تغییر سرعت به بازهٔ زمانی را شتاب متوسط می‌گوییم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_۲ - \vec{v}_۱}{t_۲ - t_۱}$$

$\vec{a}_{av}$: شتاب متوسط $(m/s^۲)$

$\vec{v}_۱$: سرعت متحرک در لحظهٔ $t_۱$ (m/s)

$\vec{v}_۲$: سرعت متحرک در لحظهٔ $t_۲$ (m/s)

- شتاب متوسط، کمیتی برداری و هم‌جهت با بردار تغییر سرعت $(\Delta\vec{v})$ است، زیرا Δt همواره مثبت است.
- در حرکت روی خط راست برای سادگی، رابطهٔ شتاب متوسط را می‌توان به صورت زیر به کار برد:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱}$$

- در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $\Delta t = t_۲ - t_۱$ برابر است با سرعت آن در وسط همین بازهٔ زمانی، یعنی سرعت در لحظهٔ $t' = \frac{t_۱ + t_۲}{۲}$.
- در حرکت با شتاب ثابت، شتاب لحظه‌ای و شتاب متوسط برابر هستند:

$$a = a_{av}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: لحظهٔ وسط در ۵ ثانیهٔ اول حرکت را با $t_۱$ نشان می‌دهیم:

$$t_۱ = \frac{۰ + ۵}{۲} = ۲/۵ s$$

لحظهٔ وسط در ۵ ثانیهٔ سوم حرکت را با $t_۲$ نشان می‌دهیم:

$$t_۲ = \frac{۱۰ + ۱۵}{۲} = ۱۲/۵ s$$

گام دوم: سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیهٔ اول حرکت، با سرعت متحرک در لحظهٔ $t_۱ = ۲/۵ s$ برابر است. یعنی:

$$v_۱ = ۲/۵ m/s$$

سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیهٔ سوم حرکت که آن را با $v_۲$ نمایش می‌دهیم، با سرعت متحرک در لحظهٔ $t_۲ = ۱۲/۵ s$ برابر است.

گام سوم: سرعت متحرک در لحظهٔ $t_۲$ را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} \Rightarrow -۳ = \frac{v_۲ - ۲/۵}{۱۲/۵ - ۲/۵} \Rightarrow -۳۰ = v_۲ - ۲/۵ \Rightarrow v_۲ = -۲۷/۵ m/s$$

بنابراین سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیهٔ سوم حرکت نیز $-۲۷/۵ m/s$ است که برحسب بردار یکه به صورت $(-۲۷/۵ m/s)\vec{i}$ نوشته می‌شود.

۲ متحرکی با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند. در بازه‌ای که سرعت متحرک از $\vec{v}_1 = (-5\ m/s)\vec{i}$ به $\vec{v}_2 = (15\ m/s)\vec{i}$ می‌رسد، تندی متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۶/۲۵ ۴) ۱۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

نمودار سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت

۱) با توجه به این‌که معادلهٔ سرعت در این نوع حرکت، از درجهٔ اول می‌باشد، نمودار آن به صورت یک خط شیبدار است و شیب آن، شتاب متحرک را نشان می‌دهد.

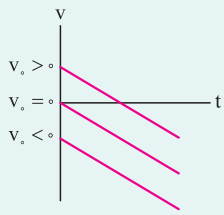
۲) نقطهٔ شروع این نمودار روی محور v، سرعت اولیه (v_0) را نشان می‌دهد.

۳) مساحت سطح بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان، در هر بازهٔ زمانی، برابر با جابه‌جایی متحرک در آن بازه است. (مساحت بخشی از سطح را که زیر محور زمان است، منفی در نظر می‌گیریم؛ زیرا سرعت و جابه‌جایی در این بخش، منفی هستند.)

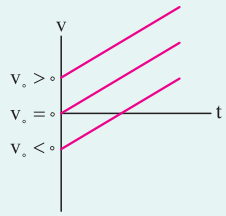
۴) قدرمطلق مساحت سطح بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان، مسافت پیموده‌شده در بازهٔ زمانی مورد نظر را نشان می‌دهد.

۵) اگر مکان اولیه معلوم باشد، می‌توان نمودار مکان ـ زمان را براساس نمودار سرعت ـ زمان رسم نمود:

(شیب خط منفی)



(شیب خط مثبت)



تندی متوسط و سرعت متوسط

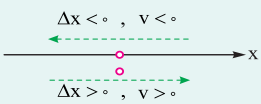
تندی متوسط، کمیتی نرده‌ای است اما سرعت متوسط کمیتی برداری محسوب می‌شود که با بردار جابه‌جایی هم‌جهت است. تعریف این دو کمیت، به صورت زیر است:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

s_{av}: تندی متوسط (m/s)

l: مسافت (m)

Δx: مدت‌زمان (s)



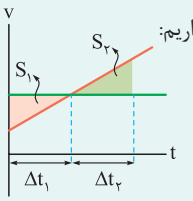
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

x_1: مکان متحرک در لحظهٔ t_1 (m)

x_2: مکان متحرک در لحظهٔ t_2 (m)

Δt: اندازهٔ جابه‌جایی (m)

- علامت‌های جبری Δx و v_{av} جهت جابه‌جایی و سرعت متوسط را نشان می‌دهند. اگر علامت آن‌ها مثبت باشد، یعنی متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند و اگر منفی باشد، یعنی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.
- اگر نسبت تشابه دو مثلث برابر k باشد، نسبت مساحت این دو مثلث k^2 است. مثلاً در شکل مقابل داریم:



$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = k \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = k^2$$

- وقتی در یک بازهٔ زمانی، علامت سرعت عوض می‌شود یعنی متحرک تغییر جهت داده و مسافت با جابه‌جایی برابر نیست. در نتیجه، تندی متوسط نیز با سرعت متوسط برابر نیست.

رابطهٔ سرعت متوسط متحرک در حرکت با شتاب ثابت:

$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$

v_1 : سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 (m/s)

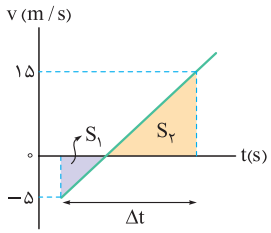
v_2 : سرعت متحرک در لحظهٔ t_2 (m/s)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا سرعت متوسط متحرک را به دست می‌آوریم و نمودار سرعت ـ زمان آن را رسم می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{-5 + 15}{2} = 5\ m/s$$

نسبت مساحت‌های دو مثلث S_1 و S_2 را حساب می‌کنیم:



$$\frac{S_2}{S_1} = k^2 \xrightarrow{k=\frac{15}{5}=3} \frac{S_2}{S_1} = 3^2 = 9$$

گام دوم: به کمک مساحت سطح بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان، جابه‌جایی متحرک را برحسب S_1 و S_2 می‌نویسیم و در رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ به کار می‌بریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-S_1 + S_2}{\Delta t} \xrightarrow[v_{av}=5\ m/s]{S_2=9S_1} 5 = \frac{8S_1}{\Delta t} \Rightarrow \frac{S_1}{\Delta t} = \frac{5}{8}$$

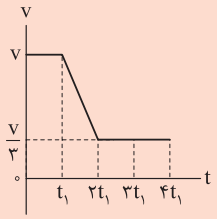
گام سوم: تندی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{S_1 + 9S_1}{\Delta t} = \frac{10S_1}{\Delta t} = 10 \times \frac{5}{8} = \frac{50}{8} = 6/25\ m/s$$

گول نخوری ✘

حواستون باشه که در متن سؤال، تندی متوسط را خواسته، نه سرعت متوسط را؛ بنابراین مراقب باشید که در دام گزینهٔ (۱) نیفتید.

۳ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در کدام بازهٔ زمانی کم‌تر است؟



۱) t_1 تا $t=0$

۲) $2t_1$ تا $t=0$

۳) $3t_1$ تا $t=0$

۴) $4t_1$ تا $t=0$

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: می‌دانیم مساحت سطح بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان، جابه‌جایی متحرک را نشان می‌دهد. از طرفی چون سرعت متحرک تغییر علامت نداده است، سرعت متوسط و تندی متوسط در همهٔ بازه‌های زمانی یکسان هستند. بر این اساس تندی متوسط متحرک را در بازه‌های زمانی خواسته‌شده به دست می‌آوریم و با هم مقایسه می‌کنیم:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}$$

۱) بازهٔ زمانی ۰ تا t_1:

$$s_{av_1}=\frac{l_1}{\Delta t_1}=\frac{vt_1}{t_1-0}=v$$

۲) بازهٔ زمانی ۰ تا $2t_1$:

$$s_{av_2}=\frac{l_2}{\Delta t_2}=\frac{vt_1+\frac{v}{3}(2t_1-t_1)}{2t_1-0}=\frac{(v+\frac{2}{3}v)t_1}{2t_1}=\frac{\frac{5}{3}vt_1}{2t_1}=\frac{5}{6}v$$

۳) بازهٔ زمانی ۰ تا $3t_1$:

$$s_{av_3}=\frac{l_3}{\Delta t_3}=\frac{\frac{5}{3}vt_1+\frac{v}{3}(3t_1-2t_1)}{3t_1-0}=\frac{\frac{6}{3}vt_1}{3t_1}=\frac{2}{3}v$$

۴) بازهٔ زمانی ۰ تا $4t_1$:

$$s_{av_4}=\frac{l_4}{\Delta t_4}=\frac{2vt_1+\frac{v}{3}(4t_1-3t_1)}{4t_1-0}=\frac{\frac{7}{3}vt_1}{4t_1}=\frac{7}{12}v$$

گام دوم: با مقایسهٔ تندی‌های متوسط به‌دست‌آمده داریم:

$$s_{av_4}<s_{av_3}<s_{av_2}<s_{av_1}$$

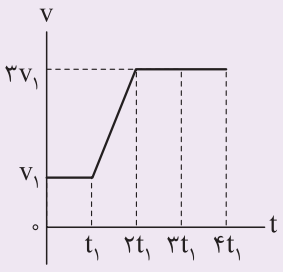
بنابراین، در بازهٔ زمانی $t=0$ تا $4t_1$، تندی متوسط متحرک کم‌ترین مقدار را دارد.

تیزبازی

با گذشت زمان، تندی متحرک کاهش یافته و سپس ثابت مانده است؛ بنابراین از لحظهٔ شروع ($t=0$)، کم‌ترین تندی متوسط مربوط به کل بازهٔ زمانی حرکت است.

کنکور

نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط در کدام بازهٔ زمانی بیشتر است؟ (سؤال ۴۵ ـ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ (خارج از کشور))



۱) t_1 تا $t=0$

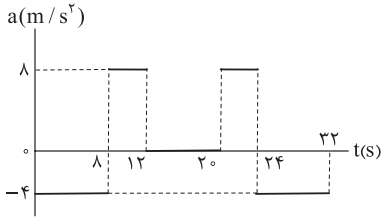
۲) $2t_1$ تا $t=0$

۳) $3t_1$ تا $t=0$

۴) $4t_1$ تا $t=0$

فیزیک

۴ نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر سرعت متحرک در مبدأ زمان برابر $\vec{v}_0 = (16\ m/s)\vec{i}$ باشد، در بازهٔ زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 32\ s$ کدام‌یک از موارد زیر دربارهٔ این متحرک درست است؟



۱) متحرک ۸ s در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

۲) متحرک ۳ مرتبه تغییر جهت داده است.

۳) حرکت متحرک ۱۲ s به صورت تندشونده است.

۴) اندازهٔ جابه‌جایی متحرک ۵۱۲ m است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

نمودار شتاب ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت

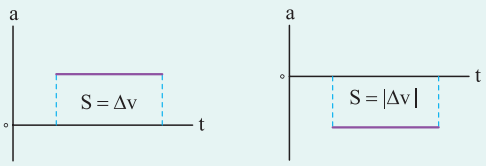
۱) این نمودار به صورت یک خط افقی موازی محور زمان است.

۲) مساحت سطح محدود بین این نمودار و محور زمان، در هر بازهٔ زمانی برابر با تغییر سرعت (Δv) در آن بازه است $(S = \Delta v)$، به نحوی که مساحت سطحی را که بالای محور زمان است، مثبت و مساحت سطحی را که زیر محور زمان است منفی در نظر می‌گیریم.

۳) اگر نمودار شتاب ـ زمان، شامل دو یا چند مرحلهٔ مختلف باشد که هر کدام شتاب ثابت خود را دارند، می‌توان نوشت:

$$\Delta v_{کل} = \Delta v_1 + \Delta v_2 + \dots$$

۴) اگر سرعت اولیه معلوم باشد، می‌توان نمودار سرعت ـ زمان را براساس نمودار شتاب ـ زمان رسم نمود.

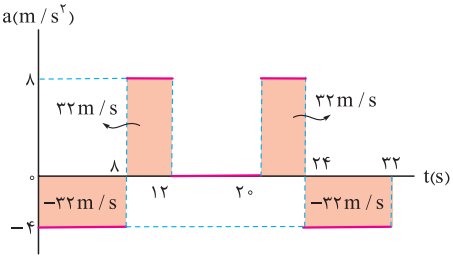


- اگر متحرک در جهت محور x حرکت کند، $v > 0$ و اگر خلاف جهت محور x حرکت کند، $v < 0$ است. هم‌چنین در لحظه‌ای که متحرک روی محور x تغییر جهت می‌دهد $v = 0$ است.
- اگر نمودار v ـ t از محور t دور شود یعنی حرکت تندشونده است. در این صورت سرعت (v) و شتاب (a) هم‌علامت هستند. $av > 0$

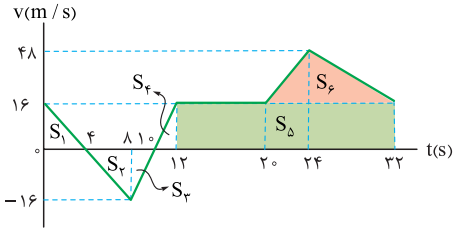
اما اگر نمودار v ـ t به محور t نزدیک شود یعنی حرکت کندشونده است. در این صورت سرعت (v) و شتاب (a) غیرهم‌علامت هستند. $av < 0$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: به کمک مساحت سطح محدود بین نمودار شتاب ـ زمان و محور زمان، تغییر سرعت در هر مرحله را به دست می‌آوریم:



گام دوم: با معلوم‌بودن سرعت اولیه (v_0)، نمودار سرعت ـ زمان متحرک را در مدت ۳۲ s رسم می‌کنیم. مثلث‌های S_1 و S_2 با یکدیگر هم‌نهشت هستند. مثلث‌های S_3 و S_4 نیز با یکدیگر هم‌نهشت هستند.



گام سوم: اکنون به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ (۱): در بازهٔ زمانی ۴ S تا ۱۰ S سرعت متحرک منفی است، یعنی مدت ۶ S در خلاف جهت محور x حرکت کرده و گزینهٔ (۱) نادرست است.

گزینهٔ (۲): سرعت متحرک، دو بار (در لحظه‌های ۴ S و ۱۰ S) تغییر علامت و تغییر جهت داده است؛ بنابراین گزینهٔ (۲) نیز نادرست است.

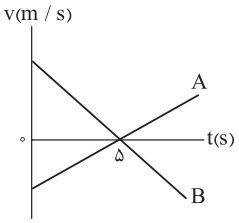
گزینهٔ (۳): بازه‌هایی که حرکت متحرک تندشونده است. عبارت‌اند از: ۴ S تا ۸ S، ۱۰ S تا ۱۲ S و ۲۰ S تا ۲۴ S که مجموعاً ۱۰ S می‌شود؛ بنابراین گزینهٔ (۳) نیز نادرست است.

گزینهٔ (۴): به کمک مساحت سطح محدود بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان، جابه‌جایی متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \overbrace{S_1 + S_2 + S_3 + S_4} + S_5 + S_6 = (20\times16) + \frac{12\times32}{2} = 320 + 192 = 512\ m$$

فیزیک

۵ نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر و فاصلهٔ آن‌ها در مبدأ زمان برابر ۷۵ m است. اگر در لحظه‌ای که جهت حرکت دو متحرک تغییر می‌کند، دو متحرک در یک مکان باشند، فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t = ۸\ s$ برابر چند متر است؟



۱) ۲۷

۲) ۳۰

۳) ۴۵

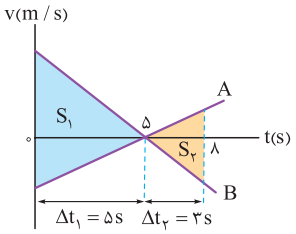
۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به نمودار داده‌شده، در لحظهٔ $t = ۵\ s$ که علامت سرعت هر دو متحرک تغییر می‌کند، جهت حرکت آن دو نیز عوض می‌شود. در همین لحظه، مکان دو متحرک نیز یکسان شده است؛ بنابراین دو متحرک از لحظهٔ $t = ۰$ تا $t = ۵\ s$ به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند و به هم می‌رسند، سپس از لحظهٔ $t = ۵\ s$ تا $t = ۸\ s$ در خلاف جهت یکدیگر از هم دور می‌شوند.

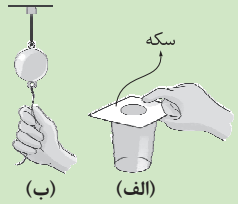
گام دوم: اندازهٔ مساحت سطح محدود بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان، مسافت طی‌شده توسط متحرک را نشان می‌دهد. با توجه به تشابه دو مثلث $S_۱$ و $S_۲$ داریم:



$$\frac{S_۲}{S_۱} = \left(\frac{\Delta t_۲}{\Delta t_۱}\right)^۲ \Rightarrow \frac{S_۲}{۷۵} = \left(\frac{۳}{۵}\right)^۲ \Rightarrow S_۲ = \frac{۷۵ \times ۹}{۲۵} = ۲۷\ m$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶ در شکل (الف)، مقوای روی لیوان و در شکل (ب)، نخ متصل به پایین گوی سنگین را به صورت ناگهانی می‌کشیم. به ترتیب در هر شکل کدام اتفاق رخ می‌دهد؟



۱) سکهٔ روی مقوا همراه با مقوا حرکت می‌کند ـ نخ متصل به بالای گوی، پاره می‌شود.

۲) سکهٔ روی مقوا همراه با مقوا حرکت می‌کند ـ نخ متصل به پایین گوی پاره می‌شود.

۳) سکه در لیوانِ زیرِ مقوا می‌افتد ـ نخ متصل به بالای گوی، پاره می‌شود.

۴) سکه در لیوانِ زیرِ مقوا می‌افتد ـ نخ متصل به پایین گوی، پاره می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

قانون اول نیوتون:

یک جسم، حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ می‌کند، مگر آن‌که نیروی خالص غیرصفری به آن وارد شود. یعنی وقتی نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند، اگر جسم ساکن باشد، هم‌چنان ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت باشد، سرعتش تغییر نمی‌کند.

لَختی:

با توجه به قانون اول نیوتون، وقتی نیروی خالص وارد بر اجسام صفر است، تمایل دارند که وضعیت حرکت خود را حفظ کنند. به این تمایل اجسام به حفظ حالت قبلی خود، لَختی گفته می‌شود. هر چه تغییر سرعت، ناگهانی‌تر باشد، لختی قابل ملاحظه‌تر است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: با توجه به قانون اول نیوتون و با فرض کم‌بودن اصطکاک بین سکه و مقوا، سکه می‌خواهد در جای خود بماند، پس وقتی زیر آن خالی می‌شود، درون لیوان می‌افتد. (رد گزینه‌های (۱) و (۲))

گام دوم: اگر نیروی ناگهانی واردشده بر نخ پایینی بیشتر از تحمل نخ باشد، لختی گلوله و مقاومت آن در مقابل حرکت، سبب می‌شود که نخ پایینی پاره شود. (رد گزینهٔ (۳))

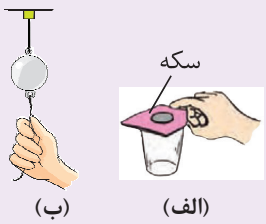
نکته

نخ بالایی در صورتی پاره می‌شود که به آرامی نیروی وارد بر گوی سنگین را توسط نخ پایینی افزایش دهیم.

کتاب درسی

الف) در شکل (الف) مقوا را به سرعت می‌کشیم، برای سکه چه اتفاقی می‌افتد؟ چرا؟

ب) در شکل (ب)، اگر به آرامی نیروی وارد بر گوی سنگین را زیاد کنیم کدام نخ پاره می‌شود؟ اگر ناگهان نخ را بکشیم، کدام نخ پاره می‌شود؟ علت را توضیح دهید. *(فیزیک (۳) ـ پرسش ۲ ـ ۳ صفحهٔ ۳۰ کتاب درسی رشتهٔ تجربی)*



فیزیک

۷ **شخصی روی یک ترازوی فنری در آسانسور ایستاده و آسانسور در حال حرکت است. در کدام‌یک از حالت‌های زیر، مقداری که ترازو نشان می‌دهد، الزاماً کم‌تر از وزن جسم است؟**

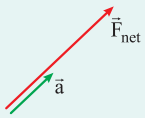
۱) حرکت آسانسور تندشونده باشد.
۲) حرکت آسانسور کندشونده باشد.
۳) سرعت آسانسور به سمت پایین باشد.
۴) شتاب آسانسور به سمت پایین باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

قانون دوم نیوتون

هرگاه نیروهای وارد بر جسمی متوازن نباشند، یعنی بر جسم نیروی خالصی وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو، شتاب می‌گیرد که این شتاب با نیروی خالص وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و در همان جهت نیروی خالص است، اما با جرم جسم نسبت وارون دارد.



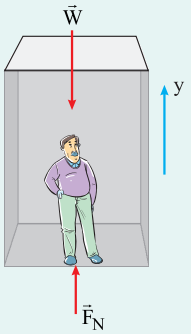
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m} \Rightarrow \vec{F}_{net} = m\vec{a}$$

$\vec{F}_{net}$: نیروی خالص (N)

$\vec{a}$: شتاب (m/s^2)

m : جرم (kg)

اگر شخصی به وزن mg درون آسانسوری ایستاده باشد و آسانسور با شتاب ثابت a در راستای قائم حرکت نماید، نیروی F_N از کف آسانسور بر پای شخص وارد می‌شود:



$\vec{F}_{net} = m\vec{a}$ { تندشونده ↓ ، کندشونده ↑ }

$F_N - mg = ma$ { یکنواخت ↓ ، یکنواخت ↑ }

$F_N = m(g+a)$ { کندشونده ↓ ، تندشونده ↑ }

وقتی می‌گوییم شتاب آسانسور رو به بالا است، یعنی $a > 0$.

وقتی می‌گوییم شتاب آسانسور رو به پایین است، یعنی $a < 0$.

وقتی می‌گوییم آسانسور با تندی ثابت حرکت می‌کند یعنی $a = 0$.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ علامت شتاب حرکت آسانسور را تعیین می‌کنیم. مقداری که ترازوی فنری نشان می‌دهد همان مقدار نیروی F_N است:

$$F_N - mg = ma \xrightarrow{F_N < mg} ma < 0 \xrightarrow{m > 0} a < 0$$

بنابراین شتاب آسانسور رو به پایین است.

نکته باید توجه داشت که منفی‌بودن شتاب، به تنهایی تعیین‌کنندهٔ تندشونده یا کندشونده بودن حرکت نیست.

مشابه امتحان نهایی

فیزیک

۸ **می‌خواهیم به جسمی که جرم آن ۲ kg است، شتابی به بزرگی $3\ m/s^2$ بدهیم تا در راستای قائم رو به پایین شروع به حرکت کند. نیرویی که باید به جسم وارد کنیم، چند نیوتون و در چه جهتی است؟ ($g = 10\ N/kg$ و مقاومت هوا ناچیز است.)**

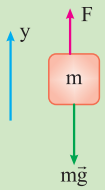
۱) ۱۴، به سمت بالا
۲) ۱۴، به سمت پایین
۳) ۲۶، به سمت بالا
۴) ۲۶، به سمت پایین

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: از آن‌جا که شتاب جسم رو به پایین است، علامت شتاب منفی و $a = -3\ m/s^2$ است.

گام دوم: با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{net} = ma$$
$$\Rightarrow F - mg = ma \Rightarrow F = m(g+a) \xrightarrow[g=10\ m/s^2,\ a=-3\ m/s^2]{m=2\ kg} F = 2(10-3) = 14N$$

گام سوم: از آن‌جا که $F > 0$ است، جهت این نیرو به سمت بالا است و گزینهٔ (۱) درست است.

امتحان نهایی

می‌خواهیم به جسمی که جرم آن ۲ kg است، شتاب $3\ m/s^2$ بدهیم. اگر جسم در راستای قائم با شتاب رو به پایین شروع به حرکت کند و از مقاومت هوا صرف نظر کنیم: *(سؤال ۵ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۴)*

الف) نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید.

ب) اندازهٔ نیرویی که باید به جسم وارد کنیم چند نیوتون است؟ ($g = 10\ m/s^2$)

فیزیک

۹ جرم دو ذرهٔ باردار A و B به ترتیب ۰/۲ kg و ۰/۳ kg است. اگر نیروی الکتریکی که ذرهٔ A به ذرهٔ B وارد می‌کند، در SI به صورت $\vec{F}=6\vec{i}-12\vec{j}$ باشد، شتاب ذرهٔ A برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ (از سایر نیروهای وارد بر دو ذره چشم‌پوشی کنید.)

۱) $20\vec{i}-40\vec{j}$

۲) $-20\vec{i}+40\vec{j}$

۳) $30\vec{i}-60\vec{j}$

۴) $-30\vec{i}+60\vec{j}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

قانون سوم نیوتون

هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم هم به جسم اول نیرویی هم‌اندازه، هم‌راستا ولی در خلاف جهت وارد می‌کند.

علاوه بر این‌ها، نیروهای کنش و واکنش همواره:

۱) به صورت جفت وجود دارند، یعنی به دو جسم وارد می‌شوند و برایند ندارند.

۲) ممکن است منجر به اثرات متفاوتی شوند.

۳) هم‌نوع‌اند، مثلاً هر دو گرانشی یا هر دو الکتریکی یا هر دو مغناطیسی‌اند.

$\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}$

F_{12}: نیرویی که جسم اول به دوم وارد می‌کند (کنش یا عمل)

F_{21}: نیرویی که جسم دوم به اول وارد می‌کند (واکنش یا عکس‌العمل)

$F_{12}=F_{21}$

$m_1a_1=m_2a_2$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: نیرویی که ذرهٔ A به ذرهٔ B وارد می‌کند را با $\vec{F}_{AB}$ نشان می‌دهیم:

$$\vec{F}_{AB}=6\vec{i}-12\vec{j}\ (N)$$

بنا به قانون سوم نیوتون، نیرویی که ذرهٔ B به ذرهٔ A وارد می‌کند را با $\vec{F}_{BA}$ نشان می‌دهیم:

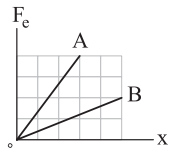
$$\vec{F}_{BA}=-\vec{F}_{AB}=-6\vec{i}+12\vec{j}\ (N)$$

گام دوم: به کمک قانون دوم نیوتون، شتابی که ذرهٔ A پیدا می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_A=\frac{\vec{F}_{BA}}{m_A}=\frac{-6\vec{i}+12\vec{j}}{0/2}=-30\vec{i}+60\vec{j}\ (m/s^2)$$

فیزیک

۱۰ نمودار نیروی کشسانی دو فنر A و B برحسب تغییر طول آن‌ها به شکل زیر است. ثابت فنر A چند برابر ثابت فنر B است؟



۱) $\frac{۸}{۱۵}$

۲) $\frac{۱۵}{۸}$

۳) $\frac{۳}{۱۰}$

۴) $\frac{۱۰}{۳}$

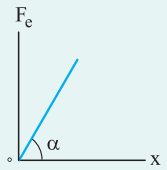
پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

نیروی کشسانی فنر

اگر فنری را نسبت به نقطهٔ تعادل خود به اندازهٔ x بکشیم یا فشرده کنیم، نیروی بازگرداننده‌ای در فنر ایجاد می‌شود که به طرف نقطهٔ تعادل است و نیروی کشسانی فنر نام دارد.

قانون هوک: نیروی کشسانی فنر با ثابت فنر و تغییر طول فنر، متناسب است. $F_e = kx$

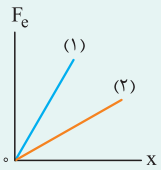


F_e : اندازهٔ نیروی کشسانی فنر (N)

k : ثابت فنر (N/m) — $k =$ شیب خط

$x = \Delta L$: تغییر طول فنر (m)

هر چه ثابت فنر بیشتر باشد، شیب نمودار $F_e - x$ بیشتر و فنر، سخت‌تر است. مثلاً در نمودار زیر، $k_۱ > k_۲$ است.



پاسخ خیلی تشریحی ✔

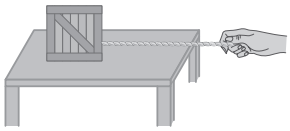
گام اول: با توجه به رابطهٔ قانون هوک داریم:

$$F_e = kx \Rightarrow k = \frac{F_e}{x}$$

گام دوم: بر این اساس، نسبت ثابت فنر A به ثابت فنر B را به دست می‌آوریم:

$$\frac{k_A}{k_B} = \frac{F_{e,A}}{F_{e,B}} \times \frac{x_B}{x_A} = \frac{۴}{۲} \times \frac{۵}{۳} = \frac{۱۰}{۳}$$

۱۱ در شکل زیر، توسط یک نخ افقی با جرم ناچیز، جعبهٔ ساکنی به جرم ۵ kg را روی سطح افقی یک میز به ضریب اصطکاک جنبشی ۰/۴ به حرکت درمی‌آوریم. اگر تندی جعبه پس از ۸۰ cm جابه‌جایی به ۰/۸ m/s برسد، کدام‌یک از موارد زیر درست است؟ ($g = ۱۰\ m/s^۲$)



الف) اندازهٔ نیروی کشش نخ ۱۸ N است.

ب) اندازهٔ نیروی کشش نخ ۲۲ N است.

پ) نیرویی که نخ به دست شخص وارد می‌کند، به سمت چپ است.

ت) اندازهٔ نیرویی که طناب به جعبه وارد می‌کند، بزرگ‌تر از اندازهٔ نیرویی است که جعبه به طناب وارد می‌کند.

۱) الف ـ پ ۲) الف ـ ت ۳) ب ـ پ ۴) ب ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

۱) رابطهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x$$

$v_۰$: سرعت متحرک در مکان $x_۰$ (m/s)

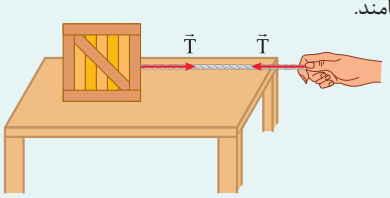
v: سرعت متحرک در مکان x (m/s)

$\Delta x = x - x_۰$: جابه‌جایی (m)

a: شتاب $(m/s^۲)$

۲) نیروی کشش طناب:

وقتی طناب متصل به جسمی تحت کشش قرار دارد، طناب جسم را با نیرویی می‌کشد که جهت آن از جسم به سمت بیرون و در راستای طناب است. این نیرو را با $\vec{T}$ نشان می‌دهند و نیروی کشش طناب می‌نامند.



۳) نیروی اصطکاک جنبشی (لغزشی) (f_k):

نیروی اصطکاکی است که هنگام لغزش جسم، موازی با سطح و در خلاف جهت لغزش بر جسم اثر می‌کند.

$$f_k = \mu_k F_N$$

μ_k: ضریب اصطکاک جنبشی

F_N: اندازهٔ نیروی عمودی سطح (N)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

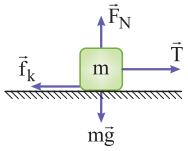
گام اول: به کمک رابطهٔ مستقل از زمان، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow (۰/۸)^۲ - ۰ = ۲a(۰/۸) \Rightarrow a = ۰/۴\ m/s^۲$$

گام دوم: نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم را حساب می‌کنیم:

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow[\mu_k = ۰/۴]{F_N = mg = ۵\times ۱۰ = ۵۰\ N} f_k = ۰/۴ \times ۵۰ = ۲۰\ N$$

گام سوم: نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و به کمک قانون دوم نیوتون، اندازهٔ نیروی کشش (T) را پیدا می‌کنیم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow T - f_k = ma \Rightarrow T - ۲۰ = ۵\times ۰/۴ \Rightarrow T = ۲۲\ N$$

بنابراین عبارت «ب» درست و عبارت «الف» نادرست است.

گام چهارم: طبق قانون سوم نیوتون، عبارت «ت» نادرست است، اما عبارت «پ» درست است؛ زیرا وقتی دست شخص طناب را به طرف راست می‌کشد، عکس‌العمل این نیرو، دست شخص را به طرف چپ می‌کشد.

مشابه امتحان نهایی

فیزیک

۱۲ دو گوی هم‌اندازهٔ A و B را که جرم گوی B بیشتر از جرم گوی A است، از بالای برجی به طور هم‌زمان رها می‌کنیم. با فرض این‌که نیروی مقاومت هوا در طی حرکت دو گوی ثابت و یکسان باشد، به ترتیب تندی برخورد کدام گوی با زمین بیشتر است و کدام گوی زودتر به زمین می‌رسد؟

۱) B و B　　۲) A و A　　۳) B و A　　۴) A و B

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

نیروی مقاومت شاره ($\vec{f}_D$): وقتی جسمی درون یک شاره قرار دارد و نسبت به آن حرکت می‌کند، از طرف شاره، نیرویی در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود که آن را با $\vec{f}_D$ نشان می‌دهیم و نیروی مقاومت شاره می‌نامیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: بر این گوی‌ها، دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود. طبق قانون دوم نیوتون، نیروی خالص وارد بر هر گوی برابر با حاصل‌ضرب جرم در شتاب است. نیروی مقاومت هوا را با f_D و وزن را با mg نشان می‌دهیم و برای بررسی ساده‌تر حرکت گوی‌ها، جهت مثبت محور y را به طرف پایین انتخاب می‌کنیم:

$$mg - f_D = ma \Rightarrow a = \frac{mg - f_D}{m} = g - \frac{f_D}{m} \Rightarrow \uparrow a = g - \frac{f_D}{\uparrow m}$$

پس با در نظر گرفتن مقاومت هوا، هر چه m بیشتر باشد، شتاب حرکت بیشتر است:

$$m_B > m_A \Rightarrow a_B > a_A$$

گام دوم: طبق رابطهٔ سرعت ـ جابه‌جایی (مستقل از زمان) در حرکت با شتاب ثابت، می‌توان نوشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \xrightarrow[\Delta y = h]{v_0 = 0} v^2 = 2ah \xrightarrow{a_B > a_A} v_B > v_A$$

بنابراین تندی برخورد گوی B بیشتر است.

گام سوم: با استفاده از معادلهٔ جابه‌جایی داریم:

$$\Delta y_A = \Delta y_B \Rightarrow \frac{1}{2}a_A t_A^2 = \frac{1}{2}a_B t_B^2 \xrightarrow{a_B > a_A} t_B < t_A \Rightarrow$$ گوی B زودتر می‌رسد.

امتحان نهایی

دو گوی هم‌اندازه را که جرم یکی سه برابر دیگری است ($m_2 = 3m_1$) از بالای برجی به ارتفاع h به طور هم‌زمان رها می‌کنیم. با فرض این‌که نیروی مقاومت هوا در طی حرکت دو گوی، ثابت و یکسان باشد، با نوشتن روابط لازم، شتاب حرکت گوی‌ها را با هم مقایسه کنید. *(سؤال ۸ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)*

فیزیک

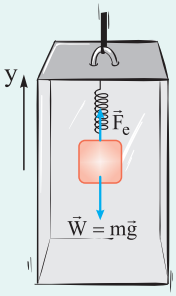
۱۳ جسمی به جرم $4\ kg$ را به انتهای فنری به طول $30\ cm$ و ثابت $600\ N/m$ می‌بندیم. انتهای دیگر فنر را به سقف آسانسوری متصل می‌کنیم. با حرکت آسانسور، طول فنر به $35\ cm$ می‌رسد. در این حالت، شتاب آسانسور چند متر بر مربع ثانیه و در چه جهتی است؟ $(g = 10\ N/kg)$

۱) ۲/۵، رو به بالا
۲) ۲/۵، رو به پایین
۳) ۷/۵، رو به بالا
۴) ۷/۵، رو به پایین

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

اگر وزنهٔ آویخته به فنر قائم، باعث افزایش طول آن شود، در حال تعادل $F_e = mg$ خواهد بود.



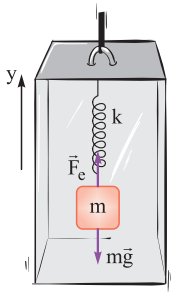
برای وزنهٔ آویخته به فنر قائم درون آسانسور می‌توان نوشت:

$$F_e = m(g+a)$$

- اگر شتاب آسانسور رو به بالا باشد $a > 0$ است.
- اگر شتاب آسانسور رو به پایین باشد $a < 0$ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

اگر ثابت فنر را با k و تغییر طول فنر را با x نشان دهیم، داریم:



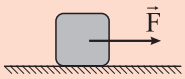
$$\begin{cases} F_e = m(g+a) \\ F_e = kx \end{cases} \Rightarrow kx = m(g+a)$$

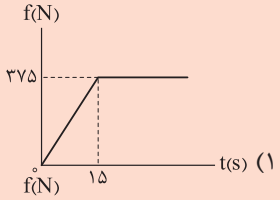
$$\xrightarrow[x=35-30=5\ cm=\frac{5}{100}m]{k=600\ N/m,\ m=4kg,\ g=10\ N/kg} 600\times\frac{5}{100} = 4(10+a)$$

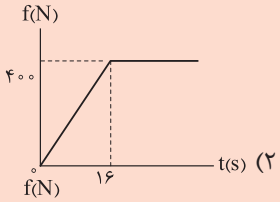
$$\Rightarrow 30 = 40 + 4a \Rightarrow a = -\frac{10}{4} = -2/5\ m/s^2$$

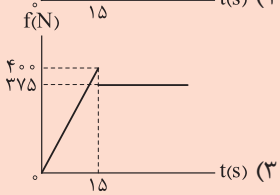
از آن‌جا که شتاب به‌دست‌آمده علامت منفی دارد، جهت این شتاب رو به پایین است.

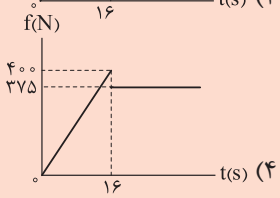
۱۴ در شکل زیر، جسمی به جرم ۵۰ kg روی سطح افقی به ضریب اصطکاک ایستایی ۰/۸ و ضریب اصطکاک جنبشی ۰/۷۵ ساکن است. به این جسم نیروی افقی $\vec{F}$ وارد می‌شود. اگر اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ برحسب زمان در SI به صورت $F = 25t$ تغییر کند، نمودار اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر جسم برحسب زمان (t) کدام است؟ $(g = 10\ m/s^2)$



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

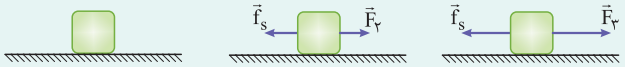
پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

نیروی اصطکاک ایستایی یا در حال سکون (f_s)

وقتی نیرویی بخواهد جسمی را روی سطحی به حرکت درآورد ولی قادر به تکان‌دادن آن نباشد، معلوم می‌شود نیروی دیگری هم‌اندازهٔ آن و در جهت مخالف، بر جسم اثر می‌کند که مانع حرکت می‌شود. این نیروی مخالف، همان f_s است و مقدارهای متفاوتی بین صفر تا یک مقدار بیشینه دارد.

نیروی f_s را می‌توان با توجه به توازن نیروها و قانون دوم نیوتون تعیین کرد. مثلاً در شکل‌های زیر، برای جسم ساکن داریم:



$f_s = F_1 = 0$ $\quad$ $f_s = F_2$ $\quad$ $f_s = F_3$

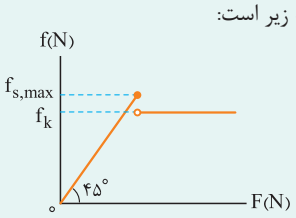
بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی که جسم برای شروع حرکت با آن روبه‌رو می‌شود، نیروی اصطکاک ایستایی در آستانهٔ حرکت $(f_{s,max})$ نامیده می‌شود و در واقع به اندازهٔ کم‌ترین نیروی محرکی است که می‌تواند حرکت جسم را آغاز کند:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N$$

μ_s: ضریب اصطکاک ایستایی

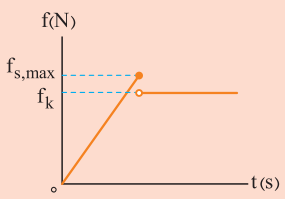
F_N: اندازهٔ نیروی عمودی سطح (N)

نمودار اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر یک جسم برحسب اندازهٔ نیروی محرک (F) به صورت زیر است:

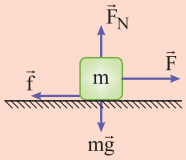


پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در این سؤال، نیروی محرک (F) با زمان (t) متناسب است $(F = 25t)$؛ بنابراین نمودار نیروی اصطکاک برحسب زمان نیز به صورت مقابل است. (ردّ گزینه‌های (۱) و (۲))



گام دوم: اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) و اندازهٔ نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت ($f_{s,max}$) را به دست می‌آوریم:



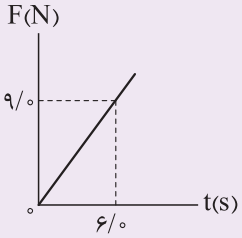
$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow[\mu_k = ۰/۷۵]{F_N = mg = ۵ \times ۱۰ = ۵۰۰\ N} f_k = ۰/۷۵ \times ۵۰۰ = ۳۷۵\ N$$

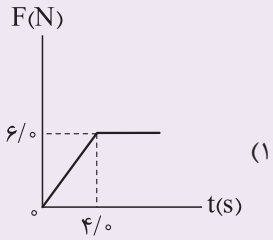
$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow[\mu_s = ۰/۸]{F_N = ۵۰۰\ N} f_{s,max} = ۰/۸ \times ۵۰۰ = ۴۰۰\ N \Rightarrow f_{s,max} = F = ۴۰۰\ N$$

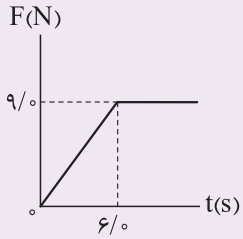
$$F = ۲۵t \Rightarrow ۴۰۰ = ۲۵t \Rightarrow t = ۱۶\ s$$

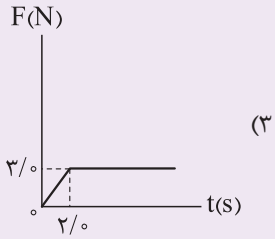
کنکور

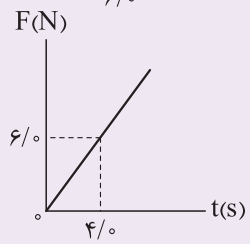
جسمی به جرم ۳ kg بر روی یک سطح افقی قرار دارد. ضریب اصطکاک بین جسم و سطح برابر با ۰/۲ است. یک نیروی افقی متغیر با زمان، مطابق نمودار مقابل، به جسم وارد می‌شود. نمودار نیروی اصطکاک برحسب زمان کدام است؟ (ضریب اصطکاک جنبشی و ضریب اصطکاک ایستایی، یکسان فرض شوند و $g = ۱۰\ m/s^2$) (سؤال ۵۵ کنکور تجربی ۱۴۰۴ـ نوبت دوم)



۱)


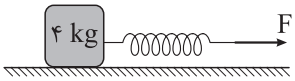
۲)


۳)


۴)


فیزیک

۱۵ در شکل زیر، جسمی به جرم ۴ kg روی سطح افقی توسط فنری افقی با ثابت ۵۰۰ N / m و با سرعت ثابت کشیده می‌شود. اگر بزرگی نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند ۵۰ N باشد، طول فنر نسبت به طول عادی آن چند سانتی‌متر افزایش پیدا می‌کند؟ (g = ۱۰ N / kg و مقاومت هوا ناچیز است.)



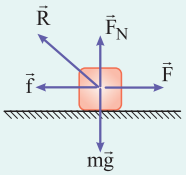
۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

نیروی سطح

از طرف سطح تماس، دو نیروی $\vec{F}_N$ (نیروی عمودی سطح) و $\vec{f}$ (نیروی اصطکاک) بر جسم اثر می‌کنند. این دو نیرو بر هم عمود بوده و برایند آن‌ها، نیروی سطح بر جسم نام دارد که آن را با $\vec{R}$ نشان می‌دهیم:



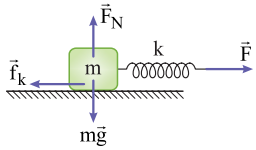
$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: با معلوم‌بودن اندازهٔ نیروی سطح (R)، نیروی اصطکاک جنبشی را حساب می‌کنیم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} \xrightarrow[R=۵۰\ N]{F_N = mg = ۴\times ۱۰ = ۴۰\ N} ۵۰ = \sqrt{۴۰^2 + f_k^2} \Rightarrow f_k = ۳۰\ N$$

گام دوم: چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، شتاب آن صفر بوده و به کمک قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

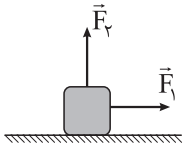


$$F_{net} = ma \xrightarrow{a=۰} F_{net} = ۰ \Rightarrow F - f_k = ۰ \xrightarrow{F=kx} kx = f_k$$

$$\xrightarrow[f_k = ۳۰\ N]{k = ۵۰۰\ N/m} ۵۰۰x = ۳۰ \Rightarrow x = ۰/۰۶m = ۶\ cm$$

فیزیک

۱۶ در شکل زیر، به جسمی به جرم $8\ kg$ نیروی افقی و ثابت $\vec{F}_1$ و نیروی قائم $\vec{F}_2$ وارد می‌شود و جسم روی سطح افقی به صورت تندشونده در حال حرکت است. اگر اندازهٔ نیروی $\vec{F}_2$، $20\ N$ افزایش یابد، اندازهٔ شتاب جسم $1/5\ m/s^2$ تغییر می‌کند. ضریب اصطکاک جنبشی سطح افقی برابر کدام است؟ $(g = 10\ m/s^2)$

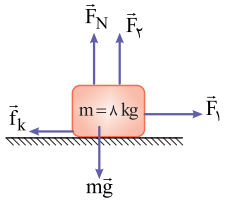


۱) $\frac{10}{3}$ ۲) $\frac{3}{10}$ ۳) $\frac{5}{3}$ ۴) $\frac{3}{5}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: از آن‌جا که جسم به صورت تندشونده حرکت می‌کند، اندازهٔ نیروی $\vec{F}_1$ از اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی $(\vec{f}_k)$ بیشتر است. از طرفی چون افزایش نیروی $\vec{F}_2$ سبب کاهش نیروی اصطکاک می‌شود، اندازهٔ شتاب جسم نسبت به حالت اول افزایش می‌یابد:



گام دوم: قانون دوم نیوتون را در هر دو حالت و در راستای افقی برای جسم می‌نویسیم:

- حالت اول:

$$F_{net} = ma_1 \Rightarrow F_1 - f_k = ma_1 = 8a_1 \quad (I)$$
$$\Rightarrow F_1 - 8a_1 = f_k$$

- حالت دوم:

$$F'_{net} = ma'_1 \Rightarrow F_1 - f'_k = m(a_1 + 1/5) \Rightarrow F_1 - f'_k = 8a_1 + 12 \Rightarrow F_1 - 8a_1 = f'_k + 12 \quad (II)$$

از ترکیب روابط (I) و (II) داریم:

$$f_k = f'_k + 12$$

گام سوم: نیروی عمودی سطح را در هر دو حالت پیدا می‌کنیم:

- حالت اول:

$$F_N + F_2 - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg - F_2 = 80 - F_2$$

- حالت دوم:

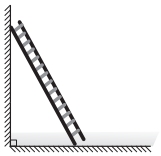
$$F'_N + (F_2 + 20) - mg = 0 \Rightarrow F'_N + F_2 + 20 - 80 = 0 \Rightarrow F'_N = 60 - F_2$$

گام چهارم: نتایج به‌دست‌آمده در گام‌های دوم و سوم را با هم ترکیب می‌کنیم و ضریب اصطکاک جنبشی سطح افقی را حساب می‌کنیم:

$$f_k = f'_k + 12 \Rightarrow \mu_k F_N = \mu_k F'_N + 12 \Rightarrow \mu_k(80 - F_2) = \mu_k(60 - F_2) + 12$$
$$\Rightarrow 80\mu_k - \cancel{\mu_k F_2} = 60\mu_k - \cancel{\mu_k F_2} + 12 \Rightarrow 20\mu_k = 12 \Rightarrow \mu_k = \frac{3}{5}$$

فیزیک

۱۷ در شکل زیر، نردبانی همگن به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده است. ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح افقی و پای نردبان ۰/۷۵ است. در آستانهٔ سرخوردن نردبان، نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، چند برابر نیرویی است که دیوار به نردبان وارد می‌کند؟



۱) $\frac{۳}{۵}$

۲) $\frac{۴}{۵}$

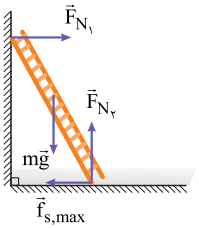
۳) $\frac{۵}{۳}$

۴) $\frac{۵}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: نیروهای وارد بر نردبان را در هر دو راستای افقی و قائم روی شکل نشان می‌دهیم. نیروی خالص وارد بر نردبان صفر است و می‌توان نوشت:



$$F_{N_2} - mg = 0 \Rightarrow F_{N_2} = mg$$

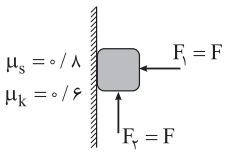
$$F_{N_1} - f_{s,max} = 0 \Rightarrow F_{N_1} = f_{s,max} \Rightarrow F_{N_1} = \mu_s F_{N_2}$$

$$\xrightarrow{\mu_s = 0/75} F_{N_1} = 0/75\, F_{N_2} \Rightarrow F_{N_2} = \frac{۴}{۳} F_{N_1}$$

گام دوم: نسبت بزرگی نیروی سطح افقی بر نردبان (R) به بزرگی نیروی دیوار بر نردبان (F_{N_1}) را به دست می‌آوریم:

$$R = \sqrt{f_{s,max}^2 + F_{N_2}^2} \xrightarrow[F_{N_2} = \frac{۴}{۳} F_{N_1}]{f_{s,max} = F_{N_1}} R = \sqrt{F_{N_1}^2 + \frac{۱۶}{۹} F_{N_1}^2} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{۲۵}{۹} F_{N_1}^2} = \frac{۵}{۳} F_{N_1} \Rightarrow \frac{R}{F_{N_1}} = \frac{۵}{۳}$$

۱۸ در شکل زیر، جسمی به جرم ۹ kg با نیروی افقی $\vec{F}_1$ به دیوار قائمی تکیه داده شده است و با وجود نیروی قائم $\vec{F}_2$ در آستانهٔ حرکت به سمت پایین قرار دارد. اگر اندازهٔ هر یک از دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$، ۲ برابر شود، اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر جسم چند برابر می‌شود؟ $(g = 10\ m/s^2)$

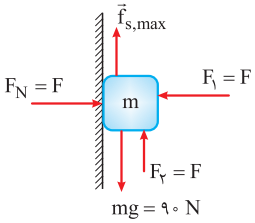


۱) $\frac{1}{5}$
۲) $\frac{1}{4}$
۳) $\frac{3}{5}$
۴) $\frac{4}{5}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: نیروهای وارد بر جسم را در هر دو راستای افقی و قائم رسم می‌کنیم. از آن‌جا که جسم در آستانهٔ حرکت رو به پایین قرار دارد، $f_{s,max}$ رو به بالا بر جسم اثر می‌کند و جسم در حال تعادل است.



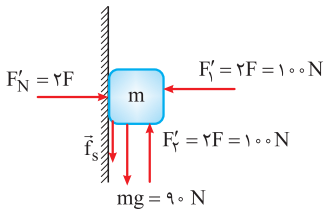
$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F_N - F_1 = 0 \Rightarrow F_N = F_1 \Rightarrow F_N = F$$

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow f_{s,max} - mg - F_2 = 0 \Rightarrow f_{s,max} - 90 + F = 0 \Rightarrow \mu_s F_N + F = 90$$

$$\xrightarrow[F_N = F]{\mu_s = 0/8} 0/8F + F = 90 \Rightarrow 1/8F = 90 \Rightarrow F = 50\ N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s F = 0/8 \times 50 = 40\ N$$

گام دوم: نیروهای وارد بر جسم را در حالت دوم نیز رسم می‌کنیم؛ این‌دفعه نیروی اصطکاک کاهش می‌یابد و جهت آن نیز برعکس می‌شود:



$$F'_2 - mg - f_s = 0 \Rightarrow 100 - 90 - f_s = 0 \Rightarrow f_s = 10\ N$$

گام سوم: نسبت نیروی اصطکاک در دو حالت را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{f_s}{f_{s,max}} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

فیزیک

۱ چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) وقتی نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند، جسم با شتاب ثابت $(a \neq 0)$ حرکت می‌کند.

ب) در تصادفات، کیسهٔ هوا با افزایش مدت‌زمان برخورد، نیروی متوسط وارد بر سرنشین را کاهش می‌دهد.

پ) نیروی اصطکاک جنبشی به مساحت سطح تماس دو جسم بستگی ندارد.

ت) در حالتی‌که یک جسم با تندی حدی خود در حال سقوط است، نیروی مقاومت هوای وارد بر آن برابر صفر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

مشاوره این تست به صورت ترکیبی از سؤال‌های امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۲ و خرداد ۱۴۰۳ طرح شده است.

درس Box

۱) رابطهٔ قانون دوم نیوتون:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$\vec{F}_{net}$ = نیروی خالص وارد بر جسم (N)

m = جرم جسم (kg)

$\vec{a}$ = شتاب حرکت (m/s^2)

$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ = تغییر سرعت (m/s)

$\Delta t = t_2 - t_1$ = بازهٔ زمانی (s)

۲) رابطهٔ نیروی اصطکاک جنبشی:

$$f_k = \mu_k F_N$$

f_k = اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی (N)

μ_k = ضریب اصطکاک جنبشی

F_N = اندازهٔ نیروی عمودی سطح (N)

۳) تندی حدی: وقتی جسمی درون شاره‌ای سقوط می‌کند، در صورتی که نیروهای وارد بر آن متوازن شوند، با تندی ثابتی به نام تندی حدی به طرف پایین حرکت می‌کند. در این‌حالت می‌توان نوشت:



$$F_{net} = 0 \Rightarrow f_D - W = 0 \Rightarrow f_D = W$$

f_D = اندازهٔ نیروی مقاومت شاره (N)

W = اندازهٔ نیروی وزن جسم (N)

پاسخ خیلی تشریحی

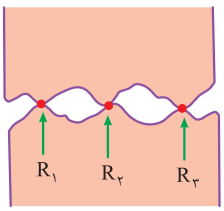
درستی یا نادرستی هر یک از عبارت‌های داده‌شده را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

الف) وقتی نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند، نیروی خالص وارد بر جسم، صفر بوده و شتاب نیز صفر می‌شود؛ پس شتاب نمی‌تواند هر عدد ثابتی مثل ۲ یا ۳ یا ... باشد؛ بنابراین عبارت «الف» نادرست است.

$$a = \frac{F_{net}}{m} \xrightarrow{F_{net}=0} a = 0$$

ب) طبق رابطهٔ قانون دوم نیوتون، نیروی متوسط وارد بر سرنشینان خودرو با مدت‌زمان برخورد نسبت وارون دارد. پس با افزایش Δt، نیروی متوسط F_{av} کاهش می‌یابد و عبارت «ب» درست است.

$$\downarrow F_{av} = m\frac{\Delta v}{\uparrow \Delta t}$$



پ) برای یک جسم معین، نیروی اصطکاک f_k به این‌که جسم از چه وجهی روی سطح قرار بگیرد بستگی ندارد. گرچه اندازهٔ سطح ظاهری تماس در دو حالت مختلف فرق دارد ولی تعداد نقاط درگیر تماس در هر دو حالت یکسان است. تعداد این نقاط به F_N بستگی دارد. در رابطهٔ $f_k = \mu_k F_N$ نیز اندازهٔ ظاهری مساحت تماس نقشی ندارد؛ بنابراین عبارت «پ» درست است.

ت) وقتی جسمی با تندی حدی خود در حال سقوط است، نیروی مقاومت هوای وارد بر آن با نیروی وزن جسم برابر می‌شود:

$$f_D = mg \neq 0$$

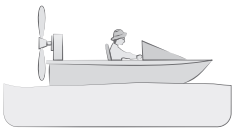
یعنی آن‌چه صفر می‌شود، شتاب حرکت و نیروی خالص وارد بر جسم است نه آن‌که f_D برابر صفر شود؛ بنابراین عبارت «ت» نادرست است.

فیزیک

۲ در شکل زیر، جرم قایق موتوری و سرنشین آن ۴۰۰ kg است. اگر اندازهٔ نیروی پیشران و نیروی مقاومت وارد بر قایق به ترتیب ۱۳۰۰N و ۵۰۰N باشد، در مدتی که تندی قایق از صفر به ۱۰ m / s می‌رسد، قایق چند متر جابه‌جا می‌شود؟

۱) ۲۵ ۲) ۵۰

۳) ۲۵۰ ۴) ۵۰۰



مشاوره این تست براساس یکی از مثال‌های فصل ۲ کتاب درسی فیزیک (۳) طراحی شده است. مثال‌های کتاب درسی را جدی بگیرید.

Hint با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت را پیدا کنید. سپس به کمک رابطهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی قایق را حساب کنید.

درس Box معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی (رابطهٔ مستقل از زمان) در حرکت با شتاب ثابت به صورت مقابل است: $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$

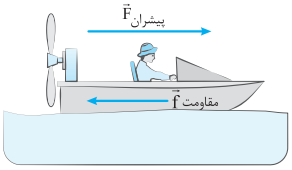
$v = $ سرعت متحرک در مکان x (m/s)

$v_0 = $ سرعت متحرک در مکان x_0 (m/s)

$a = $ شتاب حرکت (m/s^2)

$\Delta x = x - x_0 = $ جابه‌جایی (m)

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** قانون دوم نیوتون را در راستای افقی برای قایق می‌نویسیم و از آن‌جا شتاب حرکت را پیدا می‌کنیم:



$F = $ اندازهٔ نیروی پیشران (N)

$f = $ اندازهٔ نیروی مقاومت (N)

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f = ma \xrightarrow[m=400\,kg]{F=1300\,N,\ f=500\,N} 1300 - 500 = 400a \Rightarrow a = \frac{800}{400} = 2\,m/s^2$$

گام دوم: با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی (رابطهٔ مستقل از زمان)، جابه‌جایی قایق را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow[a=2\,m/s^2]{v=10\,m/s,\ v_0=0} 10^2 - 0 = 2(2)\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{100}{4} = 25m$$

۳ جسمی به جرم $۲\ kg$ از ارتفاع ۷۲متری سطح زمین رها شده و $۴\ s$ بعد به سطح زمین می‌رسد. اندازهٔ نیروی مقاومت هوای وارد بر جسم، با فرض ثابت‌بودن، چند نیوتون است؟ $(g = ۹/۸\ N/kg)$

۱) ۰/۸ ۲) ۱ ۳) ۱/۶ ۴) ۲

مشاوره در مسائلی که به صورت ترکیبی بین حرکت‌شناسی و دینامیک مطرح می‌شوند، حلقهٔ رابط بین این دو مبحث، کمیت شتاب است؛ بنابراین در حل این نوع تست‌ها، بدون تردید، ابتدا باید شتاب حرکت را پیدا کنید.

Hint ابتدا شتاب حرکت را پیدا کنید، سپس به کمک قانون دوم نیوتون، نیروی مقاومت هوا را به دست آورید.

درس Box معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت به صورت زیر است:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$$

$\Delta x =$ جابه‌جایی (m)

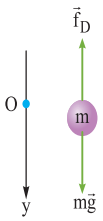
$a =$ شتاب $(m/s^۲)$

$t =$ زمان (s)

$v_۰ =$ سرعت اولیه (m/s)

نکته این رابطه در راستای قائم (روی محور y) نیز می‌تواند به کار رود.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** به کمک معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان، شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم و برای سهولت در محاسبات، جهت مثبت محور y را رو به پایین در نظر می‌گیریم:



$$\Delta y = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \xrightarrow[t=۴s]{\Delta y=۷۲m\ ,\ v_۰=۰} ۷۲ = \frac{۱}{۲}a(۴)^۲$$

$$\Rightarrow ۷۲ = ۸a \Rightarrow a = ۹\ m/s^۲$$

نکته این حرکت، سقوط آزاد محسوب نمی‌شود؛ زیرا نیروی مقاومت هوا در این‌جا دخالت دارد.

گام دوم: قانون دوم نیوتون را برای این جسم می‌نویسیم و از آن‌جا نیروی مقاومت هوا را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - f_D = ma \xrightarrow[a=۹\ m/s^۲]{m=۲\ kg\ ,\ g=۹/۸\ m/s^۲} ۲\times ۹/۸ - f_D = ۲\times ۹ \Rightarrow ۱۹/۶ - f_D = ۱۸$$

$$\Rightarrow f_D = ۱/۶N$$

فیزیک

۴ فنری به جرم ناچیز و طول $40\ cm$ و ثابت $800\ N/m$ از سقف آسانسوری آویزان است. اگر وزنه‌ای به جرم $4\ kg$ را از فنر آویزان کنیم و آسانسور با شتاب رو به پایین $2\ m/s^2$ حرکت کند، طول فنر به چند سانتی‌متر می‌رسد؟ $(g = 10 m/s^2)$

۱) ۳۴ ۲) ۳۶

۳) ۴۴ ۴) ۴۶

مشاوره این تست کاملاً مشابه یکی از سؤال‌های کنکور تجربی ۱۴۰۳ در نوبت اول است. مشابه این سؤال در تمرین‌های کتاب درسی نیز وجود دارد.

Hint دو نیروی کشسانی فنر و وزن را روی جسم مشخص کنید. سپس با نوشتن قانون دوم نیوتون، طول فنر را در این حالت حساب کنید.

درس Box اگر فنری نسبت به حالت عادی خود، به اندازهٔ x کشیده یا فشرده شود، فنر به جسم متصل به خود نیروی کشسانی وارد می‌کند. اندازهٔ این نیرو طبق قانون هوک، با ثابت فنر و تغییر طول فنر متناسب است:

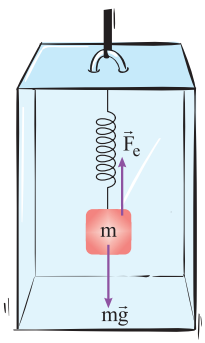
$$F_e = kx$$

F_e = نیروی کشسانی فنر (N)

k = ثابت فنر (N/m)

x = تغییر طول فنر (m)

پاسخ خیلی تشریحی براساس شکل زیر، وقتی آسانسور با شتاب رو به پایین در حرکت است، طول فنر را به دست می‌آوریم. برای این کار از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم و برای سادگی محاسبات، جهت مثبت را رو به پایین در نظر می‌گیریم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma \xrightarrow{F_e = kx} mg - kx = ma \Rightarrow mg - k(L - L_\circ) = ma$$

$$\xrightarrow[L=40\ cm=0/4\ m,\ g=10\ m/s^2]{m=4\ kg,\ k=800\ N/m,\ a=2\ m/s^2} 4\times10 - 800(L - 0/4) = 4\times2 \Rightarrow 32 = 800(L - 0/4)$$

$$\Rightarrow L - 0/4 = 0/04 \Rightarrow L = 0/44\ m \Rightarrow L = 44\ cm$$

فیزیک

۵ در شکل زیر، جسمی به جرم m توسط طناب سبکی، در راستای قائم و با شتاب ثابتی به بزرگی $۲\ m/s^۲$ به صورت کندشونده، به سمت پایین در حال حرکت است. اگر $\frac{۱}{۳}$ جرم جسم کنده و جدا شود، اندازهٔ شتاب جسم باقی‌مانده چند برابر می‌شود؟ (در اثر کنده‌شدن بخشی از جسم، نیروی کشش طناب تغییر نمی‌کند و $g = ۱۰\ N/kg$.)



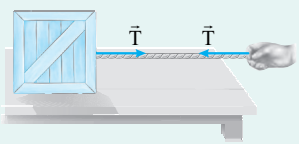
۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۸

Hint قانون دوم نیوتون را در حالت اول برای جسم بنویسید و T را برحسب m به دست آورید. در حالت دوم، جهت حرکت تغییر می‌کند. در حالت دوم نیز قانون دوم نیوتون را بنویسید و از آن‌جا شتاب حرکت را پیدا کنید.

درس Box

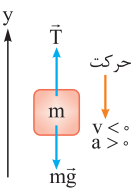
نیروی کشش طناب:

وقتی طناب متصل به جسمی تحت کشش قرار دارد، طناب، جسم را با نیرویی می‌کشد که جهت آن از جسم به سمت بیرون و در راستای طناب است. این نیرو را با $\vec{T}$ نشان می‌دهند و نیروی کشش طناب می‌نامند.



پاسخ خیلی تشریحی

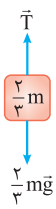
گام اول: در حالت اول، نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



سپس قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم و از آن‌جا رابطه‌ای بین T و m به دست می‌آوریم. توجه داشته باشید که حرکت کندشونده و $v < ۰$ است؛ بنابراین $a > ۰$ است:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma \xrightarrow[g=۱۰\ N/kg]{a=۲\ m/s^۲} T - ۱۰m = ۲m \Rightarrow T = ۱۲m$$

گام دوم: در حالت دوم نیز، نیروی طناب از وزن جسم بیشتر است اما این بار حرکت رو به بالا خواهد بود:



$$F'_{net} = ma'$$

$$\Rightarrow T - \frac{۲}{۳}mg = \frac{۲}{۳}ma' \xrightarrow[g=۱۰\ N/kg]{T=۱۲m} ۱۲m - \frac{۲}{۳}m \times ۱۰ = \frac{۲}{۳}ma' \Rightarrow ۱۲ - \frac{۲۰}{۳} = \frac{۲}{۳}a' \Rightarrow \frac{۱۶}{۳} = \frac{۲}{۳}a'$$

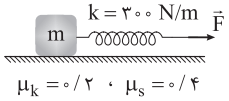
$$\Rightarrow a' = ۸\ m/s^۲$$

در پایان نسبت اندازهٔ شتاب جسم در دو حالت را حساب می‌کنیم:

$$\frac{a'}{a} = \frac{۸}{۲} = ۴$$

فیزیک

۶ در شکل زیر، جسمی به جرم $12kg$ روی یک سطح افقی توسط فنری افقی با ثابت $300\ N/m$ کشیده می‌شود. در حالتی‌که جسم در آستانهٔ حرکت قرار دارد، طول فنر به L_1 و در حالتی که جسم با شتاب $1\ m/s^2$ به حرکت درمی‌آید، طول فنر به L_2 می‌رسد. $L_2 - L_1$ برابر چند سانتی‌متر است؟ $(g = 10\ N/kg)$



۱) ۲
۲) ۴
۳) −۲
۴) −۴

Hint

با فرض آن‌که طول آزاد فنر L_0 باشد، در حالت اول که جسم در آستانهٔ حرکت قرار دارد، با استفاده از توازن نیروها، حاصل $L_1 - L_0$ را به دست آورید. سپس در حالت دوم و به کمک قانون دوم نیوتون، حاصل $L_2 - L_0$ را پیدا کنید. در نهایت نیز $L_2 - L_1$ را حساب کنید.

درس Box

بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی که جسم برای شروع حرکت با آن روبه‌رو می‌شود، نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت $(f_{s,max})$ نامیده می‌شود:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N$$

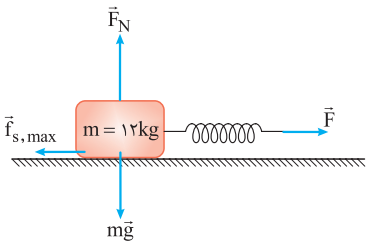
$f_{s,max}$ = نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت (N)

μ_s = ضریب اصطکاک ایستایی

F_N = نیروی عمودی سطح (N)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: نیروهای وارد بر جسم در حالت اول را روی شکل مشخص کرده و اندازهٔ هر یک از آن‌ها را به دست می‌آوریم:



$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg \xrightarrow[g=10\ N/kg]{m=12\ kg} F_N = 12\times 10 = 120\ N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow[F_N=120\ N]{\mu_s=0/4} f_{s,max} = 0/4\times 120 = 48\ N$$

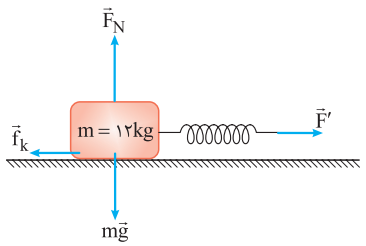
گام دوم: قانون دوم نیوتون در حالت اول که جسم ساکن است، به صورت زیر به کار می‌رود:

$$(F_{net})_x = ma \xrightarrow{a=0} F - f_{s,max} = 0 \Rightarrow F = f_{s,max} = 48\ N$$

اکنون رابطه‌ای بین L_1 و طول آزاد فنر (L_0) به دست می‌آوریم:

$$F = k(L_1 - L_0) \xrightarrow[k=300\ N/m]{F=48\ N} 48 = 300(L_1 - L_0) \Rightarrow L_1 - L_0 = 0/16\ m = 16cm$$

گام سوم: در حالت دوم که جسم در حال حرکت است نیز نیروهای وارد بر جسم را روی شکل نشان داده و اندازهٔ هر یک از آن‌ها را تعیین می‌کنیم:



$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow[F_N=120N]{\mu_k=0/2} f_k = 0/2\times 120 = 24\ N$$

قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم و $L_2 - L_0$ را حساب می‌کنیم:

$$(F'_{net})_x = ma' \Rightarrow F' - f_k = ma' \Rightarrow F' - 24 = 12\times 1 \Rightarrow F' = 36\ N$$

گام چهارم: رابطهٔ بین $L_۲$ و $L_۰$ را در این حالت پیدا می‌کنیم:

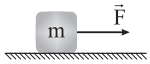
$$F' = k\Delta L' \xrightarrow[k=۳۰۰\,N/m]{F'=۳۶\,N} ۳۶ = ۳۰۰(L_۲ - L_۰) \Rightarrow L_۲ - L_۰ = ۰/۱۲\,m \Rightarrow L_۲ - L_۰ = ۱۲\,cm$$

گام پنجم: در پایان نیز $L_۲ - L_۱$ را محاسبه می‌کنیم:

$$(L_۲ - L_۰) - (L_۱ - L_۰) = L_۲ - L_۱ \Rightarrow ۱۲ - ۱۶ = L_۲ - L_۱ \Rightarrow L_۲ - L_۱ = -۴\,cm$$

فیزیک

۷ در شکل زیر، به جسم نیروی افقی $\vec{F}$ وارد شده و جسم روی سطح افقی با تندی ثابت $15\ m/s$ در حال حرکت است. در این حالت، نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند، با راستای افقی زاویهٔ 53° می‌سازد. اگر در لحظه‌ای نیروی $\vec{F}$ حذف شود، چند ثانیه پس از این لحظه، جسم متوقف می‌شود؟ $(\sin 53^\circ = 0/8 \text{ و } g = 10\ N/kg)$

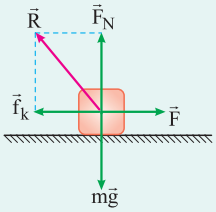


۱) ۱/۲ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

مشاوره یک بار دیگر با تستی روبه‌رو هستیم که به صورت ترکیبی بین حرکت‌شناسی و دینامیک مطرح شده است. بدون تردید باید شتاب حرکت را پیدا کنیم.

Hint به کمک توازن نیروها، شتاب حرکت را حساب کنید. سپس از معادلهٔ سرعت ـ زمان استفاده کنید و زمان توقف را محاسبه کنید.

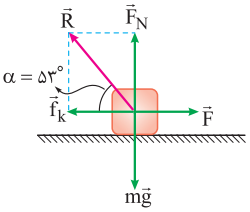
درس Box از طرف سطح تماس، دو نیروی $\vec{F}_N$ (نیروی عمودی سطح) و $\vec{f}$ (نیروی اصطکاک) بر جسم اثر می‌کنند. این دو نیرو بر هم عمود بوده و برایند آن‌ها، نیروی سطح بر جسم نام دارد که آن را با $\vec{R}$ نشان می‌دهیم:



$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

نکته نیروی f برحسب شرایط، ممکن است به صورت f_s، $f_{s,max}$ یا f_k باشد.

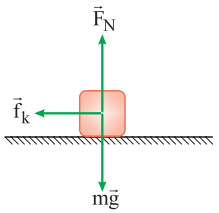
پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با توجه به این‌که در حالت اول تندی جسم ثابت است، نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.



$$\tan\alpha = \frac{F_N}{f_k} \xrightarrow{\alpha=53^\circ} \frac{\sin 53^\circ}{\cos 53^\circ} = \frac{F_N}{f_k}$$

$$\xrightarrow[\cos 53^\circ = 0/6]{\sin 53^\circ = 0/8} \frac{0/8}{0/6} = \frac{F_N}{f_k} \Rightarrow f_k = \frac{3}{4}F_N \xrightarrow{F_N = mg} f_k = \frac{3}{4}mg$$

گام دوم: در حالت دوم که $\vec{F}$ حذف می‌شود، به کمک قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را پیدا می‌کنیم:



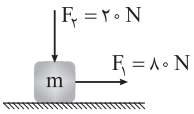
$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \xrightarrow{f_k = \frac{3}{4}mg} -\frac{3}{4}mg = ma$$

$$\xrightarrow{g = 10\ m/s^2} a = -\frac{3}{4} \times 10 = -7/5\ m/s^2$$

گام سوم: با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان، می‌توانیم زمان توقف را محاسبه کنیم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[a=-7/5\ m/s^2]{v=0,\ v_0=15\ m/s} 0 = -7/5\,t + 15 \Rightarrow t = 2\ s$$

۸ در شکل زیر، جعبه‌ای تحت تأثیر نیروی افقی F_1 و نیروی قائم F_2، در مبدأ زمان از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. در لحظهٔ $t = ۳s$ نیروی F_1 حذف شده و $۲s$ پس از آن جعبه متوقف می‌شود. اگر جابه‌جایی جعبه از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ توقف آن، برابر $۳۰m$ باشد، جرم جعبه چند کیلوگرم است؟ $(g = ۱۰ N/kg)$



۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۱۰ ۴) ۸

مشاوره این‌جا هم با یک تست ترکیبی بین حرکت‌شناسی و دینامیک روبه‌رو هستیم. کلید حل این نوع سؤال‌ها پیداکردن شتاب است.

Hint حرکت را در دو مرحله در نظر بگیرید و به کمک معادله‌های حرکت‌شناسی، شتاب هر مرحله را به دست آورید. سپس این شتاب‌ها را در قانون دوم نیوتون به کار ببرید و جرم جعبه را به دست آورید.

درس Box

۱) رابطهٔ شتاب متوسط در حرکت روی خط راست:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱}$$

a_{av} = شتاب متوسط $(m/s^۲)$

$\Delta v = v_۲ - v_۱$ = تغییر سرعت (m/s)

$\Delta t = t_۲ - t_۱$ = بازهٔ زمانی (s)

$v_۱$ = سرعت در لحظهٔ $t_۱$ (m/s)

$v_۲$ = سرعت در لحظهٔ $t_۲$ (m/s)

نکته اگر حرکت با شتاب ثابت باشد، می‌توان شتاب لحظه‌ای و شتاب متوسط را برابر در نظر گرفت $(a = a_{av})$.

۲) رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان به صورت مستقل از سرعت اولیه به شکل زیر است:

$$\Delta x = -\frac{۱}{۲}at^۲ + vt$$

Δx = جابه‌جایی (m)

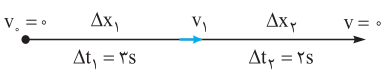
a = شتاب $(m/s^۲)$

t = زمان (s)

v = سرعت در پایان بازهٔ زمانی (m/s)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: حرکت از دو بخش تشکیل شده است. ابتدا تندشونده و سپس کندشونده:



به کمک معادله‌های حرکت‌شناسی، دو رابطه بین شتاب‌های دو مرحلهٔ اول و دوم $(a_۱$ و $a_۲)$ تشکیل می‌دهیم و از آن‌جا $a_۱$ و $a_۲$ را پیدا می‌کنیم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} a_۱ = \frac{v_۱ - ۰}{۳} = \frac{v_۱}{۳} \\ a_۲ = \frac{۰ - v_۱}{۲} = -\frac{v_۱}{۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{a_۱}{a_۲} = \frac{\frac{v_۱}{۳}}{-\frac{v_۱}{۲}} = -\frac{۲}{۳}$$

از طرفی، مجموع جابه‌جایی‌های دو مرحله برابر ۳۰ متر است:

$$\Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۳۰$$

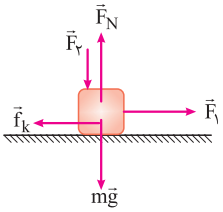
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}a_۱(\Delta t_۱)^۲ + v_۰(\Delta t_۱) + (-\frac{۱}{۲}a_۲(\Delta t_۲)^۲ + v(\Delta t_۲)) = ۳۰$$

$$\xrightarrow[\Delta t_۱ = ۳s,\ \Delta t_۲ = ۲s]{v_۰ = ۰,\ v = ۰} \frac{۱}{۲}a_۱(۳)^۲ - \frac{۱}{۲}a_۲(۲)^۲ = ۳۰$$

$$\Rightarrow ۹a_۱ - ۴a_۲ = ۶۰ \xrightarrow{a_۱ = -\frac{۲}{۳}a_۲} ۹(-\frac{۲}{۳}a_۲) - ۴a_۲ = ۶۰ \Rightarrow -۱۰a_۲ = ۶۰ \Rightarrow a_۲ = -۶\ m/s^۲$$

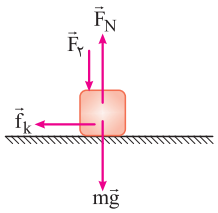
$$a_۱ = -\frac{۲}{۳}a_۲ = -\frac{۲}{۳} \times (-۶) = ۴\ m/s^۲$$

گام دوم: رابطهٔ قانون دوم نیوتون را در حالت اول و در راستای افقی می‌نویسیم:



$$(F_{net})_۱ = ma_۱ \Rightarrow F_۱ - f_k = ma_۱$$

رابطهٔ قانون دوم نیوتون را در حالت دوم که نیروی $F_۱$ حذف شده است نیز می‌نویسیم:



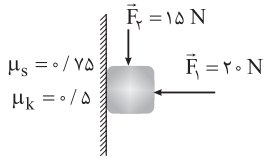
$$(F_{net})_۲ = ma_۲ \Rightarrow -f_k = ma_۲$$

گام سوم: نتایج به‌دست‌آمده در گام دوم را با هم ترکیب می‌کنیم و جرم جعبه را به دست می‌آوریم:

$$F_۱ + ma_۲ = ma_۱ \xrightarrow[a_۲ = -۶\ m/s^۲]{a_۱ = ۴\ m/s^۲ ,\ F_۱ = ۸۰\ N} ۸۰ + m(-۶) = m \times ۴ \Rightarrow ۸۰ = ۱۰\,m \Rightarrow m = ۸\ kg$$

فیزیک

۹ در شکل زیر، به جسمی به جرم ۵۰۰g که به دیواری قائم تکیه داده شده است، نیروی افقی $\vec{F}_1$ و نیروی قائم $\vec{F}_2$ وارد می‌شود. اندازهٔ نیرویی که جسم به دیوار قائم وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = 10\ m/s^2)$



۱) $10\sqrt{5}$
۲) ۲۰
۳) $20\sqrt{2}$
۴) ۲۵

مشاوره ساختار این تست، مشابه یکی از سؤال‌های کنکور تجربی در تیر ماه ۱۴۰۱ است.

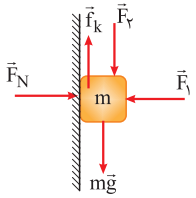
Hint ابتدا با محاسبهٔ $f_{s,max}$ و مقایسهٔ آن با حاصل $F_2 + mg$ به این نتیجه برسید که جسم حرکت می‌کند. سپس نیروی f_k را حساب کنید. در پایان نیز اندازهٔ نیروی R را به دست آورید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت را حساب می‌کنیم تا معلوم شود که جسم حرکت می‌کند یا خیر:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow[F_N = F_1 = 20\ N]{\mu_s = 0/75} f_{s,max} = 0/75 \times 20 = 15\ N$$

مجموع نیروهای رو به پایین F_2 و mg بیشتر از $f_{s,max}$ است؛ بنابراین جسم رو به پایین به حرکت در می‌آید:



$$\xrightarrow[m = 500\ g = 0/5\ kg]{F_2 = 15\ N,\ g = 10\ m/s^2} F_2 + mg = 15 + 0/5 \times 10 = 20\ N$$

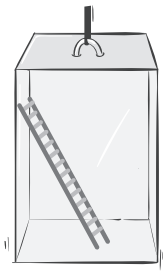
$20\ N > 15\ N \Rightarrow$ جسم رو به پایین به حرکت در می‌آید.

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow[F_N = 20\ N]{\mu_k = 0/5} f_k = 0/5 \times 20 = 10\ N$$

گام دوم: طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که جسم به سطح دیوار وارد می‌کند با نیروی سطح دیوار بر جسم (R)، برابر است.

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} \xrightarrow[f_k = 10\ N]{F_N = 20\ N} R = \sqrt{20^2 + 10^2} = \sqrt{500} \Rightarrow R = 10\sqrt{5}\ N$$

۱۰ در شکل زیر، نردبانی به جرم ۲۰ kg درون اتاقک یک آسانسور که با شتاب رو به پایینی به بزرگی $۳\ m/s^۲$ در حال حرکت است، قرار دارد. اصطکاک دیوارهٔ قائم اتاقک آسانسور ناچیز است. اگر در آستانهٔ لغزش نردبان، اندازهٔ نیرویی که نردبان به دیوارهٔ قائم وارد می‌کند، ۴۲N باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین نردبان و کف اتاقک آسانسور کدام است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$



۱) ۰/۲

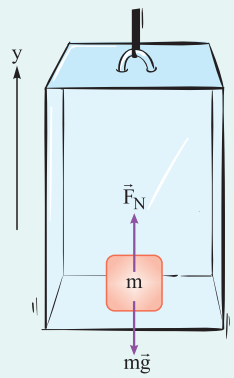
۲) ۰/۳

۳) ۰/۴

۴) ۰/۶

Hint ابتدا نیروی عمودی سطح را که از کف آسانسور بر پای نردبان وارد می‌شود، پیدا کنید. سپس نیروی اصطکاک ایستایی را به دست آورید و به کمک آن، ضریب اصطکاک ایستایی را محاسبه کنید.

درس Box اگر جسمی به جرم m درون آسانسوری قرار گیرد و آسانسور با شتاب ثابت a در راستای قائم حرکت کند، نیروی F_N (که به اندازهٔ وزن ظاهری جسم است) از طرف کف آسانسور، رو به بالا بر جسم وارد می‌شود.



$$F_N = m(g+a)$$

F_N = اندازهٔ نیروی عمودی سطح (N)

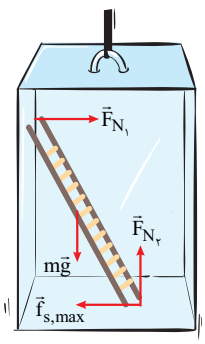
m = جرم جسم (kg)

g = شتاب گرانش در سطح زمین $(m/s^۲)$

a = شتاب حرکت آسانسور $(m/s^۲)$

نکته شتاب رو به بالا را با علامت مثبت و شتاب رو به پایین را با علامت منفی در رابطهٔ فوق به کار می‌بریم.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** نیروهای وارد بر نردبان را روی شکل نشان می‌دهیم:



نیروی $\vec{F}_{N_۲}$ از کف آسانسور و رو به بالا بر پای نردبان اثر می‌کند:

$$F_{N_۲} = m(g+a) \xrightarrow[a=-۳\ m/s^۲]{m=۲۰\ kg,\ g=۱۰\ m/s^۲} F_{N_۲} = ۲۰(۱۰-۳) = ۱۴۰\ N$$

گام دوم: در راستای افقی از توازن نیروها استفاده می‌کنیم و $f_{s,max}$ را به دست می‌آوریم:

$$(F_{net})_x = ۰ \Rightarrow F_{N_۱} - f_{s,max} = ۰ \xrightarrow{F_{N_۱}=۴۲\ N} f_{s,max} = ۴۲\ N$$

گام سوم: ضریب اصطکاک ایستایی (μ_s) را حساب می‌کنیم:

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_۲} \xrightarrow[F_{N_۲}=۱۴۰\ N]{f_{s,max}=۴۲\ N} ۴۲ = \mu_s \times ۱۴۰ \Rightarrow \mu_s = \frac{۴۲}{۱۴۰} = ۰/۳$$

فیزیک

۱۱ جسم ساکنی به جرم $10\ kg$ روی سطح افقی قرار دارد و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جسم و سطح به ترتیب $0/5$ و $0/25$ است. اگر در مبدأ زمان به جسم نیروی افقی $45N$ وارد شود، اندازهٔ تکانهٔ جسم در لحظهٔ $t = 2s$ در SI چند واحد است؟ $(g = 10\ N/kg)$

۱) ۲۵ ۲) ۲۰

۳) ۵ ۴) صفر

مشاوره این تست یکی از سؤال‌های کنکور رشتهٔ ریاضی در نوبت اول ۱۴۰۳ است که با تغییراتی در این‌جا مطرح شده است.

Hint ابتدا نیروی $f_{s,max}$ بین جسم و سطح را به دست آورید. سپس آن را با نیروی افقی‌ای که می‌خواهد جسم را به حرکت در آورد، مقایسه کنید تا معلوم شود که جسم حرکت می‌کند یا خیر. اگر حرکت نکند، تکانهٔ آن صفر خواهد بود.

درس Box حاصل‌ضرب جرم یک جسم در سرعت آن را تکانهٔ جسم می‌نامیم:

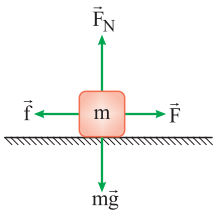
$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$\vec{p}$ = تکانه $\left(\frac{kg.m}{s}\right)$

m = جرم (kg)

$\vec{v}$ = سرعت (m/s)

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** نیروهای وارد بر جسم را روی شکل نشان می‌دهیم و اندازهٔ $\vec{F}_N$ را تعیین می‌کنیم:



$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \xrightarrow[g=10\ N/kg]{m=10\ kg} F_N = mg = 10\times 10 = 100\ N$$

گام دوم: نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت را محاسبه می‌کنیم:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow[F_N=100\ N]{\mu_s=0/5} f_{s,max} = 0/5\times 100 = 50\ N$$

از آن‌جا که $F < f_{s,max}$ است، نیروی $45\ N$ نمی‌تواند جسم را به حرکت در آورد؛ بنابراین وقتی سرعت جسم صفر است، تکانهٔ آن نیز صفر است:

$$p = mv \xrightarrow{v=0} p = 0$$

فیزیک

۱۲ خودرویی به جرم $800\ kg$ که در مسیر مستقیم در حال حرکت است، با تندی $72\ km/h$ به مانعی برخورد کرده و با تندی $18\ km/h$ در همان راستا برمی‌گردد. اگر مدت برخورد $0/2\ s$ و جرم رانندهٔ خودرو $80\ kg$ باشد، اندازهٔ نیروی خالص متوسط وارد بر راننده، در مدت برخورد چند نیوتون است؟

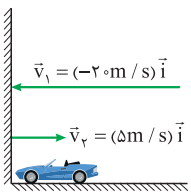
۱) 10^4 ۲) 10^5

۳) 6×10^3 ۴) 6×10^4

مشاوره این تست مشابه یکی از سؤال‌های کنکور تجربی در نوبت اول ۱۴۰۳ است.

پاسخ خیلی تشریحی نیروی خالص متوسط وارد بر راننده به کمک قانون دوم نیوتون به دست می‌آید:

$$\vec{F}_{net} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$



$$v_1 = 72\ km/h \div 3/6 = 20\ m/s$$

$$v_2 = 18\ km/h \div 3/6 = 5\ m/s$$

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = 5\,\vec{i} - (-20\,\vec{i}) = (25\ m/s)\,\vec{i}$$

$$F_{net} = m\frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=0/2\ s]{m=80\ kg,\ \Delta v=25\ m/s} F_{net} = 80\times\frac{25}{0/2} \Rightarrow F_{net} = \frac{2000}{0/2} = 10^4\ N$$

نکته چون اندازهٔ نیروی خالص متوسط وارد بر راننده خواسته شده، جرم خودرو اهمیتی ندارد.

گول نخوری مراقب باشید؛ چون اگر تندی‌های داده‌شده را به صورت نرده‌ای از هم کم کنید، در دام گزینهٔ (۳) می‌افتید.

۱۳ تندی جسمی به جرم $5\ kg$ در لحظه‌ای برابر v است. اگر با تغییر تندی جسم، اندازهٔ تکانهٔ آن $10\ \frac{kg.m}{s}$ و انرژی جنبشی آن $50\ J$ افزایش یابد، v برابر چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۳/۵ ۳) ۴ ۴) ۶

Hint رابطهٔ انرژی جنبشی جسم برحسب تکانه را در دو حالت بنویسید و اختلاف آن‌ها را برابر $50J$ قرار دهید. سپس تکانه در حالت اول (p_1) را پیدا کنید و به کمک آن $v_1 = v$ را حساب کنید.

درس Box رابطهٔ انرژی جنبشی یک جسم برحسب تکانهٔ آن:

$$K = \frac{p^2}{2m}$$

K = انرژی جنبشی (J)

m = جرم (kg)

p = اندازهٔ تکانه $(\frac{kg.m}{s})$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** اختلاف انرژی جنبشی جسم در دو حالت را برابر با $50J$ قرار می‌دهیم:

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{p_2^2}{2m} - \frac{p_1^2}{2m} = \frac{1}{2m}(p_2^2 - p_1^2) \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2m}(p_2 - p_1)(p_2 + p_1)$$

$$\xrightarrow[p_2 - p_1 = 10\ \frac{kg.m}{s}]{\Delta K = 50\ J,\ m = 5\ kg} 50 = \frac{1}{2 \times 5} \times 10\,(p_2 + p_1)$$

$$\Rightarrow p_2 + p_1 = 50\ \frac{kg.m}{s}$$

گام دوم: با داشتن دو معادله، مجهول‌های p_1 و p_2 را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} p_2 - p_1 = 10 \\ p_2 + p_1 = 50 \end{cases} \Rightarrow 2p_2 = 60 \Rightarrow p_2 = 30\ \frac{kg.m}{s}$$

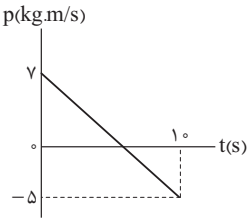
$$p_2 - p_1 = 10 \Rightarrow 30 - p_1 = 10 \Rightarrow p_1 = 20\ \frac{kg.m}{s}$$

گام سوم: رابطهٔ تکانهٔ جسم در حالت اول را می‌نویسیم و v_1 را محاسبه می‌کنیم:

$$p_1 = mv_1 \xrightarrow[m = 5\ kg]{p_1 = 20\ \frac{kg.m}{s}} 20 = 5v_1 \Rightarrow v_1 = 4\ m/s \xrightarrow{v_1 = v} v = 4\ m/s$$

فیزیک

۱۴ نمودار تکانه ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در لحظه‌ای که جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند، نیروی خالص وارد بر آن برحسب نیوتون کدام است؟



۱) $۱/۲\,\vec{i}$

۲) $-۱/۲\,\vec{i}$

۳) $۰/۷\,\vec{i}$

۴) $-۰/۷\,\vec{i}$

مشاوره این تست شبیه یکی از سؤال‌های کنکور ریاضی در نوبت دوم ۱۴۰۳ است که با تغییراتی در این‌جا مطرح شده است.

درس Box

نیروی خالص وارد بر یک جسم، با آهنگ تغییر تکانهٔ جسم برابر است:

$$\vec{F}_{net}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}=\frac{\vec{p}_۲-\vec{p}_۱}{t_۲-t_۱}$$

$\vec{F}_{net}$ = نیروی خالص (N)

$\vec{p}_۱$ = تکانه در لحظهٔ $t_۱$ $(\frac{kg.m}{s})$

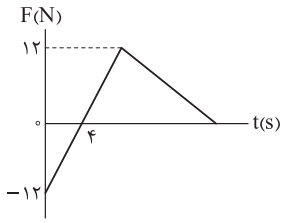
$\vec{p}_۲$ = تکانه در لحظهٔ $t_۲$ $(\frac{kg.m}{s})$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ نیروی خالص وارد بر این متحرک برابر است با $\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$ که همان شیب خط نمودار تکانه ـ زمان نیز محسوب می‌شود. از آن‌جا که شیب این خط ثابت است، نیروی خالص در مدت ۱۰s با نیروی خالص در هر لحظهٔ دیگری از این بازهٔ زمانی یکسان بوده و برابر است با:

$$\vec{F}_{net}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}=\frac{\vec{p}_۲-\vec{p}_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{-۵\vec{i}-۷\vec{i}}{۱۰-۰}=(\frac{-۱۲}{۱۰}N)\vec{i}\ \Rightarrow\ \vec{F}_{net}=(-۱/۲N)\vec{i}$$

فیزیک

۱۵ نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی برحسب زمان به شکل زیر است. جسم در مبدأ زمان ساکن است و نیروی خالص در راستای محور x بر جسم وارد می‌شود. به ترتیب از راست به چپ، در لحظهٔ $t = ۴s$ تکانهٔ جسم چند کیلوگرم متر بر ثانیه و در بازهٔ زمانی‌ای که شتاب جسم در جهت محور x است، اندازهٔ نیروی خالص متوسط وارد بر آن چند نیوتون است؟



۱) $۳ ،۲۴\vec{i}$

۲) $۶ ،۲۴\vec{i}$

۳) $۳ ،-۲۴\vec{i}$

۴) $۶ ،-۲۴\vec{i}$

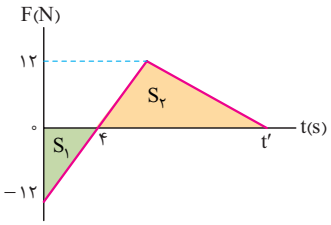
مشاوره این تست مشابه یکی از سؤال‌های کنکور ریاضی در تیرماه ۱۴۰۱ است. شکل دیگری از این سؤال در پرسش‌های دوره‌ای کتاب درسی فیزیک ۳ نیز مطرح شده است.

درس Box

اندازهٔ تغییر تکانهٔ یک جسم (Δp) با مساحت سطح زیر نمودار نیروی خالص ـ زمان آن جسم برابر است. برای بخشی از نمودار که بالای محور t قرار می‌گیرد، $\Delta p > ۰$ و برای بخشی از نمودار که پایین محور t قرار می‌گیرد، $\Delta p < ۰$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در بازهٔ زمانی ۰ تا ۴s مساحت سطح زیر نمودار $(S_۱)$ را با اندازهٔ تغییر تکانهٔ جسم در این ۴ ثانیه برابر قرار می‌دهیم:



$$\Delta p_۱ = S_۱ = \frac{-۱۲ \times ۴}{۲} = -۲۴ \frac{kg.m}{s}$$

p = تکانهٔ جسم در لحظهٔ $t = ۴s$:

$$\Delta p_۱ = p - p_۰$$

$$\xrightarrow[p_۰ = ۰]{\Delta p_۱ = -۲۴ \frac{kg.m}{s}} -۲۴ = p - ۰ \Rightarrow p = -۲۴ \frac{kg.m}{s} \Rightarrow \vec{p} = (-۲۴ \frac{kg.m}{s})\vec{i}$$

گام دوم: وقتی شتاب جسم در جهت محور x است، یعنی $a > ۰$ است. در این صورت نیروی خالص نیز مثبت است. این موضوع در بازهٔ زمانی ۴s تا لحظهٔ t' در نمودار دیده می‌شود:

$$F_{net} = \frac{\Delta p_۲}{\Delta t_۲} = \frac{S_۲}{\Delta t_۲} = \frac{\frac{(t'-۴) \times ۱۲}{۲}}{(t'-۴)} = ۶ \frac{kg.m}{s}$$

فیزیک

۱۶ ارتفاع یک ماهواره از سطح زمین ۵ برابر شعاع زمین است. وزن آن در این ارتفاع چند برابر وزنش در سطح زمین است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$

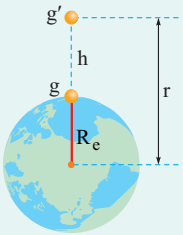
۳) $\frac{۱}{۲۵}$ ۴) $\frac{۱}{۳۶}$

مشاوره این تست یکی از سؤال‌های امتحان نهایی فیزیک (۳) در خرداد ۱۴۰۳ بوده است. این نوع سؤال چه در امتحان‌های نهایی و چه در تست‌های کنکور بارها تکرار شده است.

درس Box

شتاب گرانش در اطراف کرهٔ زمین، با مربع فاصله از مرکز زمین نسبت وارون دارد:

$$\frac{g'}{g}=(\frac{R_e}{r})^۲=(\frac{R_e}{R_e+h})^۲$$



$r=R_e+h$: فاصله از مرکز زمین

R_e : شعاع زمین

h : فاصله از سطح زمین

g : شتاب گرانش در سطح زمین

g' : شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح زمین

پاسخ خیلی تشریحی

هر چه از کرهٔ زمین دور شویم، جرم ماهواره (m) تغییری نمی‌کند، ولی به علت کاهش شتاب گرانش زمین، وزن آن (mg) کاهش می‌یابد:

$$\frac{g'}{g}=(\frac{R_e}{r})^۲ \xrightarrow{r=R_e+h=R_e+۵R_e=۶R_e} \frac{g'}{g}=(\frac{R_e}{۶R_e})^۲=(\frac{۱}{۶})^۲ \Rightarrow \frac{mg'}{mg}=\frac{g'}{g}=\frac{۱}{۳۶}$$

گول نخوری

دقت کنید که فاصلهٔ ماهواره تا **سطح زمین** را با فاصلهٔ ماهواره تا **مرکز زمین** اشتباه نگیرید؛ چون در این صورت در دام گزینهٔ (۳) می‌افتید. اگر هم توان ۲ رابطه را فراموش کنید، گزینه‌های (۱) و (۲) در کمین هستند.

فیزیک

۱۷ شعاع سیاره‌ای کروی، ۲ برابر شعاع کرهٔ زمین و چگالی آن نصف چگالی کرهٔ زمین است. شتاب گرانش در سطح این سیاره، چند برابر شتاب گرانش در سطح زمین است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۴

مشاوره این نوع سؤال که شتاب گرانش یک سیاره با چگالی آن ترکیب شود، تا به حال در کنکور مطرح نشده است. اما منتظر چنین سؤالی در کنکورهای پیش رو باشید.

Hint ابتدا رابطه‌ای برای شتاب گرانش در سطح یک سیاره برحسب چگالی و شعاع آن به دست آورید. سپس نسبت شتاب‌های گرانش خواسته‌شده را محاسبه کنید.

درس Box شتاب گرانش در سطح هر سیارهٔ کروی به جرم M و شعاع R از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$g=\frac{GM}{R^۲}$$

یعنی شتاب گرانش در سطح سیاره با جرم آن نسبت مستقیم و با مربع شعاع آن نسبت وارون دارد. حال می‌خواهیم این رابطه را برحسب چگالی مادهٔ تشکیل‌دهندهٔ سیاره (ρ) بنویسیم:

$$g=\frac{GM}{R^۲} \xrightarrow{M=\rho V=\rho\times\frac{۴}{۳}\pi R^۳} g=\frac{G\rho\frac{۴}{۳}\pi R^۳}{R^۲}=\frac{۴}{۳}\pi G(\rho R)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ شتاب گرانش در سطح زمین را با g_e، شعاع زمین را با R_e و چگالی زمین را با ρ_e نشان می‌دهیم:

$$\frac{g}{g_e}=\frac{\frac{۴}{۳}\pi G(\rho R)}{\frac{۴}{۳}\pi G(\rho_e R_e)} \xrightarrow[R=۲R_e]{\rho=\frac{۱}{۲}\rho_e} \frac{g}{g_e}=\frac{\frac{۱}{۲}\rho_e}{\rho_e}\times\frac{۲R_e}{R_e}=۱$$

۱۸ سفینه‌ای بین کرهٔ ماه و کرهٔ زمین قرار دارد و نیروی خالص گرانشی که از طرف ماه و زمین بر آن وارد می‌شود، برابر صفر است. اگر فاصلهٔ مرکز کرهٔ زمین تا مرکز کرهٔ ماه $۴\times۱۰^{۵}\,km$ باشد، فاصلهٔ سفینه تا مرکز کرهٔ زمین چند کیلومتر است؟ (جرم کرهٔ زمین را ۸۱ برابر جرم کرهٔ ماه در نظر بگیرید.)

۱) ۴×۱۰^{۳} ۲) $۳/۶\times۱۰^{۴}$

۳) ۴×۱۰^{۴} ۴) $۳/۶\times۱۰^{۵}$

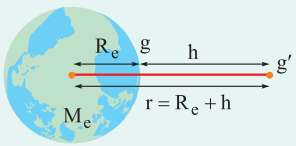
مشاوره این سؤال، یکی از پرسش‌های دوره‌ای آخر فصل ۲ از کتاب درسی فیزیک (۳) است. تمرین‌ها و پرسش‌های کتاب درسی را جدی بگیرید.

درس Box

اندازهٔ شتاب گرانش حاصل از یک سیاره به جرم M در نقطهٔ A به فاصلهٔ r از مرکز آن، به کمک رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

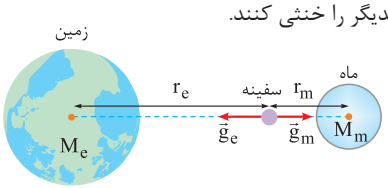
$$g_A=\frac{GM}{r^{۲}}$$

مثلاً در مورد کرهٔ زمین می‌توان نوشت: $g'=\frac{GM_e}{r^{۲}}$.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: شرط آن‌که نیروی خالص گرانشی که از طرف ماه و زمین بر سیاره وارد می‌شوند، برابر صفر باشد، آن است که شتاب گرانشی ماه و زمین در محل سفینه، هم‌اندازه و در جهت مخالف هم باشند تا یکدیگر را خنثی کنند.



$$g_e=g_m \Rightarrow \frac{GM_e}{r_e^{۲}}=\frac{GM_m}{r_m^{۲}} \xrightarrow{M_e=۸۱M_m} \frac{۸۱M_m}{r_e^{۲}}=\frac{M_m}{r_m^{۲}} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم.}} \frac{۹}{r_e}=\frac{۱}{r_m}$$

$$\Rightarrow r_e=۹r_m$$

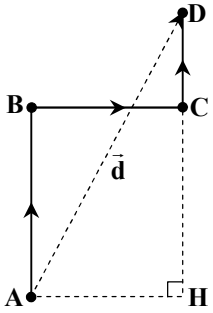
گام دوم: فاصلهٔ مرکز کرهٔ زمین تا مرکز کرهٔ ماه برابر با r_e+r_m است:

$$\begin{cases} r_e+r_m=۴\times۱۰^{۵} \\ r_e=۹r_m \end{cases} \Rightarrow ۹r_m+r_m=۴\times۱۰^{۵} \Rightarrow ۱۰r_m=۴\times۱۰^{۵} \Rightarrow r_m=۴\times۱۰^{۴}\,km$$

$$r_e=۹r_m=۹\times۴\times۱۰^{۴}=۳۶\times۱۰^{۴}\,km=۳/۶\times۱۰^{۵}\,km$$

1- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جابه‌جایی متحرک پس از پیمودن مسیر ABCD برابر $17\,m$ است؛ بنابراین با توجه به شکل زیر، داریم:



$$\overset{\triangle}{ADH}: \overline{AD}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HD}^2 \Rightarrow \overline{AD}^2 = \overline{AH}^2 + (\overline{HC} + \overline{CD})^2$$

$$\xrightarrow[(HC=AB)]{(AH=BC)} \overline{AD}^2 = \overline{BC}^2 + (\overline{AB} + \overline{CD})^2 \Rightarrow (17)^2 = (8)^2 + (10 + \overline{CD})^2$$

$$\Rightarrow (10 + \overline{CD})^2 = 289 - 64 = 225 \Rightarrow 10 + \overline{CD} = 15 \Rightarrow \overline{CD} = 5\,m$$

با مشخص شدن $\overline{CD}$ اکنون می‌توان مسافتی را که متحرک پس از طی مسیر ABCD پیموده است، به‌دست آورد:

$$L = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} = 10 + 8 + 5 = 23\,m$$

2- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

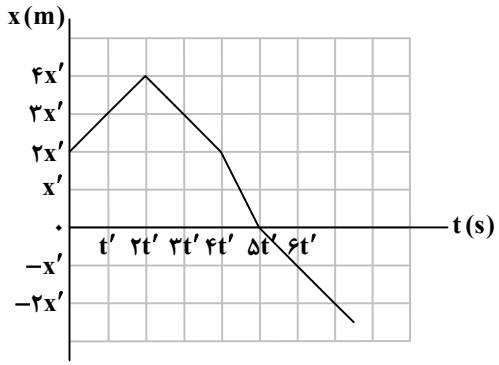
سرعت متوسط متحرک $15\frac{m}{s}$ و در جهت محور x در حرکت است؛ بنابراین لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند $(x_2 = 0)$، برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow 15 = \frac{0 - (-270)}{t_2 - 0} \Rightarrow 15 = \frac{270}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{270}{15} = 18\,s$$

3- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

اگر طول هر یک از واحدهای محور زمان را برابر t' و طول هر یک از واحدهای محور مکان را x' در نظر بگیریم؛ با فرض اینکه تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $(0,t_3)$ برابر s_{av_1} و تندی متوسط آن در بازهٔ زمانی (t_1,t_6) برابر s_{av_2} باشد، داریم:



$$s_{av_1}=\frac{L_1}{\Delta t_1}=\frac{(4x'-2x')+(4x'-3x')}{t_3-0}=\frac{2x'+x'}{3t'}=\frac{3x'}{3t'}=\frac{x'}{t'}$$

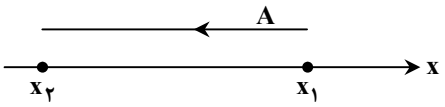
$$s_{av_2}=\frac{L_2}{\Delta t_2}=\frac{(4x'-3x')+(4x'-(-x'))}{t_6-t_1}=\frac{x'+5x'}{6t'-t'}=\frac{6x'}{5t'}$$

خواستهٔ سؤال: $\frac{s_{av_1}}{s_{av_2}}=\frac{\frac{x'}{t'}}{\frac{6}{5}\frac{x'}{t'}}=\frac{1}{\frac{6}{5}}=\frac{5}{6}$

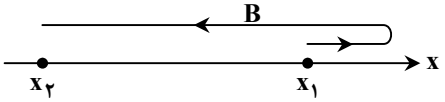
4- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

متحرک A با سرعت ثابت در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند (نمودار مکان- زمان متحرک A یک خط نزولی است.)؛ پس حرکت متحرک A در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 به‌صورت زیر است:



متحرک B ابتدا در جهت محور x حرکت می‌کند (نمودار مکان- زمان آن صعودی است) و سپس برمی‌گردد (نمودار مکان- زمان آن نزولی است)؛ پس در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 داریم:



مکان اولیه و نهایی هر دو متحرک برابر است، پس جابه‌جایی آن‌ها نیز برابر خواهد بود، اما مسافت طی‌شدهٔ متحرک B بیشتر است.

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow |v_{av,A}|=|v_{av,B}|$$

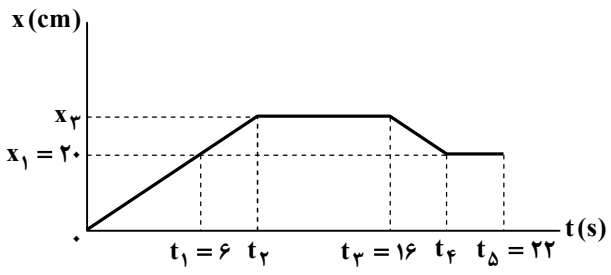
$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\Rightarrow s_{av,A}<s_{av,B}$$

5- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

شیب نمودار مکان- زمان در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 مثبت و بنابراین سرعت مورچه مثبت است و مورچه در جهت محور x حرکت می‌کند. همچنین شیب نمودار مکان- زمان در بازهٔ زمانی t_3 تا t_4 منفی و بنابراین سرعت مورچه منفی است و مورچه در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. با توجه به فرض سؤال، داریم:

رابطهٔ (۱) $(t_2-0)=3(t_4-t_3)\Rightarrow t_2=3(t_4-16)$



سرعت متوسط مورچه در بازهٔ زمانی $t_1=6s$ تا $t_3=16s$ برابر $1\frac{cm}{s}$ است؛ بنابراین داریم:

$$v_{av}=\frac{x_3-x_1}{t_3-t_1}\Rightarrow 1=\frac{x_3-20}{16-6}\Rightarrow x_3-20=10\Rightarrow x_3=30cm$$

شیب نمودار در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 برابر شیب نمودار در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 است؛ در نتیجه:

$$\frac{x_1-0}{t_1-0}=\frac{x_2-0}{t_2-0}\Rightarrow\frac{x_1}{t_1}=\frac{x_2}{t_2}\Rightarrow\frac{20}{6}=\frac{30}{t_2}\Rightarrow t_2=9s$$

$$\xrightarrow{\text{رابطهٔ (۱)}} t_2=3(t_4-16)\Rightarrow 9=3(t_4-16)\Rightarrow t_4-16=3\Rightarrow t_4=19s$$

در پایان، مدت‌زمانی که مورچه بدون حرکت ایستاده است، برابر است با:

$$\Delta t=(t_3-t_2)+(t_5-t_4)\Rightarrow\Delta t=(16-9)+(22-19)=7+3=10s$$

6- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

با توجه به نمودار مکان- زمان داده‌شده، شیب خط مماس بر نمودار در لحظه‌های $t_1=1s$ و $t_2=3s$ برابر صفر بوده و در نتیجه سرعت متحرک در این دو لحظه صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد؛ بنابراین سرعت متوسط متحرک بین این دو لحظه برابر است با:

$$v_{av}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{(-2)-(2)}{3-1}=\frac{-4}{2}=-2\frac{m}{s}$$

همچنین از روی نمودار مشخص است که متحرک در دو لحظهٔ $t_3=2s$ و $t_4=4s$ از مبدأ مکان عبور می‌کند؛ در نتیجه تندی متوسط متحرک بین این دو لحظه برابر است با:

$$s_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{(0-(-2))+(0-(-2))}{4-2}=\frac{2+2}{2}=\frac{4}{2}=2\frac{m}{s}$$

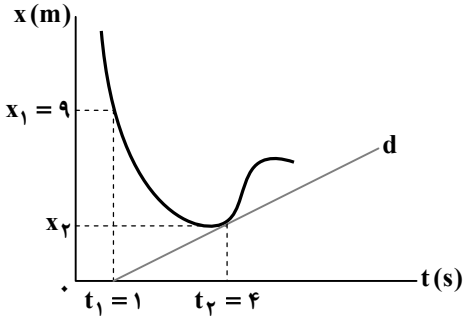
نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{v_{av}}{s_{av}}=\frac{-2}{2}=-1$$

7- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1=1s$ تا $t_2=4s$ برابر $2\frac{m}{s}$ است؛ بنابراین با توجه به نمودار زیر، داریم:



$$s_{av}=\frac{L}{\Delta t}\Rightarrow s_{av}=\frac{x_1-x_2}{t_2-t_1}\Rightarrow 2=\frac{9-x_2}{4-1}\Rightarrow 9-x_2=6$$

$$x_2=3m$$

سرعت متحرک در لحظهٔ $t_2=4s$ برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان در این لحظه (شیب خط d) است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$v_4=m_d=\frac{x_2-0}{t_2-t_1}\Rightarrow v_4=\frac{3-0}{4-1}=\frac{3}{3}=1\frac{m}{s}$$

8- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

اگر طول مسیر ℓ باشد، وقتی اتومبیل $\frac{1}{4}$ طول مسیر را طی کرده است، $\frac{3}{4}$ طول مسیر باقی مانده است؛ پس طول دو قسمت بعدی $(\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}\ell)$ و $(\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\ell)$ است.

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{\ell}{\frac{\ell}{4}+\frac{\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}\ell}{60}+\frac{\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\ell}{90}}=\frac{1}{\frac{1}{480}+\frac{1}{240}+\frac{1}{180}}=\frac{9\times24\times20}{9+18+24}=\frac{9\times8\times20}{3+6+8}=\frac{1440}{17}\frac{km}{h}$$

$$\ell=s_{av}\cdot\Delta t=\frac{1440}{17}\times 8/5=720km$$

9- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

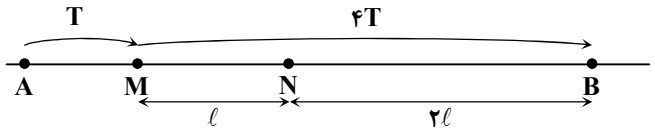
اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان در هر لحظه، برابر با تندی متحرک در آن لحظه است؛ بنابراین با توجه به نمودار مکان- زمان داده‌شده در بازهٔ زمانی $t=۳s$ تا $t=۴s$ و در بازهٔ زمانی $t=۵s$ تا $t=۶s$ تندی متحرک در حال افزایش است و از طرفی در هر دو بازهٔ یادشده در بالا، با گذشت زمان فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان کاهش می‌یابد؛ بنابراین:

$$\Delta t=(۴-۳)+(۶-۵)=۱+۱=۲s$$

10- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

شکل مقابل، خلاصهٔ صورت‌مسئله را نشان می‌دهد. ضمناً چون جهت حرکت تغییر نمی‌کند، s_{av} با اندازهٔ v_{av} برابر است.



$$v_{AM}=۳\frac{m}{s}\ ,\ v_{MN}=۶\frac{m}{s}\ ,\ v_{NB}=۱/۵\frac{m}{s}$$

ابتدا تندی متوسط متحرک در قسمت MB را حساب می‌کنیم:

$$s_{av}=\frac{MN+NB}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}\Rightarrow |v_{av}|=s_{av}=\frac{۳\ell}{\frac{\ell}{۶}+\frac{۲\ell}{۱/۵}}=\frac{۳}{\frac{۱}{۶}+\frac{۴}{۳}}=\frac{۳\times۶}{۱+۸}=۲\frac{m}{s}$$

حالا تندی متوسط متحرک در کل مسیر را حساب می‌کنیم:

$$|v_{av}|=s_{av}=\frac{AM+MB}{\Delta t_{AM}+\Delta t_{MB}}=\frac{(۳\times T)+(۲\times۴T)}{T+۴T}=\frac{۱۱T}{۵T}=۲/۲\frac{m}{s}$$

11- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

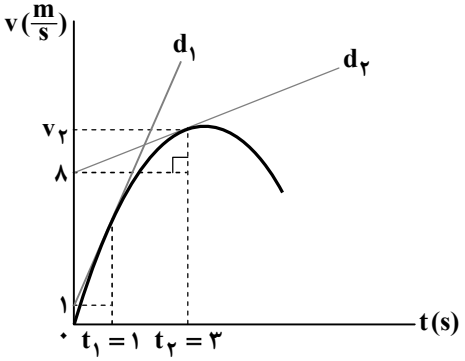
نمودار سرعت- زمان داده‌شده به‌صورت یک خط راست با شیب ثابت است؛ بنابراین شتاب متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی دلخواه برابر شتاب متحرک در یک زمان دلخواه است؛ بنابراین شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱=۰$ تا $t_۲=۹s$ برابر شتاب متحرک در لحظهٔ $t=۶s$ است:

$$a_{av(۰,۹s)}=a_۶\Rightarrow\frac{v_۹-v_۰}{۹-۰}=a_۶\Rightarrow\frac{v_۹-۴}{۹}=۲\Rightarrow v_۹-۴=۱۸\Rightarrow v_۹=۲۲\frac{m}{s}$$

12- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

شتاب متحرک در لحظهٔ $t_۱=۱s$ برابر $a_۱=۴\frac{m}{s^۲}$ است؛ بنابراین شیب خط مماس بر منحنی سرعت- زمان در لحظهٔ $t_۱=۱s$ ($d_۱$ خط) برابر $۴\frac{m}{s^۲}$ است و به همین ترتیب شتاب متحرک در لحظهٔ $t_۲=۳s$ برابر $a_۲=۲\frac{m}{s^۲}$ است؛ بنابراین شیب خط $d_۲$ برابر $۲\frac{m}{s^۲}$ است. با توجه به نمودار مقابل و با دقت در مثلث‌های قائم‌الزاویهٔ تشکیل‌شده، داریم:



$$m_{d_۱}=۴\Rightarrow\frac{v_۱-۱}{t_۱-۰}=۴\Rightarrow\frac{v_۱-۱}{۱-۰}=۴\Rightarrow v_۱-۱=۴\Rightarrow v_۱=۵\frac{m}{s}$$

$$m_{d_۲}=۲\Rightarrow\frac{v_۲-۸}{t_۲-۰}=۲\Rightarrow\frac{v_۲-۸}{۳}=۲\Rightarrow v_۲-۸=۶\Rightarrow v_۲=۱۴\frac{m}{s}$$

شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ برابر است با:

$$a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۱۴-۵}{۳-۱}=\frac{۹}{۲}=۴/۵\frac{m}{s^۲}$$

13- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

شیب نمودار سرعت- زمان در بازهٔ زمانی $t=۵s$ تا $t=۸s$ مثبت و بنابراین شتاب متحرک در این بازه، مثبت است و از طرفی چون سرعت در این بازه، مثبت است، جهت حرکت جسم و جهت شتاب آن در این بازه، یکسان است؛ پس:

$$\Delta t_۱ = ۸-۵ = ۳s$$

از طرفی شیب نمودار سرعت- زمان در بازهٔ زمانی $t=۱s$ تا $t=۳s$ منفی و بنابراین شتاب متحرک در این بازه، منفی است و همچنین سرعت در این بازه، منفی است و در نتیجه جهت حرکت جسم و جهت شتاب آن در این بازه، یکسان است؛ پس:

$$\Delta t_۲ = ۳-۱ = ۲s$$

در سایر بازه‌ها جهت حرکت جسم و جهت شتاب در خلاف یکدیگرند. بنابراین خواستهٔ سؤال برابر است با:

$$\Delta t = \Delta t_۱ + \Delta t_۲ = ۳+۲ = ۵s$$

14- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

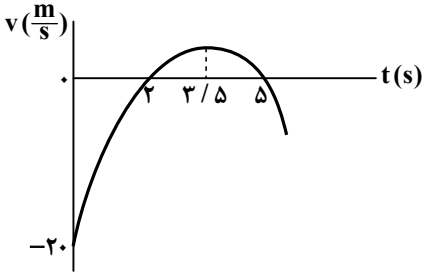
متحرک در لحظه‌های $t_۱=۲s$ و $t_۲=۵s$ تغییر جهت می‌دهد؛ بنابراین سرعت متحرک در این لحظات صفر می‌شود؛ پس:

$$\begin{cases} t_۱=۲s \Rightarrow A(۲)^۲+B(۲)-۲۰=۰ \Rightarrow ۴A+۲B=۲۰ \Rightarrow ۲A+B=۱۰ \\ t_۲=۵s \Rightarrow A(۵)^۲+B(۵)-۲۰=۰ \Rightarrow ۲۵A+۵B=۲۰ \Rightarrow ۵A+B=۴ \end{cases} \Rightarrow A=-۲, B=۱۴$$

$$\Rightarrow v=-۲t^۲+۱۴t-۲۰$$

$$t_m = \frac{-B}{۲A} = \frac{-۱۴}{۲(-۲)} = \frac{۱۴}{۴} = \frac{۷}{۲} = ۳/۵s$$

نمودار سرعت- زمان متحرک را رسم می‌کنیم و با دقت در آن ملاحظه می‌کنیم که تندی متحرک در بازهٔ زمانی $t=۲s$ تا $t=۳/۵s$ و از لحظهٔ $t=۵s$ به بعد افزایش می‌یابد؛ پس گزینهٔ ۲ درست است.



15- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

همهٔ جملات را بررسی می‌کنیم:

الف) نادرست؛ شتاب متحرک در لحظهٔ $t_۲$ صفر می‌شود و جهت حرکت در لحظه‌هایی که سرعت متحرک صفر شده و تغییر علامت می‌دهد، یعنی $t_۱$ و $t_۳$، تغییر می‌کند.

ب) درست؛ در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۳$ سرعت منفی است و بنابراین حرکت در خلاف جهت محور x است.

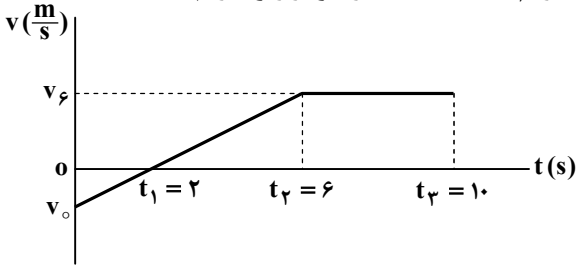
پ) نادرست؛ در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ تندی متحرک در حال افزایش است.

ت) درست؛ در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۲$ اختلاف سرعت متحرک (Δv) منفی است؛ بنابراین شتاب متوسط منفی می‌شود و این بدان معناست که شتاب متوسط در خلاف جهت محور x است.

16- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

فرض می‌کنیم سرعت متحرک در لحظه‌های $t_{\circ}=\circ$ و $t_{۲}=۶s$ به‌ترتیب $v_{\circ}$ و $v_{۶}$ باشد. با دقت در نمودار زیر، داریم:



$$\overset{\triangle}{v_{\circ}ot_{۱}} \sim \overset{\triangle}{t_{۱}t_{۲}v_{۶}} \Rightarrow \frac{\circ - v_{\circ}}{t_{۱}-\circ} = \frac{v_{۶}-\circ}{t_{۲}-t_{۱}}$$

$$\Rightarrow -\frac{v_{\circ}}{۲} = \frac{v_{۶}}{۶-۲} \Rightarrow v_{۶} = -۲v_{\circ} \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

شتاب متوسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول برابر $۳\frac{m}{s^{۲}}$ است؛ بنابراین:

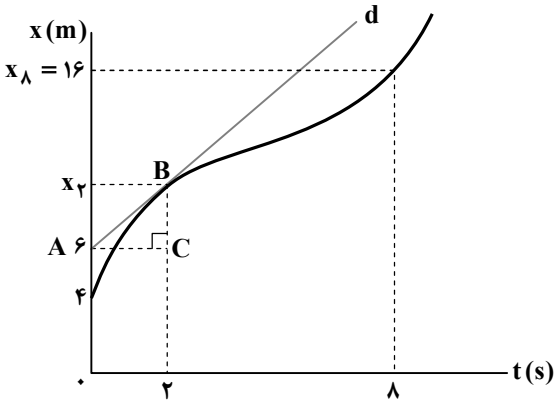
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{۱۰}-v_{\circ}}{۱۰-\circ} \xrightarrow{(v_{۱۰}=v_{۶})} ۳ = \frac{v_{۶}-v_{\circ}}{۱۰} \Rightarrow v_{۶}-v_{\circ} = ۳۰ \xrightarrow{\text{رابطهٔ (۱)}} -۲v_{\circ}-v_{\circ} = ۳۰ \Rightarrow -۳v_{\circ} = ۳۰$$

$$\Rightarrow v_{\circ} = -۱۰\frac{m}{s}$$

1- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

شیب خط مماس بر نمودار مکـان- زمـان در لحظـهٔ $t = ۲s$ برابـر سرعت متحرک در آن لحظه است $(v_۲ = ۲\frac{m}{s})$؛ بنابراین:



$$\overset{\triangle}{ABC}: m_d = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{x_۲ - ۶}{۲}$$

$$m_d = v_۲ \Rightarrow \frac{x_۲ - ۶}{۲} = ۲ \Rightarrow x_۲ - ۶ = ۴ \Rightarrow x_۲ = ۱۰m$$

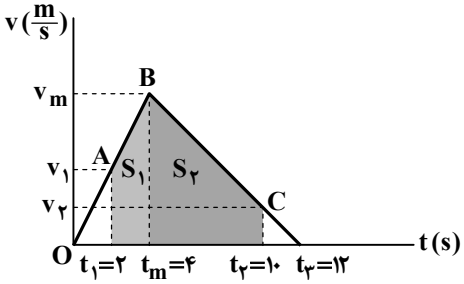
سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۸s$ برابـر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۸ - x_۲}{۸ - ۲} = \frac{۱۶ - ۱۰}{۶} = \frac{۶}{۶} = ۱\frac{m}{s}$$

2- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

بیشینهٔ تندی متحرک در ۱۲ ثانیهٔ اول حرکت در لحظهٔ $t = ۴s$ است. با فرض اینکه این تندی بیشینه برابر v_m باشد، با اسـتفاده از تشـابه مثلث‌ها، سرعت متحرک در لحظات $t_۱ = ۲s$ و $t_۲ = ۱۰s$ را به‌دست می‌آوریم:



$$\overset{\triangle}{OAt_۱} \sim \overset{\triangle}{OBt_m}: \frac{\overline{At_۱}}{t_۱} = \frac{\overline{Bt_m}}{t_m} \Rightarrow \frac{v_۱}{۲} = \frac{v_m}{۴}$$

$$\Rightarrow v_۱ = \frac{v_m}{۲} \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

$$\overset{\triangle}{Ct_۲t_۳} \sim \overset{\triangle}{Bt_mt_۳}: \frac{\overline{Ct_۲}}{t_۳ - t_۲} = \frac{\overline{Bt_m}}{t_۳ - t_m} \Rightarrow \frac{v_۲}{۱۲ - ۱۰} = \frac{v_m}{۱۲ - ۴}$$

$$\Rightarrow \frac{v_۲}{۲} = \frac{v_m}{۸} \Rightarrow v_۲ = \frac{v_m}{۴} \quad \text{رابطهٔ (۲)}$$

مسافت پیموده‌شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۱۰s$ برابر سطح زیر نمودار سرعت- زمان در این بازه است، بنابراین:

$$\ell = S_۱ + S_۲ = \frac{v_۱ + v_m}{۲} \times (t_m - t_۱) + \frac{(v_۲ + v_m)}{۲} \times (t_۲ - t_m) \Rightarrow \ell = \frac{v_۱ + v_m}{۲} \times (۴ - ۲) + (\frac{v_۲ + v_m}{۲}) \times (۱۰ - ۴)$$

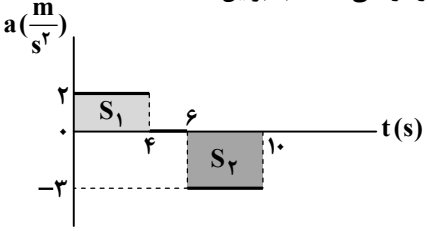
$$= v_۱ + v_m + ۳(v_۲ + v_m) \Rightarrow \ell = v_۱ + ۳v_۲ + ۴v_m \xrightarrow[\text{رابطهٔ (۲)}]{\text{رابطهٔ (۱)}} \ell = \frac{v_m}{۲} + ۳ \times \frac{v_m}{۴} + ۴v_m$$

$$\Rightarrow \ell = (\frac{۱}{۲} + \frac{۳}{۴} + ۴)v_m = \frac{۲۱}{۴}v_m \Rightarrow ۴۲ = \frac{۲۱}{۴}v_m \Rightarrow v_m = ۸\frac{m}{s}$$

3- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

سطح زیر نمودار شتاب- زمان در یک بازهٔ زمانی مشخص برابر تغییر سرعت متحرک در آن بازهٔ زمانی است؛ بنابراین:



$$(۰,۵s) \text{ بازهٔ: } S_۱ = v_۵ - v_۰ \Rightarrow ۲ \times ۴ = ۱۶ - v_۰$$

$$\Rightarrow ۸ = ۱۶ - v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۸\frac{m}{s}$$

$$(۵s, ۱۰s) \text{ بازهٔ: } S_۲ = v_{۱۰} - v_۵ \Rightarrow -۳ \times (۱۰ - ۶) = v_{۱۰} - ۱۶$$

$$\Rightarrow -۱۲ = v_{۱۰} - ۱۶ \Rightarrow v_{۱۰} = ۴\frac{m}{s}$$

شتاب متوسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت برابر است با:

$$a_{av} = \frac{v_{۱۰} - v_۰}{۱۰ - ۰} = \frac{۴ - ۸}{۱۰} = -۰/۴\frac{m}{s^۲}$$

4- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

در حرکت با سرعت ثابت، سرعت متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی دلخواه برابر سرعت متحرک در هر لحظه است؛ بنابراین:

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} \Rightarrow v = \frac{-۱۲ - ۸}{۴ - ۲} = \frac{-۲۰}{۲} = -۱۰ \frac{m}{s}$$

$$v'_{av} = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} \xrightarrow{(v'_{av} = v)} v = \frac{x_۳ - x_۱}{t_۳ - t_۱} \Rightarrow -۱۰ = \frac{x_۳ - ۸}{۶ - ۲} \Rightarrow x_۳ - ۸ = -۴۰ \Rightarrow x_۳ = -۳۲ m$$

بنابراین در لحظهٔ $t_۳ = ۶ s$ متحرک در ۳۲ متری مبدأ مکان قرار دارد.

5- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

نمودار مکان- زمان داده‌شده به‌صورت یک خط راست است؛ بنابراین حرکت از نوع سرعت ثابت است؛ در نتیجه سرعت متحرک برابر سرعت متوسط آن در هر بازهٔ زمانی دلخواه است:

$v = v_{av}$ رابطهٔ (۱)

جابه‌جایی متحرک در مدت ۵ دقیقه برابر $۶۰۰ m$ است؛ بنابراین:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\text{رابطهٔ (۱)}} v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۶۰۰}{(۵ \times ۶۰)} = ۲ \frac{m}{s}$$

طبق نمودار داده‌شده، مکان اولیهٔ متحرک برابر $-۴۰ m$ است $(x_۰ = -۴۰ m)$؛ بنابراین معادلهٔ مکان- زمان متحرک برابر است با:

$$x = vt + x_۰ \Rightarrow x = ۲t - ۴۰$$

در لحظهٔ $t = ۲۰ s$ متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند:

$$x = ۰ \Rightarrow ۲t - ۴۰ = ۰ \Rightarrow t = ۲۰ s$$

6- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

سرعت متحرک ثابت است؛ بنابراین معادلهٔ مکان- زمان آن به‌صورت زیر است: $x = vt + x_۰$

متحرک در لحظهٔ $t = ۹ s$ از مکان $x = ۱۰ m$ عبور می‌کند؛ بنابراین: $x = vt + x_۰ \Rightarrow ۱۰ = ۹v + x_۰$ رابطهٔ (۱)

فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان در لحظه‌های $t = ۲ s$ و $t = ۶ s$ با یکدیگر برابر است؛ در نتیجه:

$$|x_۲| = |x_۶| \Rightarrow |۲v + x_۰| = |۶v + x_۰| \Rightarrow ۲v + x_۰ = \pm(۶v + x_۰)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲v + x_۰ = ۶v + x_۰ \Rightarrow ۴v = ۰ \Rightarrow v = ۰ \ \text{✗} \\ ۲v + x_۰ = -۶v - x_۰ \Rightarrow -۸v = ۲x_۰ \Rightarrow -۴v = x_۰ \end{cases}$$ رابطهٔ (۲)

$$\text{رابطهٔ (۱)}: ۱۰ = ۹v + x_۰ \xrightarrow{\text{رابطهٔ (۲)}} ۱۰ = ۹v - ۴v \Rightarrow ۵v = ۱۰ \Rightarrow v = ۲ \frac{m}{s}$$

$$\text{رابطهٔ (۲)}: x_۰ = -۴v \Rightarrow x_۰ = -۴ \times ۲ = -۸ m$$

بنابراین معادلهٔ مکان- زمان متحرک به‌صورت زیر است: $x = vt + x_۰ \Rightarrow x = ۲t - ۸$

اینجوری هم میشه

با جایگذاری $t = ۹ s$ و $x = ۱۰ m$، فقط گزینه‌های ۲ و ۳ می‌توانند پاسخ سؤال باشند.

گزینهٔ ۱: $x = ۲t + ۶ \Rightarrow ۱۰ \stackrel{?}{=} ۲(۹) + ۶ \Rightarrow ۱۰ \neq ۲۴$ ✗

گزینهٔ ۲: $x = -۲t + ۲۸ \Rightarrow ۱۰ \stackrel{?}{=} -۲(۹) + ۲۸ \Rightarrow ۱۰ = ۱۰$ ✓

گزینهٔ ۳: $x = ۲t - ۸ \Rightarrow ۱۰ \stackrel{?}{=} ۲(۹) - ۸ \Rightarrow ۱۰ = ۱۰$ ✓

گزینهٔ ۴: $x = -۲t + ۲۰ \Rightarrow ۱۰ = -۲(۹) + ۲۰ \Rightarrow ۱۰ \neq ۲$ ✗

حالا فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان را در هر یک از لحظه‌های $t = ۲ s$ و $t = ۶ s$ برای هر یک از معادله‌های داده‌شده در گزینه‌های ۲ و ۳ به‌دست می‌آوریم:

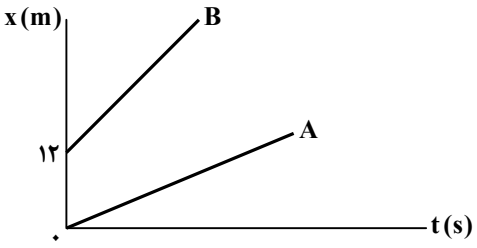
گزینهٔ ۲: $x = -۲t + ۲۸ \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۲ s \Rightarrow x_۱ = ۲۴ m \\ t_۲ = ۶ s \Rightarrow x_۲ = ۱۶ m \end{cases} \Rightarrow |x_۱| \neq |x_۲|$ ✗

گزینهٔ ۳: $x = ۲t - ۸ \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۲ s \Rightarrow x_۱ = -۴ m \\ t_۲ = ۶ s \Rightarrow x_۲ = ۴ m \end{cases} \Rightarrow |x_۱| = |x_۲|$ ✓

7- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

معادلهٔ مکان- زمان دو متحرک A و B را با استفاده از نمودار داده‌شده، می‌نویسیم:



$$\begin{cases} x_A = v_A t \\ x_B = v_B t + ۱۲ \end{cases}$$

فاصلهٔ دو متحرک A و B در لحظهٔ $t = ۴s$ برابر $۱۶m$ است؛ بنابراین:

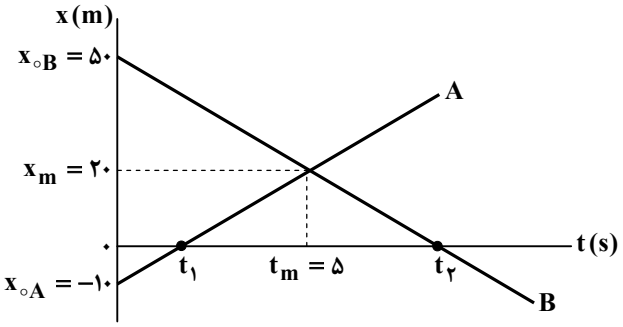
$$x_B - x_A = ۱۶ \Rightarrow (v_B t + ۱۲) - v_A t = ۱۶ \xrightarrow{(t=۴s)} ۴v_B + ۱۲ - ۴v_A = ۱۶ \Rightarrow ۴v_B - ۴v_A = ۴$$

$$\Rightarrow v_B - v_A = ۱ \xrightarrow{(v_B = ۱/۵v_A)} ۱/۵v_A - v_A = ۱ \Rightarrow ۰/۵v_A = ۱ \Rightarrow v_A = ۲\frac{m}{s}$$

8- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

با استفاده از نمودار داده‌شده، سرعت هر یک از متحرک‌های A و B را به‌دست آورده و سپس معادلهٔ مکان- زمان آن‌ها را مشخص می‌کنیم:



$$v_A = \frac{x_m - x_{۰A}}{t_m} = \frac{۲۰ - (-۱۰)}{۵} = \frac{۳۰}{۵} \Rightarrow v_A = ۶\frac{m}{s}$$

$$x_A = v_A t + x_{۰A} \Rightarrow x_A = ۶t - ۱۰ \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

$$v_B = \frac{x_m - x_{۰B}}{t_m} = \frac{۲۰ - ۵۰}{۵} = \frac{-۳۰}{۵} = -۶\frac{m}{s}$$

$$x_B = v_B + x_{۰B} \Rightarrow x_B = -۶t + ۵۰ \quad \text{رابطهٔ (۲)}$$

با مشخص شدن معادلهٔ مکان- زمان هر یک از متحرک‌های A و B، اکنون می‌توان لحظه‌ای را که متحرک‌ها از مبدأ مکان عبور می‌کنند، به‌دست آورد:

$$\text{رابطهٔ (۱)}: x_A = ۶t - ۱۰ \Rightarrow ۰ = ۶t_۱ - ۱۰ \Rightarrow t_۱ = \frac{۱۰}{۶} = \frac{۵}{۳}s$$

$$\text{رابطهٔ (۲)}: x_B = -۶t + ۵۰ \Rightarrow ۰ = -۶t_۲ + ۵۰ \Rightarrow t_۲ = \frac{۵۰}{۶} = \frac{۲۵}{۳}s$$

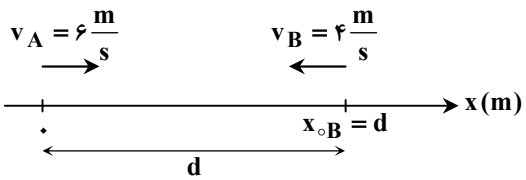
متحرک A، $\frac{۲۰}{۳}s$ زودتر از متحرک B از مبدأ مکان عبور می‌کند:

$$\Delta t = t_۲ - t_۱ = \frac{۲۵}{۳} - \frac{۵}{۳} = \frac{۲۰}{۳}s$$

9- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

مطابق شکل زیر، فرض می‌کنیم که متحرک A با تندی $۶\frac{m}{s}$ در جهت محور x و از مبدأ مکان و متحرک B با تندی $۴\frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور x و از مکان $x_{۰B} = d$ شروع به حرکت می‌کند، در این صورت داریم:



$$\text{رابطهٔ (۱)} \quad x_A = v_A t + x_{۰A} \Rightarrow x_A = ۶t + ۰ \Rightarrow x_A = ۶t$$

$$\text{رابطهٔ (۲)} \quad x_B = v_B t + x_{۰B} \Rightarrow x_B = -۴t + d$$

اگر متحرک A در لحظهٔ t' به مکان اولیهٔ متحرک B برسد، متحرک B در لحظهٔ $t' + ۳$ به مکان اولیهٔ متحرک A می‌رسد؛ بنابراین:

$$\text{رابطهٔ (۱)}: x_A = ۶t \Rightarrow d = ۶t' \quad \text{رابطهٔ (۳)}$$

$$\text{رابطهٔ (۲)}: x_B = -۴t + d \Rightarrow ۰ = -۴(t' + ۳) + d \Rightarrow d = ۴(t' + ۳) \quad \text{رابطهٔ (۴)}$$

از مقایسهٔ دو رابطهٔ (۳) و (۴) داریم:

$$۶t' = ۴(t'+۳) \Rightarrow ۶t' = ۴t' + ۱۲ \Rightarrow ۲t' = ۱۲ \Rightarrow t' = ۶s$$

$$\text{رابطهٔ (۳)} : d = ۶t' = ۶\times۶ = ۳۶m$$

در نتیجه فاصلهٔ اولیهٔ دو متحرک از یکدیگر برابر $۳۶m$ است.

$$\text{رابطهٔ (۲)} : x_B = -۴t + d \Rightarrow x_B = -۴t + ۳۶ \quad \text{رابطهٔ (۵)}$$

در پایان با فرض اینکه دو متحرک در لحظهٔ t'' از کنار یکدیگر عبور کنند و با توجه به روابط (۱) و (۵) داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow ۶t'' = -۴t'' + ۳۶ \Rightarrow ۱۰t'' = ۳۶ \Rightarrow t'' = ۳/۶s$$

10- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ **مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)**



شیب نمودار سرعت- زمان در یک لحظه برابر شتاب متحرک در آن لحظه است. چون متحرک با شتاب ثابت حرکت می‌کند، نمودار سرعت- زمان آن باید به شکل یک خط راست باشد (رد گزینه‌های ۳ و ۴)؛ از طرفی چون متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، سرعت آن منفی است؛ بنابراین گزینهٔ ۲ صحیح است.

11- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ **مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)**



سرعت متحرک در مدت ۳ ثانیه به مقدار $۵۴\frac{km}{h}$ تغییر کرده است؛ بنابراین شتاب متوسط در این بازه برابر است با:

$$\Delta v = ۵۴\frac{km}{h} = \frac{۵۴}{۳/۶}\frac{m}{s} = ۱۵\frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۵}{۳} = ۵\frac{m}{s^۲}$$

چون حرکت متحرک از نوع شتاب ثابت است؛ بنابراین شتاب متحرک در لحظهٔ $t = ۵s$ برابر شتاب متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی دلخواه مانند ۳ ثانیهٔ دوم حرکت است؛ پس:

$$a_۵ = a_{av} \Rightarrow a_۵ = ۵\frac{m}{s^۲}$$

12- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)**



حرکت هواپیما بر روی باند فرودگاه از نوع حرکت شتاب ثابت و سرعت متوسط هواپیما در مدت حرکت بر روی باند فرودگاه $۶۰\frac{m}{s}$ است؛

بنابراین سرعت هواپیما به هنگام بلند شدن از روی زمین برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v_۰ + v}{۲} \Rightarrow ۶۰ = \frac{۰ + v}{۲} \Rightarrow v = ۱۲۰\frac{m}{s}$$

مدت حرکت هواپیما بر روی زمین ۴۰ ثانیه است؛ بنابراین:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۱۲۰ = a\times۴۰ + ۰ \Rightarrow a = ۳\frac{m}{s^۲}$$

13- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)**



با استفاده از معادلهٔ سرعت- زمان داده‌شده، سرعت متحرک را در هر یک از لحظه‌های موردنظر، محاسبه می‌کنیم:

$$v = -۲t + ۴ \Rightarrow \begin{cases} t = ۰ : v_۰ = ۴\frac{m}{s} \\ t = ۳s : v_۳ = -۲\times۳ + ۴ = -۲\frac{m}{s} \\ t = ۵s : v_۵ = -۲\times۵ + ۴ = -۶\frac{m}{s} \\ t = ۶s : v_۶ = -۲\times۶ + ۴ = -۸\frac{m}{s} \end{cases}$$

با توجه به معادلهٔ سرعت- زمان داده‌شده، حرکت از نوع شتاب ثابت است؛ بنابراین سرعت متوسط متحرک در ۳ ثانیهٔ دوم (بازهٔ $t=۳s$ تا $t=۶s$) و سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیهٔ اول (بازهٔ $t=۰$ تا $t=۵s$) برابر است با:

$$v_{av(۳s,۶s)}=\frac{v_۳+v_۶}{۲}=\frac{-۲-۸}{۲}=-۵\frac{m}{s} \qquad v_{av(۰,۵s)}=\frac{v_۰+v_۵}{۲}=\frac{۴-۶}{۲}=-۱\frac{m}{s}$$

اکنون می‌توان با استفاده از تعریف سرعت متوسط، جابه‌جایی خواسته‌شده در سؤال را به‌دست آورد:

$$v_{av(۳s,۶s)}=\frac{\Delta x_{(۳s,۶s)}}{\Delta t} \Rightarrow -۵=\frac{\Delta x_{(۳s,۶s)}}{۶-۳} \Rightarrow \Delta x_{(۳s,۶s)}=-۵\times ۳=-۱۵m$$

$$v_{av(۰,۵s)}=\frac{\Delta x_{(۰,۵s)}}{\Delta t} \Rightarrow -۱=\frac{\Delta x_{(۰,۵s)}}{۵-۰} \Rightarrow \Delta x_{(۰,۵s)}=-۵m$$

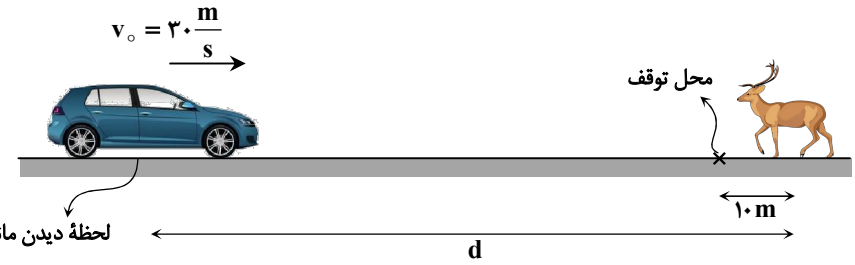
نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{\Delta x_{(۳s,۶s)}}{\Delta x_{(۰,۵s)}}=\frac{-۱۵}{-۵}=۳$$

14- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

اتومبیل ۵ ثانیه پس از ترمز، متوقف می‌شود؛ بنابراین با توجه به شکل زیر، داریم:



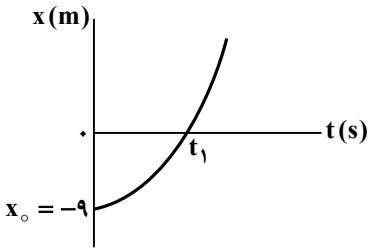
$$v=at+v_۰ \Rightarrow ۰=a\times ۵+۳۰ \Rightarrow ۵a=-۳۰ \Rightarrow a=-۶\frac{m}{s^۲}$$

$$v^۲-v_۰^۲=۲a(d-۱۰) \Rightarrow ۰-(۳۰)^۲=۲\times(-۶)\times(d-۱۰) \Rightarrow d-۱۰=\frac{-۹۰۰}{-۱۲} \Rightarrow d-۱۰=۷۵ \Rightarrow d=۸۵m$$

15- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=t_۱$ برابر $۵\frac{m}{s}$ است؛ بنابراین:



$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۵=\frac{۰-x_۰}{t_۱-۰} \Rightarrow ۵=\frac{-x_۰}{t_۱} \Rightarrow ۵=\frac{-(-۹)}{t_۱} \Rightarrow t_۱=\frac{۹}{۵}=۱/۸s$$

از طرفی با استفاده از رابطهٔ مستقل از سرعت اولیه در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=t_۱$ داریم:

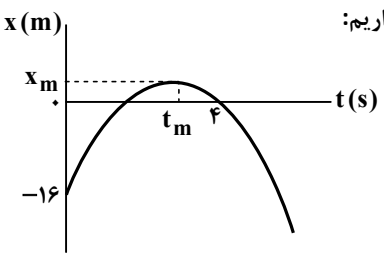
$$\Delta x=-\frac{۱}{۲}at_۱^۲+vt_۱ \Rightarrow ۰-(-۹)=-\frac{۱}{۲}\times ۴\times(۱/۸)^۲+v\times ۱/۸$$

$$\Rightarrow ۹=-۲\times(۱/۸)^۲+۱/۸v \Rightarrow ۵=-۲\times ۱/۸+v \Rightarrow v=۵+۳/۶=۸/۶\frac{m}{s}$$

17- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۴s برابر $۵\frac{m}{s}$ است؛ بنابراین با توجه به شکل زیر، داریم:



$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{(x_m-(-۱۶))+(x_m-۰)}{۴-۰} \Rightarrow s_{av}=\frac{۲x_m+۱۶}{۴} \Rightarrow ۵=\frac{۲x_m+۱۶}{۴}$$

$$\Rightarrow ۲x_m+۱۶=۲۰ \Rightarrow x_m=۲m$$

معادلهٔ مکان- زمان متحرک را به‌دست آورده و سپس با استفاده از این موضوع که در لحظهٔ $t = ۴s$ متحرک در مبدأ مکان است، خواهیم داشت:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t - ۱۶ \Rightarrow ۰ = \frac{۱}{۲}a(۴)^۲ + v_۰ \times ۴ - ۱۶ \Rightarrow ۸a + ۴v_۰ = ۱۶ \Rightarrow ۲a + v_۰ = ۴ \Rightarrow v_۰ = ۴ - ۲a \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

اکنون با نوشتن معادلهٔ سرعت- جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_m داریم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - v_۰^۲ = ۲a(x_m + ۱۶) \Rightarrow -v_۰^۲ = ۲a(۲ + ۱۶) \Rightarrow v_۰^۲ = -۲a(۱۸) \Rightarrow v_۰^۲ = -۳۶a$$

$$\xrightarrow{\text{رابطهٔ (۱)}} (۴ - ۲a)^۲ = -۳۶a \Rightarrow ۱۶ + ۴a^۲ - ۱۶a = -۳۶a \Rightarrow ۴a^۲ + ۲۰a + ۱۶ = ۰$$

$$\Rightarrow a^۲ + ۵a + ۴ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = -۱\frac{m}{s^۲} \Rightarrow |a| = ۱\frac{m}{s^۲} \\ a = -۴\frac{m}{s^۲} \Rightarrow |a| = ۴\frac{m}{s^۲} \end{cases}$$

17- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ **مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)**

جوابش اینه

با فرض اینکه $\Delta x_۱$ جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیهٔ اول حرکت و $\Delta x_۲$ جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت باشد، داریم:

$$\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}a(۲)^۲ + ۲۰ \times ۲ \Rightarrow \Delta x_۱ = ۲a + ۴۰$$

$$\Delta x_۲ = -\frac{۱}{۲}at^۲ + vt \Rightarrow \Delta x_۲ = -\frac{۱}{۲}a(۲)^۲ + ۰ \times ۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = -۲a$$

$\Delta x_۱$، سه برابر $\Delta x_۲$ است؛ بنابراین:

$$\frac{\Delta x_۱}{\Delta x_۲} = ۳ \Rightarrow \frac{۲a + ۴۰}{-۲a} = ۳ \Rightarrow ۲a + ۴۰ = -۶a \Rightarrow -۸a = ۴۰ \Rightarrow a = -۵\frac{m}{s^۲}$$

در پایان با استفاده از رابطهٔ سرعت- جابه‌جایی، فاصلهٔ بین دو نقطهٔ A و B را به‌دست می‌آوریم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x_{AB} \Rightarrow ۰ - (۲۰)^۲ = ۲ \times (-۵) \times \Delta x_{AB} \Rightarrow -۴۰۰ = -۱۰\Delta x_{AB} \Rightarrow \Delta x_{AB} = ۴۰m$$

پاسخ فیزیک گزینه دو ۱۴۰۴/۹/۷

۱ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

چون سرعت ثابت و حرکت یکنواخت است؛ جابه‌جایی متحرک در هر چهار ثانیه یکسان است.

$$\Delta x = vt \Rightarrow -۲۴ = v \times ۴ \Rightarrow v = -۶\frac{m}{s}$$

$$x = vt + x_{\circ} \Rightarrow x = -۶t + x_{\circ} \Rightarrow -۱۰ = -۶ \times ۳ + x_{\circ} \Rightarrow x_{\circ} = ۸\,m$$

بنابراین معادلهٔ مکان- زمان متحرک در SI به‌صورت $x = -۶t + ۸$ است.

۲ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

اگر محل ابتدای قطار عقبی را مبدأ مکان و محور حرکت را به سمت راست در نظر بگیریم، داریم:

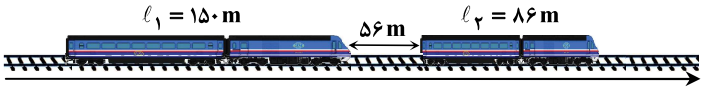
معادلهٔ حرکت ابتدای قطار جلویی : $x_۱ = v \times t + ۲۵۰$

معادلهٔ حرکت ابتدای قطار عقبی : $x_۲ = ۱/۴v \times t$

در لحظهٔ $t' = ۵۰\,s$، ابتدای قطار سریع‌تر ۳۰ متر جلوتر از ابتدای قطار کندتر است:

$$x_۲(۵۰) = x_۱(۵۰) + ۳۰ \Rightarrow ۱/۴v \times ۵۰ = v \times ۵۰ + ۲۵۰ + ۳۰ \Rightarrow ۰/۴v \times ۵۰ = ۲۸۰ \Rightarrow ۲۰v = ۲۸۰ \Rightarrow v = ۱۴\frac{m}{s}$$

هنگامی که قطار سریع‌تر ۵۶ متر جلوتر از قطار کندتر قرار دارد؛ شکل محل قرارگیری قطارها به‌صورت زیر می‌شود:



بنابراین فاصلهٔ ابتدای قطارها از یکدیگر برابر $\ell_۲ + ۵۶$ می‌شود:

$$x_۲(t) - x_۱(t) = ۵۶ + ۸۶ = ۱۴۲\,m$$

$$\Rightarrow ۱/۴vt - (vt + ۲۵۰) = ۱۴۲ \Rightarrow ۰/۴ \times ۱۴t = ۱۴۲ + ۲۵۰ = ۳۹۲ \Rightarrow ۵/۶t = ۳۹۲ \Rightarrow t = ۷۰\,s$$

مدت زمان خواسته‌شده برابر است با: $\Delta t = t - t' = ۷۰ - ۵۰ = ۲۰\,s$

۳ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

در بازهٔ زمانی $۰ \le t \le ۸\,s$ جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر است:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow v_A \times \Delta t = \frac{(v_{۰,B} + v_{۸,B})}{۲} \times \Delta t \Rightarrow v_{۸,B} = ۲v_A$$

بنابراین در لحظهٔ $t = ۸\,s$، سرعت متحرک B دو برابر سرعت متحرک A است.

۴ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \Rightarrow \begin{cases} 3=\frac{1}{2}a\times 4+x_0 \\ 45=\frac{1}{2}a\times 25+x_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a+x_0=3 \\ 12/5a+x_0=45 \end{cases} \xrightarrow{-} 10/5a=42 \Rightarrow a=\frac{42}{10/5}=4\frac{m}{s^2}$$

$$2a+x_0=3 \xrightarrow{a=4\frac{m}{s^2}} 8+x_0=3 \Rightarrow x_0=-5\,m$$

حالا مکان متحرک را در لحظهٔ $t=6\,s$ می‌یابیم:

$$x=\frac{1}{2}\times 4t^2-5 \Rightarrow x_6=2\times 36-5=72-5=67\,m$$

۵ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

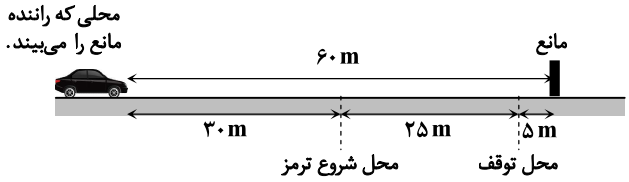
$$v_B^2-v_A^2=2a\times(AB) \Rightarrow 400=2a\times AB \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

$$v_C^2-v_A^2=2a\times AC \Rightarrow v_C^2=2a\times\frac{3}{4}AB \xrightarrow{\text{رابطهٔ (۱)}} v_C^2=\frac{3}{4}\times 400=300 \Rightarrow v_C=10\sqrt{3}\frac{m}{s}$$

۶ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

در مدت ۱ ثانیهٔ واکنش راننده، ماشین هنوز با همان تندی $30\frac{m}{s}$ به حرکت ادامه می‌دهد: $\Delta x=v_0\Delta t=30\times 1=30\,m$



$$\text{مسافت ترمز}=60-30-5=25\,m$$

$$v_2^2-v_1^2=2a\cdot\Delta x \Rightarrow 0-30^2=2a\times 25 \Rightarrow a=\frac{-900}{50}=-18\frac{m}{s^2} \Rightarrow |a|=18\frac{m}{s^2}$$

۷ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

مدت زمانی که طول می‌کشد تا اتومبیل A بایستد، برابر است با:

$$v_A = a_A t + v_{\circ A} \Rightarrow \circ = -۴t + ۸ \Rightarrow t = ۲s$$

در این مدت، مسافتی که اتومبیل A طی می‌کند برابر است با:

$$v_A^۲ - v_{\circ A}^۲ = ۲a\Delta x_A \Rightarrow \circ - ۶۴ = ۲\times -۴ \times \Delta x_A \Rightarrow \Delta x_A = ۸m$$

مسافتی که اتومبیل B در این ۲ ثانیه طی می‌کند برابر است با: $\ell_B = |v_B| t = ۱۴ \times ۲ = ۲۸m$

فاصلهٔ دو اتومبیل از هم در لحظهٔ توقف اتومبیل A برابر است با:

$$d = ۴۸ - (۸ + ۲۸) = ۱۲m$$

مدت زمانی که طول می‌کشد تا اتومبیل B به اتومبیل ساکن A برسد را به‌دست می‌آوریم:

$$d = |v_B| \times t' \Rightarrow ۱۲ = ۱۴ \times t' \Rightarrow t' = \frac{۶}{۷}s$$

از لحظهٔ ترمز اتومبیل A تا لحظه‌ای که دو اتومبیل به هم می‌رسند، مدت زمان سپری‌شده برابر است با: $\Delta t = ۲ + \frac{۶}{۷} = \frac{۲۰}{۷}s$

۸ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

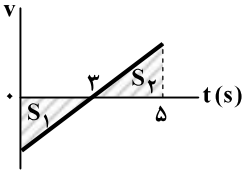
در بازهٔ زمانی که سرعت متوسط متحرک صفر است، می‌توان گفت جابه‌جایی متحرک برابر صفر است؛ بنابراین:

$$x_۲ = x_۴ \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times a \times (۲)^۲ + v_\circ \times ۲ + x_\circ = \frac{۱}{۲} a \times (۴)^۲ + v_\circ \times ۴ + x_\circ$$

$$\Rightarrow ۲v_\circ = ۲a - ۸a \Rightarrow v_\circ = -۳a$$

لحظهٔ توقف: $v = at + v_\circ \Rightarrow at - ۳a = \circ \Rightarrow t = ۳s$

نمودار سرعت- زمان متحرک شبیه نمودار روبه‌رو خواهد بود (فرض می‌کنیم سرعت اولیهٔ متحرک $v < \circ$ باشد.):



$$\frac{S_۲}{|S_۱|} = (\frac{۲}{۳})^۲ = \frac{۴}{۹} \Rightarrow S_۲ = \frac{۴}{۹}|S_۱|$$

مسافت طی‌شده و جابه‌جایی متحرک را برحسب مساحت‌های $S_۱$ و $S_۲$ می‌نویسیم:

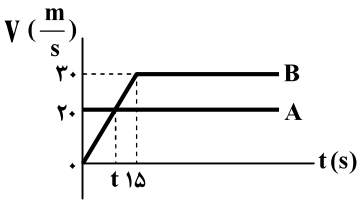
$$\ell = |S_۱| + S_۲ = |S_۱| + \frac{۴}{۹}|S_۱| = \frac{۱۳}{۹}|S_۱|$$

$$\Delta x = S_۲ - |S_۱| = \frac{۴}{۹}|S_۱| - |S_۱| = \frac{-۵}{۹}|S_۱|$$

نسبت خواسته‌شده برابر است با: $\frac{\ell}{|\Delta x|} = \frac{\frac{۱۳}{۹}|S_۱|}{\frac{۵}{۹}|S_۱|} = \frac{۱۳}{۵}$

۹ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

در ابتدا متحرک A جلوتر از متحرک B است و تا وقتی که سرعت A بیشتر از سرعت B است، فاصلهٔ دو متحرک بیشتر می‌شود و از لحظه‌ای که سرعت B بیشتر از A می‌شود، دو متحرک به هم نزدیک می‌شوند؛ پس بیشترین فاصلهٔ آن‌ها قبل از رسیدن به هم، لحظه‌ای است که سرعت آن‌ها یکسان می‌شود.

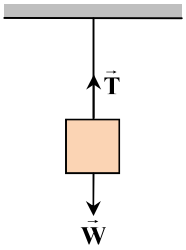


$$\frac{t}{۱۵} = \frac{۲۰}{۳۰} \Rightarrow t = ۱۰s$$

۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

دو نیروی کشش نخ و وزن بر وزنه وارد می‌شوند که واکنش هریک بر عامل به‌وجود آورندهٔ آن‌ها یعنی نخ و زمین وارد می‌شود.



۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

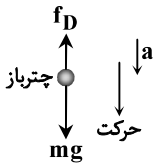
طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a}$$
$$\Rightarrow \vec{F}_{net} = ۲\times(۷/۵\vec{i} + ۱۰\vec{j}) = (۱۵\,N)\vec{i} + (۲۰\,N)\vec{j}$$
$$|\vec{F}_{net}| = \sqrt{(۱۵)^۲ + (۲۰)^۲} = ۲۵\,N$$

۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

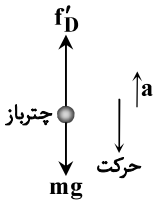
جوابش اینه

قبل از باز کردن چتر، جهت شتاب حرکت رو به پایین است:



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - f_D = ma$$
$$\Rightarrow f_D = mg - ma = ۱۰m - ۳m = ۷m$$

بعد از باز کردن چتر، جهت شتاب حرکت رو به بالا است:



$$F_{net} = ma \Rightarrow f'_D - mg = ma$$
$$\Rightarrow f'_D = mg + ma = ۱۰m + ۴m = ۱۴m$$

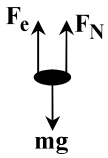
نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{f'_D}{f_D} = \frac{۱۴m}{۷m} = ۲$$

۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

شخص برای اینکه بتواند فنر را پایین بکشد، باید نیرویی به طرف پایین بر آن وارد کند. واکنش این نیرو به همان اندازه ولی در خلاف جهت یعنی به سمت بالا بر شخص وارد می‌شود. بنابراین نیروهای وارد بر شخص به‌صورت مقابل خواهند بود:



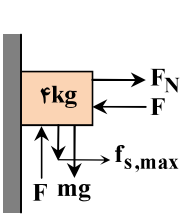
با توجه به اینکه حرکت آسانسور تندشوندهٔ رو به بالا است، جهت شتاب حرکت رو به بالا خواهد بود:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e + F_N - mg = ma$$
$$\Rightarrow kx + F_N - mg = ma \Rightarrow (۸۰۰\times ۰/۲) + F_N - (۷۵\times ۱۰) = (۷۵\times ۲)$$
$$\Rightarrow F_N = ۱۵۰ + ۷۵۰ - ۱۶۰ = ۷۴۰\,N$$

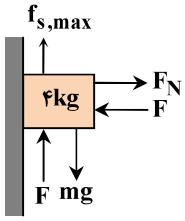
۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

نیروهای وارد بر جسم در دو حالت به‌صورت شکل زیر است:



حالت (۱)
جسم در آستانهٔ حرکت رو به بالا



حالت (۲)
جسم در آستانهٔ حرکت رو به پایین

در هر حالت، برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای افقی و قائم، صفر است:

$$\text{(۱) حالت}: F = mg + f_{s,max} \xrightarrow{f_{s,max}=\mu_s F_N=\mu_s F} F = mg + \mu_s F$$

$$\text{(۲) حالت}: F = mg - f_{s,max} \xrightarrow{f_{s,max}=\mu_s F} F = mg - \mu_s F$$

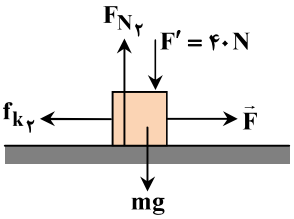
مشخص است که کمترین مقدار F در حالتی رخ می‌دهد که جسم در آستانهٔ حرکت رو به پایین باشد؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$F = mg - \mu_s F \Rightarrow F = \frac{mg}{۱+\mu_s} = \frac{۴\times ۱۰}{۱+۰/۶} = ۲۵\,N$$

۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

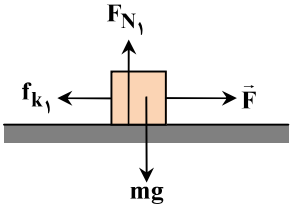
هنگامی که حرکت جسم با سرعت ثابت انجام می‌شود، نیروهای وارد بر جسم به شکل مقابل است:



در راستای قائم: $F_{net} = ۰ \Rightarrow F_{N_۲} = mg + F' = (۵\times ۱۰) + ۴۰ = ۹۰\,N$

در راستای افقی: $F_{net} = ۰ \Rightarrow F = f_{k_۲} \Rightarrow F = \mu_k F_{N_۲} = ۰/۴\times ۹۰ = ۳۶\,N$

در حالت اول که جسم تحت‌تأثیر نیروی افقی $F = ۳۶\,N$ با شتاب ثابت حرکت می‌کند، می‌توان نوشت:



در راستای قائم: $F_{net} = ۰ \Rightarrow F_{N_۱} = mg = ۵\times ۱۰ = ۵۰\,N$

در راستای افقی: $F_{net} = ma \Rightarrow F - f_{k_۱} = ma \Rightarrow F - \mu_k F_{N_۱} = ma$

$$\Rightarrow ۳۶ - (۰/۴\times ۵۰) = ۵a \Rightarrow ۱۶ = ۵a \Rightarrow a = ۳/۲\,\frac{m}{s^۲}$$

۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

در هر حالت، وزنه در حالت تعادل است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$F_{net}=0 \Rightarrow \begin{cases} F_{e_1}=kx_1=m_1g \Rightarrow k(L_1-L_0)=m_1g \quad (1)\text{رابطهٔ} \\ F_{e_2}=kx_2=m_2g \Rightarrow k(L_2-L_0)=m_2g \quad (2)\text{رابطهٔ} \end{cases}$$

از تقسیم روابط (۱) و (۲) بر هم داریم:

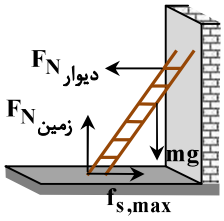
$$\frac{L_1-L_0}{L_2-L_0}=\frac{m_1}{m_2} \Rightarrow \frac{24-L_0}{25-L_0}=\frac{400}{400+100} \Rightarrow 5(24-L_0)=4(25-L_0)$$

$$\Rightarrow 120-5L_0=100-4L_0 \Rightarrow L_0=20\,cm$$

۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

نیروهای وارد بر نردبان مطابق شکل مقابل است:

با توجه به ساکن بودن نردبان می‌توان نوشت:



در راستای عمودی : $F_{net}=0 \Rightarrow F_{N_{زمین}}=mg=24\times10=240\,N$

نردبان در آستانهٔ سر خوردن است؛ بنابراین داریم:

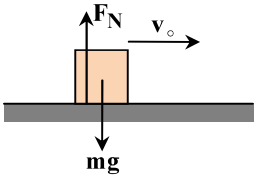
$$f_{s,max}=\mu_s F_{N_{زمین}} \Rightarrow f_{s,max}=0/75\times240=180\,N$$

حالا می‌توان اندازهٔ نیروی سطح زمین بر نردبان را حساب کرد:

$$R=\sqrt{(F_{N_{زمین}})^2+(f_{s,max})^2}=\sqrt{(240)^2+(180)^2}=300\,N$$

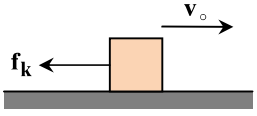
۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل‌های ۱ و ۲)

مؤلفهٔ قائم نیروی سطح، همان نیروی عمودی سطح است:



در راستای قائم : $F_{net}=0 \Rightarrow F_N=mg \Rightarrow 40=m\times10 \Rightarrow m=4\,kg$

مؤلفهٔ افقی نیروی سطح، نیروی اصطکاک جنبشی است که در خلاف جهت حرکت جسم بر آن اثر می‌کند:



در راستای افقی : $F_{net}=ma \Rightarrow -10=4a \Rightarrow a=-2/5\,\frac{m}{s^2}$

شتاب جسم در این حرکت کندشونده، برابر $\vec{a}=(-2/5\,\frac{m}{s^2})\vec{i}$ است:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \Rightarrow 0-(10)^2=2\times(-2/5)\Delta x \Rightarrow \Delta x=\frac{-100}{-5}=20\,m$$

۱ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$\begin{cases} F_1 = ma_1 \\ F_2 = ma_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱۵ = ma & \text{رابطهٔ (۱)} \\ ۲۷ = m(a+۳) & \text{رابطهٔ (۲)} \end{cases} \Rightarrow ۲۷ = ۱۵ + ۳m \Rightarrow ۱۲ = ۳m \Rightarrow m = ۴kg \xrightarrow{\text{رابطهٔ (۱)}} a = ۳/۷۵ \frac{m}{s^2}$$

۲ - پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

نیروهای وارد بر وزنه عبارتند از:

۱) نیروی وزن که کرهٔ زمین بر وزنه وارد می‌کند. ۲) نیروی کشش طناب که طناب بر آن وارد می‌کند.

پس واکنش این نیروها بر زمین و طناب وارد می‌شود.

۳ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

در لحظه‌ای که چترباز، چتر خود را باز می‌کند، سرعت روبه‌پایین دارد و مقاومت هوا روی آن افزایش می‌یابد و از وزن چترباز بیشتر می‌شود.

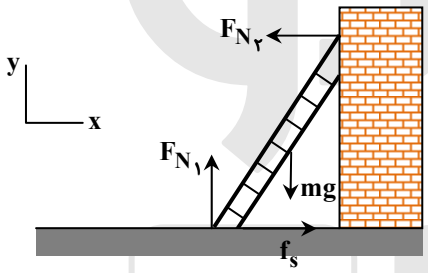
$(f_D > mg)$

بنابراین برایند نیروها در خلاف جهت حرکت بوده و حرکت کندشونده است. چون مقاومت هوا تابع تندی جسم است، با کاهش تندی، مقاومت هوا کم می‌شود و بنابراین در این مدت شتاب حرکت متغیر و در حال کاهش است.

پس از مدتی نیروی مقاومت هوا برابر وزن چترباز و شتاب حرکت صفر می‌شود و چترباز با تندی ثابت که در این لحظه پیدا می‌کند به حرکت خود به پایین ادامه می‌دهد.

۴ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

چون نردبان ساکن است، برایند نیروها در راستای افقی و قائم صفر است.



$$F_{net,x} = ۰ \Rightarrow f_s = F_{N_2} = ۱۴۶N$$

نیروی وارد از طرف دیوار قائم بر نردبان برابر است با:

$$\vec{F}_{N_2} = (-۱۴۶N)\vec{i}$$

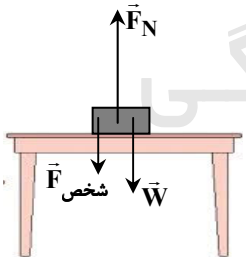
طبق قانون سوم نیوتون، نیروی نردبان بر دیوار قائم برابر است با:

$$\vec{F}'_{N_2} = (+۱۴۶N)\vec{i}$$

$$F_{net,y} = ۰ \Rightarrow F_{N_1} = mg \Rightarrow ۱۹۶ = m \times ۹/۸ \Rightarrow m = ۲۰kg$$

۵ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

چون نیروی جعبه بر دست به‌طرف بالاست، نیروی دست بر جعبه به‌طرف پایین خواهد بود. از طرفی چون جعبه به حال سکون است، باید نیروی خالص وارد بر آن صفر باشد. بر جعبه سه نیروی وزن $(\vec{W})$، دست شخص $(\vec{F}_{شخص})$ و عمودی سطح میز $(\vec{F}_N)$ وارد می‌شود؛ در نتیجه داریم:



$$F_N = F_{شخص} + W = ۳۰ + ۵ \times ۱۰ = ۸۰N$$

۶ - پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

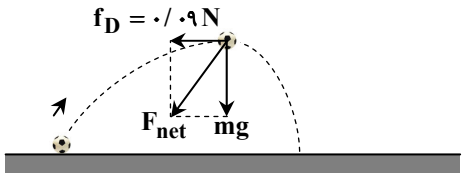
چون جسم ساکن است، نیروی خالص افقی وارد بر جسم صفر است؛ بنابراین:



$$F_{net,x} = ۰ \Rightarrow F_1 = f_s = ۱۰N$$

با افزایش نیروی F_2، نیروی عمودی سطح افزایش می‌یابد و در نتیجه نیروی سطح (R) که برایند دو نیروی عمودی سطح و اصطکاک است نیز افزایش می‌یابد.

۷ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)



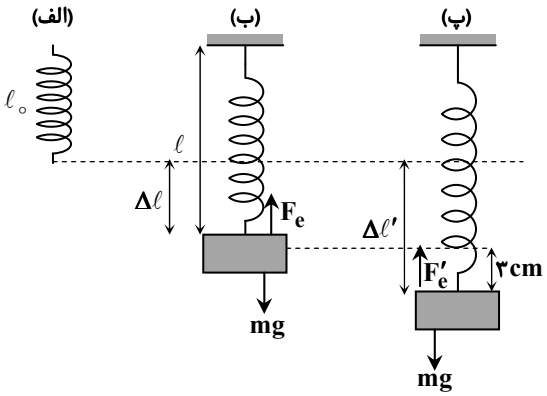
$$F_{net} = ma \Rightarrow \sqrt{f_D^2 + (mg)^2} = ma$$

$$\Rightarrow \sqrt{۰/۰۹^2 + ۱۰۰m^2} = m \times \frac{۴۱}{۴} \Rightarrow ۰/۰۹^2 + ۱۰۰m^2 = m^2 \times \frac{۱۶۸۱}{۱۶}$$

$$\Rightarrow ۰/۰۹^2 = \frac{۸۱}{۱۶}m^2 \Rightarrow m = ۰/۰۴kg = ۴۰g$$

۸ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

در شکل «ب» وزنه در حالت تعادل است و داریم:



$$F_e = k\Delta\ell = mg \Rightarrow ۱۰۰\Delta\ell = ۰/۵\times۱۰ \Rightarrow \Delta\ell = \frac{۵}{۱۰۰}m = ۵\,cm$$

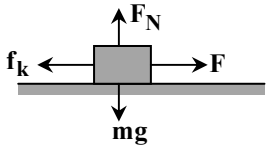
بنابراین در شکل «پ»، $\Delta\ell' = ۵+۳ = ۸\,cm$ می‌شود و می‌توان نوشت:

$$F'_e = k\Delta\ell' = ۱۰۰\times\frac{۸}{۱۰۰} = ۸\,N$$

$$F'_e - mg = ma \Rightarrow ۸-۵ = ۰/۵a \Rightarrow a = ۶\frac{m}{s^۲}$$

۹ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

در حالت افقی:

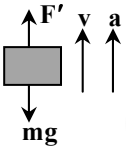


$$F_N = mg$$

$$F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow ۳۶ - ۰/۵\times mg = m\times۴ \Rightarrow ۳۶ = ۹m \Rightarrow m = ۴kg$$

در حالت قائم:



$$F' - mg = ma \Rightarrow F' = m(g+a) \Rightarrow F' = ۴\times(۱۰+۴) = ۵۶\,N$$

۱۰ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جابه‌جایی خودرو در مدت زمان واکنش:

$$\Delta x_۱ = vt = ۴۰\times۰/۵ = ۲۰\,m$$

جابه‌جایی خودرو حین ترمزگرفتن:

$$\Delta x_۲ = ۵۲۰ - ۲۰ = ۵۰۰\,m$$

جهت حرکت خودرو را در جهت محور x در نظر می‌گیریم:

$$v^۲ - v_\circ^۲ = ۲a\Delta x_۲ \Rightarrow ۱۰^۲ - ۴۰^۲ = ۲a\times۵۰۰ \Rightarrow a = -۱/۵\frac{m}{s^۲}$$

$$F_{net} = ma = ۱۰۰۰\times(-۱/۵) = -۱۵۰۰\,N$$

بر خودرو در امتداد حرکت فقط نیروی اصطکاک وارد می‌شود. از طرفی برایند دو نیروی $\vec{F}_N$ و $m\vec{g}$ نیز صفر است؛ پس نیروی خالص همان نیروی اصطکاک خواهد بود و علامت منفی نشان می‌دهد این نیرو در خلاف جهت محور x (خلاف حرکت) بر خودرو وارد می‌شود.

۱۱ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_N - ۱۰۰\times۹/۸ = ۱۰۰\times۲ \Rightarrow F_N = ۱۱۸۰\,N$$

۱۲ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

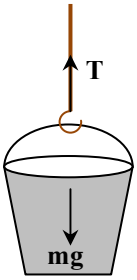
با توجه به نمودار صورت سؤال، فنر (۱) به‌ازای هر ۲ واحد نیرو، ۴ واحد تغییر طول و فنر (۲) به‌ازای هر ۴ واحد نیرو، ۳ واحد تغییر طول دارد.

اگر هر واحد نیرو را $F_\circ$ و هر واحد تغییر طول را $x_\circ$ فرض کنیم، داریم:

$$F_e = kx \Rightarrow \begin{cases} k_۱ = \frac{۲F_\circ}{۴x_\circ} \\ k_۲ = \frac{۴F_\circ}{۳x_\circ} \end{cases}$$

$$F = k_۱x_۱ = k_۲x_۲ \Rightarrow (\frac{۲F_\circ}{۴x_\circ})\times(۳۴-۳۰) = (\frac{۴F_\circ}{۳x_\circ})\times(L_۲-۵۰) \Rightarrow ۲ = \frac{۴}{۳}(L_۲-۵۰) \Rightarrow L_۲ = ۵۱/۵\,cm$$

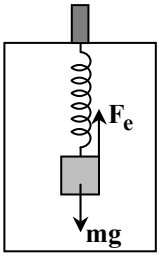
۱۳ - پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)



جهت روبه‌پایین را مثبت فرض می‌کنیم:

$$F_{net}=ma \Rightarrow mg-T=ma \Rightarrow ۴\times۱۰-T=۴\times۱/۵ \Rightarrow T=۳۴N$$

۱۴ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)



راه‌حل اول: در حالتی که آسانسور ساکن است، برایند نیروهای وارد بر فنر صفر است.

$$F_{net}=F_e-mg=۰ \Rightarrow k(۵۲-L_۰)=mg \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

در حالتی که آسانسور با شتاب ثابت a بالا می‌رود، داریم:

$$F'_{net}=ma \Rightarrow F'_e-mg=ma \Rightarrow k(۵۲/۴-L_۰)-mg=m\times۲ \quad \text{رابطهٔ (۲)}$$

با استفاده از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$۵۲/۴k-kL_۰-۵۲k+kL_۰=\frac{۵۲k-kL_۰}{۹/۸}\times۲ \Rightarrow ۰/۴=\frac{۵۲-L_۰}{۴/۹} \Rightarrow L_۰=۵۰/۰۴cm$$

راه‌حل دوم:

چون نیروی فنر با تغییر طول فنر متناسب است، می‌توان گفت به ازای $F_e=ma$ طول فنر به‌اندازهٔ $۰/۴cm$ افزایش یافته است؛ ازاین‌رو به ازای $F_e=mg$ طول فنر با توجه به تناسب زیر به‌اندازهٔ $۱/۹۶cm$ افزایش یافته است؛ پس طول اولیهٔ فنر برابر با $۵۰/۰۴cm$ است:

$$\begin{array}{c|c} ma & mg \\ \hline ۰/۴ & \Delta L \end{array} \Rightarrow \Delta L=\frac{۰/۴\times۹/۸}{۲}=۱/۹۶cm \qquad ۵۲-L_۰=۱/۹۶ \Rightarrow L_۰=۵۰/۰۴cm$$

۱۵ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$F=G\frac{M_e.m}{r^۲}$$

$$\left.\begin{array}{l} ۱/۴۴=G\dfrac{M_e.m}{r_۱^۲} \\ ۱=G\dfrac{M_e.m}{(r_۱+۳۲۰۰)^۲} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۱/۴۴}{۱}=\frac{(r_۱+۳۲۰۰)^۲}{r_۱^۲} \Rightarrow ۱/۲=\frac{r_۱+۳۲۰۰}{r_۱} \Rightarrow r_۱=۱۶۰۰۰km$$

$$\frac{F_{\text{در سطح زمین}}}{۱/۴۴}=(\frac{۱۶۰۰۰}{۶۴۰۰})^۲ \Rightarrow F_{\text{در سطح زمین}}=۹N$$

$$mg=۹ \Rightarrow m=۰/۹kg=۹۰۰g$$

۱۶ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

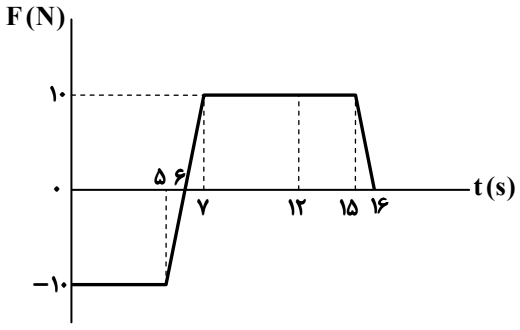
$$F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{p(۴)-p(۳)}{۴-۳}=\frac{(-۶۴-۸۰+۱۰)-(-۳۶-۶۰+۱۰)}{۱} \Rightarrow F_{av}=-۴۸N \Rightarrow |F_{av}|=۴۸N$$

۱۷ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$K=\frac{۱}{۲}\frac{p^۲}{m} \Rightarrow ۰/۹\times۱۰^۶=\frac{۱}{۲}\times\frac{(۶\times۱۰^۴)^۲}{m} \Rightarrow m=۲۰۰۰kg$$

۱۸ - پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

مساحت زیر نمودار نیرو- زمان برابر با تغییر تکانه (Δp) است.



$$\Delta p_{(۰-۵s)}=S_{(۰-۵s)} \Rightarrow m(v(۵s)-v(۰))=-۱۰\times۵$$

$$\Rightarrow ۲v(۵s)=-۵۰ \Rightarrow v(۵s)=-۲۵\frac{m}{s}$$

$$\Delta p_{(۰-۱۶s)}=S_{(۰-۱۶s)} \Rightarrow m(v(۱۶s)-v(۰))=\frac{۴+۳}{۲}\times۱۰=۳۵$$

$$\Rightarrow v(۱۶s)=\frac{۳۵}{۲}\frac{m}{s}$$

$$\left|\frac{v(۱۶s)}{v(۵s)}\right|=\frac{\frac{۳۵}{۲}}{۲۵}=\frac{۷}{۱۰}$$

۱- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین مرتضوی)*

اسیدهای چرب باید دارای زنجیرهٔ کربنی بلند باشند، بنابراین ترکیب **(b)** اسید چرب به حساب نمی‌آید.

اسیدهای چرب موادی ناقطبی هستند؛ بنابراین نیروی بین مولکولی غالب در آنها نیروی واندروالسی خواهد بود.

(مولکول ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵ و ۶)

۲- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین مرتضوی)*

ترکیب شمارهٔ «۲» نوعی پاک کننده غیرصابونی می‌باشد.

در این پاک‌کننده‌ها نیروی بین مولکولی غالب، نیروی واندروالسی است و برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی در آب‌های سخت، پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند و با یون‌های موجود در آب سخت رسوب تشکیل نمی‌دهند.

(مولکول ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحهٔ ۱۱)

۳- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین مرتضوی)*

ترکیب «۲» برخلاف ترکیب «۳» در آب دریا پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: پاک‌کننده‌های صابونی نمک اسیدهای چرب (با زنجیر کربنی بلند) هستند.

گزینهٔ «۲»: مخلوط آب و روغن و صابون تشکیل یک کلوئید می‌دهند که نوعی مخلوط پایدار محسوب می‌شود.

گزینهٔ «۴»: از گرما دادن به پیهٔ گوسفند و سودسوزآور، صابون مراغه تولید می‌شود.

(مولکول ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶، ۷ و ۱۱)

۴- گزینهٔ «۴» *(حسن رحمتی کوکنده)*

اتیلن گلیکول (ضدیخ) با فرمول شیمیایی CH_2OHCH_2OH دارای دو گروه هیدروکسیل $(-OH)$ است و از طریق تشکیل پیوند هیدروژنی در آب محلول است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: شیب تغییرات نمودار امید به زندگی در نواحی برخوردار از نواحی کم برخوردار کمتر است.

گزینهٔ «۲»: اوره برعکس روغن زیتون درشت مولکول به حساب نمی‌آید.

گزینهٔ «۳»: عسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل $(-OH)$ دارند و در آب محلول است.

(مولکول ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۳ و ۴ و ۵)

۵- گزینهٔ «۲» *(میثم کوثری لنگری)*

موارد «الف» و «ت» نادرست هستند.

الف) ترکیبات ۳ و ۴، ترکیبات یونی هستند و برای آنها واژه مولکول به کار نمی‌رود. همچنین دقت داشته باشید که پاک کننده‌های غیرصابونی قدرت پاک‌کنندگی بیشتری دارند.

ت) ترکیب «۲» استر سنگین است و اجزای چربی به شمار می‌آید، امّا اسید چرب سازنده آن فرمول $C_{17}H_{35}COOH$ دارد.

$$C_{57}H_{110}O_6 - C_3H_2 = C_{54}H_{108}O_6 \div 3 = C_{18}H_{36}O_2$$

یا $C_{17}H_{35}COOH$

موارد درست:

ب) ترکیبات «۱» و «۲» اجزاء سازندهٔ چربی‌اند که به کمک پاک‌کننده‌ها (ترکیبات ۳ و ۴) در آب پخش می‌شوند. در واقع صابون‌ها و پاک‌کننده‌های غیرصابونی همانند یک پل بین ذرات آب و چربی قرار گرفته و سبب پخش شدن آنها در آب می‌شوند.

پ) از واکنش استر سنگین $C_{57}H_{110}O_6$ با مقدار کافی پتاسیم هیدروکسید، سه مول صابون مایع $C_{17}H_{35}COO^-K^+$ تولید می‌شود.

(مولکول ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵ تا ۱۱)

۶- گزینهٔ «۲» *(مژگان یاری)*

الف – نادرست، صابون مراغه به دلیل خاصیت بازی مناسب، برای موهای چرب استفاده می‌شود.

ب- درست، صابون گوگرددار برای از بین بردن جوش صورت و همچنین قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.

پ- درست، نمک‌های فسفات موجود در صابون‌ها با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب سخت واکنش می‌دهند و از تشکیل رسوب با صابون جلوگیری می‌کنند.

ت- نادرست، پاک کننده‌های صابونی و غیرصابونی خاصیت بازی دارند. ولی پاک‌کننده‌های خورنده‌ای مثل HCl و $NaOH$ به ترتیب خاصیت اسیدی و بازی دارند.

(مولکول ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۹، ۱۰ و۱۱ و ۱۲ و ۱۳)

۷- گزینهٔ «۴» *(سپهر کاظمی)*

با توجه به خود را بیازمایید صفحهٔ ۹ کتاب درسی، درصد لکه باقی مانده بر روی پارچه با دمای آب رابطهٔ عکس دارد هم چنین نوع پارچه و صابون هم مؤثر هستند. درصد لکه باقی مانده بر روی پارچه‌های پلی استر، بیش‌تر از پارچه‌های نخی است و از طرفی صابون‌های آنزیم دار بیش از صابون‌های بدون آنزیم در پاک کردن لکه از روی لباس مؤثر هستند. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: طبق جدول خود را بیازمایید صفحهٔ ۹ کتاب درسی، اگر پارچهٔ نخی در دمای $40^\circ C$ توسط صابون آنزیم‌دار شسته شود، درصد لکهٔ باقی مانده می‌تواند به صفر برسد.

گزینهٔ «۲»: اگر C پارچهٔ نخی باشد چون دما در آزمایش ۴ افزایش پیدا کرده، B می‌تواند صابون بدون آنزیم باشد و علت کاهش درصد لکهٔ باقی مانده همین افزایش دما است.

گزینهٔ «۳»: با توجه به این که در آزمایش ۵ نسبت به آزمایش ۳ لکهٔ کمتری باقی مانده و هر دو صابون آنزیم‌دار فرض شده‌اند، G می‌تواند کمتر از F باشد زیرا لکه بر روی پارچه نخی راحت‌تر از پارچهٔ پلی استر از بین می‌رود و لزومی ندارد حتماً دما هم افزایش یافته باشد.

گزینهٔ «۴»: اگر در آزمایش «۳» و «۴»، هم دما برابر شود و هم میزان درصد لکهٔ باقی مانده، چون نوع پارچه‌ها متفاوت است فقط در صورتی این اتفاق می‌افتد که پارچهٔ پلی استر با صابون آنزیم‌دار و پارچهٔ نخی با صابون بدون آنزیم شسته شود. بنابراین این گزینه قطعاً درست است.

(مولکول ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۸- گزینهٔ «۴» *(احسان روستایی)*

فرمول کلی صابون مایع فاقد اتم فلزی: $RCOONH_4$ می‌باشد.

با توجه به اینکه زنجیره هیدروکربنی (R) دارای ۱۷ کربن و سه پیوند دوگانه است و به ازای هر پیوند دوگانه، ۲ اتم هیدروژن از گروه R کم می‌کنیم.

پس فرمول صابون به صورت زیر است:

$$C_{17}H_{29}COONH_4 \rightarrow C_{18}H_{33}NO_2$$

$$(18\times12)+(33\times1)+(14\times1)+(2\times16)=295 g.mol^{-1}$$

پاک کنندهٔ غیرصابونی هم کربن با شرط حداکثر تعداد هیدروژن، باید دارای زنجیره هیدروکربنی سیرشده باشد . یعنی:

$$C_nH_{2n+1}C_6H_4SO_3Na \rightarrow C_{12}H_{25}C_6H_4SO_3Na$$

$$\rightarrow C_{18}H_{29}SO_3Na$$

(مولکول ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶ و ۱۱)

۹- گزینهٔ «۱» *(مسعود بعفری)*

فرمول شیمیایی پاک‌کنندهٔ صابونی به صورت $RCOONa$ و پاک کنندهٔ غیرصابونی به صورت $RC_6H_4SO_3Na$ است. با توجه به این که R در هر دو یکسان است، جرم مولی پاک‌کنندهٔ صابونی را به صورت «$R+67$» و جرم مولی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی را به صورت «$R+179$» نوشت.

اگر جرم مخلوط اولیه را y گرم در نظر بگیریم، داریم:

$$\text{مول پاک‌کنندهٔ غیرصابونی} = \frac{0/5y}{R+179} \quad , \quad \text{مول صابون جامد} = \frac{0/5y}{R+67}$$

از طرفی می‌دانیم نسبت مولی آن‌ها $\frac{22}{15}$ است؛ پس:

$$\frac{\frac{0/5y}{R+67}}{\frac{0/5y}{R+179}} = \frac{22}{15} \Rightarrow \frac{R+179}{R+67} = \frac{22}{15} \Rightarrow 7R = 1211 \Rightarrow R = 173 g.mol^{-1}$$

با توجه به محاسبات انجام شده جرم مولی زنجیرهٔ هیدروکربنی ۱۷۳ گرم بر مول است.

می‌دانیم تنها پاک‌کنندهٔ صابونی با آب سخت واکنش می‌دهد؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{0/4y}{0/5y} = 0/8$$

در واقع کلسیم موجود در آب سخت برای خنثی‌سازی ۸۰ درصد پاک کنندهٔ صابونی کافی است.

$$CaCl_2(aq) + 2RCOONa(aq) \rightarrow Ca(RCOO)_2(s) + 2NaCl(aq)$$

$$0/5L_{\text{محلول}} \times \frac{0/8 mol\, CaCl_2}{1L} \times \frac{2 mol\, RCOONa}{1 mol\, CaCl_2} \times \frac{1 mol\, RCOONa_{\text{اولیه}}}{0/8 mol\, RCOONa} = 1 mol\, RCOONa$$

پس میزان مول پاک‌کنندهٔ صابونی در مخلوط اولیه، ۱ مول است.

$$\frac{0/5y}{(R+67) g.mol^{-1}} = 1 mol \xrightarrow{R=173 g.mol^{-1}}$$

$$\frac{0/5y}{240 g.mol^{-1}} = 1 mol \Rightarrow y = 480 g$$

(مولکول ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۹ ، ۱۰ و ۱۱)

۱۰- گزینهٔ «۳» *(ارژنگ شادی)*

اکسیدهای شماره «۱»، «۲» و «۳» در واکنش با آب منجر به تولید فراورده‌های زیر خواهند شد.

$$(1) Li_2O(s) + H_2O(l) \rightarrow 2LiOH(aq)$$

$$(2) BaO(s) + H_2O(l) \rightarrow Ba(OH)_2(aq)$$

$$(3) N_2O_5(s) + H_2O(l) \rightarrow 2HNO_3(aq)$$

بررسی هریک از گزینه ها:

گزینهٔ «۱»: از میان محلول اکسیدهای داده شده، تنها اکسید شمارهٔ «۳» زمانی که در آب حل می‌شود باعث افزایش غلظت یون هیدرونیوم خواهد شد و اسید آرنیوس محسوب می‌شود که رنگ کاغذ pH را به سرخ در می‌آورد.

گزینهٔ «۲»: اکسید شمارهٔ «۲» ترکیب BaO از اکسیدهای فلزی است که برخلاف SO_3 که یک اکسید نافلزی است، یک باز آرنیوس به حساب می‌آید.

گزینهٔ «۳»: مجموع ضرایب مواد در این واکنش $(N_2O_5 + H_2O \rightarrow 2HNO_3)$ برابر ۴ است.

گزینهٔ «۴»: اکسید شمارهٔ «۱» برخلاف اکسید شمارهٔ «۳» یک باز آرنیوس محسوب می‌شود.

(مولکول ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ و ۱۶)

۱- گزینهٔ «۴» *(آرش رمضانیان)*

بیماری وبا در طول تاریخ بارها در جهان همه‌گیر شده است و هنوز هم می‌تواند برای هر جامعه‌ای تهدیدکننده باشد.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱ تا ۴)

۲- گزینهٔ «۳» *(علیرضا اصل‌فلاح)*

بررسی عبارت‌ها:

عبارت الف: نادرست ← زیرا روغن زیتون فاقد تعداد زیادی گروه هیدروکسیل است.

عبارت ب: درست

عبارت ج: درست

عبارت د: نادرست ← اتیلن‌گلیکول، اوره و نمک خوراکی در آب حل می‌شوند ولی عامل انحلال در هر سه آن‌ها وجود گروه هیدروکسیل نمی‌باشد.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱ تا ۴)

۳- گزینهٔ «۲» *(سیدعلی اشرفی‌دوست سلماسی)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: درست است، آب و روغن در حالت عادی ترکیب نمی‌شوند؛ اگر ماده‌ای همانند صابون به آن اضافه شود آن را پایدار می‌کند و خواص یک کلوئید را دارا است.

گزینهٔ «۲»: نادرست است.

بخش $-SO_3^-$ ⇒ A

گزینهٔ «۳»: درست است.



گزینهٔ «۴»:درست است. چون ساختار«۳» برخلاف ساختار (۴) یک پاک‌کننده صابونی است و پاک‌کننده‌های غیرصابونی را از مواد پتروشیمیایی طی واکنش‌های پیچیده تولید می‌کنند.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵، ۶، ۷، ۱۰ و ۱۱)

۴- گزینهٔ «۲» *(ارسلان کریمی)*

بررسی عبارت‌ها:

آ) مخلوط آب و روغن و صابون یک کلوئید می‌باشد که پایدار و به ظاهر همگن است.

ب)

نوع مخلوط	کلوئید	سوسپانسیون	محلول
ذره‌های سازنده	توده‌های مولکولی	ذرات ریز ماده	یون‌ها و مولکول‌ها

پ) به آب‌هایی که مقادیر چشمگیری یون‌های کلسیم و منیزیم دارند، آب سخت گفته می‌شود.

ت) پاک‌کننده‌های غیرصابونی قدرت پاک‌کنندگی بیشتری نسبت به صابون دارند و در آب‌های سخت نیز خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷ ، ۹ و ۱۱)

۵- گزینهٔ «۱» *(فرزین بوستانی)*

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: نادرست. مولکول‌های عسل با آب پیوندهای هیدروژنی تشکیل می‌دهند و به‌خوبی در آب حل می‌شوند در حالی‌که گریس در آب حل نمی‌شود.

عبارت دوم: نادرست. پس از تفکیک یونی صابون، بخش آنیونی صابون فرایندهای مربوطه را انجام می‌دهد نه بخش کاتیونی.

عبارت سوم: نادرست. ذره‌های سازندهٔ محلول‌ها، مولکول‌ها و یون‌های کوچک می‌باشد در حالی‌که ذره‌های سازنده کلوئیدها توده‌های مولکولی است. پس اندازهٔ ذره‌های سازنده کلوئید درشت‌تر است و خواص متفاوتی با محلول‌ها دارد.

عبارت چهارم: درست

فرمول مولکولی اتیلن‌گلیکول $C_2H_6O_2$: $\frac{\text{شمار اتم‌های H}}{\text{شمار اتم‌های C}} = \frac{6}{2} = 3$

فرمول مولکولی وازلین $C_{25}H_{52}$: $\frac{\text{شمار اتم‌های H}}{\text{شمار اتم‌های C}} = \frac{52}{25} = 2/08$

عبارت پنجم: نادرست

یون‌های فسفات با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} موجود در آب سخت رسوب تشکیل می‌دهند.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۶- گزینهٔ «۴» *(سروش عبادی)*

دو مخلوط پایدار، کلوئیدها و محلول‌ها هستند. با توجه به شکل‌های داده شده، مخلوط **A**، محلول و مخلوط **B**، کلوئید است، زیرا محلول‌ها نور را عبور می‌دهند، در حالی‌که کلوئیدها نور را پخش می‌کنند و مسیر عبور نور در آنها مشخص است.

بر این اساس گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ «۱»: ذرات سازندهٔ کلوئیدها، توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت و ذرات سازندهٔ محلول‌ها، یون‌ها یا مولکول‌ها هستند، بنابراین اندازهٔ ذرات سازندهٔ کلوئیدها، بیشتر از اندازهٔ ذرات سازندهٔ محلول‌ها است. (درست)

گزینهٔ «۲»: آب و صابون و روغن با یکدیگر تشکیل کلوئید می‌دهند. (درست)

گزینهٔ «۳»: رفتار کلوئیدها را می‌توان بین محلول‌ها و سوسپانسیون‌ها در نظر گرفت. (درست)

گزینهٔ «۴»: ذرات سازندهٔ کلوئیدها و محلول‌ها پایدار هستند و ته‌نشین نمی‌شوند اما خواستان باشد که کلوئیدها برخلاف محلول‌ها، ناهمگن محسوب می‌شوند. (نادرست)

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶ و ۷)

۷- گزینهٔ «۲» *(عبدالرضا دادخواه)*

عبارت‌های آ و ث درست هستند. بررسی عبارت‌ها:

آ) قدرت پاک‌کنندگی صابون به عواملی مانند مقدار و نوع صابون، نوع پارچه و دما بستگی دارد. (خرداد ۹۹)

ب) چربی‌ها مخلوطی از اسید چرب و استر سنگین به شمار می‌آیند. (خرداد ۹۹)

پ) برای جدا کردن رسوبات آهکی در جدار داخلی سماور از اسیدهایی مانند HCl یا سرکه استفاده می‌شود که پاک‌کننده‌هایی خورنده می‌باشند. (شهریور ۹۹)

ت) جهت افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی به صابون مادهٔ شیمیایی کلردار می‌افزایند. (شهریور ۹۹)

ث) جاذبه بین مولکولی میان لکه چربی و پارچه پلی‌استری بیش‌تر از پارچه نخی است. (خرداد ۱۴۰۳)

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵، ۸، ۹ ، ۱۲ و۱۳)

۸- گزینهٔ «۳» *(مجید معین‌السادات)*

فقط موارد آ و ت درست هستند.

با توجه به اینکه ارتفاع کف ایجاد شده در ظرف ۱ بیشتر است پس ظرف ۱ دارای آب مقطر و ظرف ۲ محتوی آب دریا بوده است. آب دریا مقدار زیادی یون از جمله Ca^{2+} و Mg^{2+} دارد و بخشی از صابون با این یون‌ها واکنش داده و رسوب می‌کند. در حالی‌که پاک‌کننده‌های غیرصابونی با این یون‌ها واکنش نمی‌دهند و رسوب نمی‌کنند. پس موارد آ و ت درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

ب) صابون در آب دریا به مقدار کمتری کف ایجاد می‌کند پس ظرف ۱ دارای آب مقطر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پ) در ظرف ۲ که آب دریا دارد بخشی از صابون رسوب می‌کند ولی یون‌های Na^+ همچنان محلول در آب باقی می‌مانند.

$$2RCOONa + Ca^{2+}(aq) \rightarrow (RCOO)_2Ca(s) + 2Na^+(aq)$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحهٔ ۹ و ۱۱)

۹- گزینهٔ «۴» (کامران بحفری)

پاک‌کننده صابونی دارای فرمول کلی $C_nH_{2n+1}COONa$ می‌باشد بنابراین تفاوت هیدروژن‌ها با کربن‌ها:

$$H - C = (2n+1) - (n+1) = 17 \Rightarrow C_{17}H_{35}COONa$$

جرم مولی صابون $= C_{17}H_{35}COONa = 306\,g:mol^{-1}$

پاک‌کننده غیرصابونی فرمول $C_nH_{2n+1}C_6H_4SO_3Na$ دارد و اختلاف

$$H - C = (2n+5) - (n+6) = 11 \Rightarrow n = 12$$

$$\Rightarrow C_{12}H_{25}C_6H_4SO_3Na$$

جرم غیرصابونی $= C_{18}H_{29}SO_3Na = 348$

اختلاف جرم آن در پاک‌کننده $= 348 - 306 = 42g$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

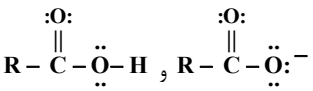
۱۰- گزینهٔ «۳» (مژگان یاری)

تنها مورد آ صورت نمی گیرد .

در تبدیل یک اسید چرب به صابون جامد به جای هیدروژن گروه هیدروکسیل، سدیم قرار می‌گیرد.

$$RCOOH \rightarrow RCOO^-Na^+$$

آ) شمار زوج‌الکترون‌های ناپیوندی در مولکول اسید چرب و بخش آنیونی صابون به ترتیب برابر ۴ و ۵ است.



ب) صابون‌ها با مولکول‌های آب جاذبه یون – دو قطبی برقرار می‌کنند که از پیوند هیدروژنی موجود میان مولکول‌های اسید چرب و آب قوی‌تر است، در نتیجه انحلال‌پذیری صابون بیشتر است.

پ) نوع نیروی بین ذره‌ای اسیدهای چرب و صابون به ترتیب واندروالسی و جاذبهٔ یونی است.طبق متن کتاب درسی به ترکیب صابون می توان مولکول گفت اما نیروی بین ذره‌ای آن یونی است.

ت) سدیم نسبت به اتم هیدروژن از جرم مولی بیشتری برخوردار است.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۱- گزینهٔ «۲» (میبد معین‌السادات)

گزینه دوم درست است. بررسی موارد نادرست:

عبارت ۱) نادرست – مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیوم یک شوینده خورنده مؤثر است و ...

گزینه ۳) نادرست – برای زدودن رسوبات آهکی (جرم کتری) باید از شوینده‌های خورنده اسیدی استفاده شود.

گزینه ۴) نادرست – این ساختار مربوط به یک پاک‌کننده غیرصابونی است. در صابون‌های گوگرددار، گوگرد به عنوان یک ماده افزودنی به صابون اضافه می‌شود.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ و ۱۳)

۱۲- گزینهٔ «۱» (روزبه رضوانی)

عبارت‌های آ و ت صحیح هستند.

مورد آ) بخش آب‌گریز هر دو زنجیره سیرشده بلند است که درچربی حل می‌شود.

مورد ت) چون بخش آنیون هر دو هم بخش آب‌دوست و هم آب‌گریز دارد، می‌تواند چربی را در آب پایدار کند.

بررسی موارد نادرست:

ب) ساختار آنیونی صابون COO^- و غیرصابونی‌ها SO_3^- است.

پ) صابون در واکنش با این یون‌ها رسوب کرده ولی غیرصابونی‌ها رسوب نمی‌کنند.

ث) تعداد اتم اکسیژن در صابون ۲ و در پاک‌کننده‌های غیرصابونی ۳ است.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶ ، ۱۰ و ۱۱)

۱۳- گزینهٔ «۲» (میبد معین‌السادات)

B یک پاک‌کننده صابونی مایع و D یک پاک‌کننده غیرصابونی جامد است. بخش آب‌گریز B به‌صورت $C_{17}H_{35}$ و برای D به‌صورت $C_{12}H_{25} - C_6H_4$ است که به ترتیب ۵۲ و ۴۷ اتم دارند.

A و C پاک‌کننده‌های خورنده هستند. A به دلیل اسیدی بودن برای از بین بردن رسوبات آهکی مثل رسوب دیواره کتری و C به دلیل اینکه یک باز قوی است برای باز کردن لوله‌هایی که با اسید چرب و چربی‌ها مسدود شده است، مناسب هستند.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۱، ۱۲ و ۱۳)

۱۴- گزینهٔ «۴» (روزبه رضوانی)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست – پاک‌کننده‌های خورنده با آلاینده‌ها، هم واکنش می‌دهند و هم برهمکنش دارند.

گزینهٔ «۲»: نادرست $RC_6H_4SO_3^-Na^+$

گزینهٔ «۳»: نادرست – صابون مراغه به دلیل خاصیت بازی مناسب برای موهای چرب استفاده می‌شود.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰ ، ۱۱ و ۱۲)

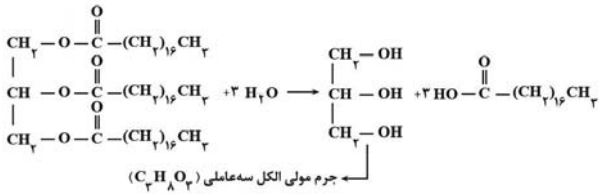
۱۵- گزینهٔ «۴» (امیر حاتمیان)

با توجه به این‌که فرمول عمومی صابون مایعی که یک پیوند سه‌گانه در زنجیر آلکیل آن وجود دارد به‌صورت $C_nH_{2n-3}COOK$ است پس جرم مولی صابون مورد نظر برابر است با:

$$C_nH_{2n-3}COOK \xrightarrow{n=14} C_{14}H_{25}COOK$$

جرم مولی $= 15(12) + 25(1) + 2(16) + 39 = 276\,\frac{g}{mol}$

و در اثر آبکافت چربی زیر داریم:



جرم مولی: $3(12) + 8(1) + 3(16) = 92\,\frac{g}{mol}$

اختلاف جرم مولی $= 276 - 92 = 184g$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴، ۵ و ۶)

۱۶- گزینهٔ «۳» (میلاد شیخ‌الاسلامی‌فیاوی)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول) درست. ابتدا فرمول ترکیب را به‌دست می‌آوریم که به‌صورت $C_{18}H_{29}SO_3Na$ می‌باشد.

$$\rightarrow \text{درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم ترکیب}} \times 100 \rightarrow$$

درصد جرمی کربن $= \frac{۱۸ \times ۱۲gC}{۳۴۸g} \times ۱۰۰ \simeq \%۶۲$

عبارت دوم) نادرست – عملکرد پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی براساس ایجاد برهم‌کنش بین ذره‌ای (ایجاد جاذبه) با آلودگی‌هاست نه واکنش شیمیایی با آن‌ها.
عبارت سوم) درست – قسمت **A** بخش قطبی پاک‌کننده بوده و آبدوست و چربی‌گریز می‌باشد.
عبارت چهارم) درست – قدرت پاک‌کنندگی پاک‌کننده‌های غیرصابونی نسبت به پاک‌کننده‌های صابونی مانند $RCOONa$ بیشتر است.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

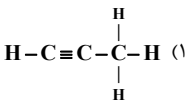
۱۷– گزینهٔ «۳»

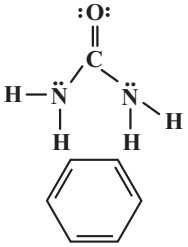
(مسعود یعقوبی)

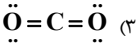
فرمول مولکولی این پاک‌کننده غیرصابونی را به‌صورت $C_xH_yC_۶H_۴SO_۳Na$ فرض می‌کنیم:

$$\text{جرم مولی پاک‌کننده} = ۱۲x + y + ۱۷۹ = ۳۳۰ \rightarrow ۱۲x + y = ۱۵۱$$
$$\text{تفاوت شمار اتم‌های CH} = (y+۴) - (x+۶) = ۶$$
$$\rightarrow y - x = ۸$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۱۱ \\ y = ۱۹ \end{cases}$$

بنابراین فرمول مولکولی بخش **R** به‌صورت $C_{۱۱}H_{۱۹}$ است. فرمول کلی بخش **R** به‌صورت $C_nH_{۲n+۱}$ است، از این رو بخش **R** این پاک‌کننده باید به‌صورت $C_{۱۱}H_{۲۳}$ باشد، در حالی‌که ۴ اتم هیدروژن کمتر دارد، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که بخش **R** دارای ۲ پیوند دوگانه است. ساختار لوویس هر یک از مولکول‌های داده شده در گزینه‌ها را رسم می‌کنیم:

۱) 

۲) 

۳) 

۴)

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱۸– گزینهٔ «۲»

(حمید زیبی)

فرمول عمومی صابون جامد با زنجیر آلکیل سیرشده به‌صورت $C_nH_{۲n-۱}O_۲Na$ بوده و شمار پیوند اشتراکی آنها برابر $(۳n+۱)$ است.

$$۳n + ۱ = ۵۲ \Rightarrow ۳n = ۵۱ \Rightarrow n = ۱۷ \Rightarrow C_{۱۷}H_{۳۳}O_۲Na$$

$$\underbrace{۲C_{۱۷}H_{۳۳}O_۲Na(aq)}_{\text{جرم‌مولی‌صابون}=۲۹۲g.mol^{-۱}} + Ca^{۲+}(aq) \rightarrow (C_{۱۷}H_{۳۳}O_۲)Ca(s) + ۲Na^+(aq)$$

$$?gCa^{۲+} = ۱۴/۶ \text{ صابون} \times \frac{۲۰}{۱۰۰} \times \frac{۱mol \text{ صابون}}{۲۹۲g \text{ صابون}} \times \frac{۱molCa^{۲+}}{۲mol \text{ صابون}}$$
$$\times \frac{۴۰gCa^{۲+}}{۱molCa^{۲+}} = ۰/۲g$$

$$d_{\text{محلول}} = \frac{m_{\text{محلول}}}{v_{\text{محلول}}} \Rightarrow ۱/۲۵(\frac{g}{mL}) = \frac{m_{\text{محلول}}}{۲۰۰۰(mL)}$$
$$\Rightarrow m_{\text{محلول}} = ۲۵۰۰g$$

$$ppm_{Ca^{۲+}} = \frac{m_{Ca^{۲+}}}{m_{\text{محلول}}} \times ۱۰^۶ = \frac{۰/۲}{۲۵۰۰} \times ۱۰^۶ = ۸۰$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱ تا ۹)

۱۹– گزینهٔ «۱»

(مسعود یعقوبی)

فقط عبارت سوم درست است.
بررسی همهٔ عبارت‌ها:

مورد اول: همهٔ اسیدها و بازها دارای یون‌های H^+ و OH^- در محلول خود هستند، بنابراین همگی آنها رسانای جریان برق هستند و میزان رسانایی آنها به مقدار یون‌های موجود در آنها بستگی دارد.
مورد دوم: آرنیوس کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد. یافته‌های تجربی او نشان داد که محلول اسیدها و بازها رسانای برق هستند، اما نتوانست دربارهٔ میزان اسیدی یا بازی بودن و رسانایی یک محلول اظهارنظر کند. همچنین شواهد بسیاری نشان می‌دهد پیش از آن‌که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی واکنش‌های آنها نیز آشنا بودند.
مورد سوم: پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی فقط با ایجاد برهمکنش آلودگی‌ها را می‌زدایند، در حالی‌که پاک‌کننده‌های خورنده مانند سفیدکننده‌ها از طریق ایجاد برهمکنش و واکنش دادن با آلودگی‌ها، آنها را پاک می‌کنند.
مورد چهارم: اغلب اکسیدهای حاصل از عناصر کربن، نیتروژن و ... اسید آرنیوس به شمار رفته و موجب افزایش یون H^+ در محلول می‌شود. توجه کنید برخی از اکسیدهای حاصل از این عناصر مانند NO، $N_۲O$ و CO حالت خنثی دارند و با حل شدن در آب مقدار یون H^+ و OH^- را تغییر نمی‌دهند.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۲۰– گزینهٔ «۳»

(میر غنچه‌علی)

فرض می‌کنیم غلظت یون‌ها در محلول $M(۱)$ و $M(۲)$ مولار می‌باشد.

$$N_۲O_۵ + H_۲O \rightarrow ۲HNO_۳ \rightarrow ۲H^+ + ۲NO_۳^- \rightarrow ۴ \text{ یون}$$
$$\frac{x gr N_۲O_۵}{۱ \times ۱۰۸} = \frac{۲M \times V}{۴} \Rightarrow x = \frac{۲MV \times ۱۰۸}{۴}$$

$$BaO + H_۲O \rightarrow Ba(OH)_۲ \rightarrow ۱Ba^{۲+} + ۲OH^- \rightarrow ۳ \text{ یون}$$
$$\frac{y\,g\,BaO}{۱ \times ۱۵۳} = \frac{M \times ۲V}{۳} \Rightarrow y = \frac{۲MV \times ۱۵۳}{۳}$$
$$\frac{x}{y} = \frac{\frac{۲MV \times ۱۰۸}{۴}}{\frac{۲MV \times ۱۵۳}{۳}} = \frac{۲۷}{۵۱}$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۱- گزینهٔ «۲»

(امیرحسین مرتضوی)

تنها مورد دوم نادرست است. بررسی هریک از موارد:

مورد اول و دوم: با توجه به pH یکسان هر دو محلول، غلظت $[H^+]$ و [آنیون‌ها] و در نتیجه رسانایی الکتریکی هر دو محلول یکسان است.

مورد سوم: چون اسید HB با غلظت اولیه کمتر توانسته است محلولی با pH برابر با HA تولید کند و حجم برابر است. بنابراین اسید HB قدرت اسیدی بالاتری دارد.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۲- گزینهٔ «۱»

(امیرحسین مرتضوی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۲»: سوسپانسیون از ذره‌های ریز ماده تشکیل شده و ناپایدار است.

گزینهٔ «۳»: اتیلن گلیکول برخلاف هگزان یک مادهٔ قطبی است. بنابراین در یکدیگر حل نمی‌شوند و مخلوط همگن تشکیل نمی‌دهند.

گزینهٔ «۴»: محلول‌ها برخلاف کلوئیدها نور را عبور می‌دهند و پخش نمی‌کنند.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴، ۶ و ۷)

۳- گزینهٔ «۲»

(امیرحسین مرتضوی)

N_2O_5 نوعی اکسید اسیدی محسوب می‌شود و موجب افزایش خاصیت اسیدی و کاهش pHخاک می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: به دلیل اینکه pH محلول این خاک در دمای اتاق کمتر از $pH = 7$ است ⇐ خاک اسیدی است.

گزینهٔ «۳»:

$$[H^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H^+] = 10^{-6}\ \frac{mol}{L}$$

گزینهٔ «۴»:

در دمای 25° سانتی‌گراد داریم:

$$[H^+] \times [OH^-] = 10^{-14} \xrightarrow{[H^+]=10^{-6}} [OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-6}} = 10^{-8}\ \frac{mol}{L}$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۲۷)

۴- گزینهٔ «۳»

(علی رفیعی)

گزینهٔ «۱»: درست. ساختار ۱ نوعی پاک‌کننده غیرصابونی است و همانند ویتامین K دارای حلقهٔ بنزن است و در نتیجه هر دو آروماتیک محسوب می‌شوند.

گزینهٔ «۲»: درست. ترکیب‌های ۴ و ۱ به ترتیب متعلق به پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی هستند. پاک‌کنندهٔ صابونی برخلاف پاک‌کنندهٔ غیرصابونی خاصیت پاک‌کنندگی خود را در آب سخت حفظ نمی‌کند و با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} رسوب تشکیل می‌دهد.

گزینهٔ «۳»: نادرست. فرمول کلی کربوکسیلیک اسیدهای سیر شده و غیرحلقوی به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است و اگر این کربوکسیلیک اسید ۳۶ اتم هیدروژن داشته باشد، تعداد کل اتم‌های آن برابر است با:

$$2n = 36 \Rightarrow n = 18$$
$$\text{کل اتم‌ها: } 3n + 2 = 56$$

گزینهٔ «۴»: درست. چربی‌ها مخلوطی از استرهای بلند زنجیر (ترکیب «۳») و کربوکسیلیک اسیدها(اسیدهای چرب) با جرم مولی زیاد (ترکیب «۲») هستند.

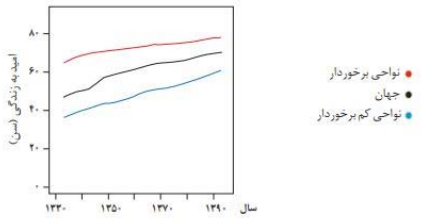
(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۳ تا ۱۳)

۵- گزینهٔ «۳»

(عبدالواحد امامی نیاء)

با توجه به نمودار ، جملهٔ موردنظر؛ «میزان تفاوت شاخص امید به زندگی در نواحی مختلف با گذشت زمان به صورت کاهشی است.» کاملاً صحیح است.

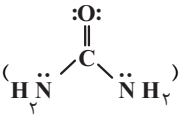
بررسی گزینه‌ها:

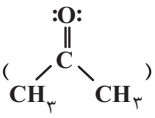


نمودار ۱ـ مقایسه امید به زندگی برای مناطق برخوردار و کم برخوردار با میانگین جهانی

مورد «۱»: اشتباه است. واژه ذرات حل شونده برای مخلوط‌های همگن (محلول‌ها) به کار می‌رود که دارای حلال و حل شونده هستند و برای کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها به کار نمی‌رود.

مورد «۲»: اشتباه است، طبق متن کتاب صفحه ۲، وبا نمونه ای از یک بیماری واگیردار است که به دلیل آلوده شدن آب و نبود بهداشت شایع میشود، ولی در حال حاضر نیز می‌تواند برای جوامع تهدید کننده باشد.

مورد «۳»: درست است. مولکول اوره () یک مولکول قطبی و دارای دو گروه NH_2 برای تشکیل پیوند هیدروژنی با خود است، اما استون با وجود اینکه قطبی است، گروه‌های با قابلیت تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود مانند NH_2 در اوره را ندارد.

بنابراین نیروی بین مولکولی در اوره بیشتر از استون () خواهد بود.

مورد «۴»: اشتباه است، عبارت داده شده در مورد چهارم، تنها زمانی درست است که جمع ضرایب استوکیومتری مواد یکسان باشند. این جمله لزوماً برای هر واکنش تعادلی درست نیست!

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های۱ تا ۳، ۷ و ۲۰)

۶- گزینهٔ «۴»

(علی رمضانی)

گزینهٔ «۱»: رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی به غلظت یون‌های موجود در آنها بستگی دارد. اگر اسید ضعیف و اسید قوی pH یکسانی داشته باشند با فرض ظرفیت یکسان غلظت یون‌های آن‌ها یکسان می‌شود و رسانایی الکتریکی یکسانی خواهند داشت.

گزینهٔ «۲»: حالت فیزیکی N_2O_5 در دمای اتاق جامد است.

گزینهٔ «۳»: خون موجود در رگ‌ها دارای $pH = 7/4$ و دارای خاصیت بازی اندکی است.

گزینهٔ «۴»: باران اسیدی حاوی نیتریک اسید (HNO_3) و سولفوریک اسید (H_2SO_4) است . می‌دانیم یک مول H_2SO_4 متناسب با شرایط، توانایی تولید ۲ مول یون H^+ را دارد.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۲۸)

۷- گزینهٔ «۴» *(امیررضا بذرافشان قاسم‌آبادی)*

گزینـهٔ «۱»: بـاریم اکسـید هماننـد لیتـیم اکسـید بـا آب واکـنش مـی‌دهـد و یـون هیدروکسید آزاد می‌کند؛ بنابراین باز آرنیوس است.

$$BaO(s)+H_2O(l)\rightarrow Ba^{2+}(aq)+2OH^-(aq)$$

$$Li_2O(s)+H_2O(l)\rightarrow 2Li^+(aq)+2OH^-(aq)$$

گزینهٔ «۲»: به اسیدی که هر مولکول آن در آب تنها می‌تواند یک یون هیدرونیوم تولید کند، اسید تک پروتون‌دار می‌گویند.

گزینهٔ «۳»: معادله یونش هیدروفلوئوریک اسید در آب به صورت $HF(aq)\rightleftharpoons H^+(aq)+F^-(aq)$ می‌باشد، زیرا HF یک اسید ضعیف است.

گزینهٔ «۴»:

$$K_a=\frac{[H^+][CN^-]}{[HCN]}\Rightarrow 4/9\times10^{-10}=\frac{[H^+][CN^-]}{0/1M}$$

از آن جایی که $[H^+]=[CN^-]$ است:

$$4/9\times10^{-10}=\frac{[CN^-]^2}{0/1}\Rightarrow[CN^-]^2=0/49\times10^{-10}$$

$$[CN^-]=\sqrt{0/49\times10^{-10}}=0/7\times10^{-5}=7\times10^{-6}mol.L^{-1}$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶،۱۸،۲۲ و ۲۳)

۸- گزینهٔ «۳» *(مسعود جعفری)*

مقدار اولیهٔ گاز HF حل شده در محلول را M مـول در نظـر مـی‌گیـریم. پـس بـا استفاده از رابطهٔ زیر ثابت تعادل HF را در محلول به دست می‌آوریم:

$$K_a=\frac{[F^-]\times[H^+]}{[HF]}=\frac{M\alpha^2}{(1-\alpha)}\xrightarrow{\alpha=0/2}\frac{M\times(0/2)^2}{(1-0/2)}=\frac{M}{20}$$

با توجه به معادلات بالا نتیجه می‌گیریم ثابت تعادل اسید HF برابر $\frac{M}{20}mol.L^{-1}$ است.

با اضافه کردن ۹ لیتر آب به محلول، غلظت HF، $0/1$ حالت اولیه می‌شود. حال تنها کافی است معادله ثابت تعادل را برای حالت جدید بنویسیم و آن را برابر $\frac{M}{20}$ قرار دهیم:

$$K_a=\frac{\frac{M}{1+9}\times\alpha^2}{(1-\alpha)}=\frac{M}{20}\rightarrow\frac{\alpha^2}{10(1-\alpha)}=\frac{1}{20}\Rightarrow 2\alpha^2=1-\alpha$$

معادلهٔ درجه ۲ را حل می‌کنیم:

$$2\alpha'^2+\alpha'-1=0$$

$$\rightarrow\alpha'=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}\xrightarrow[a=2]{b=1\ \Delta=9}\alpha'=\begin{cases}\rightarrow -1 & \text{غ ق ق}\\ \rightarrow 0/5\end{cases}$$

با توجه به معادلهٔ درجه دوم حل شده، درجه یونش این اسید در محلول جدید برابر با ۰/۵ و درصد یونش آن برابر با ۵۰ درصد است.

$$\%\alpha'=100\alpha'=100\times0/5=\%50$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۹- گزینهٔ «۱» *(مهمرهاری شریفی)*

ابتدا با استفاده از pH محلول غلظت یون هیدرونیوم را به دست می‌آوریم.

$$pH=1/7\Rightarrow[H^+]=10^{-pH}=10^{-1/7}=10^{-2}\times10^{0/3}$$

$$\Rightarrow[H^+]=2\times10^{-2}mol.L^{-1}$$

از آنجایی که HA یک اسید قوی است، پس غلظت یون هیدرونیوم با غلظت اولیهٔ اسید حل شده در آب برابر است:

$$[H^+]=2\times10^{-2}\Rightarrow\text{غلظت اولیه اسید حل‌شده در آب}=2\times10^{-2}mol.L^{-1}$$

حال از طریق رابطه غلظت مولار مقدار مول HA در ۲۰۰ میلی لیتر آب را به دست می‌آوریم:

$$M=\frac{n}{V}\Rightarrow n_{HA}=M.V=2\times10^{-2}\times0/2$$

$$=4\times10^{-3}mol=\text{مول HA حل شده در محلول}$$

می‌دانیم که مقدار اولیه اسید HA، $0/324$ گرم بوده است پس داریم:

$$4\times10^{-3}molHA\times\frac{xgHA}{1molHA}=0/324g\Rightarrow x=81g.mol^{-1}\Rightarrow\text{جرم مولی HA}$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

۱۰- گزینهٔ «۳» *(علی رفیعی)*

$$pH=2/5\Rightarrow[H^+]=10^{-pH}=10^{-2/5}=10^{0/5}\times10^{-3}=3\times10^{-3}mol.L^{-1}$$

$$molH_1^+=[H_1^+]\times V=3\times10^{-3}\times3\times10^{-1}=9\times10^{-4}molH_1^+$$

$$pH=1/7\Rightarrow[H_2^+]=10^{-pH}=10^{-1/7}=10^{0/3}\times10^{-2}=2\times10^{-2}mol.L^{-1}$$

$$molH_2^+=[H_2^+]\times V=2\times10^{-2}\times3\times10^{-2}=6\times10^{-4}molH_2^+$$

حال غلظت یون هیدرونیوم حاصل اختلاط این دو محلول و ۱۷۰ میلی‌لیتر آب را حساب می‌کنیم:

$$[H^+]_{\text{نهایی}}=\frac{molH_1^+ + molH_2^+}{V_1+V_2+V_{H_2O}}=\frac{9\times10^{-4}+6\times10^{-4}}{3\times10^{-1}+3\times10^{-2}+17\times10^{-2}}$$

$$=\frac{15\times10^{-4}}{50\times10^{-2}}=3\times10^{-3}mol.L^{-1}$$

در دمای 25° حاصل ضرب غلظت یون هیدرونیوم و هیدروکسید را می‌دانیم:

$$[H^+]\times[OH^-]=10^{-14}\Rightarrow3\times10^{-3}\times[OH^-]=10^{-14}$$

$$\Rightarrow[OH^-]=\frac{10^{-11}}{3}mol.L^{-1}$$

$$\frac{[H^+]}{[OH^-]}=\frac{3\times10^{-3}}{\frac{10^{-11}}{3}}=9\times10^8$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۱- گزینهٔ «۳» *(محمد عظیمیان‌زواره)*

برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده به آنها نمک‌های فسفات می‌افزایند.

بررسی عبارت‌های درست:

گزینهٔ «۱»: محلول سود سوزآور (سدیم هیدروکسید)، در آب خاصیت بازی دارد و بازها کاغذ pH را آبی می‌کنند.

گزینهٔ «۲»: عسل دارای شمار زیادی گروه هیدروکسیل بوده و در آب محلول است. محلول‌ها بر خلاف کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها نور را پخش نمی‌کنند.

گزینهٔ «۴»: این پاک‌کننده صابون مایع بوده و برخلاف پاک‌کننده‌های غیر صابونی، در آب سخت خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ نمی‌کند زیرا با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب سخت رسوب می‌دهد.

(مولکول‌ها در فرمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴ تا ۷، ۱۱ و ۱۲)

۲- گزینهٔ «۲» *(امیر حاتمیان)*

موارد «ب »و «ت» درست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست – مخلوط پایدار شده آب و روغن با استفاده از صابون، نوعی کلوئید است.

ب) درست – ذرات پخش شده در مخلوط کلوییـد و محلـول بـرخلاف سوسپانسـیون در آب ته‌نشین نمی‌شوند و پایدار هستند.

پ) نادرست – ذره‌های تشکیل‌دهندهٔ سوسپانسیون پس از مدتی ته‌نشین می‌شوند در نتیجـه سوسپانسیون پایدار نیست.

(مولکول‌ها در فرمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶ و ۷)

۳- گزینهٔ «۲» *(عبدالرضا دادخواه)*

برای عبارت‌های (ب) و (پ) می‌توان واژه‌های مناسب را جایگزین کرد.

بررسی هریک از عبارت‌ها:

آ) پاک‌کننده $C_{17}H_{35}COO^-K^+$ یک صابون مایع به‌شمار می‌آید.

ب) NaOH یک پاک‌کننده خورنده به‌شمار آمده و عـلاوه بـر بـرهم‌کـنش میـان ذره‌هـا بـا آلاینده‌ها واکنش نیز می‌دهد.

پ) در نوعی از پـاک‌کننـده غیرصـابونی ($C_{12}H_{25}-C_6H_4-SO_3^-Na^+$) بخـش $C_{12}H_{25}-C_6H_4$ آب‌گریز می‌باشد.

ت) پاک‌کننده $C_{17}H_{35}COO^-Na^+$ یک پاک‌کننده صابونی به‌شمار آمـده کـه در آب

سخت رسوب تشکیل می‌دهد و خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ نمی‌کند.

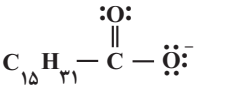
ث) مخلوط Al و NaOH یک پاک‌کننده خورنده بوده که در واکنش با آب، گاز هیدروژن آزاد می‌کند. *(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶، ۹، ۱۱ و ۱۲)*

۴- گزینهٔ «۲» *(سید علی اشرفی‌دوست سلماسی)*

بررسی موارد:

الف) نادرست است. در این مولکول فقط دو اتم کربن می‌توان یافت که به اتم هیدروژن متصل نیستند؛ دو اتم کربن از حلقهٔ بنزنی که یکی به گروه SO_3^- و دیگری به زنجیر هیدروکربنی متصل است.

ب) درست است. ساختار آنیون ترکیب (b) به‌صورت زیر است:



$$\rightarrow \begin{cases} \text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی} = 49 \\ \text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی} = 5 \end{cases} \Rightarrow \text{نسبت مورد نظر} = \frac{49}{5} = 9/8$$

پ) درست است. ساختار **(a)** یک پاک‌کننده غیرصابونی است. از مواد پتروشیمیایی طی واکنش‌های پیچیده، در صنعت تولید می‌شود و قدرت پاک‌کنندگی آن از ساختار **(b)** که یک پاک‌کننده صابونی است در آب سخت بیشتر است و با یون‌های موجود در آب سخت رسوب نمی‌دهد.

ت) درست است. همگی کلویید بوده و رفتار مشابه در مقابل پرتو نور دارند و ذره‌های سازنده سوسپانسیون، ذرات ریزماده هستند که ته‌نشین می‌شوند.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶، ۷، ۱۱ و ۱۲)

۵- گزینهٔ «۴» *(علیرضا رضایی‌سراب)*

با اضافه کردن صابون به مخلوط آب و روغن، مخلوط پایدار «کلویید» تولید می‌شود که ناهمگن است صابون مراغه افزودنی شیمیایی ندارد. به ازای هر مول استر طبیعی بلندزنجیر با مقدار کافی محلول سدیم هیدروکسید، ۳ مول صابون تولید می‌شود. جاذبه میان آب و بخش باردار صابون قوی‌تر از اسید چرب با آب است.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶، ۷، ۱۱ و ۱۲)

۶- گزینهٔ «۲» *(سید ماهان موسوی)*

براساس واکنش زیر به ازای هر مول استر سه‌عاملی سه مول سود مصرف می‌شود.

$$C_3H_5(C_nH_{2n+1}COO)_3(s) + 3NaOH(aq) \rightarrow 3C_nH_{2n+1}COONa(aq) + C_3H_8O_3(aq)$$

حال که $0/75$ مول سود مصرف شده، $\frac{0/75}{3} = 0/25$ مول استر سه‌عاملی داشته‌ایم. به این معنا که جرم یک مول از آن باید چهار برابر $222/5$ یعنی 890 گرم باشد. براساس فرمول، جرم $C_nH_{2n+1}COO$ را مجهول گرفته و به‌دست می‌آوریم. (توجه کنید که نیازی به محاسبه n نیست.)

$$3\times12+5+3x=890 \rightarrow x=\frac{890-41}{3}=283$$

حال می‌توان جرم مولی صابون را با در نظر گرفتن سدیم حساب نمود.

$$283+23=306$$

در نهایت هر مولکول صابون دو اتم اکسیژن دارد که معادل 32 گرم بر مول سهم از 306 گرم بر مول خواهد بود.

$$\text{درصد جرمی} = \frac{32}{306}\times100 \simeq 10/5$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (،شیمی ۳، صفحه‌های ۵ و ۶)

۷- گزینهٔ «۳» *(ارسلان کریمی)*

عبارت اول درست و عبارت دوم و سوم نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک به آن آهک می‌افزایند و آهک **(CaO)** نوعی اکسید فلزی است. (درست)

محلول آبی سدیم کلرید حاوی یون‌هایی است که با جنبش‌های آزادانه و نامنظم در سرتاسر آن پراکنده‌اند. (نادرست)

ذرات سازندهٔ ترکیبات مولکولی اتم‌ها هستند نه یون‌ها! ترکیب مولکولی یون سازنده ندارد، تعریف درست یونش؛ به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود. (نادرست)

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۴، ۱۷ و ۱۸)

۸- گزینهٔ «۴» *(علیرضا اصل‌فلاح)*

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: درست

عبارت دوم: نادرست. شیمی‌دان‌ها ابتدا با ویژگی اسیدها و بازها آشنا شدند و سپس به ساختار آن‌ها پی بردند.

عبارت سوم: درست. زیرا

$$N_2O_5 + H_2O \rightarrow 2HNO_3 \xrightarrow{\text{یونش}} \underbrace{2H^+ + 2NO_3^-}_{\text{۴ مول یون تولید می‌شود.}}$$

$$K_2O + H_2O \rightarrow 2KOH \xrightarrow{\text{تفکیک یونی}} \underbrace{2K^+ + 2OH^-}_{\text{۴ مول یون تولید می‌شود.}}$$

عبارت چهارم: درست

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۴، ۱۵ و ۱۶)

۹- گزینهٔ «۲» *(غزل هاشمی)*

موارد ب و پ درست‌اند.

$$\alpha_{HA} = 2\times\alpha_{HX} \rightarrow [H^+] = \alpha\times M$$

$$HA: [H^+] = 0/2\times\alpha_{HA} = 0/2\times(2\times\alpha_{HX}) = 0/4\times\alpha_{HX}$$

$$HX: [H^+] = 0/4\times\alpha_{HX}$$

$$\Rightarrow pH_{HA} = pH_{HX}, [H^+]_{HA} = [H^+]_{HX}$$

الف) نادرست، pH هر دو برابر است.

ب) درست، $[H^+]$ آنها برابر است و چون حجم آنها متفاوت است، تعداد یون H^+ آنها متفاوت می‌باشد.

پ) درست، اگر HA اسید قوی باشد، درجه یونش آن ۱ و درجه یونش HX، ۰/۵ می‌باشد پس داریم:

$$[H^+] = \alpha M = 0/5\times0/4 = 0/2M \rightarrow pH = -\log^{0/2}$$

$$\rightarrow 1-\log^2 = 0/7$$

ت) نادرست، HA اسید قوی‌تری است پس نمی‌تواند استیک‌اسید باشد زیرا استیک‌اسید از فورمیک‌اسید ضعیف‌تر است.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۹، ۲۳ و ۲۴)

۱۰- گزینهٔ «۳» *(آرش رمضانیان)*

$$[H^+] = 10^{-pH} \Rightarrow 10^{-2/7} = 10^{0/3}\times10^{-3} \Rightarrow 2\times10^{-3}$$

در دمای اتاق $= [H^+].[OH^-] = 10^{-14}$

$$\Rightarrow ۲\times۱۰^{-۳}\times[OH^-]=۱۰^{-۱۴}\Rightarrow[OH^-]=۵\times۱۰^{-۱۲}$$

$$\Rightarrow\frac{[H^+]}{[OH^-]}=\frac{۲\times۱۰^{-۳}}{۵\times۱۰^{-۱۲}}=۴\times۱۰^{۸}$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (،شیمی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۱۱- گزینهٔ «۲» *(محمدرضا چمشیری)*

فقط مورد دوم صحیح است.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: رسانایی الکتریکی یک محلول به میزان غلظت یون‌های موجود در آن بستگی دارد پس رسانایی این دو محلول با هم برابر نیست، رسانایی محلول $Al(NO_۳)_۳$ بیشتر است.

مورد سوم: HCl اسید قوی‌تر است، در شرایط یکسان بیشتر یونیده می‌شود، پس غلظت یون کلرید نسبت به یون فلوئورید بیشتر است.

مورد چهارم: هرچه ثابت یونش بزرگ‌تر باشد، آن اسید قوی‌تر است و در شرایط یکسان pH محلول آن اسید کمتر است.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۲۱ و ۲۵ تا ۲۷)

۱۲- گزینهٔ «۲» *(سید علی اشرفی‌دوست سلماسی)*

بررسی گزینه‌ها:

الف) نادرست است. سدیم هیدروکسید ترکیب یونی است و لفظ یونش برای آن نادرست می‌باشد . لفظ درست تفکیک است.

ب) نادرست است.

اسید آرنیوس $\rightarrow$ اکسید نافلزی $\rightarrow$ ($N_۲O_۵$ دی‌نیتروژن پنتااکسید)

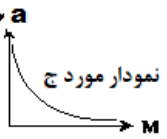
باز آرنیوس $\rightarrow$ اکسید فلزی $\rightarrow K_۲O$

اسید آرنیوس $\rightarrow$ کربن دی‌اکسید $\rightarrow CO_۲$

اسید $HF\xrightarrow[\text{ضعیف}]{\text{اسید}}K_a\simeq M\alpha^۲$

$$\rightarrow M\propto\frac{۱}{\alpha^۲}\rightarrow\alpha^۲\propto\frac{۱}{M}$$

ج) نادرست است.



د) نادرست است. محلول آب گازدار، اسیدی است. پس $[H^+]>[OH^-]$ است.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۵، ۱۶، ۱۸، ۲۳ و ۲۷)

۱۳- گزینهٔ «۱» *(حسن رحمتی‌کوکنده)*

$$[H^+]=[CN^-]=۱۰^{-pH}=۱۰^{-۵/۱۵}=۱۰^{۰/۸۵}\times۱۰^{-۶}=۷\times۱۰^{-۶}\,mol.L^{-۱}$$

$$[OH^-]=\frac{۱۰^{-۱۴}}{[H^+]}=\frac{۱۰^{-۱۴}}{۷\times۱۰^{-۶}}=\frac{۱}{۷}\times۱۰^{-۸}$$

$$[CN^-]/[OH^-]=\frac{۷\times۱۰^{-۶}}{\frac{۱}{۷}\times۱۰^{-۸}}=۴۹\times۱۰^{۲}=۴۹۰۰\ \text{برابر}$$

$$K_a=\frac{[H^+][CN^-]}{[HCN]}=\frac{۷\times۱۰^{-۶}\times۷\times۱۰^{-۶}}{۱۰^{-۱}}=۴۹\times۱۰^{-۱۱}=۴/۹\times۱۰^{-۱۰}$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

۱۴- گزینهٔ «۲» *(امین نوروزی)*

اسیدها و بازهای قوی به‌صورت ۱۰۰٪ تفکیک می‌شوند و K_a بسیار بزرگ دارند بنابراین HX همان HCl است و انحلال آن ۱۰۰٪ یونی است.

اسیدها و بازهای ضعیف به‌صورت جزئی تفکیک شده و K_a کوچکی دارند. در این مواد انحلال بیشتر به‌صورت مولکولی بوده و انحلال یونی کم می‌باشد. بنابراین HY همان HCOOH است.

مواد غیرالکترولیت که نه اسید هستند و نه باز و نه نمک، ۱۰۰٪ انحلال مولکولی دارند و K_a بسیار ناچیزی دارند، بنابراین HZ همان $CH_۳OH$ است.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۱۵- گزینهٔ «۲» *(آرش رمضانیان)*

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: چون سدیم هیدروکسید باز قوی‌تری است پس رسانایی بیشتری دارد.

گزینهٔ «۲»:هرچه ثابت یونش باز بیشتر باشد آن باز قوی‌تر بوده و در نتیجه غلظت یون هیدروکسید آن بیشتر و pH محلول آن بیشتر است.

گزینهٔ «۳»: بعد از تعادل، غلظت گونه‌ها ثابت باقی می‌ماند.

گزینهٔ «۴»: با تغییر غلظت، ثابت یونش بدون تغییر اما درصد یونش، تغییر می‌کند.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶، ۲۲ و ۲۴)

۱۶- گزینهٔ «۳» *(امین نوروزی)*

چون K_a کمتر از $۱۰^{-۳}$ است بنابراین از مقدار ΔM در $M_۲$ واکنش‌دهنده صرف‌نظر می‌کنیم:

	$HA\rightleftharpoons$	H^+	$+A^-$
$M_۱$	۰/۰۴	۰	۰
ΔM	$-x$	x	x
$M_۲$	$۰/۰۴-x$	x	x

$$K_a=\frac{[H^+][A^-]}{[HA]}\Rightarrow ۲\times۱۰^{-۵}=\frac{x\times x}{۴\times۱۰^{-۲}}\Rightarrow x^۲=۸\times۱۰^{-۷}$$

$$x^۲\simeq ۰/۰۰۰۰۰۰۸۱\Rightarrow x^۲=۸۱\times۱۰^{-۸}\xrightarrow{\sqrt{\ }}x\simeq۹\times۱۰^{-۴}$$

بنابراین $[A^-]=[H^+]$ تقریباً برابر ۹×۱۰^{-۴} است.

$$\%\alpha=\frac{|\Delta M|}{M_۱}\times۱۰۰\Rightarrow\frac{۹\times۱۰^{-۴}}{۴\times۱۰^{-۲}}\times۱۰۰=۲/۲۵\%$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱۷- گزینهٔ «۱» *(مسعود یعقوبی)*

فقط عبارت اول درست است.

بررسی همه عبارت‌ها:

مورد اول: از آنجایی‌که سولفوریک‌اسید یک اسید قوی و نیتروسید یک اسید ضعیف است، ممکن است به دلیل اینکه یونش نیتروسید به‌صورت تعادلی و دوطرفه است، غلظت H^+ حاصل از یونش آن کمتر از غلظت H^+ حاصل از یونش سولفوریک‌اسید باشد، در حالی‌که غلظت اولیه سولفوریک‌اسید کمتر است. بنابراین این امکان وجود دارد که pH محلول سولفوریک‌اسید کمتر از نیتروسید باشد.

مورد دوم: معادلهٔ یونش سولفوریک‌اسید و نیتروسید به‌صورت مقابل است:

$$H_۲SO_۴(aq)\rightarrow ۲H^+(aq)+SO_۴^{۲-}(aq)$$

$$HNO_۲(aq)\rightleftharpoons H^+(aq)+NO_۲^-(aq)$$

اگر pH دو محلول با هم برابر باشد، غلظت یون H^+ در دو محلول نیز برابر خواهد بود، اما با توجه به ضرایب استوکیومتری غلظت یون $NO_۲^-$ در محلول II از غلظت یون $SO_۴^{۲-}$ در محلول I

بیشتر خواهد بود، از این رو رسانایی الکتریکی محلول II نیز بیشتر می‌باشد.

نکته: اگر بخواهیم علمی‌تر بیان کنیم، یونش سولفوریک‌اسید به‌صورت دو مرحله‌ای است:

مرحلهٔ ۱: $H_2SO_4(aq) \rightarrow H^+(aq) + HSO_4^-(aq)$

مرحلهٔ ۲: $HSO_4^-(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + SO_4^{2-}(aq)$

اگر این‌گونه هم در نظر بگیریم باز هم به نتیجه یکسان خواهیم رسید و غلظت یون‌ها و رسانایی الکتریکی در محلول I کمتر از محلول II است.

مورد سوم: اگر به محلول سولفوریک‌اسید مقداری آب اضافه کنیم، چون سولفوریک‌اسید یک اسید قوی است، نسبت غلظت محلول و غلظت یون H^+ برابر خواهد بود. در حالی‌که در محلول نیتروواسید، چون یک اسید ضعیف است با افزودن آب طبق رابطه مقابل نسبت تغییرات غلظت یون H^+ برابر جذر تغییرات غلظت محلول خواهد بود:

$$K_a = \frac{[H^+][NO_2^-]}{[HNO_2]} \xrightarrow{[H^+]=[NO_2^-]} K_a = \frac{[H^+]^2}{[HNO_2]}$$

بنابراین با افزودن مقدار مشخصی آب به هر لیتر از آنها، میزان تغییر pH در محلول I بیشتر خواهد بود.

مورد چهارم: مقدار فلز منیزیم مورد نیاز تابع غلظت اولیه محلول است. اگر pH دو محلول برابر باشد چون محلول I یک اسید قوی و محلول II یک اسید ضعیف است، غلظت محلول II بیشتر از محلول I خواهد بود و مقدار منیزیم مورد نیاز برای واکنش آن نیز بیشتر است.

(مولکول‌ها در فرمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

۱۸- گزینهٔ «۱» *(محمد عظیمیان‌زواره)*

$$N_2O_5(s) + H_2O(l) \rightarrow 2H^+(aq) + 2NO_3^-(aq)$$

$$[H^+][OH^-] = 1\times10^{-14} \Rightarrow [H^+]\times5\times10^{-13} = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 2\times10^{-2}\,mol.L^{-1}$$

$$[H^+] = M = \frac{n}{V} \Rightarrow 2\times10^{-2} = \frac{n}{2L} \Rightarrow n_{HNO_3} = 0/04\,mol$$

$$?gN_2O_5 = 0/04\,mol\,HNO_3 \times \frac{1\,mol\,N_2O_5}{2\,mol\,HNO_3} \times \frac{108\,gN_2O_5}{1\,mol\,N_2O_5}$$

$$= 2/16\,gN_2O_5$$

(مولکول‌ها در فرمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

۱۹- گزینهٔ «۲» *(علیرضا بیانی)*

$$40gHA \times \frac{1\,mol\,HA}{80gHA} = 0/5\,molHA$$

$$\Rightarrow [HA] = \frac{mol\,HA}{V} = \frac{0/5}{2} = 0/25\,\frac{mol}{L}\,HA$$

$$[HA] = [H^+] = 0/25\,mol.L^{-1} \Rightarrow pH = -\log[H^+]$$

$$= -\log 25\times10^{-2} = 2 - \log 25 \Rightarrow pH = 2 - 1/4 = 0/6$$

$$(1\log 25 = \log 5^2 = 2\log 5 = 1/4)$$

$$pH_{HB} = pH_{HA} + 3/4 = 0/6 + 3/4 = 4$$

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-4}$$

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]} \Rightarrow 2\times10^{-5} = \frac{(10^{-4})^2}{M - 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow M - 10^{-4} = \frac{10^{-8}}{2\times10^{-5}} = 0/5\times10^{-3} \Rightarrow M = 6\times10^{-4}\,mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow 6\times10^{-4}\times2L = 1/2\times10^{-3}\,mol_{HB}$$

$$1/2\times10^{-3}\,mol_{HB} \times \frac{60g_{HB}}{1\,mol_{HB}} = 7/2\times10^{-2}\,g_{HB}$$

(مولکول‌ها در فرمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۲۳، ۲۴ و ۲۵)

۲۰- گزینهٔ «۳» *(مسعود یعقوبی)*

ابتدا مقدار مول مخلوط گازی را حساب می‌کنیم:

$$8/4L\,گاز \times \frac{1\,mol\,گاز}{28L\,گاز} = 0/3\,mol\,گاز$$

حال مجموع غلظت این دو گاز در آب را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{غلظت مولار} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم محلول}} = \frac{0/3\,mol}{4L} = 0/075\,mol.L^{-1}$$

غلظت گاز HF را برابر x مول بر لیتر و غلظت گاز HBr را $(0/075 - x)$ مول بر لیتر فرض می‌کنیم. HBr یک اسید قوی است و تمام مولکول‌های آن به یون تبدیل می‌شوند، اما HF یک اسید ضعیف است و تنها بخشی از مولکول‌های آن یونیده می‌شوند، بنابراین مقدار یون‌های H^+ و F^- حاصل از حل شدن HF را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{درجهٔ یونش HF} = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده‌شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل‌شده}} = \frac{20}{220} = \frac{1}{11}$$

از این رو در اثر یونش HF و در حالت تعادل غلظت یون H^+ برابر $\frac{x}{11}$ مول بر لیتر است.

غلظت کل یون H^+ در محلول برابر است با:

$$[H^+]_{کل} = [H^+]_{HF} + [H^+]_{HBr}$$

$$= \frac{x}{11} + (0/075 - x) = (0/075 - \frac{10x}{11})\,mol.L^{-1}$$

	HF	H^+	F^-
غلظت اولیه	x	$[H^+]_{HF}$	۰
تغییرات غلظت	$-\frac{x}{11}$	$+\frac{x}{11}$	$+\frac{x}{11}$
غلظت تعادلی	$\frac{10x}{11}$	$[H^+]_{HF} + \frac{x}{11}$	$\frac{x}{11}$

حال از روی pH داده شده مقدار x را به‌دست می‌آوریم:

$$[H^+]_{کل} = 10^{-pH} = 10^{-1/6} = 10^{-2}\times10^{0/4} = 2/5\times10^{-2}$$

$$= 0/075 - \frac{10x}{11} \rightarrow x = 0/055\,mol.L^{-1}$$

بنابراین در حالت تعادل نهایی غلظت هریک از گونه‌های H^+، F^- و HF به ترتیب برابر ۰/۰۲۵، ۰/۰۰۵ و ۰/۰۵ مول بر لیتر است. در نهایت ثابت یونش HF را محاسبه می‌کنیم:

$$K_a = \frac{[H^+][F^-]}{[HF]} = \frac{25\times10^{-3}\times5\times10^{-3}}{5\times10^{-2}} = 2/5\times10^{-3}\,\frac{mol}{L}$$

(مولکول‌ها در فرمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های۱۸ تا ۲۵)

۱- گزینهٔ «۴»

(حسین ناصری ثانی)

سدیم هیدروکسید و هیدروکلریک‌اسید به ترتیب باز قوی و اسید قوی هستند و به‌طور کامل در آب تفکیک یونی می‌یابند نمک‌های باریم‌کلرید و آلومینیوم نیترات هر دو در آب محلول بوده و تفکیک یونی می‌شوند.

با توجه به این‌که رسانایی الکتریکی هر محلول به مقدار و غلظت یون‌های موجود در آن بستگی دارد و با توجه به معادلهٔ یونش یا تفکیک یونی هریک از ترکیب‌های داده شده، مشخص می‌شود که در شرایط یکسان رسانایی الکتریکی محلول ۰/۲ مولار آلومینیم نیترات از بقیه بیشتر است؛ (رسانایی الکتریکی محلول با مقدار و غلظت یون‌های موجود در آن رابطهٔ مستقیم دارد.)

ترکیب	معادلهٔ‌یونش یا تفکیک یونی در آب	مجموع غلظت یون‌های حاصل
سدیم هیدروکسید	$NaOH(s) \rightarrow Na^{+}(aq) + OH^{-}(aq)$	۰/۴
هیدروکلریک‌اسید	$HCl(aq) \rightarrow H^{+}(aq) + Cl^{-}(aq)$	۰/۴
باریم‌کلرید	$BaCl_2(s) \rightarrow Ba^{2+}(aq) + 2Cl^{-}(aq)$	۰/۶
آلومینیم نیترات	$Al(NO_3)_3(s) \rightarrow Al^{3+}(aq) + 3NO_3^{-}(aq)$	۰/۸

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۲- گزینهٔ «۲»

(عامر برزیکر)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: اگر محلول دو اسید، pH برابری داشته باشند می‌توان گفت غلظت $[H^+]$ این دو محلول نیز با هم برابر است. با توجه به اینکه هر دو اسید، تک‌پروتون‌دار هستند می‌توان گفت غلظت یون‌های موجود در آن‌ها نیز مساوی بوده و در نتیجه رسانایی برابری خواهند داشت.

گزینهٔ «۲»: نادرست است. برخی از ترکیبات یونی با اینکه جزو الکترولیت‌های قوی هستند، امّا رسانای خوبی برای جریان برق نیستند زیرا در آب به اندازهٔ کافی یون تولید نمی‌کنند.

برخی از این ترکیبات عبارتند از:

$Ca_3(PO_4)_2$ ، $BaSO_4$ ، $AgCl$

گزینهٔ «۳»: ویتامین K، استون و اتانول (C_2H_5OH) مواد مولکولی هستند که غیرالکترولیت هستند و در آب انحلال کاملاً مولکولی دارند و هیچ یونی ایجاد نمی‌کنند.

گزینهٔ «۴»: شدت نور لامپ در محلول آلومینیم سولفات $(Al_2(SO_4)_3)$ بیشتر از نمک خوراکی $(NaCl)$ است زیرا بر اثر انحلال هر مول آلومینیم سولفات در آب، ۵ مول یون تولید می‌شود ولی براثر انحلال هر مول نمک خوراکی، ۲ مول یون ایجاد می‌شود:

$$Al_2(SO_4)_3 \rightarrow 2Al^{3+} + 3SO_4^{2-}$$

$$NaCl \rightarrow Na^{+} + Cl^{-}$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸ و ۲۴ تا ۲۸)

۳- گزینهٔ «۴» *(ارژنگ خانلری)*

مقدار K فقط به دما بستگی دارد و برای یک واکنش تعادلی در دمای معین مقداری ثابت است. هم‌چنین ثابت یونش نشان‌دهندهٔ میزان پیشرفت فرایند یونش تا رسیدن به تعادل است. معادلهٔ یونش هر دو اسید فورمیک‌اسید و استیک‌اسید که اسیدی ضعیف به حساب می‌آیند دوطرفه و تعادلی است. دقت کنید در سامانه‌های تعادلی محلول اسیدهای ضعیف غلظت تمام گونه‌های موجود در تعادل ثابت است نه یکسان! (رد گزینهٔ ۴)

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۴- گزینهٔ «۴» آزمون وی ای پی *(سید احسان حسینی)*

	$HA \rightleftharpoons$	H^+	+	A^-
	M	۰		۰
	$-X$	$+X$		$+X$
	$M-X$	X		X

$$M-X=۰/۰۳ \xrightarrow{x=۰/۰۷} M=۰/۱$$

$$\alpha=\frac{X}{M} \rightarrow \alpha=\frac{۰/۰۷}{۰/۱}=۰/۷$$

درصد یونش $=۰/۷\times۱۰۰=۷۰\%$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۷، ۱۸ و ۱۹)

۵- گزینهٔ «۱» *(محمد عظیمیان‌زواره)*

قدرت اسیدی این اسیدها به صورت زیر است.

$$K_a: HCl > CH_۳COOH > HCN$$

بررسی موارد:

آ) درست؛ زیرا غلظت یون هیدرونیوم در محلول HCN کمتر بوده و pH با غلظت یون هیدرونیوم رابطه وارونه دارد.

ب) درست؛ قدرت اسیدی HF از HCN و $CH_۳COOH$ بیشتر است. بنابراین در شرایط یکسان رسانایی الکتریکی محلول آن بیشتر خواهد بود.

پ) درست؛ زیرا HCN اسید ضعیف بوده و به مقدار کمتری یونش می‌یابد.

ت) درست؛ زیرا شمار مول‌های اسید در ۲۰۰ میلی‌لیتر از سه محلول یکسان است! و هر سه، اسیدهایی تک پروتون‌دار هستند.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی)(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۸، ۲۲ تا ۲۴)

۶- گزینهٔ «۳» *(حسن رحمتی کوکنده)*

بررسی موارد:

الف) خیر

$$BaCl_۲(s) \xrightarrow{\text{آب}} Ba^{۲+}(aq)+۲Cl^-(aq)$$

تعداد ذره $\times M=۳\times۰/۲=۰/۶$

$$Al(NO_۳)_۳(s) \xrightarrow{\text{آب}} Al^{۳+}(aq)+۳NO_۳^-(aq)$$

تعداد ذره $\times M=۴\times۰/۱=۰/۴$

هرچه مقدار $n\times M$ (تعداد ذره) در محلول بیشتر باشد رسانایی الکتریکی بیشتر است.

ب) هرچه K_a بزرگتر باشد، اسید قوی‌تر است.

پ) ثابت یونش اسید به دما وابسته است و با اضافه کردن آب خالص و رقیق‌تر شدن اسید، ثابت یونش تغییری نمی‌کند.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

۷- گزینهٔ «۲» *(سید ماهان موسوی)*

بررسی گزاره‌ها:

الف) درست است؛ در ابتدا در محلول متیل‌آمین ۰/۱ مول و در محلول آمونیاک ۰/۰۴ مول حل‌شونده حل شده است. با توجه به اینکه هم شمار حل‌شونده اولیه متیل‌آمین بیشتر بوده و هم درصد کمتری یونیده شده، پس شمار مولکول‌های یونیده نشده بیشتری در محلول آن وجود دارد.

ب) نادرست؛ باتوجه به اینکه:

غلظت یون هیدروکسید در محلول متیل‌آمین $=۱\times\alpha=\alpha$

غلظت یون هیدروکسید در محلول آمونیاک $=۰/۲\times۴\alpha=۰/۸\alpha$

غلظت یون هیدروکسید در محلول متیل‌آمین بیشتر بوده، خاصیت بازی محلول و در نتیجه pH آن بیشتر است.

پ) درست؛ چون محلول متیل‌آمین غلظت یون هیدروکسید بیشتری دارد. و حاصل‌ضرب غلظت یون هیدرونیوم و هیدروکسید در دمای ثابت برابر عدد ثابتی است، غلظت یون هیدرونیوم محلول متیل‌آمین باید کمتر از محلول آمونیاک باشد.

ت) نادرست؛ ثابت یونش فقط با تغییر دما تغییر می‌کند و غلظت باز تأثیری بر آن ندارد. (براساس نهایی خرداد ۱۴۰۳)

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی)(شیمی ۳، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۸)

۸- گزینهٔ «۲» *(امیررضا بزرافشان)*

$$pH=-\log[H^+] \Rightarrow [H^+]=۱۰^{-pH}=۱۰^{-۴/۷}$$

$$=۱۰^{۰/۳}\times۱۰^{-۵}=۲\times۱۰^{-۵}$$

$$[H^+]=M_A n\alpha \xrightarrow[M_A=۰/۱M]{n=۱} \alpha=\frac{[H^+]}{M_A}=\frac{۲\times۱۰^{-۵}}{۰/۱}$$

درجه یونش $=۲\times۱۰^{-۴}$

درصد یونش $\%\alpha=۲\times۱۰^{-۲}$

$$۲۵^\circ C \text{ در دمای} \Rightarrow [H^+][OH^-]=۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [OH^-]=\frac{۱۰^{-۱۴}}{۲\times۱۰^{-۵}}$$

$$=۰/۵\times۱۰^{-۹} mol.L^{-۱}$$

$$\frac{[H^+]}{[OH^-]}=\frac{۲\times۱۰^{-۵}}{۰/۵\times۱۰^{-۹}}=۴\times۱۰^{۴}$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی)(شیمی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۹- گزینهٔ «۱» *(فرزین بوستانی)*

۳ عبارت صحیح و ۲ عبارت نادرست است. پس: $۳-۲=۱$ واحد

عبارت اول: صحیح ؛

$$[H^+]=۰/۰۳ \rightarrow pH=-\log[۰/۰۳]=-\log(۳\times۱۰^{-۲})=۱/۵$$

عبارت دوم: نادرست. رابطهٔ $[H^+]\times[OH^-]=10^{-14}$ و $[H^+]=[OH^-]=10^{-7}$ فقط در دمای اتاق برقرار است. در سایر دماها مقادیر متفاوتی خواهد بود.

عبارت سوم: نادرست. واکنش‌های رفت و برگشت تا جایی پیش می‌روند که مقدار واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها به مقدار ثابتی برسد. برابر شدن غلظت‌ها و مقدار شرطی از تعادل نیست.

عبارت چهارم: صحیح، ویژگی اسیدهای ضعیف یونش جزئی و اندک آن‌ها می‌باشد و تعداد اندکی از مولکول‌های حل شده به یون تبدیل می‌شوند و قسمت عمدهٔ آن‌ها با مولکول‌های آب نیروهای بین مولکولی می‌دهند و بدین طریق در آب حل می‌شوند.

عبارت پنجم: صحیح، $RC_6H_4SO_3^-Na^+$ پاک‌کنندهٔ غیرصابونی است و قدرت پاک‌کنندگی آن بیشتر از پاک‌کننده‌های صابونی است.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰، ۱۱، ۱۶ تا ۲۰، ۳۱ و ۳۲)

۱۰- گزینهٔ «۳» *(مژگان یاری)*

$$HX: 12g\times\frac{1mol}{150g}=0/08mol\Rightarrow M_1=\frac{n}{V}=\frac{0/08}{0/5}=0/16mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow HY: 8g\times\frac{1mol}{50g}=0/16mol\Rightarrow M_2=\frac{n}{V}=\frac{0/16}{0/5}=0/32mol.L^{-1}$$

از آنجایی‌که غلظت یون هیدرونیوم در محلول HX دو برابر غلظت یون هیدرونیوم در محلول HY است؛ پس:

$$[H^+]_1=2[H^+]_2\Rightarrow M_1\alpha_1=2M_2\alpha_2\Rightarrow 0/16\times\alpha_1=2\times0/32\times\alpha_2$$

$$\Rightarrow\frac{\alpha_1}{\alpha_2}=\frac{2\times0/32}{0/16}=4$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۲)

۱۱- گزینهٔ «۳» *(امین دارابی)*

هیدروفلوئوریک اسید، یک اسید ضعیف با یونش تعادلی است. بنابراین دو اسید HZ و HX که K_a کمتری نسبت به آن دارند نیز قطعاً یونش تعادلی خواهند داشت.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مقایسهٔ قدرت استیک‌اسید، فورمیک‌اسید و هیدروسیانیک‌اسید به‌صورت زیر است: $HCN < CH_3COOH < HCOOH$

گزینهٔ «۲»: رسانایی به غلظت نیز وابسته است.

گزینهٔ «۴»: درجهٔ یونش افزایش می‌یابد.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۲۳)

۱۲- گزینهٔ «۴» *(میثم کوثری‌لنگری)*

همهٔ موارد درست هستند.

محلول (I) اسید قوی است و در آب یونش کامل دارد و محلول (II) اسید ضعیف و یونش جزئی دارد.

الف) در محلول (I) یونش کامل است و تعداد یون‌های بیشتری تولید می‌شود پس رسانایی الکتریکی بیشتری دارد.

ب) مجموع ذرات در محلول اسید قوی بیشتر است.

پ) با گرم کردن محلول، غلظت H^+ در محلول اسید ضعیف بیشتر می‌شود (α و دما رابطه مستقیم دارند.) امّا در اسید قوی غلظت H^+ ثابت است. بنابراین اختلاف غلظت یون هیدرونیوم دو محلول کاهش می‌یابد.

ت) HNO_3 به اندازهٔ جرم یک اتم اکسیژن، جرم مولی بیشتری از HNO_2 دارد.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

۱۳- گزینهٔ «۳» *(سید علی اشرفی‌دوست‌سلماسی)*

$$HA\rightleftharpoons H^+ + A^-\quad \text{درجه یونش}=\frac{[H^+]}{M}$$

	HA	H^+	A^-
غلظت اولیه	$0/01$	0	0
	$-x$	$+x$	$+x$
غلظت تعادلی	$0/01-x$	x	x

$$\Rightarrow\frac{\text{درصد یونش}}{100}=\frac{x}{0/01}\quad [H^+]=x=\frac{10^{-3}}{100}\Rightarrow \underline{x=10^{-5}}$$

$$K_a=\frac{[H^+].[A^-]}{[HA]}\Rightarrow K_a=\frac{10^{-5}\times10^{-5}}{(10^{-2}-10^{-5})}\xrightarrow[\text{کوچکتر است}]{10^{-5}\text{در مقابل }10^{-2}}$$

$$K_a=\frac{10^{-10}}{10^{-2}}=10^{-8}$$

در محلول دوم غلظت $[H^+]$ برابر غلظت $[A^-]$ خواهد بود.

$$pH=5/7\rightarrow[H^+]=10^{-5/7}=2\times10^{-6}\ \frac{mol}{L}$$

$$K_a=\frac{[H^+][A^-]}{[HA]}\xrightarrow[\text{ثابت، یکسان‌است}]{\text{مقدار }K_a\text{ در دمای}}10^{-8}=\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{[HA]}$$

$$\Rightarrow[HA]=4\times10^{-4}\ mol.L^{-1}$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۹، ۲۲ تا ۲۸)

۱۴- گزینهٔ «۴» *(اکبر ابراهیم تاج)*

بررسی بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: ممکن اسید اسیدی قوی‌تر باشد اما به مقدار ناچیزی در آب حل شده باشد و $[H^+]$ محلول آن بسیار کم باشد. خاصیت اسیدی $=[H^+]$

گزینهٔ «۲»: قدرت اسیدی به K_a و درجهٔ یونش بستگی دارد نه به غلظت آن.

گزینهٔ «۳»: منیزیم هیدروکسید $(Mg(OH)_2)$ به عنوان ضد اسید به‌کار می‌رود.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۲۴ و ۳۲)

۱۵- گزینهٔ «۳» *(علیرضا رضایی‌سراب)*

$$HA(aq)\rightleftharpoons H^+(aq)+A^-(aq)$$

$$K_a=\frac{[H^+][A^-]}{[HA]},[H^+]=[A^-]\Rightarrow K_a=\frac{[H^+]^2}{[HA]}$$

اگر عبارت ثابت یونش دو اسید را بر هم تقسیم کنیم داریم:

$$\frac{K_aHA}{K_aHX}=(\frac{[H^+]_{HA}}{[H^+]_{HX}})^2\times\frac{[HX]}{[HA]}\Rightarrow 36=(\frac{[H^+]_{HA}}{[H^+]_{HX}})^2\times\frac{1}{0/09}$$

$$\Rightarrow\frac{[H^+]_{HA}}{[H^+]_{HX}}=\sqrt{36\times9\times10^{-2}}=6\times3\times0/1=1/8$$

$$pH_{HX}-pH_{HA}=-\log[H^+]_{HX}-(-\log[H^+]_{HA})$$

$$=\log(\frac{[H^+]_{HA}}{[H^+]_{HX}})$$

$$=\log1/8=\log2\times3^2\times10^{-1}=0/3+0/96-1=0/26$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی)(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

۱۶- گزینهٔ «۳» *(پویا رستگاری)*

واکنش دی‌نیتروژن پنتاکسید با آب به صورت زیر می‌باشد:

$$N_2O_5(s)+H_2O(l)\rightarrow 2HNO_3(aq)\rightarrow 2H^+(aq)+2NO_3^-(aq)$$

با توجه به واکنش به ازای مصرف ۱ مول دی‌نیتروژن پنتاکسید (معادل ۱۰۸ گرم) و ۱ مول آب (معادل ۱۸ گرم) دو مول یون هیدروژن تولید می‌شود. بنابراین اختلاف جرم واکنش‌دهنده‌های مصرف شده برابر با ۹۰ گرم است. در نتیجه داریم:

$$?molH^+=125g\ \text{اختلاف جرم}\times\frac{2molH^+}{90gr\ \text{اختلاف جرم}}=\frac{25}{9}molH^+$$

در قدم بعد غلظت مولار یون هیدرونیوم را محاسبه و سپس pH محلول را به‌دست می‌آوریم:

$$[H^+]=\frac{25}{9}\times\frac{1}{125}=\frac{1}{45}mol.L^{-1}\Rightarrow pH=-\log[H^+]$$

$$\Rightarrow pH=-\log\frac{1}{45}=\log 45=\log 3^2+\log 5=2(0/5)+0/7=1/7$$

در نهایت pH محلول ۰/۳ مولار هیدروکلریک‌اسید را نیز محاسبه می‌کنیم باید توجه داشته باشید که هیدروکلریک‌اسید یک اسید قوی بوده و درجه یونش آن برابر با ۱ می‌باشد. پس داریم:

$$[H^+]=M\alpha\Rightarrow[H^+]=0/3\times1=0/3$$
$$pH=-\log 0/3\Rightarrow pH=0/5$$

pH محلول اول نسبت به pH محلول هیدروکلریک‌اسید ۱/۲ واحد بزرگتر می‌باشد.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی)(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

۱۷- گزینهٔ «۳» *(مسعود جعفری)*

تنها عبارت چهارم درست است.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

مورد اول: شیر ترش و آب گازدار دارای خاصیت اسیدی هستند و pH کوچکتر از ۷ دارند، در حالی‌که خون موجود در رگ‌ها دارای $pH=7/4$ است و خاصیت بازی دارد.

مورد دوم: محلول لوله‌بازکن نسبت به محلول شیشه‌پاک‌کن یک باز قوی‌تر است، بنابراین غلظت یون OH^- در آن نسبت به شیشه‌پاکن، بیشتر و غلظت یون H^+ در آن نسبت به شیشه‌پاک‌کن، کمتر است، از این رو نسبت $\frac{[H^+]}{[OH^-]}$ در محلول شیشه‌پاک‌کن بزرگتر خواهد بود.

مورد سوم: معادلهٔ واکنش محلول HCl و سود به‌صورت مقابل است:

$$HCl(aq)+NaOH(aq)\rightarrow NaCl(aq)+H_2O(l)$$

در اثر واکنش این دو ماده محلول NaCl تولید می‌شود. NaCl دارای یون‌های Na^+ و Cl^- است که پیوند اشتراکی ندارند. اما می‌دانیم که حلال این محلول آب است و در یک نمونه آب مقدار کمی از یون‌های هیدرونیوم (H_3O^+) و هیدروکسید (OH^-) وجود دارد که دارای پیوند اشتراکی هستند.

مورد چهارم: اگر این خاک در دمای اتاق قرار داشته باشد و غلظت یون H^+ در آن برابر 10^{-6} باشد، خاک دارای خاصیت اسیدی بوده و گل ادریسی در آن به رنگ آبی شکوفا می‌شود.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی)(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۴، ۲۵، ۲۹، ۳۰ و ۳۴)

۱۸- گزینهٔ «۳» *(علی امینی)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مطابق رابطهٔ $[H^+]=\sqrt{K_a.M_a}$؛ با فرض M یکسان، با توجه به بیشتر بودن K_a اسید HD، مولاریتهٔ H^+ آن بیشتر بوده و pH کمتری خواهد داشت.

گزینهٔ «۲»: با فرض $[A^-]=[D^-]$، مولاریتهٔ H^+ نیز یکسان خواهد بود و با توجه به ضعیف‌تر بودن اسید HA (K_a کمتر) به غلظت اولیه بیشتری جهت تولید یون یکسان نیاز داشته و درجهٔ یونش کمتری خواهد داشت.

گزینهٔ «۳»: با فرض $[HD]=[HA]$ و مطابق رابطه ثابت یونش اسیدی خواهیم داشت:

$$K_a=\frac{[H^+]^2}{[HA]}$$

$$(\frac{[H^+]_I}{[H^+]_{II}})^2=\frac{Ka_I}{Ka_{II}}=\frac{4\times10^{-8}}{9\times10^{-4}}=\frac{4}{9}\times10^{-4}$$

$$\xrightarrow{\sqrt{\ }}\frac{[H^+]_I}{[H^+]_{II}}=\frac{2}{3}\times10^{-2}$$

$$\xrightarrow{\log}\log(\frac{[H^+]_I}{[H^+]_{II}})=\log2-\log3-2=0/3-0/5-2$$

$$=-2/2\xrightarrow{x-1}pH_I-pH_{II}=2/2$$

گزینهٔ «۴»: در pH و $[H^+]$ برابر، مولاریته اولیه محلول (HA)I بیشتر بوده و با فرض V یکسان، mol واکنش‌دهنده بیشتری در واکنش با فلز Mg در اختیار دارد که منجر به تولید فراورده گازی $(H_2(g))$ بیشتری خواهد شد.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی)(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

۱۹- گزینهٔ «۲» *(حامد صابری)*

$$[H^+]_{\text{اولیه}}=0/02\times0/2=0/004mol.L^{-1}$$

$$K_a=\frac{[H^+]}{M-[H^+]}\Rightarrow K_a=\frac{(0/004)^2}{(0/02-0/004)}=10^{-3}$$

چون K_a مستقل از غلظت است پس موقعی که اسید رقیق شود، K_a تغییر نمی‌کند پس با توجه به مقدار K_a می‌توانیم غلظت مولی محلول رقیق را محاسبه کنیم:

$$[H^+]_{\text{رقیق}}=10^{-2/7}=2\times10^{-3}mol.L^{-1}$$

$$K_a=\frac{[H^+]^2}{M-[H^+]}\Rightarrow10^{-3}=\frac{(0/002)^2}{(M_{\text{رقیق}}-0/002)}$$

$$\Rightarrow M_{\text{رقیق}}=0/006\frac{mol}{L}$$

$$M\times V_{\text{غلیظ}}=M\times V_{\text{رقیق}}\Rightarrow0/02\times400=0/006\times V_{\text{رقیق}}\Rightarrow V_{\text{رقیق}}=\frac{4000}{3}mL$$

$$V_{\text{آب}}=\frac{4000}{3}-400=\frac{2800}{3}mL$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی)(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

۲۰- گزینهٔ «۱» *(مسعود جعفری)*

معادلهٔ موازنهٔ گروه واکنش‌ها به‌صورت مقابل است:

$$Mg(OH)_2(s)+2CH_3COOH(aq)$$
$$\rightarrow Mg(CH_3COO)_2(aq)+2H_2O(l)$$

$$Al(OH)_3(s)+3CH_3COOH(aq)\rightarrow Al(CH_3COO)_3(aq)+3H_2O(l)$$

مقدار مول آب تولیدی در این ۳ دقیقه را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{آب}=\frac{\Delta n_{آب}\times جرم\,مولی}{\Delta t}\Rightarrow 75\times10^{-3}=\frac{\Delta n\times18}{180}$$

$$=0/75mol \quad \text{مقدار مول آب تولیدی}$$

بنابراین در این مدت در مجموع ۰/۷۵ مول آب تولید شده است و طبق ضرایب استوکیومتری، ۰/۷۵ مول از استیک اسید نیز مصرف شده است. حال از روی تغییرات pH نسبت تغییرات غلظت مولی محلول اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$pH=-\log[H^+]\begin{cases}pH_1=a=-\log[H^+]_1\\pH_2=a+0/3=-\log[H^+]_2\end{cases}$$

$$\Rightarrow pH_2-pH_1=0/3=-\log[H^+]_2+\log[H^+]_1$$

$$=\log\frac{[H^+]_1}{[H^+]_2}=10^{0/3}=2$$

از آنجایی‌که اسید ضعیف است از روی K_a نسبت تغییرات غلظت را به‌دست می‌آوریم:

$$K_a=\frac{[H^+]_1^2}{M_1}=\frac{[H^+]_2^2}{M_2}\xrightarrow{\frac{[H^+]_1}{[H^+]_2}=2}M_1=4M_2$$

مقدار مول مصرفی استیک‌اسید در این مدت ۰/۷۵ مول بوده و غلظت آن $\frac{1}{4}$ برابر شده و از این رو می‌توانیم مقدار M_1 را به‌دست آوریم:

$$\Delta M=M_2-M_1=-3M_2=\frac{0/75mol}{0/4L}\Rightarrow M_2=\frac{5}{8}mol.L^{-1}$$

$$\rightarrow M_1=4M_2=4\times\frac{5}{8}=2/5mol.L^{-1}$$

حال از روی K_a، غلظت یون $[H^+]$ و pH اولیه محلول را به‌دست می‌آوریم:

$$K_a=\frac{[H^+]_1^2}{M_1}\Rightarrow 4\times10^{-5}=\frac{[H^+]_1^2}{2/5}\rightarrow[H^+]_1=10^{-2}mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow pH=-\log10^{-2}=2$$

مقدار مول اولیه اسید برابر ۱ مول است $(2/5\times0/4=1)$ که در واکنش با ضد اسید دارای منیزیم هیدروکسید و آلومینیم هیدروکسید به‌طور کامل خنثی شده است. اگر فرض کنیم مقدار اسیدی که در واکنش با $Mg(OH)_2$ خنثی شده برابر x مول باشد، مقدار جرم $(a)Mg(OH)_2$ را به‌دست می‌آوریم:

$$x.molCH_3COOH\times\frac{1molMg(OH)_2}{2molCH_3COOH}\times\frac{58gMg(OH)_2}{1molMg(OH)_2}$$

$$=agMg(OH)_2\Rightarrow a=(29x)g$$

هنگامی‌که x مول از اسید با $Mg(OH)_2$ واکنش‌دهنده $(1-x)$ مول از آن با $Al(OH)_3$ واکنش داده است، بنابراین مقدار جرم $(b)Al(OH)_3$ را محاسبه می‌کنیم:

$$(1-x)molCH_3COOH\times\frac{1molAl(OH)_3}{3molCH_3COOH}\times\frac{78gAl(OH)_3}{1molAl(OH)_3}$$

$$=bgAl(OH)_3\Rightarrow b=(26-26x)g$$

در نهایت مقدار $a+b$ را حساب می‌کنیم:

$$a+b=29x+26-26x=26+3x\begin{cases}x=0\rightarrow a+b=26g\\x=1\rightarrow a+b=29g\end{cases}$$

مقدار بیشترین و کمترین برای $a+b$ را به‌دست آورده‌ایم، از آنجایی‌که این مخلوط دارای هر دو ماده $Mg(OH)_2$ و $Al(OH)_3$ است، مجموع جرم این دو ماده باید در بازهٔ (۲۹ و ۲۶) قرار داشته باشد که عدد ۲۸ در این بازه قرار می‌گیرد، از این رو مقدار $a+b$ می‌تواند برابر ۲۸ گرم باشد، (این نوع تیپ از سوالات برای اولین بار در کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳ مطرح شد.)

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی)(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

۱- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین مرتضوی)*

الف) برای از بین بردن انسداد ناشی از مواد اسیدی، (اسید چرب و چربی) باید از یک مادهٔ بازی قوی مثل $NaOH$ استفاده کرد تا بتواند مادهٔ اسیدی را خنثی کند و از بین ببرد.

ب) پاک‌کننده‌های خورنده اسیدی، مانند HCl توانایی از بین بردن رسوب کتری را دارند.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی)(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۲ و ۳۱)

۲- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین مرتضوی)*

$$[H^+] = ۰/۰۱\ mol.L^{-۱} \times \frac{۲}{۱۰۰} = ۲\times۱۰^{-۴}\ mol.L^{-۱}$$

$$[OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۲\times۱۰^{-۴}} = ۵\times۱۰^{-۱۱}\ mol.L^{-۱}$$

$$\frac{[H^+]}{[OH^-]} = \frac{۲\times۱۰^{-۴}}{۵\times۱۰^{-۱۱}} = ۴\times۱۰^{۶}$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحهٔ ۱۹)

۳- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین مرتضوی)*

الف) با افزودن آب به یک محلول بازی از غلظت OH^- آن کاسته شده و در نتیجه pH محلول کاهش می‌یابد و به هفت نزدیک‌تر می‌شود.

ب) از آنجایی که BOH یک باز قوی است، تقریباً تمام ذره‌های آن تفکیک شده و به B^+ و OH^- تبدیل می‌شود ⇐ بنابراین غلظت یون هیدروکسید در محلول ۰/۰۴ مول بر لیتر خواهد بود.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۲۵ تا ۳۰)

۴- گزینهٔ «۳» *(مجتبی محبوب)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: به ترکیبات یونی در حالت جامد الکترولیت گفته می‌شود. در واقع محلول آن‌ها یک محلول الکترولیت است.

گزینهٔ «۲»: تنها هیدروژن گروه کربوکسیل در اسیدهای آلی می‌تواند از آن جدا شود و به صورت یون هیدرونیوم وارد محلول شود.

گزینهٔ «۳»: آمونیاک باز آرنیوس بوده و در آب غلظت یون هیدروکسید را زیاد می‌کند و محلول بازی تشکیل می‌دهد. هم‌چنین گل ادریسی در خاک‌هایی که خاصیت بازی دارند به رنگ سرخ در می‌آید.

گزینهٔ «۴»: در هنگام استفاده از محلول سدیم هیدروکسید باید نکات ایمنی را رعایت کنیم، زیرا تماس این محلول با بدن و همچنین تنفس بخارات آن آسیب جدی به همراه دارد.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۷، ۱۹، ۳۰ و ۳۴)

۵- گزینهٔ «۳» *(مهدی عسکری)*

مطابق معادلهٔ یونش زیر، از آنجایی که از یونش هر مولکول اسید تک پروتون‌دار، نسبت برابری کاتیون و آنیون تولید می‌شود، در محلول تمامی این اسیدها، شمار کاتیون‌ها و آنیون‌ها با یکدیگر برابر است (اسید HA را یک اسید ضعیف در نظر گرفته‌ایم اما این مطلب برای اسیدهای قوی نیز صدق می‌کند).

$$HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq)$$

هیدروژن هالیدها (ترکیبات هیدروژن دار عناصر گروه ۱۷ مانند HF و HCl جمله اسیدهای تک پروتون‌دار هستند و ممکن نیست نسبت شمار کاتیون‌ها به شمار آنیون‌ها در محلول آن‌ها، برابر یک نباشد. حل شونده این محلول‌ها می‌تواند سولفوریک اسید $(H_۲SO_۴)$ باشد که یک اسید دو پروتونه می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: درجهٔ یونش هیچ رابطهٔ مشخصی با شمار اتم‌های هیدروژن یک اسید ندارد عنوان مثال، هیدروژن برمید (HBr) نوعی اسید قوی بوده و درجهٔ یونش آن تقریباً یک است اما استیک اسید $(CH_۳COOH)$ یک اسید ضعیف بوده و در شرایط یکسان، درجهٔ یونشی ناچیز دارد (با آنکه شمار اتم‌های هیدروژن آن بیشتر است).

گزینهٔ «۲»: به دام این گزینه خیلی دقت کنید. شرط برابری رسانایی الکتریکی محلول، یکسان بودن غلظت کل یون‌ها است نه الزاماً برابری شمار یون‌ها! مثلاً شمار کل یون‌ها در ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول ۱ مولار سدیم هیدروکسید $(NaOH)$ با شمار کل یون‌ها در ۱۰۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۵ مولار پتاسیم هیدروکسید (KOH) دو برابر است اما از آنجایی که مجموع غلظت یون‌ها در دو محلول برابر نیست، رسانایی الکتریکی آن‌ها نیز یکسان نیست.

گزینهٔ «۴»: تنها در صورتی که محلول‌های X و Y را اسیدی در نظر بگیریم، این گزینه درست خواهد بود. چرا که در شرایط یکسان، سرعت واکنش نوار منیزیم با محلول یک اسید با غلظت یون هیدرونیوم در محلول آن رابطهٔ مستقیم دارد. دقت داشته باشید که اگر دو محلول بازی باشند یا یکی از محلول‌ها اسیدی و دیگری بازی باشد، این رابطه برقرار نیست.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۲۴)

۶- گزینهٔ «۴» *(مرتضی زارعی)*

در محاسبات اسید ضعیف تک پروتون‌دار عبارت ثابت یونش برابر $\left(K_a = \frac{[H^+]^۲}{M-[H^+]}\right)$ بوده و مخرج آن غلظت اسید یونیده نشده یا تعادلی است و در مقایسه با مخرج عبارت درجه یونش $\left(\alpha = \frac{[H^+]}{M}\right)$ که برابر غلظت اولیه است می‌باشد کوچکتر است.

$$M - [H^+] < M \quad ([H^+] > ۰)$$

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: ثابت یونش در دمای ثابت مقدار ثابتی دارد و مستقل از غلظت اسید است.

گزینهٔ «۲»: گاز هیدروژن کلرید ماده مولکولی بوده و در آب یونش می‌یابد. (تفکیک برای ترکیبات یونی به کار برده می‌شود)

گزینهٔ «۳»: محلول اسیدهای ضعیف شامل مولکول‌های یونیده نشده نیز هستند.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۲۳)

۷- گزینهٔ «۲» *(علیرضا بیانی)*

ابتدا غلظت اولیه اسیدها را به کمک جرم آنها محاسبه می‌کنیم:

$$۴۰gHA\times\frac{۱molHA}{۸۰gHA}=۰/۵molHA\Rightarrow[HA]=\frac{molHA}{V}=\frac{۰/۵}{۲}=۰/۲۵\frac{mol}{L}HA$$

HA اسید قوی است و به طور کامل یونش می‌یابد.

$$\Rightarrow[H^+]=۰/۲۵\frac{mol}{L}\Rightarrow pH=-\log[H^+]=-\log۲۵\times۱۰^{-۲}$$

$$=۲-\log۲۵\Rightarrow ۲-۲\log۵=۲-۲\times۰/۷\Rightarrow pH=۲-۱/۴=۰/۶$$

$$pH_{HB}=pH_{HA}+۳/۴=۰/۶+۳/۴=۴$$

$$[H^+]_{HB}=۱۰^{-pH}=۱۰^{-۴}\ ,\ K_a=\frac{[H^+]^۲}{M-[H^+]}\Rightarrow۲\times۱۰^{-۵}=\frac{(۱۰^{-۴})^۲}{M-۱۰^{-۴}}\Rightarrow$$

$$M-۱۰^{-۴}=\frac{۱۰^{-۸}}{۲\times۱۰^{-۵}}=۵\times۱۰^{-۴}\Rightarrow M=۶\times۱۰^{-۴}\ mol.L^{-۱}$$

$$mol\ HB=M.V=۶\times۱۰^{-۴}\times۲=۱۲\times۱۰^{-۴}=۱/۲\times۱۰^{-۳}\ mol$$

$$۱/۲\times۱۰^{-۳}molHB\times\frac{۶۰gHB}{۱molHB}=۷/۲\times۱۰^{-۲}gHB$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۸- گزینهٔ «۱» *(رضا مؤمن آبادی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: به عنوان مثال اگر اسید HA با غلظت ۲ مولار را در نظر بگیریم و ۵۰ درصد یونش یابد:

$$\alpha\%=\frac{[H^+]}{[HA]}\times۱۰۰\Rightarrow۵۰=\frac{[H^+]}{۲}\times۱۰۰\Rightarrow[H^+]=۱\ mol/L$$

$$\left.\begin{array}{lcccc}HA\rightleftharpoons & H^+ & + & A^- & \\ a-x & x & & x & \\ ۲-۱ & ۱ & & ۱ & \end{array}\right\}\Rightarrow \text{مجموع غلظت گونه‌ها}=[H^+]+[A^-]+[HA]$$

$$۱+۱+(۲-۱)=۳\ mol/L$$

$$\frac{\text{مجموع غلظت گونه‌ها}}{\text{غلظت اولیه اسید}}=\frac{۳}{۲}=۱/۵$$

گزینهٔ «۲»: نکته: آب مقطر در هر دمایی خنثی است و همچنان غلظت‌های یون هیدرونیوم و هیدروکسید برابر است. اما ثابت تعادل خود یونش آب با تغییر دما تغییر می‌کند.

گزینهٔ «۳»: HCl و HBr جز اسیدهای قوی هستند. و در شرایط یکسان (غلظت و دما) pH برابری دارند.

گزینهٔ «۴»: محلولی که بیشترین غلظت یون را داشته باشد رسانایی بیشتری دارد.

$$H_۲O(g)+N_۲O_۵(aq)\rightarrow\underbrace{۲H^+(aq)+۲NO_۳^-(aq)}_{\text{۴ یون}}$$

$$Na_۲SO_۴(aq)\rightarrow\underbrace{۲Na^+(aq)+SO_۴^{۲-}(aq)}_{\text{۳ یون}}$$

بنابراین رسانایی $N_۲O_۵$ از $Na_۲SO_۴$ بیشتر است.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶،۲۳،۲۴ و ۲۶)

۹- گزینهٔ «۲» *(آرین فرهادی)*

گزینهٔ «۱»: هیدروبرمیک اسید یک اسید قوی است؛ پس با افزایش دما شمار یون‌های محلول ثابت می‌ماند. (نادرست)

گزینهٔ «۲»: آب گازدار یک محلول اسیدی است که در نتیجه $[H^+]>[OH^-]$ بوده و نسبت $\frac{[H^+]}{[OH^-]}$ بزرگتر از یک است. (درست)

گزینهٔ «۳»: جوش شیرین، همان سدیم هیدروژن کربنات است نه سدیم کربنات و خاصیت بازی دارد. (نادرست)

گزینهٔ «۴»: در هنگام تشکیل رسانای یونی، بارهای الکتریکی تولید نمی‌شوند . (نادرست)

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۷،۲۳،۲۷ و ۳۲)

۱۰- گزینهٔ «۲» *(مسعود جعفری)*

ابتدا لازم است مقدار اولیهٔ گاز HCl را به دست آوریم:

$$۲۹/۲gHCl\times\frac{۱mol\,HCl}{۳۶/۵gHCl}=۰/۸mol\,HCl$$

حال لازم است مقدار HCl وارد شده به محلول $NaOH$ را x مول فرض کنیم و سپس براساس x ، pH های دو محلول را محاسبه کنیم:

$$pH_{\text{ظرف ۱}}=-\log\frac{۱۰^{-۱۴}}{\frac{۱-x}{۲}}$$

مقدار HCl حل شده در ظرف ۲ را $(۰/۸-x)$ در نظر می‌گیریم:

$$pH_{\text{ظرف ۲}}=-\log\frac{۰/۲+(۰/۸-x)}{۱}$$

حال اختلاف pH های ۲ ظرف را محاسبه می‌کنیم:

$$-(\log۱۰^{-۱۴}-\log\frac{۱-x}{۲})-(-\log۱-x)=۱۳/۱$$

$$۱۴+\log\frac{۱-x}{۲}+\log۱-x=۱۳/۱$$

اکنون تنها کافی است معادلهٔ بالا را حل کرده و مقدار x را به دست آوریم:

$$\log\frac{(۱-x)(۱-x)}{۲}=-۰/۹\Rightarrow\frac{(۱-x)^۲}{۲}=۱۰^{-۰/۹}=\frac{۱}{(۱۰^{۰/۳})^۳}=\frac{۱}{۸}$$

$$\Rightarrow(۱-x)^۲=\frac{۱}{۴}\begin{cases}x=۱/۵ & \text{غ ق ق}\\ x=۰/۵\end{cases}$$

مقدار کل HCl اولیه ۰/۸ مول است. بنابراین x نمی‌تواند ۱/۵ باشد. حال که مقدار x را به دست آورده‌ایم. درصد HCl واردشده به ظرف ۱ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۰/۵molHCl}{۰/۸mol\,HCl}\times۱۰۰=۶۲/۵\%$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

شیمی ۳

۱- گزینهٔ «۴»

گزینه‌های ۱ تا ۳ دقیقاً عین متن کتاب درسی است.

در مورد گزینهٔ «۴»: سلول سوختی نمونه‌ای از قلمرو تأمین انرژی است نه قلمرو تولید مواد.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۲- گزینهٔ «۴» *(علیرضا بیانی)*

عبارت چهارم صحیح و مابقی عبارت‌ها غلط می‌باشد.

۱) اصول شیمی سبز ۵ اصل می‌باشد که در سال دهم خواندیم:

۱- تولید سوخت سبز ۲- تبدیل CO_2 به مواد معدنی

۳- تولید پلاستیک‌های سبز ۴- دفن کردن CO_2

۵- تولید خودرو و سوخت با کیفیت بالا

۲) یکی از قلمروهای الکتروشیمی اطمینان از کیفیت نه کمیت محصول می‌باشد.

۳) باتری چراغ‌های خورشیدی قابل شارژ می‌باشد.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۳۷، ۳۸ و ۳۹)

۳- گزینهٔ «۳» *(مهناز علی‌پور)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: در واکنش $2Sn + O_2 \rightarrow 2SnO$ (Sn: $0 \rightarrow +2$)، قلع دچار اکسایش شده و نقش کاهنده را دارد. ولی در واکنش $SnCl_2 + F_2 \rightarrow SnF_2 + Cl_2$ (Sn: $+2 \rightarrow +2$)، قلع دچار تغییر عدد اکسایش نشده است.

گزینهٔ «۲»: نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش به‌طور همزمان رخ می‌دهند، نه یکی پس از دیگری!

گزینهٔ «۴»: در واکنش فلز روی با محلول HCl، اتم‌های روی دچار اکسایش می‌شوند و باعث کاهش یون‌های H^+ به H_2 می‌شوند (گاز هیدروژن آزاد می‌شود.) $Zn(s) + 2HCl(aq) \rightarrow ZnCl_2(aq) + H_2(g)$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های۴۰، ۴۱، ۴۲ و ۴۴)

۴- گزینهٔ «۳» *(هادی عبادی)*

الف) درست

ب) درست – گونه کاهنده فلز Mg است که ۳ زیرلایه با ۲ الکترون دارد.

$$_{12}Mg : \underline{1s^2} / \underline{2s^2 2p^6} / \underline{3s^2}$$

پ) نادرست

$2Mg + O_2 \rightarrow 2MgO \rightarrow$ مجموع ضرایب $= 5$

$CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O \rightarrow$ مجموع ضرایب $= 6$

ت) نادرست

$$?molMgO = 6/02\times10^{23}e^- \times \frac{1mole^-}{6/02\times10^{23}e^-} \times \frac{1molMg^{2+}}{2mole^-} \times \frac{1molMgO}{1molMg^{2+}} = 0/5mol$$

ث) درست – فراورده سوختن منیزیم، MgO است و طبق واکنش زیر CO_2 را به ماده معدنی تبدیل می‌کند.

$MgO + CO_2 \rightarrow MgCO_3$ (منیزیم کربنات)

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۵- گزینهٔ «۲» آزمون وی ای پی *(یاشار عبدالهی)*

بررسی موارد:

الف) نادرست است، با کاهش یافتن اکسیژن، هر اتم آن دو الکترون می‌گیرد و مولکول آن مجموعاً ۴ الکترون دریافت خواهد کرد.

ب) نادرست است. واکنش تولید نقره کلرید، از نوع جایگزینی می‌باشد و یون نقره و سدیم جای خود را عوض می‌کنند.

پ) صحیح است. این واکنش از نوع اکسایش – کاهش بوده و به ترتیب اتم‌های کلسیم و کلر اکسایش و کاهش می‌یابند.

ت) صحیح است. مولکول کلر به‌صورت دو اتمی بوده و هر اتم آن با گرفتن یک الکترون کاهش می‌یابد.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۰ و ۴۲)

۶- گزینهٔ «۲» *(مجید جلیل‌ناغونی)*

واکنش انجام شده به شکل روبه‌رو است:

$$4Al(s) + 3O_2(g) \rightarrow 2Al_2O_3(s)$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: دقت شود که اتم آلومینیم (Al) فقط یک کاتیون پایدار تشکیل می‌دهد بنابراین در نام‌گذاری ترکیبات یونی آن از اعداد رومی استفاده نمی‌شود.

گزینهٔ «۲»: با انجام این واکنش پیوند کووالانسی در مولکول O_2 شکسته می‌شود و پیوند یونی بین یون‌های Al^{3+} و O^{2-} تشکیل می‌شود.

گزینهٔ «۳»: دقت شود حالت فیزیکی یون آلومینیم به شکل جامد است و نه محلول در آب، بنابراین شکل صحیح نیم‌واکنش اکسایش به شکل $Al(s) \rightarrow Al^{3+}(s) + 3e^-$ است.

گزینهٔ «۴»: اتم آلومینیم با از دست دادن ۳ الکترون به آرایش پایدار گاز نجیب نئون می‌رسد.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحهٔ ۴۰)

۷- گزینهٔ «۳» *(کیارش معرنی)*

در تمام واکنش‌های اکسایش – کاهش مبادله انرژی رخ می‌دهد. (برخی گرفتن انرژی و برخی از دست دادن انرژی)

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

۸- گزینهٔ «۴» *(عباسعلی عبداللهی)*

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: نادرست – ممکن است برخی از کاتیون‌های فلزی که قدرت اکسندگی بیشتری دارند به اتم‌های فلز کاهش یابند.

عبارت دوم: نادرست – ممکن است در یک واکنش اکسایش و کاهش، هر دو یک عنصر باشند. به عنوان مثال در واکنش زیر اتم‌های نیتروژن هم با کاهش و هم با افزایش عدد اکسایش همراهند.

$$NO(g) + NO_2(g) + 2NH_3(g) \rightarrow 2N_2(g) + 3H_2O(g)$$

عبارت سوم: نادرست – در برخی از واکنش‌های اکسایش - کاهش، افزون بر دادوستد الکترون، انرژی (گرما) نیز آزاد می‌شود.

عبارت چهارم: نادرست – جهت انجام یک واکنش اکسایش و کاهش، لزومی به وجود ترکیب یونی در اجزای شرکت‌کننده واکنش نیست، به عنوان مثال در این واکنش هیچ ترکیب یونی مشاهده نمی‌شود.

$$S(s) + O_2(g) \rightarrow SO_2(g)$$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۲)

۹- گزینهٔ «۲»

موارد «ب» و «ث» درست هستند. بررسی موارد نادرست:

مورد الف): گونهٔ B اکسیژن $(_8O)$ است که واکنش‌پذیری کمتری نسبت به $_9F$ دارد.

مورد پ): فرمول شیمیایی ترکیب یونی حاصل از A^{2+} و B^{2-}، به‌صورت AB می‌باشد. (توجه داشته باشید که استفاده از مولکول برای ترکیبات یونی نادرست می‌باشد.)

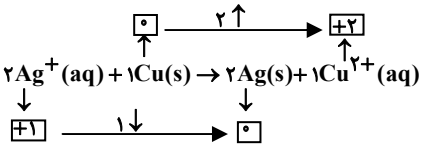
مورد ت): B عنصری نافلزی است و در این واکنش با گرفتن الکترون از عنصر A، کاهش یافته است.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحهٔ ۴۰)

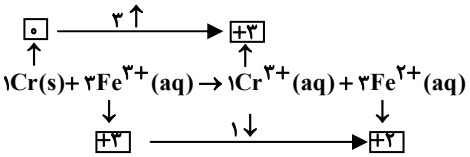
۱۰- گزینهٔ «۲» *(محمدرضا شریفی)*

- گونهٔ اکسنده گونه‌ای است که با گرفتن الکترون، کاهش یافته است.
- گونهٔ کاهنده گونه‌ای است که با از دست دادن الکترون، اکسایش یافته است.

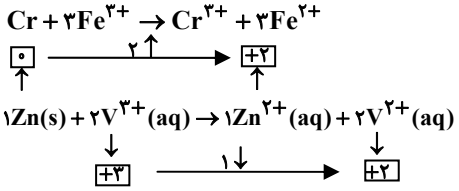
← واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:



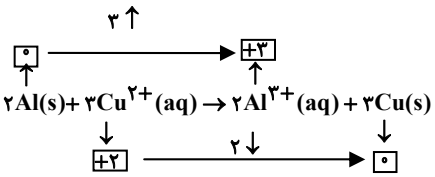
$$\Rightarrow \frac{\text{ضریب اکسنده}}{\text{ضریب کاهنده}} = \frac{2}{1} = 2$$



$$\Rightarrow \frac{\text{ضریب اکسنده}}{\text{ضریب کاهنده}} = \frac{3}{1} = 3$$



$$\Rightarrow \frac{\text{ضریب اکسنده}}{\text{ضریب کاهنده}} = \frac{2}{1} = 2$$



$$\Rightarrow \frac{\text{ضریب اکسنده}}{\text{ضریب کاهنده}} = \frac{3}{2} = 1/5$$

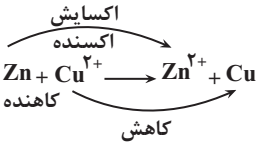
(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۱- گزینهٔ «۳» *(یاشار باغساری)*

موارد الف و پ درست است.

بررسی موارد:

الف) با توجه به واکنش زیر، فلز روی عامل کاهنده و یون مس عامل اکسنده است.



ب) با توجه به واکنش فوق، به تدریج از غلظت یون مس (Cu^{2+}) و شدت رنگ آبی محلول کاسته می‌شود. همچنین به ازای کاهش یک مول $(Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu)Cu^{2+}$، ۶۴ گرم به جرم تیغه فلز روی افزوده می‌شود و همزمان با اکسایش یک مول $(Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-)Zn$، ۶۵ گرم از جرم تیغه کم می‌شود که در نتیجه می‌توان گفت با جابه‌جایی دو مول الکترون، مجموعاً یک گرم از جرم تیغه کاسته می‌شود.

پ) با توجه به این نکته که رسوب سرخ‌رنگ مس بر روی تیغهٔ روی تشکیل می‌شود. بنابراین با فرض کامل بودن این فرایند، کاهش جرم حداقلی تیغهٔ فلزی به ازای واکنش هر مول فلز روی برابر ۱ گرم است:

$$325\,g\,Zn \times \frac{1\,mol\,Zn}{65\,g\,Zn} \times \frac{\text{کاهش جرم } 1\,g}{1\,mol\,Zn} = \text{کاهش جرم } 5\,g$$

ت) $Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحهٔ ۴۱)

۱۲- گزینهٔ «۴» *(هادی عبادی)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: هرچه تغییر دمای محلول بیشتر باشد، قدرت کاهندگی فلز بیشتر است و همچنین با توجه به عدم واکنش طلا با Cu^{2+} فلز Cu کاهنده‌تر از فلز Au است. پس داریم: $Zn > Fe > Cu > Au$

گزینهٔ «۲»: با توجه به گرماده بودن واکنش، محتوای انرژی فراورده‌ها کمتر از واکنش‌دهنده‌ها خواهد بود و در نتیجه پایداری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

گزینهٔ «۳» چون واکنش‌پذیری مس از آهن کمتر است.

گزینهٔ «۴»: تمایل روی به از دست دادن الکترون بیشتر از مس است.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۱ تا ۴۴)

۱۳- گزینهٔ «۳» *(ارسلان کریمی)*

تنها مورد چهارم نادرست است.

ترموشیمی (گرماشیمی) شاخه‌ای از علم شیمی است که به بررسی انرژی مبادله شده در واکنش‌های شیمیایی می‌پردازد نه الکتروشیمی.(نادرستی مورد چهارم)

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحهٔ ۳۷)

۱۴- گزینهٔ «۲» *(مهیر جلیل‌ناغونی)*

موارد اول و سوم به درستی بیان شده‌اند. بررسی موارد:

مورد اول) از آنجا که قدرت کاهندگی D از C بیشتر است. پس واکنش بین فلز D و نمک‌های فلز C قابل انجام است. این واکنش گرماده است و گرما از سامانه به محیط جاری می‌شود.

مورد دوم) اولین فلز دستهٔ p همان فلز آلومینیم است ولی دقت کنید که فلز آلومینیم واکنش‌پذیری و قدرت کاهندگی بیشتری از فلز مس دارد.

مورد سوم) از آنجا که قدرت کاهندگی فلز A از سه فلز دیگر بیشتر است، پس می‌توان نمک‌های حاوی کاتیون آن را در ظرف‌هایی از جنس سه فلز دیگر B و C و D نگهداری کرد.

مورد چهارم) به دلیل انجام‌پذیری واکنش بین نمک فلز B و فلز M قدرت کاهندگی فلز B از M کمتر است ولی دقت کنید که ممکن است قدرت کاهندگی فلز M از D

بیشتر باشد و در نتیجه واکنش بین نمک فلز **M** و فلز **D** انجام نشود.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) ***(شیمی ۳، صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)***

۱۵- گزینهٔ «۴» *(مهدی پورفولاد)*

با توجه به قدرت کاهندگی سه فلز $Al > Mn > V$، قدرت اکسندگی کاتیون‌های این سه فلز به‌صورت زیر خواهد شد: $V^{2+} > Mn^{2+} > Al^{3+}$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) ***(شیمی ۳، صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)***

۱۶- گزینهٔ «۴» *(مهتاز علی‌پور)*

موارد ب و پ نادرست هستند.

- توضیح مورد ب: نیم‌واکنش مربوط به کاهش است نه واکنش!

- توضیح مورد پ: عنصر مد نظر $_{30}Zn$ است که تنها یون پایدار آن Zn^{2+} است و فقط از الکترون‌های لایهٔ چهارم خود $(4s^2)$ جهت اکسایش بهره می‌برد.

- مورد الف درست است چون هر چه افزایش دمای محلول بیشتر باشد واکنش گرماده‌تر است و انرژی سامانه کاهش یافته و فراورده‌های پایدارتر ایجاد می‌شود.

- مورد ت درست است، گونه‌ای که e از دست می‌دهد مثبت‌تر می‌شود که به منزلهٔ اکسایش آن‌گونه است.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) ***(شیمی ۳، صفحه‌های ۴۰، ۴۱، ۴۳)***

۱۷- گزینهٔ «۳» *(یاشار باغساری)*

فقط مورد (ت) درست است.

بررسی موارد:

الف) قدرت کاهندگی فلز Al از فلز Cu بیشتر بوده و در نتیجه قرار دادن تیغه Al در محلول $CuSO_4$ باعث افزایش دما می‌شود.

توجه داشته باشید که بخشی از انرژی سامانه واکنش به شکل گرما به محیط داده می‌شود نه همهٔ آن!

ب) در واکنش $2Zn(s) + O_2(g) \rightarrow 2ZnO(s)$، نیم‌واکنش کاهش به‌صورت $O_2(g) + 4e^- \rightarrow 2O^{2-}(s)$ بوده و مجموع ضرایب گونه‌های شرکت‌کننده در آن برابر ۷ است.

پ) در این واکنش یون Fe^{2+} اکسید شده و به یون Fe^{3+} تبدیل می‌شود پس نقش کاهنده را دارد.

ت) ابتدا معادله را موزانه می‌کنیم.

$$2KMnO_4 + 16HCl \rightarrow 5Cl_2 + 2MnCl_2 + 2KCl + 8H_2O$$

کلرهای اکسید شده به‌صورت Cl_2 در می‌آید پس از هر ۱۶ یون Cl^-، ۱۰ مورد اکسید شده و به Cl_2 تبدیل می‌شود.

$$\frac{\text{تعداد یون‌های کلرید اکسیدشده}}{\text{تعداد } Cl^- \text{ اولیه}} \times 100 = \frac{10}{16} \times 100 = \%62/5$$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) ***(شیمی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)***

۱۸- گزینهٔ «۳» *(سید علی اشرفی‌دوست)*

$$3/01 \times 10^{23} e^- \times \frac{1 mol e^-}{6/02 \times 10^{23} e^-} = 0/5 mol e^-$$

$$0/5 mol e^- \times \frac{1 mol Ni}{2 mol e^-} = \frac{1}{4} mol Ni \rightarrow Ni = \frac{1}{4} \times 58$$

$$= 14/5 g$$ از جرم تیغه کم می‌شود

$$0/5 mol e^- \times \frac{1 mol Ag}{1 mol e^-} = \frac{1}{2} mol Ag \rightarrow Ag = \frac{1}{2} \times 108 = 54 g$$

به جرم تیغه اضافه می‌شود. $54 \times \frac{20}{100} = 10/8 g$

$$\rightarrow$$ تغییرات جرم تیغه $= 10/8 - 14/5 = -3/7 g$

بنابراین ۳/۷ گرم از جرم تیغه کم می‌شود.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) ***(شیمی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)***

۱۹- گزینهٔ «۱» *(یاشار عبدالهی)*

واکنش سؤال:

$$2Al + 3CuSO_4 \rightarrow 1Al_2(SO_4)_3 + 3Cu$$

علت افزایش جرم تیغه موجود در ظرف اختلاف جرم مس تولید شده و آلومینیم مصرف شده است که در این واکنش به ازای ۲ مول مصرف آلومینیم (**۵۴** گرم)، **۳** مول فلز مس (**۱۹۲** گرم) تولید می‌شود و اختلاف این دو مقدار به‌دست آمده برابر افزایش جرم تیغه می‌باشد که برابر **۱۳۸** گرم خواهد بود.

حال به ازای چند مول آلومینیم جرم تیغه **۲۷/۶** گرم افزایش خواهد داشت؟

$$27/6 gr \div 138 \frac{gr}{mol} = 0/2 mol$$

با توجه به مطالب فوق که به ازای **۳** مول محلول و **۲** مول آلومینیم، **۱۳۸** گرم اختلاف جرم تیغه پدید می‌آید، پس به ازای **۲۷/۶** گرم تغییر جرم تیغه (که برابر **۰/۲** مول می‌باشد.) **۰/۴** مول آلومینیم و **۰/۶** مول محلول مس **(II)** سولفات مصرف می‌گردد که برای محاسبه غلظت مصرفی باید مقدار مول را بر حجم محلول که برابر ۲ لیتر است تقسیم کنیم: $0/6 mol \div 2 L = 0/3 mol.L^{-1}$

پس اگر غلظت نهایی محلول برابر $1/7 mol.L^{-1}$ باشد، غلظت اولیه برابر ۲ مول بر لیتر خواهد بود و مقدار مول مصرفی آلومینیم برابر **۰/۴** مول خواهد بود.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) ***(شیمی ۳، صفحهٔ ۴۳)***

۲۰- گزینهٔ «۳» *(مسعود جعفری)*

معادلهٔ موازنه شده واکنش به‌صورت زیر است:

$$nCr(s) + 3X(NO_3)_n(aq) \rightarrow nCr(NO_3)_3(aq) + 3X(s)$$

در واکنش فوق به ازای مبادله **۳n** مول الکترون، **n** مول از فلز کروم مصرف شده و ۳ مول از فلز X تولید می‌شود.

حال جرم مصرف شده از فلز کروم و جرم تولید شده از فلز X را محاسبه می‌کنیم:

$$?g Cr = 5/418 \times 10^{23} e^- \times \frac{1 mole^-}{6/02 \times 10^{23} e^-}$$

$$\times \frac{n mol Cr}{3n mole^-} \times \frac{52 g Cr}{1 mol Cr} = 15/6 g$$

$$?g X = 5/418 \times 10^{23} e^- \times \frac{1 mole^-}{6/02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{3 mol X}{3n mole^-} \times \frac{m_X g}{1 mol X}$$

$$= 0/9 \frac{m_X}{n} g$$

به ازای مصرف فلز کروم از جرم تیغه کاسته شده و با رسوب فلز X روی تیغه به جرم آن افزوده می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$(0/9 \frac{m_X}{n} \times \frac{60}{100}) - 15/6 = 35 \times \frac{48}{100} \Rightarrow \frac{m_X}{n} = 60$$

بنابراین نسبت عددی جرم مولی فلز **x** به **n** برابر با **۶۰** است.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) ***(شیمی ۳، صفحه‌های ۴۱ تا ۴۴)***

۱- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین مرتضوی)*

در یک واکنش اکسایش – کاهش گونه‌ای که الکترون از دست می‌دهد ، اکسایش یافته و یک کاهنده محسوب می‌شود.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۲- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین مرتضوی)*

در این واکنش گونه Fe^{3+} با گرفتن الکترون، به Fe^{2+} تبدیل شده و کاهش یافته است و گونهٔ Sn^{2+} با از دست دادن الکترون، به Sn^{4+} تبدیل شده و اکسایش یافته است. بنابراین آن را کاهنده می‌نامیم.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۳- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین مرتضوی)*

واکنش انجام شده در ظرف: $Cu^{2+}_{(aq)} + Zn_{(s)} \rightarrow Cu_{(s)} + Zn^{2+}_{(aq)}$

نیم واکنش کاهش: $Cu^{2+}_{(aq)} + 2e^- \rightarrow Cu_{(s)}$

نیم واکنش اکسایش: $Zn_{(s)} \rightarrow Zn^{2+}_{(aq)} + 2e^-$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه ۴۱)

۴- گزینهٔ «۴» *(علی شهریاری‌پور)*

موارد «الف» و «ت» درست هستند، بررسی همهٔ عبارت‌ها:

الف) یکی از کاربردهای الکتروشیمی در شیمی سبز می‌باشد.

ب) مهم‌ترین کاربرد برقکافت در قلمرو تولید است.

پ) در ساخت باتری لیمویی از دو تیغه فلزی مختلف مانند مس و روی استفاده می‌شود.

ت) از سوختن منیزیم مطابق واکنش زیر در گذشته به عنوان منبع نور در عکاسی استفاده می‌شد. $2Mg(s) + O_2(g) \rightarrow 2MgO(s)$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۲)

۵- گزینهٔ «۳» *(حسین ناصری ثانی)*

معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش به صورت زیر است.

$$2Al_{(s)} + 3CuSO_{4(aq)} \rightarrow Al_2(SO_4)_{3(aq)} + 3Cu_{(s)}$$

یا می‌توان یون ناظر (SO_4^{2-}) را حذف کرد و به معادلهٔ زیر رسید.

$$2Al_{(s)} + 3Cu^{2+}_{(aq)} \rightarrow 2Al^{3+}_{(aq)} + 3Cu_{(s)}$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در این واکنش اتم‌های آلومینیم **(Al)** الکترون از دست داده و اکسایش می‌یابند، بنابراین نقش کاهنده را دارند.

گزینهٔ «۲»: هر مول آلومینیم ۳ مول الکترون از دست می‌دهد و هر مول کاتیون مس ۲ مول الکترون می‌گیرد، پس با توجه به معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش، در مجموع ۶ مول الکترون بین اتم آلومینیم و کاتیون مس مبادله می‌شود.

گزینهٔ «۳»: در یک واکنش اکسایش -کاهش خودبه‌خودی اکسنده و کاهندهٔ قوی‌تر با هم واکنش می‌دهند، انجام طبیعی و خودبخودی این واکنش نشان می‌دهد قدرت اکسندگی Cu^{2+} از Al^{3+} بیشتر است یا قدرت کاهندگی Al از Cu بیشتر است.

گزینهٔ «۴»: این واکنش گرماده بوده و به تدریج با آزاد شدن گرما، دمای محلول افزایش می‌یابد.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۶- گزینهٔ «۴» *(رضا سلیمانی)*

نور حاصل از سوختن فلز سدیم، زرد است. از این رو، اگر به جای فلز منیزیم از نور حاصل از واکنش سوختن سدیم برای تولید نور عکاسی استفاده شود، نور تولیدشده به جای سفید، زرد می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در یک واکنش اکسایش – کاهش، فلزی که در سری الکتروشیمیایی پایین‌تر است، می‌تواند به کاتیون‌های فلزی که در این سری در مکان بالاتری قرار دارند، الکترون دهد و عدد اکسایش آنها را کاهش دهد.

گزینهٔ «۲»: در واکنش‌هایی از این دست(محلول آبی+ فلز)،مخلوط واکنش گرم‌تر می‌شود زیرا سامانه بخشی از انرژی خود را به شکل گرما به محیط می‌دهد.. علامت $\Delta\theta$ برای سامانهٔ واکنش که انرژی از دست می‌دهد، منفی ($\Delta\theta < 0$) و برای محیط که انرژی دریافت می‌کند، مثبت ($\Delta\theta > 0$) است.

واکنش میان یک فلز و کاتیونی از فلز دیگر در محیط آبی، که به طور طبیعی انجام می‌شود، نمونه‌ای از واکنش‌های اکسایش – کاهش گرماده است.

گزینهٔ «۳»: قدرت کاهندگی فلز روی از فلز آهن بیشتر است، از این رو، گرمای حاصل از واکنش فلز روی با محلول آبی مس **(II)** سولفات بیشتر از گرمای حاصل از واکنش فلز آهن با همان محلول مس **(II)** سولفات در شرایط یکسان است.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

۷- گزینهٔ «۴» *(سیدعلی اشرفی دوست سلماسی)*

موازنه نیم‌واکنش **(I)**: ابتدا به روش وارسی موازنه می‌نماییم و سپس موازنه بار انجام می‌دهیم.

$$1Mn^{2+}(aq) + 2H_2O(l) \rightarrow 1MnO_2(s) + 4H^+(aq) + ?e^-$$

$$2 = ? \Rightarrow 1(+2) = 4(+1) + ?\times(-1) \Rightarrow \text{بارهای سمت راست} = \text{بارهای سمت چپ}$$

$$\Rightarrow 1Mn^{2+}(aq) + 2H_2O(l) \rightarrow 1MnO_2(s) + 4H^+(aq) + 2e^-$$

موازنه نیم‌واکنش **(II)**: ابتدا به روش وارسی موازنه می‌نماییم و سپس موازنه بار مانند نیم واکنش **I**.

$$2Fe^{2+} + 1H_2O_2 + 2H^+ \rightarrow 2Fe^{3+} + 2H_2O$$

$$\text{Mg واکنش سوختن} \Rightarrow 2Mg(s) + O_2(g) \rightarrow 2MgO(s)$$

$$\Rightarrow \text{نسبت خواسته شده}: \frac{5}{7} = \frac{5}{28}$$

$$2\,\text{mol}O_2 \times \frac{2\,\text{mol}O}{1\,\text{mol}O_2} \times \frac{2\,\text{mol}e^-}{1\,\text{mol}O} \times \frac{N_A e^-}{1\,\text{mol}e^-}$$

$$\text{الکترون مبادله شده} = 4/816 \times 10^{24}$$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۰ و ۴۲)

۸- گزینهٔ «۲» *(مسعود جعفری)*

فلز **D** قدرت کاهندگی بیشتری نسبت به فلز **B** دارد، بنابراین فلز **B** نمی‌تواند باعث کاهش یافتن یون‌های D^{2+} شود و هیچ واکنشی انجام نمی‌شود و دمای محلول تغییری نمی‌کند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: از آن جا که واکنش $M + CBr_2 \rightarrow$ انجام ناپذیر است، قدرت کاهندگی **C** بیش تر از **M** و از آن جا که $M + BBr_2 \rightarrow$ انجام پذیر است قدرت کاهندگی **M** بیش‌تر از **B** است پس داریم:

$$\text{قدرت کاهندگی}: C > M > B$$

قدرت اکسندگی : $C^{2+} < M^{2+} < B^{2+}$

گزینهٔ «۳»: در واکنش‌های اکسایش – کاهش، فلزها اغلب کاهنده و نافلزها اغلب اکسنده هستند.

گزینهٔ «۴»: فلز واقع در دورهٔ چهارم و گروه ۱۲ همان روی $(_{30}Zn)$ است. روی قدرت کاهندگی بیش‌تری نسبت به آهن و مس دارد.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۰، ۴۳ ، ۴۴)

۹– گزینهٔ «۲» *(کامران جعفری)*

ابتدا باید محاسبه شود چند مول H^+ مصرف شده است.

$$Zn(s) + 2HCl(aq) \rightarrow ZnCl_2(aq) + H_2(g)$$

$$pH = 1 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1} \Rightarrow mol\,H^+ = 0/1\frac{mol}{L} \times 0/5L$$

$$= 0/05mol(\text{اولیه})$$

$$pH = 1/7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1/7}$$

$$= 10^{-2} \times 10^{0/3} \xrightarrow{\log 2 = 0/3} 2 \times 10^{-2}\frac{mol}{L}$$

$$\Rightarrow molH^+ = 2 \times 10^{-2}\frac{mol}{L} \times 0/5L = 10^{-2}mol(\text{ثانویه})$$

$$\text{مول } H^+ \text{ مصرف شده} = 0/05 - 0/01 = 0/04mol\,H^+$$

$$?mL\,H_2 = 0/04mol\,H^+ \times \frac{1mol\,H_2}{2mol\,H^+} \times \frac{22/4LH_2}{1mol\,H_2} \times \frac{1000mLH_2}{1LH_2} = 448mL$$

$$\text{مصرفی } Zn = ?gZn = 0/04mol\,H^+ \times \frac{1mol\,Zn}{2mol\,H^+} \times \frac{65gZn}{1mol\,Zn} = 1/3g\,Zn$$

$$\text{درصد جرمی مصرف } Zn = \frac{\text{جرم مصرفی}}{\text{جرم اولیه}} \times 100 = \frac{1/3}{5} \times 100 = 26\%$$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۲۵ و ۴۰ تا ۴۲)

۱۰– گزینهٔ «۴» *(میلاد شیخ الاسلامی فیاوی)*

ابتدا مول $Cu^{2+}(aq)$ مصرفی را به کمک سرعت آن به دست می‌آوریم.

$$0/1 = \frac{|\Delta[Cu^{2+}]|}{2/5min} \rightarrow |\Delta[Cu^{2+}]| = 0/25mol.L^{-1}$$

$$|\Delta[Cu^{2+}]| = \frac{|\Delta mol\,Cu^{2+}|}{V} \rightarrow 0/25 = \frac{|\Delta mol\,Cu^{2+}|}{2}$$

$$\rightarrow |\Delta mol\,Cu^{2+}| = 0/5mol$$

در مدت زمان ۱۵۰ ثانیه، ۰/۵ مول Cu^{2+} یا $CuSO_4$ مصرف شده است.

جرم فلز مس تولیدی را با احتساب بازده، محاسبه می‌کنیم:

$$?gCu(s) = 0/5molCuSO_4 \times \frac{3molCu}{3molCuSO_4} \times \frac{64gCu}{1molCu} \times \frac{90}{100} = 28/8gCu$$

۵۰ درصد فلز مس تولیدی بر روی تیغهٔ آلومینیومی رسوب کرده، پس افزایش جرم تیغهٔ آلومینیومی براساس رسوب ایجاد شده برابر ۱۴/۴ گرم خواهد بود.

از طرفی طی واکنش مقداری از جرم فلز آلومینیوم به دلیل واکنش با مس (II) سولفات کم می‌شود. دقت کنید در محاسبهٔ جرم آلومینیوم مصرفی، بازده اعمال نمی‌شود، زیرا بازده هنگام محاسبهٔ مقدار فراورده اعمال می‌شود.

$$?gAl = 0/5mol\,CuSO_4 \times \frac{2mol\,Al}{3mol\,CuSO_4} \times \frac{27gAl}{1mol\,Al} = 9gAl$$

جرم مصرفی تیغهٔ آلومینیومی ۹ گرم است.

براساس محاسبات انجام شده، ۹ گرم از جرم فلز آلومینیوم به دلیل مصرف آن کاهش می‌یابد، اما در مقابل ۱۴/۴ گرم به جرم آن (به دلیل رسوب بخشی از فلز مس تولیدی) افزوده می‌شود، پس در کل جرم آن نسبت به قبل از انجام واکنش ۵/۴ گرم افزایش یافته است.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۱ تا ۴۴)

شیمی ۳

۱- گزینهٔ «۲» *(امجد بلوچی)*

گزینهٔ «۱»: درست: مطابق تصویر روبه رو (کتاب درسی)



در همه سال‌ها:

نواحی کم برخوردار (در حال توسعه) < جهان <نواحی برخوردار (توسعه یافته)

گزینهٔ «۲»: نادرست: آب پاک کننده مناسبی برای لکه‌های چربی نیست.

گزینهٔ «۳»: درست: صابون فاقد گونه فلزی دارای NH_4^+ در بخش کاتیونی خود است و چون NH_4^+ یون چند اتمی است، دارای پیوند کوالانسی است.

گزینهٔ «۴»: درست: مطابق متن کتاب درسی!

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی)(شیمی ۳، صفحه‌های ۲ تا ۷)

۲- گزینهٔ «۳» *(مهری مطهری)*

عبارت اول درست است.

عبارت دوم هم عبارتی درست است.

عبارت سوم نادرست است: برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی شوینده‌ها به آنها سدیم هیدروژن کربنات می‌افزایند، نه منیزیم کلرید!

عبارت چهارم درست است.

عبارت پنجم عبارتی درست است؛ زیرا آنیون مربوط به پاک‌کننده‌های غیرصابونی دارای ۳ اتم اکسیژن و آنیون مربوط به پاک‌کننده‌های صابونی دارای دو اتم اکسیژن است.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶، ۱۰، ۱۱ و ۳۲)

۳- گزینهٔ «۲» *(فراز ابراهیمی بهتلو)*

گزینه اول: نادرست، براساس مدل آرنیوس نمی‌توان درباره میزان اسیدی یا بازی بودن محلول‌ها اظهارنظر کرد.

گزینه دوم: درست، هدف از افزودن آهک به خاک، کاهش میزان اسیدی بودن خاک است. پس خاک خاصیت اسیدی دارد و pH آن کمتر از ۷ می‌باشد که اضافه کردن آهک به آن در پی خنثی کردن خاک یعنی رساندن pH خاک به ۷ می‌باشد.

گزینه سوم: نادرست، کربوکسیلیک اسیدها هم در ساختار خود OH دارند ولی جزو بازها محسوب نمی‌شوند.

گزینه چهارم: نادرست، در پاک‌کننده‌های صابونی پیوند دوگانه $C=O$ و در پاک‌کننده‌های غیرصابونی پیوند دوگانه $C=C$ وجود دارد. پس هر دو همانند هم دارای پیوند دوگانه هستند.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۱، ۱۴، ۱۵ و ۱۶)

۴- گزینهٔ «۳» *(مهناز علی‌پور)*

$$pH = ۱۳/۳ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱۳/۳} \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{۰/۷} \times ۱۰^{-۱۴} = ۵ \times ۱۰^{-۱۴}$$

$$[H^+][OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۵ \times ۱۰^{-۱۴}} = ۰/۲ \frac{mol}{L} = [NaOH]$$

$$RCOOH(s) + NaOH(aq) \rightarrow RCOONa(aq) + H_۲O(l)$$

$$?ml\,NaOH = \overset{۰/۰۵}{\cancel{۱۴/۲g}}\,RCOOH_۲ \times \frac{۱mol\,RCOOH}{۲۸۴g\,RCOOH} \times \frac{۱mol\,NaOH}{۱mol\,RCOOH}$$

$$\times \frac{۱L\,NaOH}{۰/۲mol\,NaOH} \times \frac{۱۰۰۰ml\,NaOH}{۱L\,NaOH} = ۲۵۰ml\,NaOH$$

$$*RCOOH \rightarrow C_nH_{۲n+۱}COOH \rightarrow C_{۱۷}H_{۳۵}COOH$$

$$\text{جرم مولی} \hookleftarrow \underbrace{۱۸ \times ۱۲}_{C} + \underbrace{۳۶ \times ۱}_{H} + \underbrace{۳۲}_{O} = ۲۸۴ \frac{g}{mol}$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۲۴، ۲۵، ۳۰ و ۳۱)

۵- گزینهٔ «۲» *(سیدسجاد کمالی)*

گزینهٔ «۱»: HA اسید ضعیف است زیرا مقدار زیادی از آن پس از یونش به شکل مولکولی مانده است پس HA می‌تواند هیدروفلوئوریک اسید باشد. ولی HX اسید قوی است زیرا به طور کامل یونیده شده است.

گزینهٔ «۳»: HA اسید ضعیف است و pH بیشتری دارد.

گزینهٔ «۴»: تعداد مولکول‌های HA بیشتر از تعداد یون‌ها است.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۶- گزینهٔ «۲» *(فرزین بوستانی)*

عبارت اول درست است: شوینده‌های خورنده شامل اسیدها و بازهای قوی هستند که در واکنش بین آن‌ها یون‌های هیدرونیوم با یون‌های هیدروکسید واکنش می‌دهند و آب تولید می‌کنند.

عبارت دوم نادرست است: محلول غلیظ بازهای قوی مثل $NaOH$ در واکنش با اسید چرب فرآورده‌ای می‌دهد که خودش نوعی پاک‌کننده است و در آب حل می‌شود.

عبارت سوم درست است: pH معده در زمان استراحت برابر ۳/۷ است در حالیکه در شرایط عادی ۱/۵۲ است. $۳/۷ > (۲ \times ۱/۵۲ = ۳/۰۴)$

عبارت چهارم درست است: جوش شیرین $NaHCO_۳$ است که محلول آن خاصیت بازی دارد و باعث افزایش قدرت پاک‌کنندگی شوینده می‌شود.

عبارت پنجم نادرست است.شیر منیزی و سدیم هیدروژن کربنات ماده ضداسید هستند و pH معده را افزایش می‌دهند.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۳۰، ۳۱ و ۳۲)

۷- گزینهٔ «۱» *(علی امینی)*

$$K_a = \frac{M\alpha^۲}{۱-\alpha} \xrightarrow{\text{تقریب}} K_a \simeq M\alpha^۲ \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{K_a}{M}}$$

$$\alpha_{HA} = \alpha_{HB} \Rightarrow \sqrt{\frac{K_a(HA)}{M_{HA}}} = \sqrt{\frac{K_a(HB)}{M_{HB}}} \Rightarrow \frac{K_a(HB)}{K_a(HA)} = \frac{M_{HB}}{M_{HA}}$$

$$\frac{۵ \times ۱۰^{-۸}}{۲ \times ۱۰^{-۵}} = \frac{M_{HB}}{۰/۲} \Rightarrow M_{HB} = ۵ \times ۱۰^{-۴} mol.L^{-۱}$$

$$[B^-]=[H^+]_{HB}=\sqrt{K_aM}=\sqrt{۵\times۱۰^{-۸}\times۵\times۱۰^{-۴}}=۵\times۱۰^{-۶}\frac{mol}{lit}$$

$$۱lit\text{محلول}\times۵\times۱۰^{-۶}\frac{mol}{lit}B^-\times۵۰/۵\frac{g}{mol}\times۱۰^{۳}\frac{mg}{g}$$

$$=۰/۲۵۲۵mgB^-$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۸- گزینهٔ «۳» (مسعود جعفری)

ابتدا غلظت مولی یون $Ba^{۲+}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$Ba^{۲+}\ \text{مولاریته}=\frac{\text{ppm}\times\text{چگالی}}{\text{جرم مولی}\times۱۰۰۰}=\frac{۳۴۲۵\times۱/۲}{۱۰۰۰\times۱۳۷}=۰/۰۳mol.L^{-۱}$$

حال طبق رابطهٔ داده شده غلظت مولی یون OH^- را محاسبه می‌کنیم:

$$[Ba^{۲+}][OH^-]^۲=۲/۴۳\times۱۰^{-۴}mol^۳.L^{-۳}\Rightarrow۳\times۱۰^{-۲}\times[OH^-]^۲$$

$$=۲/۴۳\times۱۰^{-۴}\Rightarrow[OH^-]=۰/۰۹mol.L^{-۱}$$

حال غلظت مولی محلول استیک اسید را به‌دست می‌آوریم:

$$[H^+]=۱۰^{-pH}=۱۰^{-۲/۸}=۱۰^{-۴}\times۱۰^{۱/۲}$$

$$=۱۰^{-۴}\times۱۰^{۰/۷}\times۱۰^{۰/۵}=۱۵\times۱۰^{-۴}mol.L^{-۱}$$

$$K_a=\frac{[H^+]^۲}{M}\Rightarrow۱/۸\times۱۰^{-۵}=\frac{(۱۵\times۱۰^{-۴})^۲}{M}\Rightarrow M=\frac{۱}{۸}mol.L^{-۱}$$

معادلهٔ خنثی شدن باریم هیدروکسید و استیک اسید به‌صورت زیر است:

$$Ba(OH)_۲(aq)+۲CH_۳COOH(aq)\rightarrow Ba(CH_۳COO)_۲(aq)$$
$$+۲H_۲O(l)$$

حال نسبت $\frac{y}{x}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$[OH^-]\times V_۱=M\times V_۲\Rightarrow۰/۰۹x=\frac{۱}{۸}(x-y)$$

$$\Rightarrow y=۰/۲۸x\Rightarrow\frac{y}{x}=۰/۲۸$$

دقت کنید که چون باریم هیدروکسید یک باز قوی است و از غلظت یون هیدروکسید به طور مستقیم در محاسبات خنثی ساز استفاده می‌کنیم، دیگر نیازی نیست که ضریب استوکیومتری اسید و باز را اعمال کرد، در حالی که استیک اسید یک اسید ضعیف است و باید غلظت مولی محلول آن را برای محاسبات خنثی شدن استفاده کرد.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های۲۰ تا ۲۵ و ۳۰ تا ۳۲)

۹- گزینهٔ «۳» (محمد عظیمیان زواره)

با یک تیغهٔ مسی و تیغه‌ای دیگر مانند روی و با میوه‌ای مانند لیمو می‌توان نوعی باتری ساخت و با آن یک لامپ **LED** را روشن کرد.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی)(شیمی ۳، صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۰- گزینهٔ «۲» (ترمه فراهانی)

مورد اول ⇐ غلط، / پدیده‌هایی مثل تندر و آذرخش از ماهیت الکتریکی ماده سرچشمه می‌گیرند.

مورد دوم ⇐ غلط، / اغلب فلزها کاهنده‌اند نه همگی!

مورد سوم ⇐ غلط، / در فرآورده حالت‌های فیزیکی مواد جابه جا نوشته شده (باید $Cu(s)\ ,\ Zn^{۲+}(aq)$ نوشته می‌شد)

مورد چهارم ⇐ غلط، فرآیندهای اکسایش و کاهش همزمان اتفاق می‌افتند!

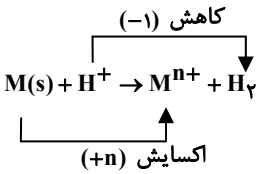
مورد پنجم ⇐ صحیح

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۵۰)

۱۱- گزینهٔ «۱» (میثم کوثری لنگری)

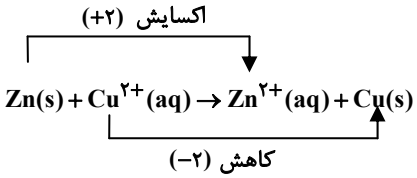
بررسی موارد نادرست:

ب) در واکنش فلزات با اسیدها، فلزات کاهنده‌اند و با از دست دادن الکترون، اکسایش می‌یابند، یون هیدروژن اکسنده است و با دریافت الکترون کاهش می‌یابد.



ت) در واکنش تیغه روی و مس **(II)** سولفات، روی کاهنده است و اکسایش می‌یابد و یون $Cu^{۲+}$ اکسنده است و کاهش می‌یابد. (الکترون می‌گیرد.)

بعلت کاهش یون $Cu^{۲+}$، از شدت رنگ محلول کاسته می‌شود.



(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۰، ۴۱ و ۴۲)

۱۲- گزینهٔ «۳» (اسلام طالبی)

با توجه به اطلاعات داده شده، ترتیب قدرت کاهندگی فلزات به‌صورت $C<Cu<B<A<D$ است.

آ) درست

ب) درست ،چون فلز **A** از **Cu** کاهنده‌تر است.

پ) درست ، چون فلز **D** از **B** کاهنده‌تر است.

ت) درست

(آسایش و رفاه در **سایه** شیمی) (شیمی۳، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۴، ۴۷ و ۴۸)

۱۳- گزینهٔ «۳» (محمد خاتزنیا)

در سلول گالوانی، آنیون‌ها به سمت آند و کاتیون‌ها به سمت کاتد حرکت می‌کنند. لذا الکترود **M** کاتد و الکترود **N**، آند می‌باشد.

کاهش $[H^+]$ در سلول گالوانی **M** و **SHE**، باعث افزایش **pH** محلول می‌شود، لذا در این سلول الکترود **M**، آند و الکترود **SHE**، کاتد می‌باشد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: بدون شرح!

گزینهٔ «۲»: در سلول گالوانی M و N، M نقش کاتد را دارد و به جرم آن افزوده می‌شود.

گزینهٔ «۳»: با توجه به این که قدرت کاهندگی الکترود N بیش‌تر از M است، لذا ولتاژ سلول گالوانی N و SHE بیشتر از سلول M و SHE می‌باشد.

گزینهٔ «۴»: با توجه به اینکه در سلول گالوانی M و SHE، SHE نقش کاتد را دارد، E° سلول برابر با منفی E° کاهشی M است.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

۱۴- گزینهٔ «۱» *(میثم کیانی)*

بررسی موارد:

مورد الف) درست (متن کتاب درسی)

مورد ب) فلزی که قدرت کاهندگی بیشتری دارد، در واکنش با فلزات با قدرت کاهندگی کمتر، آنها (نه خود) را به اتم‌های فلزی می‌کاهد. (نادرست)

مورد پ) رتبه‌بندی فلزها براساس E° آنها در یک جدول، سری الکتروشیمیایی (نه پتانسیل استاندارد) نامیده می‌شود. (نادرست)

مورد ت) در این گونه جدول‌ها، نیم‌واکنش‌ها به صورت کاهش نوشته می‌شود، به عبارتی دیگر گونه کاهنده در سمت راست و گونه اکسنده در سمت چپ نوشته می‌شود. (نادرست)

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۱۵- گزینهٔ «۴» *(کسری دکاندار)*

واکنش کلی سلول به صورت زیر می‌باشد:

$$Sn^{2+} + Mn \rightarrow Sn + Mn^{2+}$$

با توجه به اینکه یون قلع در حال مصرف شدن و یون منگنز در حال تولیدشدن است (ضرایبشان نیز با هم برابر است)، مورد اول صحیح می‌باشد.

مورد دوم صحیح می‌باشد، برای بدست آوردن تعداد الکترون مبادله شده می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد.

شمار الکترون‌های مبادله شده: (تغییر عدد اکسایش عنصر اکسنده یا (کاهنده)) × (ضریب عنصر اکسنده (یا کاهنده)) ×(اندیس عنصر اکسنده (یا کاهنده))

$$\Rightarrow ۲ \times ۱ \times ۱ = ۲$$

مورد سوم با توجه به برابر بودن ضریب این دو گونه صحیح می‌باشد.

مورد چهارم صحیح می‌باشد.

$$۰/۲۷۵ g Mn \times \frac{۱ mol Mn}{۵۵ g Mn} \times \frac{۱ mol Sn}{۱ mol Mn} \Rightarrow ۵ \times ۱۰^{-۳} mol Sn$$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

۱۶- گزینهٔ «۱» *(سینا توغدری)*

بررسی گزینهٔ «۱»:

$$\begin{matrix} B^{n+} = Mg^{2+} \\ A^{m+} = Au^{3+} \end{matrix} \Rightarrow \frac{n}{m} = \frac{۲}{۳} \checkmark \Leftarrow Au^{3+} + Mg \rightarrow Mg^{2+} + Au$$

بررسی گزینهٔ «۲»: $B + A^{m+} \rightarrow A + B^{n+}$ (B: آند، A^{m+}: کاتد) با گذشت زمان جرم تیغه A افزایش می‌یابد (کاتد)

بررسی گزینهٔ «۳»: $H^+ + Zn \rightarrow Zn^{2+} + H$ ⇐ **هیدروژن** نقش کاتد را دارد که H^+ عامل اکسنده است.

بررسی گزینهٔ «۴»: در این حالت واکنش رخ نمی‌دهد.

$$\underset{A^{m+}}{Mg^{2+}} + Au \rightarrow \underset{B^{n+}}{Au^{3+}} + Mg$$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۵۰)

۱۷- گزینهٔ «۴» *(اسلام طالبی)*

از عبارات I و II و III نتیجه می‌گیریم که ترتیب E° نیم‌واکنش‌ها به صورت زیر است:

$$E^\circ(B^{2+}/B) > E^\circ(D^{2+}/D) > E^\circ(A^{2+}/A) > E^\circ(C^{2+}/C)$$

با توجه به مطلب فوق:

آ) نادرست

ب) نادرست: ترتیب قدرت کاهندگی به‌صورت $C > A > D > B$ است.

پ) نادرست: با توجه به‌ترتیب E° نیم‌واکنش‌ها، ولتاژ سلول گالوانی حاصل از الکترودهای A و D کمتر از ولتاژ سلول گالوانی حاصل از الکترودهای C و D است.

ت) نادرست: غلظت یون $C^{2+}(aq)$ در آند افزایش و غلظت یون $D^{2+}(aq)$ در کاتد کاهش می‌یابد.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۱۸- گزینهٔ «۴» *(سینا توغدری)*

شرایط انجام پذیر بودن واکنش اکسایش – کاهش

۱- پس از مشخص کردن آند و کاتد در واکنش داده شده اگر کاتد E° مثبت‌تر و آند E° منفی‌تر باشد آن واکنش انجام پذیر است.

۲- پس از مشخص کردن آند و کاتد در واکنش داده شده و محاسبه E° سلول حاصل، اگر $E^\circ > ۰$ باشد، واکنش انجام‌پذیر بوده و اگر $E^\circ < ۰$ باشد، واکنش‌انجام‌پذیر نیست.

* تنها گزینهٔ «۴» دارای شرایط بالا بوده و انجام‌پذیر است و بقیه گزینه‌ها انجام‌پذیر نمی‌باشند.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی۳، صفحهٔ ۴۸)

۱۹- گزینهٔ «۴» *(مسعود بعغری)*

همهٔ عبارت‌ها نادرست هستند.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

- اگر E° نیم‌سلول (x) مثبت باشد، emf سلول حاصل از اتصال آن به نیم‌سلول هیدروژن برابر x ولت خواهد بود اما اگر E° نیم‌سلول منفی باشد. emf سلول حاصل برابر $(-x)$ ولت می‌شود.

- کمتر بودن پتانسیل کاهشی استاندارد مس نسبت به نقره نشان دهندهٔ این است که فلز مس نسبت به نقره کاهنده‌تر و یون Ag^+ نسبت به یون Cu^{2+}، اکسنده‌تر است.

- نیم‌سلول استاندارد، نیم‌سلولی است که در دمای $۲۵^\circ C$، فشار $1atm$ و غلظت یک مولار برای محلول الکترولیت‌ها قرار داشته باشد.

غلظت یون H^+ در الکترولیت حاصل از اختلاط دو اسید را به‌دست می‌آوریم:

$$[H^+]=\frac{\text{مول } H^+ \text{در } HNO_3 + \text{مول } H^+ \text{در } HI}{\text{حجم محلول}}$$

$$[H^+]=\frac{(\frac{۲۲۴}{۱۲۸}\times ۲)+(۰/۵\times ۳)}{۲+۳}=۱mol.L^{-۱}$$

دقت کنید که اختلاط این دو محلول اسیدی در شرایط **STP** بوده است و در شرایط **STP** دما برابر $۰^\circ C$ است، در حالی که در نیم‌سلول استاندارد، دما باید برابر با $۲۵^\circ C$ باشد.

- در یک سلول گالوانی کاتد، قطب مثبت سلول بوده و الکترون‌ها از سمت آند به کاتد جریان دارد. بنابراین در هر دو سلول داده شده الکترود **Y**، کاتد بوده و الکترودهای **X** و **D** آند هستند. اما نمی‌توان مقایسه‌ای بین قدرت کاهندگی **X** و **D** و قدرت اکسندگی یون‌های آنها انجام داد، از این رو نمی‌توان گفت به طور قطع محلول دارای $X^{۲+}$ در فلزی از جنس **D** قابل نگه‌داری است.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۲۰- گزینهٔ «۱» *(امین دارابی)*

به کمک داده‌های ردیف سوم پتانسیل Au^+/Au بدست آمده، سپس E° نیم‌سلول‌های دیگر به دست می‌آید.

ردیف سوم $emf(SHE-Au)=۱/۶۸v \Rightarrow E_{Au^{۳+}/Au}=۱/۶۸$

ردیف اول $emf(Cd-Au)=۲/۰۸v \Rightarrow ۱/۶۸-E^\circ_{Cd^{۲+}/Cd}=۲/۰۸v$

$\Rightarrow E^\circ_{Cd^{۲+}/Cd}=-۰/۴v$

ردیف دوم $emf(Al-Cd)=۱/۲۶v$

$\Rightarrow -۰/۴-E^\circ_{Al^{۳+}/Al}=۱/۲۶v \Rightarrow E^\circ_{Al^{۳+}/Al}=-۱/۶۶v$

ردیف ششم $emf(Al-Cu)=۲v \Rightarrow E_{Cu^{۲+}/Cu}-(-۱/۶۶)=۲v$

$\Rightarrow E^\circ_{Cu^{۲+}/Cu}=+۰/۳۴v$

ردیف پنجم $emf(Cu-X^-)=۰/۲v \Rightarrow E^\circ_{X_۲/X^-}-۰/۳۴=۰/۲v$

$\Rightarrow E^\circ_{X_۲/X^-}=+۰/۵۴v$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷، ۴۸ و ۴۹)

۱- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین مرتضوی)*

این سؤال برای یادآوری این نکته است که پاک‌کننده‌های صابونی برخلاف پاک‌کننده‌های غیرصابونی و ... در آب سخت تشکیل رسوب می‌دهند.

سایر گزینه‌ها در ترکیب با $CaCl_2$ تشکیل رسوب نمی‌دهند.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحهٔ ۹)

۲- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین مرتضوی)*

در شکل داده شده از پاک کنندهٔ غیرصابونی (پاک کنندهٔ ۱) استفاده شده، چرا که این پاک‌کننده در آب سخت رسوب تشکیل نمی‌دهد.

همچنین می دانیم که پاک کننده‌های غیرصابونی از مواد پتروشیمیایی ساخته می‌شوند.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۳- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین مرتضوی)*

نمک حاوی فسفات چون با یون‌های Mg^{2+} واکنش می‌دهد، مانع تشکیل رسوب و انجام واکنش داده شده در صورت سؤال می‌شود.

$$3Mg^{2+}(aq)+2PO_4^{3-}(aq)\rightarrow Mg_3(PO_4)_2(s)$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۴- گزینهٔ «۲» *(عبدالواحد امامی‌نیا)*

عبارت‌های (۳ و ۴) درست هستند.

بررسی همهٔ عبارت‌ها: عبارت (۱): نادرست است، شوینده **(II)** یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی است و رسوب موجود در شکل **(I)** یک رسوب صنعتی (آهکی و ...) است و به شوینده خورنده نیاز دارد.

عبارت (۲): نادرست است، ماده **(II)** پاک کننده غیرصابونی است و ماده **(III)** اسید چرب است. صابون‌ها و پاک‌کنندهٔ غیر صابونی خاصیت بازی دارند و **pH** آن‌ها در دمای اتاق بیش‌تر از ۷ است. اما اسید چرب یک اسید است و یقیناً **pH** کم‌تر از ۷ دارد و الکل‌ها خاصیت اسیدی یا بازی ندارند.

عبارت (۳): درست است، این پاک کننده در آب سخت رسوب نمی‌دهد.بنابراین لکهٔ سفید بعد از شستشوی لباس ها با این پاک کننده ایجاد نمی شود.

عبارت (۴): درست است، ماده **III** یک اسید چرب است و در واکنش با سود، نمک حاصل از آن می‌تواند خاصیت بازی داشته باشد(مانند صابون) در واکنش زیر:

$$NaOH(aq)+\underset{\text{سود}}{}\ R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH \longrightarrow R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-\bar{O}Na^{+}(aq)+H_2O(l)$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵ و ۶، ۱۰ تا ۱۲)

۵- گزینهٔ «۴» *(حسین شکوه)*

نیتروواسید (HNO_2) یک اسید ضعیف و نیتریک اسید (HNO_3) یک اسید قوی است. بررسی موارد:

مورد (آ): در غلظت و حجم و دمای یکسان هر چه اسید قوی‌تر باشد، شمار یون‌های حاصل از آن بیش‌تر است، پس شمار یون‌ها در محلول (۲) بیش‌تر است. (درست)

مورد (ب): با توجه به شکل میزان تغییرات HA با H^+ و A^- تولید شده برابر نیست در صورتی که به ازای مصرف هر $1HA$، $1H^+$ و $1A^-$ تولید می‌شود پس میزان تغییرات آن‌ها باید برابر باشد. (درست)

مورد (پ): اسید تک پروتون‌دار مثل HCl، اسیدی است که هر مولکول آن در آب تنها می‌تواند یک یون هیدرونیوم تولید کند. (نادرست)

مورد (ت): محلول اسید و بازها رسانای یونی جریان برق هستند. (نادرست)

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۷، ۱۸ و ۳۳)

۶- گزینهٔ «۱» *(مسعود جعفری)*

ابتدا درصد جرمی OH^- را به دست می‌آوریم:

درصد جرمی OH^- در $Mg(OH)_2$ $=\frac{34gOH^-}{58gMg(OH)_2}\times$ درصد جرمی $Mg(OH)_2$ در $11/6$

درصد جرمی OH^- در $Al(OH)_3$ $=\frac{51gOH^-}{78gAl(OH)_3}\times$ درصد جرمی $Al(OH)_3$ در $7/8$

مجموع درصد جرمی $OH^-=6/8+5/1=11/9$

حالا غلظت مولار HCl را پیدا می‌کنیم:

$$[H^+]=10^{-pH}=10^{-1/5}=10^{-2}\times10^{0/5}=0/03mol.L^{-1}$$

در اسید قوی $[H^+]=[HA]\Rightarrow[HCl]=[H^+]=0/03mol.L^{-1}$

$$7L\ \text{محلول}\times\frac{0/03molHCl}{1L\ \text{محلول}}\times\frac{1molOH^-}{1molHCl}\times\frac{17gOH^-}{1molOH^-}$$

$$\times\frac{100g\ \text{سوسپانسیون}}{11/9gOH^-}\times\frac{1mL\ \text{سوسپانسیون}}{1/4g\ \text{سوسپانسیون}}\simeq21/42mL$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۷- گزینهٔ «۲» *(علی آرینه)*

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) فرآیند برقکافت در قلمرو تولید ماده الکتروشیمیایی قرار می‌گیرد نه تولید انرژی.

پ) در واکنش‌های اکسایش و کاهش اغلب فلزها و نافلزها به‌ترتیب کاهنده و اکسنده هستند.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۳۸ و ۴۰)

۸- گزینهٔ «۱» *(احمد عیسوند)*

گزینه درست:

گزینه ۱) به ازای مبادله هر ۲ مول الکترون در واکنش ظرف ۱، $(Fe+Cu^{2+}\rightarrow Fe^{2+}+Cu)$، یک مول مس (۶۴ گرم) به سطح تیغه‌ی آهنی قرار می‌گیرد و یک مول آهن (۵۶ گرم) از آن جدا می‌شود. در نتیجه‌ی مبادله هر ۲ مول الکترون، ۸ گرم به سطح تیغه آهنی افزوده می‌شود.

$$\text{تغییر جرم}=3/01\times10^{22}e\times\frac{1mol}{6/02\times10^{23}e}\times\frac{(64-56)g}{2mol}=0/2g$$

۰/۲ گرم افزوده می‌شود. گزینه‌های نادرست:

گزینه ۲) فلز Zn، کاهنده قوی‌تری نسبت به فلز آهن می‌باشد و در نتیجه یون آن نسبت به یون آهن اکسنده ضعیف‌تری است.

گزینه ۳) از آنجایی که فلز Zn، کاهنده قوی‌تری می‌باشد، دمای نهایی واکنش آن بیش‌تر است.

گزینه ۴) با توجه به واکنش $Zn(s)+Cu^{2+}(aq)\rightarrow Cu(s)+Zn^{2+}(aq)$ به ازای مبادله هر ۲ مول الکترون، ۶۵ گرم روی از آن جدا می‌شود و براساس فرض مساله فقط $\frac{3}{4}$ فلز مس یعنی ۴۸ گرم از آن بر سطح تیغه روی قرار می‌گیرد، پس به ازای مبادله هر ۲ مول الکترون $65-48=17$ گرم از آن کاسته می‌شود.

$$\text{تغییر جرم} = ۳/۰۱\times۱۰^{۲۳}\text{e}\times\frac{۱\text{mol}}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\text{e}}\times\frac{۱۷\text{g}}{۲\text{mol}} = ۴/۲۵\text{g}$$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

۹- گزینهٔ «۲» *(محمدمعین جهانی)*

علامت مثبت پتانسیل کاهش استاندارد M به معنای آن است که M سخت‌تر از $H_۲$ اکسید می‌شود، پس بنابراین یون H^+ در مقابل M^{n+} اکسنده ضعیف‌تری است. فلز M در مقابل SHE، کاتد سلول گالوانی را تشکیل می‌دهد و M در سری الکتروشیمیایی بالاتر از هیدروژن قرار دارد.

علامت منفی پتانسیل کاهش استاندارد X به معنای آن است که تمایل H^+ برای کاهش یافتن بیشتر از X^{m+} است. فلز X در مقایسه با $H_۲$ کاهنده قوی‌تری است و با محلول نمک‌های نقره و مس (II) واکنش می‌دهد.

جدول فرضی سری الکتروشیمیایی: هر چه در این سری یک ماده پایین‌تر باشد، کاهندهٔ قویتری است و یون حاصل از آن اکسندهٔ ضعیف‌تری است.

$$M^{n+}\rightarrow M$$

$$H^+\rightarrow H_۲$$

$$X^{m+}\rightarrow X$$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱، ۴۴ تا ۴۷)

۱۰- گزینهٔ «۴» *(مهدی پورفولاد)*

$$Zn(s)+۲H^+(aq)\rightarrow Zn^{۲+}(aq)+H_۲(g)$$

$$[H^+]=۱۰^{-pH}\Rightarrow ۱۰^{-۰/۵}=۱۰^{۰/۵}\times۱۰^{-۱}=۰/۳$$

$$M=\frac{n(mol)}{V(L)}\Rightarrow ۰/۳mol.L^{-۱}=\frac{n(mol)}{۲L}\Rightarrow mol(H^+)=۰/۶mol$$

$$[H^+]=۱۰^{-pH}\Rightarrow ۱۰^{-۱/۳}=۱۰^{۰/۷}\times۱۰^{-۲}=۰/۰۵$$

$$M=\frac{n(mol)}{V(L)}\Rightarrow ۰/۰۵mol.L^{-۱}=\frac{n(mol)}{۲L}\Rightarrow mol(H^+)=۰/۱mol$$

$$\Delta mol(H^+)=۰/۶-۰/۱=۰/۵mol$$ مصرفی یون هیدروژن اسید

$$۰/۵molH^+\times\frac{۱molZn}{۲molH^+}\times\frac{۶۵g\,Zn}{۱mol\,Zn}=۱۶/۲۵gZn$$ مصرفی

$$\text{جرم روی باقی مانده}=۱۶۲/۵-۱۶/۲۵=۱۴۶/۲۵g$$

$$۰/۵molH^+\times\frac{۱molZn^{۲+}}{۲molH^+}=۰/۲۵molZn^{۲+}$$

$$[Zn^{۲+}]=\frac{۰/۲۵mol}{۲L}=۰/۱۲۵mol.L^{-۱}$$

در دمای ۲۵° داریم:

$$[H^+]\times[OH^-]=۱۰^{-۱۴}=۰/۰۵\times[OH^-]=۱۰^{-۱۴}$$

$$\Rightarrow[OH^-]=۲\times۱۰^{-۱۳}$$

$$\frac{[Zn^{۲+}]}{[OH^-]}=\frac{۰/۱۲۵}{۲\times۱۰^{-۱۳}}=۶/۲۵\times۱۰^{۱۱}$$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۱- گزینهٔ «۲» *(محمدپوار احمدی)*

یون هیدرونیوم در آند تولیدشده و به سمت کاتد حرکت می‌کند (در سلول گالوانی، کاتیون‌ها به سمت کاتد حرکت می‌کنند.) .بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: بخار آب تولیدشده در سلول سوختی از کاتد خارج می‌شود.

گزینهٔ «۳»: $O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$: نیم واکنش کاتدی

با توجه به معادلهٔ نیم‌واکنش کاتدی به‌ازای مصرف هر مول گاز اکسیژن، چهار مول H^+ مبادله می‌شود.

گزینهٔ «۴»: جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی و جهت حرکت یون هیدرونیوم در غشا، از آند به کاتد است.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

۲- گزینهٔ «۱» *(رضا سلایقه مدروان)*

مرحله اول: واکنش کلی سلول‌های داده شده و تعداد الکترون‌های مبادله شده در آن‌ها به‌صورت زیر است:

$$\overset{\text{۱درجه اکسایش}}{\overset{\uparrow}{\cdot}\!\!\rightarrow\!\!\overset{\uparrow}{+1}}$$

واکنش کلی سلول سوختی «هیدروژن – اکسیژن»: $2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(l)$

کاهنده

تعداد e مبادله شده براساس گونه کاهنده: $2 \times 2 \times 1 = 4$

واکنش کلی سلول سوختی «پروپان – اکسیژن»: $C_3H_8(g) +$

$$\overset{\text{۲درجه کاهش}}{\overset{\uparrow}{\cdot}\!\!\rightarrow\!\!\overset{\uparrow}{2}}$$

$$+5O_2(g) \rightarrow 3CO_2(g) + 4H_2O(l)$$

اکسنده

تعداد e مبادله شده براساس گونه اکسنده: $5 \times 2 \times 2 = 20$

تعداد الکترون مبادله شده به ازای گونه اکسنده و کاهنده برابر است.

مرحله دوم: شمار الکترون مبادله شده به ازای مصرف ۶/۷۲ لیتر گاز پروپان را محاسبه می‌کنیم:

$$6/72 L C_3H_8 \times \frac{1 mol C_3H_8}{22/4 L C_3H_8} \times \frac{20 mole^-}{1 mol C_3H_8} = 6 mole^-$$

مرحله سوم: چون شمار الکترون‌های مبادله شده در سلول سوختی «پروپان اکسیژن» ۲ برابر سلول سوختی «هیدروژن – اکسیژن» است بنابراین تعداد الکترون مبادله شده برابر $3 mole^-$ است و با این تعداد حجم گاز هیدروژن مصرفی را محاسبه می‌کنیم:

$$3 mole^- \times \frac{2 mol H_2}{4 mole^-} \times \frac{22/4 L H_2}{1 mol H_2} = 33/6 L H_2$$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

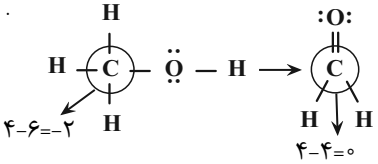
۳- گزینهٔ «۴» *(سیدعلی اشرفی دوست)*

گزینهٔ «۱»: درست است.

$$\overset{\cdot}{\overset{\uparrow}{\cdot}}\!\!\overset{5\uparrow}{\rightarrow}\!\!\overset{\uparrow}{+5} \qquad 3Cl_2 + 6NaOH \rightarrow 5NaCl + NaClO_3 + 3H_2O \qquad \overset{\cdot}{\overset{\downarrow}{\cdot}}\!\!\overset{1\downarrow}{\rightarrow}\!\!\overset{\downarrow}{-1}$$

گزینهٔ «۲»: درست است؛ اغلب فلزات در حضور رطوبت با اکسیژن واکنش خود به خودی خواهند داشت. البته طلا، پلاتین، پالادیم از این موضوع پیروی نمی‌کنند بنابراین واکنش II در جهت رفت خود به خودی است. ولی در جهت برگشت غیر خود به خودی است.

گزینهٔ «۳»: درست است. تغییر عدد اکسایش کربن در این واکنش برابر ۲ واحد می‌باشد که برابر عدد اکسایش کربن در گروه عاملی کتون‌هاست.





گزینهٔ «۴» نادرست است.

$$2CH_3OH + O_2 \xrightarrow{Ag} 2CH_2O + 2H_2O \qquad 2 \times 2 = 4e^-$$

$$\overset{\downarrow}{-2} \qquad \overset{\cdot}{\rightarrow}\!\!\overset{2\uparrow}{\cdot}$$

$$2Fe + 2H_2O + 1O_2 \rightarrow 2Fe(OH)_2 \qquad 2 \times 2 = 4e^-$$

$$\overset{\downarrow}{\cdot}\!\!\overset{2\uparrow}{\rightarrow}\!\!\overset{\downarrow}{+2}$$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحهٔ ۵۳)

۴- گزینهٔ «۴» *(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)*

عبارت اول: نادرست. بازهٔ تغییرات عدد اکسایش عنصر اکسیژن برخلاف عناصر هم گروهش، ۲- تا ۲+ است.

عبارت دوم: نادرست. عدد اکسایش فلوئور در ترکیبات آن، ۱- است نه در همهٔ حالات! مثلا در حالتی که F_2 داشته باشیم، عدد اکسایش فلوئور صفر است.

عبارت سوم: درست. کروم عنصری از گروه ۶ است و حداکثر عدد اکسایش آن ۶+ است. از آنجایی‌که مجموع عدد اکسایش اتم‌های سازندهٔ یک ترکیب خنثی، برابر با صفر است، پس عدد اکسایش آهن را محاسبه می‌کنیم. (دقت کنید عدد اکسایش اکسیژن در کنار فلزات، ۲− است):

$$Fe + ۲(+۶) + ۷(-۲) = ۰ \rightarrow Fe = +۲$$

آرایش الکترونی $Fe^{۲+}$ بصورت زیر است:

$$_{۲۶}Fe^{۲+} : ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۶ ۳s^۲ ۳p^۶ ۳d^۶$$

عبارت چهارم: درست.

$$\underset{\text{عدداکسایش} = -۱}{C_۶H_۶} + \frac{۱۵}{۲}O_۲ \rightarrow \underset{+۴}{۶CO_۲} + ۳H_۲O$$

$$\text{۵واحداکسایش}$$

$$\text{جمع تغییرات} = ۶ \times ۵ = ۳۰$$

عبارت پنجم: نادرست در ترکیبات یونی که یک عنصر مشترک هم در کاتیون و هم در آنیون حضور دارد، عدد اکسایش آن عنصر را باید به صورت جداگانه محاسبه کنیم:

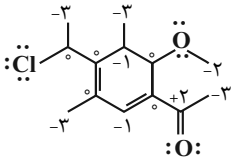
$$\{NH_۴^+ \rightarrow N + ۴(+۱) = +۱ \rightarrow N = -۳$$

$$\{NO_۳^- \rightarrow N + ۳(-۲) = -۱ \rightarrow N = +۵$$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۵− گزینهٔ «۴» *(حسین ربانی‌نیا)*

عبارت اول: نادرست؛ پنج اتم کربن در آن عدد اکسایش صفر دارند که در شکل زیر مشخص شده‌اند.



عبارت دوم: درست است. زیرا دو پیوند دوگانه $C=C$ دارد.

عبارت سوم درست است. $۰ + (-۲) + (+۲) = ۰$

عبارت چهارم نادرست است. تعداد اتم‌های کربن آن ۱۳ است اما تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی آن ۷ است.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۶− گزینهٔ «۱» *(علیرضا اصل فلاح)*

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست، زیرا آند قطب مثبت و کاتد قطب منفی است بنابراین یون‌های مثبت به سمت کاتد و یون‌های منفی به سمت آند روانه می‌شوند.

ب) کاملا واضح ⟸ درست

ج) درست

د) نادرست، زیرا معمولاً الکترودها در واکنش شرکت نمی‌کنند.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های۵۴ ، ۵۵ و ۵۶)

۷− گزینهٔ «۳» *(سیدعلی اشرفی دوست)*

بررسی موارد:

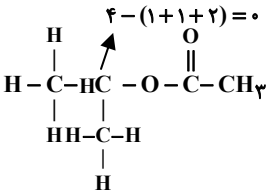
مورد اول: نادرست است:

از هر ۴ اتم کلر در HCl ، عدد اکسایش ۲ اتم آن تغییر نکرده است.

$$\underset{+۴}{M_۱nO_۲}(s) + ۴HCl(aq) \rightarrow \underset{+۲}{M_۱nCl_۲}(aq) + ۲H_۲O(l) + Cl_۲(g)$$

$$\text{۲کاهش} \downarrow \quad \text{اکسایش} \uparrow (۱) \times ۲ = ۲$$

مورد دوم: درست است.



$$۴ - (۱ + ۱ + ۲) = ۰$$

مورد سوم: نادرست است.

$$Cr_۲O_۷^{۲-}(aq) + ۱۴H^+(aq) + ۳Sn^{۲+}(aq) \rightarrow ۳Sn^{۴+}(aq)$$

$$+ ۷H_۲O(aq) + ۲Cr^{۳+}(aq)$$

مورد چهارم: درست است.

$$\text{استیک اسید} \Rightarrow C_۲H_۴O_۲ \Rightarrow ۲x + ۴ - ۴ = ۰ \Rightarrow ۲x = ۰$$

$$\text{گلوکز} \Rightarrow C_۶H_{۱۲}O_۶ \Rightarrow ۶x + ۱۲ - ۱۲ = ۰ \Rightarrow ۶x = ۰$$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵۲و ۵۳)

۸− گزینهٔ «۱» *(رضا سلایقه مدروان)*

همه عبارت‌های داده شده درست است.

عبارت اول: واکنش کلی برقکافت آب: $۲H_۲O(l) \rightarrow ۲H_۲(g) + O_۲(g)$ است که طبق آن حجم گاز اکسیژن تولیدی در قطب مثبت (آند) نصف حجم گاز هیدروژن تولیدی در قطب منفی (کاتد) است.

عبارت دوم: گاز A طبق شکل نشان داده شده گاز هیدروژن است که از قسمت زیرین بخش آندی در سلول سوختی نیز خارج می‌شود.

عبارت سوم: این دو نیم واکنش در عبارت سوم عکس یکدیگرند .

نیم واکنش اکسایش برقکافت:

$$۲H_۲O(l) \rightarrow O_۲(g) + ۴H^+(aq) + ۴e^-$$

نیم‌واکنش کاهش سلول سوختی:

$$O_۲(g) + ۴H^+(aq) + ۴e^- \rightarrow ۲H_۲O(l)$$

عبارت چهارم:

$$\text{نیم‌واکنش اکسایش (آندی) برقکافت} = ۲H_۲O(l) \rightarrow O_۲(g)$$

$$+ ۴H^+(aq) + ۴e^-$$

$$\text{نیم‌واکنش کاهش(کاتدی) برقکافت} = ۲H_۲O(l) + ۲e^-$$

$$\rightarrow H_۲(g) + ۲OH^-(aq) \times ۲$$

در نیم واکنش آندی، به ازای مصرف ۲ مول آب، ۴ مول الکترون تولید می‌شود، در نیم‌واکنش کاتدی این ۴ مول الکترون با ۴ مول آب واکنش خواهد داد. بر این اساس، می‌توان گفت مقدار آب مصرف شده در سمت کاتد، دو برابر آند است.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

۹− گزینهٔ «۳» *(امین نوروزی)*

معادله واکنش به‌صورت موازنه شده به شکل زیر است:

$$۲H_۲O(l) \rightarrow ۲H_۲(g) + O_۲(g)$$

با توجه به واکنش بالا، به ازای برقکافت ۲ مول آب، یعنی ۳۶g آب، در شرایطی که حجم مولی گازها ۲۵L در هر مول باشد، ۲ مول گاز H_2 یعنی $2\times25=50L$ و یک مول گاز O_2 یعنی $1\times25=25L$ تولید می‌شود.
پس می‌توان مقدار آب مصرفی را به دست آورد.

$$gH_2O=500\times10^{-3}L\times\frac{\text{اختلاف حجم}}{\text{اختلاف حجم}}\times\frac{2mol\,H_2O}{25L}\times\frac{18g\,\text{آب}}{1mol\,\text{آب}}$$

$$=0/72g\,\text{آب}$$

در فرآیند برقکافت آب به ازای تجزیه هر ۲ مول آب، ۴ مول e^- مبادله می‌شود

پس:

$$?e^-=0/72g\,\text{آب}\times\frac{1mol\,\text{آب}}{18g\,\text{آب}}\times\frac{4mol\,e^-}{2mol\,\text{آب}}\times\frac{6/02\times10^{23}}{1mole^-}\Rightarrow48/16\times10^{21}e^-$$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه ۵۴)

۱۰- گزینهٔ «۱» *(علیرضا بیانی)*

عبارت داده شده درست می‌باشد طبق متن کتاب، فرآیند اکسایش آهن در شرایط اسیدی با سرعت بیشتری انجام می‌شود.
پس صورت سوال عبارت‌های نادرست را می‌خواهد.
عبارت‌های دوم و سوم نادرست می‌باشد.

- عبارت اول: $4Fe+3O_2+6H_2O\rightarrow4Fe(OH)_3$
- عبارت دوم: در این فرآیند الکترون‌ها از میان فلز، از آند به سمت کاتد جریان می‌یابند.
- عبارت سوم: خوردگی یک فرآیند طبیعی بوده و بطور خودبخودی انجام می‌شود .پس در سلول گالوانی انجام می‌شود.
- عبارت چهارم: $O_2+2H_2O+4e^-\rightarrow4OH^-$
- عبارت پنجم: محیط اسیدی حاصل از واکنش آلاینده‌های هواکره با آب، میزان خوردگی را افزایش می‌دهد.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۱۱- گزینهٔ «۲» *(هادی رحیمی کیاسری)*

گزینه«۱»: درست؛ در اثر حل این گازها محیط اسیدی شده و باعث افزایش قدرت اکسندگی اکسیژن و خوردگی آهن می‌شود.
گزینه«۲»: نادرست؛ نمک آلومینیوم به صورت جامد می‌باشد.

$$2Al_2O_3(s)+3C(s)\rightarrow4Al(l)+3CO_2(g)$$

گزینه«۳»: درست؛

$$\text{نیم‌واکنش کاهش: }O_2(g)+2H_2O(l)+4e^-\rightarrow4OH^-(aq)$$

گزینه«۴»: درست؛ نقره در آند اکسایش و در کاتد کاهش می‌یابد.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۱۲- گزینهٔ «۳» *(مجتبی عبادی)*

بررسی عبارت‌های نادرست:
عبارت (آ): در صورت ایجاد خراش در سطح آهن سفید، Zn نقش آند را داشته و اکسید می‌شود و Fe نقش کاتد را داشته و O_2 در سطح آن کاهش می‌یابد.
عبارت (ب): در ساخت ظروف بسته‌بندی مواد غذایی از حلبی استفاده می‌شود.
عبارت (ت): برای ساخت آهن سفید، باید آهن را با روکشی از فلز روی پوشاند.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۱۳- گزینهٔ «۲» *(عارف صادقی)*

با توجه به جدول داده شده می‌توان گفت که:

$$D=Zn\,،\,C=Cu\,،\,B=Fe\,،\,A=Au$$

فلز طلا (Au) جزو فلزات نجیب بوده و دچار اکسایش و خوردگی نمی‌شود.
بررسی نادرستی سایر موارد:
گزینهٔ «۱»: از آن جایی که فلز A، $E^\circ(Au)$ بالاتری از فلز B(Fe) دارد بنابراین مناسب حفاظت کاتدی فلز آهن نیست.
گزینهٔ «۳»: فلز D(Zn) دچار اکسایش می‌شود اما به دلیل اینکه اکسید چسبنده و پایدار دارد، دچار خوردگی نمی‌شود.
گزینهٔ «۴»: هنگام اتصال دو فلز، نیم‌واکنش اکسایش برای فلزی انجام می‌شود که E° پایین‌تری دارد. فلز B(Fe) اگر در اتصال با فلز D(Zn) باشد اکسایش نمی‌یابد اما اگر در تماس با فلز A(Au) یا C(Cu) باشد دچار اکسایش می‌شود.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۱۴- گزینهٔ «۴» *(مسعود جعفری)*

فقط مورد اول درست است. بررسی همهٔ عبارت‌ها:
- در محیط اسیدی که حاوی یون H^+ است، گاز O_2 کاهش پیدا می‌کند. بنابراین در محیط اسیدی، قدرت اکسندگی گاز O_2 از قدرت اکسندگی یون H^+ بیشتر است.
- فلز آلومینیوم در طبیعت در قالب بوکسیت دیده می‌شود، اما دقت کنید برای به دست آوردن آن باید نمک مذاب آن را برقکافت کرد و نه محلول آبی آن را !
- فلز آهن در صنایع گوناگون بیشترین مصرف را دارد، اما دقت کنید چون قدرت کاهندگی آهن کمتر از سدیم است، فلز آهن با محلول سود نمی‌تواند واکنش دهد.
- در محلول آبکاری با گذشت زمان جرم کاتد افزایش و جرم آند کاهش می‌یابد. در سلول الکترولیتی فرایند هال، جرم الکترود کاتدی تغییر نمی‌کند ولی جرم الکترود آندی با گذشت زمان کاهش می‌یابد.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵۷، ۶۰ تا ۶۲)

۱۵- گزینهٔ «۴» *(محمدرضا چمشیری)*

آهن سفید ورقه پوشیده شده آهن توسط فلز روی می‌باشد.

$$\text{نیم‌واکنش اکسایش: }2Zn(s)\rightarrow2Zn^{2+}(aq)+4e^-$$

$$\underline{\text{نیم‌واکنش کاهش: }O_2(g)+2H_2O(l)+4e^-\rightarrow4OH^-(aq)}$$

$$\text{واکنش کلی: }2Zn(s)+1O_2(g)+2H_2O(l)\rightarrow2Zn^{2+}(aq)+4OH^-(aq)$$

ابتدا سرعت مصرف O_2 را به $\frac{mol}{min}$ تبدیل می‌کنیم:

$$\bar{R}_{O_2}=0/48\frac{g}{min}\times\frac{1mol\,O_2}{32gr\,O_2}=0/015\frac{mol}{min}$$

حال با توجه به واکنش کلی از سرعت مصرف O_2، سرعت مصرف فلز Zn را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\bar{R}_{O_2}}{1}=\frac{\bar{R}_{Zn}}{2}\Rightarrow\bar{R}_{Zn}=0/03\frac{mol}{min}$$

$$\Rightarrow\text{میزان کاهش جرم فلز Zn: }160s\times\frac{1min}{60s}\times\frac{0/03mol\,Zn}{1min}$$

$$\times\frac{65g\,Zn}{1mol\,Zn}=5/2gZn$$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحهٔ ۵۹)

۱۶- گزینهٔ «۴» *(علیرضا اصل فلاح)*

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: نادرست زیرا اضافه کردن $CaCl_2$ (کلسیم کلرید) است نه $CaCO_3$ (کلسیم کربنات)

عبارت دوم: درست

$$2NaCl(l) \rightarrow 2Na(l) + Cl_2(g)$$

$$1mol\,Na \times \frac{1mol\,Cl_2}{2mol\,Na} = 0/5mol\,Cl_2$$

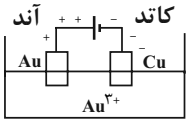
عبارت سوم: درست

عبارت چهارم: نادرست زیرا در فرآیند برقکافت از سدیم کلرید مذاب استفاده می‌شود.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۱۷- گزینهٔ «۲» *(علیرضا بیانی)*

آبکاری موردنظر سوال بصورت روبه رو می‌باشد.



در فرآیند آبکاری یک تیغه طلا باید درون محلول آن کاتیون‌های فلز پوشاننده **(Au)** قرار داشته باشد (رد گزینهٔ ۳) و جرم قطب منفی (کاتد) به مرور افزایش می‌یابد. (رد گزینهٔ «۱»)

در فرآیند هال که از Al_2O_3 استفاده می‌شود جرم تیغه آندی کاهش و جرم تیغه کاتدی تقریباً ثابت می‌ماند. (رد گزینهٔ «۴»)

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

۱۸- گزینهٔ «۱» *(محمدرضا جمشیدی)*

مورد دوم: جهت حرکت الکترون در مدار بیرونی، از سمت آند (قطب مثبت) به سمت کاتد (قطب منفی) است.

مورد سوم: ترکیب $AgCl$ در آب به شکل رسوب است و به حالت محلول نیست.

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

۱۹- گزینهٔ «۴» *(مجتبی عبادی)*

قطب مثبت در این فرایند همان الکترود آند بوده که از جنس گرافیت می‌باشد. تیغهٔ گرافیتی در واکنش شرکت کرده و به کربن دی اکسید تبدیل می‌شود.

بررسی گزینه‌های نادرست:

واکنش کلی فرایند هال:

$$2Al_2O_3(s) + 3C(s) \rightarrow 4Al(l) + 3CO_2(g)$$

$$\frac{\text{مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها}}{\text{مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها}} = \frac{7}{5} = 1/4$$

گزینهٔ «۲»: با وجود مصرف زیاد انرژی الکتریکی و هزینهٔ بالای فرایند هال، هنوز روش هال رایج‌ترین روش برای تولید آلومینیم است.

گزینهٔ «۳»: $2mol\,Al \times \frac{3mol\,CO_2}{4mol\,Al} \times \frac{22/4L\,CO_2}{1mol\,CO_2} = 33/6L\,CO_2$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

۲۰- گزینهٔ «۱» *(مسعود بعفری)*

معادلهٔ موازنه شده فرایندهای ترمیت و هال به صورت زیر است:

$$\text{واکنش (I)}: 2Al(s) + Fe_2O_3(s) \rightarrow 2Fe(l) + Al_2O_3(s)$$

$$\text{واکنش (II)}: 2Al_2O_3(s) + 3C(s) \rightarrow 4Al(l) + 3CO_2(g)$$

معادلهٔ موازنه شدهٔ سوختن آلکان‌ها به صورت مقابل است:

$$C_nH_{2n+2} + \frac{3n+1}{2}O_2 \rightarrow nCO_2 + (n+1)H_2O$$

میانگین عدد اکسایش کربن و آلکان موردنظر را تشخیص می‌دهیم:

$$4 - (-\frac{(2n+2)}{n}) = 6/5 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow C_4H_{10}$$

معادلهٔ موازنه شدهٔ سوختن کامل بوتان در شرایط استاندارد به صورت مقابل است:

$$2C_4H_{10}(g) + 13O_2(g) \rightarrow 8CO_2(g) + 10H_2O(l)$$

مقدار گاز CO_2 تولیدشده را به دست می‌آوریم:

$$?mol\,CO_2 = 8/7gC_4H_{10} \times \frac{1mol\,C_4H_{10}}{58gC_4H_{10}} \times \frac{8mol\,CO_2}{2mol\,C_4H_{10}} = 0/6mol$$

مقدار الکترون مبادله شده و جرم Al تولیدشده در فرایند هال را محاسبه می‌کنیم:

$$?mole^- = 0/6mol\,CO_2 \times \frac{12mole^-}{3mol\,CO_2} = 2/4mole^-$$

$$?gAl = 0/6mol\,CO_2 \times \frac{4mol\,Al}{3mol\,CO_2} \times \frac{27gAl}{1mol\,Al} = 21/6g$$

شمار الکترون‌های داده شده در فرایند ترمیت، $1/806 \times 10^{23}$ (معادل با $0/3$ مول) الکترون بیشتر از فرایند هال است، بنابراین در فرایند ترمیت $2/7$ مول الکترون مبادله شده است. حال جرم آهن تولیدشده در فرایند ترمیت را حساب می‌کنیم:

$$?gFe = 2/7mole^- \times \frac{2mol\,Fe}{6mole^-} \times \frac{56gFe}{1mol\,Fe} = 50/4g$$

در نهایت نسبت جرم آهن تولید شده در فرایند ترمیت به آلومینیوم تولیدشده در فرایند هال را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{جرم Fe تولیدشده}}{\text{جرم Al تولیدشده}} = \frac{50/4}{21/6} = 2/33$$

(آسایش و رفاه در سایه شیمی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

۱- یک نمونه اتیلن‌گلیکول، در ساختار مولکولی خود دارای $۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۳}$ اتم کربن است. با استفاده از این نمونه اتیلن‌گلیکول، چند میلی‌لیتر محلول آبی با درصد جرمی ۵٪ و چگالی $۱/۲۵\ g.mL^{-۱}$ می‌توان تهیه کرد؟ $(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۶۲۰ ۲) ۴۹۶ ۳) ۳۱۰ ۴) ۲۴۸

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۴)

برای حل این سؤال، باید مراحل زیر را طی کنیم:

۱ محاسبه جرم اتیلن‌گلیکول با استفاده از داده‌های سؤال

۲ محاسبه جرم محلول تولید شده به کمک جرم اتیلن‌گلیکول

۳ به‌دست آوردن حجم محلول با استفاده از چگالی آن

اتیلن‌گلیکول($C_۲H_۶O_۲$) یک الکل دو عاملی با فرمول ساختاری زیر است:

$$HO-CH_۲-CH_۲-OH$$

در ساختار هر مولکول اتیلن‌گلیکول، ۲ اتم کربن وجود دارد. بر این اساس، جرم یک نمونه اتیلن‌گلیکول که در ساختار مولکولی خود دارای $۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۳}$ اتم کربن است را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ g\ C_۲H_۶O_۲ = ۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۳}\ atom\ C \times \frac{۱\ mol\ C}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ atom\ C} \times \frac{۱\ mol\ C_۲H_۶O_۲}{۲\ mol\ C} \times \frac{۶۲\ g\ C_۲H_۶O_۲}{۱\ mol\ C_۲H_۶O_۲} = ۱۵/۵\ g$$

درصد جرمی محلول

هر محلول از دو قسمت حلال و حل‌شونده تشکیل شده است. غلظت، مؤلفه‌ای است که برای نشان دادن مقدار غلیظ و یا رقیق بودن محلول‌ها کاربرد دارد. درصد جرمی هر محلول، معادل با مقدار حل‌شونده موجود در ۱۰۰ گرم از آن محلول است. درصد جرمی حل‌شونده در یک محلول، با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم حل‌شونده+جرم حلال}} \times ۱۰۰ \quad \text{یا} \quad \text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰۰$$

در صورت و مخرج رابطه فوق، باید از یکای یکسان (مثل گرم، میلی‌گرم و یا کیلوگرم) استفاده شود. توجه داریم که درصد جرمی محلول‌ها را با نماد W/W یا a هم نشان می‌دهند.

در قدم بعد، جرم محلول ۵٪ جرمی از اتیلن‌گلیکول که قابل تولید است را محاسبه می‌کنیم. توجه داریم که در هر ۱۰۰ گرم از این محلول آبی، ۵ گرم الکل وجود دارد. بر این اساس، داریم:

$$?\ g\ \text{محلول} = ۱۵/۵\ g\ C_۲H_۶O_۲ \times \frac{۱۰۰\ g\ \text{محلول}}{۵\ g\ C_۲H_۶O_۲} = ۳۱۰\ g$$

چگالی

چگالی، جرمی که یک حجم مشخص از یک ماده دارد را به ما نشان می‌دهد. برای مثال، چگالی ۲/۷ گرم بر سانتی‌متر مکعب، به ما نشان می‌دهد که هر سانتی‌متر مکعب (هر میلی‌لیتر) از یک ماده، چه جرمی دارد. برای نشان دادن چگالی یک ماده، از یکای گرم بر میلی‌لیتر یا کیلوگرم بر لیتر یا گرم بر لیتر استفاده می‌شود. برای محاسبه چگالی، داریم:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم نمونه}}{\text{حجم نمونه}} \Rightarrow \text{جرم نمونه} = \text{حجم نمونه} \times \text{چگالی}$$

بر این اساس، خواهیم داشت:

$$\text{جرم ماده} \underset{\text{چگالی} \div}{\overset{\text{چگالی} \times}{\rightleftarrows}} \text{حجم ماده}$$

در قدم آخر، حجم محلول اتیلن‌گلیکول تولید شده در این فرایند را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mL\ \text{محلول} = ۳۱۰\ g\ \text{محلول} \times \frac{۱\ mL\ \text{محلول}}{۱/۲۵\ g\ \text{محلول}} = ۲۴۸\ mL$$

کنکور شناسی

به‌طور کلی، سؤالات شیمی کنکور را به‌صورت زیر می‌توان دسته‌بندی کرد:

- انواع سوالات شیمی کنکور
  - سوالات حفظی
  - سوالات مفهومی
  - سوالات محاسباتی

یکی از مهم‌ترین و چالشی‌ترین بخش‌ها از سؤالات درس شیمی در کنکور سراسری، سؤالاتی است که در حیطه مسائل مطرح می‌شوند. در کنکور چند سال اخیر، در حدود ۵۰ درصد سؤالات شیمی کنکور از حیطه مسائل مطرح شده و این بخش، از جمله بخش‌های بسیار تأثیرگذار بر نتیجه نهایی داوطلبان کنکور بوده است. مهم‌ترین تیترهای مسائل شیمی کنکور و فصلی از کتاب درسی که سؤالات مورد نظر از آن طراحی می‌شوند، به شرح زیر است:

- حیطه‌های اصلی مسائل شیمی کنکور
  - استوکیومتری — فصل ۲ دهم و فصل ۱ یازدهم
  - مسائل غلظت و انحلال‌پذیری محلول — فصل ۳ دهم
  - مسائل شیمی آلی — فصل ۱، ۲ و ۳ یازدهم
  - مسائل ترمودینامیک(ترموشیمی) — فصل ۲ یازدهم
  - مسائل سینتیک — فصل ۲ یازدهم
  - مسائل اسید و باز — فصل ۱ دوازدهم
  - مسائل تعادل — فصل ۱ و ۴ دوازدهم

در سایر فصل‌های کتاب درسی، مسائل پراکنده‌ای وجود دارند که سهم کمتری از سؤالات کنکور را به خود اختصاص می‌دهند. برای حل مسائل شیمی کنکور و گرفتن درصد بالا از این حیطه، باید چند مرحله مهم در ذهن شما به‌صورت زنجیره‌وار انجام شود. این مراحل، به شرح زیر هستند:

۱) مطالعه درست متن(صورت) سؤال

۲) تحلیل اطلاعات ارائه شده در صورت سؤال

۳) پیدا کردن مبحثی که سؤال مربوط به آن است

۴) چیدن استراتژی درست برای حل سؤال

۵) نوشتن معادله واکنش‌های مورد نیاز برای حل سؤال

۶) انجام مراحل محاسباتی برای حل سؤال

برای مثال، فرض کنید در یک سؤال بسیار ساده، به شما گفته شده که در واکنش سوختن کامل مقداری از گاز متان، ۳۲ گرم گاز اکسیژن مصرف شده و در نهایت، جرم گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در این واکنش از شما خواسته شده است. بعد از مطالعه متن سؤال، باید اطلاعات داده شده را تحلیل کرده و اطلاعات خواسته شده را مشخص کنید. برای مثال، در رابطه با این سؤال داریم:

جرم گاز کربن دی‌اکسید تولید شده : اطلاعات خواسته شده جرم اکسیژن مصرف شده : اطلاعات داده شده

با توجه به اطلاعات داده شده و خواسته شده در این سؤال، متوجه می‌شویم که این سؤال مربوط به مبحث استوکیومتری بوده و متعلق به تیپ جرمی-جرمی است. در سؤالات مربوط به این تیپ، ابتدا باید جرم ماده داده شده را به مول تبدیل کرده و پس از تبدیل مول مواد به یکدیگر، مقدار مول ماده تولید شده را به جرم آن تبدیل کنیم. معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$CH_۴(g) + ۲O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) + ۲H_۲O(l)$$

با توجه به معادله این واکنش، استراتژی مربوط به حل سؤال را مشخص کرده و به‌صورت زیر می‌نویسیم:

جرم کربن دی‌اکسید $\xrightarrow{\text{ضرب در جرم مولی } CO_2}$ مول کربن دی‌اکسید $\xrightarrow{\text{نسبت بین ضرایب}}$ مول اکسیژن $\xrightarrow{\text{تقسیم بر جرم مولی اکسیژن}}$ جرم اکسیژن

با استفاده از استراتژی بالا، سؤال مورد نظر به سادگی قابل حل خواهد بود. در قدم آخر، با توجه به استراتژی چیده شده برای حل سؤال مورد نظر، محاسبات عددی خود را انجام می‌دهیم. برای مثال، مراحل حل سؤال گفته شده به‌صورت زیر است:

$$۳۲\ g\ O_2 \xrightarrow{\div ۳۲} ۱\ mol\ O_2 \xrightarrow{\times \frac{۱}{۲}} ۰/۵\ mol\ CO_2 \xrightarrow{\times ۴۴} ۲۲\ g\ CO_2$$

پس از مشخص کردن استراتژی حل سؤال، حتی با استفاده از روش ضریب تبدیل نیز می‌توان مقدار نهایی را محاسبه کرد. هر مرحله از استراتژی بالا، با استفاده از یک کسر تبدیل نیز قابل محاسبه خواهد بود. برای مثال، داریم:

$$?\ g\ CO_2 = ۳۲\ g\ O_2 \times \frac{۱\ mol\ O_2}{۳۲\ g\ O_2} \times \frac{۱\ mol\ CO_2}{۲\ mol\ O_2} \times \frac{۴۴\ g\ CO_2}{۱\ mol\ CO_2} = ۲۲\ g$$

برای حل همان سؤال به روش تناسب یا کسر پیش‌ساخته، داریم:

$$\frac{\text{جرم اکسیژن}}{\text{ضریب}\times\text{جرم مولی}} = \frac{\text{جرم کربن دی‌اکسید}}{\text{ضریب}\times\text{جرم مولی}} \Longrightarrow \frac{۳۲\ g\ O_2}{۳۲\times ۲} = \frac{x\ g\ CO_2}{۴۴\times ۱} \Longrightarrow x = ۲۲\ g$$

مراحل طی شده برای حل هر مسئله را به‌طور خلاصه می‌توان به‌صورت زیر نشان داد:

یافتن معادله واکنش‌ها	چیدن استراتژی برای حل سوال	مطالعه متن سوال
انجام مراحل محاسباتی	تشخیص تیپ سوال	تشخیص مبحث سوال
یافتن پاسخ نهایی سوال	پیدا کردن خواسته‌های سوال	پیدا کردن داده‌های سوال

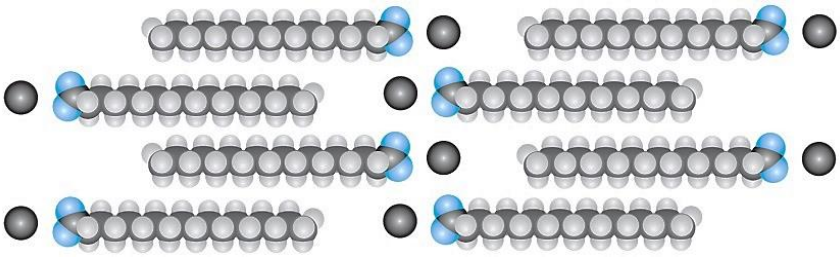
توجه داشته باشید که اگر استراتژی حل یک سؤال را به درستی درک کنید، برای حل مسائل شیمی دیگر درگیر انتخاب روش‌های مختلف از جمله تناسب، ضریب تبدیل، الگوریتمی و ... نبوده و مراحل حل هر سؤالی را به سادگی درک خواهید کرد. البته، دقت داشته باشید که برای حل سؤالات امتحان نهایی، فقط باید از روش ضریب تبدیل (زنجیره‌ای) استفاده کنید!

۲- نوع نیروی بین مولکولی غالب در یک نمونه صابون، از جنس ..... بوده و اگر کاتیون سدیم موجود در صابون مورد نظر را با کاتیون پتاسیم جایگزین کنیم، دمای ذوب این ماده ..... می‌یابد.

۱) جاذبه یونی ـ افزایش
۲) جاذبه یونی ـ کاهش
۳) نیروی وان‌درووالسی ـ افزایش
۴) نیروی وان‌درووالسی ـ کاهش

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۶)

به نمک سدیم، پتاسیم و یا آمونیوم اسیدهای چرب دراز زنجیر، صابون گفته می‌شود. در واقع، صابون‌های مایع، نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب و صابون‌های جامد نیز نمک سدیم اسیدهای چرب هستند. در یک نمونه از صابون، اجزای آنیونی و کاتیونی به‌صورت زیر در کنار هم قرار می‌گیرند:



در این حالت، بین بخش قطبی ذرات صابون، نیروهایی از جنس پیوند یونی(جاذبه بین یون‌هایی با بار ناهمنام) و بین دم هیدروکربنی ذرات صابون نیز نیروی وان‌درووالسی برقرار می‌شود. چون دم هیدروکربنی در ساختار صابون خیلی بلند است، پس نوع نیروی بین ذره‌ای غالب در صابون را می‌توان نیروی وان‌درووالسی در نظر گرفت. از آنجا که صابون‌های جامد دمای ذوب بالاتری دارند، پس می‌توان گفت اگر یون Na^+ موجود در نوعی صابون را با K^+ جایگزین کنیم، دمای ذوب آن کاهش می‌یابد.

دمای ذوب

ذوب، معادل با تغییر حالت یک ماده از جامد به مایع بوده و انجماد، معادل با تغییر حالت یک ماده از مایع به جامد است. در این رابطه داریم:

$$\text{جامد} \xrightarrow{\text{انجماد}} \text{مایع} \qquad \text{مایع} \xrightarrow{\text{ذوب}} \text{جامد}$$

دمایی که در آن یک ماده بین حالت‌های مایع و جامد تغییر حالت می‌دهد را دمای ذوب یا انجماد می‌گویند. برای مثال، دمای ذوب یخ که معادل با همان دمای انجماد آب است، معادل با $0^\circ C$ می‌باشد. برای اینکه یک ماده از حالت جامد به حالت مایع در بیاید، باید نیروهای بین ذره‌ای در آن سست شود تا ذرات آن ماده بتوانند به آسانی روی یکدیگر جابه‌جا شوند. پس با افزایش قدرت نیروهای بین ذره‌ای، انرژی لازم برای سست کردن این نیروها بیشتر شده و دمای ذوب آن ماده افزایش پیدا می‌کند.

ماز

۳- کدام موارد از عبارت‌های زیر، در رابطه با محلول آبی از اوره، درست است؟

الف ـ میان ذرات حلال و حل‌شونده، پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود.

ب ـ یک نمونه از آن، همانند شربت معده، پرتوهای نور را پخش می‌کند.

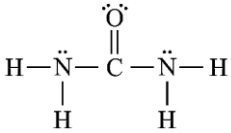
ج ـ در ساختار ذرات حل‌شونده موجود در این محلول، پیوند دوگانه وجود دارد.

د ـ گروه عاملی موجود در ساختار حل‌شونده موجود در این محلول، در ساختار ذرات عسل نیز وجود دارد.

۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «ج» ۳) «ب» و «د» ۴) «ج» و «د»

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ سریع ـ صفحهٔ ۷)

اوره($CO(NH_2)_2$) یک ترکیب قطبی بوده و به همین خاطر، در حلال‌های ناقطبی حل نمی‌شود و محلول در مواد قطبی است. این ترکیب، از کنار هم قرار گرفتن اتم‌های کربن، نیتروژن، اکسیژن و هیدروژن تشکیل شده است. ساختار اوره به‌صورت زیر است:



در رابطه با محلول آبی اوره، عبارت‌های (الف) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) در تشکیل پیوندهای هیدروژنی، اتم‌های اکسیژن، نیتروژن و فلوئور و همچنین اتم‌های هیدروژن متصل به این اتم‌ها شرکت می‌کنند. چون در ساختار اوره، اتم هیدروژن متصل به نیتروژن وجود داشته و در ساختار آب نیز اتم هیدروژن متصل به اکسیژن وجود دارد، پس بین ذرات اوره و آب پیوندهای هیدروژنی برقرار می‌شود.

پیوند هیدروژنی

به برهم‌کنش‌های بین مولکول‌های سازنده یک ماده، نیروهای بین مولکولی گفته می‌شود که به دو دسته پیوند هیدروژنی و نیروهای واندروالسی تقسیم‌بندی می‌شود. اگر بین دو مولکول پیوند هیدروژنی برقرار نباشد، نیروی بین مولکولی آن‌ها از نوع واندروالسی است. برای ایجاد پیوند هیدروژنی بین دو مولکول، دو شرط لازم است:

شرط اول) در یکی از مولکول‌ها، اتم هیدروژن به‌طور مستقیم(با پیوند اشتراکی) به یکی از سه اتم F، O و یا N متصل باشد.

شرط دوم) مولکول دیگر، باید قطبی باشد و کافی است فقط یکی از سه اتم F، O و یا N در آن وجود داشته باشد.

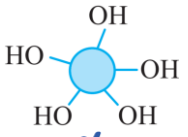
ب) تصویر زیر، نمایی از یک محلول همگن و یک کلوئید را نشان می‌دهد:



اگر پرتوی نوری از درون کلوئیدها یا سوسپانسیون‌ها بگذرد، توسط ذره‌های سازنده این مواد پخش شده و به چشم بازتابیده می‌شود و به همین خاطر است که مسیر عبور نور در کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها قابل مشاهده است. این در حالی است که ذرات سازنده محلول‌ها(مثل محلول اوره در آب) بسیار کوچک بوده و توانایی پخش کردن نور را ندارند.

ج) در ساختار مولکولی اوره، پیوند دوگانه کربن-اکسیژن یافت می‌شود.

د) اوره در ساختار خود دارای ۲ گروه عاملی آمیدی است. این در حالی است که عسل از مولکول‌های قطبی ساخته شده و در ساختار هر یک از مولکول‌های آن، شمار زیادی گروه هیدروکسیل وجود دارد. هنگامی که عسل وارد آب می‌شود، مولکول‌های سازنده آن با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کرده و در سرتاسر آن پخش می‌شوند. تصویر زیر، نمایی از ساختار یک مولکول سازنده عسل را نشان می‌دهد:



۴- چربی ذخیره شده در کوهان شتر، نوعی استر سنگین سه‌عاملی با فرمول شیمیایی $C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶$ بوده و زنجیره‌های هیدروکربنی موجود در ساختار آن، کاملاً یکسان هستند. در رابطه با این ماده، کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

$(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) از واکنش این ماده با مقدار کافی آب، نوعی اسید چرب با فرمول $C_{۱۸}H_{۳۶}O_۲$ طی فرایند آبکافت تولید می‌شود.

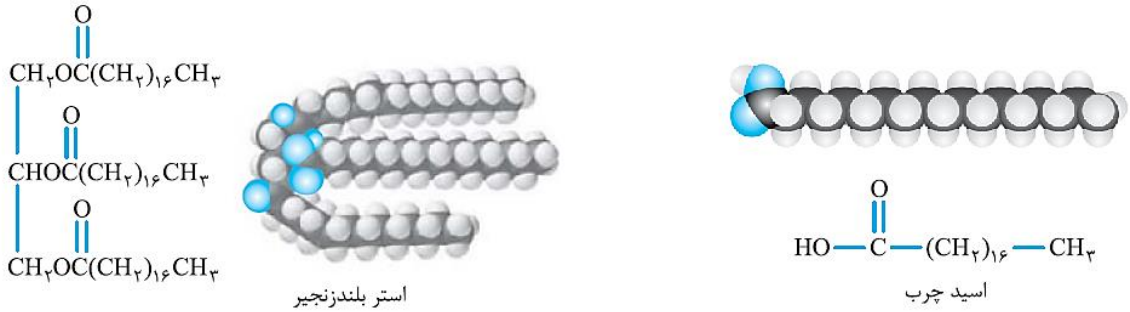
۲) این ماده، از ذرات ناقطبی ساخته شده و جرم مولی آن، بیش از ۱۵ برابر جرم مولی ذرات سازنده اوره است.

۳) در ساختار مولکولی این ماده، تعداد ۶ پیوند اشتراکی $C - O$ بین اتم‌ها برقرار شده است.

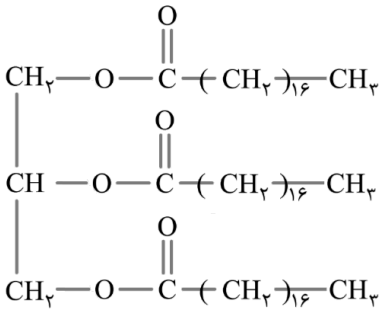
۴) در ساختار بخش قطبی ذرات سازنده این ماده، اتم‌هایی از ۳ عنصر مختلف وجود دارند.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۵)

چربی‌ها، مخلوطی از اسیدهای چرب(کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی و جرم مولکولی زیاد) و استرهای بلندزنجیر(استرهایی با جرم مولی زیاد) هستند. همه ذرات موجود در یک نمونه از چربی‌ها، ناقطبی هستند. تصویر زیر، ساختار مولکولی انواع چربی‌ها را نشان می‌دهد:



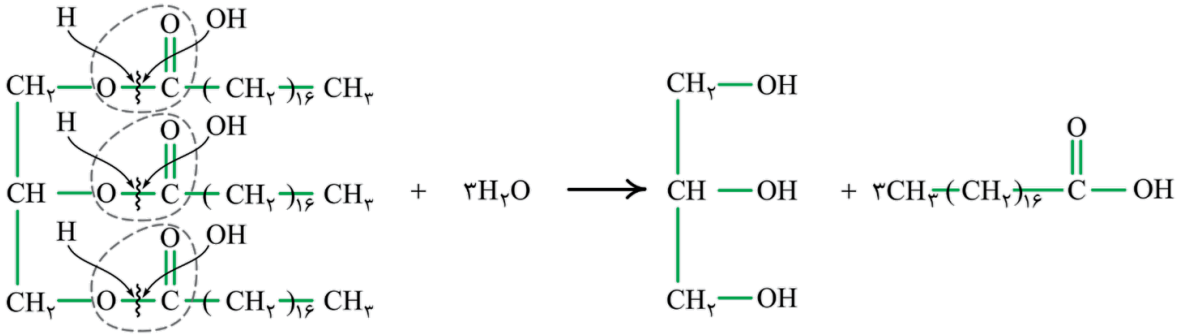
چربی ذخیره شده در کوهان شتر، نوعی استر سنگین سه‌عاملی با فرمول شیمیایی $C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶$ است. ساختار مولکولی این ماده به‌صورت زیر خواهد بود:



در ساختار این ترکیب استری، ۳ اتم کربن در قسمت قطبی و مجموعاً ۵۴ اتم کربن در بخش‌های زنجیره‌ای مولکول وجود دارد. جرم مولی این ماده، برابر با ۸۹۰ گرم بر مول است در حالی که جرم مولی اوره برابر با ۶۰ گرم بر مول است. نسبت میان این دو عدد برابر با $\frac{۸۹۰}{۶۰} \simeq ۱۴/۸۳$ خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) گروه‌های عاملی استری موجود در ساختار چربی ذخیره شده در کوهان شتر، در واکنش با آب، تجزیه شده و طی این فرایند، سه اسید چرب و یک مولکول الکل سه‌عاملی به‌دست می‌آید. معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:



در این فرایند، نوعی اسید چرب با فرمول $C_{۱۸}H_{۳۶}O_۲$ تولید می‌شود.

آبکافت استرهای سنگین

استرهای سنگین، دارای ۳ گروه عاملی استری بوده و در واکنش آبکافت شرکت می‌کنند. در این فرایند، ۳ مولکول اسید چرب تولید می‌شود. توجه داریم که برای به‌دست آوردن اسیدهای چرب سازنده یک استر سنگین، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\text{فرمول شیمیایی اسید چرب سازنده} = \frac{\text{فرمول شیمیایی استر سنگین} - C_۳H_۵ + ۳H}{۳}$$

در واکنش آبکافت استرهای سنگین، علاوه بر سه اسید چرب، یک مولکول الکل سه‌عاملی نیز تولید می‌شود.

۳) در ساختار مولکولی استرهای سنگین، ۳ گروه عاملی استری وجود داشته و هر گروه استری نیز دارای ۲ پیوند اشتراکی $C-O$ است. بر این اساس، می‌توان گفت در ساختار مولکولی چربی ذخیره شده در کوهان شتر، تعداد ۶ پیوند اشتراکی $C-O$ بین اتم‌ها برقرار شده است.

۴) در ساختار بخش قطبی ذرات سازنده استر موجود در کوهان شتر، سه گروه استری وجود داشته و در ساختار این بخش‌ها، اتم‌هایی از ۳ عنصر مختلف(اکسیژن، کربن و هیدروژن) وجود دارند.

چربی‌ها

هر یک از مولکول‌های سازنده چربی‌ها(اسیدهای چرب و استرهای با جرم مولی زیاد)، از یک بخش قطبی(بخش آب‌دوست) و یک بخش ناقطبی(بخش چربی‌دوست و یا آب‌گریز) تشکیل شده است. از آن‌جا که بخش اعظم این مولکول‌ها ناقطبی است، پس بخش ناقطبی مولکول به راحتی بر بخش قطبی آن غلبه کرده و در نتیجه مولکول‌های چربی در مجموع، ناقطبی به حساب می‌آیند و در حلال‌های قطبی مانند آب حل نمی‌شوند. به خاطر نامحلول بودن چربی‌ها در حلال‌های قطبی، آب به تنهایی نمی‌تواند چربی‌های موجود بر روی پوست و لباس‌ها را پاک کند و به همین دلیل، برای پاک کردن چربی‌ها باید از سایر پاک‌کننده‌ها کمک بگیریم.

۵- مقداری صابون جامد را در آب حل می‌کنیم تا محلولی به جرم ۵ کیلوگرم و با غلظت $۴۶۰۰ppm$ از یون سدیم به‌دست بیاید. محلول مورد نظر، با چند گرم از منیزیم کلرید موجود در یک نمونه از آب سخت به‌صورت کامل واکنش می‌دهد؟

$(Cl = ۳۵/۵ , Mg = ۲۴ , Na = ۲۳ : g.mol^{-۱})$

۱) ۴/۷۵ ۲) ۹/۵ ۳) ۹۵ ۴) ۴۷/۵

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹)

برای حل این سؤال، باید مراحل زیر را طی کنیم:

۱) محاسبه جرم یون سدیم موجود در محلول

۲) محاسبه مقدار مول صابون با استفاده از جرم یون سدیم

۳) به‌دست آوردن جرم منیزیم کلرید مصرف شده در واکنش با صابون

قسمت در میلیون

مقیاس ppm، روشی برای بیان غلظت محلول‌ها و به ویژه محلول‌های خیلی رقیق است. غلظت ppm هر محلول، معادل با مقدار گرم حل‌شونده موجود در $۱۰^۶$ گرم از آن محلول است. غلظت ppm حل‌شونده در یک محلول، با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰^۶ \quad \text{یا} \quad ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم حل‌شونده+جرم حلال}} \times ۱۰^۶$$

در صورت و مخرج رابطه فوق، باید از یکای جرمی یکسان استفاده شود. توجه داریم که اگر محلول مورد نظر خیلی رقیق بوده و جرم حل‌شونده آن در مقایسه با جرم حلال خیلی کوچک باشد(مثلاً ۰/۱ گرم در مقابل ۱۰ کیلوگرم)، در مخرج رابطه مورد نظر می‌توانیم فقط جرم حلال را آورده و از جرم حل‌شونده صرف‌نظر کنیم.

می‌دانیم که پس از ورود صابون به آب، اجزای آنیونی و کاتیونی این ماده از یکدیگر جدا شده و در محلول پخش می‌شوند. با توجه به غلظت یون سدیم در محلول، جرم این یون را محاسبه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰^۶ \Longrightarrow ۴۶۰۰ = \frac{x\ g\ Na^+}{۵۰۰۰\ g\ \text{محلول}} \times ۱۰^۶ \Longrightarrow x = ۲۳\ g$$

صابون مورد نظر، پس از انحلال در آب، ۲۳ گرم یون سدیم را وارد محلول کرده است. فرمول شیمیایی صابون، به‌صورت $RCOONa$ بوده و بر این اساس، هر مول صابون در ساختار خود دارای ۱ مول کاتیون سدیم است. بر این اساس، مقدار مول صابون را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ mol\ RCOONa = ۲۳\ g\ Na^+ \times \frac{۱\ mol\ Na^+}{۲۳\ g\ Na^+} \times \frac{۱\ mol\ RCOONa}{۱\ mol\ Na^+} = ۱\ mol$$

با توجه به محاسبات بالا، یک مول صابون در اختیار داریم. معادله واکنش صابون‌ها با یون‌های منیزیم موجود در ساختار منیزیم کلرید به‌صورت زیر است:

$$۲RCOONa(aq) + MgCl_۲(aq) \rightarrow (RCOO)_۲Mg(s) + ۲NaCl(aq)$$

آب سخت

نوع و میزان یون‌های موجود در آب، بر قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها تأثیر بسزایی دارد. در صورتی که آب مورد استفاده برای شست‌وشوی لباس‌ها، حاوی کاتیون‌های کلسیم و منیزیم باشد(به چنین آب‌هایی، به اصطلاح آب سخت گفته می‌شود)، قدرت پاک‌کنندگی صابون کاهش پیدا می‌کند؛ چرا که مولکول‌های صابون، براساس معادله‌های زیر با کاتیون‌های موجود در آب‌های سخت واکنش می‌دهند:

واکنش صابون با یون کلسیم: $۲RCOONa(aq) + Ca^{۲+}(aq) \rightarrow (RCOO)_۲Ca(s) + ۲Na^+(aq)$

واکنش صابون با یون منیزیم: $۲RCOONa(aq) + Mg^{۲+}(aq) \rightarrow (RCOO)_۲Mg(s) + ۲Na^+(aq)$

همان‌طور که مشخص است، مولکول‌های صابون در واکنش با کاتیون‌های موجود در آب‌های سخت، به رسوب تبدیل می‌شوند و نمی‌توانند به‌عنوان یک پاک‌کننده ایفای نقش کنند. آب دریاها و آب مناطق کویری، شور بوده و حاوی مقادیر چشمگیری از یون‌های کلسیم و منیزیم هستند. همان‌طور که گفتیم، چنین آب‌هایی به آب‌های سخت معروف هستند و صابون در آن‌ها به خوبی کف نمی‌کند و قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها کاهش پیدا می‌کند.

هر مول منیزیم کلرید، با ۲ مول صابون به‌طور کامل واکنش می‌دهد. بر این اساس، داریم:

$$?\ g\ MgCl_۲ = ۱\ mol\ RCOONa \times \frac{۱\ mol\ MgCl_۲}{۲\ mol\ RCOONa} \times \frac{۹۵\ g\ MgCl_۲}{۱\ mol\ MgCl_۲} = ۴۷/۵\ g$$

افزودن نمک فسفات به صابون

افزودن نمک‌های فسفات به مواد شوینده، موجب افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها در آب‌های سخت می‌شود. یون فسفات موجود در این دسته از شوینده‌ها، با یون‌های $Mg^{۲+}$ و $Ca^{۲+}$ براساس معادله‌های زیر واکنش می‌دهد:

$$۲PO_۴^{۳-}(aq) + ۳Ca^{۲+}(aq) \rightarrow Ca_۳(PO_۴)_۲(s) \quad , \quad ۲PO_۴^{۳-}(aq) + ۳Mg^{۲+}(aq) \rightarrow Mg_۳(PO_۴)_۲(s)$$

طی این واکنش‌ها، یون‌های $Mg^{۲+}$ و $Ca^{۲+}$ به شکل رسوب درآمده و از محلول خارج می‌شوند. با خارج‌شدن این کاتیون‌ها، دیگر اختلالی در کار مولکول‌های صابون ایجاد نمی‌شود و صابون به خوبی کف می‌کند. هر چند که اضافه‌کردن مواد افزودنی خواص ویژه‌ای را به شوینده‌ها می‌دهد، اما باید توجه داشت که هر چه شوینده‌ای مواد شیمیایی بیشتری به همراه خود داشته باشد، احتمال ایجاد عوارض جانبی توسط آن بیشتر می‌شود.

۶- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست است؟

الف ـ چند هزار سال پیش، انسان علاوه بر آب، از موادی شبیه به صابون امروزی برای نظافت و پاکیزگی استفاده می‌کرد.

ب ـ وبا به دلیل آلوده شدن آب و نبود بهداشت شیوع پیدا کرده و هنوز هم می‌تواند برای هر جامعه تهدیدکننده باشد.

ج ـ صابون، دارای دو بخش قطبی و ناقطبی بوده و با افزایش استفاده از آن، مقدار میکروب‌ها در محیط کاهش یافت.

د ـ میانگین جهانی شاخص امید به زندگی، بیشتر از مقدار این شاخص در نواحی برخوردار جهان است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ حفظی و مفهومی ـ سریع ۶ ـ صفحهٔ ۶)

عبارت‌های (الف)، (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

الف حفاری‌های باستانی از شهر بابِل نشان می‌دهد که چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها به همراه آب از موادی شبیه به صابون امروزی برای نظافت و پاکیزگی استفاده می‌کردند.

نقش خاکستر در پاکیزگی

نیاکان ما به تجربه پی‌برده بودند که اگر ظرف‌های چرب را به خاکستر آغشته کرده و سپس با آب گرم شست‌وشو دهند، این ظروف آسان‌تر تمیز می‌شوند. در واقع، خاکستر حاوی برخی از فلزهای قلیایی بوده و خاصیت بازی دارد. با ورود خاکستر به محیط، این ماده در تماس با چربی‌ها، صابون تولید می‌کند. صابون تولید شده طی این فرایند، باعث پاک شدن سریع چربی‌ها می‌شود.

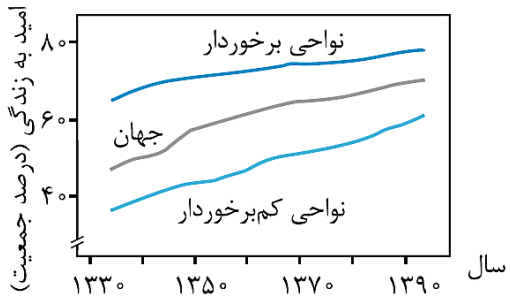
ب بیماری وبا یک بیماری واگیردار است و در طول تاریخ بارها در جهان همه‌گیر شده است و طی این فرایند جان میلیون‌ها انسان را گرفته است. این بیماری به دلیل آلوده شدن آب و نبود بهداشت شایع می‌شود. بیماری وبا، هنوز هم می‌تواند برای هر جامعه تهدیدکننده باشد.

وبا در طول تاریخ

در طول زمان، استفاده از صابون و توجه به نظافت و بهداشت در جامعه گسترش یافت و سبب شد تا مقدار آلودگی‌ها، میکروب‌ها و عوامل بیماری‌زا در محیط‌های فردی و همگانی کاهش یافته و سطح بهداشت جامعه افزایش پیدا کند. بر این اساس، می‌توان گفت احتمال بروز وبا در طول زمان کاهش یافته است. البته، توجه داریم که این بیماری هنوز هم می‌تواند برای هر جامعه‌ای تهدیدکننده باشد. ساده‌ترین و مؤثرترین راه پیشگیری از این بیماری، رعایت بهداشت فردی و همگانی است.

ج بخش آنیونی صابون، دارای دو قسمت قطبی و ناقطبی است. بخش باردار، قسمت قطبی و بخش هیدروکربنی، قسمت ناقطبی صابون را تشکیل می‌دهد. با افزایش استفاده از صابون، مقدار میکروب‌ها در محیط کاهش یافته است.

د نمودار زیر، روند تغییر شاخص امید به زندگی در مناطق مختلف جهان را نشان می‌دهد:



با توجه به داده‌های موجود در این نمودار، میانگین جهانی شاخص امید به زندگی حدوداً برابر با ۶۵ سال است؛ درحالی که شاخص امید به زندگی در مناطق برخوردار جهان بیشتر از ۷۵ سال است. بر این اساس، می‌توان گفت در حال حاضر میانگین جهانی شاخص امید به زندگی کمتر از مقدار این شاخص در نواحی برخوردار جهان است.

امید به زندگی

شاخص امید به زندگی نشان می‌دهد با توجه به خطراتی که انسان‌ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به‌طور میانگین چند سال در این جهان زندگی می‌کنند. امید به زندگی شاخصی است که در کشورهای گوناگون و حتی در شهرهای یک کشور نیز با هم تفاوت دارد، زیرا این شاخص به عوامل گوناگونی بستگی دارد. مقدار این شاخص در سطح جهان، در حال حاضر تقریباً برابر با ۶۵ سال است. در طول ۶۰ سال اخیر، میزان امید به زندگی هم برای مناطق برخوردار جهان و هم برای مناطق کم‌برخوردار جهان افزایش پیدا کرده است. هر چند که میزان این افزایش برای مناطق کم‌برخوردار، بیشتر از مناطق برخوردار بوده است، اما هنوز هم میزان امید به زندگی در نواحی برخوردار جهان در حدود ۲۰ سال بیشتر از مناطق کم‌برخوردار است.

۷- کدام مطلب زیر نادرست است؟

۱) هگزان، یک هیدروکربن بوده و از جمله مواد ناقطبی است و به‌عنوان پاک‌کننده، برای زدودن لکه‌های گریس کاربرد دارد.
۲) آب، یک حلال قطبی است و پاک‌کنندهٔ مناسبی برای لکه‌های شیرینی مانند آب قند و شربت آب‌لیمو به شمار می‌رود.
۳) شمار اتم‌های اکسیژن موجود در مولکول روغن زیتون، ۳ برابر شمار اتم‌های اکسیژن در مولکول اتیلن گلیکول است.
۴) هر ترکیب آلی که با استفاده از اتم‌های کربن، اکسیژن و هیدروژن ساخته شده باشد، به یقین محلول در آب است.

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۵)

برخی از ترکیب‌های آلی مثل اسیدهای چرب و استرهای سنگین، هرچند که دارای قسمت‌های قطبی در مولکول خود هستند، اما چون به‌طور عمده از قسمت‌های ناقطبی(هیدروکربنی) ساخته شده‌اند، نامحلول در آب هستند. این مواد، با استفاده از اتم‌های کربن، اکسیژن و هیدروژن ساخته شده‌اند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هگزان و گریس، هر دو ترکیب‌های ناقطبی بوده و از جمله آلکان‌ها به شمار می‌روند. این دو ترکیب، به ترتیب در ساختار خود دارای ۶ و ۱۸ اتم کربن هستند. چون مواد ناقطبی، مواد ناقطبی را در خود حل می‌کنند، از هگزان به‌عنوان یک پاک‌کننده می‌توان برای زدودن لکه‌های حاصل از مواد ناقطبی مثل گریس و وازلین استفاده کرد.

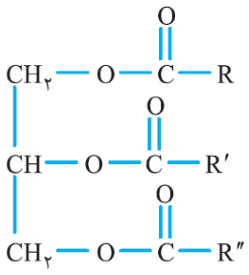
گریس در برابر وازلین: نبرد مولکولی برای چسبندگی و جوش

گریس و وازلین، هر دو از جمله مواد هیدروکربنی هستند که در دسته آلکان‌ها قرار می‌گیرند. فرمول مولکولی تقریبی وازلین به‌صورت $C_{۲۵}H_{۵۲}$ و فرمول مولکولی تقریبی گریس به‌صورت $C_{۱۸}H_{۳۸}$ است. چون وازلین تعداد اتم‌های کربن بیشتری دارد، چسبندگی یک نمونه از آن بیشتر از گریس خواهد بود. به طریق مشابه، چون وازلین تعداد اتم‌های کربن بیشتری دارد، دمای جوش یک نمونه از این ماده در مقایسه با دمای جوش یک نمونه گریس بیشتر است. خواص مختلف آلکان‌ها با توجه به تعداد اتم‌های کربن موجود در آن‌ها مطابق با نمودار زیر تغییر می‌کند:

افزایش شمار اتم‌های کربن در آلکان‌ها ← افزایش قدرت نیروهای وان‌دروالسی ← افزایش دمای جوش (دمایی که یک مایع در آن می‌جوشد)
افزایش قدرت نیروهای وان‌دروالسی ← کاهش فراریت (تمایل برای تبدیل شدن به حالت گاز)
افزایش قدرت نیروهای وان‌دروالسی ← افزایش گران‌روی (مقاومت در برابر جاری شدن)

۲) آب قند و شربت آب‌لیمو، حاوی مولکول‌های بسیار قطبی گلوکز($C_۶H_{۱۲}O_۶$) و شکر($C_{۱۲}H_{۲۲}O_{۱۱}$) هستند که هریک حاوی چندین گروه عاملی هیدروکسیل هستند. گروه هیدروکسیل موجود در مولکول‌های سازنده این مواد، با ذرات آب پیوند هیدروژنی برقرار خواهد کرد؛ در نتیجه آب قند و شربت آب‌لیمو، همانند عسل به راحتی در آب حل می‌شوند.

۳) فرمول مولکولی روغن زیتون به‌صورت $C_{۵۷}H_{۱۰۴}O_۶$ بوده و فرمول مولکولی اتیلن گلیکول نیز به‌صورت $C_۲H_۶O_۲$ است، بنابراین نسبت خواسته شده در رابطه با تعداد اتم اکسیژن برابر با سه است. ساختار کلی روغن زیتون به‌صورت زیر است:



۸- نمونه‌ای به جرم ۱/۳۹ گرم از اسید چرب $C_{۱۸}H_{۳۰}O_۲$ با $۲۰mL$ از محلول سود با درصد جرمی ۸٪ و چگالی $۱/۲۵g.mL^{-۱}$ به‌طور کامل واکنش می‌دهد. چند درصد از سود در واکنش شرکت کرده و غلظت مولی نهایی سود در محلول ایجاد شده چقدر خواهد بود؟(از تغییر حجم محلول، صرف نظر شود. $(Na=۲۳, O=۱۶, C=۱۲, H=۱ : g.mol^{-۱})$

$$C_{۱۷}H_{۲۹}COOH(s)+NaOH(aq)\rightarrow C_{۱۷}H_{۲۹}COONa(aq)+H_۲O(l)$$

۱) ۱۰ ـ ۲/۲۵ ۲) ۱۵ ـ ۲/۲۵ ۳) ۱۰ ـ ۱/۷۵ ۴) ۱۵ ـ ۱/۷۵

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ زمانبر ـ صفحهٔ ۵)

برای حل این سؤال، باید مراحل زیر را طی کنیم:

۱) محاسبه مقدار مول اسید چرب مصرف شده در این واکنش

۲) محاسبه مقدار مول سود(سدیم هیدروکسید) موجود در محلول

۳) به‌دست آوردن درصدی از سدیم هیدروکسید که مصرف شده است

۴) محاسبه غلظت سود باقیمانده در محلول

فرمول شیمیایی اسید چرب مورد نظر به‌صورت $C_{۱۸}H_{۳۰}O_۲$ بوده و جرم مولی این ماده برابر با ۲۷۸ گرم است. ابتدا تعداد مول اسید چرب شرکت‌کننده در واکنش را حساب می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$?\,mol\ \text{اسید چرب} = ۱/۳۹\ g\ \text{اسید چرب} \times \frac{۱\ mol\ \text{اسید چرب}}{۲۷۸\ g\ \text{اسید چرب}} = ۰/۰۰۵\ mol$$

تبدیل غلظت

برای محاسبه غلظت مولی یک محلول از روی درصد جرمی و چگالی آن محلول، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی محلول} = \frac{۱۰\times a\times d}{M}$$

توجه داریم که در این رابطه، a مقدار عددی درصد جرمی(برای مثال اگر درصد جرمی ۲۰٪ باشد، به‌جای a عدد ۲۰ می‌گذاریم)، d چگالی محلول مورد نظر برحسب $g.mL^{-۱}$ بوده و مقدار M نیز جرم مولی حل‌شونده بر حسب $g.mol^{-۱}$ است. از آن‌جا که درصد جرمی هر محلول، $۱۰^۴$ برابر غلظت ppm آن محلول است، می‌توانیم از فرمول زیر نیز برای تبدیل غلظت ppm به غلظت مولی استفاده کنیم:

$$\text{غلظت مولی محلول} = \frac{ppm\ \text{غلظت}\times d}{M\times ۱۰۰۰}$$

محلولی از سود(سدیم هیدروکسید) با درصد جرمی ۸٪ و چگالی $۱/۲۵g.mL^{-۱}$ در اختیار داریم. در رابطه با این محلول، داریم:

$$\text{غلظت مولی سود} = \frac{\text{چگالی}\times\text{درصد جرمی}\times ۱۰}{\text{جرم مولی}} = \frac{۱۰\times ۸\times ۱/۲۵}{۴۰} = ۲/۵\ mol.L^{-۱}$$

$$?\,mol\ \text{سود} = ۲/۵ mol.L^{-۱}\times\left(\frac{۲۰}{۱۰۰۰}\right)L = ۰/۰۵\ mol$$

هر مول اسید چرب، با یک مول سود واکنش می‌دهد، پس می‌توان گفت از ۰/۰۵ مول سود اولیه، ۰/۰۰۵ مول در واکنش شرکت کرده و ۰/۰۴۵ مول از آن باقی می‌ماند، بنابراین داریم:

$$\text{درصد شرکت کرده از سود در واکنش} = \left(\frac{۰/۰۰۵}{۰/۰۵}\right)\times ۱۰۰ = ۱۰\ \text{درصد}$$

در ادامه غلظت سود در محلول نهایی را حساب می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی نهایی سود} = \frac{۰/۰۴۵\ mol}{\left(\frac{۲۰}{۱۰۰۰}\right)L} = ۲/۲۵ mol.L^{-۱}$$

۹- در ساختار بخش آنیونی نوعی پاک‌کننده صابونی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، ۳۵ پیوند اشتراکی $C-H$ وجود دارد. به منظور تولید ۶۱/۲ گرم از این نوع صابون با استفاده از یک اسید چرب، به چند میلی‌لیتر محلول ۰/۴ مولار سود نیاز داریم؟ $(Na=۲۳, O=۱۶, C=۱۲, H=۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲۰۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۲۵۰ ۴) ۵۰۰

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۵)

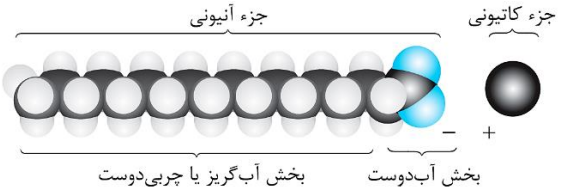
برای حل این سؤال، باید مراحل زیر را طی کنیم:

۱) تحلیل ساختار صابون تولید شده در این واکنش

۲) به‌دست آوردن فرمول شیمیایی صابون تولید شده

۳) محاسبه حجم محلول بازی مصرف شده در واکنش

صابون نمک سدیم، پتاسیم یا آمونیوم حاصل از اسیدهای چرب است. این ماده، در آب محلول بوده و به علت زنجیره هیدروکربنی بزرگ خود، در چربی نیز حل می‌شود. ساختار کلی صابون‌های جامد به‌صورت زیر است:



صابون‌های جامد، نمک سدیم اسیدهای چرب هستند و می‌توان آن‌ها را با فرمول کلی $RCOONa$ نشان داد که در آن، گروه R نشان‌دهندهٔ یک زنجیر هیدروکربنی بلند است. اگر بخش R در صابون‌ها معادل با زنجیر آلکیلی باشد، فرمول کلی این صابون‌ها $C_nH_{2n+1}COONa$ خواهد بود. در ساختار این ماده، هر اتم هیدروژن توسط یک پیوند $C-H$ به اتم کربن متصل است. طبق فرض سؤال، در ساختار بخش آنیونی پاک‌کننده صابونی مورد نظر، ۳۵ پیوند اشتراکی $C-H$ وجود دارد، پس می‌توان گفت این صابون دارای ۳۵ اتم هیدروژن است. بر این اساس، داریم:

$$\text{فرمول صابون}: C_nH_{2n+1}COONa \xrightarrow{\text{صابون دارای ۳۵ اتم هیدروژن است}} 2n+1=35 \Longrightarrow n=17$$

با توجه به مقدار n، فرمول شیمیایی صابون مورد نظر به‌صورت $C_{17}H_{35}COONa$ خواهد بود. واکنش تولید صابون مورد نظر با استفاده از یک اسید چرب، به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\text{آب} + \text{صابون} \rightarrow \text{سدیم هیدروکسید} + \text{اسید چرب}$$

پس معادله دقیق این واکنش را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$C_{17}H_{35}COOH + NaOH \rightarrow C_{17}H_{35}COONa + H_2O$$

با توجه به معادله این واکنش، مقدار سود مورد نیاز برای تهیه ۶۱/۲ گرم صابون را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,L \text{ محلول سود} = 61/2\,g\,C_{17}H_{35}COONa \times \frac{1\,mol\,C_{17}H_{35}COONa}{306\,g\,C_{17}H_{35}COONa} \times \frac{1\,mol\,NaOH}{1\,mol\,C_{17}H_{35}COONa}$$

$$\times \frac{1\,L \text{ محلول سود}}{0/4\,mol\,NaOH} = 0/5\,L$$

طی این فرایند، ۰/۵ لیتر محلول سود که معادل با ۵۰۰ میلی‌لیتر از آن است، مصرف شده است.

۱۰- کدام‌یک از مطلب داده شده نادرست است؟

۱) پارچه‌های پلی‌استری به کمک الیاف مصنوعی ساخته شده و چسبندگی ذرات چربی روی آن‌ها بیشتر از پارچه نخی است.

۲) پاک‌کننده‌های غیرصابونی از جمله مواد آروماتیک بوده و با ایجاد نیروهای بین‌ذره‌ای مناسب، آلودگی‌ها را پاک می‌کنند.

۳) معروف‌ترین صابون سنتی ایران، حالت جامد داشته و به‌خاطر افزودنی‌های مناسب، در شستن موی چرب کاربرد دارد.

۴) نقطهٔ جوش اسیدهای چرب مختلف، از نقطهٔ جوش اسید آلی موجود در یک نمونه از محلول سرکه بیشتر است.

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مفهومی و حفظی ـ سریع ـ صفحهٔ ۹)

صابون طبیعی معروف به صابون مراغه، معروف‌ترین صابون سنتی ایران است. برای تهیه این صابون، پیه گوسفند و سود سوزآور را در دیگ‌های بزرگ با آب برای چندین ساعت می‌جوشانند و پس از قالب‌گیری، آن‌ها را در آفتاب خشک می‌کنند. این صابون حالت جامد داشته و از آنجا که فاقد افزودنی شیمیایی بوده و خاصیت بازی مناسبی دارد، از آن برای شست و شوی موهای چرب استفاده می‌شود.

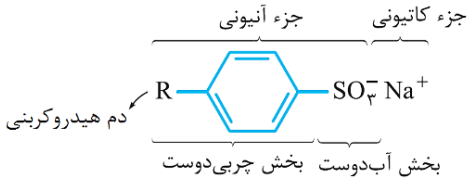
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در شرایط یکسان، پاک‌کننده‌های صابونی لکه‌های چربی روی پارچه‌های نخی را بهتر از پارچه‌های پلی‌استری پاک می‌کنند. بر این اساس، می‌توان گفت میزان چسبندگی لکه‌های چربی بر روی پارچه‌های پلی‌استری در مقایسه با پارچه‌های نخی بیشتر است.

عوامل مؤثر بر قدرت پاک‌کنندگی صابون

۱	میزان سختی آب: صابون‌ها در مجاورت با آب سخت، با دو یون کلسیم و منیزیم موجود در این نمونه از آب، رسوب سفیدرنگی ایجاد می‌کنند که بر روی لباس دیده می‌شود. در این حالت، قدرت پاک‌کنندگی صابون به شدت کاهش می‌یابد.
۲	جنس پارچه: چسبندگی لکه‌های چربی بر روی لباس‌های نخی یا همان پنبه‌ای کمتر از پارچه‌های پلی‌استری است. بر این اساس، می‌توان گفت صابون بر روی لکه‌های ایجاد شده بر سطح پارچه‌های نخی اثر بیشتری دارد.
۳	آنزیم: آنزیم نوعی کاتالیزگر است که فرایندهای تجزیه مواد موجود در لکه‌ها را تسریع می‌بخشد و این مواد را به مواد ساده‌تر تبدیل می‌کند. اضافه کردن آنزیم به صابون، قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.
۴	دما: علاوه بر این که در دماهای بالاتر، ساختار چربی‌های موجود بر روی سطح لباس سست می‌شود، افزایش دما سرعت انجام هر واکنش یا برهم‌کنش شیمیایی را نیز افزایش می‌دهد. بر این اساس، می‌توان گفت افزایش دما نیز قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.
۵	افزودنی‌های شیمیایی: اضافه کردن جوش شیرین به صابون، موجب ایجاد خاصیت بازی و افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن می‌شود. افزودن نمک‌های فسفات به صابون نیز قدرت پاک‌کنندگی آن را در مواجهه با آب سخت افزایش می‌دهد.

۲) پاک‌کننده‌های غیرصابونی، دارای یک حلقه بنزنی در ساختار بخش آنیونی خود بوده و از جمله مواد آروماتیک به شمار می‌روند. این مواد، همانند پاک‌کننده‌های صابونی، بر اساس برهم‌کنش میان ذره‌ها آلودگی‌ها را پاک می‌کنند. در نقطه مقابل، پاک‌کننده‌های خورنده افزون بر این برهم‌کنش‌ها، با آلاینده‌ها واکنش می‌دهند و از این طریق نیز سبب زدودن آن‌ها می‌شوند. ساختار کلی پاک‌کننده‌های غیرصابونی به‌صورت زیر است:



توجه داریم که حلقه بنزنی(آروماتیک)، دارای ۶ اتم کربن بوده و پیوندهای موجود در آن، یکی در میان دوگانه هستند.

پاک‌کننده‌های غیر صابونی

شیمی‌دان‌ها به دنبال موادی بودند که علاوه بر قدرت پاک‌کنندگی بالا، بتوان آن‌ها را به میزان انبوه و با قیمت مناسب تولید کرد. با توجه به رابطه میان ساختار و رفتار یک ماده، شیمی‌دان‌ها به دنبال موادی بودند که همانند صابون‌ها، ساختاری دوگانه‌دوست (هم چربی‌دوست و هم آب‌دوست) داشته باشد. سرانجام آن‌ها توانستند با استفاده از بنزن و دیگر مواد اولیه موجود در صنایع پتروشیمی، پاک‌کننده‌های جدیدی را تولید کنند. این مواد، به پاک‌کننده‌های غیرصابونی معروف بوده و فرمول همگانی آن‌ها به‌صورت $RC_6H_4SO_3Na$ است.

همان‌طور که مشخص است، پاک‌کننده‌های غیرصابونی نیز همانند پاک‌کننده‌های صابونی از یک بخش آب‌دوست و یک بخش چربی‌دوست (حلقه بنزنی و زنجیر هیدروکربنی) تشکیل شده‌اند. در هنگام استفاده از این پاک‌کننده‌ها، مولکول‌های چربی به زنجیرهٔ هیدروکربنی پاک‌کننده می‌چسبند و بخش آب‌دوست مولکول‌های پاک‌کننده نیز باعث پخش‌شدن چربی‌ها در آب می‌شود.

پاک‌کننده‌های غیرصابونی، برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی، طی واکنش‌های پیچیده و از مواد پتروشیمیایی تولید می‌شوند. این پاک‌کننده‌ها، همانند بنزن، نفتالن، بنزوئیک اسید، بنزآلدهید و ...، دارای یک حلقه کربنی آروماتیک(حلقه بنزنی) در ساختار خود هستند. پاک‌کننده‌های غیرصابونی، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری نسبت به پاک‌کننده‌های صابونی دارند.

۴) اسیدهای چرب، کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیره کربنی بلند هستند. برای مثال، ترکیب با فرمول مولکولی $C_{17}H_{35}COOH$ یک اسید چرب با جرم مولی بالا است. نقطهٔ جوش اسیدهای چرب، از اسید آلی موجود در سرکه یعنی استیک اسید(CH_3COOH) بالاتر است. توجه داریم که در کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی، هر چه تعداد اتم کربن بیشتر باشد، نیروهای بین مولکولی در آن اسید بیشتر بوده و در نتیجه این مواد نقطهٔ جوش بالاتری دارند.

۱۱- کدام مطلب زیر درست است؟

۱) رسوب تشکیل شده بر روی دیواره کتری، لوله‌ها، آب‌راه‌ها و دیگ‌های بخار را می‌توان با استفاده از صابون‌ها پاک کرد.
۲) افزودن نمک فسفات به صابون، همانند استفاده از مواد غیرصابونی در سفر دریایی، از ایجاد رسوب صابون جلوگیری می‌کند.
۳) برای افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها، به آن‌ها ماده شیمیایی گوگرددار اضافه می‌کنند.
۴) با افزودن صابون به مخلوط آب و روغن و هم‌زدن آن، نوعی مخلوط شفاف و به ظاهر همگن حاصل می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۲)

اضافه کردن یون فسفات به صابون‌ها، به منظور افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها در آب سخت است. در این حالت، با انحلال نمک‌های فسفات‌دار در آب، یون فسفات با یون کلسیم و منیزیم موجود در آب سخت رسوب تشکیل می‌دهد و از تشکیل رسوب صابون با این کاتیون‌ها جلوگیری می‌کند. یون فسفات موجود در این دسته از شوینده‌ها، با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} براساس معادله‌های زیر واکنش می‌دهد:

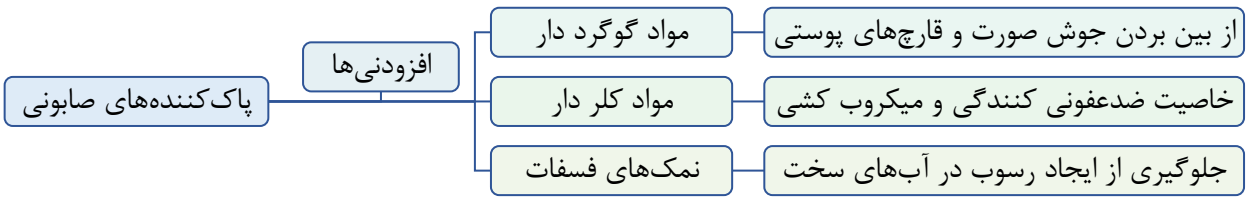
$$2PO_4^{3-}(aq) + 3Ca^{2+}(aq) \rightarrow Ca_3(PO_4)_2(s) \quad , \quad 2PO_4^{3-}(aq) + 3Mg^{2+}(aq) \rightarrow Mg_3(PO_4)_2(s)$$

همچنین یکی از مزیت‌هایی که پاک‌کننده غیرصابونی نسبت به صابون دارند، این است که با یون‌های موجود در آب سخت واکنش نداده و رسوب نمی‌کنند. در واقع این مواد در آب سخت نیز قدرت پاک‌کنندگی خود را حفظ خواهند کرد. با استفاده از این دو روش، می‌توان از شوینده‌ها در سفرهای دریایی و یا صنایعی که با آب سخت سروکار دارند، استفاده کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) رسوب تشکیل شده بر روی دیواره کتری، لوله‌ها، آب‌راه‌ها و دیگ‌های بخار، آن چنان به این سطوح می‌چسبند که با صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی زدوده نمی‌شوند. برای زدودن این رسوب‌ها، به پاک‌کننده‌هایی نیاز است که بتوانند با آن‌ها واکنش شیمیایی داده و آن‌ها را به فراورده‌هایی تبدیل کنند که با آب شسته شوند. موادی مانند هیدروکلریک اسید(جوهر نمک)، سدیم هیدروکسید(محلول سود) و سفیدکننده‌ها از جمله این پاک‌کننده‌ها هستند.

۳) نمودار زیر، نقش افزودنی‌های مختلف را در پاک‌کننده‌های صابونی نشان می‌دهد:



با توجه به نمودار بالا، به منظور افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها، به آن‌ها ماده شیمیایی کلردار اضافه می‌کنند.

۴) مخلوط آب و روغن، ناهمگن بوده و با توجه به چگالی کمتر روغن، نمونه روغن بر روی سطح آب قرار می‌گیرد. با افزودن صابون به این مخلوط و هم زدن آن، برهم‌کنش مولکول‌ها و ذرات موجود در این مخلوط موجب پدید آمدن یک کلوئید می‌شود. در این مخلوط، توده‌هایی از مولکول‌های روغن و صابون تشکیل می‌شوند که در آب پخش‌شده و یک مخلوط ناهمگن پایدار تشکیل می‌دهد که در اثر ساکن ماندن، ته‌نشین نمی‌شوند. به مخلوط ناهمگن تولید شده طی این فرایند، کلوئید گفته می‌شود. توجه داریم که این کلوئید، ظاهر کدر داشته و شفاف نیست.

دنیای رنگارنگ کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها

مقایسهٔ اندازه ذرات سازنده مخلوط‌ها به‌صورت "محلول‌ها< کلوئیدها< سوسپانسیون‌ها" است. توجه داریم که اندازهٔ ذرات کلوئیدها به گونه‌ای است که این ذرات با گذشت زمان ته‌نشین نمی‌شوند؛ درنتیجه می‌توان گفت که کلوئیدها(همانند محلول‌ها) پایدار هستند. انواع رنگ‌ها(مانند رنگ‌های پوششی) و چسب‌ها، سرامیک‌ها، شیر، ژله و سس مایونز نمونه‌هایی از کلوئیدها و شربت معده و آب گل‌آلود نمونه‌هایی از سوسپانسیون‌ها هستند.

۱۲- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست است؟

الف ـ کاتیون موجود در صابون، نقشی در حل کردن لکه‌های چربی در یک نمونه آب ندارد.

ب ـ در ساختار صابون‌ها، برخلاف پاک‌کننده‌های غیرصابونی، نسبت شمار آنیون به کاتیون برابر یک است.

ج ـ شربت معده، همانند مایونز، یک نوع مخلوط ناپایدار بوده و مسیر حرکت نور در یک نمونه از آن مشخص است.

د ـ در ساختار آنیون صابون، ۵ جفت الکترون ناپیوندی وجود داشته و بخش ناقطبی این ماده، می‌تواند بدون شاخه باشد.

۱) «الف» و «د» ۲) «الف» و «ج» ۳) «ب» و «د» ۴) «ب» و «ج»

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۸)

عبارت‌های (الف) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) نحوه عملکرد صابون‌ها به دو بخش قطبی و ناقطبی آن‌ها بستگی دارد که هر دو، در بخش آنیونی صابون قرار دارند. توجه داریم که کاتیون موجود در صابون، فقط بر حالت فیزیکی آن تأثیر دارد و تأثیری روی قدرت پاک‌کنندگی صابون ندارد.

ب) در ساختار همه صابون‌ها، کاتیون‌ها بار $+1$ و آنیون نیز بار -1 دارند؛ پس نسبت شمار آنیون به کاتیون در همه آن‌ها برابر یک است. همچنین در پاک‌کننده غیرصابونی، کاتیون Na^+ با بار $+1$ بوده و آنیون این ماده نیز بار -1 دارد.

صابون: از شیمی تا پاکیزگی

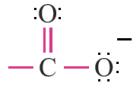
صابون‌ها نمک سدیم، پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب هستند. یعنی اگر به‌جای هیدروژن موجود در گروه کربوکسیل یکی از این یون‌ها قرار گیرد، صابون تشکیل می‌شود. آنیون صابون از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده است. اگر کاتیون موجود در ساختار صابون، یون آمونیوم($RCOONH_4$) و یا یون پتاسیم($RCOOK$) باشد، صابون مایع و اگر کاتیون موجود در آن، یون سدیم($RCOONa$) باشد، صابون جامد است. صابون‌ها از واکنش میان بازها با اسیدهای چرب یا استرهای سنگین(مثل پیه یا روغن‌های زیتون و نارگیل) تشکیل می‌شوند. مکانیسم پاک‌کنندگی صابون، تولید کلوئید آب-پاک‌کننده-روغن است. بر این اساس، قسمت قطبی صابون به سمت آب و قسمت ناقطبی آن به سمت چربی یا روغن قرار گرفته و با تشکیل این کلوئید، موجب شسته‌شدن لکه‌های روغن و چربی می‌شود.

ج) جدول زیر، برخی از ویژگی‌های کلوئیدها و مخلوط‌های همگن و ناهمگن را در مقایسه با یکدیگر نشان می‌دهد.

ویژگی	مخلوط ناهمگن (سوسپانسیون)	کلوئید	مخلوط همگن (محلول)
عبور نور	نور را پخش می‌کند.	نور را پخش می‌کند.	نور را عبور می‌دهد.
ظاهر	ناهمگن	همگن	همگن
همگن‌بودن	ناهمگن	ناهمگن	همگن
پایداری	ناپایدار است.	پایدار است.	پایدار است.
نوع ذره	ذره‌ها و قطعات مجزا	مولکول‌های بزرگ یا توده‌های مولکولی	یون‌ها یا مولکول‌ها

شربت معده، نوعی سوسپانسیون است. سوسپانسیون‌ها نمونه‌ای از مخلوط‌های ناپایدار بوده و مسیر حرکت نور در یک نمونه از آن‌ها مشخص است. توجه داریم که مایونز، نوعی کلوئید است و پایدار خواهد بود.

د) برای آن که اتم‌ها از قاعده هشت‌تایی پیروی کنند، ساختار لوویس بخش قطبی آنیون صابون به‌صورت مقابل است:



در ساختار این یون چند اتمی، تعداد ۵ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد که همه آن‌ها روی اتم‌های اکسیژن قرار گرفته‌اند. به‌طور کلی، اسیدهای چرب در ساختار خود بدون شاخه فرعی هستند. بر این اساس، می‌توان گفت صابون‌ها و استرهای سنگین که از اسیدهای چرب ساخته می‌شوند نیز اغلب در ساختار خود شاخه فرعی نخواهند داشت.

۱۳- نوعی پاک‌کننده غیرصابونی با زنجیره هیدروکربنی سیرشده، مجموعاً دارای ۱۸ اتم کربن است. درصد جرمی گوگرد در این ماده تقریباً چقدر بوده و در ساختار ۰/۲ مول از این ماده، چند اتم اکسیژن وجود دارد؟

$(S = ۳۲ , Na = ۲۳ , O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) $۱/۸۰۶ \times ۱۰^{۲۳}$ - ۱۸/۴

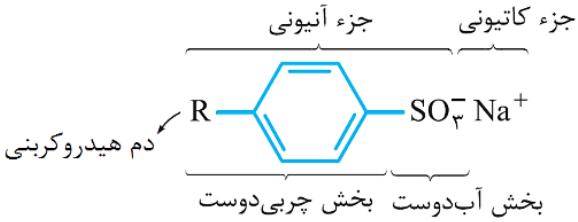
۲) $۳/۶۱۲ \times ۱۰^{۲۳}$ - ۱۸/۴

۳) $۱/۸۰۶ \times ۱۰^{۲۳}$ - ۹/۲

۴) $۳/۶۱۲ \times ۱۰^{۲۳}$ - ۹/۲

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱)

در ساختار پاک‌کننده‌های غیرصابونی یک حلقه بنزنی وجود دارد که به زنجیر آلکیل متصل است. ساختار کلی این مواد به‌صورت زیر است:



طبق فرض سؤال، در ساختار این ماده مجموعاً ۱۸ اتم کربن وجود دارد. از این تعداد اتم کربن، ۶ اتم آن در ساختار حلقه بنزنی قرار گرفته و ۱۲ مورد از آن‌ها در ساختار بخش R یا همان زنجیر آلکیل قرار گرفته‌اند. بر این اساس، داریم:

فرمول کلی غیرصابونی : $RC_۶H_۴SO_۳Na \xrightarrow{R : C_{۱۲}H_{۲۵}} C_{۱۸}H_{۲۹}SO_۳Na \longrightarrow$ جرم مولی $= ۳۴۸\ g.mol^{-۱}$

با توجه به فرمول شیمیایی این ماده، درصد جرمی گوگرد را در آن محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی گوگرد} = \frac{\text{جرم گوگرد}}{\text{جرم ترکیب}} \times ۱۰۰ = \frac{۳۲}{۳۴۸} \times ۱۰۰ \simeq ۹/۲ \text{ درصد}$$

هر مول از این ماده، دارای ۳ مول اتم اکسیژن در ساختار خود است. بر این اساس، داریم:

$$?\ atom\ O = ۰/۲\ mol\ C_{۱۸}H_{۲۹}SO_۳Na \times \frac{۳\ mol\ O}{۱\ mol\ C_{۱۸}H_{۲۹}SO_۳Na} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ atom\ O}{۱\ mol\ O}$$
$$= ۳/۶۱۲ \times ۱۰^{۲۳}\ atom$$

۱۴- کدام مطلب زیر نادرست است؟

۱) گاز حاصل از واکنش مخلوط پودر آلومینیم و سود با آب، در واکنش آلومینیم با هیدروکلریک اسید نیز تولید می‌شود.

۲) اسید معده، رنگ کاغذ pH را قرمز کرده و علاوه بر کشتن میکروب‌ها، آنزیم‌های گوارشی را نیز فعال می‌کند.

۳) شیمیدان‌ها پیش از آنکه هریک از واکنش‌های اسیدها و بازها شناخته شود، با ساختار ذره‌ای این مواد آشنا بودند.

۴) با استفاده از مدل آرنیوس نمی‌توان دربارهٔ میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول اظهارنظر کرد.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۴)

شواهد بسیاری در تاریخ علم وجود دارد که نشان می‌دهند پیش از آنکه ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها نه تنها ویژگی‌های اسیدها و بازها را می‌شناختند؛ بلکه با برخی واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند. برای مثال، واکنش خنثی شدن، نمونه‌ای از واکنش میان این مواد است. توجه کنید که انواع واکنش‌های اسیدها و بازها بسیار گسترده بوده و آشنایی با آن‌ها به تدریج صورت گرفته است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) معادلهٔ انجام شده به‌صورت زیر است و بر اثر انجام واکنش گاز هیدروژن تولید می‌شود:

$$۲Al(s) + ۲NaOH(s) + ۶H_۲O(l) \rightarrow ۲NaAl(OH)_۴(aq) + ۳H_۲(g)$$

در واکنش آلومینیم با هیدروکلریک اسید نیز گاز هیدروژن تولید می‌شود:

$$۲Al(s) + ۶HCl(aq) \rightarrow ۲AlCl_۳(aq) + ۳H_۲(g)$$

پاک‌کننده خورنده ویژه

نوعی پاک‌کننده که به شکل پودر عرضه می‌شود، شامل مخلوط جامدی از سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم است. این پاک‌کننده خورنده برای باز کردن مجاری مسدود شده در برخی وسایل و دستگاه‌های صنعتی استفاده می‌شود. در این واکنش، مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب واکنش داده و گاز هیدروژن تولید می‌شود. گاز هیدروژن تولید شده در این واکنش، با نفوذ به درون رسوب‌ها و خرد کردن آن‌ها، موجب افزایش قدرت پاک‌کنندگی این پودر می‌شود. گرمای حاصل از این واکنش نیز رسوب‌های ایجاد شده را سست کرده و موجب راحت‌تر پاک شدن آن‌ها از محیط می‌شود.

۲) معده برای گوارش غذا به اسید نیاز دارد. خوردن غذا سبب می‌شود که غده‌های موجود در دیواره معده، هیدروکلریک اسید ترشح کنند. این اسید افزون بر فعال کردن آنزیم‌ها برای تجزیه مواد غذایی، جانداران ذره‌بینی موجود در غذا را نیز از بین می‌برد. چون این ماده خاصیت اسیدی دارد، رنگ کاغذ pH را از زرد به قرمز تغییر می‌دهد. دلیل سوزش معده که درد شدیدی در ناحیه سینه ایجاد می‌کند، برگشت مقداری از محتویات اسیدی معده به لوله مری است.

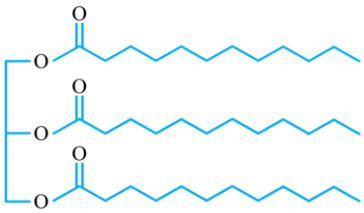
۴) با استفاده از مدل آرنیوس، تنها می‌توان تشخیص داد که کدام ترکیب اسید و کدام ترکیب باز است؛ ولی دربارهٔ میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول و غلظت یون‌های موجود در آن محلول نمی‌توان اظهارنظر کرد. توجه داریم که برای اندازه‌گیری میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول می‌توان از روش‌هایی مانند اندازه‌گیری رسانایی محلول استفاده کرد.

یون‌ها، ناجی‌های اسید و باز!

شواهد علمی نشان می‌دهند که پیش از شناخته‌شدن ساختار اسیدها و بازها، شیمی‌دان‌ها با ویژگی‌های هر کدام از این مواد و برخی(نه همه!) از واکنش‌های میان این گروه از مواد آشنا بودند؛ اما توجیه رفتار اسیدها و بازها در شرایط مختلف، به یک مبنای علمی نیاز داشت. آرنیوس در زمان خود طی پژوهش‌هایی که بر روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی انجام می‌داد، برای نخستین بار اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد. براساس یافته‌های تجربی آرنیوس، هنگامی که اسیدها و بازها در آب حل می‌شوند، مقدار یون‌های موجود در آب را افزایش می‌دهند و به همین خاطر، محلول اسیدها و بازها رسانای جریان الکتریکی هستند.

مثال

۱۵- استر سنگین مقابل، در ساختار خود دارای ..... اتم هیدروژن بوده و طی واکنش ۱/۶ مول از آن با مقدار کافی محلول ..... ، مقدار ..... مول پاک‌کننده صابونی جامد به‌دست می‌آید.



۱) ۷۸ ـ هیدروکلریک اسید ـ ۴/۸

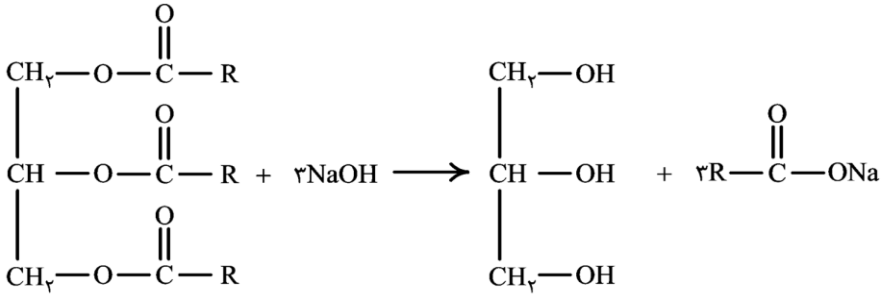
۲) ۷۴ ـ سدیم هیدروکسید ـ ۴/۸

۳) ۷۴ ـ هیدروکلریک اسید ـ ۳/۲

۴) ۷۸ ـ سدیم هیدروکسید ـ ۳/۲

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی و محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۵)

استرهای سنگین(چربی‌ها یا روغن‌های گیاهی)، بخشی از مواد سازنده چربی‌ها هستند. این مواد، بر اساس معادله زیر با سدیم هیدروکسید واکنش داده و صابون‌ها را تولید می‌کنند:



به ازای مصرف هر مول استر در این واکنش، مقدار ۳ مول صابون تولید می‌شود. در این رابطه، داریم:

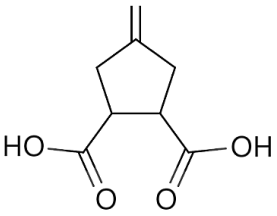
$$?\ mol\ \text{صابون} = ۱/۶\ mol\ \text{استر} \times \frac{۳\ mol\ \text{صابون}}{۱\ mol\ \text{استر}} = ۴/۸\ mol$$

استرهای سنگین، جزئی از چربی‌ها هستند که جرم مولی بالایی داشته و در ساختار آن‌ها، ۳ گروه عاملی استری وجود دارد. فرمول شیمیایی کلی این مواد به شرط سیرشده بودن زنجیرهای هیدروکربنی در آن‌ها، به‌صورت $C_nH_{۲n-۴}O_۶$ است. توجه داریم که در ساختار استرهای سنگین، سه پیوند دوگانه $C=O$ وجود دارد. استر مورد نظر، دارای ۳۹ اتم کربن در ساختار خود است، پس در رابطه با آن داریم:

$$\text{فرمول کلی استرهای سنگین}: C_nH_{۲n-۴}O_۶ \xrightarrow{\text{استر مورد نظر دارای ۳۹ اتم کربن است}} C_{۳۹}H_{۷۴}O_۶$$

پس فرمول شیمیایی استر مورد نظر به‌صورت $C_{۳۹}H_{۷۴}O_۶$ بوده و در هر مول از آن ۷۴ اتم هیدروژن وجود دارد.

۱- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، نادرست است؟



۱) ترکیب مقابل، نوعی اسید دو پروتون‌دار بوده و ۱۰ اتم هیدروژن در ساختار خود دارد.
۲) صابون‌های مایع را از گرم کردن مخلوط روغن‌های مایع با محلول سود تهیه می‌کنند.
۳) در بخش قطبی اسیدهای چرب، همانند استرهای سنگین، پیوند $C = O$ وجود دارد.
۴) صابون‌ها، همانند پاک‌کننده‌های غیرصابونی، هم در چربی و هم در آب پخش می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۶ ـ ۱۲۰۱)

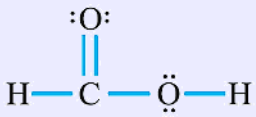
حالت فیزیکی صابون‌ها، ربطی به حالت فیزیکی مواد مصرف شده برای تولید آن‌ها نداشته و وابسته به نوع کاتیون موجود در ساختار آن‌ها است. در واقع، صابون جامد را از گرم کردن مخلوط روغن‌های گوناگون(استرهای سنگینی که حالت مایع دارند) یا چربی(استرهای سنگینی که حالت جامد دارند) مانند روغن زیتون، نارگیل و پیه با سدیم هیدروکسید تهیه می‌کنند. صابون‌های مایع نیز نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

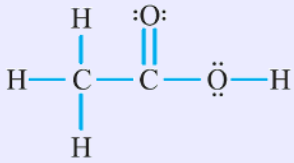
۱ ترکیب مورد نظر، در ساختار مولکولی خود دارای ۲ گروه عاملی کربوکسیل بوده و بر این اساس، یک اسید دو پروتون‌دار به شمار می‌رود. فرمول شیمیایی این ترکیب آلی به‌صورت $C_8H_{10}O_4$ است.

کربوکسیلیک اسیدها

کربوکسیلیک اسیدها، گروهی از ترکیب‌های آلی هستند که در ساختار آن‌ها یک یا چند گروه عاملی کربوکسیل($-COOH$) وجود دارد. فرمول کلی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی(مولکول‌هایی که فقط یک گروه عاملی کربوکسیل دارند) را می‌توان به‌صورت $R-COOH$ نشان داد که در آن R نشان‌دهنده یک اتم هیدروژن و یا یک زنجیره هیدروکربنی است. کربوکسیلیک اسیدها خاصیت اسیدی داشته و pH محلول آن‌ها کوچک‌تر از ۷ است. این ترکیب‌ها مزه ترش دارند به‌طوری‌که مزه ترش میوه‌هایی مانند ریواس، انگور، لیمو ترش، کیوی و گوجه‌سبز را به وجود چنین مولکول‌هایی در این میوه‌ها نسبت می‌دهند. متانوییک اسید یا همان فورمیک اسید با فرمول شیمیایی $HCOOH$، اولین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها است که بر اثر گزش مورچه سرخ وارد بدن شده و باعث سوزش و خارش در محل گزیدگی می‌شود. ساختار مولکول‌های این ماده به‌صورت زیر است:

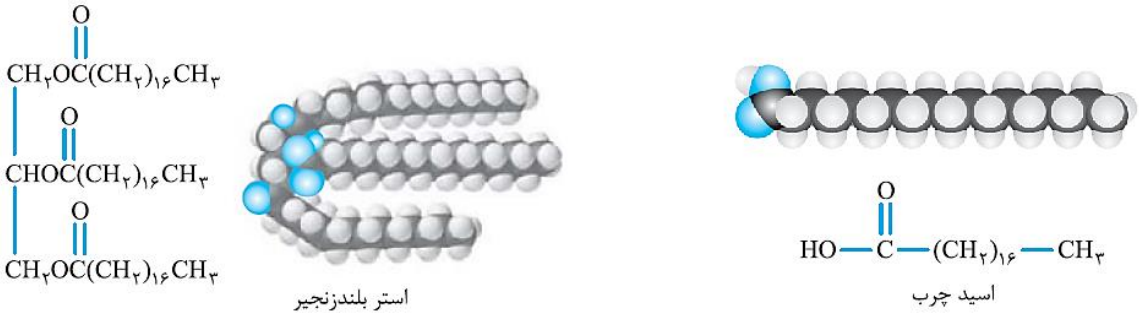


اتانوییک اسید یا همان استیک اسید با فرمول شیمیایی CH_3COOH، یک کربوکسیلیک اسید دوکربنی و دومین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها است. این ماده آشناترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها بوده و یکی از پرکاربردترین اسیدها در زندگی روزمره است. به‌عنوان مثال، اسید موجود در سرکه همان استیک اسید است. ساختار مولکولی این ماده به‌صورت زیر است:



توجه داریم که فرمول شیمیایی کلی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی سیرشده به‌صورت $C_nH_{2n}O_2$ است.

۳ چربی‌ها، مخلوطی از اسیدهای چرب (کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی و جرم مولکولی زیاد) و استرهای بلندزنجیر (استرهایی با جرم مولی زیاد) هستند. تصویر زیر، ساختار مولکولی انواع چربی‌ها را نشان می‌دهد:



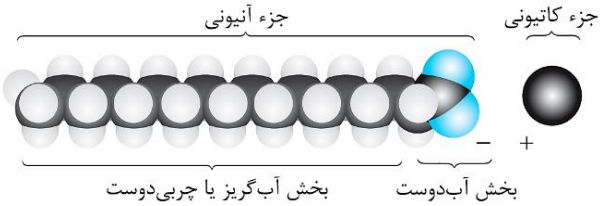
استر بلندزنجیر — اسید چرب

بخش قطبی مولکول چربی‌ها، دارای تعدادی اتم اکسیژن در ساختار خود است. همان‌طور که مشخص است، در ساختار بخش قطبی این دو ماده، پیوند $C = O$ یافت می‌شود.

چربی‌ها

هر یک از مولکول‌های سازنده چربی‌ها(اسیدهای چرب و استرهای با جرم مولی زیاد)، از یک بخش قطبی(بخش آب‌دوست) و یک بخش ناقطبی(بخش چربی‌دوست و یا آب‌گریز) تشکیل شده است. از آن‌جا که بخش اعظم این مولکول‌ها ناقطبی است، پس بخش ناقطبی مولکول به راحتی بر بخش قطبی آن غلبه کرده و در نتیجه مولکول‌های چربی در مجموع، ناقطبی به حساب می‌آیند و در حلال‌های قطبی مانند آب حل نمی‌شوند. به خاطر نامحلول بودن چربی‌ها در حلال‌های قطبی، آب به تنهایی نمی‌تواند چربی‌های موجود بر روی پوست و لباس‌ها را پاک کند و به همین دلیل، برای پاک کردن چربی‌ها باید از سایر پاک‌کننده‌ها کمک بگیریم.

۴ هم ساختار صابون و هم ساختار پاک‌کننده غیرصابونی از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل می‌شوند. در این پاک‌کننده‌ها، هیچ یک از بخش‌ها بر دیگری غلبه ندارد و به همین علت، این مواد هم در آب و هم در چربی حل می‌شوند. در واقع به علت این که صابون نمک سدیم، پتاسیم یا آمونیوم حاصل از اسیدهای چرب است، در آب محلول بوده و به علت زنجیره هیدروکربنی بزرگ خود، در چربی نیز حل می‌شود. ساختار صابون‌های جامد به‌صورت زیر است:



توجه داریم که صابون‌های جامد، نمک سدیم اسیدهای چرب هستند و می‌توان آن‌ها را با فرمول کلی $RCOONa$ نشان داد که در آن، گروه R نشان‌دهندهٔ یک زنجیرهٔ هیدروکربنی بلند است. اگر بخش R در صابون‌ها معادل با زنجیر آلکیلی باشد، فرمول کلی این صابون‌ها $C_{n+1}H_{2n+1}O_2Na$ خواهد بود.

مثال

۲- ثابت یونش یک اسید در محلولی از آن با غلظت اولیه ۰/۲۵ مول بر لیتر، برابر با $1/25 \times 10^{-2}\ mol.L^{-1}$ است. تفاوت غلظت مولی یون هیدروژن با غلظت مولی ذرات اسید یونیده نشده باقیمانده در محلول، برابر با چند مول بر لیتر است؟

۱) ۰/۲۲۵ ۲) ۰/۱۲۵ ۳) ۰/۲ ۴) ۰/۱۵

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۲۰۱)

برای حل این سؤال، باید مراحل زیر را طی کنیم:

گام اول: محاسبه غلظت یون هیدروژن موجود در محلول نهایی

گام دوم: محاسبه غلظت اسید یونیده نشده در محلول

گام سوم: به‌دست آوردن تفاوت غلظت گونه‌ها

قدرت اسیدها

اسیدهای قوی به هنگام انحلال در آب به‌طور کامل یونیده می‌شوند در حالی که اسیدهای ضعیف طی یک فرایند تعادلی، به‌طور جزئی یونش پیدا می‌کنند و اندک یون‌های حاصل از یونش آن‌ها، با مولکول‌های اسید موجود در محلول، در حالت تعادل قرار می‌گیرند. به‌عنوان مثال، واکنش تعادلی یونش اسید ضعیف HA را در نظر بگیرید:

$$HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq)$$

با قرار دادن غلظت تعادلی گونه‌های شرکت‌کننده در این واکنش در رابطه ثابت تعادل، مقدار K به‌دست می‌آید. برای این واکنش به ثابت تعادل فرایند یونش اسیدها(K_a)، به اصطلاح ثابت یونش اسیدی می‌گویند که یکای آن معادل با $mol.L^{-1}$ است.

اگر معادله یونش اسید فرضی HA را به‌صورت $HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq)$ در نظر بگیریم، در محلولی به غلظت M مولار و درجه یونش α از این اسید، غلظت‌های اولیه و تعادلی گونه‌های شرکت‌کننده در واکنش به‌صورت زیر خواهند بود:

گونه	$HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq)$		
غلظت آغازی	M	صفر	صفر
تغییر غلظت	$-M\alpha$	$+M\alpha$	$+M\alpha$
غلظت تعادلی	$M(1-\alpha)$	$M\alpha$	$M\alpha$

مقدار ثابت یونش اسید مورد نظر به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$K_a = \frac{[H^+]\,[A^-]}{[HA]_{\text{تعادلی}}}$$

در محلول یک اسید تک‌پروتون‌دار، غلظت یون A^- با یون هیدروژن برابر است. از طرفی، غلظت اسید یونیده نشده(تعادلی) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$[HA]_{\text{تعادلی}} = [HA]_{\text{اولیه}} - [H^+]$$

با توجه به غلظت انواع گونه‌ها، مقدار K_a این واکنش برابر می‌شود با:

$$K_a = \frac{[H^+]\,[A^-]}{[HA]_{\text{تعادلی}}} \Longrightarrow K_a = \frac{[H^+]^2}{[HA]_{\text{اولیه}} - [H^+]}$$

طبق فرض سؤال، ثابت یونش یک اسید در محلولی از آن با غلظت اولیه ۰/۲۵ مول بر لیتر، برابر با $1/25 \times 10^{-2}\ mol.L^{-1}$ است. بر این اساس، داریم:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{[HA]_{\text{اولیه}} - [H^+]} \Longrightarrow 1/25 \times 10^{-2} = \frac{[H^+]^2}{0/25 - [H^+]} \Longrightarrow [H^+] = 0/05\ mol.L^{-1}$$

غلظت اولیه اسید برابر با ۰/۲۵ مول بر لیتر بوده است. مقدار ۰/۰۵ مول بر لیتر از این اسید یونیده شده و ۰/۲ مول بر لیتر از آن در محلول باقیمانده است. بر این اساس، داریم:

$$[HA]_{\text{تعادلی}} - [H^+] = 0/2 - 0/05 = 0/15\ mol.L^{-1}$$

۳- کدام‌یک از عبارت‌های داده‌شده، در رابطه با کلوئیدها درست است؟

۱) ذرات سازنده آن‌ها، همگی هم‌اندازه بوده و از ذرات سازنده سوسپانسیون‌ها کوچک‌تر است.

۲) شربت معده مثالی از مخلوط‌های ناهمگن از نوع کلوئید است که پایدار بوده و نور را پخش می‌کند.

۳) با انحلال کلسیم کلرید در کلوئیدی از آب، روغن و صابون، اجزای سازنده این مخلوط از یکدیگر جدا می‌شوند.

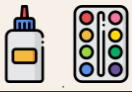
۴) سطح بیرونی قطره روغن که به وسیلهٔ مولکول‌های صابون به‌صورت کلوئید درآمده است، بار الکتریکی مثبت دارد.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ سریع ـ صفحهٔ ۷ ـ ۱۲۰۱)

مخلوط آب، صابون و روغن، یک کلوئید محسوب می‌شود. در این مخلوط، صابون نقش ماده پایدارکننده(کلوئیدساز) را دارد. توجه داریم که کلوئیدها انواعی از مخلوط‌های ناهمگن بوده و پس از تابانده نور، مسیر حرکت نور در آن‌ها مشخص خواهد بود.

ویژگی‌های کلوئیدها

جدول زیر، برخی از ویژگی‌های کلوئیدها را در مقایسه با سایر مخلوط‌ها نشان می‌دهد:

ویژگی	مخلوط ناهمگن (سوسپانسیون)	کلوئید	مخلوط همگن (محلول)
عبور نور	نور را پخش می‌کند.	نور را پخش می‌کند.	نور را عبور می‌دهد.
همگن بودن	ناهمگن است.	ناهمگن است.	همگن است.
پایداری	ناپایدار است.	پایدار است.	پایدار است.
نوع ذره	ذره‌ها و قطعات مجزا	مولکول‌های بزرگ یا توده‌های مولکولی	یون‌ها یا مولکول‌ها
مثال‌ها	شربت معده مخلوط آب و روغن 	ژله، شیر، مایونز، چسب‌ها، سرامیک‌ها انواع رنگ‌ها، مخلوط آب و صابون و روغن 	محلول آب‌نمک محلول مس (II) سولفات در آب 

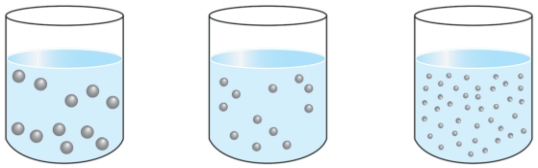
با انحلال مقداری کلسیم کلرید جامد در مخلوط آب، صابون و روغن، یون‌های کلسیم با مولکول‌های صابون واکنش داده و با تشکیل رسوب، آن‌ها را از درون مخلوط مورد نظر خارج می‌کنند. با خارج شدن مولکول‌های صابون، مخلوط آب و روغن نیز از یکدیگر جدا می‌شود. معادله واکنش پاک‌کننده‌های صابونی($RCOONa$) با یون‌های کلسیم و منیزیم به‌صورت زیر است:

واکنش صابون با یون کلسیم: $۲RCOONa(aq) + Ca^{۲+}(aq) \rightarrow (RCOO)_۲Ca(s) + ۲Na^{+}(aq)$

واکنش صابون با یون منیزیم: $۲RCOONa(aq) + Mg^{۲+}(aq) \rightarrow (RCOO)_۲Mg(s) + ۲Na^{+}(aq)$

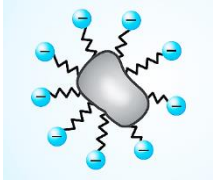
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) کلوئیدها به ظاهر همگن بوده و در ساختار خود، حاوی توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت هستند. توجه داریم که اندازه ذرات سازنده کلوئیدها بزرگ‌تر از محلول‌ها و کوچک‌تر از سوسپانسیون‌ها است. تصویر زیر، از راست به چپ، به‌ترتیب اندازه ذرات سازنده محلول، کلوئید و سوسپانسیون را در مقایسه با یکدیگر نشان می‌دهد:



۲) شربت معده یک نمونه از مخلوط‌های سوسپانسیون است. سوسپانسیون‌ها نمونه‌ای از یک مخلوط ناهمگن جامد در مایع هستند که اندازهٔ ذره‌های آن‌ها نسبت به کلوئیدها بزرگ‌تر است. با گذشت زمان ذره‌های مخلوط سوسپانسیون ته‌نشین می‌شوند، بنابراین مخلوط سوسپانسیون ناپایدار است. از طرفی، این مخلوط‌ها مانند کلوئیدها نور را پخش می‌کنند.

۴) مولکول‌های صابون از طرف بخش ناقطبی خود(دم هیدروکربنی) با مولکول‌های روغن جاذبه برقرار می‌کنند؛ بنابراین بخش ناقطبی صابون داخل قطرهٔ روغن قرار دارد و بخش قطبی آن که بار منفی دارد، با مولکول‌های آب موجود در محیط اطراف جاذبه برقرار می‌کند و درنتیجه سطح بیرونی قطره دارای بار منفی است. ساختار این قطرات به‌صورت زیر خواهد بود:



۴- مقدار ۰/۶ مول از اسید HA را در یک نمونه آب حل کرده و حجم محلول($d = ۱g.mL^{-۱}$) را به یک لیتر می‌رسانیم. اگر درصد جرمی یون A^- در محلول حاصل از این فرایند برابر با ۰/۴۵٪ شود، ثابت یونش اسید در محلول مورد نظر کدام است؟ ($A = ۴۵\ g.mol^{-۱}$)

۱) ۰/۰۰۱ ۲) ۰/۰۰۲ ۳) ۰/۰۱ ۴) ۰/۰۲

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۳ ـ ۱۲۰۱)

برای حل این سؤال، باید مراحل زیر را طی کنیم:

گام اول محاسبه غلظت مولی آنیون حاصل از یونش اسید در آب

گام دوم محاسبه غلظت اسید یونیده نشده در محلول

گام سوم به‌دست آوردن مقدار ثابت یونش اسید در محلول

برای محاسبه غلظت مولی یک محلول با درصد جرمی a و چگالی d گرم بر میلی‌لیتر، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم.

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی} \times ۱۰}{\text{جرم مولی}} = \frac{۱۰ \times a \times d}{\text{جرم مولی}}$$

طبق فرض سؤال، چگالی محلول برابر با ۱ گرم بر میلی‌لیتر است. بر این اساس، داریم:

$$[A^-] = \frac{۱۰ \times a \times d}{\text{جرم مولی}} = \frac{۱۰ \times ۰/۴۵ \times ۱}{۴۵} = ۰/۱\ mol.L^{-۱}$$

غلظت اولیه اسید در محلول مورد نظر برابر با ۰/۶ مول بر لیتر بوده است. از این مقدار، ۰/۱ مول بر لیتر از اسید یونش یافته و باقی آن در محلول به‌صورت یونیده نشده باقیمانده است. بر این اساس، داریم:

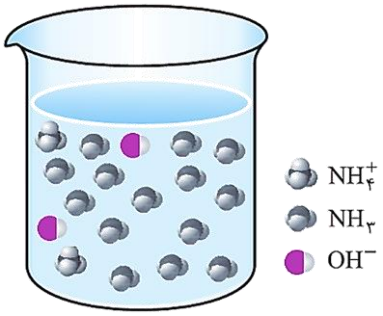
$$[HA]_{\text{تعادلی}} = [HA]_{\text{اولیه}} - [H^+] = ۰/۶ - ۰/۱ = ۰/۵\ mol.L^{-۱}$$

در محلول مورد نظر، غلظت یون‌های هیدروژن و A^- نیز با یکدیگر برابر است. از ثابت یونش، به‌عنوان معیار مناسبی برای مقایسه قدرت اسیدها و بازها استفاده می‌شود. هرچه که مقدار ثابت یونش برای یک ماده اسیدی یا بازی بزرگ‌تر باشد، آن ماده به هنگام انحلال در آب، به مقدار بیشتری یونش یافته و قدرت بالاتری دارد. مقدار ثابت یونش اسید مورد نظر به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$K_a = \frac{[H^+]\,[A^-]}{[HA]_{\text{تعادلی}}} = \frac{۰/۱ \times ۰/۱}{۰/۵} = ۰/۰۲\ mol.L^{-۱}$$

ماز

۵- تصویر مقابل، محلولی از آمونیاک به حجم ۵ لیتر را نشان می‌دهد. اگر هر ذره نشان داده شده معادل با ۰/۰۰۷ مول از آن گونه باشد، درصد یونش و ثابت یونش تقریبی باز در این محلول، به‌ترتیب از راست به چپ چقدر است؟



۱) ۴×۱۰^{-۴} - ۱۲/۵

۲) ۴×۱۰^{-۴} - ۱۴/۵

۳) ۸×۱۰^{-۴} - ۱۲/۵

۴) ۸×۱۰^{-۴} - ۱۴/۵

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ زمانبر ـ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۲۰۱)

در تصویر نشان داده شده، ۱۴ مولکول آمونیاک، ۲ یون آمونیوم و ۲ یون هیدروکسید وجود دارد. بر این اساس، می‌توان گفت در ابتدای کار ۱۶ مولکول آمونیاک وجود داشته که ۲ تا از آن‌ها یونش یافته و ۱۴ تا از آن‌ها در محلول باقی مانده است. بر این اساس، درجه یونش مولکول‌های آمونیاک را در محلول مورد نظر محاسبه می‌کنیم.

$$\text{درجه یونش} = \frac{\text{تعداد مولکول یونیده شده}}{\text{تعداد کل مولکول‌های حل‌شده در محلول}} = \frac{\text{تعداد مولکول یونیده شده}}{\text{تعداد مولکول یونیده شده} + \text{تعداد مولکول یونیده نشده}} = \frac{۲}{۱۴+۲} = ۰/۱۲۵$$

درصد یونش هر ترکیب، معادل با ۱۰۰ برابر درجه یونش آن است. بر این اساس، داریم:

$$\text{درصد یونش} = \text{درجه یونش} \times ۱۰۰ = ۰/۱۲۵ \times ۱۰۰ = ۱۲/۵ \text{ درصد}$$

در محلول نهایی، ۲ یون هیدروکسید وجود داشته و هر ذره نیز معادل با ۰/۰۰۷ مول یون هیدروکسید است. بر این اساس، داریم:

$$?\,mol\ OH^- = ۲\ OH^-\ \text{ذره} \times \frac{۰/۰۰۷\ mol\ OH^-}{۱\ OH^-\ \text{ذره}} = ۰/۰۱۴\ mol$$

$$[OH^-] = \frac{\text{تعداد مول}\ OH^-}{\text{لیتر محلول}} = \frac{۰/۰۱۴\ mol\ OH^-}{\text{محلول}\ ۵\ L} = ۰/۰۰۲۸\ mol.L^{-۱}$$

$$[OH^-] = \text{غلظت آمونیاک} \times \text{درجه یونش} \Longrightarrow ۰/۰۰۲۸\ mol.L^{-۱} = \text{غلظت آمونیاک} \times ۰/۱۲۵ \Longrightarrow \text{غلظت آمونیاک} = ۰/۰۲۲۴\ mol.L^{-۱}$$

در قدم بعد، با توجه به غلظت آمونیاک و درجه یونش این ماده، ثابت یونش آن را محاسبه می‌کنیم.

$$Kb = \frac{\alpha^۲ \times \text{غلظت اولیه باز}}{۱-\alpha} = \frac{(\frac{۱}{۸})^۲ \times ۰/۰۲۲۴}{۱-\frac{۱}{۸}} = ۴ \times ۱۰^{-۴}\ mol.L^{-۱}$$

مقیاس pH

خاصیت اسیدی یا بازی یک محلول، به وجود یون‌های H^+ و OH^- در محلول موردنظر نسبت داده شده و از مقیاس pH نیز برای مقایسه میزان اسیدی یا بازی بودن محلول‌های مختلف استفاده می‌شود. یکی از راه‌های به دست آوردن pH محلول‌های مختلف، استفاده از کاغذ pH است. این کاغذ در مجاورت با محلول‌های اسیدی یا بازی تغییر رنگ می‌دهد و این تغییر رنگ، معیاری برای تشخیص اسیدی یا بازی بودن محلول است. در واقع رنگی که این کاغذ در یک محلول به خود می‌گیرد، نشان‌دهنده pH تقریبی آن محلول است. این کاغذ در محلول‌هایی با خاصیت اسیدی(pH کم‌تر از ۷) به رنگ قرمز و در محلول‌هایی با خاصیت بازی(pH بزرگ‌تر از ۷) به رنگ آبی درمی‌آید. استفاده از pH سنج‌های دیجیتال نیز یکی از روش‌های دقیق به دست آوردن pH محلول‌ها است.

ماز

۶- کدام موارد از عبارت‌های زیر، در رابطه با صابون‌ها و سایر پاک‌کننده‌ها درست هستند؟

$(S = ۳۲, O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-۱})$

الف ـ افزودن آنزیم‌های مناسب، همانند افزایش دمای آب، موجب افزایش قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها می‌شود.

ب ـ محلول سود، برخلاف جوهر نمک، علاوه بر ایجاد برهمکنش، با آلاینده‌های موجود در محیط واکنش نیز می‌دهد.

ج ـ در واکنش پودر آلومینیم و سود با آب، گرمای مصرف شده باعث از بین‌رفتن چربی‌های رسوب کرده در لوله می‌شود.

د ـ اگر گروه R یک صابون جامد و یک پاک‌کننده غیرصابونی یکسان باشد، جرم مولی صابون به اندازه $۱۱۲g$ کمتر است.

۱) «الف» و «ج» ۲) «الف» و «د» ۳) «ب» و «ج» ۴) «ب» و «د»

پاسخ: گزینه ۲ **(متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۲۰۱)**

عبارت‌های (الف) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) صابون‌های مختلف، همه لکه‌های موجود بر روی پارچه‌ها را به یک اندازه از بین نمی‌برند. در واقع، هر چقدر که یک پاک‌کننده صابونی بتواند مقدار بیشتری از آلاینده‌ها و چربی‌های روی لباس را بزداید، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری دارد. افزودن آنزیم‌های مناسب، استفاده از پارچه‌های نخی، افزایش دما، افزایش مقدار صابون و کاهش درجه سختی آب مورد استفاده برای شست‌وشو، از جمله عواملی هستند که موجب افزایش قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها می‌شوند.



قدرت صابون

عوامل مؤثر بر قدرت پاک‌کنندگی صابون، به شرح زیر هستند:

آنزیم: آنزیم نوعی کاتالیزگر است که فرایندهای تجزیه مواد موجود در لکه‌ها را تسریع می‌بخشد و این مواد را به مواد ساده‌تر تبدیل می‌کند. اضافه کردن آنزیم به صابون، قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.

جنس پارچه: چسبندگی لکه‌های چربی بر روی لباس‌های نخی یا همان پنبه‌ای کمتر از پارچه‌های پلی‌استری است. بر این اساس، می‌توان گفت صابون بر روی لکه‌های ایجادشده بر سطح پارچه‌های نخی اثر بیشتری دارد.

میزان سختی آب: صابون‌ها در مجاورت با آب سخت، با دو یون کلسیم و منیزیم موجود در این نمونه از آب رسوب سفیدرنگی ایجاد می‌کنند که بر روی لباس دیده می‌شود. در این حالت، قدرت پاک‌کنندگی صابون به شدت کاهش می‌یابد.

افزودنی‌های شیمیایی: اضافه کردن جوش شیرین به صابون، موجب ایجاد خاصیت بازی و افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن می‌شود. افزودن نمک‌های فسفات به صابون نیز قدرت پاک‌کنندگی آن را در مواجهه با آب سخت افزایش می‌دهد.

دما: علاوه بر این که در دمای بالاتر، ساختار چربی‌ها سست می‌شود، افزایش دما سرعت انجام هر واکنش شیمیایی را نیز افزایش می‌دهد. همچنین افزایش دما موجب تأمین‌شدن گرمای واکنش‌های انجام‌گرفته بر لکه می‌شود، پس افزایش دما نیز قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.

ب) پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی، با مولکول‌ها و ذرات سازنده آلودگی‌ها وارد واکنش شیمیایی نشده و فقط براساس برهم‌کنش‌های بین ذره‌ای، سبب پاک‌شدن آلودگی‌ها می‌شوند. گروه دیگری از پاک‌کننده‌ها نیز وجود دارند که با ذرات سازنده آلودگی‌ها وارد واکنش شیمیایی شده و در کنار برهم‌کنش‌های بین ذره‌ای، از این طریق نیز سبب پاک‌شدن آلودگی‌ها می‌شوند. به این دسته از انواع شوینده‌ها، به اصطلاح پاک‌کننده‌های خورنده گفته می‌شود. در واقع پاک‌کننده‌های خورنده، گروهی از پاک‌کننده‌ها هستند که بر مبنای واکنش میان اسیدها و بازها عمل می‌کنند. در هنگام استفاده از این مواد، شوینده موردنظر با آلودگی‌ها وارد واکنش شده و آن‌ها را به مواد محلول در آب تبدیل می‌کند. شوینده‌های خورنده را بر مبنای کاربرد آن‌ها، می‌توان به دو دسته اسیدی و بازی تقسیم‌بندی کرد. سفیدکننده‌ها، جوهر نمک و محلول سود، انواعی از پاک‌کننده‌های خورنده هستند.

ج) واکنش مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید($NaOH$ یا سود) با آب گرماده است و گرمای آزاد شده می‌تواند چربی‌های جامد رسوب کرده را ذوب کند. معادله واکنش این مخلوط با آب به‌صورت زیر است:

مخلوط آلومینیوم و سدیم هیدروکسید + آب → گاز هیدروژن + فراورده‌های دیگر + Q

توجه داریم که در این واکنش، گرما تولید می‌شود، پس این فرایند به‌طور کلی گرماده است.

پاک‌کننده‌های خورنده

رسوب تشکیل شده بر روی دیواره کتری، لوله‌ها، آب‌راه‌ها و دیگ‌های بخار، آن چنان به این سطوح می‌چسبند که با صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی زدوده نمی‌شوند. برای زدودن این رسوب‌ها، به پاک‌کننده‌هایی نیاز است که بتوانند با آن‌ها واکنش شیمیایی داده و آن‌ها را به فراورده‌هایی تبدیل کنند که با آب شسته شوند. موادی مانند هیدروکلریک اسید(جوهر نمک)، سدیم هیدروکسید(محلول سود) و سفیدکننده‌ها از جمله این پاک‌کننده‌ها هستند.

د) پاک‌کننده‌های غیرصابونی، دارای یک حلقهٔ بنزنی در ساختار بخش آنیونی خود بوده و از جمله مواد آروماتیک به شمار می‌روند. این مواد، همانند پاک‌کننده‌های صابونی، بر اساس برهم‌کنش میان ذره‌ها آلودگی‌ها را پاک می‌کنند. فرمول کلی صابون جامد به‌صورت $RCOONa$ است؛ بنابراین تفاوت جرم مولی آن با پاک‌کنندهٔ غیرصابونی با فرمول کلی $RC_6H_4SO_3Na$ با گروه آلکیل(R) یکسان برابر خواهد بود با:

$$\text{تفاوت جرم مولی} = \left(\text{جرم مولی } C_6H_4 + \text{جرم مولی } SO_3\right) - \text{جرم مولی } CO_2 = (76 + 80) - 44 = 112g$$

همانطور که مشخص است، جرم مولی پاک‌کننده غیرصابونی به اندازه ۱۱۲ گرم بر مول بیشتر است.

پاک‌کننده‌های غیرصابونی

شیمی‌دان‌ها به دنبال موادی بودند که علاوه بر قدرت پاک‌کنندگی بالا، بتوان آن‌ها را به میزان انبوه و با قیمت مناسب تولید کرد. با توجه به رابطه میان ساختار و رفتار یک ماده، شیمی‌دان‌ها به دنبال موادی بودند که همانند صابون‌ها، ساختاری دوگانه‌دوست(هم چربی‌دوست و هم آب‌دوست) داشته باشد. سرانجام آن‌ها توانستند با استفاده از بنزن و دیگر مواد اولیه موجود در صنایع پتروشیمی، پاک‌کننده‌های جدیدی را تولید کنند. این مواد، به پاک‌کننده‌های غیرصابونی معروف بوده و فرمول همگانی آن‌ها به‌صورت $RC_6H_4SO_3Na$ است.

همان‌طور که مشخص است، پاک‌کننده‌های غیرصابونی نیز همانند پاک‌کننده‌های صابونی از یک بخش آب‌دوست و یک بخش چربی‌دوست(حلقه بنزنی و زنجیر هیدروکربنی) تشکیل شده‌اند. در هنگام استفاده از این پاک‌کننده‌ها، مولکول‌های چربی به زنجیره هیدروکربنی پاک‌کننده می‌چسبند و بخش آب‌دوست مولکول‌های پاک‌کننده نیز باعث پخش‌شدن چربی‌ها در آب می‌شود. توجه داریم که پاک‌کننده‌های غیرصابونی، برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی، طی واکنش‌های پیچیده و از مواد پتروشیمیایی تولید می‌شوند. این پاک‌کننده‌ها، همانند بنزن، نفتالن، بنزوئیک اسید، بنزآلدهید و ...، دارای یک حلقه کربنی آروماتیک(حلقه بنزنی) در ساختار خود هستند. پاک‌کننده‌های غیرصابونی، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری نسبت به پاک‌کننده‌های صابونی دارند.

ماز

۷- **چه تعداد از عبارت‌های زیر، درست هستند؟**

الف ـ آرنیوس با تحقیق روی رسانایی محلول‌هایی با حلال آلی، یک مبنای علمی برای توصیف اسیدها و بازها ارائه کرد.

ب ـ اتانول، از جمله مواد غیرالکترولیت به شمار رفته و بین مولکول‌های آن و آب، پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود.

ج ـ در شرایط یکسان، فورمیک اسید در مقایسه با استیک اسید با سرعت بیشتری با فلز لیتیم واکنش می‌دهد.

د ـ رسانایی الکتریکی محلول آبی مولار HF، در مقایسه با محلول نیم مولار پتاسیم هیدروکسید بیشتر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ **(متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ سریع ۶ ـ صفحهٔ ۱۸ ـ ۱۲۰۱)**

عبارت‌های (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

الف سوانت آرنیوس، نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد. آرنیوس با تحقیق بر روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی(نه محلول‌هایی با حلال‌های آلی) توانست یک مبنای علمی برای توصیف اسیدها و بازها ارائه کند. توجه داریم که محلول‌های آلی اغلب رسانایی الکتریکی ندارند و بر اساس مدل آرنیوس، نمی‌توان درباره آن‌ها اظهار نظر کرد.

نظریه آرنیوس

شواهد علمی نشان می‌دهند که پیش از شناخته‌شدن ساختار اسیدها و بازها، شیمی‌دان‌ها با ویژگی‌های هر کدام از این مواد و برخی از واکنش‌های میان آن‌ها آشنا بودند؛ اما توجیه رفتار اسیدها و بازها در شرایط مختلف، به یک مبنای علمی نیاز داشت. آرنیوس در زمان خود طی پژوهش‌هایی که بر روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی انجام می‌داد، برای نخستین بار اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد. براساس یافته‌های تجربی آرنیوس، هنگامی که اسیدها و بازها در آب حل می‌شوند، مقدار یون‌های موجود در آب را افزایش می‌دهند و به همین خاطر، محلول اسیدها و بازها رسانای جریان الکتریکی هستند. براساس نظریه آرنیوس، اسید ماده‌ای است که در آب حل می‌شود و طی انحلال خود، غلظت یون هیدروژن را در محلول افزایش می‌دهد. به‌عنوان مثال، گاز هیدروژن کلرید یک اسید آرنیوس است؛ چرا که به هنگام انحلال در آب، سبب تولید یون هیدروژن شده و غلظت این یون را در محلول افزایش می‌دهد. در نظریه آرنیوس، باز ماده‌ای است که در آب حل می‌شود و طی انحلال خود، غلظت یون هیدروکسید را در محلول افزایش می‌دهد. به‌عنوان مثال، سدیم هیدروکسید جامد، یک باز آرنیوس به شمار می‌رود؛ چرا که به هنگام انحلال در آب، سبب آزادشدن یون هیدروکسید در محلول و افزایش غلظت آن می‌شود.

ب چون اتانول به‌صورت مولکولی در آب حل شده و طی فرایند انحلال، ساختار مولکول‌های سازنده آن دچار تغییر نمی‌شود، پس می‌توان گفت این ماده از جمله مواد غیرالکترولیت به شمار رفته و بین مولکول‌های آن و آب، پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود. توجه داریم که در فرایند انحلال اتانول در آب، هیچ یونی در محلول تولید نمی‌شود.

انواع مواد الکترولیت

الکترولیت‌ها موادی هستند که به هنگام حل‌شدن در آب، یون تولید می‌کنند و محلول آن‌ها رسانای یونی جریان الکتریکی خواهد بود. این مواد به دو دسته ترکیبات یونی و مولکولی تبدیل می‌شوند:

مواد یونی: این مواد در آب تفکیک می‌شوند و یون‌های موجود در آن‌ها در محلول مورد نظر آزاد می‌شوند. همچنین این مواد در حالت مذاب نیز در خود یون‌های آزاد دارند. برای مثال، سدیم کلرید در این دسته قرار می‌گیرد.

مواد مولکولی: پس از انحلال این مواد در آب، تمام یا بخشی از آن‌ها یونش یافته و به یون‌هایی با بار متفاوت تبدیل می‌شوند. بسیاری از اسیدها و بازهای آرنیوس، از این دسته مواد هستند. برای مثال، گاز هیدروژن کلرید در این دسته قرار می‌گیرد.

مواد غیرالکترولیت نیز موادی مولکولی هستند که به‌طور کامل به‌صورت مولکولی در آب حل می‌شوند و هیچ یونی تولید نمی‌کنند. از این مواد می‌توان به الکل‌ها، کتون‌ها، اترها و شکر اشاره کرد. محلول این مواد در آب رسانای جریان الکتریکی نیست.

چون فورمیک اسید در مقایسه با استیک اسید دارای ثابت یونش اسیدی بزرگ‌تری است، در شرایط یکسان غلظت یون هیدروژن در محلول این اسید بیشتر از غلظت یون هیدروژن در محلول استیک اسید می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت در شرایط یکسان، فورمیک اسید در مقایسه با استیک اسید با سرعت بیشتری با فلزها واکنش می‌دهد.

فورمیک اسید

فورمیک اسید، یک اسید ضعیف با فرمول مولکولی $HCOOH$ است. اسیدهای ضعیف به‌طور جزئی یونش یافته و در محلول آن‌ها مقدار زیادی مولکول اسید یونیده نشده وجود دارد. محلول این مواد خاصیت اسیدی داشته و غلظت یون هیدروکسید نیز در آن بسیار کم است. با توجه به توضیحات داده شده، در محلول فورمیک اسید، مقایسه غلظت گونه‌ها به‌صورت $[OH^-] < [H^+] = [HCOO^-] < [HCOOH]$ است. توجه داریم که استیک اسید، ترکیب اسیدی دیگری با فرمول مولکولی CH_3COOH است که در ساختار خود ۲ اتم کربن دارد.

رسانایی هر محلول، به مجموع غلظت مولی یون‌ها در آن محلول بستگی دارد. چون هیدروفلوئوریک اسید، یک اسید خیلی ضعیف بوده و بر اثر یونش آن مقدار بسیار کمی یون در محلول ایجاد می‌شود، پس می‌توان گفت مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول یک مولار هیدروفلوئوریک اسید در مقایسه با محلول نیم مولار پتاسیم هیدروکسید کمتر بوده و بر این اساس، رسانایی الکتریکی محلول یک مولار هیدروفلوئوریک اسید نیز در مقایسه با محلول نیم مولار پتاسیم هیدروکسید کمتر است. توجه داریم که مجموع غلظت مولی یون‌های پتاسیم و هیدروکسید در محلول نیم مولار پتاسیم هیدروکسید، برابر با ۱ مول بر لیتر می‌شود.

ماز

۸- غلظت یون هیدروکسید در محلولی از سود، برابر با مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلولی از هیدروفلوئوریک اسید با غلظت ۰/۸ مول بر لیتر و درجه یونش ۰/۰۲۵ است. با استفاده از ۵ لیتر محلول سود، چند گرم از اسید چرب با فرمول شیمیایی $C_{15}H_{24}O_2$ را می‌توان به صابون تبدیل کرد؟ $(O = 16 , C = 12 , H = 1 : g.mol^{-1})$

۱) ۴۹/۸ ۲) ۲۴/۹ ۳) ۴۷/۲ ۴) ۲۳/۶

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ زمانبر ۶ ـ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۲۰۱)

معادله موازنه شده یونش هیدروفلوئوریک اسید به‌صورت زیر است:

$$HF(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + F^-(aq)$$

بر اثر یونش هر مولکول هیدروفلوئوریک اسید در محلول، ۲ یون(یک یون فلوئورید و یک یون هیدروژن) تولید می‌شود. با توجه به درجه یونش اسید، غلظت یون هیدروژن را در محلول مورد نظر محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+] = \alpha \times \text{غلظت اسید} \Longrightarrow [H^+] = ۰/۰۲۵ \times ۰/۸ = ۰/۰۲\, mol.L^{-۱}$$

غلظت یون هیدروژن در این محلول برابر با ۰/۰۲ مول بر لیتر است، پس غلظت یون فلوئورید نیز برابر با ۰/۰۲ مول بر لیتر می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت مجموع غلظت مولی یون‌ها در این محلول برابر با ۰/۰۴ مول بر لیتر است. در این رابطه، داریم:

$$[H^+] + [A^-] = ۰/۰۲ + ۰/۰۲ = ۰/۰۴\, mol.L^{-۱}$$

با توجه به فرض سؤال، محلولی از سود با غلظت ۰/۰۴ مول بر لیتر در اختیار داریم. صابون‌ها را از واکنش میان اسیدهای چرب با محلول سدیم هیدروکسید می‌توان به‌دست آورد. معادله این واکنش به‌صورت زیر است:

$$RCOOH(s) + NaOH(aq) \rightarrow RCOONa(s) + H_2O(l)$$

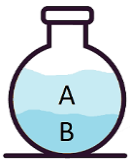
سدیم هیدروکسید موجود در این محلول، بر اساس معادله زیر با اسید چرب داده شده($C_{۱۵}H_{۲۴}O_۲$) واکنش می‌دهد و صابون تولید می‌کند:

$$C_{۱۵}H_{۲۴}O_۲(s) + NaOH(aq) \rightarrow C_{۱۵}H_{۲۳}O_۲Na(s) + H_۲O(l)$$

با توجه به معادله این واکنش، جرم اسید چرب مصرف شده در این فرایند را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ g\ C_{۱۵}H_{۲۴}O_۲ = ۵\ L\ \text{محلول} \times \frac{۰/۰۴\ mol\ NaOH}{۱\ L\ \text{محلول}} \times \frac{۱\ mol\ C_{۱۵}H_{۲۴}O_۲}{۱\ mol\ NaOH} \times \frac{۲۳۶\ g\ C_{۱۵}H_{۲۴}O_۲}{۱\ mol\ C_{۱۵}H_{۲۴}O_۲} = ۴۷/۲\ g$$

۹- مقداری آب و روغن زیتون را به یکدیگر افزوده و در یک محیط ثابت قرار می‌دهیم تا به‌صورت مقابل در بیاید. کدام ماده زیر، در بخش A از این مخلوط حل می‌شود؟



۱) نقره کلرید
۲) اتیلن‌گلیکول
۳) نفتالن
۴) استیک اسید

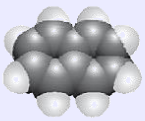
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۷ ـ ۱۲۰۱)

مخلوط آب(یک ماده قطبی) و روغن(یک ماده ناقطبی)، ناهمگن بوده و با توجه به چگالی کمتر روغن، نمونه روغن بر روی سطح آب قرار می‌گیرد. بر این اساس، می‌توان گفت نمونه A معادل با روغن زیتون است. از میان مواد داده شده، اتیلن‌گلیکول و استیک اسید از جمله مواد شدیداً قطبی بوده و در آب حل می‌شوند در حالی که در روغن زیتون(یک حلال ناقطبی) حل نمی‌شوند. نقره کلرید نیز یک نمک نامحلول بوده و در آب یا روغن زیتون حل نمی‌شود. توجه داریم که نفتالن، نوعی هیدروکربن و یک ماده ناقطبی است، پس در روغن زیتون به عنوان یک حلال ناقطبی حل می‌شود.

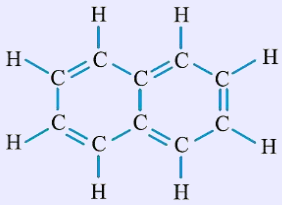
مواد آروماتیک

بنزن، سرگروه خانوادهٔ مهمی از مواد به نام ترکیب‌های آروماتیک(آروماتیک یعنی خوش بو و معطر) است. در ساختار مولکول‌های سازنده این گروه از مواد، یک یا چند حلقه شش‌ضلعی کربنی دیده می‌شود که پیوندهای کربن-کربن موجود در آن، به‌صورت یکی در میان، دوگانه هستند. نفتالن با فرمول شیمیایی $C_{۱۰}H_۸$ نیز یک ترکیب آروماتیک به شمار می‌رود. فرمول ساختاری نفتالن به‌صورت زیر است:

مدل فضاپرکن:



ساختار لوویس:



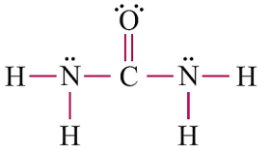
در ساختار هر مولکول نفتالن، ۵ پیوند $C=C$ و ۸ پیوند $C-H$ وجود دارد. این ماده، یک ترکیب جامد و سفیدرنگ است که مدت‌ها به عنوان ضد بید برای نگهداری فرش و لباس کاربرد داشته است.

۱۰- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، نادرست است؟

۱) اگر ظرف‌های چرب را به خاکستر آغشته کرده و سپس با آب گرم شست‌وشو بدهیم، این ظروف آسان‌تر تمیز می‌شوند.
۲) طی ۷۰ سال اخیر، شاخص امید به زندگی در جهان افزایش یافته و مقدار آن به نواحی برخوردار نزدیک‌تر شده است.
۳) مولکول عسل در ساختار خود گروه هیدروکسیل داشته و توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را دارد.
۴) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در اوره، با شمار عناصر موجود در اتیلن‌گلیکول یکسان است.

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۵ ـ ۱۲۰۱)

در ساختار اوره با فرمول شیمیایی $CO(NH_۲)_۲$، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی و همچنین نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر برابر $\frac{۸}{۴} = ۲$ است. شکل زیر، ساختار اوره را نشان می‌دهد:



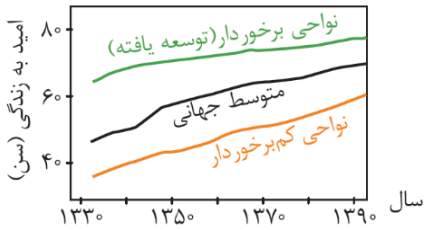
اوره از جمله مواد قطبی بوده و در آب حل می‌شود. توجه داریم که اتیلن‌گلیکول، نوعی ترکیب الکلی بوده و در ساختار خود دارای ۳ نوع عنصر(اکسیژن، کربن و هیدروژن) است. جدول زیر، اطلاعات مربوط به چند ترکیب مختلف را نشان می‌دهد:

نام ماده	فرمول شیمیایی	نوع ساختار ماده	محلول در آب	محلول در هگزان
اتیلن گلیکول (ضد یخ)	CH_2OHCH_2OH	قطبی (دارای پیوند هیدروژنی)	✓	×
نمک خوراکی	$NaCl$	یونی	✓	×
بنزین	C_8H_{18}	ناقطبی	×	✓
اوره	$CO(NH_2)_2$	قطبی (دارای پیوند هیدروژنی)	✓	×
روغن زیتون	$C_{57}H_{104}O_6$	ناقطبی	×	✓
وازلین	$C_{25}H_{52}$	ناقطبی	×	✓

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) خاکستر حاوی برخی از مواد قلیایی و اکسیدهای فلزی بوده و در واکنش با چربی‌ها، این مواد را به ترکیب‌های محلول در آب تبدیل می‌کند. بر این اساس، اگر ظرف‌های چرب را به خاکستر آغشته کرده و سپس با آب گرم شست‌وشو بدهیم، این ظروف آسان‌تر تمیز می‌شوند.

۲) در طول ۶۰ سال اخیر، میزان امید به زندگی هم برای مناطق برخوردار جهان و هم برای مناطق کم‌برخوردار جهان افزایش پیدا کرده است. هر چند که میزان این افزایش برای مناطق کم‌برخوردار، بیشتر از مناطق برخوردار بوده است، اما هنوز هم میزان امید به زندگی در نواحی برخوردار جهان در حدود ۲۰ سال بیشتر از مناطق کم‌برخوردار است. نمودار زیر، روند تغییر امید به زندگی در جهان را نشان می‌دهد:



همانطور که مشخص است، شاخص امید به زندگی در جهان افزایش یافته و مقدار آن به نواحی برخوردار نزدیک‌تر شده است.

روند تغییر شاخص امید به زندگی

در طول ۶۰ سال اخیر، میزان امید به زندگی هم برای مناطق برخوردار جهان و هم برای مناطق کم‌برخوردار جهان افزایش پیدا کرده است. هر چند که میزان این افزایش برای مناطق کم‌برخوردار، بیشتر از مناطق برخوردار بوده است، اما هنوز هم میزان امید به زندگی در نواحی برخوردار جهان در حدود ۲۰ سال بیشتر از مناطق کم‌برخوردار است.

۳) مولکول‌های عسل در ساختار خود شمار زیادی گروه هیدروکسیل داشته و توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را دارند و به همین خاطر، عسل در آب حل می‌شود.

۱۱- اگر ۵/۶ لیتر گاز گوگرد تری‌اکسید را در شرایط *STP* به ۲۵۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۱ مولار هیدروکلریک اسید اضافه کنیم، غلظت یون هیدروژن موجود در این محلول به چند مول بر لیتر می‌رسد؟ (از تغییر حجم ناشی از افزودن گاز گوگرد تری‌اکسید به محلول صرف‌نظر کنید.)

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۴

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۲۰۱)

گاز SO_3 بر اثر حل شدن در آب به‌صورت زیر واکنش می‌دهد:

$$SO_3(g) + H_2O(l) \longrightarrow 2H^+(aq) + SO_4^{2-}(aq)$$

ابتدا شمار مول‌های هیدرونیوم ایجاد شده بر اثر حل شدن گاز SO_3 در محلول را حساب می‌کنیم:

$$?\,mol\,H^+ = 5/6\,L\,SO_3 \times \frac{1\,mol\,SO_3}{22/4\,L\,SO_3} \times \frac{2\,mol\,H^+}{1\,mol\,SO_3} = 0/5\,mol$$

در قدم بعدی شمار مول‌های یون هیدروژن موجود در محلول اولیه را به‌دست می‌آوریم:

$$?\,mol\,H^+ = ۲۵۰۰\,mL\ \text{محلول} \times \frac{۱\,L\ \text{محلول}}{۱۰۰۰\,mL\ \text{محلول}} \times \frac{۰/۱\,mol\,HCl}{۱\,L\ \text{محلول}} \times \frac{۱\,mol\,H^+}{۱\,mol\,HCl} = ۰/۲۵\,mol$$

در محلول اولیه، ۰/۲۵ مول یون هیدروژن وجود داشته و بر اثر افزودن گاز گوگرد تری‌اکسید، مقدار ۰/۵ مول یون هیدروژن جدید نیز به محلول اضافه شده است. بر این اساس، می‌توان گفت در محلول نهایی ۰/۷۵ مول یون هیدروژن وجود دارد. با توجه به مقدار مول یون هیدروژن، غلظت این یون را در محلول مورد نظر محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+] = \frac{\text{مول یون } H^+}{\text{لیتر محلول}} = \frac{۰/۷۵\,mol\,H^+}{۲/۵\,L\ \text{محلول}} = ۰/۳\,mol.L^{-۱}$$

اکسیدهای اسیدی و بازی

اکسیدهای حاصل از برخی عناصر، با مولکول‌های آب وارد واکنش شده و pH آب را تغییر می‌دهند. این مواد، از جمله اسیدها و بازهای آرنیوس هستند. به‌طور کلی، اکسیدهای فلزی(مثل سدیم اکسید) را اکسیدهای بازی می‌نامند. این مواد طی واکنش با آب، سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید شده و pH محلول را افزایش می‌دهند. باریم اکسید، لیتیم اکسید، سدیم اکسید و کلسیم اکسید(آهک)، در دسته اکسیدهای بازی قرار دارند و براساس معادله‌های زیر با آب واکنش می‌دهند:

$$BaO(s) + H_۲O(l) \rightarrow Ba(OH)_۲(aq) \rightarrow Ba^{۲+}(aq) + ۲OH^-(aq)$$
$$Na_۲O(s) + H_۲O(l) \rightarrow ۲NaOH(aq) \rightarrow ۲Na^+(aq) + ۲OH^-(aq)$$
$$CaO(s) + H_۲O(l) \rightarrow Ca(OH)_۲(aq) \rightarrow Ca^{۲+}(aq) + ۲OH^-(aq)$$
$$Li_۲O(s) + H_۲O(l) \rightarrow ۲LiOH(aq) \rightarrow ۲Li^+(aq) + ۲OH^-(aq)$$

اکسیدهای حاصل از فلزهای واسطه مثل اکسیدهای آهن، اکسیدهای مس و ... و آلومینیم اکسید، اصلاً با آب واکنش نداده و خاصیت بازی ندارند. در نقطه مقابل، اکسیدهای نافلزی(مثل گاز $SO_۳$) را اکسیدهای اسیدی می‌نامند. این مواد طی واکنش با آب، سبب افزایش غلظت یون هیدروژن شده و pH محلول را کاهش می‌دهند. دی‌نیتروژن پنتاکسید، کربن دی‌اکسید، گوگرد دی‌اکسید و گوگرد تری‌اکسید، در دسته اکسیدهای اسیدی قرار دارند و براساس معادله‌های زیر با آب واکنش می‌دهند:

$$N_۲O_۵(s) + H_۲O(l) \rightarrow ۲HNO_۳(aq) \rightarrow ۲H^+(aq) + ۲NO_۳^-(aq)$$
$$CO_۲(g) + H_۲O(l) \rightarrow H_۲CO_۳(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + HCO_۳^-(aq)$$
$$SO_۳(g) + H_۲O(l) \rightarrow H_۲SO_۴(aq) \rightarrow ۲H^+(aq) + SO_۴^{۲-}(aq)$$
$$SO_۲(g) + H_۲O(l) \rightarrow H_۲SO_۳(aq) \rightleftharpoons ۲H^+(aq) + SO_۳^{۲-}(aq)$$

۱۲- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، درست است؟

۱) با انحلال مقداری گاز HCl در محلول هیدروفلوئوریک اسید، K_a هیدروفلوئوریک اسید کاهش می‌یابد.

۲) گرافیت، همانند مس، نوعی رسانای الکترونی بوده و قابلیت رسانایی آن به وسیله الکترون‌ها انجام می‌شود.

۳) همه اکسیدهای نافلزی حاصل از عناصر دوره دوم جدول تناوبی، اسید آرنیوس بوده و pH محیط را می‌کاهند.

۴) تعداد پیوند اشتراکی در آنیون چنداتمی حاصل از یونش نیتروااسید بیشتر از شمار این پیوندها در یون سیانید است.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۲۰۱)

عناصر فلزی مثل مس، آهن و ...، همانند گرافیت، در دسته رساناهای الکترونی قرار می‌گیرند. قابلیت رسانایی این مواد، به وسیله الکترون‌های آزاد موجود در ساختار بلور آن‌ها انجام می‌شود. در نقطه مقابل، قابلیت رسانایی الکتریکی رساناهای یونی مثل محلول آب‌نمک، به وسیله یون‌های آزاد موجود در آن‌ها انجام می‌شود.

انواع رسانایی مواد

مواد رسانا، جریان الکتریسیته را از یک نقطه به نقطه دیگر عبور می‌دهند. رسانایی مواد مختلف، در یکی از دو گروه زیر قرار می‌گیرد:

- انواع مواد رسانا
  - رساناهای یونی
    - موادی که رسانایی آن‌ها به واسطه یون‌ها انجام می‌شود
      - نمک‌های مذاب
      - محلول انواع نمک‌ها
  - رساناهای الکترونی
    - موادی که رسانایی آن‌ها به واسطه الکترون‌های آزاد انجام می‌شود
      - گرافیت
      - عناصر فلزی

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هرچند که با انحلال مقداری گاز HCl در محلول هیدروفلوئوریک اسید، غلظت یون هیدروژن در این محلول افزایش پیدا می‌کند، اما طی این فرایند مقدار K_a هیدروفلوئوریک اسید هیچ تغییری نمی‌کند، چراکه ثابت یونش اسیدی هر ماده، فقط تحت تأثیر دما بوده و در دمای ثابت، مقدار K_a برای یک اسید نیز همواره ثابت خواهد بود.

۳) اغلب اکسیدهای نافلزی بر اثر حل شدن در آب یون هیدرونیوم آزاد می‌کنند و اسید آرنیوس به شمار می‌روند، امّا برخی از این اکسیدها مانند گاز CO و یا نیتروژن مونوکسید، با آب واکنش نداده و از جمله اکسیدهای خنثی هستند و در هنگام حل شدن در آب هیچ یونی را در محلول ایجاد نمی‌کنند. توجه داریم که کربن، نافلزی از دوره دوم جدول تناوبی است.

۴) با توجه به ساختارهای زیر، در ساختار لوویس یون‌های چندتایی NO_2^- و CN^- که به‌ترتیب در محلول‌های نیتروواسید و هیدروسیانیک اسید وجود دارند، ۳ پیوند اشتراکی مشاهده می‌شود:

$$[:C\equiv N:]^- \qquad \left[:\ddot{O}=\ddot{N}-\ddot{O}:\right]^-$$

انواع اسیدها

به نکات زیر درباره اسیدهای قوی و ضعیف توجه کنید:

☆ نکتهٔ ۱: هیدرویدیک اسید$(HI(aq))$، هیدروبرمیک اسید$(HBr(aq))$، هیدروکلریک اسید$(HCl(aq))$ و سولفوریک اسید(H_2SO_4) اسیدهای قوی با ثابت یونش بسیار بزرگ هستند. بنابراین معادلهٔ یونش آن‌ها در آب یک‌طرفه است. این مواد بر اساس معادلات زیر در آب یونش پیدا می‌کنند:

$$HI(aq)\longrightarrow H^+(aq)+I^-(aq) \qquad HBr(aq)\longrightarrow H^+(aq)+Br^-(aq)$$
$$HCl(aq)\longrightarrow H^+(aq)+Cl^-(aq) \qquad H_2SO_4(aq)\longrightarrow H^+(aq)+HSO_4^-(aq)$$

☆ نکتهٔ ۲: نیتریک اسید برخلاف نیتروواسید، یک اسید قوی با ثابت یونش بزرگ است و معادلهٔ یونش آن در آب یک‌طرفه است:

$$HNO_3(aq)\longrightarrow H^+(aq)+NO_3^-(aq)$$

☆ نکتهٔ ۳: هیدروفلوئوریک اسید$(HF(aq))$، نیتروواسید$(HNO_2(aq))$، فورمیک اسید$(HCOOH(aq))$، استیک اسید$(CH_3COOH(aq))$، کربنیک اسید$(H_2CO_3(aq))$ و هیدروسیانیک اسید$(HCN(aq))$، اسیدهای ضعیف با ثابت یونش کوچک هستند و فرایند یونش آن‌ها در آب یک واکنش تعادلی است. این مواد بر اساس معادلات زیر در آب یونش پیدا می‌کنند:

$$HF(aq)\leftrightharpoons H^+(aq)+F^-(aq) \qquad HNO_2(aq)\leftrightharpoons H^+(aq)+NO_2^-(aq)$$
$$HCOOH(aq)\leftrightharpoons H^+(aq)+HCOO^-(aq) \qquad CH_3COOH(aq)\leftrightharpoons H^+(aq)+CH_3COO^-(aq)$$
$$H_2CO_3(aq)\leftrightharpoons H^+(aq)+HCO_3^-(aq) \qquad HCN(aq)\leftrightharpoons H^+(aq)+CN^-(aq)$$

مقایسهٔ مقابل را به خاطر بسپارید: قدرت اسیدی (K_a) : $HF > HNO_2 > HCOOH > CH_3COOH > H_2CO_3 > HCN$

☆ نکتهٔ ۴: در شرایط یکسان، هر چه قدرت اسیدی(ثابت یونش) یک اسید بزرگ‌تر باشد، غلظت مولی یون هیدرونیوم در محلول حاصل از آن اسید بیشتر و در نتیجه غلظت مولی یون هیدروکسید در آن محلول کمتر است. به علاوه در محلول اسید با ثابت یونش بزرگ‌تر، غلظت مولی یون‌ها و در نتیجه رسانایی الکتریکی محلول نیز بیشتر خواهد بود.

۱۳- برای از بین بردن سختی ۶۰ لیتر آب با چگالی $1g.mL^{-1}$ که درصد جرمی کلسیم کلرید و منیزیم کلرید در آن به‌ترتیب برابر با ۱/۱۱ و ۱/۹ درصد است، باید چند مول نمک آمونیوم فسفات را به محلول مورد نظر اضافه کنیم؟

$(Ca=40, Cl=35/5, Mg=24 : g.mol^{-1})$

۱) ۱/۲ ۲) ۱۲ ۳) ۱/۸ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ⑥ ـ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۲۰۱)

افزودن نمک‌های فسفات به شوینده، موجب افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها در آب‌های سخت می‌شود. یون فسفات موجود در این دسته از شوینده‌ها، با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} براساس معادله‌های زیر واکنش می‌دهد:

$$2PO_4^{3-}(aq)+3Ca^{2+}(aq)\rightarrow Ca_3(PO_4)_2(s) \quad , \quad 2PO_4^{3-}(aq)+3Mg^{2+}(aq)\rightarrow Mg_3(PO_4)_2(s)$$

طی این واکنش‌ها، یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} به شکل رسوب درآمده و از محلول مورد نظر خارج می‌شوند. با خارج‌شدن این کاتیون‌های مزاحم، دیگر اختلالی در کار مولکول‌های صابون ایجاد نمی‌شود و صابون به خوبی کف می‌کند. به عبارت دیگر، می‌توان گفت از واکنش‌های بالا برای از بین بردن سختی آب استفاده می‌شود. در قدم اول، باید غلظت مولی یون‌های منیزیم و کلسیم را در محلول اولیه به‌دست بیاوریم:

$$\text{غلظت مولی : کلسیم کلرید} = \frac{\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی} \times ۱۰}{\text{جرم مولی}} = \frac{۱۰ \times ۱/۱۱ \times ۱}{۱۱۱} = ۰/۱\ mol.L^{-۱} \rightarrow [Ca^{۲+}] = ۰/۱\ mol.L^{-۱}$$

$$\text{غلظت مولی : منیزیم کلرید} = \frac{\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی} \times ۱۰}{\text{جرم مولی}} = \frac{۱۰ \times ۱/۹ \times ۱}{۹۵} = ۰/۲\ mol.L^{-۱} \rightarrow [Mg^{۲+}] = ۰/۲\ mol.L^{-۱}$$

هر ۳ مول از کاتیون‌های منیزیم و یا کلسیم، با ۲ مول یون فسفات واکنش داده و از محلول خارج می‌شوند. بر این اساس، می‌توان گفت اگر نماد کلی این کاتیون‌ها را به‌صورت $X^{۲+}$ نشان بدهیم، هر ۳ مول کاتیون $X^{۲+}$ با ۲ مول یون فسفات واکنش داده و از محلول خارج می‌شود. از طرفی، می‌دانیم که مجموع غلظت مولی کاتیون‌های منیزیم و کلسیم در محلول مورد نظر برابر با ۰/۳ مول بر لیتر است. بر این اساس، داریم:

$$?\ mol\ PO_۴^{۳-} = ۶۰\ L\ \text{محلول} \times \frac{۰/۳\ mol\ X^{۲+}}{۱\ L\ \text{محلول}} \times \frac{۲\ mol\ PO_۴^{۳-}}{۳\ mol\ X^{۲+}} = ۱۲\ mol$$

پس می‌توان گفت برای از بین بردن سختی نمونه ۶۰ لیتری از محلول مورد نظر، به ۱۲ مول یون فسفات نیاز داریم. این یون، در ساختار ترکیب آمونیوم فسفات وجود دارد، پس داریم:

$$?\ mol\ (NH_۴)_۳PO_۴ = ۱۲\ mol\ PO_۴^{۳-} \times \frac{۱\ mol\ (NH_۴)_۳PO_۴}{۱\ mol\ PO_۴^{۳-}} = ۱۲\ mol$$

۱۴- بر اثر سوزاندن کامل ۵۱/۳ گرم از یک اسید چرب یک عاملی، ۷۰/۵۶ لیتر گاز کربن دی‌اکسید به همراه ۳/۱۵ مول آب در شرایط استاندارد آزاد می‌شود. به‌تقریب چند درصد جرمی از این اسید چرب را اکسیژن تشکیل می‌دهد؟

$(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۱۳/۲۵ ۲) ۱۳/۵۵ ۳) ۱۲/۴۵ ۴) ۱۴/۰۵

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ زمانبر ـ صفحهٔ ۶ ـ ۱۲۰۱)

در قدم اول، مقدار مول گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در این فرایند را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ mol\ CO_۲ = ۷۰/۵۶\ L\ CO_۲ \times \frac{۱\ mol\ CO_۲}{۲۲/۴\ L\ CO_۲} = ۳/۱۵\ mol$$

در این فرایند، مقدار مول بخار آب و مقدار مول گاز $CO_۲$ تولید شده با هم برابر است. اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار بخار آب و اتم‌های کربن موجود در ساختار $CO_۲$ تولید شده، همگی از اسید چرب منشأ گرفته‌اند. بر این اساس، می‌توان گفت شمار اتم‌های هیدروژن در ساختار این اسید چرب ۲ برابر شمار اتم‌های کربن خواهد بود. فرمول عمومی کربوکسیلیک اسیدی با ویژگی‌های گفته شده، به‌صورت $C_nH_{۲n}O_۲$ است. بنابراین از سوختن کامل یک مول از این اسید، n مول گاز $CO_۲$ و n مول بخار آب آزاد می‌شود. جرم مولی این اسیدها برابر است با:

$$\text{جرم مولی } C_nH_{۲n}O_۲ = ۱۲n + ۲n + (۲ \times ۱۶) = ۱۴n + ۳۲$$

برای به‌دست آوردن مقدار n، می‌توان از مقدار آب یا کربن دی‌اکسید تولید شده استفاده کرد. با توجه به داده‌های صورت سؤال، داریم:

$$?\ g\ CO_۲ = ۵۱/۳\ g\ \text{اسیدچرب} \times \frac{۱\ mol\ \text{اسیدچرب}}{(۱۴n + ۳۲)g\ \text{اسیدچرب}} \times \frac{n\ mol\ CO_۲}{۱\ mol\ \text{اسیدچرب}} \times \frac{۲۲/۴\ L\ CO_۲}{۱\ mol\ CO_۲} = ۷۰/۵۶\ L\ CO_۲$$

$$\rightarrow \frac{۵۱/۳ \times n}{(۱۴n + ۳۲)} = \frac{۷۰/۵۶}{۲۲/۴} = ۳/۱۵ \rightarrow ۵۱/۳n = ۴۴/۱n + ۱۰۰/۸ \rightarrow ۷/۲n = ۱۰۰/۸ \rightarrow n = ۱۴$$

در نتیجه، فرمول شیمیایی این اسید چرب به‌صورت $C_{۱۴}H_{۲۸}O_۲$ است. در نهایت، درصد جرمی اکسیژن در این ماده را حساب می‌کنیم:

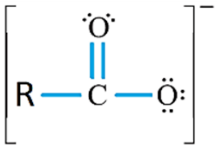
$$\text{درصد جرمی اکسیژن} = \frac{\text{مجموع جرم اتم‌های اکسیژن}}{\text{جرم مولی اسید چرب}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۶ \times ۲}{۲۲۸} \times ۱۰۰ \simeq ۱۴/۰۵\ \text{درصد}$$

۱۵- شمار پیوندهای اشتراکی موجود در ساختار بخش آنیونی یک صابون که بخش هیدروکربنی سیرشده و غیرحلقوی آن دارای ۱۶ اتم کربن است، چند برابر شمار پیوندهای اشتراکی در مولکول SO_3 است؟

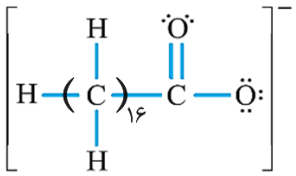
۱) ۱۱/۵ ۲) ۱۲ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۱۳

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۶ ـ ۱۲۰۱)

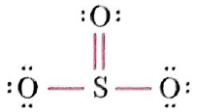
تصویر زیر، نمایی از ساختار بخش آنیونی یک نوع صابون را نشان می‌دهد:



فرض می‌کنیم که در ساختار بخش R(بخش هیدروکربنی) این نوع صابون، مجموعاً ۱۶ اتم کربن وجود داشته و در ساختار بخش باردار(بخش قطبی) آن نیز یک اتم کربن وجود دارد. در این حالت، فرمول شیمیایی صابون به‌صورت $C_{17}H_{33}COONa$ شده و ساختار بخش آنیونی آن به‌صورت زیر خواهد بود:



در ساختار قسمت تکرارشده در این ترکیب، ۲ پیوند اشتراکی $C-H$ کامل و ۲ نیم‌پیوند اشتراکی $C-C$ وجود دارد، پس در این بخش تکرارشده، مجموعاً ۳ پیوند دیده می‌شود. بر این اساس، در ۱۶ مورد تکرار شده از این بخش، مجموعاً ۴۸ پیوند اشتراکی یافت می‌شود. در خارج از بخش تکرار شده نیز یک نیم‌پیوند $C-H$ در سمت چپ ترکیب و یک نیم‌پیوند $C-C$، یک پیوند $C-O$ و یک پیوند $C=O$ در سمت راست آن دیده می‌شود. از آنجا که هر پیوند یگانه معادل با ۱ پیوند و هر پیوند دوگانه معادل با ۲ پیوند شمرده می‌شود، پس می‌توان گفت در این ترکیب مجموعاً ۵۲ پیوند اشتراکی وجود دارد. ساختار مولکول گوگرد تری‌اکسید(SO_3) به‌صورت زیر است:



در ساختار این مولکول نیز ۴ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها برقرار شده است. با توجه به توضیحات داده شده، نسبت میان شمار پیوندها در این دو ماده برابر با ۱۳ می‌شود.

دوازدهم تجربی | ۱۵ آبان‌ماه شیمی

۱- کدام‌یک از مطالب زیر در رابطه با محلول هیدروسیانیک اسید درست است؟

۱) در ساختار هر مولکول از اسید حل شده در این محلول، ۳ پیوند اشتراکی و یک جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.
۲) در شرایط یکسان، رسانایی الکتریکی این محلول آبی در مقایسه با یک نمونه محلول هیدرویدیک اسید، کمتر است.
۳) پس از انحلال مقداری گاز HCN در آب، سرعت تولید یون $CN^-(aq)$ به‌تدریج در محلول، افزایش می‌یابد.
۴) در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، pH این محلول کمتر از محلول هیدروفلوئوریک اسید است.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۸ ـ ۱۲۰۱)

در رابطه با رسانایی انواع مواد، داریم:

- رسانایی الکتریکی
  - نارسانا
    - موادی که توانایی انتقال الکترون و ایجاد جریان الکتریکی را ندارند
    - اغلب نافلزهای جامد و محلول‌های غیرالکترولیت نارسانا هستند
  - نیمه‌رسانا
    - موادی که میزان رسانایی آن‌ها بین مواد رسانا و مواد نارسانا است
  - رسانا
    - رسانای الکترونی
      - رسانایی آن‌ها به‌وسیله جابه‌جایی الکترون‌های لایه ظرفیت انجام می‌شود
    - رسانای یونی
      - رسانایی آن‌ها با جابه‌جایی یون‌ها انجام می‌شود

در محلول‌ها، رسانایی الکتریکی تابعی از مجموع غلظت یون‌های موجود در محلول است. هیدروسیانیک اسید، یک اسید بسیار ضعیف بوده و در محلول آن، مقدار بسیار کمی یون وجود داشته و رسانایی آن بسیار ناچیز است. هیدرویدیک اسید نیز یک اسید قوی بوده و بر اثر یونش هر مول از آن، ۲ مول یون در محلول ایجاد می‌شود، پس می‌توان گفت مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول یک مولار این ماده، برابر با ۲ مول بر لیتر می‌شود. با توجه به توضیحات داده شده، مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول هیدرویدیک اسید، بیشتر از محلول دیگر بوده و این محلول رسانایی بالاتری دارد.

انواع رسانایی

فلزها و گرافیت (مغز مداد) رسانای جریان برق هستند. از آنجا که رسانایی آن‌ها به وسیلهٔ الکترون‌ها انجام می‌شود، به آن‌ها رسانای الکترونی می‌گویند. نوع دیگری از رسانایی نیز وجود دارد که به وسیلهٔ یون‌ها انجام می‌شود و به آن رسانای یونی می‌گویند. این رسانایی هنگامی ایجاد می‌شود که یون‌های موجود در یک ماده بتوانند آزادانه از نقطه‌ای به نقطهٔ دیگر جابه‌جا شوند، زیرا در این شرایط بارهای الکتریکی نیز جابه‌جا خواهند شد؛ مانند محلول سدیم کلرید و یا سدیم کلرید مذاب.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ساختار مولکول HCN به‌صورت زیر است:

$$H-C\equiv N:$$

در ساختار هر مولکول از این ترکیب اسیدی، ۴ پیوند اشتراکی و یک جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

۳) هیدروسیانیک اسید، از جمله اسیدهای بسیار ضعیف (اسیدهایی با ثابت یونش بسیار کوچک) بوده و طی یک فرایند تعادلی در محلول یونش پیدا می‌کند. بر این اساس، پس از انحلال مقداری از گاز HCN در آب، ابتدا واکنش رفت (فرایند یونش هیدروسیانیک اسید که منجر به تولید یون هیدروژن و یون CN^- در محلول می‌شود) با سرعت زیادی انجام شده و به تدریج، سرعت این واکنش کاهش پیدا می‌کند، پس می‌توان گفت در گذر زمان، سرعت تولید یون $CN^-(aq)$ به تدریج در محلول کاهش می‌یابد. در نهایت، سرعت تولید این ماده به صفر رسیده و غلظت آن در محلول ثابت باقی می‌ماند.

انواع واکنش‌ها

واکنش‌ها را به‌طور کلی به دو دسته برگشت‌ناپذیر و برگشت‌پذیر تقسیم‌بندی می‌کنند. در واکنش‌های برگشت‌ناپذیر، فقط واکنش‌دهنده‌ها می‌توانند به فراورده‌ها تبدیل شوند اما مسیر برگشت انجام نمی‌شود. برای مثال، واکنش سوختن متان از جمله واکنش‌های برگشت‌ناپذیر به حساب می‌آید. در نقطه مقابل، واکنش‌های برگشت‌پذیر وجود دارند که در آن‌ها امکان انجام‌شدن واکنش‌های رفت و برگشت به‌صورت هم‌زمان وجود دارد. برای مثال، واکنش تبدیل گاز اوزون به اکسیژن از واکنش‌های برگشت‌پذیر بوده و معادله آن به‌صورت $2O_3(g) \rightleftarrows 3O_2(g)$ است. اگر در واکنش‌های برگشت‌پذیر، واکنش‌های رفت و برگشت به‌صورت هم‌زمان و با سرعت برابر انجام شوند، مقدار فراورده‌ها و واکنش‌دهنده‌ها ثابت مانده و تعادل برقرار می‌شود. در لحظه برقراری تعادل، سرعت تولید هر ماده با سرعت مصرف آن برابر است و به همین خاطر، مقدار هر ماده ثابت می‌ماند. توجه داریم که در لحظه برقراری تعادل، غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها ثابت می‌ماند، اما لزومی به یکسان بودن غلظت این مواد در لحظه تعادل وجود ندارد. در واقع در لحظه برقراری تعادل، غلظت فراورده‌ها می‌تواند بیشتر، برابر و یا کمتر از واکنش‌دهنده‌ها باشد.

۴) ثابت یونش هیدروسیانیک اسید (HCN)، کوچک‌تر از ثابت یونش هیدروفلوئوریک اسید است، پس می‌توان گفت هیدروسیانیک اسید، قدرت اسیدی کمتری داشته و در محلول خود به مقدار کمتری یونیده می‌شود. بر این اساس، در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت محلول‌ها، pH محلول هیدروسیانیک اسید، بیشتر از محلول هیدروفلوئوریک اسید است.

ثابت یونش اسیدی

اسیدهای قوی با انحلال در آب به‌طور کامل یونیده شده و هیچ ذره‌ای از آن‌ها به‌صورت دست‌نخورده باقی نمی‌ماند. برای مثال، درباره هیدروکلریک اسید داریم:

$$HCl(aq) \rightarrow H^+(aq) + Cl^-(aq)$$

این در حالی است که اسیدهای ضعیف طی یک فرایند تعادلی، به‌طور جزئی یونش پیدا می‌کنند و اندک یون‌های حاصل از یونش آن‌ها، با مولکول‌های اسید یونیده نشده، در حالت تعادل قرار می‌گیرند. به‌عنوان مثال، واکنش تعادلی یونش هیدروفلوئوریک اسید را در نظر بگیرید:

$$HF(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + F^-(aq)$$

با قراردادن غلظت تعادلی گونه‌ها در رابطه ثابت تعادل، مقدار K این واکنش به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$K = K_a = \frac{[F^-][H^+]}{[HF]} = \frac{\text{غلظت } H^+ \times \text{غلظت آنیون حاصل از یونش}}{\text{غلظت اسید یونیده نشده}}$$

به ثابت تعادل فرایند یونش اسیدها (K_a)، ثابت یونش اسیدی می‌گویند که یکای آن معادل با $mol.L^{-1}$ است. از ثابت یونش، به‌عنوان معیار مناسبی برای مقایسه قدرت اسیدها و بازها استفاده می‌شود. هرچه مقدار ثابت یونش برای یک ماده اسیدی یا بازی بزرگ‌تر باشد، آن ماده به هنگام انحلال در آب، به مقدار بیشتری یونش یافته و قدرت بالاتری دارد.

ماز

۲- در واکنش تولید ۵۲/۸ گرم از نوعی صابون با استفاده از یک اسید چرب، مقدار ۲ لیتر محلول سود با $pH = ۱۳$ مصرف شده است. جرم مولی صابون حاصل از این فرایند، برابر با چند گرم بر مول است؟

۱) ۵۲۸ ۲) ۲۶۴ ۳) ۵۵۶ ۴) ۲۷۸

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مسئله ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳۰ ـ ۱۲۰۱)

برای حل این سؤال، باید مراحل زیر را طی کنیم:

گام اول: محاسبه غلظت یون هیدروکسید موجود در محلول بازی

گام دوم: محاسبه مقدار مول باز مصرف شده

گام سوم: به‌دست آوردن جرم مولی صابون تولید شده

صابون‌ها ($RCOONa$) را از واکنش میان اسیدهای چرب با محلول سدیم هیدروکسید می‌توان به‌دست آورد. معادله این واکنش به‌صورت روبه‌رو است:

$$RCOOH(s) + NaOH(aq) \rightarrow RCOONa(s) + H_2O(l)$$

تولید صابون

به نمک سدیم اسیدهای چرب بلند زنجیر، صابون گفته می‌شود. در واقع اگر به جای اتم هیدروژن موجود در ساختار گروه کربوکسیل اسیدهای چرب، کاتیون Na^+ قرار داده شود، صابون جامد یا همان نمک سدیم اسیدهای چرب به‌دست می‌آید. صابون‌ها را بر اثر گرما دادن روغن‌های گیاهی یا جانوری مانند روغن زیتون، روغن نارگیل، دنبه و پیه گوسفند در حضور سدیم هیدروکسید (محلول سود) تهیه می‌کنند. به این فرایند، اصطلاحاً واکنش صابونی‌شدن گفته می‌شود. اسیدهای چرب نیز به طریق مشابه با محلول سدیم هیدروکسید واکنش داده و سبب تولید پاک‌کننده‌های صابونی و مولکول‌های آب می‌شوند. توجه داریم که پاک‌کننده‌های صابونی، خاصیت بازی دارند و به همین خاطر، pH مخلوط آب و صابون بیشتر از ۷ است. مزه تلخ صابون را هم می‌توان به همین خاصیت بازی آن نسبت داد.

مطابق با معادله این واکنش، به ازای مصرف هر مول سود $(NaOH)$، یک مول صابون به‌عنوان فراورده تولید می‌شود. در قدم اول، باید مقدار مول سود مصرف شده در این واکنش شیمیایی را محاسبه کنیم. برای محاسبه غلظت این محلول با استفاده از روش کتاب درسی، داریم:

$$[H^+] = ۱۰^{-pH} \Longrightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱۳}\ mol.L^{-۱}$$

$$[H^+][OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \Longrightarrow ۱۰^{-۱۳} \times [OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \Longrightarrow [OH^-] = ۱۰^{-۱} \Longrightarrow [NaOH] = ۱۰^{-۱}\ mol.L^{-۱}$$

البته، غلظت باز را به‌طور مستقیم نیز می‌توانیم محاسبه کنیم. در این رابطه، داریم:

$$[OH^-] = ۱۰^{pH-۱۴} = ۱۰^{۱۳-۱۴} = ۱۰^{-۱}\ mol.L^{-۱} \xrightarrow{\text{سود یک باز قوی بوده و درجه یونش آن برابر یک است}} [NaOH] = ۱۰^{-۱}\ mol.L^{-۱}$$

غلظت یون هیدروکسید در محلول‌های بازی

در محلول‌های بازی، غلظت یون هیدروکسید، بیشتر از یون هیدرونیوم است. برای محاسبه pH این محلول‌ها، ابتدا باید غلظت یون هیدروکسید را به‌دست بیاوریم و پس از آن، به کمک رابطه $K_W = [OH^-] \times [H^+]$، غلظت یون هیدروژن را محاسبه کنیم. در مرحله آخر نیز با توجه به غلظت یون هیدروژن، pH را محاسبه می‌کنیم. اگر محلول مربوط به یک باز قوی یک ظرفیتی باشد، مقدار α برای آن باز برابر یک بوده و غلظت یون هیدروکسید در این محلول، با غلظت باز حل‌شده(M) برابر است. بر این اساس، داریم:

$$[OH^-] = M$$

برای محاسبه غلظت OH^- در محلولی از یک باز ضعیف با غلظت مولی M و درجه یونش α، می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$[OH^-] = M.\alpha$$

به‌جز رابطه بالا، به کمک مفهوم pOH هم می‌توانیم مقدار pH محلول‌های بازی را محاسبه کنیم. در واقع، pOH مفهومی مشابه به pH داشته و برای محاسبه مقدار آن، کافی است از غلظت یون هیدروکسید در محلول، منفی لگاریتم بگیریم. داریم:

$$pOH = -\log[OH^-]$$

در قدم بعد، به راحتی pH محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$pH + pOH = ۱۴$$

با توجه به غلظت سدیم هیدروکسید (سود)، مقدار مول صابون تولید شده در این فرایند را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ mol\ RCOONa = ۲\ L\ \text{محلول سود} \times \frac{۰/۱\ mol\ NaOH}{۱\ L\ \text{محلول سود}} \times \frac{۱\ mol\ RCOONa}{۱\ mol\ NaOH} = ۰/۲\ mol$$

طی این فرایند، ۰/۲ مول صابون تولید شده است که جرم آن برابر با ۵۲/۸ گرم شده است. بر این اساس، می‌توان جرم مولی صابون را محاسبه کرد. در این رابطه، داریم:

$$\text{مقدار مول صابون} = \frac{\text{جرم صابون}}{\text{جرم مولی صابون}} \Longrightarrow ۰/۲\ mol\ RCOONa = \frac{۵۲/۸\ g\ RCOONa}{x\ g.mol^{-۱}} \Longrightarrow x = ۲۶۴\ g.mol^{-۱}$$

ماز

۳- پرکلریک اسید با فرمول شیمیایی $HClO_۴$، یکی از قوی‌ترین اسیدهای تک‌پروتون‌دار است. برای اینکه pH یک نمونه محلول استیک اسید با pH محلول ۲۰۱ میلی‌گرم بر لیتر پرکلریک اسید برابر شود، تقریباً باید چند مول استیک اسید را در ۸ لیتر محلول آن حل کنیم؟ (ثابت یونش استیک اسید برابر با ۲×۱۰^{-۵} مول بر لیتر است. $Cl = ۳۵/۵ , O = ۱۶ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۸ ۴) ۱/۶

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمانبر ـ صفحهٔ ۲۸ ـ ۱۲۰۱)

برای حل این سؤال، باید مراحل زیر را طی کنیم:

کام اول: محاسبه غلظت یون هیدروژن موجود در محلول پرکلریک اسید

کام دوم: محاسبه غلظت یون هیدروژن در محلول استیک اسید

کام سوم: به‌دست آوردن غلظت استیک اسید در محلول این ماده

کام چهارم: محاسبه مقدار مول استیک اسید در محلول

پرکلریک اسید با فرمول شیمیایی $HClO_4$، یکی از قوی‌ترین اسیدهای تک‌پروتون‌دار است، پس درجه یونش اسید در محلول این ماده برابر با یک بوده و تمام ذرات اسیدی وارد شده به محلول، به‌طور کامل یونش پیدا می‌کنند. در قدم اول، باید غلظت مولی این محلول را محاسبه کنیم. طبق فرض سؤال، محلول ۲۰۱ میلی‌گرم بر لیتر پرکلریک اسید را در اختیار داریم، پس در هر لیتر از این محلول ۲۰۱ میلی‌گرم اسید حل شده است. مقدار مول اسید حل شده در هر لیتر از این محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,HClO_4 = ۲۰۱\,mg\,HClO_4 \times \frac{۱\,g\,HClO_4}{۱۰۰۰\,mg\,HClO_4} \times \frac{۱\,mol\,HClO_4}{۱۰۰/۵\,g\,HClO_4} = ۰/۰۰۲\,mol$$

بنابراین در هر لیتر از این محلول، ۰/۰۰۲ مول اسید حل شده است، پس غلظت اسید برابر با ۰/۰۰۲ مول بر لیتر است. بر این اساس، داریم:

$$[H^+] = M \times \alpha = (۲ \times ۱۰^{-۳}) \times ۱ = ۲ \times ۱۰^{-۳}\,mol.L^{-۱}$$

غلظت یون هیدروژن در محلول‌های اسیدی

در محلول اسیدهای قوی، کل مولکول‌های اسید یونش پیدا می‌کنند. برای مثال، در رابطه با محلول هیدروکلریک اسید داریم:

$$HCl(aq) \rightarrow H^+(aq) + Cl^-(aq) \qquad \Rightarrow \qquad \left[H^+_{\text{در محلول نهایی}}\right] = \left[HCl_{\text{در محلول اولیه}}\right]$$

این در حالی است که در محلول اسیدهای ضعیف، فقط مقدار کمی از مولکول‌های حل‌شده یونش پیدا می‌کنند و شمار زیادی از مولکول‌ها، به‌صورت دست‌نخورده باقی می‌مانند. برای مثال، در رابطه با محلول هیدروفلوئوریک اسید داریم:

$$HF(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + F^-(aq) \qquad \Rightarrow \qquad \left[H^+_{\text{در محلول نهایی}}\right] < \left[HF_{\text{در محلول اولیه}}\right]$$

اگر محلول موردنظر مربوط به یک اسید قوی باشد، مقدار α برای آن اسید برابر یک بوده و غلظت یون هیدروژن در این محلول، با غلظت اسید حل‌شده در آن (M) برابر است. بر این اساس، داریم:

$$[H^+] = M$$

در نقطه مقابل، برای محاسبه غلظت یون هیدروژن در محلولی از یک اسید ضعیف تک‌پروتون‌دار با غلظت مولی M و درجه یونش α، می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$[H^+] = M.\alpha$$

طبق فرض سؤال، مقدار pH یک نمونه محلول استیک اسید با pH محلول پرکلریک اسید برابر شده است، پس غلظت یون هیدروژن در این دو محلول با یکدیگر برابر است. بر این اساس، غلظت محلول استیک اسید (M) را محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+] = \sqrt{K_a \times M} \Longrightarrow ۲ \times ۱۰^{-۳}\,mol.L^{-۱} = \sqrt{(۲ \times ۱۰^{-۵}) \times M} \Longrightarrow M = ۰/۲\,mol.L^{-۱}$$

غلظت محلول استیک اسید برابر با ۰/۲ مول بر لیتر است، پس در ۸ لیتر از این محلول اسیدی باید ۱/۶ مول اسید حل کنیم. در این رابطه داریم:

$$?\,mol\,CH_۳COOH = ۸\,L\,\text{محلول} \times \frac{۰/۲\,mol\,CH_۳COOH}{۱\,L\,\text{محلول}} = ۱/۶\,mol$$

اسیدهای آلی

دو عضو اول خانواده کربوکسیلیک اسیدها، فورمیک اسید و استیک اسید هستند. ثابت یونش و در نتیجه قدرت اسیدی فورمیک اسید بیشتر از استیک اسید می‌باشد. پس در محلول‌های این دو با غلظت اولیه برابر، مقدار بیشتری از فورمیک اسید (ساده‌ترین اسید آلی) یونش یافته و غلظت اسید یونش‌نیافته در محلول آن کمتر است. مقایسه قدرت اسیدهای مطرح‌شده در کتاب درسی به‌صورت زیر است:

$$HCN < H_۲CO_۳ < CH_۳COOH < HCOOH < HNO_۲ < HF << HNO_۳ < H_۲SO_۴ < HCl < HBr < HI$$

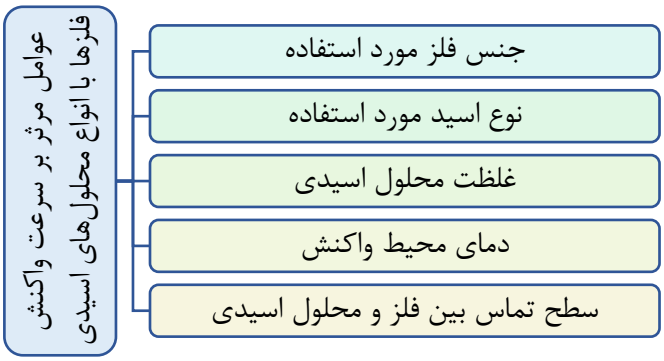
به‌طور کلی در میان کربوکسیلیک اسیدها، با افزایش شمار اتم‌های کربن، قدرت اسیدی کاهش می‌یابد.

۴- در دمای اتاق، محلولی از استیک اسید با غلظت ۰/۲ مول بر لیتر در اختیار داریم. با فرض اینکه با کاهش دما، ثابت یونش این اسید در محلول مورد نظر کاهش پیدا کند، کدام تغییر زیر منجر به افزایش سرعت واکنش محلول مورد نظر با فلز منیزیم می‌شود؟

۱) رساندن دمای محلول به ۱۰ درجه سلسیوس
۲) انحلال مقداری گاز هیدروژن کلرید در محلول
۳) استفاده از هیدروسیانیک اسید به‌جای استیک اسید
۴) افزودن مقداری آب خالص به محلول مورد نظر

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۸ ـ ۱۲۰۱)

سرعت واکنش فلزهای مختلف با محلول‌های اسیدی، به جنس فلز، نوع اسید، غلظت محلول اسیدی و دمای محیط واکنش بستگی دارد.



معادله واکنش یون هیدروژن موجود در محلول‌های اسیدی با فلز منیزیم به‌صورت زیر است:

$$۲H^+(aq) + Mg(s) \rightarrow H_۲(g) + Mg^{۲+}(aq)$$

غلظت، یکی از عوامل مؤثر بر سرعت واکنش‌ها است. با انحلال مقداری گاز هیدروژن کلرید در محلول استیک اسید اولیه، غلظت یون هیدروژن در محلول افزایش یافته و به دنبال آن، سرعت انجام این واکنش شیمیایی و سرعت تولید گاز هیدروژن افزایش پیدا می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) دمای اتاق، معادل با ۲۵ درجه سلسیوس است. با کاهش دما و رساندن دمای محلول به ۱۰ درجه سلسیوس، مقدار ثابت یونش اسید مورد نظر کاهش پیدا کرده و بر این اساس، غلظت یون هیدروژن در محلول کاهش پیدا می‌کند. با کاهش غلظت یون هیدروژن، سرعت انجام واکنش میان اسید با فلز منیزیم نیز کاهش پیدا خواهد کرد.

۳) هیدروسیانیک اسید، در مقایسه با استیک اسید، قدرت اسیدی کمتری داشته و غلظت یون هیدروژن در محلول آن کمتر از محلول استیک اسید است، پس با استفاده از هیدروسیانیک اسید به‌جای استیک اسید، سرعت انجام واکنش مورد نظر کاهش پیدا می‌کند.

۴) با افزودن مقداری آب خالص به محلول مورد نظر، غلظت اسید در این محلول کاهش یافته و بر این اساس، سرعت انجام واکنش میان اسید با فلز منیزیم نیز کاهش پیدا خواهد کرد.

ماز

۵- کدام‌یک از مطالب زیر درست است؟

۱) سرکه، محلول آبی یک اسید ضعیف بوده و غلظت گونه‌های موجود در محلول این اسید، در شرایط معین، ثابت است.
۲) در شرایط استاندارد، حاصل‌ضرب غلظت مولی یون‌های OH^- و H^+ در محلول‌های آبی برابر $۱۰^{-۱۴}$ است.
۳) با انحلال مقداری از پاک‌کننده‌های صابونی در آب خالص، غلظت یون هیدروکسید در آب کاهش می‌یابد.
۴) آهک، نوعی ترکیب یونی بوده و برای افزایش میزان اسیدی بودن خاک، به آن آهک می‌افزایند.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۸ ـ ۱۲۰۱)

سرکه، محلولی از استیک اسید (اتانوئیک اسید) در آب است. به‌طور کلی، اسیدهای قوی را می‌توان محلولی شامل یون‌های آب پوشیده دانست، به‌طوری‌که در آن‌ها تقریباً مولکول‌های یونیده نشده یافت نمی‌شود. در نقطه مقابل، در محلول اسیدهای ضعیف افزون بر اندک یون‌های آب پوشیده، مولکول‌های اسید یونیده نشده نیز یافت می‌شوند. برای نمونه، در محلول سرکه شمار ناچیزی از یون‌های آب‌پوشیده (یون‌های استات و هیدروژن)، هم‌زمان با شمار زیادی از مولکول‌های استیک اسید یونیده نشده حضور دارند. یافته‌های تجربی نشان می‌دهند که در شرایط معین، غلظت همه گونه‌های موجود در محلول این اسید، همانند دیگر اسیدهای ضعیف ثابت است.

اسیدهای آلی

کربوکسیلیک اسیدها، گروهی از مواد آلی با گروه عاملی کربوکسیل هستند که در دسته اسیدهای ضعیف قرار می‌گیرند. به هنگام انحلال این مواد در آب، هیدروژن موجود در گروه کربوکسیل می‌تواند به شکل یون هیدرونیوم وارد محلول شود. با جدا شدن یون هیدروژن از کربوکسیلیک اسیدها، یک آنیون ایجاد می‌شود که نام آن بر وزن (آلکانوات) خواهد بود. توجه داریم که اسیدهای موجود در سرکه سیب، انگور، ریواس و مرکبات مانند پرتقال و لیمو از اسیدهای آلی خوراکی و ضعیف هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) در شرایط اتاق (دمای ۲۵°C که معادل با دمای ۲۹۸ کلوین است)، حاصل‌ضرب غلظت مولی یون‌های OH^- و H^+ در محلول‌های آبی برابر 10^{-14} است. این در حالی است که در شرایط استاندارد (دمای صفر درجهٔ سانتی‌گراد) و یا دمای بدن انسان (دمای ۳۷°C)، حاصل‌ضرب غلظت مولی یون‌های OH^- و H^+ برابر با 10^{-14} نمی‌شود.

۳) صابون‌ها از جمله مواد بازی بوده و موجب افزایش pH محلول می‌شوند. همانند صابون، پاک‌کننده‌های غیرصابونی نیز در آب از خود خاصیت بازی نشان می‌دهند و باز آرنیوس به شمار می‌روند. بر این اساس، می‌توان گفت با انحلال مقداری از پاک‌کننده‌های صابونی در آب خالص، غلظت یون هیدروکسید در آب افزایش و غلظت یون هیدروژن در آب کاهش می‌یابد.

۴) آهک یا همان کلسیم اکسید (CaO) با حل شدن در آب خصلت بازی از خود نشان می‌دهد، بنابراین می‌تواند برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک استفاده شود. به عبارت دیگر، می‌توان گفت کلسیم اکسید یک اکسید فلزی با خاصیت بازی است.

۶- اگر مجموع مقدار مول یون‌ها در محلول حاصل از حل کردن مقداری فورمیک اسید($K_a = ۱/۸ \times ۱۰^{-۴} mol.L^{-۱}$) در ۴۰۰ میلی‌لیتر آب در دمای معین برابر ۰/۰۱۲ مول باشد، pH محلول و جرم تقریبی فورمیک اسید حل شده در محلول به‌ترتیب کدام است؟ (از تغییر حجم محلول صرف‌نظر کنید. $g.mol^{-۱}$: $O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱$)

۱) ۲۹/۲ – ۱/۲ ۲) ۲۲/۷ – ۱/۲ ۳) ۲۹/۲ – ۱/۸ ۴) ۲۲/۷ – ۱/۸

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ زمانبر ـ صفحهٔ ۲۸ ـ ۱۲۰۱)

برای حل این سؤال، باید مراحل زیر را طی کنیم:

گام اول: محاسبه مجموع غلظت یون‌ها در محلول فورمیک اسید

گام دوم: محاسبه غلظت یون هیدروژن و به‌دست آوردن pH محلول

گام سوم: به‌دست آوردن غلظت فورمیک اسید با توجه به ثابت یونش آن

گام چهارم: محاسبه جرم فورمیک اسید حل شده در محلول

فورمیک اسید، یک اسید ضعیف به شمار می‌رود. این اسید، به هنگام گزش مورچه وارد بدن شده و سبب ایجاد حس سوزش می‌شود. واکنش یونش فورمیک اسید در آب به‌صورت زیر است:

$$HCOOH(aq) + H_۲O(l) \leftrightarrows H_۳O^+(aq) + HCOO^-(aq)$$

طبق فرض سؤال، مجموع مقدار مول یون‌ها در محلول حاصل از حل کردن اسید برابر با ۰/۰۱۲ مول و حجم محلول نیز برابر با ۴۰۰ میلی‌لیتر (معادل با ۰/۴ لیتر) است. بر این اساس، داریم:

$$\text{مجموع غلظت مولی یون‌ها} = \frac{\text{مجموع مقدار مول یون‌ها}}{\text{حجم محلول}} = \frac{۰/۰۱۲\ mol}{۰/۴\ L} = ۰/۰۳\ mol.L^{-۱}$$

طی این فرایند، دو یون ناهمنام با ضریب یکسان تولید شده است. بر این اساس، می‌توان گفت در محلول ایجاد شده طی این فرایند، غلظت مولی یون‌های $H_۳O^+$ و $HCOO^-$ با هم برابر است و با توجه به داده‌های سؤال، مجموع غلظت مولی این یون‌ها برابر با $۰/۰۳\ mol.L^{-۱}$ است؛ در نتیجه داریم:

$$[H_۳O^+] = \frac{۰/۰۳}{۲} mol.L^{-۱} = ۰/۰۱۵\ mol.L^{-۱}$$

$$pH = -log\ ۰/۰۱۵ = -log\ (۳ \times ۵ \times ۱۰^{-۳}) = -log\ ۳ - log\ ۵ + ۳ = -۰/۵ - ۰/۷ + ۳ = ۱/۸$$

با توجه به رابطهٔ ثابت یونش اسید مورد نظر، می‌توانیم بنویسیم:

$$K_a = \frac{[H_۳O^+][HCOO^-]}{[HCOOH]} = \frac{[H_۳O^+]^۲}{M - [H_۳O^+]} = \frac{(۰/۰۱۵)^۲}{M - ۰/۰۱۵} = ۱/۸ \times ۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow ۲۲۵ \times ۱۰^{-۶} = ۱/۸ \times ۱۰^{-۴} M - ۲/۷ \times ۱۰^{-۶}$$

$$\Longrightarrow M = \frac{۲۲۵ \times ۱۰^{-۶} + ۲/۷ \times ۱۰^{-۶}}{۱/۸ \times ۱۰^{-۴}} \simeq ۱/۲۳۷\ mol.L^{-۱}$$

در نهایت جرم دقیق فورمیک اسید حل شده در محلول را به‌دست می‌آوریم:

$$?\ g\ HCOOH = ۴۰۰\ mL\ \text{محلول} \times \frac{۱\ L\ \text{محلول}}{۱۰۰۰\ mL\ \text{محلول}} \times \frac{۱/۲۳۷\ mol\ HCOOH}{۱\ L\ \text{محلول}} \times \frac{۴۶\ g\ HCOOH}{۱\ mol\ HCOOH} \simeq ۲۲/۷۷\ g$$

البته چون درجه یونش فورمیک اسید در محلول مورد نظر خیلی کوچک است، با استفاده از رابطه زیر نیز می‌توانستیم مقدار اسید حل شده در محلول را محاسبه کنیم:

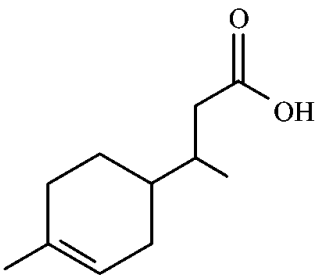
$$[H^+] = \sqrt{K_a \times M} \Longrightarrow ۰/۰۱۵ = \sqrt{۱/۸ \times ۱۰^{-۴} \times M} \Longrightarrow M = ۱/۲۵\ mol.L^{-۱}$$

$$?\ g\ HCOOH = ۴۰۰\ mL\ \text{محلول} \times \frac{۱\ L\ \text{محلول}}{۱۰۰۰\ mL\ \text{محلول}} \times \frac{۱/۲۵\ mol\ HCOOH}{۱\ L\ \text{محلول}} \times \frac{۴۶\ g\ HCOOH}{۱\ mol\ HCOOH} = ۲۳\ g$$

توجه داریم که جرم اسید محاسبه شده با این روش، به‌صورت تقریبی است.

باز

۷- محلول ۱۵ لیتری از اسید مقابل با $pH = ۴$ در اختیار داریم. اگر ثابت یونش اسیدی این ماده برابر با ۲×۱۰^{-۷} باشد، برای اینکه مقدار pH محلول مورد نظر به اندازه ۰/۳ واحد کاهش پیدا کند، باید چند گرم از این ماده را در محلول حل کنیم؟ (از تغییر حجم محلول صرف‌نظر کنید.)



$(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲۰۴/۲۵
۲) ۴۰۹/۵
۳) ۴۰/۹۵
۴) ۸۱/۹

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمانبر ـ صفحهٔ ۲۸ ـ ۱۲۰۱)

این سؤال، به سبک یکی از سؤالات کنکور چند سال اخیر تألیف شده است. برای حل این سؤال، باید مراحل زیر را طی کنیم:

گام اول: به‌دست آوردن غلظت یون هیدروژن در محلول اسیدی اولیه

گام دوم: محاسبه میزان تغییر غلظت اسید برای کاهش ۰/۳ واحد pH

گام سوم: به‌دست فرمول شیمیایی اسید مصرف شده در این فرایند

گام چهارم: محاسبه جرم اسید جدید حل شده در محلول ۱۵ لیتری

در قدم اول، با توجه به pH محلول، غلظت مولی یون هیدروژن را در ابتدای این فرایند محاسبه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$[H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۴} = ۱۰^{-۴}\ mol.L^{-۱}$$

روابط مهم اسید و باز

برای محاسبه غلظت یون هیدروژن در یک محلول اسیدی با ثابت یونش K_a، غلظت M مولار و درجه یونش α، می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$[H_۳O^+] = \sqrt{K_a.M.(۱-\alpha)}$$

اگر مقدار درجه یونش برای یک اسید کوچک‌تر از ۰/۰۵ باشد (اسید مورد نظر خیلی ضعیف باشد) و یا این‌که مقدار $\frac{K_a}{M}$ برای آن اسید کوچک‌تر از ۰/۰۰۲۵ باشد، می‌توانیم مقدار $۱-\alpha$ را با تقریب برابر با عدد ۱ در نظر بگیریم. در این شرایط، مقدار ثابت یونش و غلظت یون هیدروژن را می‌توانیم به کمک روابط زیر به‌دست آورد:

$$K_a = M.\alpha^۲ \qquad [H^+] = \sqrt{K_a.M}$$

با توجه به روابط بالا، برای اسیدهای ضعیفی که $\alpha < ۰/۰۵$ دارند، مقدار توان دوم درجه یونش اسید با مقدار ثابت یونش آن اسید رابطه مستقیم و با غلظت اسید، رابطه عکس دارد. پس داریم:

$$\alpha^۲ \propto K_a \propto \frac{۱}{M}$$

با توجه به غلظت یون هیدروژن، غلظت اسید را در محلول اولیه محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+] = \sqrt{K_a \times M} \Longrightarrow ۱۰^{-۴}\, mol.L^{-۱} = \sqrt{(۲ \times ۱۰^{-۷}) \times M} \Longrightarrow M = ۰/۰۵\, mol.L^{-۱}$$

با افزودن اسید به محلول، مقدار pH به اندازه ۰/۳ واحد کاهش یافته و از ۴ به ۳/۷ رسیده است. بر این اساس، غلظت یون هیدروژن موجود در محلول نهایی را محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۳/۷} = ۱۰^{۰/۳} \times ۱۰^{-۴} = ۲ \times ۱۰^{-۴}\, mol.L^{-۱}$$

با توجه به محاسبات بالا، طی این فرایند غلظت یون هیدروژن در محلول مورد نظر ۲ برابر شده است. غلظت اسید را در محلول نهایی حاصل از این فرایند، محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+] = \sqrt{K_a \times M} \Longrightarrow ۲ \times ۱۰^{-۴}\, mol.L^{-۱} = \sqrt{(۲ \times ۱۰^{-۷}) \times M} \Longrightarrow M = ۰/۲\, mol.L^{-۱}$$

بر این اساس، می‌توان گفت طی این فرایند غلظت اسید از ۰/۰۵ مول بر لیتر، به اندازه ۰/۱۵ مول بر لیتر افزایش یافته و به ۰/۲ مول بر لیتر رسیده است. به عبارت دیگر، در هر لیتر از این محلول مقدار ۰/۱۵ مول اسید حل شده است. اسید مورد نظر، در ساختار مولکولی خود دارای ۱۱ اتم کربن، یک حلقه و دو پیوند اشتراکی دوگانه است. فرمول شیمیایی این ماده، به‌صورت $C_{۱۱}H_{۱۸}O_۲$ است. بر این اساس، داریم:

$$?\, g\, C_{۱۱}H_{۱۸}O_۲ = ۱۵\, L \text{ محلول} \times \frac{۰/۱۵\, mol\, C_{۱۱}H_{۱۸}O_۲}{۱\, L \text{ محلول}} \times \frac{۱۸۲\, g\, C_{۱۱}H_{۱۸}O_۲}{۱\, mol\, C_{۱۱}H_{۱۸}O_۲} = ۴۰۹/۵\, g$$

البته، این سؤال یک راه حل خیلی خفن دیگه هم داشت! به روابط زیر در رابطه با اسیدهای ضعیف دقت کنید:

$$K_a = M.\alpha^۲ \qquad [H^+] = M.\alpha$$

می‌دانیم که مقدار ثابت یونش یک اسید، در دمای ثابت همواره یک عدد ثابت بوده و با تغییر غلظت اسید، دچار تغییر نمی‌شود. با توجه به دو رابطه بالا، اگر غلظت یک اسید ضعیف در محلول آن ۴ برابر شود، درجه یونش اسید $\frac{۱}{۲}$ برابر شده و بر این اساس، غلظت یون هیدروژن در محلول مورد نظر ۲ برابر می‌شود. با ۲ برابر شدن غلظت یون هیدروژن، pH محلول ۰/۳ واحد کاهش پیدا می‌کند. برای حل این سؤال، کافی بود جرم اولیه اسید حل شده در محلول را محاسبه کنیم. اگر ۳ برابر جرم اسید اولیه موجود در محلول، اسید جدید به آن اضافه کنیم، غلظت اسید ۴ برابر شده و pH محلول ۰/۳ واحد کاهش پیدا می‌کند.

ماز

۸- کدام موارد از عبارت‌های داده شده، درست هستند؟

الف ـ در شرایط یکسان، شمار یون‌های هیدروکسید در محلول هیدروسیانیک اسید از محلول آبی نیتروواسید کمتر است.

ب ـ باران اسیدی حاوی نیتریک اسید و سولفوریک اسید است، در حالی که باران‌های معمولی فاقد این مواد هستند.

ج ـ دی‌نیتروژن پنتاکسید در دمای اتاق حالت گاز داشته و با انحلال هر مول از آن در آب، ۴ مول یون تولید می‌شود.

د ـ یون هیدروکسید، یک یون چنداتمی بوده و خاصیت بازی محلول‌ها با غلظت آن رابطه مستقیم دارد.

۱) «الف» و «ج»　　۲) «الف» و «د»　　۳) «ب» و «ج»　　۴) «ب» و «د»

پاسخ: گزینه ۴　　**(آسان ـ مفهومی و حفظی ـ سریع ـ صفحهٔ ۳۰ ـ ۱۲۰۱)**

عبارت‌های (ب) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) ثابت یونش هر اسید، قدرت آن ماده برای یونش در محلول و تولید یون هیدروژن را نشان می‌دهد. ثابت یونش نیتروواسید، در مقایسه با هیدروسیانیک اسید بزرگ‌تر است؛ در نتیجه در شرایط یکسان از نظر دمای محیط و غلظت اسیدها، غلظت مولی یون هیدروکسید در محلول آبی هیدروسیانیک اسید بیشتر بوده و غلظت مولی یون هیدروژن در این محلول کمتر است.

اسیدهای قوی و ضعیف

به نکات زیر درباره اسیدهای قوی و ضعیف توجه کنید:

☆ نکتهٔ ۱: هیدرویدیک اسید($HI(aq)$)، هیدروبرمیک اسید($HBr(aq)$)، هیدروکلریک اسید($HCl(aq)$) و سولفوریک اسید($H_2SO_4(aq)$)، اسیدهای قوی با ثابت‌های یونش بسیار بزرگ هستند؛ بنابراین معادلهٔ یونش آن‌ها در آب یک‌طرفه است. به عبارت دیگر، این اسیدها درجه یونش برابر با ۱ دارند. معادله یونش این اسیدها به‌صورت زیر است:

$$HBr(aq) \longrightarrow H^+(aq) + Br^-(aq) \qquad HI(aq) \longrightarrow H^+(aq) + I^-(aq)$$
$$H_2SO_4(aq) \longrightarrow H^+(aq) + HSO_4^-(aq) \qquad HCl(aq) \longrightarrow H^+(aq) + Cl^-(aq)$$

توجه داریم که هر دو مرحله یونش سولفوریک اسید در محلول این ماده، طبق شکل کتاب درسی باید کامل در نظر گرفته شود. بر این اساس، هر مول سولفوریک اسید، ۲ مول یون هیدروژن در محلول خود آزاد می‌کند.

☆ نکتهٔ ۲: نیتریک اسید برخلاف نیترواسید، یک اسید قوی با ثابت یونش بزرگ است و معادلهٔ یونش آن در آب یک‌طرفه است. معادله زیر، فرایند یونش این اسید را در آب نشان می‌دهد:

$$HNO_3(aq) \longrightarrow H^+(aq) + NO_3^-(aq)$$

☆ نکتهٔ ۳: هیدروفلوئوریک اسید($HF(aq)$)، نیترواسید($HNO_2(aq)$)، فورمیک اسید($HCOOH(aq)$)، استیک اسید($CH_3COOH(aq)$)، کربنیک اسید($H_2CO_3(aq)$) و هیدروسیانیک اسید($HCN(aq)$)، اسیدهای ضعیف با ثابت یونش کوچک هستند و فرایند یونش آن‌ها در آب یک واکنش تعادلی است. معادله یونش این اسیدها به‌صورت زیر است:

$$HNO_2(aq) \leftrightharpoons H^+(aq) + NO_2^-(aq) \qquad HF(aq) \leftrightharpoons H^+(aq) + F^-(aq)$$
$$CH_3COOH(aq) \leftrightharpoons H^+(aq) + CH_3COO^-(aq) \qquad HCOOH(aq) \leftrightharpoons H^+(aq) + HCOO^-(aq)$$
$$HCN(aq) \leftrightharpoons H^+(aq) + CN^-(aq) \qquad H_2CO_3(aq) \leftrightharpoons H^+(aq) + HCO_3^-(aq)$$

در رابطه با اسیدهای گفته شده، مقایسهٔ زیر را به خاطر بسپارید:

$$\text{قدرت اسیدی } (K_a): HF > HNO_2 > HCOOH > CH_3COOH > H_2CO_3 > HCN$$

☆ نکتهٔ ۴: در شرایط یکسان، هر چه قدرت اسیدی(ثابت یونش) یک اسید بزرگ‌تر باشد، غلظت مولی یون هیدرونیوم در محلول آبی آن اسید بیشتر و در نتیجه غلظت مولی یون هیدروکسید در محلول آن کمتر است. به علاوه در محلول اسید با ثابت یونش بزرگ‌تر، غلظت مولی یون‌ها و در نتیجه رسانایی الکتریکی محلول نیز بیشتر خواهد بود.

ب) باران‌های اسیدی حاوی نیتریک اسید و سولفوریک اسید هستند، در حالی که باران‌های معمولی حاوی کربنیک اسید هستند. هرچند که pH باران‌های اسیدی کمتر از باران‌های معمولی است، اما هر دو نمونه از آب این باران‌ها pH کوچک‌تر از ۷ دارند.

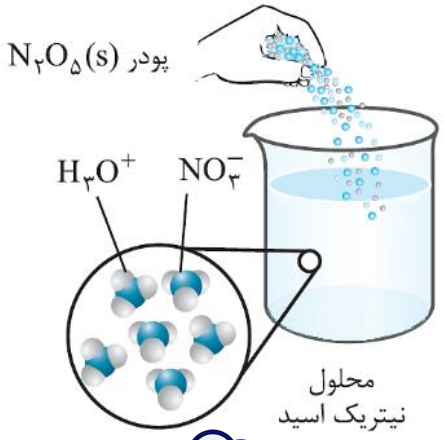
باران اسیدی

در آب باران معمولی، مقداری گاز CO_2 حل شده و کربنیک اسید(H_2CO_3) را به وجود می‌آورد. به خاطر وجود این ماده، آب باران معمولی خاصیت اسیدی پیدا می‌کند، اما میزان اسیدی‌بودن آن به حدی نیست که به جانداران آسیبی برساند. در مناطق صنعتی، مقداری از گازهای SO_3 و اکسیدهای نیتروژن در آب باران حل شده و سولفوریک اسید و نیتریک اسید تولید می‌شوند. به خاطر وجود این مواد، آب باران در مناطق صنعتی خاصیت اسیدی پیدا کرده و pH آن کم‌تر از ۷ است. این باران، به محیط زیست آسیب می‌رساند.

ج) حالت فیزیکی N_2O_5 در دمای اتاق، جامد است و از حل شدن یک مول از آن در آب، ۴ مول یون تولید می‌شود. معادله واکنش انجام شده به هنگام انحلال این ماده به‌صورت زیر است:

$$N_2O_5(s) + H_2O(l) \rightarrow 2H^+(aq) + 2NO_3^-(aq)$$

تصویر زیر نیز نمایی از فرایند انحلال این ماده و تولید نیتریک اسید را نشان می‌دهد:



www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

د) مواد و ترکیب‌هایی که با حل شدن در آب، غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید را افزایش می‌دهند، به‌ترتیب اسید و باز آرنیوس هستند. در واقع رفتار اسید و باز آرنیوس را بر مبنای تغییر غلظت یون‌های هیدروژن و هیدروکسید توضیح می‌دهند. در چنین شرایطی، هرچه غلظت یون هیدروکسید در یک محلول بیشتر باشد، خاصیت بازی آن محلول نیز بیشتر خواهد بود.

تاز

۹- مقدار ۱۱/۲ لیتر گاز هیدروژن فلوئورید را در شرایط استاندارد در مقداری آب حل کرده و حجم محلول را به ۵ لیتر می‌رسانیم. اگر از هر ۵۰ مولکول اسیدی، یک مولکول یونش یافته باشد، pH این محلول چقدر می‌شود؟

۱) ۱/۳ ۲) ۲/۳ ۳) ۱/۷ ۴) ۲/۷

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۸ ـ ۱۲۰۱)

برای حل این سؤال، باید مراحل زیر را طی کنیم:

گام اول: به‌دست آوردن مقدار مول گاز هیدروژن فلوئورید حل شده

گام دوم: محاسبه غلظت هیدروفلوئوریک اسید در محلول

گام سوم: به‌دست آوردن غلظت یون هیدروژن حاصل از یونش اسید در محلول

گام چهارم: محاسبه pH محلول نهایی

در شرایط استاندارد، حجم هر مول از یک ماده گازی معادل با ۲۲/۴ لیتر خواهد بود. در این رابطه، داریم:

حجم ماده گازی $\xrightarrow[\div\ ۲۲/۴]{\times\ ۲۲/۴}$ تعداد مول ماده گازی

طبیعی است که برای حل سؤالات مربوط به این قسمت، باید ضرایب مختلف و پرتکرار حجم مولی گازها در شرایط استاندارد را حفظ باشیم. در رابطه با این ضرایب عددی داریم:

۲/۸ ۵/۶ ۱۱/۲ ۲۲/۴ ۴۴/۸ ۸۹/۶

÷۲ ÷۲ ÷۲ ×۲ ×۲

در قدم اول، باید مقدار مول گاز هیدروژن فلوئورید حل شده در محلول را محاسبه کنیم. در این رابطه، داریم:

$$?\,mol\ HF = ۱۱/۲\ L\ HF \times \frac{۱\ mol\ HF}{۲۲/۴\ L\ HF} = ۰/۵\ mol$$

در محلول مورد نظر، ۰/۵ مول اسید حل شده است. بر این اساس، غلظت اسید و به دنبال آن، غلظت یون هیدروژن تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$[HF] = \frac{\text{مول } HF}{\text{لیتر محلول}} = \frac{۰/۵\ mol\ HF}{۵\ L\ \text{محلول}} = ۰/۱\ mol.L^{-۱}$$

$$[H^+] = M \times \alpha = ۰/۱ \times ۰/۰۲ = ۰/۰۰۲\ mol.L^{-۱}$$

در آخرین قدم، مقدار pH این محلول اسیدی را محاسبه می‌کنیم:

$$pH = -log[H^+] = -log\ (۰/۰۰۲) = ۲/۷$$

مقیاس pH

برای سنجش میزان اسیدی‌بودن محلول‌ها، باید غلظت یون هیدروژن موجود در آن‌ها را تعیین کنیم. از آن‌جا که غلظت یون H^+ اغلب بسیار کوچک بوده و کارکردن با آن پیچیده است، برای پرهیز از بیان غلظت‌های کم و بسیار کم یون هیدروژن، می‌توان از کمیت pH استفاده کرد. این مقیاس، اعدادی به مراتب ساده‌تر و قابل فهم‌تر ارائه می‌دهد. pH محلول‌های آبی در دمای اتاق، با اعدادی در گستره ۰ تا ۱۴ بیان می‌شود و به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$pH = -log[H^+]$$

برای محاسبه pH محلول‌ها، حتماً باید قواعد لگاریتم که به شرح زیر هستند را بلد باشید:

- $log\ a^n = n.log\ a$
- $log\ a.b = log\ a + log\ b$
- $log\ \frac{a}{b} = log\ a - log\ b$

لگاریتم اعداد مهم نیز به شرح زیر است:

- $log\ ۲ = ۰/۳$
- $log\ ۳ = ۰/۴۸\ or\ ۰/۵$
- $log\ ۵ = ۰/۷$
- $log\ ۷ = ۰/۸۵$

لگاریتم اعداد داده شده را حتماً باید حفظ باشید!

۱۰- مقدار a میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار هیدروکلریک اسید و b میلی‌لیتر محلول ۰/۵ مولار هیدرویدیک اسید را با مقدار کافی آب خالص مخلوط می‌کنیم تا ۵ لیتر محلول اسیدی با $pH = ۱/۵$ به‌دست بیاید. مقدار $a + b$ برابر با چند میلی‌لیتر می‌تواند باشد؟

۱) ۱۲۵ ۲) ۹۰۰ ۳) ۲۵۰ ۴) ۶۰۰

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ زمانبر ـ صفحهٔ ۲۸ ـ ۱۲۰۱)

این سؤال، به سبک یکی از سؤالات کنکور چند سال اخیر تألیف شده است. برای حل این سؤال، باید مراحل زیر را طی کنیم:

گام اول: به‌دست آوردن مقدار اسید موجود در محلول نهایی

گام دوم: محاسبه مقدار لازم از هر محلول اسیدی برای ایجاد محلول نهایی

گام سوم: به‌دست آوردن بازه $a + b$ و انتخاب گزینه نهایی

در قدم اول، باید مقدار یون هیدروژن موجود در محلول نهایی را با استفاده از اطلاعات داده شده محاسبه کنیم. در این رابطه، داریم:

$$[H^+] = ۱۰^{-pH} \Longrightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱/۵} = ۰/۰۳\ mol.L^{-۱}$$

حجم محلول اسیدی، برابر با ۵ لیتر است. بر این اساس، مقدار مول یون هیدروژن موجود در این محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,H^+ = ۵\,L\ \text{محلول} \times \frac{۰/۰۳\,mol\,H^+}{۱\,L\ \text{محلول}} = ۰/۱۵\,mol$$

در محلول نهایی، ۰/۱۵ مول یون هیدروژن بر اثر یونش هیدروکلریک اسید و هیدرویدیک اسید تولید شده است. چون این دو اسید قوی هستند، پس می‌توان گفت در محلول نهایی مجموعاً ۰/۱۵ مول اسید وجود داشته است. بر این اساس، در $a + b$ میلی‌لیتر از محلول اسیدی اول و محلول اسیدی دوم، مجموعاً ۰/۱۵ مول اسید وجود داشته است. در حالت اول، فرض می‌کنیم که فقط از محلول هیدروکلریک اسید استفاده کرده‌ایم و بر این اساس، حداکثر مقدار مؤلفه a را در حالتی که $b = ۰$ باشد، محاسبه می‌کنیم:

$$\text{فرض}: \begin{cases} b = ۰ \\ a \rightarrow \text{حداکثر مقدار ممکن} \end{cases} \Longrightarrow ?\ mL\ HCl\ \text{محلول}$$

$$= ۰/۱۵\,mol\,HCl \times \frac{۱\,L\,HCl\ \text{محلول}}{۰/۲\,mol\,HCl} \times \frac{۱۰۰۰\,mL\,HCl\ \text{محلول}}{۱\,L\,HCl\ \text{محلول}} = ۷۵۰\,mL$$

در حالت دوم، فرض می‌کنیم که فقط از محلول هیدرویدیک اسید استفاده کرده‌ایم و بر این اساس، حداکثر مقدار مؤلفه b را در حالتی که $a = ۰$ باشد، محاسبه می‌کنیم:

$$\text{فرض}: \begin{cases} a = ۰ \\ b \rightarrow \text{حداکثر مقدار ممکن} \end{cases} \Longrightarrow ?\ mL\ HI\ \text{محلول} = ۰/۱۵\,mol\,HI \times \frac{۱\,L\,HI\ \text{محلول}}{۰/۵\,mol\,HI} \times \frac{۱۰۰۰\,mL\,HI\ \text{محلول}}{۱\,L\,HI\ \text{محلول}} = ۳۰۰\,mL$$

اگر فقط از محلول هیدروکلریک اسید استفاده کنیم(حالت اول)، مقدار $a + b$ برابر با ۷۵۰ میلی‌لیتر شده و اگر فقط از محلول هیدرویدیک اسید استفاده کنیم(حالت دوم)، مقدار $a + b$ برابر با ۳۰۰ میلی‌لیتر می‌شود. در صورت سؤال، اشاره شده که از مخلوط این دو محلول استفاده شده است، پس مقدار $a + b$ باید عددی بین ۳۰۰ تا ۷۵۰ میلی‌لیتر باشد. از میان گزینه‌های داده شده، تنها عددی که در این بازه قرار می‌گیرد، مقدار ۶۰۰ میلی‌لیتر است. توجه داریم که ما مقدار دقیق $a + b$ را با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سؤال، نمی‌توانیم به‌دست بیاوریم و فقط می‌توانیم بفهمیم که مقدار آن، معادل با عددی بین ۳۰۰ تا ۷۵۰ است.

۱۱- غلظت ppm یون آمونیوم در محلول ۲ مولار آمونیاک در آب با چگالی $۱/۲g.mL^{-۱}$، برابر با ۳۰۰ واحد است. ثابت یونش بازی آمونیاک در شرایط آزمایش چقدر خواهد بود؟ ($H = ۱$ و $N = ۱۴$: $g.mol^{-۱}$)

۱) $۱۰^{-۳}$ ۲) ۲×۱۰^{-۳} ۳) $۱۰^{-۴}$ ۴) ۲×۱۰^{-۴}

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳۰ ـ ۱۲۰۱)

معادله یونش آمونیاک و عبارت ثابت تعادل این واکنش به‌صورت زیر است:

$$NH_3(aq)+H_2O(l) \rightleftharpoons NH_4^+(aq)+OH^-(aq)$$

$$K_b=\frac{[NH_4^+][OH^-]}{[NH_3]}=\frac{\text{غلظت کاتیون حاصل از یونش} \times OH^- \text{غلظت}}{\text{غلظت باز یونیده نشده}}$$

برای محاسبه ثابت یونش آمونیاک در محلول مورد نظر، ابتدا باید غلظت مولی یون آمونیوم(NH_4^+) را در این محلول محاسبه کنیم. در این رابطه، داریم:

$$\text{غلظت مولی یون آمونیوم}=[NH_4^+]=\frac{ppm \times \text{چگالی}}{\text{جرم مولی} \times ۱۰۰۰}=\frac{۳۰۰ \times ۱/۲}{۱۰۰۰ \times ۱۸}=۰/۰۲\ mol.L^{-۱}$$

در محلول آبی آمونیاک، غلظت یون هیدروکسید با غلظت یون آمونیوم برابر است. بر این اساس، داریم:

$$[NH_4^+]=[OH^-] \Longrightarrow [OH^-]=۰/۰۲\ mol.L^{-۱}$$

آمونیاک، یک باز ضعیف است پس در رابطه با این ماده، داریم:

$$\alpha=\frac{[OH^-]}{\text{غلظت اولیه آمونیاک}}=\frac{۰/۰۲}{۲}=۰/۰۱$$

در قدم آخر، ثابت یونش بازی آمونیاک را در محلول مورد نظر محاسبه می‌کنیم:

$$K_b=\alpha^۲ \times M=(۰/۰۱)^۲ \times ۲=۲ \times ۱۰^{-۴}\ mol.L^{-۱}$$

با توجه به محاسبات بالا، ثابت یونش بازی آمونیاک برابر با ۲×۱۰^{-۴} است.

کاربرد بازها

در محلول‌های بازی، غلظت یون هیدروکسید بیشتر از یون هیدرونیوم است. این مواد، به‌طور کلی مزه تلخ دارند. بازها کاربردهای گسترده‌ای در زندگی روزانه دارند که از جمله آن‌ها می‌توان به محلول شیشه پاک‌کن(محلول آبی آمونیاک در آب) و لوله بازکن(محلول آبی سدیم هیدروکسید در آب که نوعی پاک‌کننده خورنده قوی به شمار می‌رود) اشاره کرد. علاوه بر این، از بازها برای تولید انواع داروهای خنثی‌کننده اسید معده نیز استفاده می‌شود.

باز

۱۲- کدام موارد از عبارت‌های داده شده، درست هستند؟

الف ـ با انحلال هر مول باریم اکسید در ۵۰۰ میلی‌لیتر آب، محلولی با غلظت ۱ مول بر لیتر از یون هیدروکسید ایجاد می‌شود.

ب ـ اکسید عنصری که هر اتم از آن دارای ۱۷ الکترون با $l=۱$ است، با انحلال در آب محلولی با $pH<۷$ ایجاد می‌کند.

ج ـ آب خالص رسانایی ناچیزی دارد که به‌خاطر وجود مقدار بسیار کمی از یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید است.

د ـ در محلولی از اسید HA با درصد یونش ۲۰٪، غلظت مولی ذرات HA باقی‌مانده، پنج برابر غلظت مولی یون A^- است.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی و محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۳۰ ـ ۱۲۰۱)

عبارت‌های (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) معادله واکنش باریم اکسید(نوعی اکسید فلزی) با آب به‌صورت زیر است:

$$BaO(s)+H_2O(l) \rightarrow Ba(OH)_2(aq) \rightarrow Ba^{۲+}(aq)+۲OH^-(aq)$$

با انحلال هر مول باریم اکسید در آب، ۲ مول یون هیدروکسید در محلول تولید می‌شود؛ پس می‌توان گفت با انحلال هر مول باریم‌اکسید در ۵۰۰ میلی‌لیتر آب، محلولی با غلظت ۴ مول بر لیتر از یون هیدروکسید ایجاد می‌شود. در این رابطه، داریم:

$$[OH^-]=\frac{۲\ mol\ OH^-}{\text{محلول}\ ۰/۵\ L}=۴\ mol.L^{-۱}$$

ب) برم، عنصری است که آرایش الکترونی آن به $4p^5$ ختم می‌شود و در آرایش الکترونی خود دارای ۱۷ الکترون با $l = 1$ است. این عنصر یک نافلز بوده و اکسیدهای حاصل از آن، خاصیت اسیدی دارند. با انحلال اکسیدهای اسیدی در آب، محلولی ایجاد می‌شود که pH آن کوچک‌تر از ۷ است.

ج) براساس آزمایش‌های انجام‌شده، نمونه‌ای از آب خالص که فاقد هر گونه حل‌شونده‌ای است، رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد که وجود آن را به حضور مقدار بسیار اندکی از یون‌های هیدروکسید و هیدروژن در آب خالص نسبت می‌دهند. یون‌های موردنظر، براساس واکنش تعادلی زیر در آب تولید می‌شوند:

$$H_2O(l) \rightleftharpoons H^+(aq) + OH^-(aq)$$

ثابت تعادل این واکنش به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$K = K_W = [OH^-] \times [H^+]$$

آزمایش‌های مختلف نشان می‌دهد که مقدار K_W در دمای اتاق، برابر با $10^{-14} mol^2.L^{-2}$ است که این مقدار، همانند ثابت تعادل سایر واکنش‌ها، فقط و فقط تابع دما است.

د) اسیدها و بازهای گوناگون، به هنگام انحلال در آب، به مقدار متفاوتی یونش پیدا می‌کنند. برای مقایسه کمّی میزان یونیده‌شدن انواع اسیدها و بازها، می‌توان از درجه یونش استفاده کرد. درجه یونش یک ماده، عبارت است از نسبت تعداد مولکول‌های یونیده‌شده از یک ماده به تعداد کل مولکول‌های حل‌شده از آن ماده. توجه داریم که اگر درجه یونش یک ماده را در عدد ۱۰۰ ضرب کنیم، درصد یونش آن ماده به‌دست می‌آید. بر این اساس، داریم:

$$\text{درجه یونش}(\alpha) = \frac{\text{مقدار ذرات یونیده شده}}{\text{مقدار ذرات حل شده در محلول}} \qquad \text{درصد یونش} = \text{درجه یونش} \times 100$$

با توجه به روابط بالا، می‌توان گفت اگر در محلولی از اسید HA، درصد یونش برابر با ۲۰٪ باشد، به ازای هر ۱۰۰ مولکول اسید حل شده در محلول، ۲۰ یون A^- ایجاد شده و ۸۰ ذره HA نیز به‌صورت یونیده نشده باقی می‌ماند؛ بنابراین در چنین محلولی، غلظت مولی ذرات HA(ذرات اسید یونیده نشده)، چهار برابر غلظت مولی یون A^- است.

۱۳- اگر به حجم معینی از محلول ۱/۸ مولار باز BOH با درصد یونش ۲/۵٪، سه برابر حجم آن آب مقطر اضافه شود، pH این محلول از ..... به ..... می‌رسد. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۱) ۱۲/۱ – ۱۱/۸ ۲) ۱۲/۱ – ۱۱/۵ ۳) ۱۲/۷ – ۱۲/۴ ۴) ۱۲/۷ – ۱۲/۱

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۸ ـ ۱۲۰۱)

برای حل این سؤال، باید مراحل زیر را طی کنیم:

کام اول: به‌دست آوردن غلظت یون هیدروکسید در محلول اولیه

کام دوم: محاسبه pH محلول اولیه

کام سوم: به‌دست مقدار تغییر pH محلول

یک باز ضعیف در اختیار داریم که به‌صورت جزئی در محلول خود یونش یافته است. ابتدا pH محلول باز اولیه را به‌دست می‌آوریم:

$$[OH^-]_1 = M \times \alpha \times n = 1/8 \times \frac{2/5}{100} \times 1 = 0/045\ mol.L^{-1} \Longrightarrow [H^+]_1 = \frac{10^{-14}}{0/045}$$

$$pH_1 = -log\left(\frac{10^{-14}}{0/045}\right) = -log 10^{-14} + log\,(0/045) = 14 + log\,(5 \times 3^2 \times 10^{-3})$$

$$= 14 + (log\,5 + 2\,log\,3 - 3) = 11 + (0/7 + 2 \times 0/5) = 12/7$$

اگر به محلول اولیه، ۳ برابر حجم آن آب مقطر اضافه کنیم، حجم آن ۴ برابر شده و غلظت باز در آن $\frac{۱}{۴}$ برابر حالت اولیه می‌شود. می‌دانیم که ثابت یونش بازی یک ماده در دمای ثابت، همواره مقدار ثابتی دارد. بر این اساس، داریم:

$$K_b = \alpha_۱^۲ \times M \xrightarrow{\text{مقدار ثابت یونش تغییر نکرده اما غلظت باز کمتر شده است}} K_b = \alpha_۲^۲ \times \frac{M}{۴} \Longrightarrow \alpha_۲ = ۲ \times \alpha_۱$$

با توجه به محاسبات بالا، طی این فرایند غلظت باز $\frac{۱}{۴}$ برابر شده و مقدار درجه یونش آن ۲ برابر شده است، پس غلظت یون هیدروکسید در محلول این باز $\frac{۱}{۲}$ برابر حالت اولیه می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$[OH^-]_۲ = \frac{[OH^-]_۱}{۲} \Longrightarrow [H^+]_۲ = ۲ \times [H^+]_۱ \Longrightarrow -log[H^+]_۲ = -log[H^+]_۱ - log\,۲$$
$$\Longrightarrow pH_۲ = pH_۱ - log^۲ = pH_۱ - ۰/۳ = ۱۲/۷ - ۰/۳ = ۱۲/۴$$

تغییر غلظت محلول‌های اسیدی و بازی

در رابطه با تغییر غلظت محلول‌های اسیدی و بازی، به نکات زیر توجه کنید:

- اگر محلول یک اسید قوی و یا یک باز قوی را n مرتبه رقیق کنیم(حجم محلول را با اضافه‌کردن آب خالص به آن، n برابر کنیم)، pH این محلول به اندازه $log\,n$ واحد به pH ناحیه خنثی $(pH = ۷)$ نزدیک‌تر می‌شود.
- اگر محلول یک اسید قوی و یا یک باز قوی را n مرتبه غلیظ کنیم(با افزایش مقدار اسید و باز و یا کاهش مقدار آب موجود در محلول)، pH این محلول به اندازه $log\,n$ واحد از pH ناحیه خنثی $(pH = ۷)$ دورتر می‌شود.
- اگر محلول یک اسید ضعیف(مثل هیدروفلوئوریک اسید و یا هیدروسیانیک اسید) و یا یک باز ضعیف(مثل آمونیاک) را n مرتبه رقیق کنیم، pH این محلول به اندازه کمتر از $log\,n$ واحد به pH ناحیه خنثی $(pH = ۷)$ نزدیک‌تر می‌شود.
- اگر محلول یک اسید ضعیف و یا یک باز ضعیف را به اندازه n مرتبه غلیظ کنیم، pH این محلول به اندازه کمتر از $log\,n$ واحد از مقدار pH ناحیه خنثی $(pH = ۷)$ دورتر می‌شود.

۱۴- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) pH محلولی که غلظت یون هیدروژن در آن ۲۵×۱۰^{-۶} برابر یون هیدروکسید است، برابر ۳/۳ می‌شود.
۲) با قرار دادن محلول HF در مسیر مدار الکتریکی، یونی با شعاع بزرگ‌تر، به سمت قطب مثبت حرکت می‌کند.
۳) یک قطعه کاغذ pH در محلولی که با انحلال گاز کربن دی‌اکسید در آب ایجاد می‌شود، به رنگ سرخ در می‌آید.
۴) محلولی از سولفوریک اسید با $pH = ۰$، برخلاف یک نمونه از آب خالص، فاقد یون هیدروکسید در ساختار خود است.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۸ ـ ۱۲۰۱)

در محلولی از سولفوریک اسید با $pH = ۰$، غلظت یون هیدروژن برابر با ۱ مول بر لیتر بوده و بر این اساس، غلظت مولی یون هیدروکسید برابر با $۱۰^{-۱۴}$ مول بر لیتر می‌شود. هرچند که غلظت یون هیدروکسید در این محلول خیلی کم است، اما باز هم یون‌های هیدروژن و هیدروکسید در این محلول در کنار هم قرار گرفته‌اند. در یک نمونه از آب خالص نیز یون‌های هیدروکسید و هیدروژن با غلظت برابر بوده و در کنار هم قرار دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

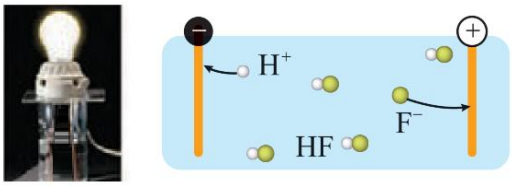
۱) در دمای $۲۵^\circ C$، حاصل‌ضرب غلظت مولی یون‌های هیدروژن و هیدروکسید در محلول‌های آبی برابر با $۱۰^{-۱۴}$ می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$[H^+] \times [OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \xrightarrow{[H^+]=۲۵\times۱۰^{-۶}\times[OH^-]} ۲۵ \times ۱۰^{-۶} \times [OH^-] \times [OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \Longrightarrow$$
$$[OH^-] = ۰/۲ \times ۱۰^{-۱۰}\ mol.L^{-۱} \Longrightarrow [H^+] = ۵ \times ۱۰^{-۴}\ mol.L^{-۱}$$

در قدم بعد، با توجه به غلظت یون هیدروژن، pH این محلول را محاسبه می‌کنیم.

$$pH = -log[H^+] = -log(۵ \times ۱۰^{-۴}) = ۴ - ۰/۷ = ۳/۳$$

۲) همانطور که می‌دانیم، یون‌های موجود در یک محلول به سمت قطب با بار مخالف حرکت می‌کنند. از طرفی شعاع یون فلوئورید (F^-) از شعاع یون هیدروژن (H^+) بزرگ‌تر است، بنابراین اگر محلول آبی هیدروفلوئوریک اسید در مسیر یک مدار الکتریکی قرار بگیرد، یون با اندازه بزرگ‌تر(یون فلوئورید) به سمت قطب با بار مخالف(قطب مثبت) حرکت می‌کند. تصویر زیر، نمایی از این محلول که در مسیر یک مدار الکتریکی قرار گرفته است را نشان می‌دهد:



۳) کربن دی‌اکسید، یک اکسید نافلزی با خاصیت اسیدی است و محلولی که طی انحلال آن در آب ایجاد می‌شود، خاصیت اسیدی دارد. محلول‌های اسیدی، رنگ یک قطعه کاغذ pH را قرمز می‌کنند.

شکل‌نامه

گل‌های ادریسی در خاک‌های بازی به رنگ قرمز و در خاک‌های اسیدی به رنگ آبی می‌رویند. در رابطه با این گل‌ها، به نمودار زیر توجه کنید:



در رابطه با گل‌های ادریسی، داریم:


محیط اسیدی


محیط بازی

تاز

۱۵- مقدار pH محلول ۰/۵ مولار اسید HA با ثابت یونش ۲×۱۰^{-۵} مول بر لیتر، ۲ برابر مقدار pH یک نمونه از محلول هیدرویدیک اسید است. در این شرایط، غلظت مولی محلول هیدرویدیک اسید برابر با چند $mol.L^{-۱}$ است؟

۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۰۳ ۳) ۰/۰۵ ۴) ۰/۰۷

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۸ ـ ۱۲۰۱)

اسید HA بر اساس معادله زیر در آب یونش پیدا می‌کند.

$$HA \rightleftharpoons A^- + H^+$$

برای محاسبه غلظت یون هیدروژن در محلول اسیدهای ضعیف، از رابطه $[H^+] = \sqrt{K_a \times M}$ استفاده می‌کنیم. توجه داریم که در این رابطه، M معادل با غلظت مولی اسید مورد نظر است؛ پس داریم:

$$[H^+] = \sqrt{K_a \times M} = \sqrt{۰/۲ \times ۱۰^{-۵} \times ۰/۵} = ۱۰^{-۳}$$

با توجه به غلظت یون هیدروژن در محلول اسید HA، مقدار pH این محلول را محاسبه می‌کنیم.

$$pH = -log[H^+] = -log(۱۰^{-۳}) = ۳$$

با توجه به مقدار pH محلول اسید HA، پی می‌بریم که مقدار pH محلول هیدرویدیک اسید برابر با ۱/۵ است؛ پس داریم:

$$[H^+] = ۱۰^{-pH} \rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱/۵} = ۱۰^{۰/۵} \times ۱۰^{-۲} = ۳ \times ۱۰^{-۲} \quad mol.L^{-۱}$$

چون هیدرویدیک اسید، یک اسید قوی است، پس غلظت اسید حل شده در محلول آن با غلظت یون هیدروژن برابر است؛ پس می‌توان گفت غلظت مولی محلول هیدرویدیک اسید نیز برابر با ۰/۰۳ مول بر لیتر است.

۱- در محلولی از هیدروبرمیک اسید، درصد جرمی یون برمید ($d = ۱/۲۵\ g.mL^{-۱}$) برابر با ۰/۶۴٪ است. مقدار pH این محلول چقدر بوده و ۲ لیتر از این محلول، با چند گرم پودر لیتیم اکسید واکنش می‌دهد؟ ($Br = ۸۰ , O = ۱۶ , Li = ۷ : g.mol^{-۱}$)

$$Li_۲O(s) + ۲HBr(aq) \rightarrow ۲LiBr(aq) + H_۲O(l)$$

۱) ۶ - ۱/۳ ۲) ۳ - ۱/۳ ۳) ۶ - ۱ ۴) ۳ - ۱

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحه ۳۱ ـ ۱۲۰۱)

برای حل این سؤال، باید مراحل زیر را طی کنیم:

گام اول: محاسبه غلظت مولی یون برمید در محلول اسیدی

گام دوم: محاسبه مقدار pH محلول اسیدی

گام سوم: به‌دست آوردن جرم لیتیم اکسید مصرف شده در واکنش خنثی‌شدن

هیدرویدیک اسید($HI(aq)$)، هیدروبرمیک اسید($HBr(aq)$)، هیدروکلریک اسید($HCl(aq)$) و سولفوریک اسید($H_۲SO_۴$) اسیدهای قوی با ثابت یونش بسیار بزرگ هستند؛ بنابراین معادلهٔ یونش آن‌ها در آب یک‌طرفه است. این مواد بر اساس معادلات زیر در آب یونش پیدا می‌کنند:

$$HBr(aq) \longrightarrow H^+(aq) + Br^-(aq) \qquad HI(aq) \longrightarrow H^+(aq) + I^-(aq)$$
$$H_۲SO_۴(aq) \longrightarrow H^+(aq) + HSO_۴^-(aq) \qquad HCl(aq) \longrightarrow H^+(aq) + Cl^-(aq)$$

چون هیدروبرمیک اسید، یک اسید قوی است، به‌طور کامل در محلول خود یونش یافته و بر اثر یونش هر ذره از آن، یک یون برمید و یک یون هیدروژن وارد محلول می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت غلظت مولی یون هیدروژن و یون برمید در محلول این ماده با هم برابر است.

با توجه به درصد جرمی یون برمید در محلول، غلظت مولی این یون را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی} \times ۱۰}{\text{جرم مولی}} = \frac{۱۰ \times a \times d}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow [Br^-] = \frac{۱۰ \times ۰/۶۴ \times ۱/۲۵}{۸۰} = ۰/۱\ mol.L^{-۱}$$

بر این اساس، داریم:

$$[Br^-] = [H^+] = ۰/۱\ mol.L^{-۱}$$

با توجه به غلظت یون H^+ در محلول نهایی، مقدار pH محلول برابر خواهد بود با:

$$pH = -log[H^+] = -log(۱۰^{-۱}) = ۱$$

اکسیدهای اسیدی و بازی

اکسیدهای حاصل از برخی عناصر، با مولکول‌های آب وارد واکنش شده و pH آب را تغییر می‌دهند. این مواد، از جمله اسیدها و بازهای آرنیوس هستند. به‌طور کلی، اکسیدهای فلزی (مثل سدیم اکسید) را اکسیدهای بازی می‌نامند. این مواد طی واکنش با آب، سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید شده و pH محلول را افزایش می‌دهند. باریم اکسید، لیتیم اکسید، سدیم اکسید و کلسیم اکسید (آهک)، در دسته اکسیدهای بازی قرار دارند و بر اساس معادله‌های زیر با آب واکنش می‌دهند:

$$BaO(s) + H_۲O(l) \rightarrow Ba(OH)_۲(aq) \rightarrow Ba^{۲+}(aq) + ۲OH^-(aq)$$
$$Na_۲O(s) + H_۲O(l) \rightarrow ۲NaOH(aq) \rightarrow ۲Na^+(aq) + ۲OH^-(aq)$$
$$CaO(s) + H_۲O(l) \rightarrow Ca(OH)_۲(aq) \rightarrow Ca^{۲+}(aq) + ۲OH^-(aq)$$
$$Li_۲O(s) + H_۲O(l) \rightarrow ۲LiOH(aq) \rightarrow ۲Li^+(aq) + ۲OH^-(aq)$$

اکسیدهای حاصل از فلزهای واسطه مثل اکسیدهای آهن، اکسیدهای مس و ... و آلومینیم اکسید، اصلاً با آب واکنش نداده و خاصیت بازی ندارند. در نقطه مقابل، اکسیدهای نافلزی (مثل گاز SO_3) را اکسیدهای اسیدی می‌نامند. این مواد طی واکنش با آب، سبب افزایش غلظت یون هیدروژن شده و pH محلول را کاهش می‌دهند. دی‌نیتروژن پنتاکسید، کربن دی‌اکسید، گوگرد دی‌اکسید و گوگرد تری‌اکسید، در دسته اکسیدهای اسیدی قرار دارند و بر اساس معادله‌های زیر با آب واکنش می‌دهند:

$$N_2O_5(s) + H_2O(l) \rightarrow 2HNO_3(aq) \rightarrow 2H^+(aq) + 2NO_3^-(aq)$$
$$CO_2(g) + H_2O(l) \rightarrow H_2CO_3(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + HCO_3^-(aq)$$
$$SO_3(g) + H_2O(l) \rightarrow H_2SO_4(aq) \rightarrow 2H^+(aq) + SO_4^{2-}(aq)$$
$$SO_2(g) + H_2O(l) \rightarrow H_2SO_3(aq) \rightleftharpoons 2H^+(aq) + SO_3^{2-}(aq)$$

غلظت هیدروبرمیک اسید در محلول، برابر با ۰/۱ مولار بوده و این محلول طبق معادله $Li_2O(s) + 2HBr(aq) \rightarrow 2LiBr(aq) + H_2O(l)$ با لیتیم اکسید واکنش می‌دهد. با توجه به معادله واکنش مورد نظر، جرم لیتیم اکسید مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,Li_2O = 2\,L\ \text{محلول} \times \frac{0/1\,mol\,HBr}{1\,L\ \text{محلول}} \times \frac{1\,mol\,Li_2O}{2\,mol\,HBr} \times \frac{30\,g\,Li_2O}{1\,mol\,Li_2O} = 3\,g$$

۲- در رابطه با واکنش هیدروکلریک اسید با محلول جوش شیرین و فراورده گازی حاصل از آن، کدام مطلب درست است؟

۱) اگر از محلول نیترواسید با غلظت برابر استفاده کنیم، سرعت تولید گاز مورد نظر افزایش می‌یابد.

۲) شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار هر مولکول از این گاز، نصف شمار پیوندها در اوره است.

۳) با انحلال این گاز در آب خالص، محلول مورد نظر خاصیت بازی ملایمی پیدا خواهد کرد.

۴) اتم‌های سازنده فراورده گازی آن، همانند مولکول H_2O، روی یک خط راست قرار نگرفته‌اند.

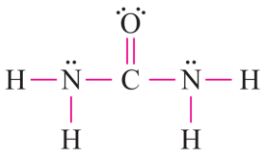
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحه ۳۰ ـ ۱۲۰۱)

معادله واکنش جوش شیرین با محلول هیدروکلریک اسید(جوهر نمک) به‌صورت زیر است:

$$HCl(aq) + NaHCO_3(aq) \rightarrow NaCl(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$$

فراورده گازی تولید شده در این واکنش، گاز کربن دی‌اکسید است. ساختار این ماده به‌صورت زیر است:

ساختار مولکول اوره نیز به‌صورت زیر است:



در ساختار گاز کربن دی‌اکسید، ۴ پیوند و در ساختار اوره نیز ۸ پیوند اشتراکی وجود دارد.

جوش شیرین

از آن‌جا که اضافه‌کردن محلول سدیم هیدروژن کربنات به یک محلول دیگر، سبب کاهش غلظت یون هیدروژن در آن محلول می‌شود، می‌توان گفت که محلول سدیم هیدروژن کربنات یک محلول بازی با pH بزرگ‌تر از ۷ است. برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی چربی‌ها، به شوینده‌ها جوش شیرین (یا همان سدیم هیدروژن کربنات) می‌افزایند. اضافه‌کردن این ماده به شوینده‌ها، سبب افزایش خاصیت بازی آن‌ها می‌شود و قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها را افزایش می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هیدروکلریک اسید یک اسید قوی است؛ درحالی‌که نیترواسید در دسته اسیدهای ضعیف قرار می‌گیرد. چون ثابت یونش نیترواسید(HNO_2) کمتر از هیدروکلریک اسید است، در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت محلول‌ها، غلظت یون هیدروژن در محلول نیترواسید کمتر بوده و بر این اساس، محلول مورد نظر با سرعت کمتری با محلول جوش شیرین واکنش می‌دهد.

۳) در واکنش مورد نظر، گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود که یک اکسید نافلزی با خاصیت اسیدی است. با انحلال این گاز در آب، محلول مورد نظر خاصیت اسیدی ملایمی پیدا می‌کند.

۴) چون اتم مرکزی در مولکول کربن دی‌اکسید فاقد جفت الکترون ناپیوندی است، پس اتم‌های سازنده آن روی یک خط راست قرار گرفته‌اند؛ به عبارت دیگر، مولکول مورد نظر ساختار خطی داشته و خمیده نیست. تصویر زیر، نمایی از ساختار این ماده را نشان می‌دهد:



۳- مقدار ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول سود با غلظت مشخص، ۸۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۱۲ مولار هیدروکلریک اسید و ۸ لیتر آب خالص را در یک ظرف ریخته و با هم مخلوط می‌کنیم. اگر pH مخلوط حاصل از این فرایند برابر با ۲ شود، pH محلول بازی مصرف شده در این فرایند چقدر بوده است؟

۱) ۱۱/۵ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۱۲/۳ ۴) ۱۱/۷

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحه ۳۰ ـ ۱۲۰۱)

برای حل این سؤال، باید مراحل زیر را طی کنیم:

گام اول: محاسبه غلظت مولی یون هیدروژن در محلول نهایی

گام دوم: محاسبه مقدار باز موجود در محلول سدیم هیدروکسید

گام سوم: به‌دست آوردن pH محلول سدیم هیدروکسید مصرف شده

طبق فرض سؤال، مقداری محلول بازی(محلول سود) با مقداری محلول اسیدی(محلول HCl) مخلوط شده و پس از افزودن مقداری آب به این مخلوط، یک محلول اسیدی با $pH = ۲$ به‌دست آمده است. چون محلول نهایی خاصیت اسیدی دارد، پس می‌توان گفت مقداری از اسید موجود در محلول هیدروکلریک اسید، توسط محلول سود خنثی شده و الباقی اسید، در محلول باقیمانده است. در قدم اول، غلظت اسید در محلول نهایی را محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۲} = ۰/۰۱\ mol.L^{-۱}$$

طی این فرایند، ۸ لیتر آب خالص به همراه ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول سود و ۸۰۰ میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید مخلوط شده‌اند، پس حجم محلول نهایی برابر با ۹ لیتر است. مقدار مول یون هیدروژن باقیمانده در این محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\ H^+ = ۹\ L\ \text{محلول} \times \frac{۰/۰۱\ moL\ H^+}{۱\ L\ \text{محلول}} = ۰/۰۹\ mol$$

در قدم بعد، مقدار یون هیدروژن موجود در محلول ۸۰۰ میلی‌لیتری هیدروکلریک اسید را باید محاسبه کنیم. توجه داریم که هیدروکلریک اسید یک اسید قوی است، پس غلظت یون هیدروژن در محلول ۰/۱۲ مولار آن، برابر با ۰/۱۲ مول بر لیتر می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$?\,mol\ H^+ = ۸۰۰\ mL\ \text{محلول} \times \frac{۱\ L\ \text{محلول}}{۱۰۰۰\ mL\ \text{محلول}} \times \frac{۰/۱۲\ moL\ H^+}{۱\ L\ \text{محلول}} = ۰/۰۹۶\ mol$$

واکنش خنثی‌شدن

یکی از رفتارهای جالب و پرکاربرد اسیدها و بازها، واکنش‌هایی است که بین این دو دسته از مواد انجام می‌شود. به این گروه از واکنش‌ها، به اصطلاح واکنش‌های خنثی‌شدن یا همان تیتراسیون گفته می‌شود. طی واکنش‌های خنثی‌شدن، یون‌های هیدروکسید حاصل از بازها با یون‌های هیدرونیوم حاصل از اسیدها براساس معادله $OH^-(aq) + H_۳O^+(aq) \rightarrow ۲H_۲O(l)$ وارد واکنش شده و مولکول‌های آب را تولید می‌کنند.

در محلول اسیدی اولیه، ۰/۰۹۶ مول یون هیدروژن وجود داشته و از این مقدار، ۰/۰۹ مول در محلول نهایی باقیمانده است. بر این اساس، می‌توان گفت ۰/۰۰۶ مول از یون هیدروژن موجود در محلول اولیه، توسط یون هیدروکسید موجود در محلول سود خنثی شده است. در این رابطه، داریم:

$$\text{یون هیدروژن خنثی شده} = \text{یون هیدروژن در محلول اولیه} - \text{یون هیدروژن باقیمانده} \Rightarrow ۰/۰۹ = ۰/۰۹۶ - x \Rightarrow x = ۰/۰۰۶\ mol$$

در محلول ۲۰۰ میلی‌لیتر سود، مقدار ۰/۰۰۶ مول یون هیدروکسید وجود داشته است. بر این اساس، داریم:

$$[OH^-] = \frac{\text{مول } OH^-}{\text{حجم محلول}} = \frac{۰/۰۰۶\ mol\ OH^-}{۰/۲\ L} = ۰/۰۳\ mol.L^{-۱}$$

$$[H^+] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{[OH^-]} = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۰/۰۳} \simeq ۳ \times ۱۰^{-۱۳}\ mol.L^{-۱}$$

$$pH = -log(۳ \times ۱۰^{-۱۳}) = ۱۳ - \underbrace{log\ ۳}_{۰/۵} = ۱۲/۵$$

اگر می‌خواستیم pH محلول بازی را با استفاده از مفهوم pOH به‌دست بیاوریم، مقدار pOH این محلول برابر با ۱/۵ می‌شد، پس مقدار pH محلول در این حالت هم ۱۲/۵ به‌دست می‌آمد.

مثال

۴- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست است؟

الف ـ یکی از روش‌های تعیین غلظت یون هیدرونیوم در محلول‌ها، سنجش رسانایی الکتریکی این محلول‌ها است.

ب ـ در آب گوجه‌فرنگی، همانند شیر ترش‌شده، غلظت مولی یون هیدرونیوم بیشتر از یون هیدروکسید است.

ج ـ برای خنثی کردن مقداری از محتویات روده، می‌توان به مواد موجود در روده محلولی از سرکه اضافه کرد.

د ـ شیر منیزی، نوعی دارو است که به شکل یک کلوئید عرضه شده و قبل از مصرف باید تکان داده شود.

هـ ـ با انحلال آمونیاک در محلول سود، رسانایی الکتریکی محلول، برخلاف pH آن کاهش خواهد یافت.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ **(سخت ـ مفهومی و حفظی ـ استاندارد ـ صفحه ۳۴ ـ ۱۲۰۱)**

عبارت‌های (الف)، (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) یکی از روش‌هایی که برای تعیین غلظت یون هیدرونیوم می‌توان به کار برد، سنجش رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی است. با افزایش غلظت این یون در محلول‌های اسیدی، رسانایی الکتریکی محلول مورد نظر افزایش پیدا می‌کند.

غلظت یون هیدروژن

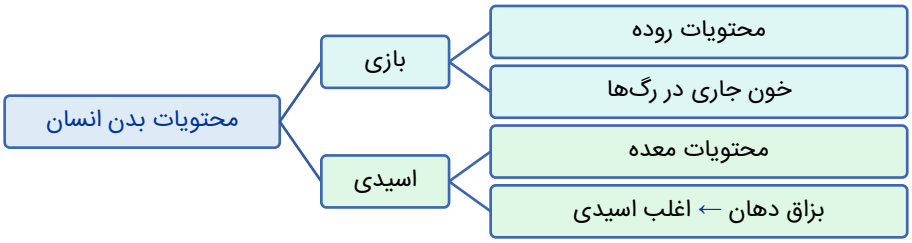
خوراکی‌ها، شوینده‌ها، داروها و مواد آرایشی شامل مقادیر متفاوتی از یون‌ها به ویژه یون هیدرونیوم هستند. این یون، به مقدار فراوان در انواع میوه‌ها از جمله مرکبات نیز یافت می‌شود. غلظت این یون بر روی ماندگاری این مواد و در نتیجه سلامتی تأثیر شایانی دارد. بر این اساس، می‌توان گفت در فرایند تولید مواد گوناگون اغلب تعیین و کنترل غلظت یون هیدرونیوم نقش مهمی دارد.

ب) چون آب گوجه‌فرنگی و یک نمونه از شیر ترش‌شده، خاصیت اسیدی داشته و pH آن‌ها کمتر از ۷ است، پس می‌توان گفت در مقداری از آب گوجه‌فرنگی، همانند شیر ترش‌شده، غلظت مولی یون هیدرونیوم بیشتر از یون هیدروکسید است. علاوه بر شیر ترش‌شده و آب گوجه‌فرنگی، آب گازدار و آب مرکبات نیز از جمله سایر محلول‌های اسیدی معرفی شده در کتاب درسی هستند.

شیر ترش‌شده

شیر ترش‌شده، به واسطه حضور لاکتیک اسید، خصلت اسیدی و مزه ترش دارد. همان‌طور که می‌دانیم، با استفاده از این اسید می‌توان یک پلیمر سبز به نام پلی‌لاکتیک اسید تهیه کرد که از دسته پلیمرهای سبز است. پلیمرهای سبز از جمله پلی‌لاکتیک اسید را از فراورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر تهیه می‌کنند. به این منظور نخست نشاستهٔ موجود در این مواد را به لاکتیک اسید تبدیل کرده سپس از واکنش پلیمری شدن آن در شرایط مناسب، پلی‌لاکتیک اسید تولید می‌کنند. از پلی‌لاکتیک اسید انواع ظرف‌های پلاستیکی یک‌بار مصرف مانند وسایل آشپزخانه، سفره، سطل زباله، کیسهٔ پلاستیکی و ... تولید شده و کاربرد آن‌ها رو به گسترش است. این پلاستیک‌ها امکان تبدیل شدن به کود را دارند به همین دلیل ردپای کوچک‌تری در محیط زیست برجای می‌گذارند.

ج) عملکرد بخش‌های مختلف بدن انسان به میزان مواد بازی و اسیدی موجود در قسمت‌های مختلف آن بستگی دارد. چون محتویات روده انسان خاصیت بازی داشته و مقدار pH آن‌ها تقریباً برابر با ۸/۵ است، برای خنثی کردن مقداری از این مواد می‌توان به آن‌ها محلولی از یک ماده اسیدی مثل محلول سرکه (محلول رقیقی از استیک اسید در آب) را اضافه کرد. نمودار زیر، وضعیت اسیدی یا بازی بودن محتویات بدن انسان را نشان می‌دهد:



د) برای مقابله با مقدار اضافی از اسید موجود در معده افرادی که به بیماری‌های معده‌ای دچار هستند، از داروهایی به نام ضد اسید استفاده می‌کنند. این داروها خاصیت بازی داشته و با ورود به معده، سبب خنثی‌کردن اسید معده و افزایش pH محتویات معده می‌شوند. مواد مؤثر موجود در ضد اسیدهای مختلف، شامل منیزیم هیدروکسید، آلومینیم هیدروکسید و سدیم هیدروژن کربنات (جوش‌شیرین) می‌شود. برای مثال، شیر منیزی یکی از رایج‌ترین ضد اسیدهای مورد استفاده به شمار می‌رود که ماده مؤثر موجود در آن، منیزیم هیدروکسید است. از آن‌جا که ماده موجود در این دارو انحلال‌پذیری بسیار کمی در آب دارد، شیر منیزی را می‌توان یک مخلوط ناهمگن و متعلق به دسته سوسپانسیون‌ها به حساب آورد. در این مخلوط، قطعات کوچکی از منیزیم هیدروکسید در یک محیط آبی قرار گرفته‌اند. جدول زیر، ویژگی‌های سوسپانسیون‌ها، کلوئیدها و محلول‌های همگن را در مقایسه با یکدیگر نشان می‌دهد:

ویژگی	مخلوط ناهمگن (سوسپانسیون)	کلوئید	مخلوط همگن (محلول)
عبور نور	نور را پخش می‌کند.	نور را پخش می‌کند.	نور را عبور می‌دهد.
ظاهر	ناهمگن	همگن	همگن
همگن بودن	ناهمگن	ناهمگن	همگن
پایداری	ناپایدار است.	پایدار است.	پایدار است.
نوع ذره	ذرات ریز ماده و قطعات مجزا	مولکول‌های بزرگ یا توده‌های مولکولی	یون‌ها یا مولکول‌ها

هـ) آمونیاک یک باز ضعیف است و با ورود گاز آمونیاک به محلول باز قوی سدیم هیدروکسید، مقدار یون هیدروکسید افزایش یافته و در نتیجه مقدار pH محلول و همچنین رسانایی الکتریکی آن، افزایش پیدا خواهد کرد.

۵- اگر pH محلولی از اسید HA با درصد یونش ۷٪، به اندازه ۲/۵ واحد کوچک‌تر از pH محلولی از اسید HB با درصد یونش ۱/۴٪ باشد، نسبت غلظت مولی اسید HA به غلظت مولی اسید HB و ثابت یونش اسید HB در محلولی از آن با غلظت ۱۰/۶ گرم بر لیتر، به‌ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ (جرم مولی اسید HB برابر $53g$ است.)

۱) $3/92 \times 10^{-5}$ — ۵۰
۲) $3/92 \times 10^{-5}$ — ۶۰
۳) $2/88 \times 10^{-4}$ — ۵۰
۴) $2/88 \times 10^{-4}$ — ۶۰

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحه ۲۶ ـ ۱۲۰۱)

طبق فرض سؤال، مقدار pH این دو محلول به اندازه ۲/۵ واحد فرق می‌کند. مقدار pH محلول اسید HA را برابر pH_1 و مقدار pH محلول اسید HB را برابر $(pH_1 + 2/5)$ در نظر می‌گیریم. غلظت یون هیدروژن در هر محلول اسیدی برابر است با:

$$HA: [H_3O^+] = 10^{-pH_1}$$
$$HB: [H_3O^+] = 10^{-(pH_1+2/5)}$$

هر دو اسید، از جمله اسیدهای ضعیف بوده و در رابطه با آن‌ها، داریم:

$$\alpha = \frac{[H_3O^+]}{\text{غلظت مولی اسید}}$$

با توجه به رابطهٔ درجهٔ یونش برای دو اسید HA و HB، می‌توانیم بنویسیم:

$$\left.\begin{array}{l} \alpha_{HA} = \dfrac{[H_3O^+]}{M_{HA}} \Rightarrow M_{HA} = \dfrac{10^{-pH_1}}{\alpha_{HA}} \\ \alpha_{HB} = \dfrac{[H_3O^+]}{M_{HB}} \Rightarrow M_{HB} = \dfrac{10^{-(pH_1+2/5)}}{\alpha_{HB}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{M_{HA}}{M_{HB}} = \frac{\frac{10^{-pH_1}}{0/07}}{\frac{10^{-(pH_1+2/5)}}{0/014}} \Rightarrow \frac{M_{HA}}{M_{HB}} = 0/2 \times 10^2 \times 10^{0/5} = 60$$

برای تبدیل غلظت گرم بر لیتر از یک حل‌شونده به غلظت مولی آن ماده، کافی است مقدار غلظت گرم بر لیتر را بر جرم مولی ماده مورد نظر، تقسیم کنیم. در این رابطه، داریم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{غلظت گرم بر لیتر}}{\text{جرم مولی}} \Longrightarrow HB \text{ غلظت مولی} = \frac{10/6}{53} = 0/2\ mol.L^{-1}$$

از آنجا که درصد یونش اسید HB کمتر از ۵٪ است، با استفاده از رابطهٔ $K_a \simeq M\alpha^2$، مقدار ثابت یونش آن را محاسبه می‌کنیم:

$$K_a \simeq M_{HB}\alpha_{HB}^2 = (0/2) \times \left(\frac{1/4}{100}\right)^2 = 0/2 \times 1/96 \times 10^{-4} = 3/92 \times 10^{-5}\ mol.L^{-1}$$

توجه داریم که اگر مقدار درجهٔ یونش کمتر از ۰/۰۵ باشد یا نسبت میان ثابت یونش اسید به غلظت آن کمتر از 2×10^{-3} باشد و یا اینکه در صورت سؤال، طراح ثابت یونش را به‌تقریب خواسته باشد، می‌توان مقدار ثابت یونش اسید را از رابطهٔ $K_a \simeq M\alpha^2$ به دست آورد.

انواع اسیدها

اسیدهای قوی: بر اثر حل شدن در آب، تقریباً به‌طور کامل یونش می‌یابند؛ به همین دلیل غلظت هر یک از یون‌ها در محلول اسیدهای قوی تک‌پروتون‌دار، با غلظت اولیهٔ اسید، برابر است و محلول اسیدهای قوی را می‌توان محلولی شامل یون‌های آبپوشیده دانست. از آنجا که اسیدهای قوی در آب تقریباً به‌طور کامل یونش می‌یابند، جزء الکترولیت‌های قوی به شمار می‌روند.

اسیدهای ضعیف: بر اثر حل شدن در آب به‌طور جزئی یونش می‌یابند؛ یعنی بیشتر مولکول‌های اسید در محلول باقی می‌مانند و فقط تعداد کمی از آن‌ها به یون تبدیل می‌شوند؛ بنابراین در محلول اسیدهای ضعیف، علاوه بر یون‌های آبپوشیده، مولکول‌های اسید نیز یافت می‌شوند. حواستان باشد که اسیدهای ضعیف، جزء الکترولیت‌های ضعیف بوده و رسانای ضعیف جریان برق به شمار می‌روند.

مثال

۶- برای حل کردن ۷/۲۶ گرم اسید چرب با فرمول شیمیایی $C_{14}H_{29}COOH$ که در یک لولهٔ آب رسوب کرده است، به چند میلی‌لیتر محلول باریم هیدروکسید با $pH = 12/3$ نیاز داریم و طی این فرایند، چند گرم آب به‌عنوان فراورده تولید می‌شود؟

$(O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$

۱) ۰/۷۲ – ۱۵۰۰ ۲) ۰/۷۲ – ۷۵۰ ۳) ۰/۵۴ – ۱۵۰۰ ۴) ۰/۵۴ – ۷۵۰

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحه ۳۱ ـ ۱۲۰۱)

برای حل این سؤال، باید مراحل زیر را طی کنیم:

گام اول: نوشتن معادله واکنش باریم هیدروکسید با اسید چرب

گام دوم: محاسبه جرم مولی اسید چرب مصرف شده

گام سوم: به‌دست آوردن حجم باز مصرف شده و جرم آب تولید شده

به‌طور کلی، بازهای مختلف با اسیدهای چرب واکنش داده و آن‌ها را به صابون و یا مواد شبیه به صابون تبدیل می‌کنند. در این واکنش، آب نیز تولید می‌شود. باریم هیدروکسید، یک باز دو ظرفیتی است. معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$2C_{14}H_{29}COOH(s) + Ba(OH)_2(aq) \longrightarrow (C_{14}H_{29}COO)_2Ba(aq) + 2H_2O(l)$$

جرم مولی اسید چرب برابر است با:

$$\text{جرم مولی اسید چرب} = (۱۵ \times ۱۲) + (۲ \times ۱۶) + (۳۰ \times ۱) = ۲۴۲\ g.mol^{-۱}$$

ابتدا غلظت محلول $Ba(OH)_۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$$[H^+] = ۱۰^{-۱۲/۳} = ۱۰^{-۱۳} \times ۱۰^{۰/۷} = ۵ \times ۱۰^{-۱۳} mol.L^{-۱}$$

$$[OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{[H^+]} = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۵ \times ۱۰^{-۱۳}} = ۰/۰۲\ mol.L^{-۱}$$

$$[OH^-] = M \times \alpha \times n = M \times ۱ \times ۲ \Longrightarrow M = \frac{۰/۰۲}{۲} = ۰/۰۱\ mol.L^{-۱}$$

با توجه به محاسبات بالا، غلظت باریم هیدروکسید در محلول مصرف شده از آن برابر با ۰/۰۱ مول بر لیتر است. در نهایت حجم محلول بازی مورد نیاز و جرم آب تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mL\ \text{محلول} = ۷/۲۶\ g\ \text{اسیدچرب} \times \frac{۱\ mol\ \text{اسیدچرب}}{۲۴۲\ g\ \text{اسیدچرب}} \times \frac{۱\ mol\ Ba(OH)_۲}{۲\ mol\ \text{اسیدچرب}} \times \frac{۱\ L\ \text{محلول}}{۰/۰۱\ mol\ Ba(OH)_۲} \times \frac{۱۰^۳\ mL}{۱\ L} = ۱۵۰۰\ mL\ \text{محلول}$$

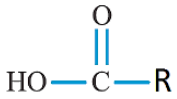
$$?\ g\ H_۲O = ۷/۲۶\ g\ \text{اسیدچرب} \times \frac{۱\ mol\ \text{اسیدچرب}}{۲۴۲\ g\ \text{اسیدچرب}} \times \frac{۲\ mol\ H_۲O}{۲\ mol\ \text{اسیدچرب}} \times \frac{۱۸\ g\ H_۲O}{۱\ mol\ H_۲O} = ۰/۵۴\ g$$

۷- بوتانوئیک اسید، در مقایسه با استیک اسید، انحلال‌پذیری ..... در آب داشته و در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، مقدار pH محلول این ماده در مقایسه با محلول استیک اسید، ..... است.

۱) بیشتری ـ بیشتر ۲) بیشتری ـ کمتر ۳) کمتری ـ بیشتر ۴) کمتری ـ کمتر

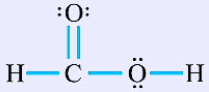
پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحه ۲۴ ـ ۱۲۰۱)

کربوکسیلیک اسیدها، انواعی از اسیدهای ضعیف بوده و K_a کوچکی دارند. از آنجا که قدرت اسیدی فورمیک اسید در مقایسه با استیک اسید بیشتر است، پس می‌توان گفت که با افزایش تعداد اتم‌های کربن موجود در ساختار این مواد، قدرت اسیدی آن‌ها کاهش پیدا می‌کند. ساختار گروه عاملی موجود در کربوکسیلیک اسیدها به‌صورت زیر است:

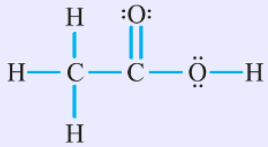


اعضای خانواده کربوکسیلیک اسیدها

کربوکسیلیک اسیدها، گروهی از ترکیب‌های آلی هستند که در ساختار آن‌ها یک یا چند گروه عاملی کربوکسیل($-COOH$) وجود دارد. فرمول کلی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی(مولکول‌هایی که فقط یک گروه عاملی کربوکسیل دارند) را می‌توان به‌صورت $R-COOH$ نشان داد که در آن R نشان‌دهنده یک اتم هیدروژن و یا یک زنجیره هیدروکربنی است. کربوکسیلیک اسیدها خاصیت اسیدی داشته و pH محلول آن‌ها کوچک‌تر از ۷ است. این ترکیب‌ها مزه‌ی ترش دارند به‌طوری‌که مزه‌ی ترش میوه‌هایی مانند ریواس، انگور، لیمو ترش، کیوی و گوجه سبز را به وجود چنین مولکول‌هایی در این میوه‌ها نسبت می‌دهند. متانوییک اسید یا همان فورمیک اسید به فرمول شیمیایی $HCOOH$، اولین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها است که بر اثر گزش مورچه سرخ وارد بدن شده و باعث سوزش و خارش در محل گزیدگی می‌شود. ساختار مولکول‌های این ماده به‌صورت زیر است:



اتانوییک اسید یا همان استیک اسید با فرمول شیمیایی $CH_۳COOH$، یک کربوکسیلیک اسید دوکربنی و دومین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها است. این ماده آشناترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها بوده و یکی از پرکاربردترین اسیدها در زندگی روزمره است. به‌عنوان مثال، اسید موجود در سرکه همان استیک اسید است. ساختار مولکولی این ماده به‌صورت زیر است:



توجه داریم که فرمول شیمیایی کلی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی سیرشده به‌صورت $C_nH_{۲n}O_۲$ است.

با توجه به توضیحات داده شده، در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، بوتانوئیک اسید دارای قدرت اسیدی کمتری بوده و چون در محلول خود به مقدار کمتری یونش پیدا می‌کند پس می‌توان گفت مقدار pH محلول این ماده در مقایسه با محلول استیک اسید، بیشتر است. چون بوتانوئیک اسید در مقایسه با استیک اسید دارای قسمت ناقطبی بزرگ‌تری است، پس انحلال‌پذیری این ماده در آب نیز کمتر از استیک اسید خواهد بود.

انحلال مواد آلی در آب

مولکول‌های سازنده برخی از ترکیب‌ها از جمله الکل‌ها، اسیدها و آمین‌ها، از دو بخش قطبی (گروه عاملی) و ناقطبی (بخش هیدروکربنی) تشکیل شده است. در این گروه از مواد، بین بخش قطبی و ناقطبی رقابت ایجاد شده و رفتارهای کلی مولکول‌های سازنده به میزان قدرت هر بخش بستگی دارد. به همین خاطر است که در الکل‌های کوچک (الکل‌های یک کربنه تا الکل‌های پنج کربنه)، بخش قطبی بر ناقطبی غلبه داشته و الکل در آب محلول است. به دیگر سخن نیروی بین مولکولی غالب در الکل‌ها تا پنج کربن از نوع هیدروژنی بوده و به همین دلیل، این الکل‌ها به خوبی در آب حل می‌شوند. با افزایش شمار اتم‌های کربن، بخش ناقطبی مولکول الکل‌ها بزرگ‌تر شده و میزان قطبیت مولکول کاهش می‌یابد. این روند سبب می‌شود که الکل‌های بزرگ‌تر در آب نامحلول بوده و در چربی حل شوند. به همین دلیل است که می‌توان گفت در کربوکسیلیک اسیدها نیز با افزایش طول زنجیره کربنی، مقدار انحلال‌پذیری در آب کاهش پیدا می‌کند.

ماز

۸- چند میلی‌لیتر محلول هیدروسیانیک اسید با $pH = ۲/۵$ که در دمای ۲۵°C به میزان ۱/۵٪ یونش یافته است، می‌تواند ۲۵ میلی‌لیتر محلول ۰/۴ مولار باریم هیدروکسید را به‌طور کامل خنثی کند؟

$HCN(aq) + Ba(OH)_۲(aq) \rightarrow Ba(CN)_۲(aq) + H_۲O(l)$ (معادله را موازنه کنید.)

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحه ۳۱ ـ ۱۲۰۱)

ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$۲HCN(aq) + Ba(OH)_۲(aq) \longrightarrow Ba(CN)_۲(aq) + ۲H_۲O(l)$$

یکی از رفتارهای جالب و پرکاربرد اسیدها و بازها، واکنش‌هایی است که بین این دو دسته از مواد انجام می‌شود. به این گروه از واکنش‌ها، به اصطلاح واکنش‌های خنثی‌شدن گفته می‌شود. طی واکنش‌های خنثی‌شدن، یون‌های هیدروکسید حاصل از بازها با یون‌های هیدرونیوم حاصل از ترکیب‌های اسیدی براساس معادله $OH^-(aq) + H_۳O^+(aq) \rightarrow ۲H_۲O(l)$ وارد واکنش شده و مولکول‌های آب را تولید می‌کنند. توجه داریم که هیدروسیانیک اسید، ضعیف‌ترین اسیدی است که در کتاب درسی به آن اشاره شده است. غلظت مولی محلول هیدروسیانیک اسید را با توجه به اطلاعات داده شده از آن به‌دست می‌آوریم:

$$[H^+] = ۱۰^{-۲/۵} = ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{۰/۵} = ۳ \times ۱۰^{-۳} mol.L^{-۱}$$

$$[H^+] = M \times \alpha \Longrightarrow M = \frac{[H^+]}{\alpha} = \frac{۳ \times ۱۰^{-۳}}{\frac{۱/۵}{۱۰۰}} = \frac{۰/۳}{۱/۵} = ۰/۲\ mol.L^{-۱}$$

همان‌طور که می‌دانید، باریم هیدروکسید یک باز دو ظرفیتی است. در نهایت حجم محلول هیدروسیانیک اسید موردنیاز را حساب می‌کنیم:

$$\underbrace{M_۱ \times n_۱ \times V_۱}_{\text{هیدروسیانیک اسید}} = \underbrace{M_۲ \times n_۲ \times V_۲}_{\text{باریم هیدروکسید}} \Longrightarrow ۰/۲ \times ۱ \times V_۱ = ۰/۴ \times ۲ \times ۲۵ \Longrightarrow V_۱ = ۱۰۰\ mL$$

واکنش خنثی شدن

هرگاه حجم V_a از محلول اسیدی با غلظت M_a و ظرفیت n_a با حجم V_b از محلول بازی با غلظت مولی M_b و ظرفیت n_b به‌طور کامل واکنش بدهد، به‌طوری‌که هر دو محلول کاملاً مصرف شوند، رابطه زیر میان این دو محلول برقرار می‌شود.

$M_a \times V_a \times n_a = M_b \times V_b \times n_b$

با استفاده از رابطه بالا، می‌توانیم بدون نیاز به محاسبات استوکیومتری، حجم محلول اسیدی/ بازی مورد نیاز را محاسبه کنیم.

ماز

۹- محلولی از هیدروکلریک اسید با $pH = ۲/۳$ و حجم ۴۰۰ میلی‌لیتر در اختیار داریم. برای افزایش pH این محلول به اندازه ۰/۷ واحد، به چند لیتر آب خالص نیاز داشته و هر لیتر از محلول ایجاد شده، با چند میلی‌گرم سود به‌طور کامل واکنش می‌دهد؟

$(Na = ۲۳ \text{ و } O = ۱۶ \text{ و } H = ۱ :\ g.mol^{-۱})$

۱) ۲۰ - ۱/۲ ۲) ۴۰ - ۱/۲ ۳) ۲۰ - ۱/۶ ۴) ۴۰ - ۱/۶

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحه ۳۰ ـ ۱۲۰۱)

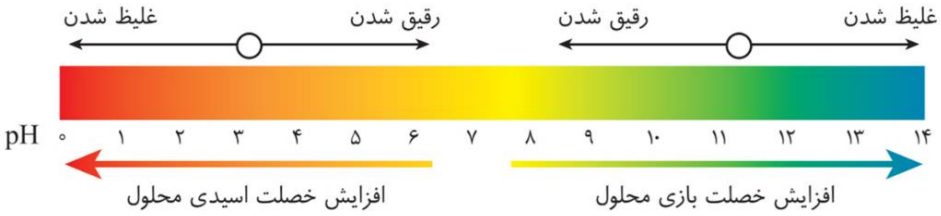
برای حل این سؤال، باید مراحل زیر را طی کنیم:

گام اول محاسبه مقدار pH محلول جدید تولید شده

گام دوم محاسبه غلظت یون هیدروژن در محلول جدید ایجاد شده

گام سوم به‌دست آوردن مقدار سدیم هیدروکسید شرکت کرده در واکنش خنثی‌شدن

اگر محلول یک اسید را با افزودن آب خالص به آن رقیق‌تر کنیم، غلظت یون هیدروژن در آن کاهش یافته و pH محلول افزایش پیدا می‌کند(به عدد ۷ نزدیک‌تر می‌شود) و به همین ترتیب، اگر محلول یک باز را با اضافه‌کردن آب خالص به آن رقیق‌تر کنیم، غلظت یون هیدروکسید در محلول کاهش یافته و pH محلول نیز کم‌تر می‌شود(به عدد ۷ نزدیک‌تر می‌شود.). در چنین شرایطی می‌توان گفت اگر محلول یک اسید قوی و یا یک باز قوی را n مرتبه رقیق کنیم(حجم محلول را با اضافه‌کردن آب خالص به آن، n برابر کنیم)، pH این محلول به اندازه $log\ (n)$ واحد به pH ناحیه خنثی$(pH = ۷)$ نزدیک‌تر می‌شود. در این رابطه، داریم:



طبق داده‌های سؤال، pH محلول از ۲/۳ به ۳ رسیده و ۰/۷ واحد تغییر کرده است، پس داریم:

$log(n) = ۰/۷ \Longrightarrow n = ۱۰^{۰/۷} = ۵$ برابر

محلول مورد نظر ۵ برابر رقیق‌تر شده است(غلظت آن $\frac{۱}{۵}$ برابر شده است)، پس می‌توان گفت طی این فرایند حجم محلول با استفاده از آب خالص ۵ برابر شده است. اگر حجم اولیه محلول برابر با V لیتر بوده است، طی این فرایند با استفاده از $۴V$ لیتر آب خالص، حجم محلول به $۵V$ لیتر رسیده است. بر این اساس، داریم:

$\Longrightarrow$ طی این فرایند حجم محلول به ۲۰۰۰ میلی‌لیتر(۲ لیتر) رسیده است $\Longrightarrow$ حجم محلول اولیه برابر با ۴۰۰ میلی‌لیتر بوده است

حجم آب مورد نیاز برابر با ۱/۶ لیتر بوده است $\Longrightarrow$ به محلول ۴۰۰ میلی‌لیتری اولیه، ۱۶۰۰ میلی‌لیتر آب خالص اضافه شده است

تغییر غلظت اسیدها و بازها

اسیدهای قوی به‌طور کامل یونش یافته$(\alpha = ۱)$ و با تغییر غلظت محلول آن‌ها، تغییری در درجه یونش این مواد ایجاد نمی‌شود. بر این اساس، داریم:

- اگر محلول یک اسید قوی مثل هیدروکلریک اسید را n مرتبه رقیق کنیم(حجم محلول را n برابر کنیم)، غلظت اسید و به دنبال آن غلظت یون هیدروژن $\frac{۱}{n}$ برابر شده و pH به اندازه $log\ n$ واحد به pH خنثی$(pH = ۷)$ نزدیک می‌شود.
- اگر محلول یک اسید قوی را n مرتبه غلیظ کنیم(حجم محلول را با تبخیر کردن آب، $\frac{۱}{n}$ برابر کنیم و یا مقدار اسید موجود در محلول را n برابر کنیم)، غلظت اسید و به دنبال آن غلظت یون هیدروژن در محلول مورد نظر n برابر شده و pH به اندازه $log\ n$ از pH خنثی$(pH = ۷)$ دورتر می‌شود.

بازهای قوی به‌طور کامل یونش یافته$(\alpha = ۱)$ و با تغییر غلظت محلول آن‌ها، تغییری در درجه یونش این مواد ایجاد نمی‌شود. بر این اساس، داریم:

- اگر محلول یک باز قوی را n مرتبه رقیق کنیم(حجم محلول را n برابر کنیم)، غلظت باز و به دنبال آن غلظت یون هیدروکسید $\frac{۱}{n}$ برابر شده و pH محلول به اندازه $log\ n$ واحد کاهش یافته و به pH ناحیه خنثی$(pH = ۷)$ نزدیک می‌شود.
- اگر محلول یک باز قوی را n مرتبه غلیظ کنیم(حجم محلول را با تبخیر کردن آب از آن، $\frac{۱}{n}$ برابر کنیم و یا مقدار باز موجود در محلول را n برابر کنیم)، غلظت باز و به دنبال آن غلظت یون هیدروکسید در محلول n برابر شده و pH این محلول به اندازه $log\ n$ واحد افزایش یافته و از pH ناحیه خنثی$(pH = ۷)$ دورتر می‌شود.

مقدار pH محلول نهایی برابر با ۳ است، پس داریم:

$$[H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۳}\ mol.L^{-۱}$$

هیدروکلریک اسید بر اساس معادله زیر با پودر سدیم هیدروکسید واکنش می‌دهد:

$$NaOH(s) + HCl(aq) \rightarrow NaCl(aq) + H_۲O(l)$$

بر این اساس، داریم:

$$?\,mg\ NaOH = ۱\ L\ \text{محلول اسیدی} \times \frac{۱۰^{-۳}\ mol\ HCl}{۱\ L\ \text{محلول اسیدی}} \times \frac{۱\ mol\ NaOH}{۱\ mol\ HCl} \times \frac{۴۰\ g\ NaOH}{۱\ mol\ NaOH} \times \frac{۱۰۰۰\ mg\ NaOH}{۱\ g\ NaOH} = ۴۰\ mg$$

همان‌طور که مشخص است، طی این فرایند ۴۰ میلی‌گرم سود مصرف شده است.

۱۰- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست است؟

الف ـ در شرایط یکسان، رسانایی یک نمونه از محلول لوله‌بازکن در مقایسه با محلول شیشه‌پاک‌کن کمتر خواهد بود.

ب ـ در شرایط استاندارد، حاصل‌ضرب غلظت مولی یون‌های هیدروکسید و هیدروژن در آب برابر $۱۰^{-۱۴}$ است.

ج ـ جوش شیرین موجب افزایش خاصیت پاک‌کنندگی صابون‌ها شده و در واحد فرمول آن ۶ اتم وجود دارد.

د ـ در واکنش محلول سود با محلول هیدروکلریک اسید، یون‌های Na^+ و Cl^- در واکنش شرکت نمی‌کنند.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ سریع ـ صفحه ۲۹ ـ ۱۲۰۱)

عبارت‌های (ج) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، رسانایی الکتریکی هر محلول اسیدی یا بازی، وابسته به قدرت اسید یا باز حل شده در آن محلول است. چون سدیم هیدروکسید یک باز قوی و آمونیاک یک باز ضعیف است، پس می‌توان گفت در شرایط یکسان، رسانایی یک نمونه از محلول لوله بازکن(محلول سود) در مقایسه با محلول شیشه‌پاک‌کن(محلول آمونیاک) بیشتر است.

ب) در شرایط STP(دمای صفر درجه سلسیوس و فشار ۱ اتمسفر)، حاصل‌ضرب غلظت مولی یون‌های هیدروکسید و هیدروژن در آب و یا سایر محلول‌های آبی کمتر از $۱۰^{-۱۴}$ می‌شود؛ درحالی که حاصل‌ضرب غلظت مولی یون‌های هیدروکسید و هیدروژن در آب در شرایط اتاق(دمای ۲۵ درجه سلسیوس و فشار ۱ اتمسفر) برابر با $۱۰^{-۱۴}$ می‌شود.

ج) از آن‌جا که اضافه‌کردن محلول سدیم هیدروژن کربنات ($NaHCO_۳$) به یک محلول دیگر، سبب کاهش غلظت یون هیدروژن در آن محلول می‌شود، می‌توان گفت که محلول سدیم هیدروژن کربنات یک محلول بازی با pH بزرگ‌تر از ۷ است. برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی چربی‌ها، به شوینده‌ها جوش‌شیرین(یا همان سدیم هیدروژن کربنات) می‌افزایند. اضافه‌کردن این ماده به شوینده‌ها، سبب افزایش خاصیت بازی آن‌ها می‌شود و قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها را افزایش می‌دهد.

ضد اسیدها

پزشکان برای مقابله با مقدار اضافی از اسید موجود در معده، از داروهایی به نام ضد اسید(آنتی‌اسید) استفاده می‌کنند. این داروها خاصیت بازی داشته و با ورود به معده، سبب خنثی کردن اسید معده و افزایش pH محتویات معده می‌شوند. مواد مؤثر موجود در ضد اسیدهای مختلف، شامل منیزیم هیدروکسید($Mg(OH)_۲$)، آلومینیم هیدروکسید($Al(OH)_۳$) و سدیم هیدروژن کربنات(جوش‌شیرین یا $NaHCO_۳$) می‌شود. این مواد براساس معادله‌های زیر با اسید معده واکنش می‌دهند:

$$Mg(OH)_۲ \xrightarrow{\text{واکنش}} Mg(OH)_۲(aq) + ۲HCl(aq) \rightarrow MgCl_۲(aq) + ۲H_۲O(l)$$

$$Al(OH)_۳ \xrightarrow{\text{واکنش}} Al(OH)_۳(aq) + ۳HCl(aq) \rightarrow AlCl_۳(aq) + ۳H_۲O(l)$$

$$NaHCO_۳ \xrightarrow{\text{واکنش}} NaHCO_۳(aq) + HCl(aq) \rightarrow H_۲O(l) + CO_۲(g) + NaCl(aq)$$

همان‌طور که مشخص است، در ساختار جوش شیرین یون هیدروکسید وجود نداشته و این ماده به هنگام انحلال در آب، یون هیدروکسید ایجاد می‌کند.

د) معادله واکنش مورد نظر به‌صورت $NaOH(aq) + HCl(aq) \rightarrow NaCl(aq) + H_۲O(l)$ است. طی این واکنش، یون هیدروکسید از محلول سود با یون هیدروژن از محلول هیدروکلریک اسید خنثی می‌شود. همان‌طور که مشخص است، یون‌های Na^+ و Cl^- در واکنش شرکت نکرده و به‌صورت دست‌نخورده باقی می‌مانند.

۱۱- نوعی شربت ضد اسید دارای ۱۳٪ جرمی آلومینیم هیدروکسید و ۲۵/۲٪ جرمی سدیم هیدروژن کربنات است. چند گرم از این شربت برای تغییر pH یک نمونه ۷۵۰ میلی‌لیتری اسید معده از ۰/۳ به ۱/۷ نیاز است؟

$(Al = ۲۷ , Na = ۲۳ , O = ۱۶ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

$Al(OH)_۳(s) + HCl(aq) \rightarrow AlCl_۳(aq) + H_۲O(l)$

$NaHCO_۳(s) + HCl(aq) \rightarrow NaCl(aq) + CO_۲(g) + H_۲O(l)$ معادله واکنش‌ها موازنه شود.

۱) ۶۰ ۲) ۳۰ ۳) ۲۲/۵ ۴) ۴۵

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحه ۳۲ ـ ۱۲۰۱)

ابتدا غلظت یون هیدرونیوم در محلول‌هایی با pH برابر ۰/۳ و ۱/۷ را حساب می‌کنیم:

$$pH = -log[H^+] \rightarrow [H^+] = ۱۰^{-pH} \rightarrow \begin{cases} [H_۱^+] = ۱۰^{-۰/۳} = ۵ \times ۱۰^{-۱}\ mol.L^{-۱} \\ [H_۲^+] = ۱۰^{-۱/۷} = ۲ \times ۱۰^{-۲}\ mol.L^{-۱} \end{cases}$$

برای اینکه pH محلول مورد نظر از ۰/۳ به ۱/۷ برسد، باید غلظت یون هیدرونیوم موجود در این محلول از ۰/۵ مول بر لیتر به ۰/۰۲ مول بر لیتر برسد. در این رابطه، داریم:

$$\text{غلظت اسید خنثی شده} = \text{غلظت اولیه اسید} - \text{غلظت نهایی اسید} = ۰/۵ - ۰/۰۲ = ۰/۴۸\ mol.L^{-۱}$$

حجم محلول اسیدی برابر با ۷۵۰ میلی‌لیتر است، بنابراین مقدار یون هیدرونیوم موجود در این محلول باید از ۰/۳۷۵ مول به ۰/۰۱۵ مول رسیده و مقدار ۰/۳۶ مول از آن خنثی شود. آلومینیم هیدروکسید و سدیم هیدروژن کربنات موجود در محلول ضد اسید، بر مبنای معادله‌های زیر با اسید معده واکنش می‌دهند:

$$Al(OH)_۳(s) + ۳HCl(aq) \rightarrow AlCl_۳(aq) + ۳H_۲O(l)$$

$$NaHCO_۳(s) + HCl(aq) \rightarrow NaCl(aq) + CO_۲(g) + H_۲O(l)$$

آسیب معده

دیواره داخلی معده، به‌طور طبیعی مقدار اندکی از یون‌های هیدرونیوم ترشح‌شده در معده را مجدداً جذب می‌کند. این فرایند، سبب نابودی برخی از سلول‌های سازنده دیواره معده می‌شود. در این شرایط، اگر مقدار اسید موجود در معده به هر دلیلی بیش از اندازه باشد، مقدار یون‌های هیدرونیوم جذب‌شده توسط دیواره معده بیشتر شده و مقدار بیشتری از سلول‌های دیواره معده آسیب می‌بینند. پزشکان برای مقابله با مقدار اضافی از اسید موجود در معده بیماران مبتلا به بیماری‌های معده‌ای، از داروهایی به نام ضد اسید یا همان آنتی‌اسید استفاده می‌کنند. این داروها خاصیت بازی داشته و با ورود به معده، سبب خنثی کردن اسید معده(هیدروکلریک اسید) و افزایش مقدار pH محتویات معده می‌شوند.

با استفاده از معادله واکنش‌های بالا، باید ۰/۳۶ مول از هیدروکلریک اسید موجود در معده خنثی شود. توجه داریم که در هر ۱۰۰ گرم از این ضد اسید، مقدار ۱۳ گرم آلومینیم هیدروکسید و مقدار ۲۵/۲ گرم سدیم هیدروژن کربنات وجود دارد. مقدار هیدروکلریک اسیدی که با این ۱۰۰ گرم از این ضد اسید واکنش می‌دهد را حساب می‌کنیم:

$$?\ mol\ HCl = ۱۳\ g\ Al(OH)_۳ \times \frac{۱\ mol\ Al(OH)_۳}{۷۸\ g\ Al(OH)_۳} \times \frac{۳\ mol\ HCl}{۱\ mol\ Al(OH)_۳} = ۰/۵\ mol$$

$$?\ mol\ HCl = ۲۵/۲\ g\ NaHCO_۳ \times \frac{۱\ mol\ NaHCO_۳}{۸۴\ g\ NaHCO_۳} \times \frac{۱\ mol\ HCl}{۱\ mol\ NaHCO_۳} = ۰/۳\ mol$$

$$\text{مقدار کل اسید} = ۰/۵ + ۰/۳ = ۰/۸\ mol\ HCl$$

بنابراین، مقدار ۱۰۰ گرم از این ضد اسید با ۰/۸ مول هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد. در پایان مقدار ضد اسید مورد نیاز برای خنثی‌سازی ۰/۳۶ مول از اسید موجود در معده را محاسبه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$?\ g\ \text{ضد اسید} = ۰/۳۶\ mol\ HCl \times \frac{۱۰۰\ g\ \text{ضد اسید}}{۰/۸\ mol\ HCl} = ۴۵\ g$$

۱۲- کدام عبارت داده شده نادرست است؟

۱) تولید مواد، یکی از قلمروهای الکتروشیمی است که در آن از فرایندهای آبکاری و برقکافت استفاده می‌شود.

۲) همهٔ فلزها، هنگامی که در معرض هوا قرار می‌گیرند، با گاز اکسیژن واکنش داده و به شکل اکسید درمی‌آیند.

۳) تولید انرژی الکتریکی پاک و ارزان، دستاوردی از الکتروشیمی است که در سایه فناوری‌های پیشرفته محقق می‌شود.

۴) با فرو بردن دو تیغه از جنس مس و روی در یک لیمو، می‌توان بخشی از انرژی شیمیایی را به انرژی الکتریکی تبدیل کرد.

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی و حفظی ـ زمان‌بر ـ صفحه ۳۹ ـ ۱۲۰۲)

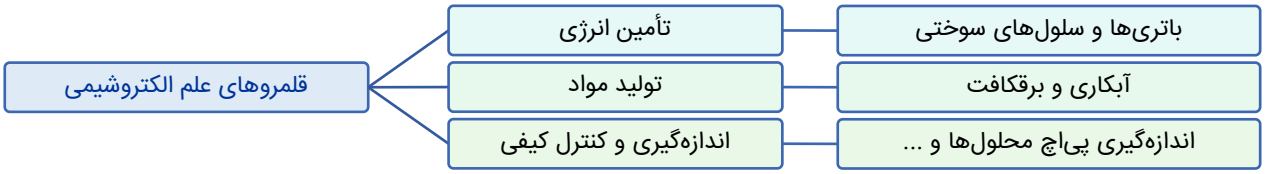
فلزهای نجیب مانند طلا و پلاتین با اکسیژن هوا واکنش نمی‌دهند، بنابراین باید گفت که اغلب فلزها هنگامی که در معرض هوا قرار می‌گیرند، با اکسیژن واکنش داده و به شکل اکسید درمی‌آیند. در این فرایند، اتم‌های فلزی اکسایش یافته و ذرات اکسیژن کاهش پیدا می‌کنند.

واکنش‌های اکسایش-کاهش

در محیط پیرامون ما واکنش‌های اکسایش-کاهش زیادی مانند سیاه شدن وسایل نقره‌ای، خوردگی آهن و سایر فلزات، فساد مواد غذایی و ... در حال انجام شدن هستند که مطلوب ما نبوده و گاهی زیان‌هایی را به دنبال دارند. برای مثال، سالانه صدها میلیون تن از فلزهای گوناگون برای ساختن اسکله نفتی، اسکلت ساختمان‌ها و پل‌ها، کشتی، لوکوموتیو و راه‌آهن و ... مصرف می‌شود. هنگامی که فلزها در مجاورت با اکسیژن هوا قرار می‌گیرند، اغلب اکسایش یافته و به شکل اکسید درمی‌آیند. خوردگی به فرایند تردشدن، خردشدن و فروریختن فلزها بر اثر واکنش‌های اکسایش-کاهش گفته می‌شود. زنگ‌زدن آهن، تیره‌شدن نقره و زنگار سبز ایجادشده بر سطح مس، نمونه‌هایی از فرایند خوردگی هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) تولید مواد جدید، یکی از قلمروهای دانش الکتروشیمی است که در آن فرایندهای آبکاری و برقکافت استفاده می‌شود. نمودار زیر، قلمروهای کلی دانش الکتروشیمی را نشان می‌دهد.

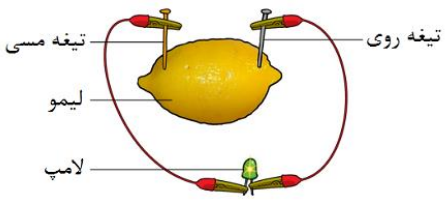


۳) آن‌چه که شیمی و الکتریسیته را به یکدیگر پیوند داده و علم الکتروشیمی را ایجاد می‌کند، الکترون است. به عبارتی، الکتروشیمی علم استفاده از انرژی الکتریکی برای ایجاد یک تغییر شیمیایی و یا تولید انرژی الکتریکی به کمک انجام واکنش‌های شیمیایی است. تولید انرژی پاک و ارزان، دستاوردی از دانش الکتروشیمی است که در سایه فناوری‌های پیشرفته موجب افزایش سطح رفاه و آسایش مردم جهان شده است.

نقش الکتروشیمی در زندگی

رشد دانش و پیشرفت فناوری، موجب آسان‌ترشدن انجام فعالیت‌های فردی، اقتصادی و صنعتی شده و افزایش سطح آسایش و رفاه در جامعه را به دنبال داشته است. تأمین روشنایی، گرمایش و سرمایش آسان‌تر، حمل و نقل سریع‌تر و ایمن‌تر، درمان و کاهش اثرات نقص عضو و انتقال ایمن آب آشامیدنی از نقطه‌ای به نقطه دیگر، نمونه‌هایی از افزایش سطح رفاه و آسایش در جامعه را نشان می‌دهند. دو رکن اساسی در تحقق این فناوری‌ها، دستیابی به مواد مناسب و تأمین انرژی موردنیاز است.

۴) باتری لیمویی، نوع ساده‌ای از یک سلول الکتروشیمیایی است که با فروبردن یک تیغه از جنس فلز مس و یک تیغه از جنس فلز روی در یک لیمو ساخته می‌شود. توجه داریم که جنس دو تیغه فرو رفته در لیمو باید متفاوت از هم باشند. به کمک این نوع باتری می‌توان یک لامپ LED را روشن کرد. تصویر زیر، نمایی از این نوع باتری را نشان می‌دهد:



همان‌طور که مشخص است، لیمو در نقش الکترولیت بوده و باعث برقراری جریان الکتریکی در مدار خارجی می‌شود.

۱۳- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست است؟

الف ـ واکنش میان منیزیم و گاز O_2 با تولید نور سفید همراه بوده و در فراورده آن، آرایش الکترونی یون‌ها مشابه هم است.

ب ـ باتری از فراورده‌های مهم صنعتی است که در محل مورد نیاز، با انجام واکنش‌های شیمیایی، الکتریسیته تولید می‌کند.

ج ـ در واکنش فلز آلومینیم با محلول مس(II) سولفات، تغییر بار الکتریکی گونه اکسنده، ۱/۵ برابر گونه کاهنده است.

د ـ در واکنش $3Mg(s) + N_2(g) \rightarrow Mg_3N_2(s)$، با تولید یک مول فراورده، ۳ مول الکترون مبادله می‌شود.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ استاندارد ـ صفحه ۴۲ ـ ۱۲۰۲)

عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) اغلب فلزها در واکنش با نافلزها تمایل دارند یک یا چند الکترون خود را به اتم‌های نافلزی داده و ضمن اکسایش، به کاتیون تبدیل شوند. نافلزها نیز با گرفتن یک یا چند الکترون، کاهش یافته و به آنیون تبدیل می‌شوند. بر این اساس، فلزها اغلب کاهنده و نافلزها اغلب اکسنده هستند. منیزیم(یک عنصر فلزی) در واکنش با اکسیژن(یک عنصر نافلزی) هوا اکسید شده و الکترون‌های خود را به اتم‌های اکسیژن انتقال می‌دهد. معادله نیم‌واکنش‌های انجام شده در این واکنش شیمیایی به‌صورت زیر است:

نیم‌واکنش اکسایش: $Mg(s) \rightarrow 2e^- + Mg^{2+}(s)$

نیم‌واکنش کاهش: $O_2(g) + 4e^- \rightarrow 2O^{2-}(s)$

واکنش انجام‌شده به‌صورت $2Mg(s) + O_2(g) \rightarrow 2MgO(s)$ است که در آن اتم‌های Mg و مولکول‌های اکسیژن به‌ترتیب در نقش گونه‌های کاهنده و اکسنده ظاهر می‌شوند. فراورده‌های تولید شده در این نیم‌واکنش‌ها، هر دو دارای ۱۰ الکترون بوده و آرایش الکترونی مشابهی دارند. همان‌طور که مشخص است، طی این واکنش هر اتم منیزیم دو الکترون از دست داده و یک لایه الکترونی از اتم‌های آن کاسته می‌شود و به همین خاطر، شعاع اتم‌های این عنصر طی فرایند اکسایش، کوچک‌تر می‌شود. در گذشته از واکنش سوختن منیزیم به‌عنوان منبع نور در هنگام عکاسی استفاده می‌شد. طی این فرایند، فلز منیزیم با تولید نور خیره‌کننده‌ای در حضور اکسیژن می‌سوخت و به منیزیم اکسید تبدیل می‌شد.

اکسایش و کاهش

در واکنش‌های اکسایش-کاهش، الکترون از یک گونه به گونه دیگر منتقل می‌شود. در این واکنش‌ها، ماده‌ای که با گرفتن الکترون کاهش پیدا کرده و سبب اکسایش گونه دیگر می‌شود، اکسنده نام دارد. در نقطه مقابل، ماده‌ای که با از دست دادن الکترون اکسایش پیدا کرده و سبب کاهش گونه دیگر می‌شود، کاهنده نام دارد. در رابطه با این دو گروه از مواد داریم:

گونه کاهنده است ← سبب کاهش گونه دیگر می‌شود ← گونه‌ای که اکسایش پیدا می‌کند

گونه اکسنده است ← سبب اکسایش گونه دیگر می‌شود ← گونه‌ای که کاهش پیدا می‌کند

بر این اساس، می‌توان گفت:

الکترون می‌دهد ← گونه کاهنده الکترون می‌گیرد ← گونه اکسنده

ب) یکی از کاربردهای واکنش‌های اکسایش-کاهش، استفاده از آن‌ها در ساختن انواع باتری‌ها است. باتری از فراورده‌های مهم صنعتی است که در محل مورد نیاز، با انجام واکنش‌های شیمیایی، بخشی از انرژی شیمیایی ذخیره شده در خود را به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کند. ساختار و ویژگی‌های هر باتری متناسب با کارکرد ویژه‌ای است که آن باتری دارد. با رشد و پیشرفت صنایع گوناگون، نیاز و تقاضا برای ساختن باتری‌هایی با ویژگی‌های گوناگون و کاربرد معین افزایش پیدا کرده است.

ج) واکنش فلز آلومینیم با محلول مس(II) سولفات، به‌صورت زیر است:

$$2Al(s) + 3Cu^{2+}(aq) \rightarrow 2Al^{3+}(aq) + 3Cu(s)$$

با توجه به معادله‌ی نوشته شده برای این واکنش شیمیایی، تغییر بار الکتریکی گونه کاهنده(فلز آلومینیم)، ۱/۵ برابر گونه اکسنده(یون مس) است. توجه داریم که با انجام این واکنش، از شدت رنگ آبی محلول کاسته می‌شود.

در فراورده واکنش، یون‌های Mg^{2+} و N^{3-} وجود دارند؛ بنابراین به ازای تولید یک مول ترکیب Mg_3N_2، مقدار $3 \times 2 = 6$ مول الکترون مبادله می‌شود. نام ترکیب تولید شده طی این فرایند منیزیم نیترید است. برای محاسبه تعداد الکترون مبادله شده در این واکنش‌ها، باید از رابطه زیر استفاده کرد:

زیروند × تغییر بار الکتریکی × ضریب ماده در معادله واکنش = تعداد الکترون مبادله شده

۱۴- طی واکنش محلول هیدروکلریک اسید با یک قطعه فلز روی، $3/01 \times 10^{22}$ الکترون بین گونه‌های اکسنده و کاهنده مبادله شده است. طی این فرایند، چند میلی‌لیتر فراورده گازی در شرایطی که حجم مولی گازها برابر با ۴۴/۸ لیتر است، به‌دست می‌آید؟

۱) ۲۸۰ ۲) ۵۶۰ ۳) ۸۴۰ ۴) ۱۱۲۰

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحه ۴۳ ـ ۱۲۰۲)

واکنش میان فلز روی و محلول هیدروکلریک اسید به‌صورت زیر است:

$$Zn(s) + 2HCl(aq) \rightarrow ZnCl_2(aq) + H_2(g)$$

با توجه به معادله این واکنش، به ازای مبادله شدن ۲ مول الکترون بین گونه‌های اکسنده و کاهنده، ۱ مول گاز هیدروژن تولید می‌شود. بر این اساس، حجم گاز هیدروژن تولید شده را محاسبه می‌کنیم.

$$?\,mL\,H_2 = 3/01 \times 10^{22}\,e \times \frac{1\,mol\,e}{6/02 \times 10^{23}\,e} \times \frac{1\,mol\,H_2}{2\,mol\,e} \times \frac{44/8\,L\,H_2}{1\,mol\,H_2} \times \frac{1000\,mL\,H_2}{1\,L\,H_2} = 1120\,mL$$

با توجه به محاسبات انجام شده، طی این فرایند ۱۱۲۰ میلی‌لیتر گاز هیدروژن تولید شده است.

واکنش فلزها با اسیدها

به‌جز عناصر طلا، پلاتین، جیوه، نقره و مس، سایر فلزها با یون هیدروژن موجود در محلول‌های اسیدی واکنش داده و گاز H_2 آزاد می‌کنند. طی این فرایند، فلز الکترون از دست داده و به‌صورت کاتیون وارد محلول می‌شود. برای مثال، سدیم براساس معادله $2Na(s) + 2HCl(aq) \rightarrow 2NaCl(aq) + H_2(g)$ با هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد. معادله واکنش کلی انجام شده بین عناصر فلزی با هیدروکلریک اسید به‌صورت زیر است:

$$M(s) + xHCl(aq) \rightarrow MCl_x + \frac{x}{2}H_2$$

فلزهای موجود در گروه اول (لیتیم، سدیم، پتاسیم و ...)، در قالب کاتیون‌هایی با بار ۱+ وارد محلول می‌شوند. فلزهای موجود در گروه دوم (منیزیم، کلسیم، استرانسیم و ...)، در قالب کاتیون‌هایی با بار ۲+ وارد محلول می‌شوند. فلزهای موجود در گروه ۱۳ (آلومینیم و گالیم) نیز در قالب کاتیون‌هایی با بار ۳+ وارد محلول می‌شوند. توجه داریم که با افزایش واکنش‌پذیری فلز، افزایش غلظت حل‌شونده در محلول اسیدی و یا افزایش قدرت اسید (K_a) موجود در محلول، سرعت واکنش میان فلز با اسید افزایش یافته و گاز هیدروژن با سرعت بیشتری تولید خواهد شد.

۱۵- اطلاعات داده شده در جدول زیر، مربوط به قرار گرفتن تیغه‌های فلزی مختلف در محلول آهن(II) سولفات است:

جنس تیغه فلزی	آهن	روی	منیزیم	نقره
دمای اولیه	۳۰°C	۲۰°C	۲۰°C	۳۰°C
دمای نهایی	۳۰°C	۲۴°C	۲۶°C	۳۰°C

از میان فلزهای داده شده، فلز ..... بیشترین میل به از دست دادن الکترون را داشته و در صورت قرار دادن یک تیغه از جنس روی در محلول نقره نیترات، دمای محلول ..... .

۱) منیزیم ـ افزایش می‌یابد ۲) منیزیم ـ ثابت باقی می‌ماند

۳) نقره ـ افزایش می‌یابد ۴) نقره ـ ثابت باقی می‌ماند

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحه ۴۳ ـ ۱۲۰۲)

در یک واکنش اکسایش-کاهش، فلزی که قدرت کاهندگی بیشتری(تمایل بیشتر به از دست دادن الکترون) دارد، می‌تواند با کاتیون‌های فلزی حاصل از عناصری که قدرت کاهندگی کم‌تری دارند وارد واکنش شده و آن‌ها را به اتم‌های فلزی بکاهد. برای مقایسه تمایل فلزهای

مختلف به از دست دادن الکترون، می‌توانیم از واکنش این عناصر با یک محلول خاص در شرایط یکسان استفاده کنیم. هر فلزی که با محلول موردنظر با شدت بیشتری واکنش داده و دما را بیشتر افزایش دهد، تمایل بیشتری به از دست دادن الکترون دارد. در این رابطه، داریم:

افزایش دمای محلول به مقدار بیشتر ← افزایش تمایل اتم فلزی به از دست دادن الکترون(قدرت کاهندگی)

توجه داریم که اگر یک فلز، دمای محلول مورد نظر را افزایش ندهد، یعنی در مقایسه با فلزی که کاتیون آن در محلول وجود دارد، واکنش‌پذیری کمتری دارد.

مبادله انرژی در الکتروشیمی

هر واکنش شیمیایی، با گرفتن و یا دادن مقداری انرژی به محیط اطراف خود همراه است. در برخی از واکنش‌های اکسایش-کاهش، به هنگام دادوستد الکترون بین گونه‌های اکسنده و کاهنده، مقداری انرژی نیز آزاد می‌شود. به‌عنوان مثال، در هنگام سوختن عناصر فلزی مثل سدیم و منیزیم، اتم‌های فلزی اکسایش پیدا کرده و الکترون‌های خود را به اتم‌های اکسیژن منتقل می‌کنند. همان‌طور که می‌دانیم، انجام‌شدن این واکنش‌ها با آزادشدن مقداری انرژی به‌صورت نور و گرما همراه است. علاوه بر واکنش سوختن عناصر فلزی، برخی دیگر از انواع واکنش‌های اکسایش-کاهش نیز با آزادشدن گرما همراه هستند. به‌عنوان مثال، واکنش یک تیغه فلزی با محلول فلزی که واکنش‌پذیری کمتری دارد، از جمله واکنش‌های اکسایش-کاهش گرماده است.

طبق فرض سؤال، فلزهای روی و منیزیم دمای محلول مورد نظر را افزایش داده‌اند، پس این دو فلز در مقایسه با آهن واکنش‌پذیرتر هستند. چون منیزیم دمای محلول را به مقدار بیشتری افزایش داده است، پس می‌توان گفت این فلز در مقایسه با روی واکنش‌پذیرتر است. در این رابطه، داریم:

$$\text{واکنش‌پذیری} : Mg > Zn > Fe$$

چون فلز نقره دمای محلول را افزایش نداده است، پس می‌توان گفت نقره در مقایسه با آهن واکنش‌پذیری کمتری داد. اگر فلز نقره را به مقایسه قبلی اضافه کنیم، خواهیم داشت:

$$\text{واکنش‌پذیری} : Mg > Zn > Fe > Ag$$

منیزیم، واکنش‌پذیرترین فلز از میان فلزهای داده شده است، پس این فلز بیشترین میل به از دست دادن الکترون را دارد. چون فلز روی از نقره واکنش‌پذیرتر است، در صورت قرار دادن یک تیغه از جنس روی در محلول نقره نیترات، واکنش زیر انجام می‌شود:

$$۲Ag^{+}(aq) + Zn(s) \rightarrow ۲Ag(s) + Zn^{۲+}(aq)$$

چون این واکنش گرماده است، دمای محلول افزایش پیدا می‌کند.

واکنش بین تیغه و محلول

کاتیون‌های فلزی موجود در یک محلول، در واکنش با اتم‌های یک عنصر فلزی دیگر که واکنش‌پذیری بیشتری دارند، یک یا چند الکترون از آن‌ها گرفته و کاهش پیدا می‌کنند. به‌عنوان مثال، هرگاه تیغه‌ای از جنس فلز روی را در محلولی از مس(II) سولفات قرار بدهیم، اتم‌های خنثای روی با از دست دادن دو الکترون به یون‌های روی اکسایش یافته و هم‌زمان با آن، هر یون مس(II) با دریافت همان دو الکترون، به اتم Cu کاهش می‌یابد. از آن‌جا که رنگ آبی محلول مس(II) سولفات به خاطر وجود یون‌های $Cu^{۲+}(aq)$ در این محلول است، با گذشت زمان و کاهش غلظت این یون در محلول موردنظر، به‌تدریج از شدت رنگ محلول کاسته می‌شود.

۱- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست است؟

الف ــ مخلوط آب و روغن، ناپایدار بوده و با قرار دادن آن در یک محیط ثابت، آب بر روی روغن قرار می‌گیرد.

ب ــ در رسوب ایجاد شده روی لباس هنگام شستن آن‌ها با آب سخت و صابون، شمار کاتیون‌ها نصف آنیون‌ها است.

ج ــ دو مورد از اتم‌های کربن موجود در حلقهٔ بنزنی از پاک‌کننده‌های غیر صابونی، فقط به اتم‌های کربن متصل شده‌اند.

د ــ اوره، همانند اتیلن گلیکول، گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر داشته و با ذرات خود پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد.

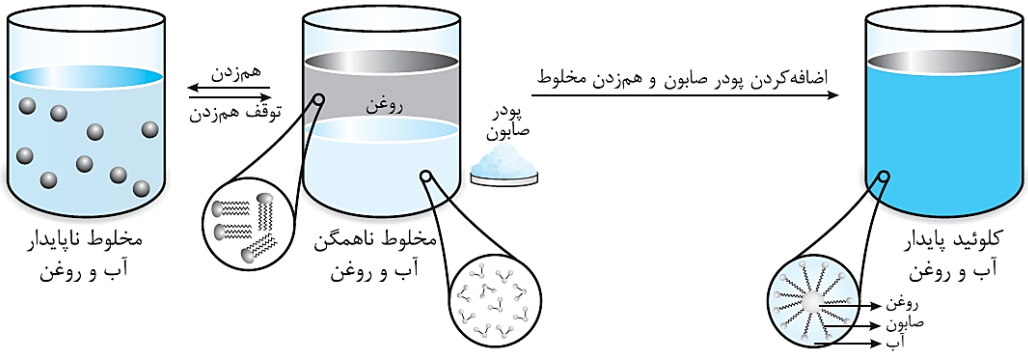
۱) «الف» و «ج» ۲) «الف» و «د» ۳) «ب» و «ج» ۴) «ب» و «د»

استاندارد

عبارت‌های (ب) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

الف مخلوط آب و روغن، در نبود صابون ناپایدار بوده و اگر این مخلوط را برای مدتی در یک مکان ثابت قرار بدهیم، آب و روغن موجود در آن از یکدیگر جدا شده و دو لایه مجزا تشکیل می‌شود. در چنین شرایطی، چون آب چگالی بیشتری دارد، این ماده در ته ظرف قرار گرفته و روغن روی آن را می‌پوشاند. تصویر زیر، مخلوطی از آب و روغن را نشان می‌دهد:



انحلال مواد

در هر ماده خالص، بین ذرات نیروی بین مولکولی برقرار شده است. در این حالت، ذرات سازنده آن ماده در کنار هم قرار گرفته‌اند. با مخلوط کردن دو ماده، آن دو ماده به شرطی در یکدیگر حل می‌شوند که بین ذرات آن‌ها نیروی بین مولکولی مناسب برقرار شود. در غیر این صورت، دو ماده جدا از هم باقی می‌مانند. مراحل حل شدن دو ماده در یکدیگر را می‌توان به‌صورت زیر خلاصه کرد:

۱- شکستن پیوندهای موجود بین ذرات حل‌شونده

۲- شکستن پیوندهای موجود بین ذرات حلال

۳- پخش شدن ذرات حل‌شونده بین حلال و برقراری جاذبه مناسب بین ذرات

آزمایش‌ها نشان می‌دهند که فرایند انحلال هنگامی منجر به تشکیل محلول می‌شود که قدرت جاذبه‌های برقرار شده میان ذرات حل‌شونده با حلال در محلول، بیشتر از میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص و حل‌شونده خالص باشد.

ب مولکول‌های صابون، براساس معادله‌های زیر با کاتیون‌های موجود در آب‌های سخت واکنش می‌دهند:

واکنش صابون با یون کلسیم: $۲RCOONa(aq) + Ca^{۲+}(aq) \rightarrow (RCOO)_۲Ca(s) + ۲Na^{+}(aq)$

واکنش صابون با یون منیزیم: $۲RCOONa(aq) + Mg^{۲+}(aq) \rightarrow (RCOO)_۲Mg(s) + ۲Na^{+}(aq)$

رسوب‌های تولید شده در این واکنش‌ها، سفید رنگ بوده و رد آن‌ها بر روی لباس‌ها باقی می‌ماند. همان‌طور که مشخص است، نسبت شمار آنیون‌ها به شمار کاتیون‌ها در این رسوب‌ها برابر با ۲ خواهد بود.

قدرت پاک‌کنندگی

عوامل مؤثر بر قدرت پاک‌کنندگی صابون، به شرح زیر هستند:

۱- میزان سختی آب: صابون‌ها در مجاورت با آب سخت، با دو یون کلسیم و منیزیم موجود در این نمونه از آب رسوب سفیدرنگی ایجاد می‌کنند که بر روی لباس دیده می‌شود. در این حالت، قدرت پاک‌کنندگی صابون به‌شدت کاهش می‌یابد.

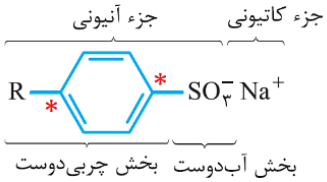
۲- جنس پارچه: چسبندگی لکه‌های چربی بر روی لباس‌های نخی (یا همان پنبه‌ای) کمتر از پارچه‌های پلی‌استری است. بر این اساس، می‌توان گفت صابون بر روی لکه‌های ایجاد شده بر سطح پارچه‌های نخی اثر بیشتری دارد.

۳- آنزیم: آنزیم نوعی کاتالیزگر است که فرایندهای تجزیه مواد موجود در لکه‌ها را تسریع می‌بخشد و این مواد را به مواد ساده‌تر تبدیل می‌کند. اضافه کردن آنزیم به صابون، قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.

۴- دما: علاوه بر این که در دماهای بالاتر، ساختار چربی‌های موجود بر روی سطح لباس سست می‌شود، افزایش دما سرعت انجام هر فرآیندی را نیز افزایش می‌دهد. همچنین افزایش دما موجب تأمین‌شدن گرمای واکنش‌های انجام‌گرفته بر لکه می‌شود، پس افزایش دما نیز قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.

۵- افزودنی‌های شیمیایی: اضافه کردن جوش شیرین به صابون، موجب ایجاد خاصیت بازی و افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن می‌شود. افزودن نمک‌های فسفات به صابون نیز قدرت پاک‌کنندگی آن را در مواجهه با آب سخت افزایش می‌دهد.

ج) ساختار کلی پاک‌کننده‌های غیر صابونی به‌صورت زیر است:



اتم‌های کربنی از بخش آنیونی این پاک‌کننده‌ها (۲ اتم کربن) که با ستاره مشخص شده‌اند، به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند. اتم کربن سمت راست، به ۲ اتم کربن و یک اتم گوگرد متصل بوده و اتم کربن سمت چپ، فقط به ۳ اتم کربن متصل شده است.

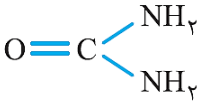
پاک‌کننده‌های غیر صابونی

شیمی‌دان‌ها به دنبال موادی بودند که علاوه بر قدرت پاک‌کنندگی بالا، بتوان آن‌ها را به میزان انبوه و با قیمت مناسب تولید کرد. با توجه به رابطه میان ساختار و رفتار یک ماده، شیمی‌دان‌ها به دنبال موادی بودند که همانند صابون‌ها، ساختاری دوگانه‌دوست (هم چربی‌دوست و هم آب‌دوست) داشته باشند. سرانجام آن‌ها توانستند با استفاده از بنزن و دیگر مواد اولیه موجود در صنایع پتروشیمی، پاک‌کننده‌های جدیدی را تولید کنند. این مواد، به پاک‌کننده‌های غیر صابونی معروف بوده و فرمول همگانی آن‌ها به‌صورت $RC_6H_4SO_3Na$ است.

همان‌طور که مشخص است، پاک‌کننده‌های غیر صابونی نیز همانند پاک‌کننده‌های صابونی از یک بخش آب‌دوست و یک بخش چربی‌دوست (حلقه بنزنی و زنجیر هیدروکربنی) تشکیل شده‌اند. در هنگام استفاده از این پاک‌کننده‌ها، مولکول‌های چربی به زنجیرهٔ هیدروکربنی پاک‌کننده می‌چسبند و بخش آب‌دوست مولکول‌های پاک‌کننده نیز باعث پخش‌شدن چربی‌ها در آب می‌شود.

پاک‌کننده‌های غیر صابونی، برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی، طی واکنش‌های پیچیده و از مواد پتروشیمیایی تولید می‌شوند. این پاک‌کننده‌ها، همانند بنزن، نفتالن، بنزوئیک اسید، بنزآلدهید و ...، دارای یک حلقه کربنی آروماتیک (حلقه بنزنی) در ساختار خود هستند. پاک‌کننده‌های غیر صابونی، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری نسبت به پاک‌کننده‌های صابونی دارند.

د) دو ترکیب اوره و اتیلن گلیکول، قطبی بوده و درنتیجه گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر دارند. به‌علاوه به علت حضور پیوند اشتراکی $N-H$ در ساختار اوره و پیوند اشتراکی $O-H$ در ساختار اتیلن گلیکول، این دو ترکیب توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود و همچنین با مولکول‌های آب را دارند. ساختار اوره به‌صورت زیر است:



۲- برای تهیهٔ نوعی صابون مایع، ۳۴۰/۸ گرم از اسید چرب سیرشده با فرمول $CH_3(CH_2)_{16}COOH$ را در شرایط مناسب در مجاورت با محلول پتاسیم هیدروکسید قرار می‌دهند. در این واکنش، به‌تقریب چند درصد جرمی از فراورده‌های تولید شده را صابون تشکیل می‌دهد؟ ($K=39, O=16, C=12, H=1 : g.mol^{-1}$)

۱) ۹۰/۴ ۲) ۹۲/۲ ۳) ۹۴/۷ ۴) ۹۶

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحه ۶ ـ ۱۲۰۱)

اسیدهای چرب، در شرایط مناسب با محلول‌های بازی واکنش داده و اتم هیدروژن موجود در گروه کربوکسیل آن‌ها با یک کاتیون جایگزین می‌شود. در این حالت، نوعی ترکیب با خاصیت صابونی به دست می‌آید. ابتدا معادله واکنش انجام شده را می‌نویسیم:

$$CH_3(CH_2)_{16}COOH + KOH \longrightarrow CH_3(CH_2)_{16}COOK + H_2O$$

جرم مولی آب برابر $18 g.mol^{-1}$ است و جرم مولی صابون مایع حاصل از این واکنش نیز برابر است با:

$$\text{جرم مولی صابون} = (18\times12)+(1\times35)+(16\times2)+39 = 322 g.mol^{-1}$$

طی این فرایند، به ازای مصرف هر مول اسید چرب، یک مول صابون (۳۲۲ گرم صابون) و یک مول آب (۱۸ گرم آب) به دست می‌آید. در نهایت درصد جرمی صابون را در فراورده‌ها حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی صابون در فراورده‌ها} = \frac{\text{جرم مولی صابون}}{\text{مجموع جرم مولی کل فراورده‌ها}}\times100 = \frac{322}{322+18}\times100 = \frac{32200}{340} \simeq 94/7 \text{ درصد}$$

توجه داریم که جرم اسید چرب مصرف شده در این سؤال، اصلاً اهمیتی ندارد و با استفاده از معادله موازنه شده واکنش به تنهایی، می‌توانیم درصد جرمی صابون را محاسبه کنیم.

۳- محلول ۵ لیتری از سود با $pH=13/5$، با ۱۲۸ گرم از اسید چرب با فرمول شیمیایی $C_{16}H_{32}O_2$ واکنش می‌دهد. باز باقیمانده در این محلول، با چند گرم هیدرازین بر اساس معادلهٔ زیر و در حضور مقدار کافی فلز روی واکنش داده و طی این فرایند، چند گرم آمونیاک تولید می‌شود؟ (معادلهٔ واکنش موازنه شود. $O=16, N=14, C=12, H=1 : g.mol^{-1}$)

$$N_2H_4(g) + Zn(s) + NaOH(aq) \rightarrow Na_2ZnO_2(aq) + NH_3(aq)$$

۱) ۸ - ۱۷ ۲) ۱۶ - ۱۷ ۳) ۸ - ۳۴ ۴) ۱۶ - ۳۴

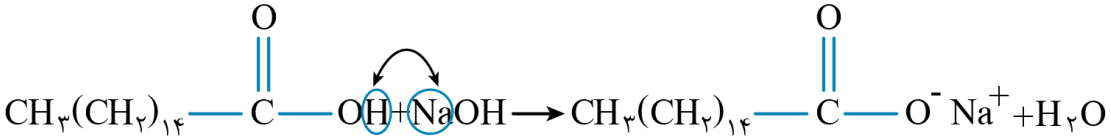
پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحه ۶ ـ ۱۲۰۱)

طی این فرایند، محلول ۵ لیتری از سود با $pH=13/5$ مصرف شده است. بر این اساس، غلظت سدیم هیدروکسید موجود در این محلول را محاسبه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$[OH^-] = 10^{pH-14} \Longrightarrow [OH^-] = 10^{13/5-14} = 10^{-0/5} = 10^{0/5}\times10^{-1} = 0/3\ mol.L^{-1}$$

$$\xrightarrow{\text{سدیم هیدروکسید یک باز قوی است، پس غلظت اولیه باز با غلظت یون هیدروکسید برابر است}} [NaOH] = [OH^-] = 0/3\ mol.L^{-1}$$

محلول مورد نظر، ۵ لیتر حجم داشته و غلظت سود در آن برابر با ۰/۳ مول بر لیتر است، پس در کل این محلول ۱/۵ مول سدیم هیدروکسید وجود دارد. معادله واکنش تولید صابون‌ها با استفاده از اسیدهای چرب به‌صورت زیر است:



ابتدا معادله واکنش انجام شده بین محلول سود و اسید چرب را می‌نویسیم:

$$C_{16}H_{32}O_2 + NaOH \longrightarrow C_{16}H_{31}O_2Na + H_2O$$

طی این فرایند، نوعی صابون با فرمول شیمیایی $C_{16}H_{31}O_2Na$ تولید شده است. با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سؤال، مقداری از محلول سود صرف واکنش با اسید چرب شده است. با توجه به جرم اسید چرب، مقدار سود مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ mol\ NaOH = 128\ g\ C_{16}H_{32}O_2 \times \frac{1\ mol\ C_{16}H_{32}O_2}{256\ g\ C_{16}H_{32}O_2} \times \frac{1\ mol\ NaOH}{1\ mol\ C_{16}H_{32}O_2} = 0/5\ mol$$

در محلول اولیه، ۱/۵ مول سدیم هیدروکسید وجود داشته و ۰/۵ مول از این ماده در واکنش با اسید چرب مصرف شده است. بر این اساس، می‌توان گفت ۱ مول سدیم هیدروکسید در محلول باقی مانده است. معادله واکنش دوم انجام شده به‌صورت زیر است:

$$N_2H_4(g) + Zn(s) + 2NaOH(aq) \rightarrow Na_2ZnO_2(aq) + 2NH_3(aq)$$

با توجه به معادله این واکنش، جرم هیدرازین مصرف شده و جرم آمونیاک تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,N_2H_4 = 1\,mol\,NaOH \times \frac{1\,mol\,N_2H_4}{2\,mol\,NaOH} \times \frac{32\,g\,N_2H_4}{1\,mol\,N_2H_4} = 16\,g$$

$$?\,g\,NH_3 = 1\,mol\,NaOH \times \frac{2\,mol\,NH_3}{2\,mol\,NaOH} \times \frac{17\,g\,NH_3}{1\,mol\,NH_3} = 17\,g$$

انواع پاک‌کننده‌های خورنده

پاک‌کننده‌های خورنده، موادی با خاصیت اسیدی یا بازی قوی هستند. در رابطه با این نوع از پاک‌کننده‌ها داریم:

۱- شوینده‌های خورنده بازی: از این شوینده‌ها برای پاک کردن رسوب‌ها و آلودگی‌هایی با خاصیت اسیدی استفاده می‌شود. به‌عنوان مثال، اگر مسیر لوله‌ای با مخلوط اسیدهای چرب (نوعی ماده اسیدی) مسدود شده باشد، برای باز کردن راه آن می‌توان از محلول سدیم هیدروکسید استفاده کرد. بر این اساس، محلول غلیظ سدیم هیدروکسید، به‌عنوان لوله‌بازکن کاربرد دارد. محلول سدیم هیدروکسید براساس معادله زیر با این آلودگی‌ها واکنش می‌دهد:

$$RCOOH(s) + NaOH(aq) \rightarrow RCOONa(aq) + H_2O(l)$$

یکی از فراورده‌های این واکنش، صابون است. صابون حاصل از این واکنش، در آب حل شده و می‌تواند چربی‌های اضافی را بزداید.

۲- شوینده‌های خورنده اسیدی: از این پاک‌کننده‌ها برای زدودن آلودگی‌هایی با خاصیت بازی استفاده می‌شود. به‌عنوان مثال، اگر مسیر لوله‌ای با رسوب کلسیم کربنات بسته شده باشد، برای باز کردن راه آن می‌توان از محلول هیدروکلریک اسید (HCl) استفاده کرد.

۴- کدام‌یک از مطالب داده شده نادرست است؟

۱) برای جلوگیری از تشکیل رسوب صابون در زمان استفاده از آب سخت، به برخی از صابون‌ها نمک‌های فسفات اضافه می‌کنند.

۲) پاک‌کننده‌های خورنده برخلاف صابون‌ها با آلودگی‌ها واکنش داده و آن‌ها را به مواد محلول در آب تبدیل می‌کنند.

۳) پاک‌کننده ساخته شده از مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم، در هنگام واکنش با آب گرما آزاد می‌کند.

۴) از واکنش میان پودر جامد دی‌نیتروژن پنتاکسید با آب، نوعی پاک‌کننده خورنده با خاصیت بازی ایجاد می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی و حفظی ـ سریع ـ صفحه ۱۳ ـ ۱۲۰۱)

اکسیدهای حاصل از برخی عناصر، با مولکول‌های آب وارد واکنش شده و pH آب را تغییر می‌دهند. دی‌نیتروژن پنتاکسید، کربن دی‌اکسید، گوگرد دی‌اکسید و گوگرد تری‌اکسید، در دسته اکسیدهای اسیدی قرار دارند و براساس معادله‌های زیر با آب واکنش می‌دهند:

$$N_2O_5(s) + H_2O(l) \rightarrow 2HNO_3(aq) \rightarrow 2H^+(aq) + 2NO_3^-(aq)$$
$$CO_2(g) + H_2O(l) \rightarrow H_2CO_3(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + HCO_3^-(aq)$$
$$SO_3(g) + H_2O(l) \rightarrow H_2SO_4(aq) \rightarrow 2H^+(aq) + SO_4^{2-}(aq)$$
$$SO_2(g) + H_2O(l) \rightarrow H_2SO_3(aq) \rightleftharpoons 2H^+(aq) + SO_3^{2-}(aq)$$

در واکنش دی‌نیتروژن پنتاکسید با آب، نیتریک اسید تولید می‌شود. این ماده، یک اسید قوی است و در شرایط مناسب، به‌عنوان نوعی پاک‌کننده خورنده اسیدی برای پاک کردن آلودگی‌هایی با خاصیت بازی کاربرد دارد.

اکسیدهای بازی

به‌طور کلی، اکسیدهای فلزی (مثل سدیم اکسید) را اکسیدهای بازی می‌نامند. این مواد طی واکنش با آب، سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید شده و pH محلول را افزایش می‌دهند. باریم اکسید، لیتیم اکسید، سدیم اکسید و کلسیم اکسید (آهک)، در دسته اکسیدهای بازی قرار دارند و براساس معادله‌های زیر با آب واکنش می‌دهند:

$$BaO(s) + H_2O(l) \rightarrow Ba(OH)_2(aq) \rightarrow Ba^{2+}(aq) + 2OH^-(aq)$$
$$Na_2O(s) + H_2O(l) \rightarrow 2NaOH(aq) \rightarrow 2Na^+(aq) + 2OH^-(aq)$$
$$CaO(s) + H_2O(l) \rightarrow Ca(OH)_2(aq) \rightarrow Ca^{2+}(aq) + 2OH^-(aq)$$
$$Li_2O(s) + H_2O(l) \rightarrow 2LiOH(aq) \rightarrow 2Li^+(aq) + 2OH^-(aq)$$

توجه داریم که اکسیدهای حاصل از فلزهای واسطه مثل اکسیدهای آهن، اکسیدهای مس و ... و آلومینیم اکسید، اصلاً با آب واکنش نداده و خاصیت بازی ندارند.

بررسی گزینه‌ها:

۱) نمک‌های فسفات برای جلوگیری از تشکیل رسوب صابون با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب سخت، به صابون اضافه می‌شوند. در این حالت، به‌جای صابون، این نمک‌های فسفات هستند که با یون‌های کلسیم و منیزیم واکنش می‌دهند و به‌صورت رسوب درمی‌آیند.

۲) پاک‌کننده‌های خورنده برخلاف صابون‌ها با آلودگی‌ها واکنش داده و آن‌ها را به مواد محلول در آب تبدیل می‌کنند؛ درحالی‌که صابون‌ها فقط به کمک برهم‌کنش‌های بین مولکولی موجب پاک‌شدن آلودگی‌ها می‌شوند.

۳) واکنش انجام شده بین پاک‌کننده‌های ساخته شده از مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم با آب به‌صورت زیر است:

فراورده‌های دیگر + گرما + گاز هیدروژن $\rightarrow$ آب + مخلوط سدیم هیدروکسید و آلومینیم

این پاک‌کننده‌ها به شکل پودر عرضه می‌شوند. همان‌طور که مشخص است، واکنش میان این پاک‌کننده‌ها و آب گرماده بوده و با آزاد شدن گرما همراه است. گرمای حاصل از این واکنش موجب سست شدن آلودگی‌ها شده و قدرت نفوذ پاک‌کننده به درون آلودگی‌ها را افزایش می‌دهد و در نتیجهٔ آن، قدرت پاک‌کنندگی این نوع پاک‌کننده افزایش می‌یابد.

تاز

۵- با اضافه کردن چند میلی‌لیتر آب مقطر به $40\ mL$ محلول HCl با $pH = 1/3$، می‌توان محلولی ساخت که pH آن با pH محلول ۲ مول بر لیتر اسید HX با $K_a = 5 \times 10^{-5}$ برابر شود؟

۱) ۴۰ ۲) ۸۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۶۰

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحه ۲۵ ـ ۱۲۰۱)

مراحل حل این سؤال، به‌صورت خلاصه به شرح زیر هستند:

گام اول: محاسبه pH محلول اسید HX

گام دوم: محاسبه میزان تغییر pH محلول هیدروکلریک اسید

گام سوم: به‌دست آوردن مقدار آب مقطر لازم برای تغییر pH محلول

ابتدا مقدار pH محلول اسید HX را محاسبه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$K_a = M\alpha^2 \Longrightarrow 5 \times 10^{-5} = 2 \times \alpha^2 \Longrightarrow \alpha^2 = 2/5 \times 10^{-5} = 25 \times 10^{-6} \Longrightarrow \alpha = 5 \times 10^{-3}$$
$$[H^+] = M \times \alpha \times n = 2 \times 5 \times 10^{-3} \times 1 = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$$
$$pH = -log[H^+] = -log\ (10^{-2}) = 2$$

برای محاسبه غلظت یون هیدروژن در محلول اسید ضعیف HX، از رابطه زیر هم می‌توانستیم استفاده کنیم:

$$[H^+] = \sqrt{K_a \times M} = \sqrt{5 \times 10^{-5} \times 2} = \sqrt{10^{-4}} = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$$
$$pH = -log[H^+] = -log\ (10^{-2}) = 2$$

طبق فرض سؤال، می‌خواهیم مقدار pH محلول هیدروکلریک اسید را از ۱/۳ به ۲ برسانیم. اگر محلول یک اسید قوی مثل هیدروکلریک اسید و یا یک باز قوی مثل سدیم هیدروکسید را n مرتبه رقیق کنیم (حجم محلول را با اضافه‌کردن آب خالص به آن، n برابر کنیم)، مقدار pH این محلول به اندازه $log(n)$ واحد به pH ناحیه خنثی $(pH = 7)$ نزدیک‌تر می‌شود. طی این فرایند، pH محلول به اندازه ۰/۷ واحد تغییر کرده است، پس داریم:

$$log\ n = 0/7 \Longrightarrow n = 10^{0/7} = 5$$

با توجه به محاسبات بالا، حجم محلول مورد نظر با استفاده از آب خالص ۵ برابر شده و از ۴۰ میلی‌لیتر به ۲۰۰ میلی‌لیتر رسیده است، پس حجم آب مورد نیاز برای انجام این فرایند برابر با ۱۶۰ میلی‌لیتر خواهد بود.

تغییر غلظت محلول‌های اسیدی و بازی

در رابطه با تغییر غلظت محلول‌های اسیدی و بازی، به نکات زیر توجه کنید:

- اگر محلول یک اسید قوی و یا یک باز قوی را n مرتبه رقیق کنیم (حجم محلول را با اضافه‌کردن آب خالص به آن، n برابر کنیم)، pH این محلول به اندازه $\log n$ واحد به pH ناحیه خنثی ($pH = ۷$) نزدیک‌تر می‌شود.
- اگر محلول یک اسید قوی و یا یک باز قوی را n مرتبه غلیظ کنیم (با افزایش مقدار اسید و یا کاهش مقدار آب موجود در محلول)، pH این محلول به اندازه $\log n$ واحد از pH ناحیه خنثی ($pH = ۷$) دورتر می‌شود.
- اگر محلول یک اسید ضعیف (مثل هیدروفلوئوریک اسید و یا هیدروسیانیک اسید) و یا یک باز ضعیف (مثل آمونیاک) را n مرتبه رقیق کنیم، pH این محلول به اندازه کم‌تر از $\log n$ واحد به pH ناحیه خنثی ($pH = ۷$) نزدیک‌تر می‌شود.
- اگر محلول یک اسید ضعیف و یا یک باز ضعیف را به اندازه n مرتبه غلیظ کنیم، pH این محلول به اندازه کم‌تر از $\log n$ واحد از مقدار pH ناحیه خنثی ($pH = ۷$) دورتر می‌شود.

۶- مقدار ۲/۴ گرم از یک اکسید گوگرد را در آب حل می‌کنیم تا ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول سولفوریک اسید تولید شود. اگر این محلول اسیدی با ۰/۰۲ مول هیدروکسید فلز M به‌طور کامل خنثی شود، نسبت شمار آنیون به کاتیون در نمک حاصل از این واکنش کدام است؟ ($S = ۳۲ , O = ۱۶ : g.mol^{-1}$)

$$H_۲SO_۴(aq) + M(OH)_n \rightarrow M_۲(SO_۴)_n + H_۲O(l)$$ **(معادله واکنش را موازنه کنید.)**

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۰/۵ ۴) ۱/۵

پاسخ: گزینه ۴ **(متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحه ۳۰ ـ ۱۲۰۱)**

گوگرد تری‌اکسید، از جمله اکسیدهای اسیدی نافلزی بوده و در هنگام انحلال در آب، با تولید سولفوریک اسید در محلول، غلظت یون هیدروژن موجود در محلول مورد نظر را افزایش می‌دهد. این ماده، از مولکول‌های ناقطبی تشکیل شده است. معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$SO_۳(g) + H_۲O(l) \rightarrow H_۲SO_۴(aq)$$

ابتدا تعداد مول $H_۲SO_۴$ تولید شده در این واکنش را حساب می‌کنیم:

$$?\,mol\,H_۲SO_۴ = ۲/۴\,g\,SO_۳ \times \frac{۱\,mol\,SO_۳}{۸۰\,g\,SO_۳} \times \frac{۱\,mol\,H_۲SO_۴}{۱\,mol\,SO_۳} = ۰/۰۳\,mol$$

سولفوریک اسید، بر اساس معادله زیر با یک هیدروکسید فلزی واکنش داده است:

$$nH_۲SO_۴ + ۲M(OH)_n \rightarrow M_۲(SO_۴)_n + ۲nH_۲O$$

در ادامه، تعداد مول $M(OH)_n$ مصرف شده در واکنش دوم را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,M(OH)_n = ۰/۰۳\,mol\,H_۲SO_۴ \times \frac{۲\,mol\,M(OH)_n}{n\,mol\,H_۲SO_۴} = ۰/۰۲\,mol\,M(OH)_n \Longrightarrow n = \frac{۰/۰۳ \times ۲}{۰/۰۲} = ۳$$

بنابراین نسبت شمار آنیون به کاتیون در نمک حاصل یعنی $M_۲(SO_۴)_۳$ برابر $۱/۵ = \frac{۳}{۲}$ است.

۷- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست است؟

الف ـ اگر در دمای ثابت غلظت یون هیدروکسید در یک محلول اسیدی ۲ برابر شود، pH این محلول یک واحد افزایش پیدا می‌کند.

ب ـ در شرایط یکسان، مقداری محلول شیشه‌پاک‌کن جریان الکتریسیته را کمتر از محلول لوله‌بازکن عبور می‌دهد.

ج ـ منیزیم هیدروکسید، از مواد موجود در ضد اسیدها بوده و هر مول از آن، یک مول اسید معده را خنثی می‌کند.

د ـ دیواره داخلی معده انسان، به‌طور طبیعی مقدار کمی از یون‌های هیدرونیوم موجود در معده را جذب می‌کند.

۱) «الف» و «ج» ۲) «الف» و «د» ۳) «ب» و «ج» ۴) «ب» و «د»

پاسخ: گزینه ۴ **(متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ استاندارد ـ صفحه ۳۲ ـ ۱۲۰۱)**

عبارت‌های (ب) و (د) درست هستند.

الف) غلظت یون هیدروکسید در محلول اسیدی ۲ برابر شده است. با توجه به ثابت بودن حاصل‌ضرب غلظت یون‌های هیدروژن و هیدروکسید ($[H^+][OH^-]$) در دمای ثابت در یک محلول، می‌توان گفت غلظت یون هیدروژن (H^+) در این محلول ۰/۵ برابر شده است. اگر غلظت اسید یا باز موجود در یک محلول را افزایش دهیم، pH محلول موردنظر از عدد ۷ دورتر می‌شود و اگر غلظت اسید یا باز موجود در یک محلول را کاهش دهیم، pH محلول موردنظر به عدد ۷ نزدیک‌تر می‌شود. چون غلظت یون هیدروژن در این محلول اسیدی کاهش یافته است، پس می‌توان گفت طی این فرایند pH محلول مورد نظر به ۷ نزدیک‌تر شده و افزایش یافته است. به‌طورکلی، اگر محلول یک اسید قوی و یا یک باز قوی را n مرتبه رقیق کنیم، pH این محلول به اندازه $|log\ (n)|$ واحد به pH ناحیه خنثی ($pH = ۷$) نزدیک‌تر می‌شود. غلظت اسید مورد نظر ۰/۵ برابر شده پس pH این اسید به اندازه $|log\ (۰/۵)| = ۰/۳$ واحد افزایش یافته است.

خودیونش آب

بر اساس مشاهدات تجربی، نمونه‌ای از آب خالص، رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد که وجود آن را به حضور مقدار بسیار اندکی از یون‌های هیدروکسید و هیدروژن (یا همان هیدرونیوم) در آب خالص نسبت می‌دهند. یون‌های موردنظر، براساس واکنش $H_۲O(l) \rightleftharpoons H^+(aq) + OH^-(aq)$ در آب تولید می‌شوند. ثابت تعادل این واکنش به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$H_۲O(l) \rightleftharpoons OH^-(aq) + H^+(aq) \qquad K = K_W = [OH^-]\ [H^+]$$

آزمایش‌های مختلف نشان می‌دهد که مقدار K_W در دمای اتاق (۲۵ درجه سانتی‌گراد)، برابر با $۱۰^{-۱۴} mol^۲.L^{-۲}$ است که این مقدار، همانند ثابت تعادل سایر واکنش‌ها، فقط و فقط تابع دما است. از آن‌جا که در آب خالص، همواره غلظت یون‌های هیدروژن و هیدروکسید با هم برابر هستند، خواهیم داشت:

$$K_W = [H^+][OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \xrightarrow{[H^+]=[OH^-]} ۱۰^{-۱۴} = [H^+]^۲ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۷} mol.L^{-۱}$$

ب) در شیشه‌پاک‌کن از محلول آمونیاک و در لوله بازکن از محلول سود استفاده می‌شود. چون محلول سود ثابت یونش بازی بالاتر و غلظت یون‌های محلول بیشتری دارد، پس می‌توان گفت در شرایط یکسان، یک نمونه از محلول شیشه‌پاک‌کن جریان الکتریسیته را کمتر از محلول لوله‌بازکن عبور می‌دهد.

ج) منیزیم هیدروکسید، یکی از مواد موجود در ضد اسیدها است. هر مول از این ماده با ۲ مول اسید معده (هیدروکلریک اسید) واکنش داده و آن را خنثی می‌کند. واکنش انجام شده طی این فرایند به‌صورت زیر است:

$$Mg(OH)_۲(s) + ۲HCl(aq) \rightarrow MgCl_۲(aq) + ۲H_۲O(l)$$

ضد اسیدهای معده

برای مقابله با مقدار اضافی از اسید موجود در معده افرادی که به بیماری‌های معده‌ای دچار هستند، از داروهایی به نام ضد اسید استفاده می‌کنند. این داروها خاصیت بازی داشته و با ورود به معده، سبب خنثی کردن اسید معده و افزایش pH محتویات معده می‌شوند. مواد مؤثر موجود در ضد اسیدهای مختلف، شامل منیزیم هیدروکسید، آلومینیم هیدروکسید و سدیم هیدروژن کربنات (جوش‌شیرین) می‌شوند. برای مثال، شیر منیزی یکی از رایج‌ترین ضد اسیدهای مورد استفاده به شمار می‌رود که ماده مؤثر موجود در آن، منیزیم هیدروکسید است. از آن‌جا که ماده موجود در این دارو انحلال‌پذیری بسیار کمی در آب دارد، شیر منیزی را می‌توان یک مخلوط ناهمگن و متعلق به دسته سوسپانسیون‌ها به حساب آورد.

د) درون معده، یک محیط بسیار اسیدی است که حتی می‌تواند فلز روی را در خود حل کند! دیواره داخلی معده به‌طور طبیعی مقدار کمی از یون‌های هیدرونیوم را دوباره جذب می‌کند. این جذب سبب نابودی سلول‌های سازنده دیواره معده می‌شود. حال اگر مقدار اسید معده به هر دلیل بیش از اندازه باشد، شمار یون‌های جذب شده افزایش یافته و سبب درد، التهاب و گاهی خونریزی معده می‌شود.

۸- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) پرکاربردترین شکل انرژی در استفاده از فناوری‌هایی مثل فناوری مربوط به گرمایش آسان‌تر، انرژی الکتریکی است.
۲) اکسیژن یکی از نافلزهای فعال است که به‌عنوان عامل اکسنده تمایل دارد با اغلب عناصر فلزی واکنش دهد.
۳) گونه اکسنده مصرف شده در واکنش فلز کلسیم و گاز $O_۲$، دارای ۸ الکترون با $n = ۳$ در اتم خود است.
۴) با قرار دادن قطعه آهن در محلول مس (II) سولفات، با گذشت زمان رنگ محلول مورد نظر تغییر می‌کند.

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحه ۴۳ ـ ۱۲۰۲)

معادله واکنش انجام شده به‌صورت $2Ca(s) + O_2(g) \rightarrow 2CaO(s)$ است. گونه کاهنده (گونه‌ای که اکسید شده و یک ماده دیگر را می‌کاهد) مصرف شده در این واکنش، معادل با فلز کلسیم است. فلز کلسیم دارای ۸ الکترون با $n = 3$ در هر اتم خود است. توجه داریم که در این واکنش، اکسیژن معادل با گونه اکسنده بوده و در لایه الکترونی سوم آن، هیچ الکترونی وجود ندارد.

اکسایش و کاهش

الکترون، یکی از ذرات زیراتمی است. این ذره، بار الکتریکی نسبی ۱- داشته و در اطراف هسته اتم در حال گردش است. این ذره زیراتمی، علم شیمی و الکتریسیته را به یکدیگر پیوند داده است. در واقع، واکنش‌های الکتروشیمیایی نوعی از واکنش‌ها هستند که در آن‌ها الکترون از یک گونه به گونه دیگر منتقل می‌شود. در واکنش‌های الکتروشیمیایی، اکسایش (اکسید شدن) به معنای از دست دادن الکترون توسط یک گونه و کاهش (کاهش یافتن) به معنای گرفتن الکترون توسط یک گونه است. در یک واکنش الکتروشیمیایی (یا همان واکنش اکسایش-کاهش)، یک گونه اکسید شده و الکترون‌های خود را به گونه دیگر می‌دهد تا آن گونه کاهش پیدا کند. بدیهی است که در این فرایندها، گونه اکسید شده و کاهش یافته باید به‌صورت هم‌زمان وجود داشته باشند.

بررسی گزینه‌ها:

۱) انرژی الکتریکی، پرکاربردترین شکل انرژی مورد نیاز برای استفاده از فناوری‌های مختلف بوده و الکتروشیمی شاخه‌ای از علم شیمی است که در بهبود خواص مواد و تأمین انرژی نقش بسزایی دارد.

۲) اغلب فلزها، در واکنش با نافلزها تمایل دارند یک یا چند الکترون از دست داده و اکسید شوند. اکسیژن یکی از نافلزهای فعال است که به‌عنوان اکسنده با اغلب فلزها واکنش می‌دهد. توجه داریم که اکسیژن با برخی فلزها که واکنش‌پذیری پایینی دارند، مانند طلا و پلاتین، واکنش نمی‌دهد.

طلا

طلا، یکی از فلزهای نجیب است که معادلهٔ نیم‌واکنش کاهشی آن به‌صورت زیر است:

$Au^{3+}(aq) + 3e^- \rightarrow Au(s) \quad ; \quad E^\circ = 1/50\ V$

از آن‌جا که E° این نیم‌واکنش بزرگ‌تر از E° نیم‌واکنش کاهش اکسیژن است، مولکول‌های اکسیژن نمی‌توانند اتم‌های طلا را اکسید کنند و به همین علت، با گذشت زمان فلز طلا در هوای مرطوب و حتی در اعماق دریاها همچنان درخشان باقی می‌ماند و زنگ نمی‌زند. فلز پلاتین نیز همانند طلا در دسته فلزهای نجیب قرار دارد و حتی در محیط‌های اسیدی نیز دچار خوردگی نمی‌شود.

۴) با قرار دادن یک قطعه آهن در محلول مس (II) سولفات، با گذشت زمان واکنش زیر انجام می‌شود:

$$Fe(s) + Cu^{2+}(aq) \rightarrow Fe^{2+}(aq) + Cu(s)$$

با انجام شدن این واکنش، یون‌های آبی‌رنگ مس به‌صورت رسوب درآمده و از محلول خارج می‌شوند، اما یون‌های سبزرنگ آهن (II) تولید شده و وارد محلول می‌شوند، پس می‌توان گفت طی این فرایند، یک محلول سبزرنگ ایجاد می‌شود. توجه داریم که یون‌های آهن (II) و آهن (III)، در محلول‌های آبی به‌ترتیب رنگ‌های سبز و زرد را ایجاد می‌کنند.

۹- کدام‌یک از مطالب زیر درست است؟

۱) در واکنش هیدروکلریک اسید با فلزها، یون کلرید نقشی در فرایند اکسایش-کاهش ندارد.

۲) فلز آهن، در مقایسه با فلز آلومینیم، دمای محلول مس (II) سولفات را به مقدار بیشتری افزایش می‌دهد.

۳) در سلول روی-مس، آنیون‌های موجود در الکترولیت از خلال دیواره متخلخل به سمت نیم‌سلول مس مهاجرت می‌کنند.

۴) ضریب الکترون در نیم‌واکنش تبدیل یون Sn^{4+} به Sn^{2+}، دو برابر ضریب الکترون در نیم‌واکنش اکسایش یون F^- است.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحه ۴۵ ـ ۱۲۰۲)

واکنش فلزها با هیدروکلریک اسید به‌صورت زیر انجام می‌شود:

$$M + nHCl \longrightarrow MCl_n + \frac{n}{2}H_2$$

در این واکنش، فلزهایی که چند ظرفیت مختلف دارند، با کمترین ظرفیت خود در واکنش شرکت می‌کنند. برای مثال، آهن دارای ظرفیت‌های ۲+ و ۳+ است، پس در واکنش با اسیدها با ظرفیت ۲+ خود وارد محلول می‌شود. در این واکنش، یون H^+ کاهش یافته و فلز اکسایش می‌یابد؛ بنابراین در این فرایند یون کلرید اکسایش یا کاهش نمی‌یابد و در واکنش شرکت نمی‌کند. می‌توان این واکنش را به‌صورت زیر نوشت:

$$M + nH^+ \longrightarrow M^{n+} + \frac{n}{2}H_2$$

واکنش فلزها با اسیدها

به‌جز عناصر طلا، پلاتین، جیوه، نقره و مس، سایر فلزها با یون هیدروژن موجود در محلول‌های اسیدی واکنش داده و گاز H_2 آزاد می‌کنند. طی این فرایند، اتم‌های فلزی الکترون از دست داده و به‌صورت کاتیون‌ها وارد محلول می‌شوند. به‌عنوان مثال، سدیم طبق معادله زیر با هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد:

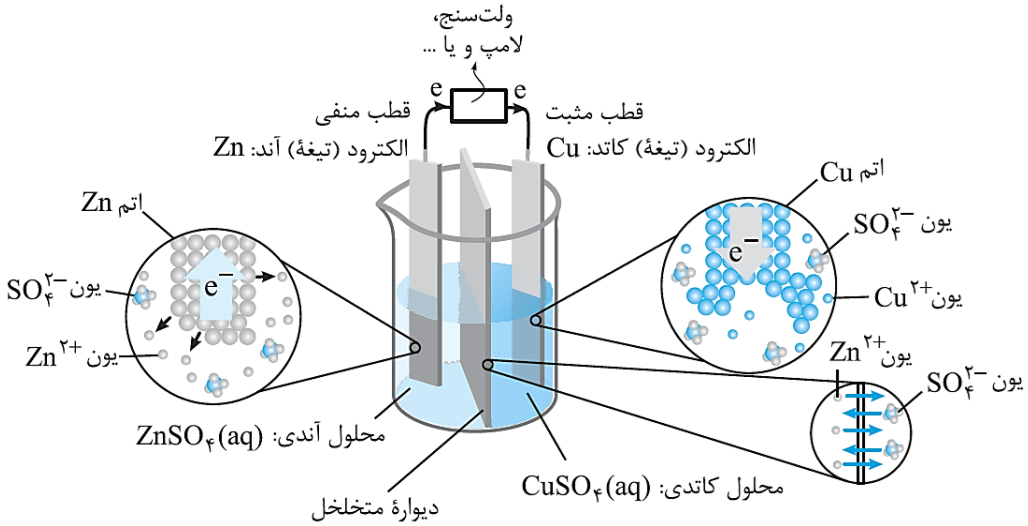
$$2Na(s) + 2HCl(aq) \rightarrow 2NaCl(aq) + H_2(g)$$

توجه داریم که فلزهای موجود در گروه اول (لیتیم، سدیم، پتاسیم و ...)، در قالب کاتیون‌هایی با بار ۱+ وارد محلول می‌شوند. فلزهای موجود در گروه دوم (منیزیم، کلسیم، استرانسیم و ...)، در قالب کاتیون‌هایی با بار ۲+ وارد محلول می‌شوند. فلزهای موجود در گروه ۱۳(آلومینیم و گالیم) نیز در قالب کاتیون‌هایی با بار ۳+ وارد محلول می‌شوند. با افزایش واکنش‌پذیری فلز، افزایش غلظت حل‌شونده در محلول اسیدی و یا افزایش قدرت اسید (K_a) موجود در محلول، سرعت واکنش میان فلز با اسید افزایش یافته و گاز هیدروژن با سرعت بیشتری تولید خواهد شد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ فلز آهن، در مقایسه با یک قطعه فلز آلومینیم، قدرت کاهندگی (تمایل به اکسید شدن) کمتری داشته و با شدت کمتری در واکنش‌های شیمیایی شرکت می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت فلز آلومینیم دمای محلول مس (II) سولفات را به مقدار بیشتری افزایش می‌دهد.

۳ در سلول روی-مس، نیم‌سلول روی در نقش آند بوده و می‌دانیم که در سلول‌های گالوانی و الکترولیتی، آنیون‌ها به سمت تیغه آندی حرکت می‌کنند. بر این اساس، می‌توان گفت در سلول مورد نظر آنیون‌های موجود در الکترولیت از خلال دیواره متخلخل به سمت نیم‌سلول روی مهاجرت می‌کنند. تصویر زیر، نمایی از سلول گالوانی روی-مس را نشان می‌دهد:



واکنش انجام‌شده در سلول گالوانی روی-مس، مشابه همان واکنشی است که با واردکردن تیغه‌ای از جنس فلز روی به محلول دارای یون‌های مس (II) انجام می‌شود. تنها تفاوت فرایندهای انجام‌شده در آن است که به کمک سلول گالوانی، واکنش موردنظر در یک شرایط کنترل‌شده انجام می‌شود و از جریان الکتریکی ایجادشده در آن می‌توانیم به‌عنوان منبع تولید الکتریسیته استفاده کنیم.

دیواره متخلخل

در یک سلول گالوانی، کاتیون‌ها در سمت آند تولید شده و به‌مرور زمان در الکترولیت آندی تجمع پیدا می‌کنند و این محلول بار مثبت پیدا می‌کند. تجمع بار مثبت در این نیم‌سلول، الکترون‌ها را به سمت خود جذب کرده و از حرکت آن‌ها در مدار خارجی جلوگیری می‌کند. در نیم‌سلول کاتدی نیز به‌مرور زمان غلظت کاتیون‌ها کاهش پیدا کرده و از تعداد آن‌ها کاسته می‌شود. با ادامه این فرایند، تعداد آنیون‌های موجود در محلول کاتدی بیشتر از تعداد کاتیون‌ها شده و این محلول بار منفی پیدا می‌کند. تجمع بار منفی در نیم‌سلول کاتدی، از تمایل این نیم‌سلول به جذب الکترون کاسته و از حرکت آن‌ها در مدار جلوگیری می‌کند. در این موقعیت، دیواره متخلخل وارد میدان شده و مانع قطع‌شدن جریان الکتریکی می‌شود. وظایف دیواره متخلخل عبارت هستند از:

۱ـ جلوگیری از مخلوط‌شدن سریع و مستقیم الکترولیت‌ها

۲ـ ایجاد توازن بار الکتریکی بین نیم‌سلول‌ها

دیواره متخلخل به کاتیون‌های موجود در الکترولیت آندی اجازه می‌دهد به سمت الکترولیت کاتدی مهاجرت کنند و به آنیون‌های موجود در الکترولیت کاتدی نیز اجازه می‌دهد به سمت الکترولیت آندی مهاجرت کنند. به این ترتیب، دیواره متخلخل با به جریان انداختن گونه‌های باردار میان محلول‌های موجود در هر نیم‌سلول، سبب خنثی‌کردن بار الکتریکی آن‌ها می‌شود.

۴) نیم‌واکنش تبدیل یون Sn^{4+} به یون Sn^{2+} به‌صورت مقابل است:

$$Sn^{4+}(aq) + 2e \rightarrow Sn^{2+}(aq)$$

نیم‌واکنش اکسایش یون F^- که منجر به تولید گاز فلوئور می‌شود نیز به‌صورت مقابل است:

$$2F^-(aq) \rightarrow F_2(g) + 2e$$

همان‌طور که مشخص است، ضریب الکترون در این نیم‌واکنش‌ها برابر با یکدیگر بوده و معادل با ۲ است.

ماز

۱۰- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست است؟

الف ـ نیروی الکتروموتوری سلول گالوانی هیدروژن-نقره، بیشتر از نیروی الکتروموتوری سلول گالوانی آهن-نقره است.

ب ـ اندازه‌گیری پتانسیل هر نیم‌سلول به‌طور جداگانه ممکن نبوده و این کمیت، باید به‌طور نسبی اندازه‌گیری شود.

ج ـ هر مول از گاز هیدروژن وارد شده به نیم‌سلول استاندارد هیدروژن، بیشتر از ۲۲/۴ لیتر حجم را اشغال می‌کند.

د ـ علامت E° فلزهایی که کاهنده‌تر از H_2 هستند، در سری الکتروشیمیایی با نماد مثبت مشخص می‌شود.

۱) «الف» و «ج»　　۲) «الف» و «د»　　۳) «ب» و «ج»　　۴) «ب» و «د»

پاسخ: گزینه ۳ **(سخت ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحه ۴۷ ـ ۱۲۰۲)**

عبارت‌های (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) نیروی الکتروموتوری (emf) در یک سلول گالوانی، حداکثر اختلاف پتانسیلی است که سلول می‌تواند به وجود بیاورد. مقدار این اختلاف پتانسیل را با نماد E° نیز نشان می‌دهند. برای پیداکردن مقدار emf یک سلول گالوانی، از روش‌های زیر می‌توان کمک گرفت:

✓ نیم‌سلول‌های سازنده سلول را به یکدیگر متصل کرده و مقدار emf را به کمک ولت‌سنج اندازه‌گیری می‌کنیم.

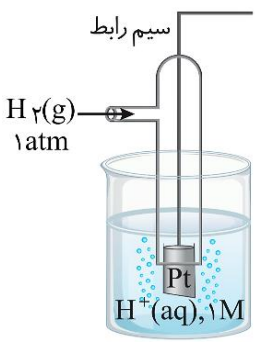
✓ ابتدا آند و کاتد سلول گالوانی موردنظر را پیدا کرده و پس از آن E° آند را از E° کاتد کم می‌کنیم.

با توجه به توضیحات بالا، اگر کاتد دو سلول گالوانی یکسان باشد، سلولی که E° آند آن کوچک‌تر است، نیروی الکتروموتوری بیشتری نیز خواهد داشت. چون آهن در مقایسه با هیدروژن پتانسیل کاهشی کوچک‌تری دارد، پس می‌توان گفت نیروی الکتروموتوری سلول گالوانی آهن-نقره، بیشتر از نیروی الکتروموتوری سلول گالوانی هیدروژن-نقره است.

نیروی الکتروموتوری

سلول‌های گالوانی، مثل باتری عمل کرده و هر سلول، با توجه به ساختار خود دارای یک ولتاژ خروجی معین است که به آن، نیروی الکتروموتوری گفته می‌شود. توجه داریم که مقدار emf برای سلول‌های گالوانی همواره مقداری مثبت است. چنانچه ولت‌سنج مقدار E° یک سلول را با عددی منفی نشان داد و یا این که پس از محاسبه emf سلول، یک عدد منفی به دست آوردید، فقط به این معناست که موقعیت آند و کاتد سلول را به اشتباه تشخیص داده و قطب‌های ناهم‌نام سلول گالوانی و ولت‌سنج را به یکدیگر وصل کرده‌اید.

ب) اندازه‌گیری پتانسیل یک نیم‌سلول به‌طور جداگانه ممکن نبوده و باید این کمیت به‌طور نسبی اندازه‌گیری شود. شیمی‌دان‌ها برای دستیابی به این هدف، نیم سلول استاندارد هیدروژن (SHE) را به‌عنوان مبنا انتخاب کرده و پتانسیل آن را برابر با صفر ولت در نظر گرفتند. تصویر زیر، نمایی از این نیم‌سلول را نشان می‌دهد:



نیم‌سلول استاندارد هیدروژن

در نیم‌سلول استاندارد هیدروژن، محلولی با $pH = ۰$ (محلولی که غلظت مولی یون هیدروژن در آن برابر با ۱ مول بر لیتر است) قرار داشته و گاز هیدروژن با فشار ۱ اتمسفر بر روی این محلول دمیده می‌شود. شیمی‌دان‌ها با تشکیل سلول گالوانی از هر نیم‌سلول با نیم‌سلول استاندارد هیدروژن، توانستند پتانسیل الکتریکی بسیاری از نیم‌سلول‌ها را اندازه‌گیری کرده و در جدولی به نام سری الکتروشیمیایی ثبت کنند.

ج) حجم مواد گازی با دمای آن‌ها رابطه مستقیم دارد. با افزایش دما، حجم نمونه‌های گازی افزایش پیدا می‌کند. پتانسیل الکتریکی نیم‌سلول استاندارد هیدروژن در دمای ۲۵°C و فشار ۱ اتمسفر اندازه‌گیری می‌شود. در شرایط STP(دمای ۰°C و فشار ۱ اتمسفر) حجم هر مول از گازها برابر ۲۲/۴ لیتر می‌شود؛ پس می‌توان گفت در دمای ۲۵°C و فشار ۱ اتمسفر، حجم هر مول از مواد گازی بیشتر از ۲۲/۴ لیتر می‌شود.

د) هر فلزی که کاهنده‌تر از هیدروژن باشد (در مقایسه با هیدروژن تمایل بیشتری به اکسید شدن (از دست دادن الکترون) داشته باشد)، در سری الکتروشیمیایی در موقعیت پایین‌تری در مقایسه با هیدروژن قرار می‌گیرد.

سری الکتروشیمیایی

پتانسیل کاهشی استاندارد فلزهایی که در سری الکتروشیمیایی در مقایسه با هیدروژن در موقعیت پایین‌تری قرار دارند، منفی است. در نقطه‌ی مقابل، فلزهایی که در مقایسه با هیدروژن قدرت کاهندگی کمتری دارند (طلا، پلاتین، نقره و مس)، در سری الکتروشیمیایی در مقایسه با هیدروژن در موقعیت بالاتری قرار داشته و پتانسیل کاهشی آن‌ها نیز بزرگ‌تر از صفر است. توجه داریم که در سری الکتروشیمیایی، نیم‌واکنش‌ها به شکل کاهشی نوشته شده‌اند و این پیشنهاد آیوپاک، برای هماهنگی در همه منابع علمی معتبر به کار گرفته می‌شود. در هر نیم‌واکنش، گونه کاهنده (گونه‌ای که الکترون داده و اکسید می‌شود) در سمت راست و گونه اکسنده در سمت چپ نوشته می‌شود.

مثال

۱۱- درصد جرمی مس در آلیاژی از منگنز و مس، برابر ۶۰٪ است. اگر بر اثر واکنش کامل این قطعه با محلول هیدروبرمیک اسید، $۸/۹۶L$ گاز در شرایط استاندارد تولید شود، جرم این قطعه برابر با چند گرم است؟ $(Cu = ۶۴ , Mn = ۵۵ : g.mol^{-۱})$

$E^{\circ}(Cu^{۲+}/Cu) = +۰/۳۴\ V$ $\quad$ $E^{\circ}(Mn^{۲+}/Mn) = -۱/۱۸\ V$

۱) ۳۸/۵ $\quad$ ۲) ۲۷/۵ $\quad$ ۳) ۷۷ $\quad$ ۴) ۵۵

پاسخ: گزینه ۴ $\quad$ **(آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحه ۴۲ ـ ۱۲۰۲)**

از آنجا که E° فلزهای منگنز (Mn) و مس (Cu) به‌ترتیب منفی و مثبت است، بنابراین تنها فلز منگنز (Mn) با اسید واکنش می‌دهد و فلز مس بدون تغییر باقی می‌ماند. معادله این واکنش به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases} Mn(s) + ۲HBr(aq) \rightarrow MnBr_۲(aq) + H_۲(g) \\ Cu(s) + HBr(aq) \rightarrow \quad \text{واکنش نمی‌دهد} \end{cases}$$

با استفاده از حجم گاز $H_۲$ آزاد شده، جرم Mn مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم } Mn \text{ مصرف شده} = ۸/۹۶\ L\ H_۲ \times \frac{۱\ mol\ H_۲}{۲۲/۴\ L\ H_۲} \times \frac{۱\ mol\ Mn}{۱\ mol\ H_۲} \times \frac{۵۵\ g\ Mn}{۱\ mol\ Mn} = ۲۲\ g$$

طبق فرض سؤال، درصد جرمی مس در آلیاژ داده شده برابر با ۶۰٪ است. بر این اساس، می‌توان گفت درصد جرمی منگنز در آلیاژ برابر با $۱۰۰ - ۶۰ = ۴۰$ درصد است، بنابراین داریم:

$$\text{درصد جرمی منگنز} = \frac{\text{جرم منگنز}}{\text{جرم آلیاژ}} \times ۱۰۰ \Longrightarrow \text{جرم آلیاژ} = \frac{\text{جرم منگنز}}{\text{درصد جرمی منگنز}} \times ۱۰۰ = \frac{۲۲}{۴۰} \times ۱۰۰ = ۵۵\ g$$

فلزات کاهنده‌تر از هیدروژن

تصویر زیر، بخشی از سری الکتروشیمیایی که در آن تعدادی از فلزهای کاهنده‌تر از هیدروژن مشخص شده‌اند را نشان می‌دهد:

E°(V)	نیم‌واکنش کاهش		
ولتاژ	گونهٔ کاهنده	الکترون	گونهٔ اکسنده
۰/۰۰	$H_2(g)$	$+2e^- \rightarrow$	$2H^+(aq)$
−۰/۴۴	$Fe(s)$	$+2e^- \rightarrow$	$Fe^{2+}(aq)$
−۰/۷۶	$Zn(s)$	$+2e^- \rightarrow$	$Zn^{2+}(aq)$
−۱/۱۸	$Mn(s)$	$+2e^- \rightarrow$	$Mn^{2+}(aq)$
−۱/۶۶	$Al(s)$	$+3e^- \rightarrow$	$Al^{3+}(aq)$
−۲/۳۷	$Mg(s)$	$+2e^- \rightarrow$	$Mg^{2+}(aq)$

کاهندهٔ قوی‌تر ↓ — اکسندهٔ قوی‌تر ↑

تاز

۱۲- کدام‌یک از مطالب داده شده نادرست است؟ ($Zn = ۶۵ , Ag = ۱۰۸ : g.mol^{-1}$)

۱) با قرار گرفتن یک تیغه از جنس روی در محلولی از نقره نیترات، جرم این تیغه فلزی کاهش پیدا می‌کند.

۲) با کاهش قدرت کاهندگی فلز به‌کار رفته در آند یک سلول گالوانی، مقدار emf سلول کاهش پیدا می‌کند.

۳) دیواره متخلخل سلول‌های گالوانی، کمک می‌کند تا محلول‌های آندی و کاتدی از نظر بار الکتریکی خنثی بمانند.

۴) مقایسه قدرت اکسندگی یون‌های لیتیم، روی، مس و هیدروژن به‌صورت $Li^+ < Zn^{2+} < H^+ < Cu^{2+}$ است.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحه ۴۷ ـ ۱۲۰۲)

چون فلز روی در مقایسه با نقره کاهنده‌تر بوده و تمایل بیشتری به از دست دادن الکترون دارد، با قرار گرفتن یک تیغه از جنس روی در محلول نقره نیترات، واکنش زیر در محلول انجام می‌شود:

$$Zn(s) + 2Ag^+(aq) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2Ag(s)$$

با توجه به معادله این واکنش، به ازای مصرف شدن ۱ مول از اتم‌های روی موجود بر روی تیغه(معادل با ۶۵ گرم روی)، ۲ مول الکترون در سطح تیغه مبادله شده و ۲ مول اتم نقره (معادل با ۲۱۶ گرم نقره) نیز بر روی سطح تیغه رسوب می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت به ازای مبادله هر ۲ مول الکترون در این واکنش، جرم تیغه فلزی به اندازه ۱۵۱ = ۶۵ − ۲۱۶ گرم افزایش پیدا می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) نیروی الکتروموتوری در یک سلول گالوانی، حداکثر اختلاف پتانسیلی است که یک سلول می‌تواند به وجود بیاورد. برای افزایش مقدار emf یک سلول گالوانی، باید از الکترودهایی استفاده کنیم که مقدار E° آن‌ها بیشترین مقدار تفاوت ممکن را با یکدیگر داشته باشد. در واقع هر چه‌قدر که E° کاتد سازنده یک سلول گالوانی بیشتر و E° آند سازنده آن کم‌تر باشد، مقدار emf آن سلول بیشتر می‌شود. با کاهش قدرت کاهندگی (افزایش مقدار E°) نیم‌سلول آندی در یک سلول، مقدار emf آن سلول کاهش پیدا می‌کند.

مقدار emf سلول گالوانی

برای پیداکردن مقدار emf یک سلول گالوانی، از روش‌های زیر می‌توان کمک گرفت:

۱- نیم‌سلول‌های سازنده سلول را به یکدیگر متصل کرده و مقدار emf را به کمک ولت‌سنج اندازه‌گیری می‌کنیم. مقدار emf به‌دست آمده از این روش، مقدار عملی emf سلول را نشان می‌دهد. در این رابطه داریم:

emf عملی = emf نظری × بازده درصدی سلول

۲- ابتدا آند و کاتد سلول گالوانی موردنظر را پیدا کرده و پس از آن E° آند (الکترودی که E° کوچک‌تری دارد) را از E° کاتد (الکترودی که E° بزرگ‌تری دارد) کم می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند})$$

توجه داریم که مقدار emf برای سلول‌های گالوانی همواره مقداری مثبت است.

۳) در یک سلول گالوانی، به‌مرور زمان کاتیون‌ها در الکترولیت آندی تجمع پیدا کرده و این محلول بار مثبت پیدا می‌کند. با انجام شدن نیم‌واکنش کاهش در سمت کاتد، تعداد آنیون‌های موجود در محلول کاتدی نیز بیشتر از تعداد کاتیون‌های موجود در آن شده و این محلول بار منفی پیدا می‌کند. دیواره متخلخل به کاتیون‌های موجود در الکترولیت آندی اجازه می‌دهد به سمت الکترولیت کاتدی مهاجرت کنند و به آنیون‌های موجود در الکترولیت کاتدی نیز اجازه می‌دهد به سمت الکترولیت آندی مهاجرت کنند. به این ترتیب، دیواره متخلخل سبب خنثی‌کردن بار الکتریکی آن‌ها شده و از تجمع بار الکتریکی در این نیم‌سلول‌ها جلوگیری می‌کند.

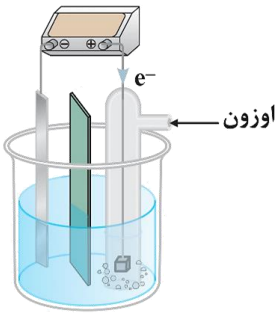
۴) پتانسیل کاهشی یون مس بیشتر از هیدروژن و پتانسیل کاهش یون‌های روی و لیتیم کمتر از هیدروژن است. برای مقایسه میان یون‌های لیتیم و روی نیز می‌دانیم که خاصیت فلزی لیتیم از سایر فلزات بیشتر بوده (پتانسیل کاهشی لیتیم از سایر فلزات کمتر است) و این عنصر، پتانسیل کاهشی کوچک‌تری نسبت به سایر عناصر فلزی دارد. بر این اساس، مقایسه قدرت اکسندگی یون‌های لیتیم، روی، مس و هیدروژن به‌صورت $Li^+ < Zn^{2+} < H^+ < Cu^{2+}$ است.

لیتیم

لیتیم یک فلز اصلی از دسته s جدول تناوبی بوده و مقدار پتانسیل کاهشی استاندارد آن در مقایسه با سایر عناصر فلزی کمتر است. علاوه بر این، چگالی لیتیم نیز نسبت به سایر عناصر فلزی کمتر است. با توجه به ویژگی‌های گفته شده، از فلز لیتیم برای ساخت باتری‌های سبک‌تر، کوچک‌تر و با توانایی ذخیره بیشتر انرژی استفاده می‌شود. باتری‌های لیتیمی می‌توانند به شکل دگمه‌ای باشند که در شکل‌ها و اندازه‌های گوناگون به‌کار می‌روند. با افزایش تقاضا برای باتری‌های لیتیمی، این فلز جایگاه ممتازی را در تأمین انرژی جهان پیدا کرده است، به‌طوری‌که سالانه از میلیاردها باتری لیتیمی برای ساختن دستگاه‌های الکترونیکی استفاده می‌شود. این دستگاه‌ها سرانجام به همراه باتری‌های به‌کاررفته در ساختار آن‌ها دور ریخته می‌شوند و به این ترتیب، حجم بزرگی از پسماندهای الکترونیکی تولید می‌شود. این پسماندها به دلیل داشتن مواد شیمیایی گوناگون، سمی بوده و رها کردن آن‌ها در طبیعت موجب آلودگی محیط زیست می‌شود. از طرف دیگر، در برخی از این پسماندها مقدار قابل توجهی از مواد و فلزهای ارزشمند و گران‌قیمت وجود دارد که آن‌ها را به منبع مناسبی برای بازیافت تبدیل می‌کند.

۱۳- در یک سمت از سلول گالوانی مقابل، نیم‌واکنش موازنه نشده زیر انجام می‌شود:

$$O_2(g) + H^+(aq) + e^- \rightarrow H_2O(l) + O_2(g) \quad ; \quad E^\circ = +2/1\,V$$



اگر تیغه دیگر این سلول از جنس فلز روی باشد، به ازای مصرف ۶/۵ گرم از این فلز، چند الکترون در مدار خارجی سلول جاری شده و تفاوت جرم گاز تولید و مصرف شده در سمت کاتد برابر با چند گرم می‌شود؟ $(Zn = 65 , O = 16 : g.mol^{-1})$

۱) $1/6 - 1/204 \times 10^{23}$

۲) $3/2 - 1/204 \times 10^{23}$

۳) $1/6 - 2/408 \times 10^{23}$

۴) $3/2 - 2/408 \times 10^{23}$

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحه ۴۵ ـ ۱۲۰۲)

مراحل حل این سؤال، به‌صورت خلاصه به شرح زیر هستند:

کام اول: محاسبه تعداد الکترون تولید شده در نیم‌واکنش آندی بر اثر اکسایش فلز روی

کام دوم: محاسبه جرم گاز اوزون مصرف شده و جرم گاز اکسیژن تولید شده

کام سوم: به‌دست آوردن تفاوت جرم گازها در نیم‌واکنش کاتدی

چون پتانسیل کاهشی روی کمتر از اوزون است، پس می‌توان گفت گاز اوزون در سمت کاتد مصرف شده و فلز روی، در سمت آند مصرف می‌شود. طبق فرض سؤال، در سمت کاتد این سلول گاز اوزون مصرف شده و گاز اکسیژن تولید می‌شود. معادله نیم‌واکنش کاتدی این سلول به‌صورت زیر است:

$$O_3(g) + 2H^+(aq) + 2e^- \rightarrow H_2O(l) + O_2(g) \quad ; \quad E^\circ = +2/1\,V$$

در سمت آند این سلول، فلز روی اکسایش پیدا کرده و الکترون تولید می‌کند. معادله نیم‌واکنش آندی انجام شده در این سلول به‌صورت زیر است:

$$Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-$$

طبق فرض سؤال، در سمت آند این سلول ۶/۵ گرم فلز روی مصرف شده است. بر این اساس، مقدار الکترون تولید شده در سمت آند این سلول که وارد مدار خارجی شده است را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,e^- \text{ شمار} = ۶/۵\ g\ Zn \times \frac{۱\ mol\ Zn}{۶۵\ g\ Zn} \times \frac{۲\ mol\ e^-}{۱\ mol\ Zn} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ e^-}{۱\ mol\ e^-} = ۱/۲۰۴ \times ۱۰^{۲۳}\ e^-$$

با توجه به معادله نیم‌واکنش کاتدی این سلول، به ازای هر ۲ مول الکترون مصرف شده، یک مول اوزون مصرف شده و یک مول گاز اکسیژن تولید می‌شود. بر این اساس، جرم اوزون مصرف شده و جرم اکسیژن تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

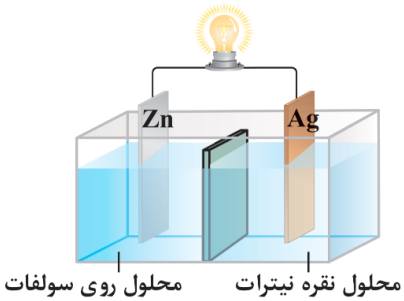
$$?\,g\ O_۳ = ۱/۲۰۴ \times ۱۰^{۲۳}\ e^- \times \frac{۱\ mol\ e^-}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ e^-} \times \frac{۱\ mol\ O_۳}{۲\ mol\ e^-} \times \frac{۴۸\ g\ O_۳}{۱\ mol\ O_۳} = ۴/۸\ g$$

$$?\,g\ O_۲ = ۱/۲۰۴ \times ۱۰^{۲۳}\ e^- \times \frac{۱\ mol\ e^-}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ e^-} \times \frac{۱\ mol\ O_۲}{۲\ mol\ e^-} \times \frac{۳۲\ g\ O_۲}{۱\ mol\ O_۲} = ۳/۲\ g$$

با توجه به محاسبات فوق، تفاوت جرم گاز اوزون مصرف شده و جرم گاز اکسیژن تولید شده برابر با ۱/۶ گرم است.

ماز

۱۴- در سلول مقابل، آنیون‌های موجود در محلول الکترولیت به سمت تیغه ..... جابه‌جا شده و اگر نیم‌سلول نقره را با نیم‌سلولی از جنس ..... جایگزین کنیم، جهت حرکت الکترون‌ها در مدار خارجی برعکس می‌شود.



۱) نقره ـ آهن
۲) روی ـ آهن
۳) نقره ـ منیزیم
۴) روی ـ منیزیم

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحه ۴۶ ـ ۱۲۰۲)

در یک سلول گالوانی، آنیون‌های موجود در محلول الکترولیت به سمت تیغه آندی و کاتیون‌های موجود در محلول الکترولیت به سمت تیغه کاتدی حرکت می‌کنند. چون پتانسیل کاهشی استاندارد فلز نقره بیشتر از روی است، پس تیغه نقره در نقش کاتد (قطب مثبت) و تیغه روی در نقش آند(قطب منفی) است و آنیون‌های موجود در محلول نیز به سمت تیغه روی حرکت می‌کنند. مقایسه مقدار پتانسیل کاهشی استاندارد فلزهای داده شده در سؤال، به‌صورت زیر است:

پتانسیل کاهشی استاندارد : $Ag > Fe > Zn > Mg$

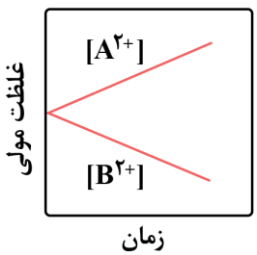
با توجه به مقایسه بالا، اگر بجای نیم‌سلول نقره، نیم‌سلول منیزیم را قرار بدهیم، جای آند و کاتد این سلول برعکس شده و تیغه روی در نقش کاتد قرار می‌گیرد. با انجام این کار، جهت حرکت الکترون‌ها در مدار خارجی برعکس می‌شود.

نیم‌سلول

برای اینکه بتوانیم نیم‌واکنش‌های کاهش و یا اکسایش مربوط به یک عنصر را در یک محیط مستقل انجام بدهیم، باید یک نیم‌سلول را ایجاد کنیم. با قراردادن یک تیغه فلزی در محلولی که حاوی کاتیون‌های آب‌پوشیده آن فلز باشد، یک نیم‌سلول ایجاد می‌شود. به‌عنوان مثال، اگر یک تیغه مس را در محلول مس(II) سولفات قرار بدهیم، نیم‌سلولی از مس ایجاد می‌شود.

ماز

۱۵- با توجه به نمودار مقابل که تغییر غلظت یون‌ها در یک سلول گالوانی را نشان می‌دهد، کدام‌یک از مطالب داده شده نادرست است؟



۱) در این سلول، الکترودهای A و B می‌توانند به‌ترتیب روی و مس باشند.
۲) جهت حرکت آنیون‌ها در این سلول، از سمت نیم‌سلول B به سمت نیم‌سلول A است.
۳) در این سلول با گذشت زمان، مجموع شمار کاتیون‌ها در محلول‌ها افزایش پیدا می‌کند.
۴) قدرت اکسندگی کاتیون‌های $A^{۲+}$ کمتر از قدرت اکسندگی کاتیون‌های $B^{۲+}$ است.

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحه ۴۷ ـ ۱۲۰۲)

در سمت آند سلول گالوانی، نیم‌واکنش اکسایش انجام شده و غلظت کاتیون در محلول موجود در نیم‌سلول آندی به‌تدریج افزایش پیدا می‌کند. در نقطه مقابل، در سمت کاتد این سلول‌ها نیم‌واکنش کاهش انجام شده و غلظت کاتیون در محلول کاتدی به‌تدریج کاهش پیدا می‌کند. با توجه به نمودار داده شده، کاتیون حاصل از فلز A در حال تولید شدن بوده و کاتیون حاصل از فلز B نیز در حال مصرف شدن است. بر این اساس، می‌توان گفت یون‌های B^{2+} و A^{2+} به‌ترتیب در سمت چپ و راست واکنش کلی سلول قرار دارند و ضرایب استوکیومتری آن‌ها نیز یکسان است. با توجه به توضیحات داده شده، واکنش کلی سلول به‌صورت زیر می‌شود:

$$B^{2+}(aq) + A(s) \rightarrow A^{2+}(aq) + B(s)$$

فرض کنید که غلظت اولیه کاتیون‌های A^{2+} و B^{2+} به‌ترتیب n و m باشد. بر این اساس، داریم:

واکنش کلی سلول گالوانی	$B^{2+}(aq)$	$+$	$A(s)$	$\rightarrow$	$B(s)$	$+$	$A^{2+}(aq)$
مقدار مول اولیه یون‌ها	m		-		-		n
مقدار مول یون‌ها پس از انجام واکنش	$m-x$		-		-		$n+x$

بنابراین مجموع مقدار مول کاتیون‌ها در ابتدا و انتهای واکنش سلول ثابت و برابر با $m+n$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در این سلول، تیغه فلزی A آند و تیغه فلزی B کاتد است و بار کاتیون‌های آن‌ها ۲+ است. در سلول روی-مس نیز فلز روی در نقش آند و فلز مس در نقش کاتد است و بار کاتیون‌های آن‌ها به‌ترتیب برابر با ۲+ و ۲+ است.

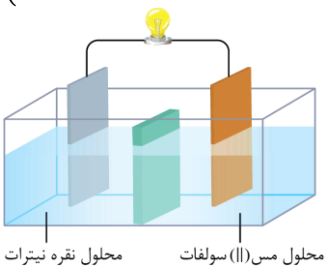
۲) جهت حرکت آنیون‌ها از سمت نیم‌سلول کاتدی (نیم‌سلول B) به سمت نیم‌سلول آندی (نیم‌سلول A) است.

۴) در واکنش کلی سلول، یون B^{2+} کاهش یافته و اتم A اکسایش می‌یابد؛ بنابراین قدرت اکسندگی کاتیون‌های A^{2+} کمتر از قدرت اکسندگی کاتیون‌های B^{2+} است.

آزمون ماز پایهٔ دوازدهم | ۲۹ آذرماه ۱۴۰۴ | شیمی

۱- شکل زیر ساختار یک سلول گالوانی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل، کدام عبارت نادرست است؟

$\left(E^{\circ}(Ag^{+}/Ag) = +۰/۷۸V \quad و \quad E^{\circ}(Cu^{۲+}/Cu) = +۰/۳۴V\right)$



۱) عدد اکسایش اتم مرکزی در آنیون گذرنده از دیواره متخلخل این سلول، برابر ۵+ است.
۲) آرایش الکترونی اتم کاهنده در این سلول، برخلاف اتم کلسیم، از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند.
۳) اگر به جای الکترود نقره از الکترود پلاتین استفاده کنیم، روشنایی لامپ افزایش می‌یابد.
۴) در نیم‌سلولی که به‌تدریج جرم تیغه فلزی در آن افزایش می‌یابد، الکترون‌ها آزاد می‌شوند.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

سلول گالوانی داده شده از نیم‌سلول‌های مس و نقره ساخته شده است. پتانسیل کاهشی استاندارد مس، منفی‌تر(کمتر) از پتانسیل کاهشی استاندارد نقره است؛ درنتیجه فلز مس، **کاهنده قوی‌تری** نسبت به نقره بوده، نقش **آند** را در سلول ایفا می‌کند و نیم‌واکنش **اکسایش** در آن انجام می‌شود. نمودار زیر، ترتیب پتانسیل کاهشی استاندارد برخی از عناصر را نشان می‌دهد:

پتانسیل بیشتر ← طلا ← پلاتین ← جیوه ← نقره ← مس ← پتانسیل کمتر

واکنش اصلی سلول گالوانی مس-نقره به‌صورت زیر است:

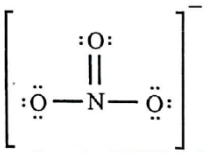
$$\underbrace{Cu}_{\text{کاهنده}}(s) + ۲\underbrace{Ag^{+}}_{\text{اکسنده}}(aq) \rightarrow Cu^{۲+}(aq) + ۲Ag(s)$$

در سلول‌های گالوانی، به مرور زمان از جرم **آند کاسته** شده و به جرم **کاتد افزوده** می‌شود؛ درنتیجه نیم سلولی که به‌تدریج جرم الکترود آن افزایش می‌یابد، نیم‌سلول کاتدی است. در نیم‌سلول کاتدی، نیم‌واکنش کاهش انجام می‌پذیرد؛ درنتیجه در این نیم‌سلول الکترون‌ها **مصرف شده** و **آزاد نمی‌شوند**. نیم‌واکنش کاهش در سلول داده شده به‌صورت زیر است:

$$Ag^{+}(aq) + e^{-} \rightarrow Ag(s)$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در دیواره متخلخل، **آنیون‌ها به سمت آند** و **کاتیون‌ها به سمت کاتد** حرکت می‌کنند. آنیون گذرنده از دیواره متخلخل، آنیونی است که از نیم‌سلول کاتدی به سمت نیم‌سلول آندی حرکت کند. یون نیترات($NO_{۳}^{-}$)، آنیون گذرنده از دیواره متخلخل است. اتم مرکزی در یون نیترات، اتم نیتروژن است. شکل زیر ساختار لوویس یون نیترات را نمایش می‌دهد:



مجموع عدد اکسایش اتم‌های موجود در ساختار یک یون چنداتمی، برابر با بار یون مورد نظر است. بر این اساس می‌توان عدد اکسایش اتم نیتروژن را به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$NO_{۳}^{-} \Longrightarrow N + ۳(-۲) = -۱ \Longrightarrow N = +۵$$

۲ اتم کاهنده(اتمی که خود اکسید شده و الکترون‌های خود را به گونه دیگر می‌دهد) در این سلول، اتم مس است. آرایش الکترونی اتم‌های مس($_{29}Cu$) و کروم($_{24}Cr$) از **قاعده آفبا پیروی نمی‌کند** و با روش طیف سنجی پیشرفته می‌توان آرایش الکترونی آن‌ها را تعیین کرد. در این اتم‌ها، زیرلایه $4s$ فقط دارای یک الکترون خواهد بود.

۳ هرچه اختلاف پتانسیل بین دو الکترود آند و کاتد بیشتر باشد، ولتاژ سلول بیشتر بوده و روشنایی لامپ نیز بیشتر است. اختلاف پتانسیل یک سلول گالوانی که به نیروی الکتروموتوری(emf) نیز شهرت دارد به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$emf = E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}}$$

چون پلاتین در مقایسه با نقره دارای **پتانسیل کاهشی استاندارد بزرگ‌تری است**، پس می‌توان گفت اختلاف پتانسیل سلول گالوانی $Cu - Pt$ **بیشتر** از اختلاف پتانسیل سلول گالوانی $Cu - Ag$ است؛ درنتیجه روشنایی لامپ در سلول گالوانی متشکل از مس و پلاتین در شرایط یکسان، بیشتر از روشنایی لامپ در سلول گالوانی دیگر است.

مقدار emf برای سلول‌های گالوانی **همواره** مقداری **مثبت** است. چنان‌چه ولت‌سنج مقدار E° یک سلول را با عددی منفی نشان داد و یا این که پس از محاسبه مقدار emf سلول، یک عدد منفی به‌دست آوردید، فقط به این معناست که موقعیت آند و کاتد سلول را به اشتباه تشخیص داده و قطب‌های ناهم‌نام سلول گالوانی و ولت‌سنج را به یکدیگر وصل کرده‌اید.

گروه آموزشی ماز

۲- **چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟**

الف: سوختن هیدروژن در سلول سوختی، منجر به تولید بخار آب شده و این فرایند، بازدهی نزدیک به ۶۰٪ دارد.

ب: از سلول‌های گالوانی، برخلاف سلول‌های الکترولیتی، برای تولید انرژی الکتریکی استفاده می‌شود.

پ: در سلول گالوانی قلع-نقره، در محل الکترود قلع، کاتیون حاصل از فلز قلع مصرف می‌شود.

ت: در هر واکنش اکسایش-کاهش، شمار الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها دچار تغییر می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

موارد (الف)، (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: **دقت** داریم که واکنش **سوختن** با واکنش اکسایش متفاوت است. سوختن، واکنش **سریع** مواد با اکسیژن است و بازدهی این واکنش برای گاز هیدروژن در موتورهای درون‌سوز، نزدیک به **۲۰ درصد** است. **اکسایش** هیدروژن به **آرامی** و در شرایط کنترل شده در سلول سوختی بازدهی نزدیک به **۶۰ درصد** (۳ برابر موتورهای درون‌سوز) دارد. طی این فرایند، سوخت به آرامی مصرف شده و انرژی حاصل از آن، قابل استفاده خواهد بود. البته، توجه داریم که **معادله کلی** واکنش در دو حالت **یکسان** است. سوختن گاز هیدروژن، دارای دو کاتالیزگر پلاتین و روی است. استفاده از این دو کاتالیزگر، سرعت واکنش سوختن را به مقدار بسیار زیادی افزایش می‌دهد.

«ب»: واکنش انجام شده در سلول **گالوانی**، برخلاف واکنش انجام شده در سلول‌های الکترولیتی، با **تولید انرژی** همراه است. در این نوع از سلول‌های الکتروشیمیایی، یک واکنش در جهت طبیعی به پیش رانده می‌شود. جدول زیر ویژگی‌های مربوط به سلول‌های گالوانی و الکترولیتی را در مقایسه با یکدیگر نشان می‌دهد:

ویژگی	سلول گالوانی	سلول الکترولیتی
نیاز به منبع انرژی خارجی	ندارد	دارد
دیواره متخلخل	دارد	ندارد
جهت واکنش	در جهت طبیعی(خودبه‌خود)	در خلاف جهت طبیعی(غیر خودبه‌خود)
تبدیل انرژی	شیمیایی به الکتریکی	الکتریکی به شیمیایی
محل اکسایش	در آند	در آند
محل کاهش	در کاتد	در کاتد
قطب منفی	آند	کاتد
قطب مثبت	کاتد	آند
جهت حرکت الکترون	از آند به کاتد	از آند به کاتد
جهت حرکت کاتیون‌ها	به سمت کاتد	به سمت کاتد
جهت حرکت آنیون‌ها	به سمت آند	به سمت آند
پتانسیل سلول	$E^\circ > 0$	$E^\circ < 0$
کاربرد	تولید باتری و سلول سوختی	برقکافت و آبکاری

«پ»: در سلول گالوانی قلع-نقره، فلز قلع در آند(قطب منفی) و نقره در **کاتد** (**قطب مثبت**) جای دارد. در سلول مورد نظر، در محل الکترود قلع، نیم‌واکنش شیمیایی $Sn(s) \rightarrow ۲e^- + Sn^{۲+}(aq)$ انجام می‌شود. طی این فرایند، کاتیون حاصل از فلز قلع **تولید می‌شود**.

«ت»: در **برخی** از واکنش‌های اکسایش-کاهش، بار الکتریکی یون‌ها تغییر کرده و تعداد الکترون‌های ظرفیتی گونه‌ها نیز تغییر خواهد کرد. برای مثال، در نیم‌واکنش شیمیایی $Mg(s) \rightarrow ۲e^- + Mg^{۲+}(aq)$، شمار الکترون‌های ظرفیتی منیزیم دچار تغییر شده است. این در حالی است که در برخی از واکنش‌ها مثل فرایند سوختن گاز متان، تعداد الکترون‌های ظرفیتی اتم‌ها تغییر نمی‌کند.

گروه آموزشی ماز

۳- در مدار خارجی سلول گالوانی آلومینیم-آهن که با استفاده از دو نیم‌سلول استاندارد ساخته شده، تعداد $۳/۶۱۲ \times ۱۰^{۲۳}$ الکترون جاری شده است. اگر حجم هریک از الکترولیت‌های آندی و کاتدی در سلول برابر ۲ لیتر باشد، تفاوت غلظت کاتیون در دو محلول در پایان این فرایند چقدر خواهد شد؟ (دیواره متخلخل سلول فقط به آنیون‌ها اجازه عبور می‌دهد.)

$\left(E^\circ(Fe^{۲+}/Fe) = -۰/۴۴V \quad و \quad E^\circ(Al^{۳+}/Al) = -۱/۶۶V\right)$

۱) ۰/۱۵ ۲) ۰/۰۵ ۳) ۰/۳۵ ۴) ۰/۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۲۰۲)

ابتدا واکنش کلی سلول و نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی تشکیل‌دهنده آن را می‌نویسیم:

نیم‌واکنش آندی : $Al(s) \longrightarrow Al^{۳+}(aq) + ۳e^-$

نیم‌واکنش کاتدی : $Fe^{۲+}(aq) + ۲e^- \longrightarrow Fe(s)$

واکنش کلی سلول : $۳Fe^{۲+}(aq) + ۲Al(s) \longrightarrow ۳Fe(s) + ۲Al^{۳+}(aq)$

در این واکنش شیمیایی، به ازای مبادله ۶ مول الکترون بین گونه اکسنده(یون $Fe^{۲+}$) و کاهنده(فلز Al)، مقدار ۲ مول یون آلومینیم تولید شده و ۳ مول یون آهن مصرف می‌شود. بر این اساس، غلظت یون آلومینیم افزایش یافته و غلظت یون آهن نیز کاهش پیدا خواهد کرد. ابتدا شمار مول الکترون مبادله‌شده را حساب می‌کنیم:

$$\text{شمار مول الکترون مبادله‌شده} = ۳/۶۱۲ \times ۱۰^{۲۳}\ e^- \times \frac{۱\ mol\ e^-}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ e^-} = ۰/۶\ mol$$

بنابراین مقدار یون $Al^{۳+}$ تولیدشده در نیم‌سلول آندی و مقدار یون $Fe^{۲+}$ مصرف‌شده در نیم‌سلول کاتدی برابر است با:

$$?\ mol\ Al^{۳+} = ۰/۶\ mol\ e^- \times \frac{۲\ mol\ Al^{۳+}}{۶\ mol\ e^-} = ۰/۲\ mol$$

$$?\ mol\ Fe^{۲+} = ۰/۶\ mol\ e^- \times \frac{۳\ mol\ Fe^{۲+}}{۶\ mol\ e^-} = ۰/۳\ mol$$

در ابتدای فرایند، غلظت محلول موجود در نیم‌سلول کاتدی و آندی برابر با ۱ مولار است و همچنین می‌دانیم حجم هر محلول نیز برابر با ۲ لیتر است، در نتیجه مقدار مول اولیه یون آلومینیم و یون آهن در هر یک از این محلول‌ها برابر با ۲ مول بوده است. با توجه به اینکه در ابتدا ۲ مول یون $Al^{۳+}$ و ۲ مول یون $Fe^{۲+}$ در محلول وجود داشته و ۰/۲ مول یون $Al^{۳+}$ دیگر تولید شده؛ بنابراین مقدار مول یون آلومینیم در پایان این فرایند برابر با ۲/۲ مول است. همچنین مقدار ۰/۳ مول یون $Fe^{۲+}$ از محلول موجود در نیم‌سلول کاتدی مصرف شده و مقدار مول یون آهن در پایان این فرایند به ۱/۷ مول می‌رسد. اکنون غلظت مولی این دو کاتیون در محلول‌های آندی و کاتدی را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}\ (L)} \Longrightarrow \begin{cases} M(Al^{۳+}) = \frac{۲/۲}{۲} = ۱/۱\ mol.L^{-۱} \\ M(Fe^{۲+}) = \frac{۱/۷}{۲} = ۰/۸۵\ mol.L^{-۱} \end{cases}$$

با توجه به محاسبات بالا، نتیجه می‌گیریم که تفاوت غلظت کاتیون در دو محلول در پایان این فرایند برابر با ۰/۲۵ مول بر لیتر خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۴- در واکنش سوختن کامل یک نمونه از پروپان، مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن به اندازه چند واحد تغییر می‌کند؟

۱) ۱۶ ۲) ۲۰ ۳) ۱۸ ۴) ۲۲

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

عدد اکسایش یک اتم، بار الکتریکی مثبت یا منفی است که به‌طور **واقعی** یا **ظاهری** به آن اتم نسبت داده می‌شود. در واکنش‌های اکسایش-کاهش، عدد اکسایش **برخی** از اتم‌های شرکت‌کننده در واکنش تغییر می‌کند. در این شرایط، هر عنصری که عدد اکسایش آن **افزایش** پیدا کند، **اکسایش** یافته و هر عنصری که عدد اکسایش آن **کم‌تر** شود نیز **کاهش** یافته است. به واکنش شیمیایی زیر توجه کنید:



همان‌طور که مشخص است، عدد اکسایش اتم‌های منگنز در این واکنش ۲ درجه کاهش پیدا کرده است، پس MnO_2 اکسنده است. از طرفی، عدد اکسایش اتم‌های کلر نیز یک درجه افزایش پیدا کرده است، پس HCl در این واکنش گونه کاهنده است. معادله واکنش سوختن پروپان نیز به‌صورت زیر است:

$$C_3H_8(g) + 5O_2(g) \rightarrow 3CO_2(g) + 4H_2O(l)$$

در این واکنش، ۳ اتم کربن در ساختار پروپان(C_3H_8) قرار گرفته که مجموع عدد اکسایش آن‌ها برابر با ۸- است. با سوختن گاز پروپان، ۳ مولکول CO_2 تولید شده که عدد اکسایش هر اتم کربن در ساختار آن‌ها برابر با ۴+ است، پس مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در ساختار ۳ مولکول CO_2 برابر با ۱۲+ می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت طی این فرایند مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن به اندازه ۲۰ واحد تغییر کرده و از ۸- در پروپان به ۱۲+ در مولکول‌های CO_2 رسیده است.

گروه آموزشی ماز

۵- **کدام مطلب زیر نادرست است؟**

۱) از محلول یک مولار نیتروسید، می‌توان به‌عنوان الکترولیت موجود در نیم‌سلول استاندارد هیدروژن استفاده کرد.
۲) بر اثر قرار دادن تیغه آهن در محلول نقره نیترات، دمای مخلوط کمتر از هنگام استفاده از تیغه روی افزایش می‌یابد.
۳) اغلب عناصر فلزی که در دسته d قرار می‌گیرند، همانند گوگرد، اعداد اکسایش گوناگونی در ترکیب‌های خود دارند.
۴) در کاتد سلول مس-نقره، همانند کاتد باتری‌های دگمه‌ای روی-نقره، ذرات نقره در نیم‌واکنش کاهش شرکت می‌کنند.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

اسیدهای ضعیف، به‌طور کامل یونش نیافته و غلظت یون هیدروژن در محلول آن‌ها، کمتر از غلظت اولیه اسید خواهد بود. چون نیتروسید(HNO_2) یک اسید **تک پروتون‌دار ضعیف با Ka کوچک است**، پس به‌صورت **جزئی** در محلول خود یونش یافته و بر این اساس، غلظت یون هیدروژن در محلول یک مولار آن کمتر از ۱ مول بر لیتر بوده و به همین خاطر، از محلول یک مولار این اسید نمی‌توانیم به‌عنوان محلول الکترولیت موجود در نیم‌سلول استاندارد هیدروژن(SHE) استفاده کنیم.

اندازه‌گیری پتانسیل نیم‌سلول‌ها

اندازه‌گیری پتانسیل یک نیم‌سلول، به‌طور جداگانه ممکن نیست و این کمیت باید به‌طور **نسبی** اندازه‌گیری شود. شیمی‌دان‌ها برای دستیابی به این هدف، تصمیم گرفتند نیم‌سلول استاندارد هیدروژن(SHE) را به‌عنوان یک **مبنا** برای مقایسهٔ پتانسیل الکترودی سایر نیم‌سلول‌ها انتخاب کرده و پتانسیل آن را برابر با **صفر** در نظر بگیرند. الکترود یا نیم‌سلول هیدروژن، شامل یک الکترود فلزی از جنس پلاتین می‌شود که در محلولی با غلظت یک مولار از یون هیدروژن در دمای ۲۵ درجه‌ی سانتی‌گراد فروبرده شده است و گاز هیدروژن با فشار ۱ اتمسفر از روی آن عبور داده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ واکنش‌پذیری فلز روی بیشتر از فلز آهن است و بر اثر قرار دادن تیغه فلز روی در محلول نقره نیترات، دمای مخلوط واکنش نسبت به هنگام استفاده از تیغه فلز آهن، بالاتر می‌رود. توجه داریم که هر دو فلز روی و آهن در سری الکتروشیمیایی، **پایین‌تر** از فلز نقره قرار دارند و بنابراین می‌توانند یون‌های نقره را کاهش داده و از محلول آن خارج کنند.

مبادلهٔ الکترون در کاتیون‌های فلزی

کاتیون‌های فلزی موجود در یک محلول، در واکنش با اتم‌های یک عنصر فلزی دیگر که واکنش‌پذیری بیشتری دارند، یک یا چند الکترون از آن‌ها گرفته و کاهش پیدا می‌کنند. به‌عنوان مثال، هرگاه تیغه‌ای از جنس فلز روی را در محلولی از مس(II) سولفات قرار بدهیم، اتم‌های خنثای روی با از دست دادن دو الکترون به یون‌های روی اکسایش یافته و هم‌زمان با آن، هر یون مس(II) با دریافت همان دو الکترون، به اتم Cu کاهش می‌یابد. از آن‌جا که رنگ آبی محلول مس(II) سولفات به خاطر وجود یون‌های $Cu^{2+}(aq)$ در این محلول است، با گذشت زمان و کاهش غلظت این یون در محلول مورد نظر، به‌تدریج از شدت رنگ محلول کاسته می‌شود.

۳ اغلب عناصر نافلزی مثل کلر، اکسیژن، گوگرد و فسفر، اعداد اکسایش گوناگونی در ترکیب‌های خود دارند. علاوه بر این، **اغلب** عناصر فلزی که در دسته d قرار می‌گیرند(**عناصر واسطه**) مثل آهن، مس و کروم نیز دارای **اعداد اکسایش متفاوتی** در ترکیب‌های خود خواهند بود. البته، برخی از فلزهای واسطه مثل اسکاندیم و روی، فقط با یک **عدد اکسایش خاص** در ترکیب‌های خود ظاهر شده و فاقد اعداد اکسایش متنوع هستند.

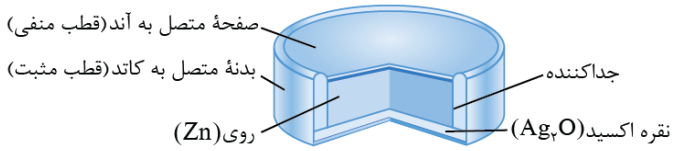
دامنه تغییرات اعداد اکسایش

عدد اکسایش اتم‌های هر عنصر، در یک دامنه خاص تغییر می‌کند. جدول زیر، دامنه تغییرات عدد اکسایش عناصر موجود در برخی از گروه‌های جدول تناوبی را نشان می‌دهد:

شماره گروه	۱	۲	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	عناصر استثنا			عناصر واسطه مهم			
							اکسیژن	فلوئور	هیدروژن	آهن	منگنز	مس	نقره
کم‌ترین عدد اکسایش	۰	۰	-۴	-۳	-۲	-۱	-۲	-۱	-۱	۰	۰	۰	۰
بالاترین عدد اکسایش	+۱	+۲	+۴	+۵	+۶	+۷	+۲	۰	+۱	+۳	+۷	+۲	+۱

بر اساس داده‌های موجود در این جدول، گونه‌های شیمیایی در **بالاترین حالت اکسایش** خود، فقط می‌توانند **گیرنده الکترون** باشند و دیگر توانایی از دست دادن الکترون را نخواهند داشت. در نقطه مقابل، گونه‌های شیمیایی در **پایین‌ترین حالت اکسایش** خود، فقط می‌توانند **دهنده الکترون** باشند و دیگر توانایی جذب الکترون را ندارند.

۴ چون پتانسیل کاهشی استاندارد نقره بیشتر از مس است، در سلول گالوانی مس-نقره، فلز **نقره** در نقش **کاتد** خواهد بود. در سمت کاتد این سلول گالوانی، یون نقره در نیم‌واکنش کاهش شرکت می‌کند و فلز نقره را تولید می‌کند. باتری‌های روی-نقره، نوعی از باتری‌های **دگمه‌ای** به شمار می‌روند. ساختار این باتری‌ها نیز به‌صورت زیر است:



گونه کاهنده
$Zn(s) + Ag_2O(s) \rightarrow ZnO(s) + 2Ag(s)$
گونه اکسنده

توجه داریم که این باتری‌ها، انواعی از سلول‌های **گالوانی** به شمار رفته و در آن‌ها نیز نقره اکسید در نقش عامل اکسنده مصرف شده و فلز نقره به‌عنوان **فراورده** واکنش تولید می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶- **کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟**

الف: در نیروگاه‌های حرارتی، بخار آب حاصل از سوزاندن سوخت، توربین را حرکت داده و برق تولید می‌کند.

ب: اکسیژن در واکنش با نافلزها، ترکیب‌های مولکولی را تولید کرده و عدد اکسایش آن همواره کاهش می‌یابد.

پ: کاتد سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، در ساختار خود حاوی کاتالیزگر بوده و بخار آب از آن خارج می‌شود.

ت: سلول‌های سوختی، نوعی سلول گالوانی بوده و برخلاف باتری‌ها، توانایی ذخیره کردن انرژی شیمیایی را ندارند.

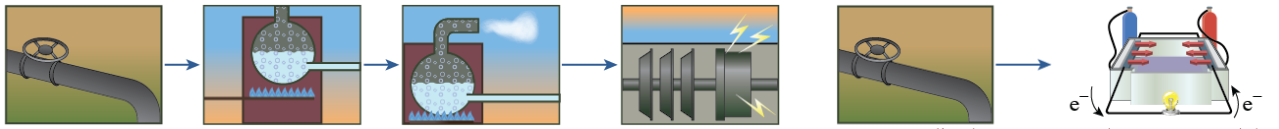
۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «پ» ۳) «الف» و «ت» ۴) «پ» و «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: یکی از روش‌های تبدیل انرژی شیمیایی سوخت‌ها به انرژی الکتریکی، استفاده از **سلول‌های سوختی** است. در این روش، سوخت مورد نظر به‌طور **مستقیم** وارد سلول‌های سوختی شده و انرژی شیمیایی ذخیره‌شده در آن، مستقیماً به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود. از آن‌جا که در سلول‌های سوختی، انرژی شیمیایی سوخت‌ها به‌طور مستقیم به انرژی الکتریکی تبدیل شده و برخلاف نیروگاه‌ها، در این روش چند مرحله متوالی از تبدیل انرژی صورت نمی‌گیرد، **اتلاف انرژی** به‌صورت گرما در این روش **کمتر** است و درصد بیشتری از انرژی شیمیایی ذخیره‌شده در سوخت به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود. مراحل تبدیل انرژی در سلول سوختی و نیروگاه‌های حرارتی به شرح زیر است:



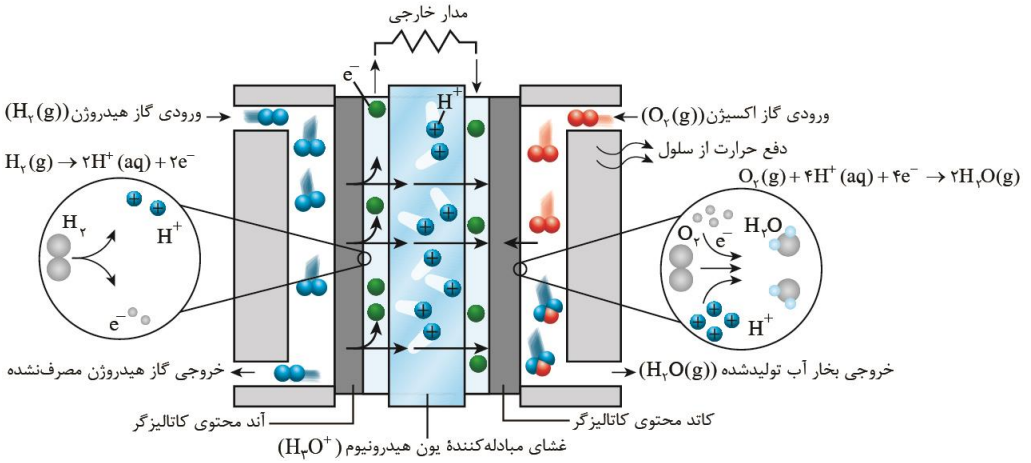
توجه داریم که در نیروگاه‌های حرارتی، **انرژی شیمیایی** موجود در سوخت موردنظر پس از سوختن به **انرژی گرمایی** تبدیل شده و با **تبخیر آب** موجود در یک مخزن(نه آب تولید شده در واکنش سوختن!)، سبب تولید بخار می‌شود. همان‌طور که گفتیم، این بخار آب در یک محفظه جداگانه تولید شده و مجزا از بخار آب حاصل از سوزاندن سوخت است. در مرحله بعد، بخار تولیدشده سبب راه‌اندازی توربین شده و **انرژی گرمایی به انرژی مکانیکی** تبدیل می‌شود. انرژی مکانیکی تولیدشده توسط توربین نیز توسط ژنراتور(دینام) به **انرژی الکتریکی** تبدیل می‌شود.

«ب»: اکسیژن یک نافلز بوده و بر این اساس، در واکنش با سایر نافلزها **ترکیب‌های مولکولی** را تولید می‌کند. بعد از فلوئور، اکسیژن نافلزترین عنصر موجود در جدول تناوبی است؛ پس به‌جز فلوئور، عدد اکسایش اتم‌های اکسیژن در ترکیب با سایر عناصر موجود در جدول دوره‌ای برابر ۲- است. البته، چون خاصیت نافلزی فلوئور بیشتر از اکسیژن است، در **ترکیب‌های حاصل از واکنش میان گاز فلوئور و اکسیژن**، عدد اکسایش اتم‌های اکسیژن **بزرگ‌تر از صفر** خواهد شد. جدول زیر، یون‌ها و ترکیب‌هایی را نشان می‌دهد که در آن‌ها عدد اکسایش اکسیژن بزرگ‌تر از ۲- است.

گونهٔ شیمیایی	OF_2	O_2F_2	HOF	O_2^-	O_2^{2-}	H_2O_2
عدد اکسایش O	+۲	+۱	۰	-۰/۵	-۱	-۱

«پ»: در تیغه‌های آندی و کاتدی سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، یک **کاتالیزگر مناسب** قرار داده شده است. به‌طور کلی، کاتالیزگرها انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها را کاهش داده و باعث افزایش سرعت واکنش می‌شوند. البته، توجه داریم که استفاده از کاتالیزگرها هیچ تغییری در مقدار تغییر آنتالپی واکنش‌ها ایجاد نمی‌کنند. معادله نیم‌واکنش کاهش در سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن به‌صورت $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(g)$ بوده و بخار آب از سمت کاتد(قطب مثبت این سلول) این سلول خارج می‌شود.

تصویر زیر، نمایی از این سلول را نشان می‌دهد:



توجه داریم که از آند این سلول نیز گاز هیدروژن اضافی(گاز هیدروژن واکنش نداده) خارج می‌شود. این گاز هیدروژن، مجدداً وارد ساختار سلول سوختی شده و به مصرف می‌رسد.

«ت»: برای تأمین انرژی الکتریکی، می‌توان از واکنش‌های اکسایش-کاهش در سلول‌های گالوانی مانند باتری‌ها و سلول‌های سوختی بهره برد. سلول سوختی، واکنش‌دهنده‌های مصرف شده در خود را در ساختار خود **ذخیره نکرده است**. بر این اساس، می‌توان گفت هرچند که سلول‌های سوختی برخلاف باتری‌ها، انرژی شیمیایی را ذخیره نمی‌کنند، اما در آن‌ها نیز **پیوسته** سوخت در شرایط کنترل شده به مصرف رسیده و جریان الکتریکی برقرار می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۷- کدام مطلب زیر درست است؟

۱) اتم کلر موجود در ساختار $HClO_4$، می‌تواند نقش اکسنده یا کاهنده را در واکنش‌ها ایفا کند.
۲) اگر مخلوط آهن(II) کلرید و منیزیم برمید مذاب را برقکافت کنیم، گازی زرد رنگ در سمت آند تولید می‌شود.
۳) به‌خاطر رسانایی ناچیز آب خالص، برای برقکافت این ماده باید مقدار کمی الکترولیت مثل سدیم کلرید به آن اضافه کرد.
۴) چون اتم سدیم پایدارتر از یون سدیم است، این فلز در طبیعت به حالت آزاد یافت نشده و فقط به‌صورت یون وجود دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ حفظی / مفهومی ـ ۱۲۰۲)

به‌خاطر **رسانایی ناچیز آب خالص**، برای برقکافت این ماده باید مقدار کمی از یک ماده الکترولیت مثل سدیم کلرید را به آن اضافه کرد. طی این فرایند، **رسانایی محلول افزایش یافته** و سرعت برقکافت بیشتر می‌شود. البته، باید توجه داشته باشیم که آنیون‌ها و کاتیون‌های موجود در ماده الکترولیت وارد شده به محلول مورد نظر، نباید در رقابت‌های آندی و کاتدی بر آب پیروز شوند چرا که در این صورت، از فرایند برقکافت گازهای هیدروژن و اکسیژن تولید نشده و مولکول‌های آب تجزیه نمی‌شوند.

رقابت کاتدی و آندی

اگر در یک سلول الکترولیتی، بیشتر از یک نوع گونه اکسنده(گونه‌ای که قابل کاهیده‌شدن باشد، مثل کاتیون‌های موجود در محلول) وجود داشته باشد، میان گونه‌های اکسنده موجود در محلول برای به‌دست آوردن الکترون رقابت ایجاد می‌شود. به رقابت مورد نظر، به اصطلاح **رقابت کاتدی** گفته می‌شود و در آن گونه‌ای برنده می‌شود که تمایل بیشتری برای گرفتن الکترون داشته باشد؛ به عبارت دیگر، گونه‌ای که E° بزرگ‌تری داشته باشد و موقعیت آن در سری الکتروشیمیایی بالاتر باشد، در رقابت کاتدی پیروز شده و الکترون به‌دست می‌آورد. در نقطه مقابل، اگر در یک سلول الکترولیتی، بیشتر از یک نوع گونه کاهنده(گونه‌ای که قابل اکسیدشدن باشد، مثل آنیون‌های موجود در محلول) وجود داشته باشد، میان گونه‌های کاهنده موجود در محلول برای از دست دادن الکترون رقابت ایجاد می‌شود. به رقابت موردنظر، به اصطلاح **رقابت آندی** گفته می‌شود و در آن گونه‌ای برنده می‌شود که تمایل بیشتری برای از دست دادن الکترون داشته باشد؛ به عبارت دیگر، گونه‌ای که E° کوچک‌تری داشته باشد و موقعیت آن در جدول پتانسیل‌های کاهش پایین‌تر باشد، در رقابت آندی پیروز شده و الکترون از دست می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ عدد اکسایش هیدروژن در ترکیب با نافلزها برابر با ۱+ و در ترکیب با فلزها نیز برابر با ۱- است. بر این اساس، عدد اکسایش اتم کلر در ترکیب داده شده به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$HClO_4 \Longrightarrow 1 + Cl + 4(-2) = 0 \Longrightarrow Cl = 7$$

محدوده عدد اکسایش کلر، در بازه بین اعداد ۱- تا ۷+ است. اتم هر عنصر در حالتی با **بیشترین عدد اکسایش** خود، **فقط** می‌تواند **کاهش** پیدا کند و فقط نقش اکسنده را در واکنش‌های مختلف دارد؛ درنتیجه چون اتم کلر با بیشترین مقدار عدد اکسایش خود در ترکیب $HClO_4$ شرکت کرده است، فقط می‌تواند نقش اکسنده را داشته باشد.

۲ اگر مخلوطی از آهن(II) کلرید و منیزیم برمید مذاب را وارد سلول برقکافت کنیم، آنیون‌های موجود در مخلوط مذاب به سمت تیغه آندی حرکت کرده و برای اکسید شدن با هم رقابت می‌کنند. چون **کلر در مقایسه با برم خاصیت نافلزی**(تمایل به گرفتن الکترون و تشکیل آنیون) **بیشتری** داشته و

آنیون حاصل از آن پایدارتر از آنیون برمید است، پس یون‌های برمید در نیم‌واکنش اکسایش شرکت کرده و الکترون‌های خود را از دست می‌دهند. با شرکت کردن یون‌های برمید در نیم‌واکنش اکسایش، این یون‌ها به **بخار قرمز رنگ برم** تبدیل شده و از سلول خارج می‌شوند.

۴ با توجه به پایداری بالای یون سدیم، برای تهیه فلز سدیم با استفاده از ترکیب‌های حاوی این عنصر باید انرژی زیادی مصرف کرد. در واقع، فلز سدیم یک کاهنده قوی است که در طبیعت به حالت آزاد یافت نمی‌شود. این عنصر فلزی در ترکیب‌های طبیعی و گوناگون خود تنها به شکل یون سدیم (یون Na^+) وجود دارد. این واقعیت نشان می‌دهد که **یون‌های سدیم بسیار پایدارتر از اتم‌های آن هستند.**

گروه آموزشی ماز

۸- در مدار خارجی یک سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، $۱/۵۰۵ \times ۱۰^{۲۵}$ الکترون مبادله شده است. در این سلول، چند لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP مصرف شده و با استفاده از آب تولید شده در این سلول، چند گرم محلول ۲۸٪ جرمی منیزیم کلرید می‌توان تولید کرد؟

($O = ۱۶$ و $H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۱۴۰ ـ ۳۱۲/۵ ۲) ۱۴۰ ـ ۶۲۵ ۳) ۲۸۰ ـ ۳۱۲/۵ ۴) ۲۸۰ ـ ۶۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۴۰۲)

در سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، گازهای اکسیژن و هیدروژن مصرف شده و بخار آب تولید می‌شود. معادله نیم‌واکنش کاتدی در سلول مورد نظر به‌صورت زیر است:

$$O_۲(g) + ۴H^+(aq) + ۴e^- \rightarrow ۲H_۲O(l)$$

با توجه به معادله نیم‌واکنش کاتدی انجام شده در این سلول، حجم گاز اکسیژن مصرف شده و جرم آب تولید شده در آن را محاسبه می‌کنیم.

$$?\,L\,O_۲ = ۱/۵۰۵ \times ۱۰^{۲۵}\ e\ \text{تعداد} \times \frac{۱\ mol\ e}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ e\ \text{تعداد}} \times \frac{۱\ mol\ O_۲}{۴\ mol\ e} \times \frac{۲۲/۴\ L\ O_۲}{۱\ mol\ O_۲} = ۱۴۰\ L$$

$$?\,g\,H_۲O = ۱/۵۰۵ \times ۱۰^{۲۵}\ e\ \text{تعداد} \times \frac{۱\ mol\ e}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ e\ \text{تعداد}} \times \frac{۲\ mol\ H_۲O}{۴\ mol\ e} \times \frac{۱۸\ g\ H_۲O}{۱\ mol\ H_۲O} = ۲۲۵\ g$$

در سلول مورد نظر، ۲۲۵ گرم آب تولید شده است. برای تهیه یک نمونه ۱۰۰ گرمی از محلول ۲۸٪ جرمی منیزیم سولفات، باید ۷۲ گرم آب خالص را با ۲۸ گرم از این نمک مخلوط کنیم. بر این اساس داریم:

$$?\,g\ \text{محلول} = ۲۲۵\ g\ H_۲O \times \frac{۱۰۰\ g\ \text{محلول}}{۷۲\ g\ H_۲O} = ۳۱۲/۵\ g$$

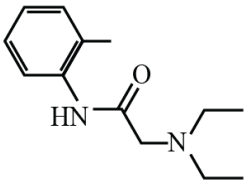
با توجه به محاسبات انجام شده، طی این فرایند ۳۱۲/۵ گرم محلول تولید می‌شود.

سلول‌های سوختی

در سلول‌های سوختی، یک واکنش شیمیایی در شرایط کنترل‌شده انجام می‌شود. هرچند که در رایج‌ترین نوع از سلول‌های سوختی، گاز هیدروژن به‌عنوان سوخت مصرف می‌شود، اما در برخی از انواع این سلول‌ها از سایر مواد از جمله متان نیز به‌عنوان سوخت استفاده می‌شود. طی این فرایند، عدد اکسایش اتم‌های کربن افزایش یافته و عدد اکسایش اتم‌های اکسیژن کاهش پیدا می‌کند. توجه داریم که این سلول‌ها با کارکرد خود، نوعی گاز آلاینده(گاز کربن دی‌اکسید) تولید کرده و وارد هواکره می‌کنند.

گروه آموزشی ماز

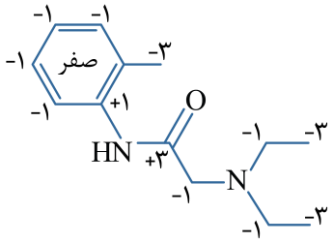
۹- شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش منفی در ساختار مولکول مقابل، چند برابر شمار این اتم‌های کربن در ساختار الکل معمولی است؟



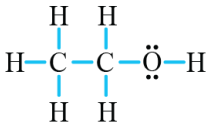
۱) ۵
۲) ۵/۵
۳) ۴
۴) ۴/۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۴۰۲)

ساختار ترکیب مورد نظر و عدد اکسایش اتم‌های کربن موجود در ساختار آن، به‌صورت زیر است:



در ساختار این ترکیب آلی، ۱۰ اتم کربن با عدد اکسایش منفی وجود دارد. این ماده در ساختار خود دارای یک حلقه بنزنی، یک گروه عاملی آمیدی و یک گروه عاملی آمینی است. اتانول یا الکل معمولی، یک ترکیب آلی دو کربنی است. ساختار این مولکول به‌صورت زیر است:



در ساختار این ترکیب، ۲ اتم کربن (هر دو با عدد اکسایش منفی) و یک گروه عاملی هیدروکسیل(الکلی) وجود دارد. پس نسبت خواسته شده برابر است با: $\frac{۱۰}{۲} = ۵$

تخمیر بی‌هوازی گلوکز

اتانول($C_۲H_۵OH$)، یک سوخت سبز محسوب می‌شود. یکی از راه‌های تهیه این ترکیب، استفاده از واکنش بی‌هوازی تخمیر گلوکز است. معادله این واکنش به‌صورت زیر است:

$$C_۶H_{۱۲}O_۶(aq) \rightarrow ۲C_۲H_۵OH(aq) + ۲CO_۲(g)$$

این فرایند، با استفاده از بقایای گیاهانی مانند نیشکر، سیب زمینی و ذرت انجام می‌شود. به همین خاطر است که امروزه مزارع زیادی را برای تهیه سوخت سبز، روغن و خوراک دام به کشت ذرت اختصاص می‌دهند.

گروه آموزشی ماز

۱۰- با توجه به نیم‌واکنش‌های کاهشی زیر که مربوط به نمونه‌ای از سلول‌های نور الکتروشیمیایی است، چند مورد از مطالب داده شده نادرست هستند؟ (نیم‌واکنش‌ها موازنه نشده‌اند. $Si = ۲۸ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱}$)

$$SiO_۲(s) + H^+(aq) + e^- \rightarrow Si(s) + H_۲O(l) \quad ; \quad E^\circ = -۰/۸۴V$$
$$H_۲O(l) + e^- \rightarrow H_۲(g) + OH^-(aq) \quad ; \quad E^\circ = -۰/۸۳V$$

الف: در این سلول، یک شبه‌فلز نقش کاهنده و $H_۲O$ نقش اکسنده را ایفا می‌کند.

ب: سوخت رایج‌ترین نوع از سلول‌های سوختی، به کمک این سلول قابل تهیه است.

پ: در محلول اطراف آند این سلول، برخلاف محلول اطراف کاتد سلول برقکافت آب، $[OH^-]$ به مرور کاهش می‌یابد.

ت: بر اثر افزایش جرم آند این سلول به مقدار ۵/۶ گرم، ۷/۸۴ لیتر گاز $H_۲$ با حجم مولی ۲۸ لیتر بر مول آزاد می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

از میان عبارت‌های داده شده، فقط عبارت (ت) نادرست است.

بررسی موارد:

«الف»: واکنش کلی این سلول به‌صورت $Si(s) + ۲H_۲O(l) \rightarrow SiO_۲(s) + ۲H_۲(g)$ است؛ بنابراین در این سلول، Si در نقش **کاهنده** بوده و $H_۲O$ نقش **اکسنده** را ایفا می‌کند. سیلیسیم، یک عنصر شبه‌فلزی بوده و در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای قرار گرفته است.

Emf سلول نور الکتروشیمیایی

مقدار emf سلول نور الکتروشیمیایی برابر است با: $emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = -۰/۸۳ - (-۰/۸۴) = ۰/۰۱V$

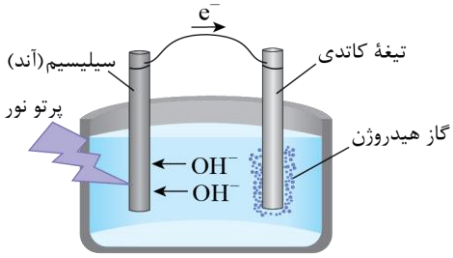
بنابراین emf این سلول ناچیز است. توجه داریم که بازده و سرعت واکنش اکسایش-کاهش این سلول نیز پایین است و به همین دلیل، با استفاده از این سلول نمی‌توان مقدار زیادی گاز هیدروژن تولید کرد.

«ب»: **رایج‌ترین** سلول سوختی، سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن بوده و سوخت مصرف شده در این سلول نیز گاز $H_۲$ است که در سلول نور الکتروشیمیایی به‌عنوان **فراورده** در سمت کاتد تولید می‌شود.

«پ»: در برقکافت آب، نیم‌واکنش **کاتدی** به‌صورت زیر است:

$$۴H_۲O(l) + ۴e^- \rightarrow ۲H_۲(g) + ۴OH^-(aq)$$

بنابراین با گذشت زمان مقداری یون هیدروکسید تولید شده و pH محلول اطراف **کاتد** سلول **افزایش** پیدا می‌کند. این در حالی است که در سلول نور الکتروشیمیایی داده شده، با توجه به نیم‌واکنش **آندی** با معادله $Si(s) + ۲H_۲O(l) \rightarrow SiO_۲(s) + ۴H^+(aq) + ۴e^-$، مقداری یون هیدروژن تولید شده و pH محلول اطراف آند کاهش می‌یابد. با افزایش غلظت یون هیدروژن در یک محلول، غلظت یون هیدروکسید در آن محلول کاهش پیدا می‌کند. تصویر زیر، نمایی از سلول مورد نظر را نشان می‌دهد:



«ت»: باید جرم سیلیسیم مصرف شده در آند و جرم سیلیس(SiO_2) تولید شده در این الکترود را محاسبه کنیم تا ببینیم به ازای تولید ۷/۸۴ لیتر گاز هیدروژن، جرم تیغه آندی چگونه تغییر می‌کند. با توجه به واکنش کلی سلول مورد نظر که معادله آن به‌صورت $Si(s) + 2H_2O(l) \rightarrow SiO_2(s) + 2H_2(g)$ است، جرم سیلیسیم مصرف شده در آند و جرم سیلیس(SiO_2) تولید شده در این نیم‌سلول را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,Si = \underbrace{7/84\,L\,H_2 \times \frac{1\,mol\,H_2}{28\,L\,H_2}}_{0/28\,mol\,H_2} \times \frac{1\,mol\,Si}{2\,mol\,H_2} \times \frac{28\,g\,Si}{1\,mol\,Si} = 3/92\,g$$

$$?\,g\,SiO_2 = 0/28\,mol\,H_2 \times \frac{1\,mol\,SiO_2}{2\,mol\,H_2} \times \frac{60\,g\,SiO_2}{1\,mol\,SiO_2} = 8/4\,g$$

بر اثر انجام واکنش سلول، بخشی از آند سیلیسیمی به SiO_2 تبدیل می‌شود. در واقع، طی این فرایند **سیلیسیم مصرف شده** و **سیلیس تولید می‌شود**؛ بنابراین تغییر جرم تیغهٔ آندی برابر خواهد بود با:

$$\text{تغییر جرم تیغه آندی} = 8/4 - 3/92 = 4/48\,g$$

همان‌طور که مشخص است، طی این فرایند جرم تیغه آندی به اندازه ۴/۴۸ گرم **افزایش** یافته است که با داده‌های سؤال همخوانی ندارد.

گروه آموزشی ماز

۱۱- کدام مطلب زیر نادرست است؟

۱) در مراحل استخراج فلز منیزیم از آب دریا، ابتدا از یک محلول بازی و پس از آن، از یک محلول اسیدی استفاده می‌شود.

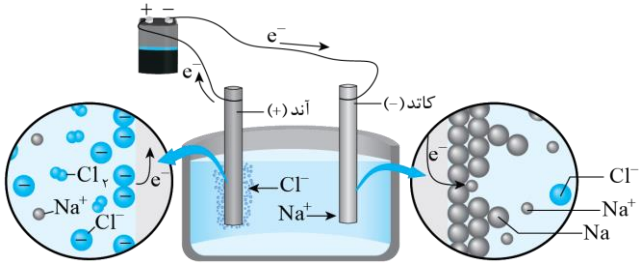
۲) در برقکافت آب، نیم‌واکنش $2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^-$ در سطح الکترود مثبت انجام می‌شود.

۳) برخلاف سلول گالوانی و سلول‌های سوختی، در سلول‌های الکترولیتی نیازی به استفاده از دیوارهٔ متخلخل نیست.

۴) در سلول برقکافت $NaCl(l)$، یون با آرایش الکترونی گاز نجیب دوره سوم، به سمت کاتد حرکت می‌کند.

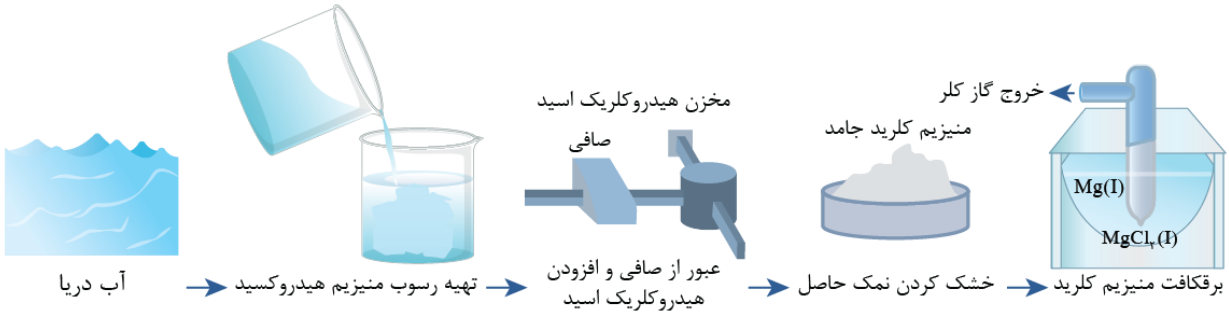
پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

یون‌های Na^+ و Cl^- به‌ترتیب آرایش الکترونی گازهای نجیب دوره‌های دوم و سوم جدول تناوبی را دارند. در سلول مورد نظر، یون با آرایش الکترونی گاز نجیب دورهٔ سوم(یعنی یون Cl^-) به سمت **آند** حرکت می‌کند. **کاتیون‌های** موجود در الکترولیت نیز به سمت تیغه **کاتدی** حرکت می‌کنند. تصویر زیر، نمایی از این سلول را نشان می‌دهد:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ فرایند تولید فلز منیزیم از آب دریا به‌صورت زیر است:

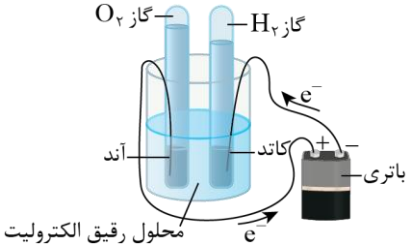


با توجه به روند نشان داده شده، در مراحل استخراج فلز منیزیم از آب دریا، **ابتدا** یک محلول **بازی** که حاوی یون هیدروکسید باشد را به آب دریا اضافه می‌کنند تا یون‌های منیزیم موجود در آب دریا در قالب **رسوب منیزیم هیدروکسید** از آن خارج شوند. پس از به‌دست آمدن منیزیم هیدروکسید جامد، در این فرایند از یک محلول **اسیدی** مثل **هیدروکلریک اسید** استفاده می‌شود. با افزودن هیدروکلریک اسید به منیزیم هیدروکسید تولید شده، **محلولی از منیزیم کلرید** به‌دست می‌آید. در مرحله بعد، منیزیم کلرید را با استفاده از روش تبلور از محلول استخراج کرده و آن را به حالت مذاب، وارد سلول برقکافت می‌کنند. با برقکافت منیزیم کلرید مذاب، فلز منیزیم به‌دست می‌آید.

۲ در سلول برقکافت آب، الکترود با **بار مثبت**، معادل با **آند** است که در سطح آن نیم‌واکنش اکسایش انجام می‌شود:

$$۲H_۲O(l) \rightarrow O_۲(g) + ۴H^+(aq) + ۴e^-$$

تصویر مقابل، نمایی از سلول برقکافت آب را نشان می‌دهد:



۳ در سلول گالوانی، هر دو الکترود در **محلول جداگانه** قرار می‌گیرند و دو محلول با استفاده از دیوارهٔ متخلخل به هم متصل می‌شوند. دیواره متخلخل، از مخلوط شدن سریع دو محلول جلوگیری می‌کند. این در حالی است که در سلول الکترولیتی، هر دو الکترود کاتد و آند **درون یک محلول** الکترولیت قرار می‌گیرند و **نیازی به استفاده از دیوارهٔ متخلخل نیست**.

گروه آموزشی ماز

۱۲- در فرایند خوردگی یک قطعه آهنی، ۱۶۸۰ میلی‌لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP مصرف شده و زنگ آهن نیز پس از تولید، فرو ریخته است. طی این فرایند، جرم تیغه آهنی به اندازه چند گرم کاسته شده است؟ ($Fe = ۵۶\ g.mol^{-۱}$)

۱) ۵/۶ ۲) ۱۱/۲ ۳) ۸/۴ ۴) ۱۶/۸

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مسئله ـ ۱۲۰۲)

معادله واکنش خوردگی آهن به‌صورت زیر است:

$$۴Fe(s) + ۳O_۲(g) + ۶H_۲O(l) \rightarrow ۴Fe(OH)_۳(s)$$

با توجه به معادله این واکنش، جرم آهن مصرف شده در فرایند مورد نظر را محاسبه می‌کنیم.

$$?\ g\ Fe = ۱۶۸۰\ mL\ O_۲ \times \frac{۱\ L\ O_۲}{۱۰۰۰\ mL\ O_۲} \times \frac{۱\ mol\ O_۲}{۲۲/۴\ L\ O_۲} \times \frac{۴\ mol\ Fe}{۳\ mol\ O_۲} \times \frac{۵۶\ g\ Fe}{۱\ mol\ Fe} = ۵/۶\ g$$

توجه داریم که واکنش خوردگی آهن، طی یک فرایند دو مرحله‌ای انجام می‌شود. در مرحله اول این فرایند، اتم‌های آهن دو الکترون از دست داده و به یون $Fe^{۲+}$ تبدیل می‌شوند. چون گاز اکسیژن یک اکسنده بسیار قوی است، در مرحله بعد، هر یون $Fe^{۲+}$ مجدداً یک الکترون از دست داده و به یون $Fe^{۳+}$ تبدیل می‌شود. در واکنش‌های انجام شده، گاز اکسیژن در نقش عامل اکسنده است. معادله نیم‌واکنش کاهش اکسیژن به‌صورت زیر است:

نیم‌واکنش کاهش اکسیژن در محیط خنثی: $O_۲(g) + ۲H_۲O(l) + ۴e^- \rightarrow ۴OH^-(aq)\ ;\ E^\circ = +۰/۴۰V$

نیم‌واکنش کاهش اکسیژن در محیط اسیدی: $O_۲(g) + ۴H^+(aq) + ۴e^- \rightarrow ۲H_۲O(l)\ ;\ E^\circ = +۱/۲۳V$

همان‌طور که مشخص است، پتانسیل کاهشی گاز اکسیژن در محیط‌های اسیدی **مثبت‌تر** از محیط‌های خنثی است و به همین خاطر، واکنش خوردگی آهن در محیط‌های اسیدی در مقایسه با محیط‌های خنثی با سرعت بسیار بیشتری انجام می‌شود. برای جلوگیری از خوردگی یک نمونه از فلز آهن، از روش‌های زیر می‌توان استفاده کرد:

راه‌های جلوگیری از خوردگی آهن:
- ایجاد یک پوشش سطحی کمک قلع، قیر، رنگ و ... → به‌طور کامل جلوی خوردگی آهن را نمی‌گیرد.
- محافظت کاتدی به کمک برخی از فلزها → به‌طور کامل جلوی خوردگی آهن را می‌گیرد.

از آنجا که **آهن پرمصرف‌ترین فلز در جهان است**، خوردگی آن خسارت‌های هنگفتی به اقتصاد کشورها وارد می‌کند؛ به‌طوری که **سالانه** حدود **۲۰** درصد از آهن تولیدی برای **جایگزینی** قطعه‌های خورده شده مصرف می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۳- الکتریستهٔ حاصل از اکسید شدن ۳ گرم منیزیم در سلول گالوانی منیزیم-آلومینیم، چند گرم نقره را در یک سلول آبکاری نقره، به جسم مورد نظر می‌تواند انتقال دهد؟

($Ag = ۱۰۸$ و $Mg = ۲۴ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۱۸ ۲) ۲۷ ۳) ۳۶ ۴) ۵۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مسئله ـ ۱۲۰۲)

واکنش کلی در سلول منیزیم-آلومینیم به‌صورت مقابل است:

$$۳Mg(s) + ۲Al^{۳+}(aq) \rightarrow ۳Mg^{۲+}(aq) + ۲Al(s)$$

یعنی به ازای اکسید شدن ۳ مول Mg در این سلول، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود، پس داریم:

$$?\ mol\ e^- = ۳\ g\ Mg \times \frac{۱\ mol\ Mg}{۲۴\ g\ Mg} \times \frac{۶\ mol\ e^-}{۳\ mol\ Mg} = ۰/۲۵\ mol$$

در سلول آبکاری نقره، نیم‌واکنش زیر در کاتد انجام می‌شود:

$$Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s)$$

حال جرم نقره منتقل شده را حساب می‌کنیم:

$$?\ g\ Ag = ۰/۲۵\ mol\ e^- \times \frac{۱\ mol\ Ag}{۱\ mol\ e^-} \times \frac{۱۰۸\ g\ Ag}{۱\ mol\ Ag} = ۲۷\ g$$

آبکاری فلزات

وسایل آشپزخانه، شیرآلات ساختمان‌ها و دستگیره‌های درب، از جمله وسایلی هستند که فلز اصلی سازنده آن‌ها **آهن** یا **مس** است. با قرار گرفتن فلزهای آهن و مس در مجاورت رطوبت هوا، این فلزها دچار **خوردگی** می‌شوند. خوردگی این فلزها از یک‌سو سبب از بین رفتن زیبایی وسیله مورد نظر می‌شود و از سوی دیگر به سلامتی بدن آسیب می‌رساند. با پوشاندن سطح این فلزها با فلزهایی مثل نقره، کروم، نیکل و طلا، می‌توانیم از خوردگی آن‌ها جلوگیری کنیم. این فلزها در مقابل خوردگی **مقاوم** بوده و از فلز زیرین خود **محافظت** می‌کنند. به پوشاندن سطح یک فلز با لایه نازکی از فلزهای ارزشمند و مقاوم در برابر خوردگی توسط سلول‌های الکترولیتی، **آبکاری** گفته می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۴- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف: ترتیب قدرت اکسندگی یون‌های آهن(II)، قلع(II) و منیزیم به‌صورت $Mg^{2+} > Sn^{2+} > Fe^{2+}$ است.

ب: با قرار دادن یک قطعه آهن در محلول موجود در اطراف آند سلول برقکافت آب، تیغه آهنی خورده می‌شود.

پ: اگر یک قطعه منیزیمی را در تماس با یک جسم مسی قرار بدهیم، جسم مسی در برابر خوردگی محافظت می‌شود.

ت: از ورقه‌های آهنی که سطح آن‌ها با لایه‌ی نازک سرب پوشانده شده است، برای ساختن قوطی کنسرو استفاده می‌شود.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «پ» ۳) «پ» و «ت» ۴) «الف» و «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: فلز منیزیم، کاهنده قوی‌تری نسبت به آهن بوده و فلز آهن نیز کاهنده قوی‌تری نسبت قلع است. **هرچه یک فلز کاهنده قوی‌تری باشد، یون مربوط** به آن اکسنده **ضعیف‌تری** است؛ درنتیجه ترتیب اکسندگی یون‌ها به‌صورت $Sn^{2+} > Fe^{2+} > Mg^{2+}$ خواهد بود. قدرت اکسندگی Sn^{2+} بیشتر از Fe^{2+} است، یعنی یون Sn^{2+} نسبت به یون Fe^{2+}، آسان‌تر الکترون گرفته و کاهش می‌یابد.

«ب»: در آند سلول مربوط به برقکافت آب، نیم‌واکنش اکسایش زیر انجام می‌شود:

$$2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^-$$

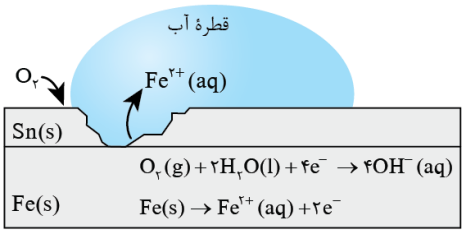
با تولید شدن یون هیدروژن یا هیدرونیوم در این نیم‌واکنش، می‌توان گفت که اطراف آند خاصیت **اسیدی** پیدا می‌کند. با قرار دادن فلز آهن در محیط اسیدی، این فلز دچار **خوردگی** می‌شود.

«پ»: چون E° فلز منیزیم کمتر از فلز مس است، اگر یک جسم مسی را در تماس با یک قطعه از فلز منیزیم قرار بدهیم، اتم‌های منیزیم در رقابت با اتم‌های مس برای اکسایش یافتن پیروز شده و جسم مسی در برابر خوردگی **محافظت** می‌شود؛ درحالی که اتم‌های منیزیم اکسایش یافته و به مرور زمان از جرم این فلز کاسته می‌شود.

حفاظت کاتدی

وسایل آهنی در هوای مرطوب زنگ زده و پس از آن دچار خوردگی می‌شوند. این فرایند، یک واکنش اکسایش-کاهش نامطلوب و ناخواسته است که در شهرهای بندری و ساحلی به مقدار بیشتری انجام می‌شود. یکی از روش‌های جلوگیری از خوردگی آهن، محافظت کاتدی است. در این روش، فلزی که قرار است در برابر خوردگی محافظت شود را در تماس با یک فلز دیگری قرار می‌دهند که E° کوچک‌تر و تمایل بیشتری به از دست دادن الکترون داشته باشد. در این شرایط، فلزهای مورد نظر برای از دست دادن الکترون و اکسایش‌یافتن با یکدیگر رقابت می‌کنند. در چنین شرایطی، فلزی که E° کوچک‌تر و تمایل بیشتری به از دست دادن الکترون داشته باشد در نقش آند اکسید می‌شود، اما فلزی که E° بزرگ‌تری دارد در نقش کاتد ظاهر شده و در برابر خوردگی محافظت می‌شود. چون پتانسیل کاهشی منیزیم کمتر از آهن است، با اتصال آهن و منیزیم به یکدیگر در هوای مرطوب، منیزیم نقش آند را ایفا کرده و اکسید می‌شود.

«ت»: از ورقه‌های **حلبی** برای ساختن **قوطی کنسرو و قوطی‌های روغن نباتی** استفاده می‌شود. در ساختار این ورقه‌ها، سطح فلز آهن با لایه‌ی نازکی از فلز **قلع(Sn)** پوشانده شده است. توجه داریم که در اثر ایجاد خراش در سطح این نوع آهن، فلز قلع(فلزی که پتانسیل کاهشی بزرگ‌تری دارد و قدرت کاهندگی کمتری دارد) از خوردگی محافظت شده و آهن(فلزی که پتانسیل کاهشی کوچک‌تری دارد و قدرت کاهندگی بیشتری دارد) دچار خوردگی می‌شود. تصویر زیر، یک قطعه حلبی در حال خوردگی را نشان می‌دهد:



۱۵- کدام مطلب زیر نادرست است؟

۱) با توجه به مقاومت آلومینیم در برابر خوردگی، از این فلز در ساخت لوازم خانگی، هواپیما و کشتی استفاده می‌شود.
۲) اگر در سلول مربوط به آبکاری فلزها با نقره، جنس آند از نقره باشد، غلظت یون نقره در محلول ثابت می‌ماند.
۳) به مرور زمان، جرم تیغه‌های آندی وارد شده به الکترولیت موجود در سلول الکترولیتی هال، کاهش می‌یابد.
۴) فلز نقره با محلول هیدروکلریک اسید، همانند گاز اکسیژن موجود در هوای اطراف، واکنش نخواهد داد.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۲۰۲)

فلزهایی که پتانسیل استاندارد کاهشی آن‌ها بیشتر از صفر است، با محلول **اسیدها** به‌طور طبیعی **واکنش نمی‌دهند**. مس، نقره، پلاتین و طلا در سری الکتروشیمیایی بالاتر از هیدروژن قرار داشته و E° آن‌ها مثبت است. پس این فلزها با یون هیدروژن موجود در محلول اسیدها واکنش نخواهند داد. از میان این ۴ فلز، فلزهای **مس** و **نقره** با **گاز اکسیژن** موجود در هوا **واکنش می‌دهند** به گونه‌ای که فلز **مس زنگار سبزرنگ و فلز نقره اکسید تیره رنگی دارد**.

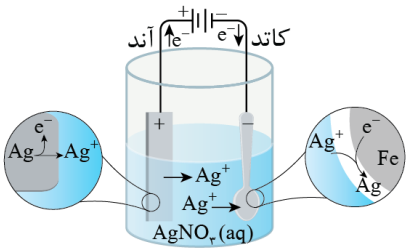
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ برخی از عناصر فلزی مثل آلومینیم، در حضور اکسیژن **اکسایش پیدا می‌کنند اما خورده نمی‌شوند**. از این فلزها می‌توان برای ساختن وسایل گوناگونی بهره برد که برای مدت طولانی‌تری استحکام خود را حفظ می‌کنند. به‌عنوان مثال، از آلومینیم در ساخت لوازم خانگی، هواپیما، کشتی و ... استفاده می‌شود. بر این اساس، **آلومینیم** نقش کلیدی در صنایع گوناگون دارد و فناوری تولید آن بسیار ارزشمند است.

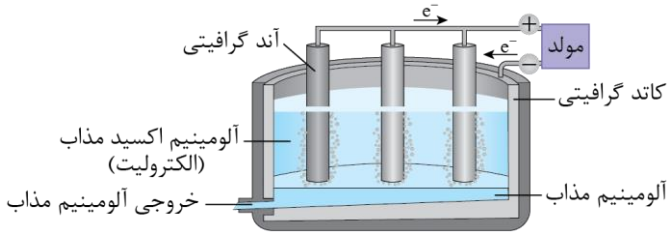
رفتار عناصر فلزی در برابر اکسیژن

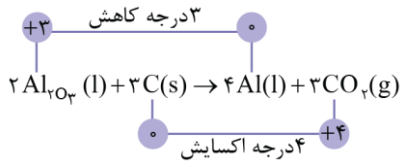
رفتار همه عناصر فلزی در برابر مولکول‌های اکسیژن یکسان نبوده و برخی از این عناصر در برابر خوردگی با اکسیژن مقاوم هستند. به‌عنوان مثال، با این که فلز آلومینیم E° بسیار کوچکی داشته و به سرعت با اکسیژن هوا واکنش می‌دهد و به Al_2O_3 تبدیل می‌شود، اما در برابر خوردگی مقاوم است. علت این موضوع آن است که آلومینیم اکسید تولیدشده لایه‌ای چسبنده و متراکم را در سطح فلز باقی‌مانده ایجاد می‌کند که باعث جلوگیری از نفوذ اکسیژن و رطوبت به لایه‌های زیرین شده و از زنگ‌زدن لایه‌های درونی آلومینیم جلوگیری می‌کند. فلزات قلع و روی نیز به طریق مشابه در برابر خوردگی مقاوم هستند. به خاطر وجود این ویژگی، از فلزهای مورد نظر می‌توان برای ایجاد یک لایه محافظ بر روی سطح دیگر عناصر فلزی از جمله آهن استفاده کرد.

۲ اگر در سلول الکترولیتی مربوط به آبکاری اجسام فلزی با فلز نقره، جنس تیغه آندی از نقره باشد، به ازای کاهش هر یون نقره در محل کاتد، یک اتم نقره در سمت آند اکسایش پیدا می‌کند و به همین خاطر، غلظت یون نقره در محلول موجود در این سلول ثابت می‌ماند. تصویر زیر، سلول مورد استفاده برای آبکاری یک قاشق فلزی با نقره را نشان می‌دهد:



۳ در سلول الکترولیتی مربوط به سلول هال، جرم الکترود گرافیتی مربوط به آند کاهش می‌یابد. شکل زیر، سلول هال را نمایش می‌دهد:





مطابق این تصویر، **۳ میله گرافیتی** وارد شده به الکترولیت، به قطب مثبت باتری متصل شده‌اند و نقش آند را در این سلول ایفا می‌کنند. به مرور زمان جرم این سه تیغه گرافیتی در سلول هال **کاسته می‌شود** و **کربن** موجود در ساختار این میله‌ها نیز در واکنش کلی سلول مورد نظر شرکت می‌کند. بدنه و کف ظرف نیز به قطب منفی باتری شده‌اند و نقش کاتد سلول را ایفا می‌کنند. **جرم گرافیت‌های مربوط به کاتد** در سلول هال، **ثابت** بوده و تغییر نمی‌کند. در واقع، این قسمت از سلول هال در واکنش کلی سلول **شرکت نمی‌کند**.

پاسخنامه دفترچه ۲ آزمون مرحله ۱

۱۷ مهرماه ۱۴۰۴

1. برای تولید نوعی صابون، اسید چربی با فرمول مولکولی $C_{19}H_{38}O_2$ با مقدار کافی محلول NaOH واکنش داده است. اگر مقدار کافی از این صابون را به یک لیتر آب سخت که غلظت یون‌های منیزیم و کلسیم موجود در آن به ترتیب ۶۰۰ppm و ۳۰۰۰ppm است، اضافه کنیم، در مجموع چند گرم رسوب تشکیل می‌شود؟ (بازده واکنش تشکیل هر کدام از رسوب‌ها، ۸۰٪ است. $d_{آب}=1g.mL^{-1}$

$(H=1, C=12, O=16, Mg=24, Ca=40 : g.mol^{-1})$

۱) ۳۰ ۲) ۴۰ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینه ۳ سخت | محاسباتی

استراتژی ابتدا جرم یون‌های Mg^{2+}, Ca^{2+} موجود در آب سخت را حساب می‌کنیم، سپس با تعیین فرمول شیمیایی صابون، معادله واکنش آن با یون‌های Mg^{2+}, Ca^{2+} که منجر به تشکیل رسوب می‌شود، را می‌نویسیم. در نهایت با توجه به جرم این یون‌ها، جرم رسوب‌های تولیدشده در هر واکنش و مجموع جرم آن‌ها را به دست می‌آوریم.

نکته برای محاسبه غلظت محلول‌ها بر حسب ppm می‌توان از روابط زیر استفاده کرد:

$$\text{فرمول‌های ppm} \rightarrow \begin{cases} ۱)\ ppm = \dfrac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰^۶ & \text{(برای همه محلول‌ها)} \\ ۲)\ ppm = \dfrac{\text{جرم حل‌شونده (mg)}}{\text{جرم محلول (kg)}} & \text{(برای همه محلول‌ها)} \\ ۳)\ ppm = \dfrac{\text{جرم حل‌شونده (mg)}}{\text{جرم حلال (kg)}} & \text{(برای محلول‌های بسیار رقیق)} \\ ۴)\ ppm = \dfrac{\text{جرم حل‌شونده (mg)}}{\text{حجم محلول (L)}} & \text{(برای محلول‌های بسیار رقیق که حلال آن‌ها آب است)} \end{cases}$$

اگر جرم محلول آبی مشخص باشد، از روابط (۱) و (۲) استفاده می‌کنیم ولی اگر حجم محلول آبی رقیق معلوم باشد، رابطه (۴) مناسب‌تر است؛ توجه داشته باشید که رابطه‌های (۱) و (۲) برای همه محلول‌ها ولی رابطه (۴) فقط برای محلول‌های آبی بسیار رقیق (با چگالی $1g.mL^{-1}$) کاربرد دارد.

گام اول) با توجه به چگالی و حجم اب سخت، جرم آن و با توجه به غلظت یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} بر حسب ppm در آب سخت، جرم یون‌های موجود در آب سخت را به دست می‌آوریم:

روش اول:

$$?g\,\text{نمونه آب سخت} = 1L \times \frac{۱۰^۳\,mL}{1L} \times \frac{1g}{1mL} = ۱۰^۳\,g$$

$$ppm(mg^{2+}) = \frac{\text{جرم } Mg^{2+}}{\text{جرم نمونه آب سخت}} \times ۱۰^۶ \rightarrow ۶۰۰ = \frac{x}{۱۰^۳} \times ۱۰^۶ \rightarrow x = ۰/۶g\,Mg^{2+}$$

$$ppm(Ca^{2+}) = \frac{\text{جرم } Ca^{2+}}{\text{جرم نمونه آب سخت}} \times ۱۰^۶ \rightarrow ۳۰۰۰ = \frac{y}{۱۰^۳} \times ۱۰^۶ \rightarrow y = ۳g\,Ca^{2+}$$

روش دوم:

$$ppm=\frac{\text{جرم حل‌شونده(mg)}}{\text{حجم محلول(L)}}\rightarrow\begin{cases}Mg^{2+}:۶۰۰=\frac{x}{۱}\rightarrow x=۶۰۰mg\,Mg^{2+}=۰/۶g\,Mg^{2+}\\ Ca^{2+}:۳۰۰۰=\frac{y}{۱}\rightarrow y=۳۰۰۰mg\,Ca^{2+}=۳g\,Ca^{2+}\end{cases}$$

گام دوم) فرمول شیمیایی صابون حاصل از واکنش اسید چرب $C_{۱۹}H_{۳۸}O_۲$ با محلول NaOH را تعیین می‌کنیم.

$$C_{۱۹}H_{۳۸}O_۲+NaOH\rightarrow\underbrace{C_{۱۹}H_{۳۷}O_۲Na}_{\text{صابون}}+H_۲O$$

گام سوم) معادله شیمیایی واکنش صابون با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} که منجر به تشکیل رسوب می‌شود را نوشته و جرم رسوب‌های تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

نکته واکنش صابون با یون‌های موجود در آب سخت:

$$۲RCOONa(aq)+Ca^{2+}(aq)\rightarrow(RCOO)_۲Ca(s)+۲Na^{+}(aq)$$

$$۲RCOONa(aq)+Mg^{2+}(aq)\rightarrow(RCOO)_۲Mg(s)+۲Na^{+}(aq)$$

بنابراین داریم:

$$(I):۲C_{۱۹}H_{۳۷}O_۲Na(aq)+Mg^{2+}(aq)\rightarrow(C_{۱۹}H_{۳۷}O_۲)_۲Mg(s)+۲Na^{+}(aq)$$

$$(II):۲C_{۱۹}H_{۳۷}O_۲Na(aq)+Ca^{2+}(aq)\rightarrow(C_{۱۹}H_{۳۷}O_۲)_۲Ca(s)+۲Na^{+}(aq)$$

$$\text{جرم رسوب تشکیل شده در واکنش (I)}:\frac{g\,Mg^{2+}\times\frac{R}{۱۰۰}}{۱\times۲۴}=\frac{g(C_{۱۹}H_{۳۷}O_۲)_۲Mg}{۱\times۶۱۸}\rightarrow\frac{۰/۶\times\frac{۸۰}{۱۰۰}}{۲۴}=\frac{x}{۶۱۸}\rightarrow x=۱۲/۳۶g(C_{۱۹}H_{۳۷}O_۲)_۲Mg$$

$$\text{جرم رسوب تشکیل شده در واکنش (II)}:\frac{g\,Ca^{2+}\times\frac{R}{۱۰۰}}{۱\times۴۰}=\frac{g(C_{۱۹}H_{۳۷}O_۲)_۲Ca}{۱\times۶۳۴}\rightarrow\frac{۳\times\frac{۸۰}{۱۰۰}}{۴۰}=\frac{y}{۶۳۴}\rightarrow y=۳۸/۰۴g(C_{۱۹}H_{۳۷}O_۲)_۲Ca$$

گام چهارم) مجموع جرم رسوب‌های تولید شده را به دست می‌آوریم:

$$\text{مجموع جرم رسوب‌ها}=۱۲/۳۶+۳۸/۰۴=۵۰/۴\simeq۵۰g$$

تست‌درتست **به ۲۰۰mL آب سخت ($d=۱g.mL^{-۱}$) که دارای یون‌های Ca^{2+} با غلظت ۲۰۰۰ppm است، ۴/۷۲ گرم از صابون با جرم مولی $۲۳۶g.mol^{-۱}$ اضافه شده است. با فرض کامل بودن واکنش صابون با یون کلسیم، چند درصد از آن، به صورت رسوب درآمده است؟** (سراسری ریاضی ۹۸)

$(Ca=۴۰,Na=۲۳:g.mol^{-۱})$

$RCOONa(aq)+CaCl_۲(aq)\rightarrow(RCOO)_۲Ca(s)+NaCl(aq)$ (معادله موازنه شود.)

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۵۰ ۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | محاسباتی

روش اول: با توجه به این که چگالی آب، $۱g.mL^{-۱}$ است، ۲۰۰mL آب معادل ۲۰۰g آب است. از طرفی با توجه به غلظت یون Ca^{2+} در آب (۲۰۰۰ppm) می‌توان گفت در هر $۱۰^{۶}$ گرم آب، ۲۰۰۰ گرم از این یون وجود دارد؛ حالا باید ببینیم ۲۰۰ گرم آب سخت با چند گرم صابون واکنش می‌دهد:

$$۲RCOONa+CaCl_۲\rightarrow(RCOO)_۲Ca+۲NaCl$$

$$\text{صابون} = ۴/۷۲\,g \leftarrow \frac{۲۳۶\,g\ \text{صابون}}{۱\,mol\ \text{صابون}} \times \frac{۲\,mol\ \text{صابون}}{۱\,mol\,Ca^{۲+}} \times \frac{۱\,mol\,Ca^{۲+}}{۴۰\,g\,Ca^{۲+}} \times \frac{۲۰۰۰\,g\,Ca^{۲+}}{۱۰^{۶}\,g\ \text{آب سخت}} \times \text{آب سخت } ۲۰۰\,g$$

انگار از ۴/۷۲ گرم صابون، تمام آن واکنش داده و به صورت رسوب درآمده است، یعنی ۱۰۰٪ آن

روش دوم:

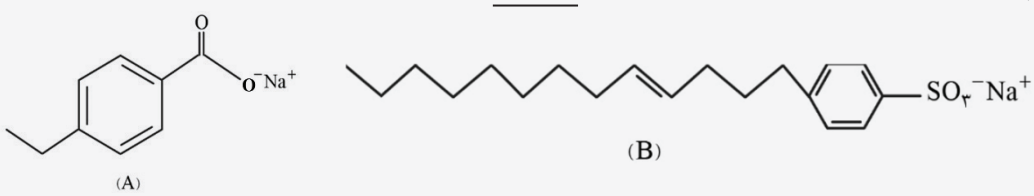
$$Ca^{۲+}\ \text{جرم} = \text{آب } ۲۰۰\,g \times \frac{۲۰۰۰\,g\,Ca^{۲+}}{۱۰^{۶}\,g\ \text{آب}} = ۰/۴\,g\,Ca^{۲+}$$

$$۲RCOONa \sim ۱Ca^{۲+}$$

فرض می‌کنیم x درصد از صابون وارد واکنش شده است:

$$\underbrace{\frac{\text{جرم} \times \frac{x}{۱۰۰}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}_{\text{صابون}} = \underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}_{\text{یون کلسیم}} \rightarrow \frac{۴/۷۲ \times \frac{x}{۱۰۰}}{۲ \times ۲۳۶} = \frac{۰/۴}{۱ \times ۴۰} \rightarrow x = ۱۰۰$$

2. کدام مطلب زیر در ارتباط با ترکیب‌های A و B، نادرست است؟



آ) اگر در ترکیب A، گروه COO^- را با گروه SO_3^- جایگزین کنیم، یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی به دست می‌آید.

ب) نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار عنصرهای سازنده ترکیب B برابر با ۵/۸ است.

پ) ترکیب B، برخلاف ترکیب A، با محلول منیزیم کلرید واکنش می‌دهد.

ت) بخش آب‌گریز ترکیب A شامل ۱۷ اتم است.

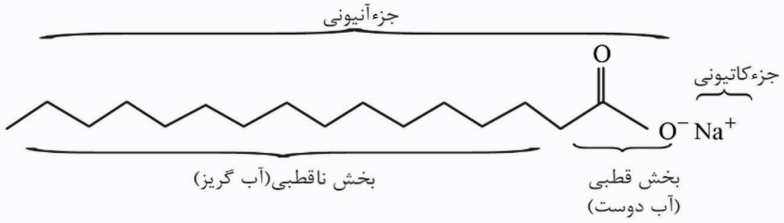
۱) آ، ب ۲) آ، پ ۳) ب، ت ۴) پ، ت

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | مفهومی

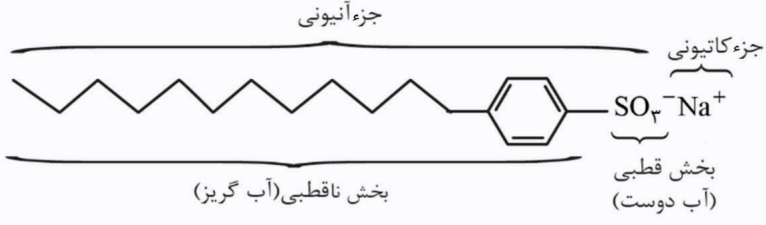
درسنامه

در این‌جا می‌خواهیم شباهت‌ها و تفاوت‌های پاک‌کننده‌های صابونی با فرمول کلی RCOONa و پاک‌کننده‌های غیرصابونی با فرمول کلی $RC_6H_4SO_3Na$ را بررسی کنیم!

پاک‌کنندهٔ صابونی:



پاک‌کنندهٔ غیرصابونی:



شباهت‌ها: ۱- هر دو دارای اجزای آنیونی و کاتیونی هستند و در جزء آنیونی هر دو پاک‌کننده، بخش‌های قطبی و ناقطبی وجود دارد.

۲- نحوه عملکرد هر دو نوع پاک‌کننده بر اساس برهم‌کنش‌های بین‌ذره‌ای است.

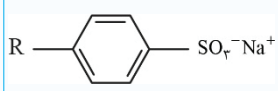
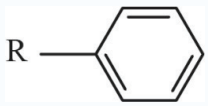
۳- سطح بیرونی چربی و روغن هنگامی که در آب به وسیله این دو پاک‌کننده پایدار می‌شوند، دارای بار منفی هستند.

تفاوت‌ها: ۱- بخش قطبی در پاک‌کننده‌های صابونی ($-CO_2^-$) و در پاک‌کننده‌های غیرصابونی گروه‌های دیگری مانند ($-SO_3^-$) می‌باشد.

۲- صابون‌ها نمک اسیدهای چرب دراز زنجیر هستند که منشأ طبیعی (گیاهی یا جانوری) دارند ولی پاک‌کننده‌های غیرصابونی از واکنش مواد پتروشیمیایی مانند بنزن طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شوند.

۳- قدرت پاک‌کنندگی پاک‌کننده‌های غیرصابونی بیشتر از پاک‌کننده‌های صابونی است.

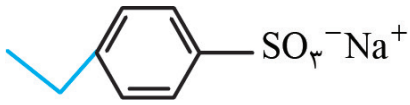
۴- پاک‌کننده‌های غیرصابونی برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی در آب‌های سخت، قدرت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند.

نوع پاک‌کننده	فرمول کلی	بخش ناقطبی (آب‌گریز، چربی‌دوست)	بخش قطبی (آب‌دوست، چربی‌گریز)	گروه عاملی موجود در جزء آنیونی	عملکرد در آب سخت
صابونی	$R-COO^-Na^+$	R	$-COO^-$	$-CO_2^-$ (کربوکسیلات)	رسوب می‌دهد و خاصیت پاک‌کنندگی آن کاهش می‌یابد.
غیرصابونی			$-SO_3^-$	$-SO_3^-$ (سولفونات)	رسوب نمی‌دهد و خاصیت پاک‌کنندگی آن حفظ می‌شود.

عبارت‌های «آ» و «پ» نادرست هستند.

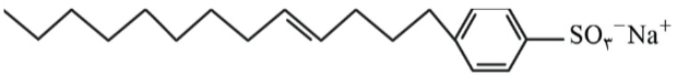
بررسی همه عبارت‌ها:

آ) با جایگزین کردن گروه COO^- با گروه SO_3^- در ترکیب A، به ساختار زیر می‌رسیم.



دقت کنید که چون تعداد اتم‌های کربن در گروه هیدروکربنی متصل به حلقه بنزنی در این ساختار کم است، بخش ناقطبی (آب‌گریز) ترکیب حاصل نمی‌تواند با چربی‌ها برهم‌کنش موثری داشته باشد و در نتیجه پاک‌کننده غیرصابونی به‌شمار نمی‌رود.

ب)



(B)

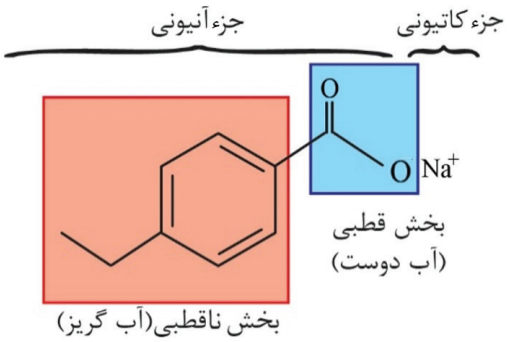
$\Rightarrow C_{13}H_{25}C_6H_4SO_3Na$ یا $C_{19}H_{29}SO_3Na$

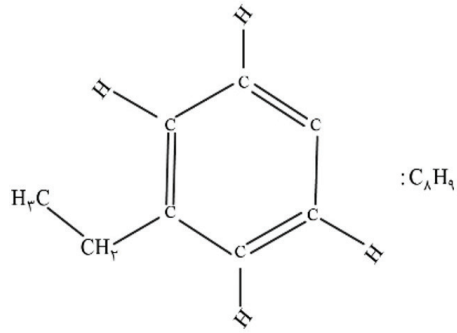
بنابراین نسبت موردنظر برابر است با:

$$\frac{\text{شمار اتم‌های H}}{\text{شمار عنصرها}} = \frac{29}{5} = 5/8$$

پ) پاک‌کننده‌های غیرصابونی (ترکیب B) قدرت پاک‌کنندگی بیشتری نسبت به صابون دارند و در آب‌های سخت نیز خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند، زیرا گروه $-SO_3^-$ (برخلاف گروه $-CO_2^-$) با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} موجود در آب سخت، رسوب نمی‌دهد، بنابراین می‌توان گفت که ترکیب B، با محلول منیزیم کلرید واکنش نمی‌دهد.

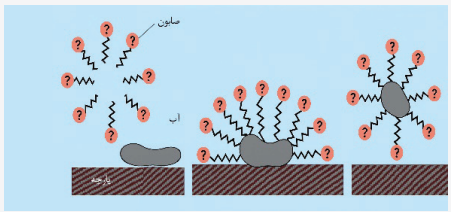
ت) در بخش آب‌گریز ترکیب A، ۱۷ اتم وجود دارد.





3. با توجه به شکل زیر که مراحل پاک شدن لکه‌ای با یک صابون جامد سیرشده را نشان می‌دهد، کدام عبارت درست است؟

$(H=1, C=12, O=16, Na=23, K=39 : g.mol^{-1})$



۱) قسمت مشخص شده، کاتیون Na^+ را نشان می‌دهد.

۲) لکه می‌تواند اسید چربی با فرمول C_3H_7COOH باشد.

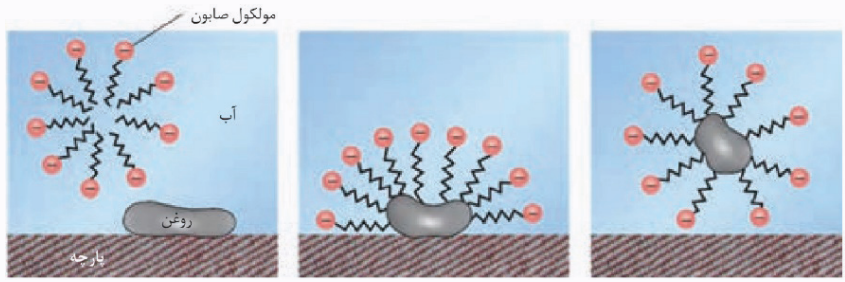
۳) اگر در ساختار صابون، شمار پیوندهای $C-C$ برابر با ۱۵ باشد جرم مولی آن ۲۴۲ گرم بر مول است.

۴) با افزودن مقداری کلسیم کلرید جامد به آب، شمار جاذبه‌های میان بخش آب‌گریز صابون با لکه کاهش می‌یابد.

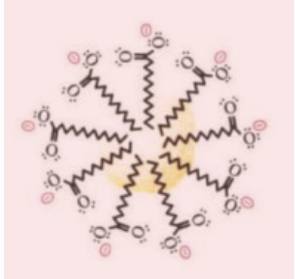
پاسخ: گزینه ۴ متوسط | حفظی

درسنامه

با انحلال صابون در آب، جزء کاتیونی آن جدا شده و نقشی در پاک‌کنندگی آن ندارد، در نتیجه تنها $RCOO^-$ در پاک‌کنندگی لکه‌های چربی وارد می‌شود. چگونگی پاک‌کنندگی چربی توسط صابون به صورت زیر است:



الف) هنگامی که صابون وارد آب می‌شود، از سر آب‌دوست خود $(-COO^-)$ با مولکول‌های آب، جاذبهٔ یونی - دوقطبی برقرار کرده و در آب حل می‌شود.



ب) صابون از سر چربی‌دوست (آب‌گریز) خود $(-R)$ با مولکول‌های چربی، جاذبهٔ واندروالسی ایجاد می‌کند.

پ) مولکول‌های صابون همانند پلی میان آب و چربی قرار می‌گیرند و ذره‌های چربی را از سطح موردنظر جدا کرده و در آب پخش می‌کنند. به این ترتیب صابون می‌تواند مخلوط پایداری از چربی‌ها را در آب ایجاد کند.

تذکر: بخش ناقطبی صابون با چربی جاذبه برقرار می‌کند، در نتیجه این بخش صابون، داخل قطره چربی قرار می‌گیرد و از آن‌جا که بخش قطبی صابون که دارای بار منفی است، با آب جاذبه برقرار می‌کند، سطح بیرونی قطره چربی دارای بار منفی می‌شود.

با افزودن کلسیم کلرید $(CaCl_2)$ به آب، شماری از مولکول‌های صابون با یون‌های Ca^{2+} موجود در آب، مطابق معادله زیر واکنش داده و رسوب

تشکیل می‌دهند. $2RCOONa(aq)+CaCl_2(aq)\rightarrow (RCOO)_2Ca(s)+2NaCl(aq)$

بنابراین شمار مولکول‌های صابونی که می‌توانند با لکه جاذبه برقرار کنند، کاهش یافته و در نهایت قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب، کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ همان‌طور که می‌دانید، **با حل شدن صابون در آب، جزء کاتیونی جدا شده و نقشی در پاک‌کنندگی آن ندارد.** قسمت مشخص شده، بخش قطبی (آب‌دوست) صابون ($-COO^-$) و بار **منفی** را نشان می‌دهد.

۲ این لکه، مولکولی ناقطبی است و می‌تواند یک اسید چرب باشد، اما دقت کنید که **اسیدهای چرب، کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر کربنی بلند هستند؛** بنابراین C_2H_7COOH اسید چرب محسوب **نمی‌شود!**

۳ اگر شمار اتم‌های کربن در ساختار صابون موردنظر را n در نظر بگیریم، با توجه به این که زنجیر هیدروکربنی آن سیر شده و حالت فیزیکی آن جامد است، فرمول شیمیایی آن به صورت $C_nH_{2n-1}O_2Na$ بوده و شمار پیوندهای $C-C$ در ساختار صابون، برابر با $n-1$ می‌باشد؛ بنابراین داریم:

$$\text{جرم مولی صابون}=16(12)+31(1)+2(16)+23=278\,g.mol^{-1}\rightarrow \text{فرمول شیمیایی صابون}:C_{16}H_{31}O_2Na\rightarrow n=16\rightarrow \text{۱۵ پیوند } C-C$$

4. دانش‌آموزی از نوعی صابون آنزیم‌دار برای پاک کردن لکهٔ چربی بر روی نوعی پارچه متشکل از الیاف پلی‌استری و نخی استفاده کرده است. کدام گزینه عبارت زیر را به درستی کامل می‌کند؟

«با افزایش ....., ... کاهش می‌یابد.»

۱) دمای آب ـ قدرت پاک‌کنندگی صابون

۲) درصد جرمی آنزیم در صابون ـ درصد باقی‌مانده از لکهٔ چربی

۳) درصد پلی‌استر در پارچه ـ میزان چسبندگی لکهٔ چربی به پارچه

۴) جرم صابون مصرفی ـ درصد لکهٔ چربی پاک شده

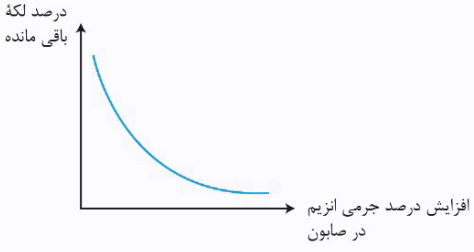
پاسخ: گزینه ۲ ساده | حفظی

درسنامه

عوامل موثر بر قدرت پاک‌کنندگی صابون:

قدرت پاک‌کنندگی صابون	هر چقدر که صابون درصد چربی بیشتری را پاک کند، قدرت بیشتری دارد.
	با افزایش مقدار صابون، قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش پیدا می‌کند.
	استفاده از پارچه نخی به جای پلی‌استری، قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد. زیرا ذرات چربی با پارچه پلی‌استری پیوند قوی‌تری برقرار می‌کنند.
	هرچه آب سختی بیشتری داشته باشد، قدرت پاک‌کنندگی صابون کاهش پیدا می‌کند. زیرا یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب سخت با صابون تشکیل رسوب می‌دهند.
	اضافه کردن آنزیم به صابون، قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.

با افزایش درصد جربی آنزیم در صابون، قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش یافته و در نتیجه درصد لکه چربی باقی‌مانده روی پارچه کم‌تر می‌شود.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ با افزایش دمای آب، قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش می‌یابد.

۳ صابون لکه چربی را از روی پارچه نخی بهتر از پارچه پلی‌استر پاک می‌کند؛ زیرا میزان چسبندگی چربی این پارچه کم‌تر از پارچه پلی‌استری است.

پارچهٔ پلی‌استر > پارچهٔ نخی :درصد لکه باقی‌مانده

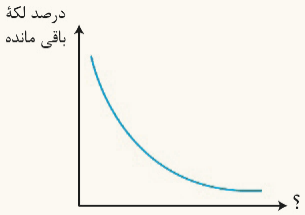
بنابراین می‌توان گفت که با افزایش درصد جربی پلی‌استر در پارچه، میزان چسبندگی لکه چربی به پارچه افزایش می‌یابد.

موشکافی میزان قطبیت پلی‌استر کم‌تر از نخ است و پارچه‌های پلی‌استری نسبت به پارچه‌های نخی آب کم‌تری جذب می‌کنند، یعنی امکان نفوذ مولکول‌های آب و صابون و پاک کردن چربی‌ها از سطح پارچه‌های پلی‌استر سخت‌تر است.

۴ با افزایش مقدار صابون، درصد لکه چربی پاک شده از روی پارچه افزایش و درصد لکه چربی باقی‌مانده کاهش می‌یابد.

تست‌درتست **با توجه به جدول زیر، چه تعداد از عبارت‌های پیشنهاد شده، نادرست است؟**

نوع صابون	نوع پارچه	دما ($^{\circ}C$)	درصد لکه باقی‌مانده
صابون بدون آنزیم	نخی	۳۰	۲۵
صابون بدون آنزیم	نخی	۴۰	X
صابون آنزیم‌دار	نخی	۳۰	۱۰
صابون آنزیم‌دار	نخی	۴۰	۰
صابون آنزیم‌دار	پلی‌استر	۴۰	۱۵



آ) مقدار X در این جدول می‌تواند برابر ۳۰ باشد.

ب) استفاده از آنزیم برخلاف دمای آب تأثیری بر قدرت پاک‌کنندگی صابون ندارد.

پ) در نمودار روبه‌رو محور افقی می‌تواند دما یا درصد پلی‌استر موجود در پارچه باشد.

ت) میزان چسبندگی لکه‌های چربی بر روی پارچه نخی کمتر از پارچه پلی‌استری است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | حفظی

عبارت‌های «آ»، «ب» و «پ» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

آ با افزایش دما در صورت ثابت بودن سایر عوامل موثر بر میزان پاک‌کنندگی، قدرت پاک‌کنندگی افزایش می‌یابد. بنابراین درصد لکه باقی‌مانده در ردیف دوم نسبت به ردیف اول کمتر است.

ب نوع پارچه، دما، نوع آب، استفاده از آنزیم و مقدار صابون بر روی قدرت پاک‌کنندگی صابون تأثیرگذار است.

پ در نمودار داده شده با افزایش کمیت محور افقی، درصد لکه باقی‌مانده روی پارچه کاهش می‌یابد. بنابراین محور افقی می‌تواند مربوط به دما، مقدار صابون و درصد آنزیم باشد.

توجه: با افزایش درصد پلی‌استر موجود در پارچه قدرت پاک‌کنندگی صابون کاهش می‌یابد.

ت با توجه به اینکه در دمای 40° درصد لکه باقی‌مانده بر روی پارچه نخی کم‌تر از درصد لکه باقی‌مانده بر روی پارچه پلی‌استری است، می‌توان نتیجه گرفت که میزان چسبندگی چربی بر روی پارچه نخی کم‌تر از پارچه پلی‌استری است.

5. کدام مطلب درست است؟

۱) گاز آمونیاک برخلاف پتاسیم هیدروکسید جامد، یک باز آرنیوس محسوب می‌شود.

۲) نخستین عنصر جدول دوره‌ای که حل شدن اکسید آن در آب، موجب افزایش غلظت یون هیدروکسید می‌شود، جزو عناصر دستهٔ p است.

۳) اگر افزودن اکسید عنصر M به آب، موجب افزایش غلظت یون هیدرونیوم شود، M به یقین متعلق به گروه چهاردهم جدول دوره‌ای نیست.

۴) مطابق یافته‌های تجربی آرنیوس، محلول اسیدها و بازها رسانای برق هستند و میزان رسانایی الکتریکی آن‌ها با یکدیگر یکسان نیست.

پاسخ: گزینه ۴ ساده | حفظی، مفهومی

آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد.

آرنیوس بر روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی کار می‌کرد. یافته‌های تجربی او نشان داد که محلول اسیدها و بازها رسانای جریان الکتریکی هستند، هر چند میزان رسانایی آن‌ها با یکدیگر یکسان نیست.

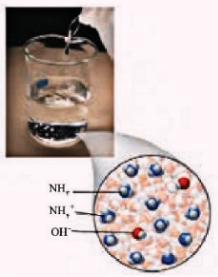
دستاوردها و پژوهش‌های آرنیوس:
- نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد.
- بر روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی کار می‌کرد.
- نشان داد که محلول اسیدها و بازها رسانای برق هستند ولی میزان رسانایی آن‌ها با یک‌دیگر یکسان نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ **پتاسیم هیدروکسید جامد ($KOH(s)$) و گاز آمونیاک ($NH_3(g)$)، هردو باز آرنیوس محسوب می شود.** زیرا با افزودن هر دو آن‌ها به آب، غلظت یون هیدروکسید (OH^-) افزایش می‌یابد.

موشکافی ۱- ترکیب‌های یونی مانند NaOH، LiOH و KOH که در ساختار خود یون هیدروکسید دارند، باز آرنیوس به حساب می‌آیند؛ زیرا با حل شدن آن‌ها در آب، غلظت یون $OH^-(aq)$ در آب افزایش می‌یابد.

۲- با حل شدن آمونیاک در آب، یون‌های NH_4^+ و OH^- تولید می‌شود. در ضمن انحلال آمونیاک در آب به صورت مولکولی ـ یونی است؛ یعنی همه مولکول‌های آن در آب، به یون تبدیل نمی‌شوند.

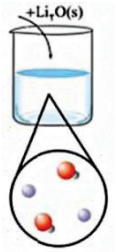


$$NH_3(g)+H_2O(l) \rightleftharpoons NH_4^+(aq)+OH^-(aq)$$

نکته

	اسید آرنیوس	باز آرنیوس
تعریف	ماده‌ای که با حل شدن در آب، غلظت یون H^+ را افزایش می‌دهد.	ماده‌ای که با حل شدن در آب، غلظت یون OH^- را افزایش می‌دهد.
نمونه‌های مهم	۱- هیدروژن هالیدها: HF، HCl و HBr ۲- HNO_3، H_2SO_4 و ... ۳- برخی اکسیدهای نافلزی: $CO_2(g)$، $SO_3(g)$ و $N_2O_5(s)$	۱- هیدروکسیدهای فلزهای گروه‌های اول و دوم: NaOH، KOH، $Ca(OH)_2$ و $Ba(OH)_2$ ۲- آمونیاک (NH_3) ۳- برخی اکسیدهای فلزی: $Li_2O(s)$، $Na_2O(s)$ و $BaO(s)$
رنگ کاغذ pH در محلول آن‌ها	سرخ	آبی

۲ نخستین عنصری که اکسید آن با انحلال در آب، باعث افزایش غلظت یون OH^- شد و در واقع اکسید بازی محسوب می‌شود، فلز لیتیم ($_3Li$) است، زیرا Li_2O یک اکسید فلزی (اکسید بازی) است که مطابق معادله زیر در آب حل می‌شود.



$$Li_2O(s)+H_2O(l)\rightarrow \underbrace{2Li^+(aq)+2OH^-(aq)}_{2LiOH(aq)}$$

مشخص است که با انحلال صرفا در آب، غلظت یون OH^- افزایش می‌یابد، اما دقت کنید که **لیتیم، جزو عنصرهای دستهٔ s جدول دوره‌ای می‌باشد.**

۳ کربن ($_6C$)، عنصری از گروه ۱۴ جدول دوره‌ای است که اکسید سنگین‌تر آن یعنی **کربن دی‌اکسید** (CO_2)، **اسید آرنیوس محسوب می‌شود و با حل شدن در آب، غلظت یون H_3O^+ را افزایش می‌دهد.**

موشکافی ۱- در شیمی دهم خواندیم باران معمولی (طبیعی) به دلیل وجود کربن دی‌اکسید محلول در آن، اندکی اسیدی است. اسید موجود در باران طبیعی، کربنیک اسید (H_2CO_3) است.

$$CO_2(g)+H_2O(l)\rightleftharpoons H_2CO_3(aq)$$

۲- سبک‌ترین اکسید کربن یعنی کربن مونوکسید (CO) در آب به صورت مولکولی حل شده و خاصیت اسیدی ندارد!

6. کدام عبارت درست است؟

۱) اوره و ماده‌ای که به عنوان ضدیخ به کار می‌رود، در آب محلول بوده و شمار جفت الکترون‌های پیوندی در مولکول آن‌ها یکسان است.

۲) در ساختار روغن زیتون همانند مولکول‌های موجود در عسل، بیش از یک گروه هیدروکسیل وجود دارد.

۳) مقدار اکسیژن لازم برای سوختن کامل یک مول وازلین، بیش از سه برابر مقدار اکسیژن لازم برای سوختن کامل یک مول بنزین است.

۴) آلاینده‌ها مواد سمی هستند که فارغ از ساختار و رفتار متفاوت ذره‌های سازنده، بیش از مقدار طبیعی در یک محیط وجود دارند.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | حفظی، محاسباتی

معادله شیمیایی واکنش‌های سوختن کامل وازلین ($C_{25}H_{52}$) و بنزین (C_8H_{18}) به صورت زیر است:

$$(I)\ 2C_{25}H_{52}(s)+76O_2(g)\rightarrow 50CO_2(g)+52H_2O(g)$$

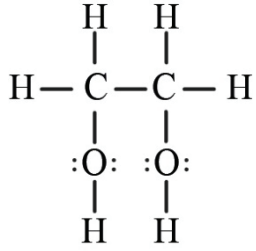
$$(II)\ 2C_8H_{18}(l)+25O_2(g)\rightarrow 16CO_2(g)+18H_2O(g)$$

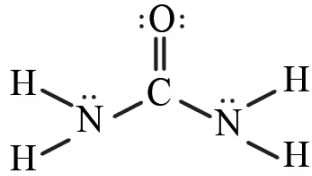
بنابراین برای سوختن کامل یک مول بنزین و یک مول وازلین به ترتیب به $\frac{76}{2}=38$ و $\frac{25}{2}=12/5$ مول گاز اکسیژن (O_2) نیاز است.

$$\frac{\text{مول } O_2 \text{ مورد نیاز در واکنش (I)}}{\text{مول } O_2 \text{ مورد نیاز در واکنش (II)}}=\frac{38}{12/5}>3$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ اتیلن گلیکول (ضد یخ) یک دی‌الکل (الکل دوعاملی) با فرمول $C_2H_6O_2$ است. این ماده به دلیل داشتن گروه عاملی هیدروکسیل ($-OH$) می‌تواند با مولکول‌های خود و آب پیوند هیدروژنی برقرار کند. اوره هم دارای دو گروه $-NH_2$ است و می‌تواند با مولکول‌های خود و آب پیوند هیدروژنی تشکیل دهد. در ضمن اوره به خانواده آمیدها تعلق دارد.





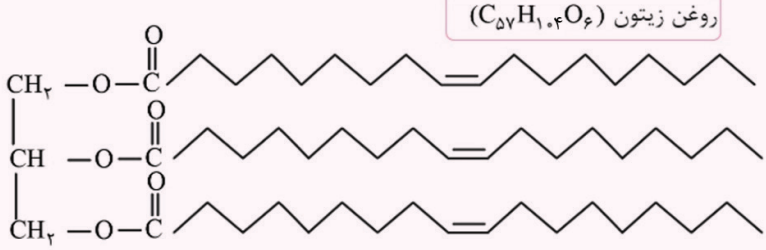
اتیلن گلیکول ($C_2H_6O_2$) که به عنوان ضد یخ کاربرد دارد، همانند اوره ($CO(NH_2)_2$)، قطبی بوده، توانایی تشکیل پیوندهای هیدروژنی بین مولکول‌های خود را دارد و در آب، محلول است، اما دقت کنید **شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار اتیلن گلیکول، برابر با ۹ و در اوره، برابر با ۸ می‌باشد.**

۲ عسل حاوی مولکول‌های قطبی (قندها) است که در ساختار آن‌ها شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل ($-OH$) وجود دارد، اما **در ساختار روغن زیتون، گروه هیدروکسیل وجود ندارد!**

موشکافی

روغن زیتون را می‌توان یک استر سه عاملی (استری که سه گروه عاملی $-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-$ دارد.) دانست که در آن، بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه داشته و این مولکول در مجموع، ناقطبی بوده و در حلال‌های ناقطبی مانند هگزان حل می‌شود. ساختار این ماده به صورت زیر است:

روغن زیتون ($C_{57}H_{104}O_6$)



الکل سازنده: $C_3H_8O_3$

اسید چرب سازنده: $C_{18}H_{34}O_2$

۴ بر اساس تعریف کتاب درسی، آلاینده‌ها، موادی هستند که بیش ازمقدار طبیعی در یک محیط، نمونه ماده یا یک جسم وجود دارند. گل‌ولای، گردوغبار هوا، لکه‌های چربی و مواد غذایی روی لباس‌ها و پوست بدن، جزو آلاینده‌ها به حساب می‌آیند؛ بنابراین آلاینده‌ها لزوماً سمی نیستند.

7. در جدول زیر برخی ویژگی‌های انواع مخلوط‌ها، با یکدیگر مقایسه شده است. چه تعداد از خانه‌های ۱۲ گانهٔ این جدول باید اصلاح شوند؟

نوع مخلوط / ویژگی	محلول	سوسپانسیون	کلوئید
ذره‌های سازنده	مولکول‌ها و یون‌ها	ذرات درشت ماده	توده‌های مولکولی و یونی
پایداری	پایدار	ته‌نشین می‌شود	ناپایدار
رفتار در برابر نور	جذب نور	پخش نور بیشتر	پخش نور کمتر
همگن بودن	همگن	ناهمگن	ناهمگن

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۱ ساده | حفظی

نکته ۱- مخلوط‌ها نقش بسیار پررنگی در زندگی ما دارند، به طوری‌که اغلب موادی که در زندگی روزانه با آن‌ها سروکار داریم، از مخلوط دو یا چند ماده تشکیل شده‌اند.

مثال‌هایی از مخلوط‌ها: آب دریا، نوشیدنی‌ها، انواع رنگ‌ها، سرامیک‌ها، چسب‌ها، شوینده‌ها و داروها.

۲- مخلوط ها را می‌توان به سه دسته محلول، سوسپانسیون و کلوئید تقسیم کرد. این سه دسته خواص متفاوتی دارند:

نوع مخلوط / ویژگی	محلول (مانند کات‌کبود در آب)	کلوئید (مانند سس مایونز یا رنگ پوششی)	سوسپانسیون (مانند شربت معده)
رفتار در برابر نور	عدم پخش نور (عبور نور)	پخش نور کم‌تر	پخش نور بیشتر
همگن بودن	همگن	ناهمگن	ناهمگن
پایداری	پایدار (ته‌نشین نمی‌شود)	پایدار (ته‌نشین نمی‌شود)	ناپایدار (ته‌نشین می‌شود)
ذره‌های سازنده	یون‌ها یا مولکول‌ها	توده‌های مولکولی و یونی	ذره‌های ریز ماده

۳- مخلوط آب و روغن ناهمگن بوده و دارای دو قسمت آب و روغن به صورت مجزا است. اما با افزودن مقداری صابون به این مخلوط، یک مخلوط پایدار (نوعی کلوئید) ایجاد می‌شود که به ظاهر همگن است. در این مخلوط، قطره‌های روغن توسط مولکول‌های صابون احاطه شده و در آب پخش می‌شوند.

۴- با توجه به ویژگی‌های انواع مخلوط‌ها، کلوئیدها را می‌توان پلی بین محلول‌ها و سوسپانسیون‌ها در نظر گرفت.

آفرود محلول‌ها نور را به‌طور کامل از خود عبور می‌دهند و نور در آن‌ها پخش نمی‌شود. سوسپانسیون‌ها نور را از خود عبور نمی‌دهند و پخش نور در آن‌ها به‌صورت کامل انجام می‌شود. اما کلوئیدها بخشی از نور را از خود عبور داده و بخشی دیگر از آن را پخش می‌کنند و پخش نور در آن‌ها کمتر از سوسپانسیون‌ها است.

با توجه به نکته بالا خانه‌های نادرست در جدول داده شده به صورت زیر هستند:

(۱): ذره‌های سازنده سوسپانسیون ← **ذرات ریز ماده**

(۲): پایداری کلوئید ← **پایدار** (ته‌نشین نمی‌شود.)

(۳): رفتار محلول در برابر نور ← **عبور نور** (نه جذب نور!)

8. کدام عبارت(ها)، در ارتباط با پاک‌کننده‌های خورنده به درستی بیان شده است؟

آ) این پاک‌کننده‌ها به جای بر هم‌کنش با ذره‌های آلاینده، با آن‌ها واکنش شیمیایی می‌دهند.

ب) این پاک‌کننده‌ها با آلاینده‌ها واکنش شیمیایی داده و آن‌ها را به فراورده‌هایی تبدیل می‌کنند که با آب شسته می‌شوند.

پ) موادی مانند جوهر نمک (کلریک اسید) و سفیدکننده‌ها، پاک‌کننده‌هایی هستند که از نظر شیمیایی فعال بوده و خاصیت خورندگی دارند.

ت) برای زدودن رسوب تشکیل‌شده بر روی دیواره کتری، لوله‌ها، آب‌راه‌ها و دیگ‌های بخار از پاک‌کننده‌های خورنده استفاده می‌شود.

۱) آ، ب، پ ۲) ب، ت ۳) آ، ت ۴) ب

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | حفظی

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی همه عبارت‌ها:

آ و ب پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی تنها بر اساس برهم‌کنش بین ذره‌ها عمل می‌کنند، اما پاک‌کننده‌های خورنده علاوه بر این برهم‌کنش‌ها، با آلاینده‌ها واکنش هم می‌دهند.

عملکرد پاک‌کننده‌ها { صابونی و غیرصابونی ← برهم‌کنش بین ذره‌ها
خورنده ← برهم‌کنش بین ذره‌ها و واکنش با آلاینده‌ها

موادی مانند هیدروکلریک اسید (جوهر نمک)، سدیم هیدروکسید (سود سوزآور) و سفیدکننده‌ها از جمله پاک‌کننده‌های خورنده هستند.

موشکافی

۱) برای باز کردن لوله‌هایی که با مخلوطی از اسیدهای چرب مسدود شده‌اند، می‌توان از محلول غلیظ سدیم‌هیدروکسید استفاده کرد. فراورده چنین واکنشی محلول در آب بوده و همچنین، خود نوعی پاک‌کننده است که در آب حل می‌شود و می‌تواند چربی‌های اضافی را بزداید.

$$RCOOH(s)+NaOH(aq)\rightarrow RCOONa(aq)+H_2O(l)$$

۲) به‌طور کلی، شوینده‌های خورنده، رسوب‌های به جای مانده را به مواد محلول در آب یا گازی‌شکل تبدیل می‌کنند و از این راه سبب جرم‌گیری می‌شوند.

۳) اگر موادی که سبب گرفتگی لوله‌ها و مجاری می‌شوند، خاصیت بازی داشته باشند (مانند $CaCO_3$)، برای زدودن آن‌ها از محلول غلیظ هیدروکلریک اسید استفاده می‌کنند:

$$2HCl(aq)+CaCO_3(s)\rightarrow CaCl_2(aq)+H_2O(l)+CO_2(g)$$

در واقع فرآورده‌های حاصل از واکنش پاک‌کننده‌های خورنده با آلاینده‌ها، به راحتی با آب شسته می‌شوند.

پ) دقت کنید که جوهر نمک همان هیدروکلریک اسید $(HCl(aq))$ است.

ت) رسوب تشکیل شده بر روی دیواره کتری، لوله‌ها، آب‌راه‌ها و دیگ‌های بخار، با صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی زدوده نمی‌شود. برای زدودن آن‌ها به پاک‌کننده‌های خورنده نیاز است که بتوانند با آن‌ها واکنش شیمیایی دهند و آن‌ها را به فراورده‌هایی تبدیل کنند که با آب شسته شوند.

9. کدام مورد نادرست است؟

۱) مجموع غلظت یون‌های حاصل از حل شدن ۰/۲۵ مول دی‌نیتروژن پنتااکسید در ۵ لیتر آب برابر با ۰/۲ مولار است.

۲) از حل کردن ۰/۸ مول لیتیم اکسید در ۲ لیتر آب، ۰/۸ مول یون هیدروکسید تولید می‌شود.

۳) با حل شدن ۰/۴ مول باریم اکسید جامد در ۴ لیتر آب، ۱/۲ مول یون تولید می‌شود.

۴) غلظت مولی یون هیدرونیوم حاصل از حل شدن ۰/۰۴ مول گاز گوگرد تری‌اکسید در ۵ لیتر آب، بیشتر از 8×10^{-3} مولار است.

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | حفظی، مهارتی

ابتدا معادله انحلال گوگرد تری‌اکسید (SO_3)، دی نیتروژن پنتااکسید (N_2O_5)، لیتیم اکسید (Li_2O) و باریم اکسید (BaO) را می‌نویسیم:

- با حل شدن هر مول SO_3 در آب، بیشتر از یک مول H^+ و کم‌تر از یک مول SO_4^{2-} در مجموع کم‌تر از ۲ مول یون تولید می‌شود.



$$SO_3(g)+H_2O(l)\rightarrow 2H^+(aq)+SO_4^{2-}(aq)$$
$$H_2SO_4(aq)\rightarrow H^+(aq)+HSO_4^-(aq)$$
$$HSO_4^-(aq)\rightleftharpoons H^+(aq)+HSO_4^{2-}(aq)$$

- با حل شدن هر مول N_2O_5 در آب ۲ مول H^+ و ۲ مول NO_3^- (در مجموع ۴ مول یون) تولید می‌شود.



$$N_2O_5(s)+H_2O(l)\rightarrow \underbrace{2H^+(aq)+2NO_3^-(aq)}_{2HNO_3(aq)}$$

- با حل شدن هر مول اکسید فلز قلیایی در آب، ۲ مول کاتیون آن فلز و ۲ مول یون هیدروکسید (در مجموع ۴ مول یون) حاصل می‌شود.



$$Li_2O(s)+H_2O(l)\rightarrow \underbrace{2Li^+(aq)+2OH^-(aq)}_{2LiOH(aq)}$$

• با حل شدن هر مول اکسید فلز قلیایی خاکی در آب، ۱ مول کاتیون آن فلز و ۲ مول یون هیدروکسید (در مجموع ۳ مول یون) حاصل می‌شود.



$$BaO(s)+H_2O(l)\rightarrow \underbrace{Ba^{2+}(aq)+2OH^-(aq)}_{Ba(OH)_2(aq)}$$

حال بیایید گزینه‌ها را به ترتیب بررسی کنیم:

۱ بر اثر انحلال هر مول N_2O_5 در آب، دو مول یون هیدرونیوم (H^+) و دو مول یون نیترات (NO_3^-) (در مجموع ۴ مول یون) حاصل می‌شود:

$$0/25\,mol\,N_2O_5\times\frac{4\,mol\,\text{یون}}{1\,mol\,N_2O_5}=1\,mol\,\text{یون}$$

$$\text{غلظت مولی یون‌ها}=\frac{\text{مول}}{\text{حجم}}=\frac{1}{5}=0/2\,mol.L^{-1}$$

۲ بر اثر انحلال هر مول Li_2O در آب، دو مول یون هیدروکسید (OH^-) حاصل می‌شود.

$$0/8\,mol\,Li_2O\times\frac{2\,mol\,OH^-}{1\,mol\,Li_2O}=1/6\,mol\,OH^-$$

۳ بر اثر انحلال هر مول BaO در آب، دو مول یون هیدروکسید (OH^-) و یک مول یون باریم (Ba^{2+}) (در مجموع ۳ مول یون) حاصل می‌شود:

$$0/4\,mol\,BaO\times\frac{3\,mol\,\text{یون}}{1\,mol\,BaO}=1/2\,mol\,\text{یون}$$

۴ بر اثر انحلال هر مول SO_3، کم‌تر از ۲ مول یون هیدرونیوم (H^+) حاصل می‌شود در واقع شمار یون هیدرونیوم تولید شده کمی بیشتر از یک مول است:

$$\underbrace{\frac{0/04\times1}{5}}_{8\times10^{-3}}<\left[H_3O^+\right]<\underbrace{\frac{0/04\times2}{5}}_{16\times10^{-3}}=$$

موشکافی سولفوریک اسید دارای دو هیدروژن اسیدی است و می‌تواند طی دو مرحله یونش یابد که مرحله اول یونش آن، کامل و مرحله دوم آن، تعادلی است:

$$SO_3+H_2O\rightarrow H_2SO_4$$

$$\text{مرحله اول: } H_2SO_4\rightarrow HSO_4^-+H^+$$

$$\text{مرحله دوم: } HSO_4^-\rightleftharpoons SO_4^{2-}+H^+$$

در مرحله اول، ۱ مول H_2SO_4 به ۱ مول H^+ و ۱ مول HSO_4^- تبدیل می‌شود و در مرحله دوم، ۱ مول HSO_4^- حاصل از مرحله قبلی، کمی

تا قسمتی! به SO_4^{2-} و H^+ تبدیل می‌شود؛ یعنی از هر ۱ مول HSO_4^-، کم‌تر از ۱۲ مول یون به دست می‌آید. با این تفاسیر می‌توان نتیجه گرفت که بر اثر انحلال ۱ مول SO_3 در آب، کم‌تر از ۲ مول یون تولید می‌شود. همچنین بر اثر انحلال ۱ مول SO_3، بیشتر از ۱ مول H^+ حاصل می‌شود؛ بنابراین بر اثر انحلال ۰/۰۴ مول SO_3، بیشتر از ۰/۰۴ مول H^+ به دست آمده و غلظت مولی این یون در محلول حاصل، بیشتر از $[H^+]=\frac{0/04}{5}=8\times10^{-3}\ mol.L^{-1}$ خواهد بود.

10. کدام عبارت‌ها در ارتباط با واکنش زیر نادرست هستند؟

$NaAl(OH)_4$ + گاز X → آب + مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید

آ) مخلوط موجود در واکنش‌دهنده‌ها، پودری شکل بوده و یک پاک‌کننده غیرصابونی جامد به‌شمار می‌رود.

ب) پس از موازنه معادله واکنش، ضریب آب، سه برابر ضریب فراورده یونی است.

پ) سطح انرژی فراورده‌های این واکنش، پایین‌تر از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌هاست.

ت) گاز اکسیژن (X) تولید شده، می‌تواند موجب باز شدن مجاری مسدودشده شود.

۱) آ، ت ۲) آ، ب ۳) ب، پ ۴) پ، ت

پاسخ: گزینه ۱ ساده | حفظی

عبارت‌های «آ» و «ت» نادرست هستند.

گاز X همان گاز هیدروژن بوده و معادله موازنه شده واکنش به صورت مقابل است:

$$2Al+2NaOH+6H_2O \rightarrow 2NaAl(OH)_4+3H_2$$

بررسی همه عبارت‌ها:

آ همان‌طور که می‌دانید، این پاک‌کننده شامل مخلوط سدیم هیدروکسید (NaOH) و آلومینیم (Al) است که شامل **پودر** عرضه می‌شود، اما حواستان باشد که این پاک‌کننده، با آلاینده‌ها واکنش داده و نوعی **پاک‌کننده خورنده** محسوب می‌شود. از این پودر برای باز کردن لوله‌ها و مسیرهایی استفاده می‌شود که بر اثر ایجاد رسوب و تجمع چربی‌ها بسته شده‌اند.

موشکافی پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی تنها بر اساس برهم‌کنش بین ذره‌ها عمل می‌کنند اما پاک‌کننده‌های خورنده علاوه بر این برهم‌کنش‌ها، با آلاینده‌ها واکنش هم می‌دهند.

عملکرد پاک‌کننده‌ها { صابونی و غیرصابونی ← برهم‌کنش بین ذره‌ها
خورنده ← برهم‌کنش بین ذره‌ها و واکنش با آلاینده‌ها

ب با توجه به واکنش موازنه شده فوق می‌توان گفت که در این معادله، ضریب آب (H_2O) و فراورده یونی ($NaAl(OH)_4$) به ترتیب برابر با ۶ و ۲ و نسبت گفته شده، برابر با $\frac{6}{2}=3$ است.

پ واکنش موردنظر، گرماده است ($\Delta H<0$) و بر اثر انجام آن گرما آزاد می‌شود؛ بنابراین می‌توان گفت که در این واکنش، سطح انرژی فراورده‌ها پایین‌تر از واکنش‌دهنده‌ها بوده و فراورده‌ها پایدارتر از واکنش‌دهنده‌ها هستند.

ت همان‌طور که گفتیم، در این واکنش **گاز هیدروژن** (H_2)، آزاد شده و X، همان گاز هیدروژن است؛ نه گاز اکسیژن (O_2)!

موشکافی

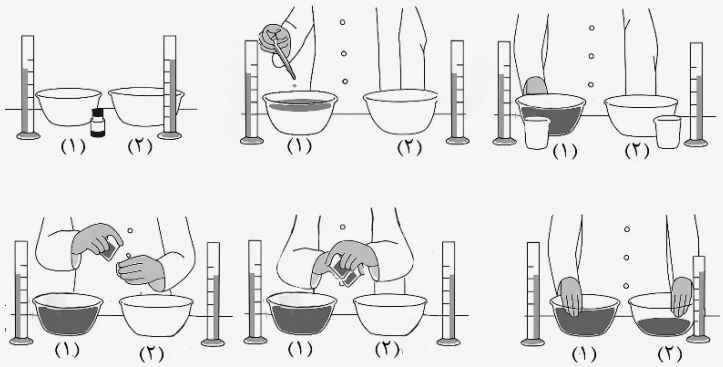
از این پودر برای باز کردن لوله‌ها و مسیرهایی استفاده می‌شود که بر اثر ایجاد رسوب و تجمع چربی‌ها بسته شده‌اند؛ زیرا:

۱) سدیم هیدروکسید موجود در این مخلوط می‌تواند با چربی‌ها واکنش داده و صابون تولید کند که باعث از بین رفتن بیشتر چربی می‌شود.

۲) از آن‌جا که این واکنش گرماده است، گرمای آزاد شده می‌تواند قدرت پاک‌کنندگی را افزایش دهد و باعث نرم یا ذوب شدن چربی‌ها و در نتیجه آسان‌تر باز شدن لوله‌ها شود.

شیمی دوازدهم | ۱ آبان‌ماه ۱۴۰۴

1. مطابق شکل‌های زیر، ابتدا در ظرف (۱)، یک لیتر آب می‌ریزیم و چند قطره رنگ خوراکی به آن اضافه می‌کنیم. سپس با یک بشر ۱۰۰ میلی‌لیتری، محلول رنگی ظرف (۱) را برداشته و به ظرف (۲) منتقل می‌کنیم و هم‌زمان، با یک بشر ۵۰ میلی‌لیتری از محتویات ظرف (۲) (ظرف خالی)، به ظرف (۱) می‌ریزیم و این عمل را ادامه می‌دهیم. با ادامه جابه‌جایی محتویات دو ظرف، کدام موارد درباره این فرایند رخ خواهد داد؟



آ) مقدار محتویات ظرف (۲)، افزایش و مقدار محتویات ظرف (۱) کاهش می‌یابد.

ب) به تدریج، مقدار محتویات ظرف (۱) و (۲) به یک‌دیگر نزدیک شده و در نهایت با هم برابر خواهد شد.

پ) در نهایت، حجم محلول‌های جابه‌جا شده بین دو ظرف، با هم برابر نخواهد شد.

ت) به تدریج حجم محلول جابه‌جا شده از ظرف (۱) به ظرف (۲)، کاهش می‌یابد.

۱) آ، پ ۲) آ، ت ۳) ب، پ ۴) ب، ت

پاسخ: گزینه ۲ سخت | مفهومی

عبارت‌های «آ» و «ت» درست هستند.

بررسی همه عبارت‌ها:

آ در ابتدا، فقط در ظرف (۱) محلول وجود دارد و ظرف (۲) خالی است؛ سپس با انتقال محلول بین این دو ظرف، حجم محلول در ظرف (۱) به مرور کم و در ظرف (۲) به مرور زیاد می‌شود.

ب با توجه به این‌که حجم بشرهایی که برای انتقال محلول بین دو ظرف استفاده می‌شود، باهم متفاوت است، در هنگام تعادل، حجم محلول‌ها در دو ظرف باهم برابر نخواهد بود و چون برای انتقال محتویات از ظرف (۱) به (۲)، از بشری با حجم بیشتر استفاده کردیم، حجم آبی که به صورت خالص از ظرف (۱) به ظرف (۲) منتقل می‌شود، بیشتر بوده و در نتیجه می‌توان گفت که در نهایت حجم محلول در ظرف (۲) بیشتر خواهد بود.

پ و ت با گذشت زمان، بشر ۵۰mL پرتر و بشر ۱۰۰mL خالی‌تر می‌شود، زیرا مقدار محلول در ظرف (۱) به مرور کم شده و با گذشت زمان، دیگر نمی‌تواند بشر ۱۰۰mL را پر کند. همچنین مقدار محلول در ظرف (۲) به مرور بشتر شده و باعث می‌شود که با گذشت زمان، بشر ۵۰mL به تدریج پرتر شود.

با گذشت زمان، حجم محلول‌های جابه‌جا شده بین دو ظرف (حجم محلول در بشرهای ۱۰۰ و ۵۰ میلی‌لیتری) برابر می‌شود و مقدار محتویات هر ظرف ثابت خواهد ماند.

تذکر: از مرحله تعادل به بعد، اگر محتویات دو ظرف را به کمک بشرها جابه‌جا کنیم، تغییری در حجم آن‌ها ایجاد نمی‌شود.

2. به یک لیتر محلول هیدروکلریک اسید که در آن، غلظت مولی یون هیدرونیوم، $۲/۵\times۱۰^{-۱۱}$ برابر غلظت مولی یون هیدروکسید است، ۴ لیتر آب اضافه می‌کنیم و محلولی با pH = A به دست می‌آید. اگر به این محلول، مقداری گاز HBr که حجم آن در شرایط STP برابر ۱۱۲۰mL است، اضافه شود، pH محلول به مقدار B می‌رسد. حاصل A − B کدام است؟ (دما را ثابت و برابر $۲۵^{\circ}C$ در نظر بگیرید و از تغییرات حجم محلول در اثر افزودن HBr چشم‌پوشی کنید.)

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۵

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | محاسباتی

گام اول) pH محلول اولیه هیدروکلریک اسید ($HCl(aq)$) را قبل از رقیق‌سازی به دست می‌آوریم:

$$[H^+]=۲/۵\times۱۰^{-۱۱}\times[OH^-] \Rightarrow [OH^-]=\frac{[H^+]}{۲/۵\times۱۰^{-۱۱}}$$

$$[H^+][OH^-]=۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [H^+]\times\frac{[H^+]}{۲/۵\times۱۰^{-۱۱}}=۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [H^+]^۲=۲۵\times۱۰^{-۴} \Rightarrow [H^+]=۵\times۱۰^{-۲}\,mol.L^{-۱}$$

$$pH=-\log[H^+]=-\log(۵\times۱۰^{-۲})=۲-\log۵=۱/۳$$

گام دوم) pH محلول هیدروکلریک اسید را پس از افزودن ۴ لیتر آب و رسیدن حجم محلول به ۵ لیتر، محاسبه می‌کنیم:

نکته

تغییر pH بر اثر رقیق کردن محلول	الف) در رقیق کردن محلول اسیدهای قوی اگر حجم محلول را n برابر کنیم، (محلول را n مرتبه رقیق کنیم.):	غلظت محلول و در نتیجه غلظت H^+، $\frac{۱}{n}$ برابر می‌شود.
		غلظت OH^- این محلول n برابر می‌شود.
		pH این محلول به اندازه $\log n$ افزایش می‌یابد.
		$pH_{جدید}=pH_{اولیه}+\log n \rightarrow \Delta pH=\log n=\log\frac{V_۲}{V_۱}$
	ب) در رقیق کردن محلول بازهای قوی اگر حجم محلول را n برابر کنیم، (محلول را n مرتبه رقیق کنیم.):	غلظت محلول و در نتیجه غلظت OH^-، $\frac{۱}{n}$ برابر می‌شود.
		غلظت H^+ این محلول n بربر می‌شود.
		pH این محلول به اندازه $\log n$ کاهش می‌یابد.
		$pH_{جدید}=pH_{اولیه}-\log n \rightarrow \Delta pH=-\log n=-\log\frac{V_۲}{V_۱}$

بنابراین pH محلول حاصل (مقدار A) پس از رقیق‌سازی محلول با اضافه کردن ۴ لیتر آب برابر است با:

$$V_۲=V_۱+۴=۱+۴=۵L$$

$$pH_{جدید}=pH_{اولیه}+\log\frac{V_۲}{V_۱} \rightarrow pH_{جدید}=۱/۳+\log\frac{۵}{۱}=۱/۳+۰/۷=۲ \rightarrow A=۲$$

گام سوم) محاسبه می‌کنیم که با افزودن هیدروبرمیک اسید ($HBr(aq)$) به محلول هیدروکلریک اسید رقیق شده، pH محلول به چند می‌رسد:

نکته برای محاسبه pH محلول حاصل از اختلاط دو یا چند محلول اسید قوی، از الگوی زیر استفاده کنید:

حجم و غلظت مولی اسیدها داده شده است. $\xrightarrow{[H^+]_{نهایی}=\frac{M_{a_1}V_1+M_{a_2}V_2}{V_1+V_2+\cdots}}$ غلظت H^+ در محلول حاصل به دست می‌آید. $\xrightarrow{pH=-\log[H^+]}$ pH محلول حاصل محاسبه می‌شود.

حال اگر در مسئله‌ای به جای حجم و غلظت محلول اسیدهای قوی، حجم و pH آن‌ها داده شود، باید طبق الگوی زیر پیش بروید:

pH و حجم هریک از محلول‌های اسیدی داده شده است $\xrightarrow{[H^+]=10^{-pH}}$ غلظت H^+ در هریک از محلول‌ها محاسبه می‌شود.

$\xrightarrow{[H^+]_{نهایی}=\frac{[H^+]_1V_1+[H^+]_2V_2+\cdots}{V_1+V_2+\cdots}}$ غلظت H^+ در محلول حاصل به دست می‌آید. $\xrightarrow{pH=-\log[H^+]}$ pH محلول حاصل محاسبه می‌شود.

$$HCl(aq):[H^+]=10^{-pH}=10^{-2}\,mol.L^{-1}\rightarrow mol\,H^+=10^{-2}\,mol.L^{-1}\times 5L=0/05mol$$

$$HBr(aq):1120mL\,HBr(g)\times\frac{1L}{10^3\,mL}\times\frac{1mol\,HBr}{22/4L\,HBr(g)}=0/05mol\,HBr\rightarrow mol\,H^+=mol\,HBr=0/05mol$$

$$\rightarrow[H^+]_{نهایی}=\frac{\text{مجموع مول‌های }H^+}{\text{حجم}}=\frac{0/05+0/05}{5}=2\times10^{-2}\,mol.L^{-1}\rightarrow pH_{نهایی}=-\log(2\times10^{-2})=2-\log2=1/7\rightarrow B=1/7$$

گام چهارم) خواسته سوال را محاسبه می‌کنیم:

$$A-B=2-1/7=0/3$$

کنکورچی‌میگه؟ **اگر به محلول ۰/۰۰۲ مولار یک اسید قوی تک‌پروتون‌دار، ۹ برابر حجم آن آب مقطر اضافه شود، pH آن چند واحد تغییر می‌کند و درصد یونش محلول ۰/۰۰۱ مولار اسید ضعیف HA باید کدام عدد باشد تا pH نهایی آن برابر با pH اسید قوی برابر شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)** (سراسری تجربی ۱۴۰۲ - نوبت اول)

۱) ۱، ۲۰ ۲) ۱/۵، ۲۰ ۳) ۱، ۴ ۴) ۱/۵، ۴

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | محاسباتی

هنگامی که ۹ برابر حجم اولیه اسید به محلول آن، آب اضافه می‌کنیم، حجم محلول ۱۰ برابر می‌شود.

با ۱۰ برابر کردن حجم محلول اسید قوی، pH آن، ۱ واحد افزایش می‌یابد:

$$|\Delta pH|=\log\frac{V_2}{V_1}=\log10=1$$

برای محاسبه pH نهایی محلول اسید قوی، ابتدا باید pH اولیه محلول اسید را به دست آوریم:

$$pH_{اولیه}=-\log[H^+]=-\log(2\times10^{-3})=3-\log2=2/7$$

$$pH_{نهایی}=pH_{اولیه}+1=2/7+1=3/7$$

در ادامه با استفاده از pH محلول HA، غلظت یون هیدرونیوم آن را به دست می‌آوریم:

$$pH=3/7\Rightarrow[H^+]=10^{-pH}=10^{-3/7}=10^{-4}\times10^{0/3}=2\times10^{-4}\,mol.L^{-1}$$

در نهایت، درصد یونش اسید ضعیف HA، را می‌توان به دست آورد:

$$\text{درصد یونش}=\frac{[H^+]}{M}\times100=\frac{2\times10^{-4}}{1\times10^{-3}}\times100=\%20$$

3. در ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۰۵ مولار اسید ضعیف HA، غلظت یون $A^-(aq)$ برابر با ۱۱/۸ میلی‌گرم بر لیتر است. اگر ۳۰۰ میلی‌لیتر آب مقطر به این محلول اضافه کنیم، درصد یونش اسید به تقریب چند برابر می‌شود؟ $(H=1, A=59: g.mol^{-1})$

۱) ۱/۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۰/۸ ۴) ۲/۲

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

روش اول:

گام اول) غلظت مولی (مولار) یون $A^-(aq)$ را در محلول (بر حسب مول بر لیتر) محاسبه می‌کنیم:

$$[A^-]=11/8\frac{mg}{L}\times\frac{1g}{10^3 mg}\times\frac{1mol\,A}{59gA}=2\times10^{-4}\ mol.L^{-1}$$

گام دوم) درجه یونش و همچنین درصد یونش اسید HA را در محلول اولیه حساب می‌کنیم:

نکته در رابطه درجه یونش، به جای تعداد ذره‌ها، می‌توان غلظت مولار آن‌ها را نیز قرار داد.

$$\text{درجه یونش}(\alpha)=\frac{\text{غلظت مولار اسید یونیده شده}}{\text{غلظت مولار اسید حل شده}}=\frac{\text{غلظت مولار } H^+ \text{ یا آنیون اسید}}{\text{غلظت مولار (اولیه) اسید}}$$

اگر غلظت اولیه محلول را M مولار در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\alpha=\frac{[H^+]}{M}\ \text{یا}\ [H^+]=M\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha_1=\frac{[A^-]}{[HA]}=\frac{2\times10^{-4}}{5\times10^{-2}}=4\times10^{-3} \Rightarrow \%\alpha_1=\%0/4$$

گام سوم) با رقیق کردن یک محلول (اضافه کردن آب به آن)، تعداد مول ماده حل‌شونده تغییر نمی‌کند، بنابراین به هنگام رقیق کردن محلول‌های غلیظ می‌توان از رابطه روبه‌رو استفاده کرد:

$$M_{\text{غلیظ}}V_{\text{غلیظ}}=M_{\text{رقیق}}N_{\text{رقیق}}$$

$$\Rightarrow 0/05\times200=M_{\text{رقیق}}\times(200+300) \Rightarrow M_{\text{رقیق}}=0/02 mol.L^{-1}$$

گام چهارم) K_a در دمای ثابت، مقدار ثابتی است. حال مقدار K_a را برای محلول اولیه محاسبه کرده و با نوشتن رابطه K_a برای محلول رقیق نهایی، درجه یونش و همچنین درصد یونش محلول نهایی را به دست می‌آوریم:

آفرود اگر مقدار درجه یونش (α) کمتر از ۰/۰۵ یا مقدار $\frac{K_a}{M}$ کمتر از ۰/۰۰۲ باشد، می‌توانیم عبارت $1-\alpha$ را برابر ۱ فرض کنیم و از روابط زیر استفاده کنیم:

$$\text{در اسید ضعیف HA}\begin{cases}K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}\xrightarrow{\alpha<0/05\ \text{یا}\ \frac{K_a}{M}<0/002}K_a=M\alpha^2\\ [H^+]=\sqrt{M.K_a(1-\alpha)}\xrightarrow{\alpha<0/05\ \text{یا}\ \frac{K_a}{M}<0/002}[H^+]=\sqrt{M.K_a}\end{cases}$$

$$\text{محلول اولیه: } K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}\xrightarrow{\alpha<0/05}K_a=M_1\alpha_1^2=0/05\times(4\times10^{-3})^2=8\times10^{-7}$$

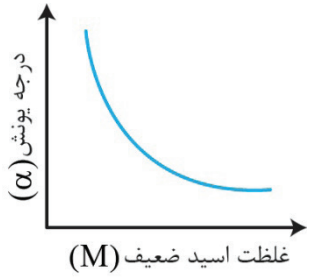
$$\text{محلول نهایی: } K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}\xrightarrow{\frac{K_a}{M}=4\times10^{-5}<0/002}K_a=M_2\alpha_2^2\rightarrow\alpha_2^2=4\times10^{-5}\rightarrow\alpha_2=\sqrt{4\times10^{-5}}\simeq6\times10^{-3}\rightarrow\%\alpha_2\simeq\%0/6$$

گام پنجم) نسبت درصد یونش اسید را در محلول محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\%\alpha_2}{\%\alpha_1}\simeq\frac{0/6}{0/4}=1/5$$

روش دوم: برای اسیدهای ضعیف، رابطه تقریبی $K_a \simeq M\alpha^2$ برقرار است. در دمای معین، K_a عدد ثابتی است، بنابراین از این رابطه نتیجه می‌گیریم که درجه یونش اسیدهای ضعیف با غلظت محلول آن‌ها رابطه وارونه دارد، یعنی هرچه محلول غلیظ‌تر باشد، درجه یونش اسید در آن کم‌تر است:

$$K_a \simeq M\alpha^2 \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{K_a}{M}} \Rightarrow \begin{cases} \alpha \text{ با } M \text{ رابطه وارونه دارد.} \\ \text{نمودار } \alpha \text{ بر حسب } M \text{ خطی نیست} \end{cases} \Rightarrow$$



با توجه به رابطه بالا، برای محاسبه نسبت درجه یونش یک اسید خیلی ضعیف در دو محلول با غلظت متفاوت، می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}} \rightarrow \frac{\%\alpha_2}{\%\alpha_1} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}} = \sqrt{\frac{0/05}{0/02}} = \sqrt{2/5} \simeq 1/5$$

4. از انحلال ۱/۸ گرم اسید HX در ۲ لیتر آب خالص در دمای اتاق، محلولی با pH = ۲/۳ به دست می‌آید. اگر در این محلول به ازای هر ذره باردار، ۴ مولکول یونیده نشده از اسید HX وجود داشته باشد، جرم مولی HX چند گرم است؟ (log۵ = ۰/۷)

۱) ۲۰ ۲) ۲۷ ۳) ۴۶ ۴) ۸۱

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | محاسباتی

استراتژی ابتدا به کمک pH محلول حاصل، $[H^+]$ و همچنین (مجموع غلظت گونه‌های باردار) را در آن حساب کنید، سپس چون در محلول حاصل، به ازای هر ذره باردار، ۴ مولکول یونیده نشده از اسید HX وجود دارد، غلظت اسید یونیده نشده موجود در محلول و همچنین غلظت اولیه اسید را بیابید. در نهایت با استفاده از غلظت اسید اولیه و جرم اسید اولیه حل شده، جرم مولی آن را به دست آورید.

گام اول) با توجه به pH محلول حاصل از انحلال ۱/۸ گرم اسید HX در ۲ لیتر آب، غلظت یون هیدرونیوم و همچنین مجموع غلظت گونه‌های باردار را در این محلول محاسبه می‌کنیم:

$$pH = -\log[H^+] \rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-2/3} = 10^{-3} \times 10^{0/7} = 5 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

$$HX(aq) \rightarrow H^+(aq) + X^-(aq)$$

$$\rightarrow [\text{مجموع غلظت گونه‌های باردار}] = [H^+] + [X^-] = 2 \times 5 \times 10^{-3} = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

گام دوم) با توجه به این‌که در محلول حاصل، به ازای هر ذره باردار، ۴ مولکول یونیده نشده از اسید HX وجود دارد، غلظت اسید یونیده نشده و غلظت اولیه اسید را حساب می‌کنیم:

$$[HX]_{\text{یونیده نشده}} = 4 \times 10^{-2}\ mol.L^{-1} \rightarrow \text{غلظت اسید اولیه} = \text{غلظت اسید باقی‌مانده} + \underbrace{\text{غلظت اسید یونیده شده}}_{\text{غلظت } H^+ \text{ یا } A^-}$$

$$= (5 \times 10^{-3}) + (4 \times 10^{-2}) = 45 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

گام سوم) با استفاده از غلظت اسید اولیه و جرم اسید حل شده، جرم مولی آن را به دست می‌آوریم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}}}{\text{حجم}} \rightarrow 45 \times 10^{-3} = \frac{\frac{1/8}{\text{جرم مولی}}}{2} \rightarrow \text{جرم مولی اسید HX} = \frac{1/8}{45 \times 10^{-3} \times 2} = 20\ g.mol^{-1}$$

5. در کدام گزینه مخلوط مواد اشاره شده از نوع ناهمگن و ناپایدار است؟

۱) آب، اتانول، شکر
۲) هگزان، آب، صابون
۳) سدیم کلرید، اوره، آب
۴) آب، آلومینیم هیدروکسید، منیزیم هیدروکسید

پاسخ: گزینه ۴ ساده | حفظی

به جدول زیر توجه کنید:

نوع مخلوط / ویژگی	سوسپانسیون	کلوئید	محلول
همگن بودن	ناهمگن	ناهمگن	همگن
پایداری	ناپایدار است / ته‌نشین می‌شود.	پایدار است / ته‌نشین نمی‌شود.	پایدار است / ته‌نشین نمی‌شود.

منظور از مخلوط‌های ناهمگن و ناپایدار، **سوسپانسیون‌ها** هستند. آلومینیم هیدروکسید ($Al(OH)_3$) و منیزیم هیدروکسید ($Mg(OH)_2$) در آب حل نشده و ته‌نشین می‌شوند؛ در نتیجه می‌توان گفت که مخلوط آن‌ها با یکدیگر سوسپانسیون تشکیل می‌دهند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ مخلوط آب، اتانول، و شکر ← محلول

۲ مخلوط هگزان، آب و صابون ← کلوئید

۳ مخلوط سدیم کلرید، اوره و آب ← محلول

6. با توجه به مطالب کتاب درسی، کدام موارد در ارتباط با نوعی پاک‌کننده پودری که برای باز کردن مجاری مسدود شده در برخی وسایل و دستگاه‌های صنعتی استفاده می‌شود، درست است؟

آ) مخلوطی از آلومینیم هیدروکسید و سدیم است.

ب) نوعی پاک‌کننده خورنده با خاصیت بازی است.

پ) از واکنش آن با آب، یک ترکیب گازی‌شکل تشکیل می‌شود.

ت) آنتالپی واکنش آن با آب، کوچک‌تر از صفر است.

۱) پ، ت
۲) آ، ب
۳) ب، ت
۴) آ، پ

پاسخ: گزینه ۳ ساده | حفظی

درسنامه:

نوعی پاک‌کننده خورنده که به شکل پودر عرضه می‌شود، شامل مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم است. معادله نوشتاری واکنش این مخلوط با آب به صورت زیر است:

$$\boxed{\text{مخلوط پودری آلومینیم و سدیم هیدروکسید}} + \boxed{\text{آب}} \Rightarrow \boxed{\text{گاز هیدروژن}} + \boxed{\text{فراورده‌های دیگر}} \quad (\Delta H < 0)$$

از این پودر برای باز کردن لوله‌ها و مسیرهایی استفاده می‌شود که بر اثر ایجاد رسوب و تجمع چربی‌ها بسته شده‌اند؛ زیرا:

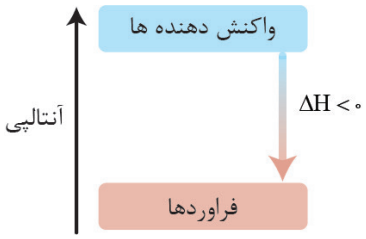
۱) سدیم هیدروکسید موجود دراین مخلوط می‌تواند با چربی‌ها واکنش داده و صابون تولید کند که باعث از بین رفتن بیشتر چربی می‌شود.

۲) از آن‌جا که این واکنش گرماده است، گرمای آزاد شده می‌تواند قدرت پاک‌کنندگی را افزایش دهد و باعث نرم یا ذوب شدن چربی‌ها و در نتیجه آسان‌تر باز شدن لوله‌ها شود.

۳) تولید گاز هیدروژن در این واکنش، قدرت پاک‌کنندگی مخلوط را افزایش می‌دهد، زیرا گاز با ایجاد فشار و ضربه به رسوب‌ها، باعث باز شدن آسان‌تر لوله‌های گرفته شده می‌شود.

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی همه عبارت‌ها:



آ) دقت کنید که این پاک‌کننده خورنده که به شکل پودری عرضه شود، مخلوطی از آلومینیم (Al) و سدیم هیدروکسید ($NaOH$) است، نه مخلوطی از سدیم (Na) و آلومینیم هیدروکسید ($Al(OH)_3$)!

ب) این مخلوط به دلیل وجود $NaOH$ خاصیت بازی دارد و در واکنش با چربی‌ها تولید صابون می‌کند که نوعی پاک‌کننده است؛ در نتیجه می‌توان از این پودر برای باز کردن لوله‌ها و مسیرهایی استفاده کرد که بر اثر ایجاد رسوب و تجمع چربی‌ها بسته شده‌اند.

پ) از واکنش این پودر با آب، گاز هیدروژن (H_2) تولید می‌شود که جزو عنصرهاست و ترکیب محسوب نمی‌شود!

ت) واکنش این مخلوط با آب، گرماده ($\Delta H<0$) است.

7. غلظت یون نیتریت در ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول مولار نیترواسید برابر با ۹۲۰ میلی‌گرم بر لیتر است. درصد یونش اسید و ثابت یونش آن به ترتیب کدام است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) ($H=1, N=14, O=16 : g.mol^{-1}$)

۱) ۲ ، ۴×10^{-4} ۲) ۲ ، ۴×10^{-5} ۳) ۴ ، ۴×10^{-4} ۴) ۴ ، ۴×10^{-5}

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | محاسباتی

استراتژی ابتدا غلظت یون نیتریت (NO_2^-) را از $\frac{mg}{L}$ به $\frac{mol}{L}$ یا مولار تبدیل کنید، سپس با استفاده از غلظت مولی این یون و همچنین غلظت مولی اولیه اسید در محلول، درجه یونش (α) و همچنین درصد یونش ($\alpha\%$) اسید در محلول را به دست آورید. در نهایت با توجه به درجه یونش (α) و غلظت اولیه اسید (M)، ثابت یونش (K_a) آن را محاسبه کنید.

گام اول) غلظت یون نیتریت (NO_2^-) را بر حسب مولار (مول بر لیتر) حساب می‌کنیم:

$$۹۲۰\ \frac{mg\ NO_2^-}{L}\times\frac{1g}{10^3 mg}\times\frac{1mol\ NO_2^-}{46g\ NO_2^-}=2\times10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

گام دوم) درصد یونش نیتروسید (HNO_2) را در محلول محاسبه می‌کنیم:

آفرود در محلول اسیدهای تک‌پروتون‌دار داریم:

شمار یون (مول)های تولید شده آنیون اسید = شمار یون (مول)های تولید شده H^+ = شمار مولکول (مول)های یونیده شده اسید

در نتیجه می‌توان درجه یونش اسید در محلول را از رابطه مقابل استفاده کرد:

$$\text{درجه یونش}(\alpha)=\frac{\text{غلظت مولار اسید یونیده شده}}{\text{غلظت مولار اسید حل شده}}=\frac{\text{غلظت مولار } H^+ \text{ یا آنیون اسید}}{\text{غلظت مولار (اولیه) اسید}}$$

اگر غلظت اولیه محلول را M مولار در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\alpha=\frac{[H^+]}{M}\ \text{یا}\ [H^+]=M\alpha$$

$$\rightarrow \alpha=\frac{[NO_2^-]}{[HNO_2]}=\frac{2\times10^{-2}}{1}=2\times10^{-2}\rightarrow \%\alpha=\alpha\times100=(2\times10^{-2})\times100=2$$

گام سوم) با توجه به درجه یونش (α) و غلظت اولیه اسید (M)، ثابت یونش (K_a) آن را محاسبه می‌کنیم:

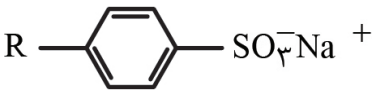
$$K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}\xrightarrow{\alpha<0/05} K_a=M\alpha^2=1\times(2\times10^{-2})^2=4\times10^{-4}$$

8. در نوعی پاک‌کننده غیرصابونی با گروه SO_3^- و بدون شاخهٔ فرعی، شمار گروه‌های «$-CH$» برابر ۶ و شمار اتم‌های هیدروژن در آن برابر ۲۵ است. در این پاک‌کننده، شمار پیوندهای $C-C$، چند برابر شمار پیوندهای $C=C$ است؟ (در ساختار پاک‌کننده، پیوند سه گانه وجود ندارد.)

۱) ۳ ۲) ۳/۲۵ ۳) ۳/۵ ۴) ۳/۷۵

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | مفهومی

فرمول کلی پاک‌کننده‌های غیرصابونی به صورت مقابل است:



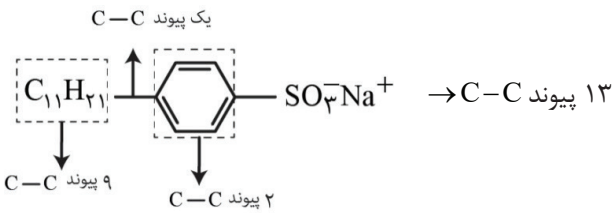
در ساختار حلقه بنزنی این پاک‌کننده، ۴ گروه «$-CH$» وجود دارد؛ پس ۲ گروه «$-CH$» نیز باید در زنجیر هیدروکربنی R وجود داشته باشد که به معنای وجود یک پیوند دوگانه «$-CH=CH-$» در ساختار زنجیر هیدروکربنی R این پاک‌کننده است؛ بنابراین این پاکننده در مجموع دارای ۴ پیوند دوگانه $C=C$ در ساختار خود می‌باشد، سه تا در حلقه بنزنی و یکی در گروه R!

از طرفی فرمول شیمیایی حلقه بنزنی به صورت «$-C_6H_4-$» است؛ پس در زنجیر هیدروکربنی R، باید ۲۱=۴−۲۵ اتم هیدروژن (H) وجود داشته باشد و با توجه به وجود یک پیوند دوگانه $C=C$ در این گروه، تعداد اتم‌های H، ۲ واحد از حالتی که گروه R سیرشده باشد، کم‌تر است؛ بنابراین داریم:

$$\text{زنجیر هیدروکربنی R}: (2n+1)-2=21 \rightarrow 2n+1=23 \rightarrow 2n=22 \rightarrow n=11$$

(به دلیل وجود یک پیوند C=C)

شمار پیوندهای کربن - کربن در ساختار گروه R، برابر با ۱۰ است که در این بین، یک پیوند به صورت دوگانه $(C=C)$ و ۹ پیوند به صورت یگانه $(C-C)$ است. ۳ پیوند $C-C$ نیز در ساختار حلقه بنزنی وجود دارد. همچنین یک پیوند $C-C$ نیز حلقه بنزنی را به گروه R متصل می‌کند؛ بنابراین داریم:



$\rightarrow$ ۱۳ پیوند $C-C$

در نهایت نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{شمار پیوندهای } C-C}{\text{شمار پیوندهای } C=C}=\frac{13}{4}=3/25$$

9. با توجه به مدل آرنیوس، کدام مطلب درست است؟

۱) گاز کربن دی‌اکسید یک اسید آرنیوس به‌شمار می‌رود، زیرا با حل شدن در آب، موجب افزایش pH می‌شود.

۲) اگر در ساختار یک ماده، یون هیدروکسید وجود نداشته باشد، آن ماده به یقین نمی‌تواند باز آرنیوس باشد.

۳) با استفاده از مدل آرنیوس نمی‌توان قدرت اسیدی یا قدرت بازی دو محلول را باهم مقایسه کرد.

۴) مطابق مدل آرنیوس ، فقط یکی از ترکیب‌های «$Li_2O, N_2O_5, CH_3OH, CH_3COCH_3$» نه خاصیت اسیدی و نه خاصیت بازی دارد.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | مفهومی، حفظی

بر اساس مدل آرنیوس ، تنها می‌توان اسید یا باز بودن یک ماده را تشخیص داد، اما نمی‌توان درباره میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول اظهارنظر کرد؛ بنابراین امکان مقایسه قدرت اسیدی یا قدرت بازی دو محلول مختلف به کمک این مدل وجود ندارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ گاز کربن دی‌اکسید (CO_2)، یک اکسید نافلزی است که با آب واکنش می‌دهد. بر اثر انجام این واکنش، **یون H^+ آزاد می‌شود** که باعث **کاهش** pH می‌شود؛ نه افزایش pH!

$$CO_2(g)+H_2O(l) \rightleftharpoons H_2CO_3(aq) \rightleftharpoons H^+(aq)+HCO_3^-(aq)$$

۲ لزوماً در **ساختار همه بازهای آرنیوس، یون هیدروکسید** (OH^-) وجود ندارد. به عنوان مثال آمونیاک (NH_3) یک باز آرنیوس است که انحلال آن در آب سبب افزایش غلظت یون $OH^-(aq)$ می‌شود، در حالی‌که در ساختار آن یون OH^- وجود ندارد!

$$NH_3(aq)+H_2O(l) \rightleftharpoons NH_4^+(aq)+OH^-(aq)$$

تله‌تستی اسیدها و بازهای آرنیوس، لزوماً در ساختار خود، H یا OH ندارند. مثلاً CO_2 اسید آرنیوس است ولی H ندارد یا NH_3 ، باز آرنیوس است ولی OH ندارد. در تعریف آرنیوس، مهم این است که با **حل شدن در آب**، یون $H^+(aq)$ یا $OH^-(aq)$ پدید آید.

۴ Li_2O، اکسید یک فلز قلیایی و باز آرنیوس و N_2O_5، اکسید نافلزی و اسید آرنیوس است، اما حواستان باشد که CH_3OH (متانول) و CH_3COCH_3 (استون) به صورت **مولکولی** در آب حل شده و **یون ایجاد نمی‌کنند**؛ یعنی **نه باز آرنیوس هستند و نه اسید آرنیوس!**

کنکورچی‌میگه؟ **کدام مورد درست است؟** (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۳ - نوبت دوم)

۱) اگر انحلال یک ترکیب در آب، به صورت یونی باشد، محلول آن به یقین دارای رسانایی الکتریکی بالا است.

۲) در محلول اسیدهای ضعیف، نسبت شمار مولکول‌های یونیده شده، به یون‌های حاصل از یونش آن، پیوسته در حال تغییر است.

۳) مدل آرنیوس می‌تواند غلظت یون هیدرونیوم را در محلول‌های آبی جداگانه‌ای از NH_3 و HCl (با غلظت و دمای یکسان) مقایسه کند.

۴) مدل آرنیوس پیش‌بینی می‌کند که شمار اتم‌های هیدروژن در مولکول یک اسید، بیشتر از شمار اتم‌های هیدروژن در مولکول یک باز است.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | مفهومی، حفظی

طبق مدل آرنیوس، HCl اسید محسوب می‌شود، زیرا با حل شدن در آب، غلظت یون هیدرونیوم را افزایش می‌دهد و NH_3، باز محسوب می‌شود، زیرا با حل شدن در آب، غلظت یون هیدروکسید را افزایش می‌دهد؛ بنابراین با توجه به این‌که HCl، اسید و NH_3، باز است، می‌توان پیش‌بینی کرد که غلظت یون هیدرونیوم در محلول HCl بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ رسانایی یک محلول، به مجموع غلظت مولی یون‌های موجود در آن بستگی دارد. ممکن است انحلال یک ترکیب در آب به صورت یونی باشد اما غلظت یون‌های موجود در محلول آن کم باشد. مثلاً $AgCl$ به صورت یونی در آب حل می‌شود اما انحلال‌پذیری آن در آب، بسیار ناچیز بوده و غلظت یون‌های موجود در محلول آن کم است یا مثلاً محلولی با غلظت بسیار پایین از HCl، نمی‌تواند رسانای قوی جریان برق باشد.

۲ محلول اسیدهای ضعیف در آب، یک سامانه تعادلی است و غلظت گونه‌های موجود در محلول آن‌ها، ثابت و تغییری نمی‌کند.

۴ ممکن است در ساختار یک اسید آرنیوس، اصلاً اتم هیدروژنی وجود نداشته باشد. مثلاً SO_3 در حالی که هیدروژنی ندارد؛ اسید آرنیوس محسوب می‌شود، اما NH_3 که ۳ اتم هیدروژن دارد، یک باز آرنیوس است.

10. اگر در دمای اتاق، pH سه محلول با حجم برابر نیتروواسید، فورمیک اسید و هیدروسیانیک اسید باهم برابر باشد، کدام مطلب درست است؟ (حجم سه محلول باهم برابر است.)

۱) شمار یون‌های سیانید در محلول هیدروسیانیک اسید با شمار یون‌های نیترات در محلول نیتروواسید برابر است.

۲) غلظت مولی محلول فورمیک اسید، بیشتر از غلظت مولی محلول هیدروسیانیک اسید است.

۳) بیشترین ثابت یونش در بین این سه اسید مربوط به اسیدی است که نسبت شمار اتم‌ها به شمار عنصرها در فرمول آن، بیشتر از دو اسید دیگر است.

۴) بر اثر واکنش کامل مقدار کافی فلز منیزیم با محلول هیدروسیانیک اسید، گاز بیشتری نسبت به واکنش فلز منیزیم کافی با محلول نیتروواسید تولید می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | مفهومی

نیتروواسید (HNO_2)، فورمیک اسید ($HCOOH$) و هیدروسیانیک اسید (HCN)، سه اسید ضعیف تک‌پروتون‌دار هستند که مقایسه قدرت اسیدی یا K_a آن‌ها به صورت زیر است:

$$\text{قدرت اسیدی } (K_a): \underset{\text{نیتروواسید}}{HNO_2} > \underset{\text{فورمیک اسید}}{HCOOH} > \underset{\text{هیدروسیانیک اسید}}{HCN}$$

با توجه به گفته سوال، pH سه محلول و در نتیجه $[H^+]$ در آن‌ها یکسان است؛ در نتیجه مقایسه غلظت مولی این محلول‌ها و همچنین شمار مول‌های اسید موجود در آن‌ها به صورت زیر است:

$$\underset{\text{نیترو اسید}}{HNO_2} < \underset{\text{فورمیک اسید}}{HCOOH} < \underset{\text{هیدروسیانیک اسید}}{HCN} \xrightarrow{\text{حجم محلول‌ها یکسان است}} \underset{\text{نیترو اسید}}{HNO_2} < \underset{\text{فورمیک اسید}}{HCOOH} < \underset{\text{هیدروسیانیک اسید}}{HCN} : \text{غلظت مولی}$$

: شمار مول اسید

با توجه به واکنش‌های زیر، از واکنش ۲ مول از هر کدام از اسیدهای HCN، HNO_2 با فلز منیزیم، یک مول گاز هیدروژن (H_2) در پایان واکنش حاصل می‌شود:

$$Mg + 2HCN \rightarrow Mg(CN)_2 + H_2$$

$$Mg + 2HCOOH \rightarrow Mg(HCOO)_2 + H_2$$

بنابراین چون شمار مول‌های اسید در محلول $HCN(aq)$ بیشتر از محلول $HNO_2(aq)$ است؛ در نتیجه مقدار مول گاز H_2 تولید شده در واکنش محلول $HCN(aq)$ با فلز Mg نیز بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در محلول $HNO_2(aq)$، یون‌های هیدرونیوم (H^+) و نیتریت (NO_2^-) وجود دارند. دقت کنید که **نیترات با فرمول شیمیایی NO_3^-، در محلول این اسید وجود ندارد!**

۲ همان‌طور که گفتیم، در محلول این اسیدها با pH و در نتیجه $[H^+]$ یکسان، با توجه به مقایسه K_a اسیدها، غلظت مولی اسید در محلول $HCN(aq)$ بیشتر از محلول $HCOOH(aq)$ است.

۳

$$\text{نسبت} \frac{\text{تعداد اتم‌ها}}{\text{تعداد عنصرها}} \text{ در فرمول شیمیایی اسیدها} \rightarrow \begin{cases} (HCN) \text{ هیدروسیانیک اسید}: \frac{3}{3} = 1 \\ (HCOOH) \text{ فورمیک اسید}: \frac{5}{3} \\ (HNO_2) \text{ نیتروواسید}: \frac{4}{3} \end{cases}$$

فورمیک اسید بالاترین نسبت شمار اتم‌ها به شمار عنصرها را در میان این سه اسید دارد، در حالی‌که بیشترین ثابت یونش میان این سه اسید، متعلق به نیتروواسید است.

شیمی دوازدهم | ۱۵ آبان‌ماه ۱۴۰۴

۱. به ۲۰۰ میلی‌لیتر از محلول پتاس سوزآور با pH = ۱۳، مقداری آب اضافه می‌شود و محلولی با pH = ۱۲/۱۵ به دست می‌آید. حجم آب اضافه شده چند میلی‌لیتر بوده و غلظت محلول نهایی چند گرم بر لیتر خواهد بود؟ (حجم محلول نهایی را برابر با حجم محلول اولیه و آب اضافه شده در نظر بگیرید $(H=1, O=16, K=39: g.mol^{-1})$.)

۱) ۱۰۰۰، ۰/۷ ۲) ۱۰۰۰، ۰/۸ ۳) ۱۲۰۰، ۰/۷ ۴) ۱۲۰۰، ۰/۸

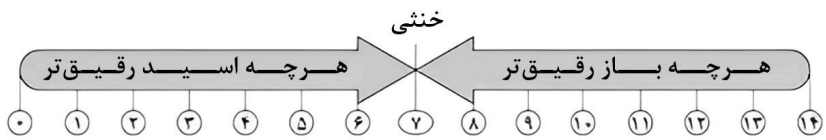
پاسخ: گزینه ۴ متوسط | محاسباتی

نکته هرگاه محلول یک اسید را با اضافه کردن آب رقیق کنیم، خاصیت اسیدی محلول و غلظت یون H^+ در آن کاهش یافته و pH محلول افزایش می‌یابد. به همین ترتیب هرچه محلول یک باز را رقیق کنیم، خاصیت بازی محلول و غلظت یون OH^- در آن کاهش یافته و pH محلول کم‌تر می‌شود.

با توجه به این‌که pH، یک مقیاس لگاریتمی است، برای محلول اسیدها و بازهای قوی می‌توان نوشت: (V_1؛ حجم اولیه و V_2؛ حجم نهایی محلول است.)

$$\text{اسیدها و بازهای قوی: } |\Delta pH| = \log(\text{چند مرتبه رقیق شدن}) = \log\frac{V_2}{V_1}$$

پس در این سری از مسائل به کمک رابطه‌ی بالا، میزان تغییر pH محلول اسیدها و بازهای قوی را به دست می‌آوریم و با توجه به مفهوم محلول اسیدی و بازی، کم یا زیاد شدن pH محلول را اعلام می‌کنیم.



با افزودن آب به ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول باز قوی پتاس سوزآور (KOH)، pH محلول از ۱۳ به ۱۲/۱۵ می‌رسد؛ حال اگر بخواهیم آب اضافه شده را محاسبه کنیم، خواهیم داشت:

$$\Delta pH = \log\frac{V_2}{V_1} \xrightarrow{\Delta pH = 13 - 12/15 = 0/85} 0/85 = \log\frac{V_2}{200} \rightarrow \frac{V_2}{200} = 10^{0/85} = 7 \rightarrow V_2 = 1400\,mL$$

$$\rightarrow \text{حجم آب اضافه شده} = V_2 - V_1 = 1400 - 200 = 1200\,mL$$

بنابراین حجم آب اضافه شده، برابر با ۱۲۰۰ میلی‌لیتر است.

حال با توجه به pH محلول نهایی، غلظت این محلول را بر حسب $g.L^{-1}$ به دست می‌آوریم:

$$pH = 12/15 \rightarrow [H^+] = 10^{-12/15} = 10^{0/85} \times 10^{-13} = 7 \times 10^{-13}\ mol.L^{-1} \xrightarrow{[H^+].[OH^-] = 10^{-14}} [OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H^+]} = \frac{10^{-14}}{7 \times 10^{-13}} = \frac{1}{7} \times 10^{-1}\ mol.L^{-1}$$

$$\xrightarrow{\text{باز قوی تک‌ظرفیتی}} [KOH] = [OH^-] = \frac{1}{7} \times 10^{-1}\ \frac{mol}{L} \times \frac{56\,g\,KOH}{1\,mol\,KOH} = 0/8\ g.L^{-1}$$

۲. سامانه‌ی تعادلی محلول اسید ضعیف HA در آب، شامل مولکول‌های یونیده نشده‌ی این اسید و یون‌های هیدرونیوم و A^- است. اگر ثابت یونش این اسید 4×10^{-2} باشد، pH محلول ۰/۲ مولار این اسید به تقریب کدام است؟ $(\sqrt{21} \simeq 4/5)$

۱) ۱/۶۵ ۲) ۱/۱۵ ۳) ۱/۹۵ ۴) ۲/۳۵

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

درسنامه

اگر درجه‌ی یونش اسید ضعیف HX برابر α و غلظت اولیه‌ی اسید برابر M باشد، اسید به اندازه‌ی $M\alpha$ یونیده شده و غلظت تعادلی آن برابر با $M-M\alpha$ خواهد بود؛ پس می‌توان نوشت:

	HX	$\rightleftharpoons$	H^+	+	X^-
غلظت اولیه:	M		0		0
تغییر غلظت:	$-M\alpha$		$+M\alpha$		$+M\alpha$
غلظت تعادلی:	$M-M\alpha$		$M\alpha$		$M\alpha$

$$K_a=\frac{[H^+][X^-]}{[HX]}=\frac{(M\alpha)(M\alpha)}{M-M\alpha}=\frac{M^2\alpha^2}{M(1-\alpha)}=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}\Rightarrow \boxed{K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}}\ ,\ \boxed{K_a=\frac{[H^+]^2}{M-[H^+]}}$$

حال اگر بخواهیم $[H^+]$ را بر حسب K_a و α به دست آوریم، خواهیم داشت:

$$K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}\xrightarrow{\alpha=\frac{[H^+]}{M}}K_a=\frac{M\times\frac{[H^+]^2}{M^2}}{1-\alpha}\Rightarrow K_a=\frac{[H^+]^2}{M(1-\alpha)}\Rightarrow \boxed{[H^+]=\sqrt{K_a.M(1-\alpha)}}$$

گام اول) معادله‌ی یونش اسید HA را می‌نویسیم:

$$HA(aq)\rightleftharpoons H^+(aq)+A^-(aq)\qquad K_a=0/04$$

گام دوم) با استفاده از مقدار ثابت یونش (K_a) و غلظت اولیه‌ی اسید (M)، غلظت یون هیدرونیوم (H^+) را در محلول حاصل محاسبه می‌کنیم:

$$K_a=\frac{[H^+]^2}{M-[H^+]}\xrightarrow{[H^+]=x}0/04=\frac{x^2}{0/2-x}\rightarrow x^2+0/04x-0/008=0$$

$$\rightarrow x=\frac{-0/04\pm\sqrt{(0/04)^2-4(-0/008)}}{2}\rightarrow x=\frac{-0/04\pm\sqrt{0/0336}}{2}=\frac{-0/04\pm\sqrt{21\times16\times10^{-4}}}{2}=\frac{-0/04\pm0/18}{2}$$

$$\rightarrow\begin{cases}x_1=0/07 & \checkmark\\ x_2=-0/11 & \times\end{cases}\Rightarrow [H^+]=0/07\,mol.L^{-1}$$

گام سوم) با استفاده از $[H^+]$، pH محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$pH=-\log[H^+]=-\log7\times10^{-2}=2-\log7=2-0/85=1/15$$

۳. وقتی جوش شیرین را با استیک اسید (سرکه) مخلوط می‌کنیم یک واکنش شیمیایی انجام می‌شود. فراورده‌ی گازی این واکنش کدام است؟

۱) بخار آب ۲) گاز اکسیژن ۳) گاز هیدروژن ۴) گاز کربن دی‌اکسید

پاسخ: گزینه ۴ ساده | حفظی

جوش شیرین (سدیم هیدروژن کربنات) با فرمول شیمیایی $NaHCO_3$، یک نمک است که خاصیت بازی دارد. در اثر واکنش این ماده با اسیدها، ابتدا کربنیک اسید (H_2CO_3) به دست می‌آید، اما این اسید ناپایدار است و به سرعت به $H_2O(l)$ و $CO_2(g)$ تجزیه می‌شود. به عنوان مثال معادله‌ی واکنش این ماده با استیک اسید (CH_3COOH) به صورت زیر است:

$$NaHCO_3(s)+CH_3COOH(aq)\rightarrow CH_3COONa(aq)+CO_2(g)+H_2O(l)$$

$\downarrow$ تولید گاز کربن دی‌اکسید

۴. کدام مطلب در ارتباط با اسید معده درست است؟

۱) همانند نیتریک اسید جزو اسیدهای قوی بوده اما در شرایط یکسان مقدار K_a آن در مقایسه با نیتریک اسید بزرگ‌تر است.

۲) معده برای گوارش غذا به اسید نیاز دارد و بر اثر خوردن غذا، غده‌های موجود در دیواره معده، اسید معده (کلریک اسید) ترشح می‌کنند.

۳) در بدن انسان بالغ، روزانه چند لیتر شیره معده تولید می‌شود که غلظت یون هیدرونیوم در آن حدود ۰/۳ مولار است.

۴) دیواره‌ی داخلی معده به‌طور طبیعی مقدار زیادی از یون‌های هیدرونیوم حاصل از اسید معده را جذب می‌کند.

پاسخ: گزینه ۱ ساده | حفظی

یاخته‌های دیواره‌ی معده با ورود مواد غذایی به آن، **هیدروکلریک اسید (HCl(aq))** ترشح می‌کنند که همان اسید معده است.

این اسید نوعی اسید قوی با K_a بسیار بزرگ است. بر اساس کتاب درسی، K_a اسیدهای قوی، عددی بسیار بزرگ (مانند HCl, HBr, HI, H_2SO_4) یا بزرگ (مانند HNO_3) است.

آفرود

اسیدهای قوی	K_a بسیار بزرگ ←	H_2SO_4, HCl, HBr, HI
	K_a بزرگ ←	HNO_3

بنابراین می‌توان گفت که در شرایط یکسان، مقدار K_a هیدروکلریک اسید $(HCl(aq))$ در مقایسه با نیتریک اسید (HNO_3) بزرگ‌تر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ خوردن غذا سبب می‌شود که غده‌ها و یاخته‌های موجود در دیواره‌ی معده، **هیدروکلریک اسید** (نه کلریک اسید!) ترشح کنند.

۳ در بدن انسان بالغ روزانه بین دو تا سه لیتر شیره‌ی معده تولید می‌شود که غلظت یون هیدرونیوم در آن حدود $0/03 mol.L^{-1}$ است. در واقع درون معده یک محیط بسیار اسیدی است و حتی می‌تواند فلز روی را در خود حل کند.

۴ دیواره‌ی داخلی معده به‌طور طبیعی مقدار **کمی** (نه مقدار زیادی!) از یون‌های هیدرونیوم را دوباره جذب می‌کند که این جذب سبب نابودی سلول‌های سازنده‌ی دیواره‌ی معده می‌شود.

۵. ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول استیک اسید با درجه‌ی یونش ۰/۰۲ با ۱۲۵ میلی‌لیتر محلول باریم هیدروکسید به طور کامل خنثی می‌شود. pH این دو محلول چند واحد با هم اختلاف داشته است؟ (K_a (استیک‌اسید) $= 2 \times 10^{-5}$)

۱) ۹/۹ ۲) ۱۰/۵ ۳) ۹/۶ ۴) ۱۰/۲

پاسخ: گزینه ۴ سخت | محاسباتی

استراتژی ابتدا با استفاده از ثابت یونش (K_a) و درجه‌ی یونش (α) استیک اسید، غلظت اولیه‌ی محلول (M) را محاسبه کنید، سپس با توجه به این‌که اسید و باز هم‌دیگر را به‌طور کامل خنثی کرده‌اند، غلظت مولی محلول باریم هیدروکسید را به دست آورید. در نهایت pH دو محلول را حساب کرده و تفاوت pH دو محلول را محاسبه کنید.

درسنامه

در مسائلی که در آن یک اسید و یک باز با هم واکنش داده و یک‌دیگر را به‌طور کامل خنثی می‌کنند، می‌توانیم از فرمول زیر استفاده کنیم:

$$n_a . M_a . V_a = n_b . M_b . V_b$$

حجم باز × غلظت باز × ظرفیت باز = حجم اسید × غلظت اسید × ظرفیت اسید

منظور از ظرفیت (n) در اسیدها، تعداد هیدروژن اسیدی و برای بازها، تعداد OH^- است. در ضمن برای آمونیاک که هر مولکول آن می‌تواند یک یون OH^- در آب تولید کند، n را برابر ۱ در نظر می‌گیریم.

n_b	باز	n_a	اسید
۱	$NH_3, NaOH, KOH$	۱	$RCOOH, HNO_3, HBr, HCl$
۲	$Ba(OH)_2, Ca(OH), Mg(OH)_2$	۲	H_2CO_3, H_2SO_4
۳	$Al(OH)_3$	۳	H_3PO_4

توجه: هرچند که در واکنش خنثی شدن اسید و باز، در واقع یون‌های H^+ و OH^- با یک‌دیگر واکنش می‌دهند، اما حواستان باشد که در هر دو روش حل مسائل خنثی شدن اسید و باز، باید از غلظت اولیه‌ی اسید و باز (M) استفاده کنیم و نه غلظت یون‌های H^+ و OH^-!

گام اول) با توجه به ثابت یونش (K_a) و درجه‌ی یونش (α) استیک اسید، غلظت اولیه‌ی محلول (M) را محاسبه می‌کنیم:

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \xrightarrow{\alpha<0/05} K_a = M\alpha^2 \rightarrow 2\times10^{-5} = (2\times10^{-2})^2 \times M \rightarrow M = 0/05\,mol.L^{-1}$$

گام دوم) با استفاده از رابطه‌ی بالا و با توجه به خنثی شدن کامل اسید و باز، غلظت مولی باریم هیدروکسید را به دست می‌آوریم:

$$\underbrace{n_a M_a V_a}_{CH_3COOH} = \underbrace{n_b M_b V_b}_{Ba(OH)_2} \rightarrow 1\times0/05\times400 = 2\times M_b \times125 \rightarrow M_b = \frac{0/05\times400}{2\times125} = 0/08\,mol.L^{-1}$$

گام سوم) pH هریک از محلول‌ها را محاسبه کرده و تفاوت pH دو محلول را به دست می‌آوریم:

محلول استیک اسید (CH_3COOH): $[H^+] = M\alpha = 0/05\times0/02 = 0/001 = 10^{-3}\,mol.L^{-1} \rightarrow pH = -\log[H^+] = -\log10^{-3} = 3$

محلول باریم هیدروکسید $(Ba(OH)_2)$: $[OH^-] = 2[Ba(OH)_2] = 0/16\,mol.L^{-1}$

$$\xrightarrow{[H^+].[OH^-]=10^{-14}} [H^+] = \frac{10^{-14}}{[OH^-]} = \frac{10^{-14}}{0/16} = \frac{1}{16}\times10^{-12}\,mol.L^{-1}$$

$$\rightarrow pH = -\log[H^+] = -\log\frac{1}{16}\times10^{-12} = 12 - \log2^{-4} = 12 + 4\log2 = 12 + 4(0/3) = 13/2$$

$\rightarrow$ تفاوت pH دو محلول $= 13/2 - 3 = 10/2$

کنکورچی‌میگه؟ **با افزودن ۱۰ میلی‌لیتر از محلول یک ترکیب با خاصیت اسیدی قوی (HA) به ۹۰ میلی‌لیتر آب مقطر، pH محلول به ۲ کاهش می‌یابد. برای خنثی شدن کامل هر لیتر از محلول غلیظ اولیه‌ی این ترکیب اسیدی، چند گرم NaOH(s) لازم است؟ $(Na=23, O=16, H=1: g.mol^{-1})$** (سراسری تجربی ۹۷)

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۱۰ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

حجم محلول اسید با افزودن آب، از ۱۰mL به ۱۰۰mL رسیده، یعنی ۱۰ برابر شده است؛ بنابراین pH آن به اندازه‌ی $\log10$ یعنی ۱ واحد افزایش یافته است. با توجه به این‌که pH محلول نهایی برابر ۲ است، pH محلول اولیه‌ی اسید برابر ۱ بوده است:

$$[HA] = [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1} = 0/1\,mol.L^{-1}$$

حالا از رابطه‌ی خنثی شدن استفاده می‌کنیم:

$$\underbrace{n_a M_a V_a}_{HA} = \underbrace{n_b \overbrace{M_b V_b}^{\text{مول باز}}}_{NaOH} \xrightarrow{\text{مول}=\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}}} 1\times0/1\times1 = 1\times\frac{x}{40} \Rightarrow x = 4\,g\,NaOH$$

۶. ۴۵ میلی‌لیتر محلول هیدروفلوئوریک اسید با $pH=۳/۴$ و درجه یونش ۰/۰۱ را به ۵ میلی‌لیتر محلول باریم هیدروکسید با $pH=۱۳/۸$ اضافه می‌کنیم. جرم رسوب به دست آمده چند میلی‌گرم است؟ $(F=۱۹, Ba=۱۳۷: g.mol^{-۱})$

$Ba(OH)_۲(aq)+HF(aq) \rightarrow BaF_۲(s)+H_۲O(l)$ (معادله موازنه شود.)

۱) ۴۴/۸ ۲) ۲۱۰ ۳) ۲۸۰ ۴) ۱۵۷/۵

پاسخ: گزینه ۴ سخت | محاسباتی

گام اول) معادله‌ی واکنش محلول باریم هیدروکسید ($Ba(OH)_۲$) با محلول هیدروفلوئوریک اسید (HF) را موازنه می‌کنیم:

$$Ba(OH)_۲(aq)+۲HF(aq) \rightarrow BaF_۲(s)+۲H_۲O(l)$$

گام دوم) با استفاده از اطلاعات داده شده، شمار مول‌های $Ba(OH)_۲$ و HF را حساب می‌کنیم:

محلول هیدروفلوئوریک اسید (HF): $pH=۳/۴ \rightarrow [H^+]=۱۰^{-pH}=۱۰^{-۳/۴}=۱۰^{۰/۶}\times۱۰^{-۴}=(۱۰^{۰/۳})^۲\times۱۰^{-۴}=۴\times۱۰^{-۴}\ mol.L^{-۱}$

$$\rightarrow [H^+]=M.\alpha \rightarrow ۴\times۱۰^{-۴}=M\times۰/۰۱ \rightarrow M=۰/۰۴ mol.L^{-۱}$$

$$\xrightarrow{\text{غلظت مولی}=\frac{\text{مول}}{\text{حجم (لیتر)}}} ۰/۰۴=\frac{mol_{HF}}{۴۵\times۱۰^{-۳}} \rightarrow mol_{HF}=۰/۰۴\times۴۵\times۱۰^{-۳}=۱/۸\times۱۰^{-۳}\ mol$$

محلول باریم هیدروکسید $(Ba(OH_۲))$: $pH=۱۳/۸$

$$\rightarrow [H^+]=۱۰^{-pH}=۱۰^{-۱۳/۸}=۱۰^{-۰/۸}\times۱۰^{-۱۳}=(۱۰^{-۰/۳}\times۱۰^{-۰/۵})\times۱۰^{-۱۳}=\frac{۱}{۶}\times۱۰^{-۱۳}\ mol.L^{-۱}$$

$$\xrightarrow{[H^+].[OH^-]=۱۰^{-۱۴}} [OH^-]=\frac{۱۰^{-۱۴}}{[H^+]}=\frac{۱۰^{-۱۴}}{\frac{۱}{۶}\times۱۰^{-۱۳}}=۰/۶ mol.L^{-۱}$$

$$\xrightarrow{\text{غلظت مولی}=\frac{\text{مول}}{\text{حجم (لیتر)}}} ۰/۳=\frac{mol_{Ba(OH)_۲}}{۵\times۱۰^{-۳}} \rightarrow mol_{Ba(OH)_۲}=۰/۳\times۵\times۱۰^{-۳}=۱/۵\times۱۰^{-۳}\ mol$$

گام سوم) با توجه به معادله‌ی موازنه شده‌ی واکنش، هر مول $Ba(OH)_۲$ با ۲ مول HF واکنش می‌دهد، بنابراین می‌توان گفت که شمار مول‌های HF کم‌تر است و این ماده به‌طور کامل در واکنش مصرف می‌شود. حال جرم رسوب $(BaF_۲(s))$ تولید شده را بر حسب HF محاسبه می‌کنیم:

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$۱/۸\times۱۰^{-۳}\ mol\,HF\times\frac{۱\,mol\,BaF_۲}{۲\,mol\,HF}\times\frac{۱۷۵\,g\,BaF_۲}{۱\,mol\,BaF_۲}\times\frac{۱۰۰۰\,mg}{۱\,g}=۱۵۷/۵\,mg\,BaF_۲$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{mol_{HF}}{\text{ضریب}}=\frac{g\,BaF_۲}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}} \rightarrow \frac{۱/۸\times۱۰^{-۳}}{۲}=\frac{x}{۱\times۱۷۵} \rightarrow x=۰/۱۵۷۵\,g\,BaF_۲\times\frac{۱۰۰۰\,mg}{۱\,g}=۱۵۷/۵\,mg\,BaF_۲$$

۷. در ارتباط با اسیدهای تک‌پروتون‌دار، کدام عبارت به یقین درست است؟

۱) اگر غلظت تعادلی مولکول‌های اسید A (قوی‌تر) و اسید B (ضعیف‌تر) با هم برابر باشد، با فرض حجم یکسان دو محلول، شمار گونه‌ها در محلول اسید A بیشتر است.

۲) اگر درجه‌ی یونش اسید Z بیشتر از اسید D باشد، رسانایی الکتریکی محلول Z بیشتر از محلول D است.

۳) اگر محلول دو اسید M و N با مقدار یکسانی فلز منیزیم به‌طور کامل واکنش دهند، pH دو محلول باهم برابر است.

۴) در دما و غلظت یکسان، اگر ثابت یونش اسید X بزرگ‌تر از ثابت یونش اسید Y باشد، حجم محلول سود موردنیاز برای خنثی کردن دو اسید باهم برابر است.

پاسخ: گزینه ۱ سخت | مفهومی

معادله ی یونش اسیدهای تک‌پروتون‌دار A (با فرمول کلی HA) و B (با فرمول کلی HB) به صورت زیر است:

	$HB \rightleftharpoons H^+ + B^-$		
غلظت اولیه :	M	۰	۰
تغییر غلظت :	$-M\alpha$	$+M\alpha$	$+M\alpha$
غلظت تعادلی :	$M-M\alpha$	$M\alpha$	$M\alpha$

	$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$		
غلظت اولیه :	M	۰	۰
تغییر غلظت :	$-M\alpha$	$+M\alpha$	$+M\alpha$
غلظت تعادلی :	$M-M\alpha$	$M\alpha$	$M\alpha$

بنابراین در محلول این دو اسید داریم:

$$\text{غلظت تعادلی اسید} = \text{غلظت اولیه‌ی اسید}(M) - [H^+] \xrightarrow[\text{غلظت تعادلی دو اسید برابر}]{[H^+]_A > [H^+]_B} M_A > M_B$$

$$\text{مجموع شمار گونه‌ها} = (M - M\alpha) + M\alpha + M\alpha = M + [H^+]$$

$$\xrightarrow[M_A > M_B]{[H^+]_A > [H^+]_B} \text{مجموع شمار گونه‌ها در محلول اسید A بیشتر از محلول اسید B است}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ دقت کنید که رسانایی الکتریکی محلول‌ها به مجموع غلظت یون‌ها در آن‌ها بستگی دارد که در اسیدهای تک‌پروتون‌دار برابر با $2M\alpha$ می‌باشد؛ در نتیجه رسانای الکتریکی محلول اسیدهای تک‌پروتون‌دار، علاوه بر درجه‌ی یونش (α)، به غلظت اولیه‌ی (M) محلول آن‌ها نیز وابسته است و صرفاً با داشتن α، نمی‌توان رسانایی الکتریکی محلول دو اسید را با هم مقایسه کرد.

تله‌تستی رسانایی الکتریکی به غلظت یون‌های موجود در محلول بستگی دارد. ممکن است غلظت محلول اسیدی که α آن بزرگ‌تر است، به قدری کم‌تر از محلول اسیدی با α کوچک‌تر باشد که باعث شود غلظت یون‌ها در محلول اسید قوی‌تر، کم‌تر شود. خلاصه این‌که فقط با مقایسه‌ی درجه‌ی یونش، نمی‌توان رسانایی الکتریکی محلول‌های اسیدی را با هم مقایسه کرد و باید غلظت محلول‌ها هم معلوم باشد.

۳ معادله‌ی واکنش فلز منیزیم با محلول اسیدهای تک‌پروتون‌دار را می‌توان به صورت $Mg + 2HA \rightarrow MgA_2 + H_2$ نشان داد. اگر مقدار منیزیم (Mg) مصرف شده در واکنش با محلول دو اسید تک‌پروتون‌دار M و N برابر باشد، می‌توان نتیجه گرفت که مول اولیه‌ی اسیدهای M و N حل شده در محلول آن‌ها یکسان است، اما دقت کنید که pH محلول دو اسید الزاماً با هم برابر نیست و pH محلول اسیدی علاوه‌بر مقدار مول اسید به K_a و حجم محلول نیز بستگی دارد. هرچه $[H]^+$ در محلول یک اسید بیشتر باشد، pH آن کوچک‌تر است.

۴ با توجه به این‌که هر دو اسید X و Y تک‌پروتون‌دار (تک‌ظرفیتی) هستند، حجم باز موردنیاز برای خنثی کردن هر محلول اسیدی، به غلظت اسید (M) و همچنین به حجم آن (V) بستگی د ارد. غلظت دو اسید X و Y یکسان است، اما چون حجم آن‌ها داده نشده است، نمی‌توان حجم محلول سود (NaOH) موردنیاز برای خنثی کردن آن‌ها را با هم مقایسه کنیم.

تست‌درتست **با توجه به معادله‌ی یونش و مقدار ثابت یونش اسیدهای HX و HY، کدام مطلب نادرست است؟**

$$HX(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + X^-(aq) \qquad K_a = ۱/۲ \times ۱۰^{-۲}$$

$$HY(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + Y^-(aq) \qquad K_a = ۷/۲ \times ۱۰^{-۴}$$

۱) در دما و غلظت یکسان، غلظت یون هیدرونیوم در محلول HX از غلظت این یون در محلول هیدروکلریک اسید کم‌تر است.

۲) در شرایط یکسان، اسید HY برخلاف اسید HX، قدرت اسیدی کم‌تری از کلرواتانوئیک اسید $(K_a = ۱/۳۵ \times ۱۰^{-۳})$ دارد.

۳) در شرایط یکسان، سرعت واکنش نوار منیزیم با محلول HY از سرعت واکنش این فلز با محلول نیتریک اسید، کم‌تر است.

۴) در محلول ۱ مولار از این دو اسید با حجم‌های برابر، شمار مولکول‌های HX یونیده نشده، بیشتر از مولکول‌های HY یونیده نشده است.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | محاسباتی

۱ هیدروکلریک اسید (HCl) یک اسید قوی است و به‌طور کامل در آب یونیده می‌شود (K_a آن بزرگ است)، در حالی‌که HX اسید ضعیفی است و K_a کوچک‌تری نسبت به HCl دارد؛ پس در شایط یکسان، HX نسبت به HCl کم‌تر یونیده می‌شود. به همین دلیل غلظت H^+ در محلول آن‌کم‌تر است.

۲ ثابت یونش HY از ثابت یونش کلرواتانوئیک اسید کم‌تر و ثاب یونش HX از ثابت یونش کلرواتانوئیک اسید بیشتر است.

$$K_a: HX > \text{کلرواتانوئیک اسید} > HY \Rightarrow \text{قدرت اسیدی}: HX > \text{کلرواتانوئیک اسید} > HY$$

۳ HNO_3 نسبت به HY اسید قوی‌تری است؛ بنابراین سرعت واکنش نوار منیزیم با محلول HNO_3 از سرعت واکنش این فلز با محلول HY بیشتر می‌باشد.

۴ HX قدرت اسیدی بیشتری نسبت به HY دارد؛ پس در غلظت یکسان، HX بیشتر یونیده می‌شود. در نتیجه در حجم یکسان شمار مولکول‌های HX یونیده نشده، کم‌تر از شمار مولکول‌های HY یونیده نشده است.

۸. یک مول از کدام ماده به عنوان داروی موثر در ضد اسیدها، مقدار بیشتری از اسید معده را خنثی می‌کند؟

۱) سدیم هیدروکسید ۲) جوش شیرین ۳) آلومینیم هیدروکسید ۴) منیزیم هیدروکسید

پاسخ: گزینه ۳ ساده | حفظی، مفهومی

بررسی همه‌ی گزینه‌ها:

۱ دقت کنید که **سدیم هیدروکسید ($NaOH$)، یک باز قوی است و به عنوان دارو قابل مصرف نیست**، اما از نظر استوکیومتری هر مول از آن می‌تواند یک مول اسید معده را خنثی کند.

۲ نام ترکیب $NaHCO_3$، سدیم هیدروژن کربنات یا همان جوش شیرین است. واکنش این ماده با اسید معده به صورت زیر است:

$$NaHCO_3(aq) + HCl(aq) \rightarrow NaCl(aq) + \underbrace{CO_2(g) + H_2O(l)}_{H_2CO_3}$$

همان‌طور که می‌بینید **یک مول جوش‌شیرین، یک مول اسید معده را خنثی می‌کند.**

۳ با توجه به معادله‌ی واکنش آلومینیم هیدروکسید ($Al(OH)_3$) با اسید معده، می‌توان گفت که **یک مول آلومینیم هیدروکسید، ۳ مول اسید معده را خنثی می‌کند:**

$$Al(OH)_3(s) + 3HCl(aq) \rightarrow AlCl_3(aq) + 3H_2O(l)$$

۴ با توجه به معادله‌ی واکنش منیزیم هیدروکسید ($Mg(OH)_2$) با اسید معده، می‌توان گفت که **یک مول منیزیم هیدروکسید، ۲ مول اسید معده را خنثی می‌کند:**

$$Mg(OH)_2(s) + 2HCl(aq) \rightarrow MgCl_2(aq) + 2H_2O(l)$$

بنابراین می‌توان گفت که یک مول آلومینیم هیدروکسید ($Al(OH)_3$) نسبت به سایر گزینه‌ها، می‌تواند مقدار بیشتری اسید معده را خنثی کند.

۹. جرم‌های برابر از لیتیم اکسید و کلسیم اکسید را در دو ظرف جداگانه در آب حل کرده و سپس حجم هر کدام از دو محلول را با اضافه کردن آب به ۱۰۰ میلی‌لیتر می‌رسانیم. اگر با افزودن دو محلول به یک‌دیگر، محلولی با $pH = 13/1$ به دست آید، جرم هر کدام از اکسیدهای فلزی چند گرم بوده است؟ (حجم محلول نهایی را برابر با مجموع حجم دو محلول درنظر بگیرید.)
$(Li = 7, O = 16, Ca = 40 : g.mol^{-1})$

۱) ۰/۲۴ ۲) ۰/۳۲ ۳) ۰/۳۸ ۴) ۰/۴۵

پاسخ: گزینه ۱ سخت | محاسباتی

گام اول) با توجه به pH محلول نهایی، غلظت یون هیدروکسید (OH^-) را در محلول نهایی حساب می‌کنیم:

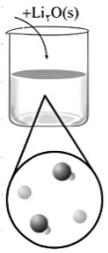
$$pH = 13/1 \rightarrow [H^+] = 10^{-13/1} = 10^{0/9} \times 10^{-14} = (10^{0/3})^3 \times 10^{-14} = 8 \times 10^{-14}\ mol.L^{-1}$$: محلول نهایی

$$\xrightarrow{[H^+].[OH^-]=10^{-14}} [OH^-]=\frac{10^{-14}}{[H^+]}=\frac{10^{-14}}{8\times10^{-14}}=\frac{1}{8}\,mol.L^{-1}$$

گام دوم) حجم هریک از محلول‌ها $100\,mL=0/1L$ است و چون محلول نهایی، در اثر افزودن دو محلول بازی حاصل از انحلال لیتیم اکسید (Li_2O) و کلسیم اکسید (CaO)، به یک‌دیگر به دست می‌آید، حجم محلول نهایی برابر با $100+100=200mL=0/2L$ خواهد بود. حال شمار مول‌های یون هیدروکسید (OH^-) را در محلول نهایی محاسبه می‌کنیم:

$$[OH^-]=\frac{\text{مول هیدروکسید}}{\text{حجم}}\rightarrow\frac{1}{8}=\frac{\text{مول هیدروکسید}}{0/2}\rightarrow\text{مول هیدروکسید}=\frac{1}{8}\times0/2=\frac{1}{40}=2/5\times10^{-2}\,mol\,OH^-$$

گام سوم) معادله‌ی انحلال لیتیم اکسید (Li_2O) و کلسیم اکسید (CaO) در آب را می‌نویسیم:



با حل شدن هر مول اکسید فلز قلیایی در آب، ۲ مول کاتیون آن فلز و ۲ مول یون هیدروکسید (در مجموع ۴ مول یون) حاصل می‌شود.

$$Li_2O(s)+H_2O(l)\rightarrow\underbrace{2Li^+(aq)+2OH^-(aq)}_{2LiOH(aq)}$$

$$1\,mol\,Li_2O\sim2\,mol\,OH^-$$

به طور کلی با حل شدن هر مول اکسید فلز قلیایی خاکی در آب، ۱ مول کاتیون آن فلز و ۲ مول یون هیدروکسید (در مجموع ۳ مول یون) حاصل می‌شود.



$$CaO(s)+H_2O(l)\rightarrow\underbrace{Ca^{2+}(aq)+2OH^-(aq)}_{Ca(OH)_2(aq)}$$

$$1\,mol\,CaO\sim2\,mol\,OH^-$$

بنابراین از انحلال یک مول از هر دو ترکیب Li_2O و CaO، دو مول یون OH^- حاصل می‌شود.

گام چهارم) اگر فرض کنیم x گرم از هر دو ترکیب Li_2O و CaO در محلول اولیه‌ی آن‌ها حل و در مجموع $2/5\times10^{-2}$ مول یون OH^- حاصل شده، مقدار x را حساب می‌کنیم:

$$\left.\begin{aligned}&x\,g\,Li_2O\times\frac{1\,mol\,Li_2O}{30\,g\,Li_2O}\times\frac{2\,mol\,OH^-}{1\,mol\,Li_2O}=\frac{x}{15}\,mol\,OH^-\\&x\,g\,CaO\times\frac{1\,mol\,CaO}{56\,g\,CaO}\times\frac{2\,mol\,OH^-}{1\,mol\,CaO}=\frac{x}{28}\,mol\,OH^-\end{aligned}\right\}\rightarrow\frac{x}{15}+\frac{x}{28}=2/5\times10^{-2}\rightarrow\frac{43x}{420}=2/5\times10^{-2}\rightarrow x\simeq0/24\,g$$

10. در دمای ثابت، مقداری آب خالص به ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۶ مولار اسید ضعیف HA اضافه کرده و pH آن به ۱/۴ می‌رسد. اگر همین مقدار آب خالص را به ۵۵ میلی‌لیتر محلول سدیم هیدروکسید با pH = ۱۲ اضافه کنیم، pH محلول سود به چه عددی می‌رسد؟ (درصد یونش اسید HA با غلظت ۰/۶ مولار را ۴۰ در نظر بگیرید.)

۱) ۹/۶۵ ۲) ۱۰/۱۵ ۳) ۱۰/۶۵ ۴) ۱۱/۱۵

پاسخ: گزینه ۳ سخت | محاسباتی

استراتژی با توجه به این‌که اسید HA، یک اسید ضعیف است، در نتیجه ابتدا باید مقدار عددی K_a این اسید را محاسبه کنید، زیرا K_a تنها به دما وابسته است و با رقیق کردن محلول اسید، ثابت باقی می‌ماند. سپس غلظت نهایی محلول را با توجه به $[H^+]$ در محلول نهایی و K_a اسید حساب کنید.

در نهایت حجم آب اضافه شده به محلول اسید را به دست آورید و حساب کنید که با افزودن این مقدار آب به محلول باز قوی $pH, NaOH$ نهایی محلول به چه عددی می‌رسد.

گام اول) ابتدا ثابت یونش (K_a) اسید ضعیف HA را محاسبه می‌کنیم.

$$K_a(HA)=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}=\frac{0/6\times 0/4^2}{1-0/4}=0/16$$

گام دوم) با توجه به این‌که با رقیق کردن محلول اسید K_a, HA آن ثابت می‌ماند، با استفاده از pH محلول نهایی، غلظت نهایی محلول اسید را (پس از رقیق شدن) به دست می‌آوریم:

$$[H^+]=10^{-pH}=10^{0/6}\times 10^{-2}=(10^{0/3})^2\times 10^{-2}=0/04\,mol.L^{-1}$$

$$K_a=\frac{[H^+]^2}{M-[H^+]}\rightarrow 0/16=\frac{(0/04)^2}{M-0/04}\rightarrow M-0/04=0/01\rightarrow M=0/05\,mol.L^{-1}$$

گام سوم) محلول غلیظ اولیه، با افزودن آب رقیق شده است؛ در نتیجه شمار مول‌های اسید حل شده در این فرایند ثابت مانده و می‌توان گفت که:

$$M_{غلیظ}V_{غلیظ}=M_{رقیق}V_{رقیق}\rightarrow 0/6\times 100=0/05\times V_{رقیق}\rightarrow V_{رقیق}=1200\,mL$$

در نهایت حجم آب اضافه شده را می‌توانیم به راحتی حساب کنیم:

$$V_{رقیق}=V_{غلیظ}+V_{آب}\rightarrow 1200=100+V_{آب}\rightarrow V_{آب}=1100\,mL$$

گام چهارم) محاسبه می‌کنیم که در اثر افزودن ۱۱۰۰ میلی‌لیتر آب به ۵۵ میلی‌لیتر محلول سدیم هیدروکسید (NaOH) با $pH=12$، pH نهایی محلول سود به چه عددی می‌رسد:

$$\Delta pH=\log\frac{V_2}{V_1}=\log\frac{55+1100}{55}=\log 21=\log 3+\log 7=0/5+0/85=1/35$$

بنابراین pH نهایی محلول باز برابر است با:

$$pH_{نهایی}=pH_{اولیه}-1/35=12-1/35=10/65$$

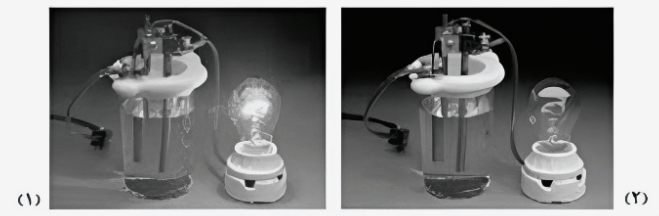
11. کدام مطالب در ارتباط با بازها درست است؟

آ) بازها موادی تلخ‌مزه با خاصیت خورندگی هستند که برای زدودن رسوب‌های چربی مقاوم مناسب هستند.

ب) در دمای اتاق، pH محلول مولار بازهای قوی برابر با ۱۴ است.

پ) ترتیب «روده‌ی کوچک > خون > دهان > معده» را می‌توان به pH آن‌ها نسبت داد که دو مورد از آن‌ها همواره بازی هستند.

ت) شکل‌های (۱) و (۲) را به ترتیب می‌توان به وضعیت رسانایی الکتریکی محلول‌های لوله‌بازکن و شیشه‌پاک‌کن نسبت داد.



۱) آ، ب ۲) پ، ت ۳) آ، پ ۴) ب، ت

پاسخ: گزینه ۲ ساده | حفظی، مفهومی

عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی همه‌ی عبارت‌ها:

آ) بازها نیز مانند اسیدها به دو دسته‌ی قوی و ضعیف تقسیم می‌شوند. سود سوزآور (NaOH) و پتاس سوزآور (KOH) از جمله بازهای قوی هستند و موادی خورنده به شمار می‌روند. از محلول این بازها می‌توان به عنوان لوله‌بازکن استفاده کرد. دقت کنید همان‌طور که گفتیم، همه‌ی بازها قوی نیستند و در نتیجه همه‌ی آن‌ها خورنده و فعال نیستند، زیرا **بازهایی مانند آمونیاک (NH_3) نیز وجود دارند که از جمله بازهای ضعیف محسوب شده و در نتیجه فاقد خاصیت خورندگی هستند.**

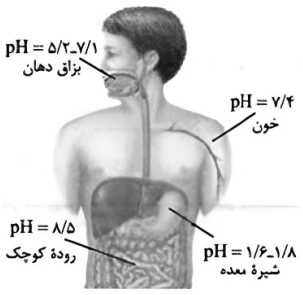
ب در صورتی‌که pH یک محلول بازی در دمای اتاق برابر ۱۴ باشد، داریم:

$$pH=۱۴\rightarrow[H^+]=۱۰^{-۱۴}\xrightarrow{[H^+].[OH^-]=۱۰^{-۱۴}}[OH^-]=\frac{۱۰^{-۱۴}}{[H^+]}=\frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۰^{-۱۴}}=۱mol.L^{-۱}$$

$$\rightarrow M.n.\alpha=۱\xrightarrow[\text{بازقوی:}\alpha=۱]{\text{محلول مولار:}M=۱mol.L^{-۱}}n=۱$$

بنابراین تنها در صورتی که باز قوی مورد نظر **تک‌ظرفیتی** باشد، pH محلول مولار آن برابر با ۱۴ است، در حالی‌که اگر باز مورد نظر ۲ ظرفیتی باشد، pH محلول مولار آن بیشتر از ۱۴ خواهد بود.

پ با توجه به شکل صفحه‌ی ۲۴ کتاب درسی، باید pH محلول‌های زیر را بلد باشید:



سامانه	خون	محیط معده	محیط روده	بزاق
pH	۷/۴	۱/۶–۱/۸	۸/۵	۵/۲–۷/۱
خاصیت	بازی	اسیدی	بازی	بیشتر مواقع اسیدی
رنگ کاغذ pH	آبی	قرمز	آبی	بیشتر مواقع قرمز

با توجه به شکل و جدول بالا، مقایسه‌ی pH این ۴ محیط به صورت زیر است که در میان آن‌ها، «روده‌ی کوچک» و «خون» بازی هستند:

اسید معده<بزاق<خون<روده‌ی کوچک:مقایسه‌ی pH

ت در شکل (۱)، لامپ روشن و در شکل (۲)، لامپ نیمه‌روشن است؛ بنابراین محلول‌های موجود در شکل‌های (۱) و (۲)، به ترتیب حاوی الکترولیت‌های قوی و ضعیف هستند.

گفتیم که سود سوزآور (NaOH) و پتاس سوزآور (KOH) از جمله بازهای قوی (جزو الکترولیت‌های قوی) هستند، به طوری‌که خاصیت خورندگی دارند و از محلول آن‌ها می‌توان به عنوان لوله‌بازکن استفاده کرد، در حالی‌که آمونیاک ($NH_۳$)، از جمله بازهای ضعیف (جزو الکترولیت‌های ضعیف) است و از محلول آن به عنوان شیشه‌پاک‌کن استفاده می‌شود، در نتیجه شکل‌های (۱) و (۲) را به ترتیب می‌توان به وضعیت رسانایی الکتریکی محلول‌های لوله‌بازکن و شیشه‌پاک‌کن نسبت داد.

12. در اثر انحلال کامل a مول از اسید HA و b مول از باز BOH در دو ظرف جداگانه با حجم‌های برابر از حلال، به ترتیب محلول‌هایی با pH = ۵/۵ و pH = ۱۰/۲ در دمای اتاق ایجاد می‌شود. اگر ثابت یونش اسید ضعیف HA و باز ضعیف BOH با هم برابر باشد، حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۱) ۲۱۴×۱۰^{-۶} ۲) ۳۲۴×۱۰^{-۶} ۳) ۲۱۴×۱۰^{-۵} ۴) ۳۲۴×۱۰^{-۵}

پاسخ: گزینه ۲ سخت | محاسباتی

ابتدا غلظت یون‌های H^+ و OH^- را در هریک از محلول‌ها محاسبه می‌کنیم:

$$\text{اسید HA}\begin{cases}pH=۵/۵\rightarrow[H^+]=۱۰^{-۵/۵}=۱۰^{-۶}\times۱۰^{۰/۵}=۳\times۱۰^{-۶}\ mol.L^{-۱}\\[OH^-]=\frac{۱۰^{-۱۴}}{[H^+]}=\frac{۱}{۳}\times۱۰^{-۸}\ mol.L^{-۱}\end{cases}$$

$$\text{باز BOH}\begin{cases}pH=۱۰/۲\rightarrow[H^+]=۱۰^{-۱۰/۲}=۱۰^{-۱۱}\times۱۰^{۰/۸}=۶\times۱۰^{-۱۱}\ mol.L^{-۱}\\[OH^-]=\frac{۱۰^{-۱۴}}{۶\times۱۰^{-۱۱}}=\frac{۱}{۶}\times۱۰^{-۳}\ mol.L^{-۱}\end{cases}$$

$$K_a(A)=K_b(B) \Rightarrow \frac{[H^+]_A^2}{M_A}=\frac{[OH^-]_B^2}{M_B} \rightarrow \underbrace{\frac{M_A}{M_B}}_{\frac{a}{b}}=\left(\frac{[H^+]_A}{[OH^-]_B}\right)^2=\left(\frac{۳\times۱۰^{-۶}}{\frac{۱}{۶}\times۱۰^{-۳}}\right)^2=۳۲۴\times۱۰^{-۶}$$

13. ۳۰۰ میلی‌لیتر محلول باریم هیدروکسید با $pH=۱۱/۵$ را به ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول نیتریک اسید با غلظت ۳×۱۰^{-۴} مولار اضافه می‌کنیم. پس از انجام واکنش، محلول باقی‌مانده با چند گرم از چربی ذخیره شده در کوهان شتر ($C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶$) به‌طور کامل مصرف می‌شود؟ ($H=۱, C=۱۲, O=۱۶ : g.mol^{-۱}$, $\log ۳ \simeq ۰/۵$)

۱) ۰/۱۰ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۰/۵۰ ۴) ۰/۷۵

پاسخ: گزینه ۲ سخت | محاسباتی

استراتژی ابتدا شمار مول یون‌های هیدروکسید (OH^-) و هیدرونیوم (H^+) را به ترتیب در محلول‌های بازی و اسیدی اولیه محاسبه و با هم مقایسه کنید. با توجه به بیشتر بودن شمار مول‌های یون OH^-، محلول حاصل همچنان خاصیت بازی دارد. پس معادله‌ی واکنش محلول باریم هیدروکسید ($Ba(OH)_۲$) با چربی ذخیره شده در کوهان شتر ($C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶$) را نوشته و با توجه به شمار مول‌های یون OH^- در محلول، محاسبه کنید این محلول با چند گرم از چربی موردنظر به‌طور کامل واکنش می‌دهد.

گام اول) شمار مول‌های یون هیدروکسید (OH^-) را در محلول بازی باریم هیدروکسید ($Ba(OH)_۲$) اولیه و شمار مول‌های یون هیدرونیوم (H^+) را در محلول اسیدی نیتریک اسید ($HNO_۳$) اولیه محاسبه می‌کنیم:

$$\text{محلول باریم هیدروکسید } (Ba(OH)_۲)\begin{cases} pH=۱۱/۵ \rightarrow [H^+]=۱۰^{-pH}=۱۰^{-۱۱/۵} \\ \xrightarrow{[H^+].[OH^-]=۱۰^{-۱۴}} [OH^-]=\frac{۱۰^{-۱۴}}{[H^+]}=\frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۰^{-۱۱/۵}}=۱۰^{-۲/۵}=۱۰^{۰/۵}\times۱۰^{-۳}=۳\times۱۰^{-۳}\ mol.L^{-۱} \\ \xrightarrow{\text{غلظت}=\frac{\text{مول}}{\text{حجم (لیتر)}}} ۳\times۱۰^{-۳}=\frac{mol_{OH^-}}{۳۰۰mL\times\frac{۱L}{۱۰۰۰m}} \rightarrow mol_{OH^-}=۹\times۱۰^{-۴}\ mol \end{cases}$$

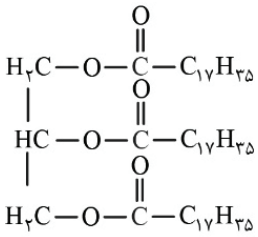
$$\text{محلول نیتریک اسید } (HNO_۳)\begin{cases} [HNO_۳]=[H^+]=۳\times۱۰^{-۴}\ mol.L^{-۱} \\ \xrightarrow{\text{غلظت}=\frac{\text{مول}}{\text{حجم (لیتر)}}} ۳\times۱۰^{-۴}=\frac{mol_{H^+}}{۲۰۰mL\times\frac{۱L}{۱۰۰۰mL}} \rightarrow mol_{H^+}=۶\times۱۰^{-۵}\ mol \end{cases}$$

گام دوم) با توجه به محاسبات بالا می‌توان دریافت که تمام نیتریک اسید اولیه مصرف و محلول به دست آمده، خاصیت بازی داشته و شمار مول‌های یون OH^- در آن برابر است با:

$$mol_{OH^-}\text{(باقی‌مانده)}=(۹\times۱۰^{-۴})-(۶\times۱۰^{-۵})=۸/۴\times۱۰^{-۴}\ mol$$

گام سوم) معادله‌ی واکنش محلول باریم هیدروکسید ($Ba(OH)_۲$) با چربی ذخیره شده در کوهان شتر ($C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶$) را نوشته و محاسبه می‌کنیم که با توجه به شمار مول‌های یون OH^- موجود در محلول نهایی، این محلول با چند گرم از چربی موردنظر به‌طور کامل واکنش می‌دهد:

$$۳Ba(OH)_۲ + ۲C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶ \rightarrow ۲C_۳H_۵(OH)_۳ + ۳Ba(C_{۱۷}H_{۳۵}COO)_۲$$



$$mol_{Ba(OH)_۲} = \frac{mol_{OH^-}}{۲} = \frac{۸/۴\times۱۰^{-۴}}{۲} = ۴/۲\times۱۰^{-۴}\ mol$$

$$\frac{mol\,Ba(OH)_۲}{\text{ضریب}} = \frac{g\,C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}} \rightarrow \frac{۴/۲\times۱۰^{-۴}}{۳} = \frac{x}{۲\times۸۹۰} \rightarrow x \simeq ۰/۲۵g\,C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶$$

14. کدام گزینه درست است؟ $(H=۱, O=۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) در محلول هیدروفلوئوریک اسید، غلظت تعادلی یون فلوئورید، بزرگ‌تر از جذر حاصل «ثابت یونش اسید ضرب‌در غلظت مولی اولیه‌ی اسید» است.

۲) در محلول فورمیک اسید، سرعت تولید یون فورمات برابر با سرعت تولید اسید است.

۳) خاکی که گل ادریسی در آن به رنگ سرخ شکوفا می‌شود، همانند عصاره‌ی گوجه‌فرنگی و آب سیب، دارای pH کوچک‌تر از ۷ است.

۴) اگر در دمای اتاق، درصد جرمی یون هیدرونیوم در یک محلول بازی، ۰/۱ درصد جرمی یون هیدروکسید باشد، pH تقریبی این محلول، بزرگ‌تر از pH محلول شیشه‌پاک‌کن است.

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | مفهومی

تله‌تستی سرعت واکنش (واکنش $\overline{R}$) حاصل تقسیم سرعت مصرف یا تولید یک ماده، بر ضریب استوکیومتری آن ماده است، از این‌رو اگرچه در هنگام تعادل، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت با یک‌دیگر برابر است، ولی نمی‌توان گفت که سرعت مصرف یا تولید هریک از واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها نیز با یک‌دیگر برابر است؛ زیرا سرعت مصرف یا تولید مواد شرکت‌کننده در واکنش به ضرایب استوکیومتری آن‌ها بستگی دارد به طوری‌که که هرچه ضریب استوکیومتری برای یک ماده بزرگ‌تر باشد، در لحظه‌ی تعادل، سرعت مصرف یا تولید شدن آن نیز بیشتر است. برای نمونه در واکنش $N_۲(g)+۳H_۲(g) \rightleftharpoons ۲NH_۳(g)$ در لحظه‌ی تعادل خواهیم داشت:

مقایسه‌ی سرعت مصرف یا تولید مواد: $\overline{R}(H_۲) > \overline{R}(NH_۳) > \overline{R}(N_۲)$ مقایسه‌ی سرعت واکنش: $\overline{R}_{\text{رفت}} = \overline{R}_{\text{برگشت}}$

محلول فورمیک اسید $(HCOOH)$ یک سامانه‌ی تعادلی به صورت مقابل است: $HCOOH \rightleftharpoons H^+ + HCOO^-$

در سامانه‌های تعادلی، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت با هم برابر است و چون ضرایب همه‌ی مواد در سامانه تعادلی حاوی محلول فورمیک اسید یکسان است؛ در نتیجه می‌توان گفت که سرعت تولید و مصرف همه‌ی آن‌ها نیز با هم برابر می‌باشد:

مقایسه‌ی سرعت مصرف یا تولید مواد: $\overline{R}(HCOOH) = \overline{R}(HCOO^-) = \overline{R}(H^+)$ مقایسه‌ی سرعت واکنش: $\overline{R}_{\text{رفت}} = \overline{R}_{\text{برگشت}}$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در محلول هیدروفلوئوریک اسید، اگر بخواهیم $[H^+]$ و $[F^-]$ را بر حسب K_a و α محاسبه کنیم، خواهیم داشت:

$$K_a = \frac{M\alpha^۲}{۱-\alpha} \xrightarrow{\alpha=\frac{[H^+]}{M}} K_a = \frac{M\times\frac{[H^+]^۲}{M^۲}}{۱-\alpha} \Rightarrow K_a = \frac{[H^+]^۲}{M(۱-\alpha)} \Rightarrow [H^+] = \sqrt{K_a.M(۱-\alpha)}$$

$$\xrightarrow{[F^-]=[H^+]} [F^-] = [H^+] = \sqrt{K_a.M(۱-\alpha)}$$

حال با توجه به این‌که $0<\alpha<1$ است، داریم:

$$[F^-]=\sqrt{K_a.\underbrace{M(1-\alpha)}_{\text{عددی بین صفر و یک}}}<\sqrt{K_a.M}$$

۳ عصاره‌ی گوجه‌فرنگی و آب سیب، محلول‌هایی **اسیدی** و دارای $pH<7$ هستند، اما دقت کنید که گل ادریسی در خاک‌های **بازی** به رنگ سرخ شکوفا می‌شود، نه اسیدی!

آفرود رنگ گل ادریسی در خاک‌های اسیدی و بازی برعکس رنگ کاغذ pH در محیط‌های اسیدی و بازی می‌باشد.

رنگ کاغذ pH ←	در محیط‌های اسیدی: سرخ در محیط‌های بازی: آبی

رنگ گل ادریسی ←	در خاک‌های اسیدی: آبی در خاک‌های بازی: سرخ

۴

$$\frac{\text{درصد جرمی یون هیدرونیوم}(H_3O^+)}{\text{درصد جرمی یون هیدروکسید}(OH^-)}=\frac{[H_3O^+]\times19}{[OH^-]\times17}=\frac{[H_3O^+]\times19}{\frac{10^{-14}}{[H_3O^+]}\times17}=0/1\rightarrow[H_3O^+]^2=\frac{17}{19}\times10^{-15}\simeq9\times10^{-16}$$

$$\rightarrow[H_3O^+]=\sqrt{9\times10^{-16}}=3\times10^{-8}\,mol.L^{-1}\rightarrow pH=-\log[H_3O^+]=-\log3\times10^{-8}=8-\log3=7/5$$

با توجه به محاسبات فوق، محلول موردنظر، یک محلول تقریباً خنثی با $pH=7/5$ است و pH آن از محلول شیشه‌پاک‌کن (محلول بازی آمونیاک (NH_3)) با $pH=10/7$ **کوچک‌تر** است.

15. مقداری اسید HB را در ۹۰۰ میلی‌لیتر آب حل می‌کنیم و در نتیجه شمار ذره‌های باردار حاصل از یونش اسید به $3/6\times10^{-5}$ مول می‌رسد. اگر درجهٔ یونش اسید برابر ۰/۰۳ باشد، ثابت یونش اسید کدام است؟ (از تغییر حجم در اثر افزودن اسید، چشم‌پوشی کنید.)

۱) $3/6\times10^{-5}$ ۲) $3/6\times10^{-6}$ ۳) 6×10^{-7} ۴) 6×10^{-6}

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | محاسباتی

استراتژی ابتدا با استفاده از شمار مول‌های ذره‌های باردار حاصل از یونش، تعداد مول‌های یون H^+ را حساب کنید و با توجه به حجم محلول، $[H^+]$ را در محلول این اسید به دست آورید. سپس با توجه به درجه‌ی یونش (α) اسید، غلظت اولیه‌ی (M) آن را محاسبه کنید. در نهایت ثابت یونش (K_a) اسید را به دست آورید.

گام اول) در اثر یونش هر مول اسید تک‌پروتون‌دار HB، یک مول یون H^+ و یک مول یون B^- (در مجموع دو مول یون) حاصل می‌شود؛ بنابراین با استفاده از شمار مول‌های ذره‌های باردار (یون‌های) حاصل از یونش اسید و همچنین حجم محلول، $[H^+]$ را در محلول حاصل حساب می‌کنیم:

$$HB\rightleftharpoons H^+ + B^-$$

$$mol_{H^+}=\frac{3/6\times10^{-5}}{2}=1/8\times10^{-5}\xrightarrow{\text{غلظت مولی}=\frac{\text{مول}}{\text{حجم (لیتر)}}}[H^+]=\frac{1/8\times10^{-5}}{900\,mL\times\frac{1}{1000\,mL}}=\frac{1/8\times10^{-5}}{0/9}=2\times10^{-5}\,mol.L^{-1}$$

گام دوم) با توجه به درجه‌ی یونش (α) اسید HB و همچنین $[H^+]$ در محلول این اسید، غلظت اولیه‌ی اسید (M) را محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+]=M\alpha\rightarrow M=\frac{[H^+]}{\alpha}=\frac{2\times10^{-5}}{0/03}=\frac{2}{3}\times10^{-3}\,mol.L^{-1}$$

گام سوم) ثابت یونش اسید (K_a) را محاسبه می‌کنیم:

روش اول:

$$K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}\xrightarrow{\alpha<0/05}K_a=M\alpha^2=\frac{2}{3}\times10^{-3}\times(0/03)^2=6\times10^{-7}$$

روش دوم:

$$K_a=\frac{[H^+]^2}{M-[H^+]}\xrightarrow{\alpha<0/05}K_a=\frac{[H^+]^2}{M}=\frac{(2\times10^{-5})^2}{\frac{2}{3}\times10^{-3}}=6\times10^{-7}$$

شیمی دوازدهم | ۲۹ آبان‌ماه ۱۴۰۴

1. عنصر A دارای ۱۴ الکترون در لایه‌ی سوم اتم خود و عنصر B نیز دارای ۷ الکترون در لایه‌ی دوم اتم خود است. اگر این دو اتم با یک‌دیگر واکنش دهند، امکان تولید ..... وجود دارد و عنصر کاهنده در این واکنش، ..... است.

۱) $A-AB_2$ ۲) $A-AB$ ۳) $B-AB_2$ ۴) $B-AB$

پاسخ: گزینه ۱ ساده | مفهومی

نخست باید عنصرهای داده شده را شناسایی کنیم:

عنصر A: با توجه به آرایش الکترونی اتم عنصر A که به صورت زیر است، A همان عنصر آهن ($_{26}Fe$) می‌باشد:

$$A: 1s^2/2s^2\,2p^6/\underbrace{3s^2\,3p^6\,3d^6}_{14\text{الکترون}}/4s^2 \Rightarrow \text{عنصر آهن}(_{26}Fe)$$

عنصر B: این عنصر همان عنصر فلوئور ($_9F$) است که در لایه‌ی دوم اتم خود ۷ الکترون داشته و در گروه ۱۷ جدول دوره‌ای جای دارد:

$$B: 1s^2/\underbrace{2s^2\,2p^5}_{7\text{الکترون}} \Rightarrow \text{عنصر فلوئور}(_9F)$$

عنصر آهن دارای دو یون پایدار Fe^{2+} و Fe^{3+} می‌باشد، همچنین عنصر فلوئور نیز دارای یون پایدار F^- است؛ بنابراین این دو عنصر در واکنش با یک‌دیگر می‌توانند دو نوع ترکیب یونی FeF_2 و FeF_3 را تولید کنند که در هر دو ترکیب، چون عنصر آهن (عنصر A) الکترون از دست می‌دهد، عنصر کاهنده خواهد بود.

2. کدام گزینه درباره‌ی سوختن منیزیم نادرست است؟

۱) نور خیره‌کننده‌ای تولید می‌کند و در گذشته به عنوان منبع نور برای عکاسی از آن استفاده می‌شد.

۲) فراورده‌ی واکنش یک ترکیب یونی است که در آن کاتیون و آنیون، هردو به آرایش الکترونی یک گاز نجیب رسیده‌اند.

۳) یک واکنش اکسایش – کاهش است که در آن فلز منیزیم، نقش کاهنده را دارد.

۴) معادله‌ی نیم‌واکنش کاهش آن را می‌توان به صورت $O_2(g)+4e^- \rightarrow 2O^{2-}(g)$ نوشت.

پاسخ: گزینه ۴ ساده | حفظی، مفهومی

بررسی گزینه‌ها:

۱ در گذشته، از نور خیره‌کننده‌ی حاصل از سوختن منیزیم، به عنوان منبع نور برای عکاسی استفاده می‌شد.

۲ معادله‌ی واکنش سوختن منیزیم به صورت $2Mg(s)+O_2(g) \rightarrow 2MgO(s)$ است. MgO از یون‌های $_{12}Mg^{2+}$ و $_8O^{2-}$ تشکیل شده است و هر دو یون به آرایش الکترونی **گاز نجیب نئون ($_{10}Ne$) رسیده‌اند.**

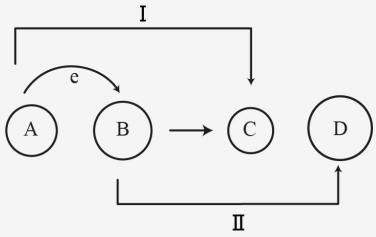
۳ در واکنش موردنظر، منیزیم، نقش کاهنده و اکسیژن، نقش اکسنده را به عهده دارند.

۴ معادله‌ی کلی واکنش انجام شده و معادله‌ی نیم‌واکنش‌های موردنظر به صورت زیر است:

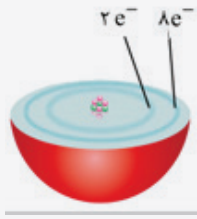
$$\overset{\text{کاهنده}}{2Mg} + \overset{\text{اکسنده}}{O_2} \xrightarrow{4e^-} 2MgO \Rightarrow \begin{matrix} \text{نیم‌واکنش اکسایش: } Mg(s) \rightarrow Mg^{2+}(s)+2e^- \\ \text{نیم‌واکنش کاهش: } O_2(g)+4e^- \rightarrow 2O^{2-}(s) \end{matrix}$$

حواستان باشد که حالت فیزیکی O^{2-} باید جامد باشد.

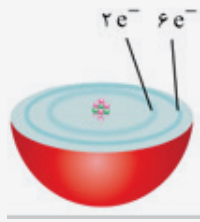
3. با توجه به الگوی (الف) و شکل‌های (ب) و (پ)، کدام مورد درست است؟



(الف)



(ب)



(پ)

۱) A و B، به ترتیب کاهنده و اکسنده این واکنش اکسایش – کاهش هستند و در معادله‌ی نیم‌واکنش II، نماد الکترون کنار B قرار می‌گیرد.

۲) ضریب الکترون در نیم‌واکنش‌های I و II، پس از موازنه، با هم برابر است.

۳) اگر ساختار کاتیون C به به شکل (ب) باشد، در لایه‌ی ظرفیت اتم A، به یقین دو الکترون با عددهای کوانتومی یکسان دیده می‌شود.

۴) اگر ساختار اتم B به شکل (پ) باشد، A می‌تواند اتم هر فلز اصلی یا واسطه جدول تناوبی در نظر گرفته شود.

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | حفظی، مفهومی

فرایند (I)، از دست دادن الکترون توسط A را نشان می‌دهد؛ بنابراین نشان‌دهنده‌ی فرایند اکسایش است، در حالی‌که فرایند (II)، کاهش B (الکترون گرفتن B) را نشان می‌دهد:

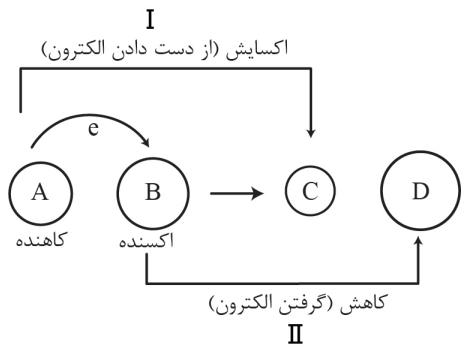
$$\underset{\text{کاهنده}}{A}\text{اکسایش}: A \rightarrow C + xe^- \qquad \underset{\text{اکسنده}}{B}\text{کاهش}: B + ye^- \rightarrow D$$

نکته

گونه‌ای که الکترون از دست می‌دهد. ← یعنی ← خودش اکسایش می‌یابد یا اکسید می‌شود. ← پس ← گونه‌ی دیگر را کاهش می‌دهد یا می‌کاهد. ← پس ← کاهنده (الکترون‌دهنده) است

گونه‌ای که الکترون می‌گیرد. ← یعنی ← خودش کاهش می‌یابد یا کاهیده می‌شود. ← پس ← گونه‌ی دیگر را اکسایش می‌دهد یا اکسید می‌کند. ← پس ← اکسنده (الکترون‌گیرنده) است

بدین‌ترتیب می‌توان گفت که A و B در این واکنش اکسایش – کاهش، به‌ترتیب نقش کاهنده و اکسنده را دارند، همچنین در معادله‌ی نیم‌واکنش کاهش (نیم‌واکنش (II))، نماد الکترون کنار B قرار می‌گیرد.



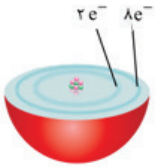
بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ لزوماً در نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش، شمار الکترون‌ها پس از موازنه یکسان نیست. به عنوان مثال، نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش را در واکنش کلی « $4Na(s) + O_2(g) \rightarrow 2Na_2O(s)$ » در نظر بگیرید:

$$\text{نیم‌واکنش اکسایش}: Na(s) \rightarrow Na^+(s) + e^-$$

$$\text{نیم‌واکنش کاهش}: O_2(g) + 4e^- \rightarrow 2O^{2-}(s)$$

۳ شکل (ب) مربوط به گاز نجیب نئون ($_{10}Ne$) است:



$\rightarrow {}_{10}Ne: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6$

بنابراین اتم A می‌تواند سدیم (Na_{11})، منیزیم (Mg_{12}) و آلومینیم (Al_{13}) باشد، در حالی‌که عبارت مطرح شده در مورد اتم Na درست نیست، زیرا تنها یک الکترون ظرفیتی دارد:

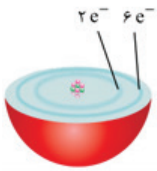
${}_{11}Na: [{}_{10}Ne]\ \underline{3s^1}$ ← یک الکترون با $l=0$

${}_{12}Mg: [{}_{10}Ne]\ \underline{3s^2}$ ← دو الکترون با $l=0$

${}_{13}Al: [{}_{10}Ne]\ \underline{3s^2}\ \overline{3p^1}$ ← یک الکترون با $l=1$

← دو الکترون با $l=0$

۴ شکل (پ) مربوط به اکسیژن (O_8) است:



$\rightarrow {}_{8}O: 1s^2\ 2s^2\ 2p^4$

اکسیژن نافلزی فعال است که با اغلب فلزها واکنش می‌دهد و آن‌ها را به اکسید فلز تبدیل می‌کند، اما حواستان باشد که اکسیژن با برخی فلزها مانند طلا و پلاتین که هر دو آن‌های جزو فلزهای واسطه هستند، واکنش نمی‌دهد؛ بنابراین A لزوماً نمی‌تواند هر فلز اصلی یا واسطه‌ی جدول تناوبی باشد.

4. کدام موارد از عبارت‌های زیر در مورد الکتروشیمی و کاربردهای آن نادرست است؟

آ) در برخی از پدیده‌های طبیعی مثل آذرخش، پرکاربردترین شکل انرژی میان واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌های فرایندی هدفمند جاری می‌شود.

ب) باتری مولدی است که در آن واکنش‌های شیمیایی رخ می‌دهد تا تمام انرژی شیمیایی مواد موجود در آن به انرژی الکتریکی تبدیل شود.

پ) بهره‌گیری از انرژی ذخیره شده در فلزها، با ساخت نمونه‌ای از یک باتری لیمویی شامل لیمو و دو تیغه‌ی یکسان مثلاً از جنس مس امکان‌پذیر است.

ت) چراغ خورشیدی از لامپ LED، سلول خورشیدی و باتری قابل شارژ تشکیل شده است.

۱) آ، ب ۲) آ، ب، پ ۳) پ، ت ۴) ب، پ، ت

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | حفظی

عبارت‌های (آ)، (ب) و (پ) نادرست هستند.

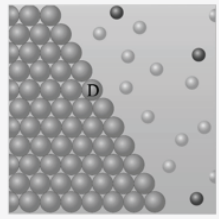
بررسی عبارت‌های نادرست:

آ حواستان باشد که در پدیده‌های طبیعی همچون تندر و آذرخش، انرژی به شکل انرژی الکتریکی (به عنوان پرکاربردترین شکل انرژی در زندگی روزانه)، میان **سامانه‌ی واکنش و محیط پیرامون** جاری می‌شود.

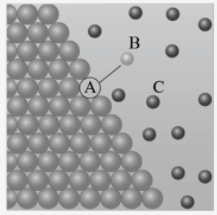
ب باتری مولدی است که در آن واکنش‌های شیمیایی با سفر الکترون رخ می‌دهد تا بخشی از انرژی شیمیایی مواد به انرژی الکتریکی تبدیل شود.

پ **هر دو تیغه نباید از یک جنس باشند**، زیرا نمی‌توانند منجر به مبادله‌ی الکترون و تولید انرژی الکتریکی شوند. با فرو بردن یک تیغه‌ی مسی و **تیغه‌ای از جنس دیگر** مانند روی در لیمو، می‌توان باتری لیمویی ساخت.

5. با توجه به شکل‌های مقابل که واکنش میان تیغه‌ای از یک فلز با محلول نمک فلز دیگری را با گذشت زمان نشان می‌دهد، کدام مورد درست است؟



شکل ۲



شکل ۱

۱) میان گونه‌های نشان داده شده، B و D به ترتیب قوی‌ترین اکسنده و کاهنده محسوب می‌شوند.

۲) اگر جرم مولی فلز D از جرم مولی فلز A بیشتر باشد، با گذشت زمان و فرض بازدهی کامل، جرم تیغه افزایش می‌یابد.

۳) اگر بدانیم یون نقره از هر دو کاتیون موجود، اکسنده‌تر باشد، انتقال محتویات سامانه در شکل (۲) به ظرفی از جنس نقره، منجر به تغییر دما نخواهد شد.

۴) با تغییر آنیون‌های ترکیب یونی حاوی C، شمار الکترون‌های مبادله شده در واکنش کلی ممکن است تغییر کند.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | حفظی

درسنامه

در واکنش‌های اکسایش - کاهش که به‌طور طبیعی انجام می‌شوند، کاهنده‌ی قوی‌تر و اکسنده‌ی قوی‌تر باهم واکنش داده و به ترتیب اکسنده‌ی ضعیف‌تر و کاهنده‌ی ضعیف‌تر، تشکیل می‌شوند.

اکسایش

کاهنده‌ی قوی‌تر + اکسنده‌ی قوی‌تر → اکسنده‌ی ضعیف‌تر + کاهنده‌ی ضعیف‌تر

کاهش

از این نکته می‌توانیم برای مقایسه‌ی قدرت اکسندگی و کاهندگی گونه‌ها در واکنش‌هایی که معادله‌ی آن‌ها داده شده است، استفاده کنیم. در این موارد باید به صورت زیر عمل کنیم:

گام اول) گونه‌های اکسنده و کاهنده را در سمت چپ معادله مشخص می‌کنیم. گونه‌ای که الکترون از دست داده (بار الکتریکی آن، مثبت‌تر شده)، کاهنده و گونه‌ای که الکترون گرفته (بار الکتریکی آن منفی‌تر شده)، اکسنده است. گونه‌های حاصل از کاهنده و اکسنده‌ی سمت چپ معادله را به ترتیب به عنوان گونه‌های اکسنده و کاهنده سمت راست معادله در نظر می‌گیریم (یعنی به صورت برعکس!). مثلاً اگر در سمت چپ معادله، Zn کاهنده است، Zn^{2+} را به عنوان گونه‌ی اکسنده‌ی سمت راست معادله، در نظر می‌گیریم.

گام دوم) باتوجه به نکته‌ی بالا، اگر واکنش در جهت رفت به‌طور طبیعی انجام شده باشد (خودبه‌خودی باشد)، می‌گوییم کاهنده‌ی سمت چپ از سمت راست و همچنین اکسنده‌ی سمت چپ از سمت راست، قوی‌تر است. حواستان باشه که در واکنش‌های خودبه‌خودی، قوی‌ترها، هر دو در سمت چپ معادله قرار دارند.

مثال: واکنش بین فلز روی با محلول مس (II) سولفات به‌طور طبیعی انجام می‌شود؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\underset{\text{کاهنده‌ی قوی‌تر}}{Zn} + \underset{\text{اکسنده‌ی قوی‌تر}}{Cu^{2+}} \rightarrow \underset{\text{اکسنده‌ی ضعیف‌تر}}{Zn^{2+}} + \underset{\text{کاهنده‌ی ضعیف‌تر}}{Cu} \Rightarrow \begin{matrix} \text{قدرت کاهندگی: } Zn > Cu \\ \text{قدرت اکسندگی: } Cu^{2+} > Zn^{2+} \end{matrix}$$

مثال: با توجه به واکنش خودبه‌خودی زیر می‌توان نوشت:

اکسایش

$$\underset{\text{کاهنده‌ی قوی‌تر}}{2Cr^{2+}} + \underset{\text{اکسنده‌ی قوی‌تر}}{Sn^{2+}} \rightarrow \underset{\text{اکسنده‌ی ضعیف‌تر}}{2Cr^{3+}} + \underset{\text{کاهنده‌ی ضعیف‌تر}}{Sn} \Rightarrow \begin{matrix} \text{قدرت کاهندگی: } Cr^{2+} > Sn \\ \text{قدرت اکسندگی: } Sn^{2+} > Cr^{3+} \end{matrix}$$

کاهش

اگر یون نقره (Ag^+) از هر دو گونه‌ی B و C اکسنده‌تر باشد، می‌توان نتیجه گرفت که ترتیب قدرت کاهندگی فلزهای A، D و Ag به صورت زیر است:

مقایسه قدرت کاهندگی: $A > D > Ag$

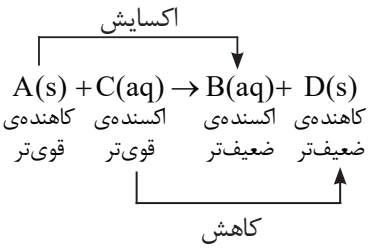
آفرود **مقایسه‌ی قدرت اکسندگی کاتیون‌های دو فلز، برعکس مقایسه‌ی قدرت کاهندگی خود فلزها است.** به عبارت دیگر، هر چه فلزی قدرت کاهندگی بیشتری داشته باشد، کاتیون آن، تمایل کم‌تری برای گرفتن الکترون دارد:

قدرت کاهندگی: $A > B \Leftrightarrow$ قدرت اکسندگی: $A^{n+} < B^{m+}$

با توجه به این‌که قدرت کاهندگی فلز Ag، پایین‌تر از فلزهای A و D است؛ پس می‌توان گفت که با انتقال محتویات سامانه در شکل (۲) (و حتی شکل (۱)) به ظرفی از جنس فلز Ag، واکنش انجام نشده و در نتیجه دما نیز تغییر نخواهد کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ معادله‌ی کلی واکنش انجام شده به صورت مقابل است:



در نتیجه اتم A، قوی‌ترین کاهنده و کاتیون C، قوی‌ترین اکسنده در این شکل است.

۲ دقت کنید تا زمانی که ضرایب استوکیومتری $A(s)$ و $D(s)$ در معادله‌ی واکنش مشخص نباشد، نمی توانیم در مورد تغییر جرم تیغه اظهارنظر کنیم. با فرض این‌که بازده واکنش ۱۰۰٪ باشد، به ازای ضرایب در معادله‌ی موازنه شده‌ی این واکنش، تغییر جرم تیغه برابر است با:

تغییر جرم تیغه = (جرم مولی D × ضریب استوکیومتری D) − (جرم مولی A × ضریب استوکیومتری A)

۴ در این واکنش، آنیون‌های نمک محلول در آب نقش یون ناظر را دارند و در واکنش اکسایش - کاهش شرکت نمی‌کنند؛ پس تغییر آن‌ها در معادله‌ی نیم‌واکنش‌ها و در نتیجه شمار الکترون‌های مبادله شده در واکنش، تأثیری ندارد.

6. در ارتباط با واکنش‌های اکسایش - کاهش، کدام عبارت از نظر درستی یا نادرستی با سایر عبارت‌ها متفاوت است؟

۱) این نوع از واکنش‌های شیمیایی همواره با حضور عنصر یا عنصرهای آزاد و سفر الکترون‌ها میان دو نوع گونه شناخته می‌شوند.

۲) در یک واکنش اکسایش – کاهش، دو نیم‌واکنش که برای انجام به هم وابسته‌اند، به‌طور هم‌زمان رخ می‌دهند.

۳) در واکنش اکسایش – کاهش میان فلزهای A و B، هرچه بار الکتریکی کاتیون‌های دو فلز بزرگ‌تر باشد، سرعت واکنش و مقدار گرمای آزاد شده بیشتر است.

۴) این نوع واکنش‌ها درون باتری‌ها انجام می‌شود اما بخشی از انرژی الکتریکی قابل تبدیل به انرژی شیمیایی نیست.

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | حفظی، مفهومی

در یک واکنش اکسایش – کاهش، فرایندهای از دست دادن و گرفتن الکترون **به‌طور هم‌زمان** رخ می‌دهند. شیمی‌دان‌ها هریک از این فرایندها را با یک نیم‌واکنش نشان می‌دهند. به نیم واکنشی که از دست دادن الکترون را نشان می‌دهد، **«نیم‌واکنش اکسایش»** و به نیم‌واکنشی که گرفتن الکترون را نشان می‌دهد، **«نیم‌واکنش کاهش»** می‌گویند. در نیم‌واکنش اکسایش، الکترون در سمت راست معادله و در نیم‌واکنش کاهش، الکترون در سمت چپ معادله قرار دارد.

گزینهٔ (۲) برخلاف سایر گزینه‌ها درست است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ اگر در یک طرف معادله‌ی واکنشی، یک عنصر به حالت آزاد وجود داشته باشد، می‌توانید به راحتی بگویید که آن واکنش از نوع اکسایش – کاهش است، اما این گفته به این معنی نیست که اگر در واکنشی عنصر آزاد وجود نداشته باشد، آن واکنش نمی‌تواند از نوع اکسایش – کاهش باشد.

در مثال‌های زیر، با این که در معادله‌ی واکنش‌ها، عنصر آزاد وجود ندارد، اما این واکنش‌ها از نوع اکسایش – کاهش هستند.

(۱)مثال: $K_۲SO_۳ + H_۲O_۲ \rightarrow K_۲SO_۴ + H_۲O$

(۲)مثال: $۳NO_۲(g) + H_۲O(g) \rightarrow ۲HNO_۳(g) + NO(g)$

۳ دقت کنید که در واکنش اکسایش – کاهش موردنظر، سرعت واکنش و میزان گرمای آزاد شده، به تفاوت قدرت کاهندگی دو فلز بستگی دارد؛ نه بار آن‌ها!

۴ در باتری‌ها و سلول‌های سوختی، با انجام واکنش‌های شیمیایی، الکتریسیته یا انرژی تولید می‌شود. در واقع، **باتری**، مولدی است که در آن بر اثر انجام واکنش‌های شیمیایی، **بخشی از انرژی شیمیایی مواد به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.**

7. تیغه‌ای از جنس فلز آلومینیم به جرم ۱۰۸ گرم را در محلولی از مس (II) سولفات به حجم ۳ لیتر و غلظت ۱/۵ مولار قرار می‌دهیم. به ازای هر سه اتم فلز تولید شده، دو اتم کف ظرف و اتم دیگر بر روی تیغه رسوب می‌کند. در لحظه‌ای که جرم تیغه به ۱۲۰/۵ گرم رسیده است، چه تعداد الکترون میان گونه‌ها مبادله شده است؟ (از تغییر حجم محلول صرف‌نظر کنید، $Al = ۲۷, Cu = ۶۴ : g.mol^{-۱}$)

۱) $۴/۵۱۵ \times ۱۰^{۲۴}$ ۲) $۴/۵۱۵ \times ۱۰^{۲۳}$ ۳) $۲/۷۰۹ \times ۱۰^{۲۴}$ ۴) $۲/۷۰۹ \times ۱۰^{۲۳}$

پاسخ: گزینه ۱ سخت | محاسباتی

استراتژی معادله‌ی واکنش $Al(s)$ با محلول $CuSO_۴(aq)$ را نوشته و موازنه کنید، سپس شمار الکترون‌های مبادله شده در واکنش بر اساس معادله‌ی موازنه شده آن را محاسبه کنید. در مرحله‌ی بعدی، تغییر جرم تیغه را بر اساس معادله‌ی واکنش و با توجه به این‌که $\frac{۱}{۳}$ اتم‌های فلز مس تولیدی بر روی تیغه رسوب می‌کنند، حساب کنید. در نهایت با استفاده از تغییر جرم ۱۲/۵ گرمی تیغه در این واکنش، شمار الکترون‌های مبادله شده در آن و همچنین تغییر غلظت محلول $CuSO_۴(aq)$ در طی واکنش را محاسبه کنید و با توجه به غلظت اولیه‌ی محلول $CuSO_۴(aq)$، غلظت نهایی آن را در پایان واکنش، به دست آورید.

گام اول) معادله‌ی واکنش فلز آلومینیم $(Al(s))$ با محلول مس (II) سولفات $(CuSO_۴(aq))$ را نوشته و موازنه می‌کنیم:

$$۲Al(s) + ۳CuSO_۴(aq) \rightarrow Al_۲(SO_۴)_۳(aq) + ۳Cu(s)$$

گام دوم) شمار الکترون‌های مبادله شده در واکنش بر اساس معادله‌ی موازنه شده‌ی آن را محاسبه می‌کنیم:

آفرود برای محاسبه‌ی شمار الکترون‌های مبادله شده در یک واکنش اکسایش – کاهش می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

تغییر بار الکتریکی اکسنده × ضریب اکسنده × شمار اتم‌های کاهش یافته در اکسنده = تعداد الکترون مبادله شده بر اساس معادله‌ی موازنه شده

تغییر بار الکتریکی کاهنده × ضریب کاهنده × شمار اتم‌های اکسایش یافته در کاهنده =

تعداد الکترون‌های مبادله شده در این واکنش، بر اساس معادله‌ی موازنه شده آن برابر است با:

$$\text{بر اساس کاهنده}(Al) = \underset{\text{تغییر بار الکتریکی}}{۳} \times \underset{\text{ضریب Al}}{۲} \times \underset{\text{شمار اتم‌ها در Al}}{۱} = ۶e^-$$

$$\text{بر اساس اکسنده}(Cu^{۲+}) = \underset{\text{تغییر بار الکتریکی}}{۲} \times \underset{\text{ضریب } Cu^{۲+}}{۳} \times \underset{\text{شمار اتم‌ها در } Cu^{۲+}}{۱} = ۶e^-$$

گام سوم) شمار الکترون‌های مبادله شده در واکنش را با توجه به تغییر جرم تیغه محاسبه می‌کنیم:

روش اول:

$$\text{تغییر جرم تیغه به ازای ضرایب واکنش} = [۳\,mol\,Cu \times \frac{۶۴\,g\,Cu}{۱\,mol\,Cu} \times \frac{۱}{۳}] - [۲\,mol\,Al \times \frac{۲۷\,g\,Al}{۱\,mol\,Al}] = ۱۰\,g \text{ افزایش جرم تیغه}$$

جرم اولیه‌ی تیغه‌ی آلومینیم، ۱۰۸ گرم و جرم نهایی آن ۱۲۰/۵ گرم است؛ بنابراین به جرم این تیغه، ۱۲۰/۵−۱۰۸=۱۲/۵ گرم افزوده شده است. این تغییر جرم ناشی از اختلاف جرم فلز مس (Cu) رسوب کرده بر روی تیغه، با جرم مصرفی فلز آلومینیم (Al) است؛ بنابراین داریم:

$$۱۲/۵\,g \text{ افزایش جرم تیغه} \times \frac{۶\,mol\,e^-}{۱۰\,g \text{ افزایش جرم تیغه}} \times \frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\,e^-}{۱\,mol\,e^-} = ۴/۵۱۵\times۱۰^{۲۴}\,e^-$$

روش دوم: در مسائل مربوط به تغییر جرم تیغه، می‌توانیم از کسر تناسب به شکل زیر استفاده کنیم:

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{تعداد}}{\text{عدد آووگادرو}\times\text{ضریب}} = \ldots = \frac{\text{تغییر جرم تیغه}}{(\text{جرم مولی فلز تیغه}\times\text{ضریب}) - (\frac{\text{درصد چسبیدن}}{۱۰۰}\times\text{جرم مولی فلز تولید شده}\times\text{ضریب})}$$

بنابراین با توجه به تغییر جرم ۱۲/۵ گرمی تیغه در این واکنش و همچنین با توجه به این‌که $\frac{۱}{۳}$ اتم‌های فلز مس تولیدی بر روی تیغه رسوب می‌کند، داریم:

$$\frac{mole^-}{\text{ضریب}} = \frac{\text{تغییر جرم تیغه}}{(\text{Cu ضریب}\times\text{Cu جرم مولی}\times\frac{۱}{۳}) - (\text{Al ضریب}\times\text{Al جرم مولی})} \rightarrow \frac{x}{۶} = \frac{۱۲/۵}{(۳\times۶۴\times\frac{۱}{۳}) - (۲\times۲۷)}$$

$$\rightarrow \frac{x}{۶} = \frac{۱۲/۵}{۱۰} \rightarrow x = ۷/۵\,mole^- \times \frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\,e^-}{۱\,mole^-} = ۴/۵۱۵\times۱۰^{۲۴}\,e^-$$

8. با توجه به نیم‌واکنش‌های مقابل، کدام مورد نادرست است؟ ($m<n$)

I) $X^{n+}(g) \rightarrow X^{m+}(g)$

II) $Y^{n-}(g) \rightarrow Y^{m-}(g)$

۱) برای موازنه‌ی بار الکتریکی در نیم‌واکنش (I)، باید تعدادی الکترون در سمت واکنش‌دهنده قرار داد.

۲) گونه‌ی X^{n+}، اکسنده و گونه‌ی Y^{n-}، کاهنده محسوب می‌شود.

۳) نیم‌واکنش (I)، می‌تواند تبدیل یون آهن در FeO به یون آهن در $Fe_۲O_۳$ باشد.

۴) X می‌تواند عنصری از دسته‌ی d جدول تناوبی باشد.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | مفهومی

نکته ویژگی‌های گونه کاهنده و اکسنده:

از دست دادن الکترون ← اکسایش یافتن ← کاهنده بودن

به دست آوردن الکترون ← کاهش یافتن ← اکسنده بودن

اکسنده	کاهنده
الکترون می‌گیرد	الکترون از دست می‌دهد
کاهش می‌یابد	اکسید می‌شود
گونه دیگر را اکسید می‌کند	گونه دیگر را کاهش می‌دهد

اگر بار الکتریکی یک گونه افزایش یابد، آن گونه اکسایش یافته و اگر بار الکتریکی یک گونه کم‌تر شود، آن گونه کاهش یافته است. با توجه به مقایسه‌ی داده شده در مورد اعداد m و n، نیم‌واکنش (I)، نیم‌واکنش کاهش و نیم‌واکنش دیگر، نیم‌واکنش اکسایش می‌باشد. در مورد واکنش (II) حواستان باشد که با اعداد منفی سروکار داریم؛ به عنوان مثال اگر $n=۲$ و $m=۱$ باشد، بار الکترون از ۲− به ۱− افزایش می‌یابد؛ بنابراین به همین دلیل است که گفتیم، نیم‌واکنش (II)، اکسایش را نشان می‌دهد.

یون آهن در FeO، Fe^{2+} و در Fe_2O_3، Fe^{3+} است. تبدیل Fe^{2+} به Fe^{3+} اکسایش است، در حالی که گفتیم که نیم‌واکنش (I)، مربوط به کاهش یون X^{n+} است.

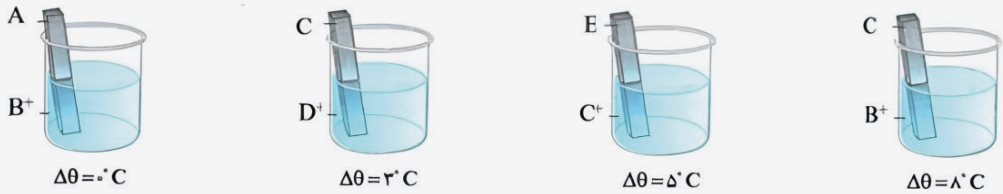
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در نیم‌واکنش کاهش، الکترون‌ها سمت واکنش‌دهنده‌ها قرار می‌گیرند.

۲ گفتیم که در نیم‌واکنش (I)، X^{n+} کاهش یافته و در نتیجه اکسنده است. همچنین در نیم‌واکنش (II)، Y^{n-} اکسایش یافته و در نتیجه کاهنده محسوب می‌شود.

۴ برخی از فلزهای واسطه، کاتیون‌هایی با بارهای الکتریکی متفاوت دارند؛ بنابراین نیم‌واکنش (I)، می‌تواند مربوط به کاهش Fe^{3+} به Fe^{2+} یا Cu^{2+} به Cu^{+} و ... باشد.

9. اگر تصاویر زیر نشان‌دهنده‌ی تغییر دما در ۴ آزمایش مختلف باشد، کدام مقایسه در ارتباط با تمایل اتم این فلزها برای از دست دادن الکترون، درست است؟ (نماد شیمیایی فلزها فرضی است.)



۱) $A<D<B<C$ ۲) $A<E<D<C$ ۳) $A<B<C<E$ ۴) $D<B<C<E$

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | مفهومی

با توجه به این‌که در واکنش میان فلز A و محلول حاوی کاتیون‌های B^+، تغییر دما نداریم، می‌توان نتیجه گرفت که این واکنش انجام‌ناپذیر بوده و تمایل فلز A برای از دست دادن الکترون و در واقع واکنش‌پذیری فلز A، کم‌تر از فلز B می‌باشد. همچنین با توجه به این‌که فلز C توانسته با محلول‌های حاوی کاتیون‌های D^+ و B^+ واکنش دهد (با توجه به این‌که هر سه ظرف تغییر دما داده‌اند که نشانه‌ی انجام واکنش شیمیایی است)، می‌توان نتیجه گرفت که تمایل فلز C برای از دست دادن الکترون و در واقع واکنش‌پذیری فلز C، بیشتر از فلزهای B و D می‌باشد.

در نهایت با توجه به انجام‌پذیر بودن واکنش میان فلز E با محلول حاوی کاتیون‌های C^+، می‌توان گفت که تمایل فلز E برای از دست دادن الکترون و در واقع واکنش‌پذیری فلز E، بیشتر از فلز C می‌باشد.

پس فلز A کم‌ترین و فلز E بیشترین واکنش‌پذیری و تمایل به از دست دادن الکترون را در میان فلزهای داده شده دارند. به علاوه این‌که تغییر دما در واکنش میان فلز C با محلول‌های حاوی کاتیون‌های B^+، بیشتر از واکنش میان فلز C با محلول‌های حاوی کاتیون‌های D^+ می‌باشد، بنابراین شدت واکنش فلز C با محلول‌های حاوی کاتیون‌های B^+ بیشتر بوده و در واقع قدرت کاهندگی فلز D نسبت به فلز B، به فلز C نزدیک‌تر می‌باشد و بدین‌ترتیب می‌توان گفت که واکنش‌پذیری فلز D و در واقع تمایل فلز D برای از دست دادن الکترون، بیشتر از فلز B می‌باشد.

بنابراین مقایسه‌ی تمایل این فلزها برای از دست دادن الکترون به صورت مقابل است: $A<B<D<C<E$

کنکورچی‌میگه؟ با توجه به واکنش‌های زیر که به‌طور خودبه‌خودی در جهت رفت پیش می‌روند، کدام ترتیب قدرت اکسندگی کاتیون‌ها درست است؟ (سراسری تجربی داخل ۹۱)

$$Sn^{4+}(aq)+H_2(g)\rightarrow Sn^{2+}(aq)+2H^+(aq)$$

$$2H^+(aq)+Sn(s)\rightarrow H_2(g)+Sn^{2+}(aq)$$

$$2Fe^{3+}(aq)+Sn^{2+}(aq)\rightarrow 2Fe^{2+}(aq)+Sn^{4+}(aq)$$

۱) $Fe^{3+}<Sn^{2+}<H^+<Sn^{4+}$ ۲) $Fe^{3+}>Sn^{2+}>H^+>Sn^{4+}$

۳) $Fe^{3+}<Sn^{4+}<H^+<Sn^{2+}$ ۴) $Fe^{3+}>Sn^{4+}>H^+>Sn^{2+}$

پاسخ: گزینه ۴ ساده | مفهومی

با توجه به واکنش‌های انجام شده خواهیم داشت:

$Sn^{4+}(aq)+H_2(g)\rightarrow Sn^{2+}(aq)+2H^+(aq) \Rightarrow$ (کاهش یافتن) قدرت اکسندگی: $Sn^{4+} > H^+$

$2H^+(aq)+Sn(s)\rightarrow H_2(g)+Sn^{2+}(aq) \Rightarrow$ (کاهش یافتن) قدرت اکسندگی: $H^+ > Sn^{2+}$

$2Fe^{3+}(aq)+Sn^{2+}(aq)\rightarrow 2Fe^{2+}(aq)+Sn^{4+}(aq) \Rightarrow$ (کاهش یافتن) قدرت اکسندگی: $Fe^{3+} > Sn^{4+}$

قدرت اکسندگی: $Fe^{3+} > Sn^{4+} > H^+ > Sn^{2+}$

10. کدام مطالب زیر درست است؟

آ) تولید انرژی الکتریکی به کمک الکتروشیمی، با جنبه‌های اقتصادی و زیست‌محیطی توسعه‌ی پایدار سازگار است.

ب) اگر در باتری لیمویی، به جای آبلیمو از محلول یک مولکول قطبی مانند استون استفاده کنیم، تغییری در کارکرد باتری ایجاد نمی‌شود.

پ) در بین عنصرهایی که عدد اتمی آن‌ها با شماره گروه آن‌ها در جدول تناوبی برابر است، فقط یک عنصر وجود دارد که اغلب به عنوان کاهنده شناخته می‌شود.

ت) در اثر انجام واکنش میان فلزهای دوره‌ی چهارم جدول تناوبی با گاز اکسیژن، تفاوت شعاع اتم‌های اکسنده و کاهنده کاهش می‌یابد.

۱) آ، ت ۲) ب، پ ۳) آ، پ، ت ۴) آ، ب، پ

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | حفظی، مفهومی

عبارت‌های (آ)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی همه‌ی عبارت‌ها:

آ) تولید انرژی الکتریکی پاک و ارزان، دستاوردی از دانش الکتروشیمی است که در سایه‌ی فناوری‌های پیشرفته، افزایش سطح رفاه و آسایش را در جهان به دنبال داشته است. الکتروشیمی افزون بر تهیه‌ی مواد جدید به کمک انرژی الکتریکی، می‌تواند در راستای **پیاده کردن اصول شیمی سبز (و در نتیجه جنبه‌های اقتصادی و زیست‌محیطی توسعه‌ی پایدار)** گام برداشته و با آن سازگار باشد.

ب) استون ($CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-CH_3$)، یک ماده‌ی **غیرالکترولیت** است؛ در نتیجه به صورت **کاملاً مولکولی** در آب حل شده و **یونی تولید نمی‌کند.** چنین محلولی **نمی‌تواند** به عنوان محلول در یک باتری مورد استفاده قرار گیرد.

پ) در جدول تناوبی در ۷ عنصر با عددهای اتمی ۱ و ۱۳ تا ۱۸، عدد اتمی با شماره‌ی گروه آن‌ها برابر است:

آرگون($_{18}Ar$)، کلر($_{17}Cl$)، گوگرد($_{16}S$)، فسفر($_{15}P$)، سیلیسیم($_{14}Si$)، آلومینیم($_{13}Al$)، هیدروژن($_1H$)

($_{18}Ar$)، ($_{17}Cl$)، ($_{16}S$)، ($_{15}P$): نافلز

($_{14}Si$): شبه‌فلز

($_{13}Al$): فلز

($_1H$): نافلز

ت) در واکنش میان فلزهای دوره‌ی چهارم جدول تناوبی با گاز اکسیژن، اتم فلز، الکترون از دست داده، اکسایش یافته و نقش کاهنده را دارد، همچنین اکسیژن، الکترون گرفته، کاهش یافته و نقش اکسنده را دارد. شعاع **اتم فلز با از دست دادن الکترون و تبدیل شدن به کاتیون، کاهش یافته و شعاع اتم اکسیژن با گرفتن الکترون و تبدیل شدن به آنیون (O^{2-})، افزایش می‌یابد.** از آن‌جا که شعاع اتمی فلزهای دوره‌ی چهارم بیشتر از شعاع اتمی اکسیژن است؛ در نتیجه می‌توان گفت که در اثر انجام واکنش میان آن‌ها، تفاوت شعاع اتم‌های اکسنده و کاهنده **کاهش** می‌یابد. اگر نماد شیمیایی فلز موردنظر از دوره‌ی چهارم را A در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

در اثر انجام واکنش میان آن‌ها، تفاوت شعاع اتم‌های اکسنده و کاهنده کاهش می‌یابد. $\rightarrow$ مقایسه‌ی شعاع: $A > \underbrace{\cdots\cdots}_{A^{n+},O^{2-}} > O$

تفاوت شعاع اتمی A و O

تفاوت شعاع یونی A^{n+},O^{2-}

شیمی دوازدهم | ۱۳ آذرماه ۱۴۰۴

1. کدام عبارت در ارتباط با پاک‌کننده‌های غیرصابونی نادرست است؟ ($C=12, O=16, S=32 : g.mol^{-1}$)

۱) در ساختار این پاک‌کننده‌ها، ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

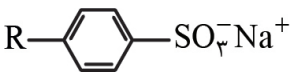
۲) این پاک‌کننده‌ها از بنزن و مواد پتروشیمی دیگر، طی واکنش‌های پیچیده تولید می‌شوند.

۳) در ساختار این پاک‌کننده‌ها، دست‌کم ۲ اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.

۴) تفاوت جرم بخش آب‌دوست این پاک‌کننده‌ها با بخش آب‌دوست صابون جامد برابر با ۳۶ گرم بر مول است.

پاسخ: گزینه ۱ ساده | حفظی، مفهومی

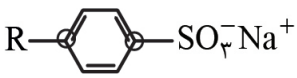
فرمول همگانی پاک‌کننده‌های غیرصابونی به صورت زیر است. در ساختار آن‌ها هر اتم اکسیژن، ۳ جفت الکترون ناپیوندی دارد، بنابراین هر واحد آن در مجموع دارای $3 \times 3 = 9$ جفت الکترون ناپیوندی است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ پاک‌کننده‌های غیرصابونی از بنزن و دیگر مواد اولیه صنایع پتروشیمی تولید می‌شوند. در واقع این پاک‌کننده‌ها از مواد پتروشیمیایی طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شوند.

۳ دو اتم کربن مشخص شده در ساختار پاک‌کننده‌های غیرصابونی به هیچ اتم هیدروژنی اتصال ندارند.



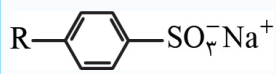
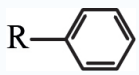
تذکر: اگر گروه R سیرنشده و دارای پیوندهای دوگانه و یا سه‌گانه باشد، در گروه R نیز ممکن است اتم‌های کربنی یافت شوند که به هیدروژن اتصال ندارند.

۴ بخش آب‌دوست و قطبی این پاک‌کننده‌ها، گروه SO_3^- و بخش آب‌دوست و قطبی پاک‌کننده‌های صابونی، گروه CO_2^- است. تفاوت جرم مولی این دو گروه برابر است با:

$$\begin{cases} \text{جرم مولی گروه } SO_3^- = 32 + (3 \times 16) = 80\,g \\ \text{جرم مولی گروه } CO_2^- = 12 + (2 \times 16) = 44\,g \end{cases} \Rightarrow \text{تفاوت} = 80 - 44 = 36\,g$$

جمع‌بندی:

مقایسهٔ پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی

نوع پاک‌کننده	ساختار و فرمول شیمیایی	بخش آب‌دوست	بخش چربی‌دوست	قدرت پاک‌کنندگی	نیروی بین‌مولکولی غالب	مواد سازنده	نحوه عملکرد
صابونی	$RCOO^-X^+$ $X^+ : Na^+, K^+, NH_4^+$	CO_2^-	R	کم‌تر با یون‌های آب‌سخت واکنش می‌دهد.	وان‌درووالسی	چربی‌ها	برهم‌کنش بین ذره‌ای
غیرصابونی	 $(RC_6H_4SO_3Na)$	SO_3^-		بیشتر با یون‌های آب‌سخت واکنش نمی‌دهد.	وان‌درووالسی	مواد پتروشیمیایی	برهم‌کنش بین ذره‌ای

2. کم‌ترین مقدار باریم هیدروکسید جامد بر حسب مول که باید به ۸ لیتر محلول اسید فرضی HX اضافه کرد تا pH آن از ۳ به ۳/۹ افزایش یابد، کدام است؟

۱) 7×10^{-3} ۲) $3/5 \times 10^{-3}$ ۳) 9×10^{-3} ۴) $4/5 \times 10^{-3}$

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

سرنخ کم‌ترین مقدار موردنیاز از باریم هیدروکسید، هنگامی است که اسید HX ، قوی باشد.

ابتدا از روی تغییرات pH محلول اسید HX و با استفاده از حجم آن، مقدار مول مصرفی اسید HX را به دست آورده و سپس با توجه به معادلهٔ واکنش، مقدار مول مصرفی باریم هیدروکسید را محاسبه می‌کنیم:

گام اول: معادلهٔ موازنه شده واکنش خنثی شدن ناقص انجام شده به صورت مقابل است:

$$۲HX(aq)+Ba(OH)_۲(aq)\rightarrow BaX_۲(aq)+۲H_۲O(l)$$

گام دوم: تغییرات غلظت مولی یون H^+ را از روی تغییرات pH محلول به دست می‌آوریم:

$$[H^+]=۱۰^{-pH}\Rightarrow\begin{cases}\text{حالت اولیه}:[H^+]_۱=۱۰^{-۳}\ mol.L^{-۱}\\ \text{حالت نهایی}:[H^+]_۲=۱۰^{-۳/۹}=\dfrac{۱۰^{-۳}}{۱۰^{۰/۹}}=\dfrac{۱}{۸}\times۱۰^{-۳}\ mol.L^{-۱}\end{cases}\Rightarrow\begin{aligned}\Delta[H^+]&=[H^+]_۱-[H^+]_۲\\&=۱۰^{-۳}-\frac{۱}{۸}\times۱۰^{-۳}=\frac{۷}{۸}\times۱۰^{-۳}\ mol.L^{-۱}\end{aligned}$$

گام سوم: با توجه به این‌که فرض کردیم، اسید HX یک اسید قوی است، تغییرات غلظت یون H^+ با HX برابر خواهد بود $(\Delta M=\Delta[H^+])$.

بنابراین مقدار مول مصرفی HX یا Δn برابر است با:

$$\Delta n=\Delta M.V\Rightarrow n_{HX}=(\frac{۷}{۸}\times۱۰^{-۳}\ mol.L^{-۱})\times۸L=۷\times۱۰^{-۳}\ mol$$

گام چهارم: در نهایت با توجه به معادلهٔ واکنش، مقدار مول مصرف شدهٔ باریم هیدروکسید را محاسبه می‌کنیم:

$$۷\times۱۰^{-۳}\ mol\,HX\times\frac{۱mol\,Ba(OH)_۲}{۲\,mol\,HX}=۳/۵\times۱۰^{-۳}\ mol\,Ba(OH)_۲$$

مشاوره خنثی شدن ناقص اسید و باز از تیپ تست‌هایی است که در کنکورهای چند سال اخیر کم‌تر به آن توجه شده است، ممکنه! در کنکور ۱۴۰۵سروکله‌اش پیدا بشه! پس بهتره خیلی خوب یادش بگیری.

3. کدام مورد نادرست است؟

۱) شیشه‌پاک‌کن شامل محلول آبی یک باز ضعیف است.

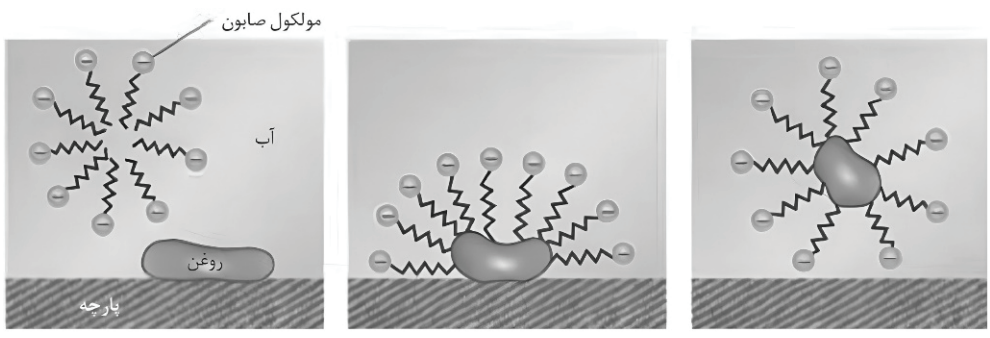
۲) سامانه‌ای که غلظت یون هیدرونیوم در آن برابر ۱×۱۰^{-۷} مول بر لیتر است، می‌تواند خنثی نباشد.

۳) نیروی بین مولکولی غالب در روغن زیتون از نوع وان‌درووالسی و در اوره از نوع پیوند هیدروژنی است.

۴) مولکول‌های صابون به کمک سر کاتیونی خود به مولکول‌های آب و از سمت زنجیر هیدروکربنی به مولکول‌های چربی متصل می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | حفظی، مفهومی

مولکول‌های صابون از طریق گروه COO^- (نه بخش کاتیونی!) با مولکول‌های آب و به کمک زنجیر هیدروکربنی خود با مولکول‌های چربی اتصال برقرار می‌کنند و به این شکل باعث می‌شوند که مولکول‌های چربی در آب حل شده و از محیط پاک شوند.

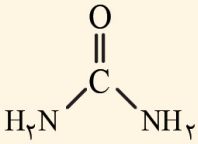


بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ شیشه‌پاک‌کن، محلول آبی آمونیاک است. آمونیاک از جمله بازهای ضعیف است به طوری‌که در محلول آن افزون بر مقدار کمی از یون‌های آب‌پوشیده، شمار بسیاری از مولکول‌های آمونیاک نیز یافت می‌شود.

۲ در دمای اتاق ($25^\circ C$)، محلول‌های خنثی دارای $pH = 7$ هستند و غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید در آن‌ها یکسان و برابر 10^{-7} مول بر لیتر است.

تله‌تستی با تغییر دما، ثابت خود یونش آب که در دمای اتاق برابر $10^{-14}\ mol^2.L^{-2}$ است، تغییر می‌کند و به دنبال آن غلظت یون‌های H^+ و OH^- و در نتیجه pH در محلول‌های خنثی دچار تغییر می‌شود. بنابراین محیطی که غلظت یون H^+ در آن برابر $10^{-7}\ mol.L^{-1}$ است، الزاماً خنثی نیست. باید دمای محیط مشخص باشد که در این مورد بتوان اظهارنظر کرد.



۳ روغن زیتون با فرمول مولکولی $C_{57}H_{104}O_6$ یک ترکیب ناقطبی بوده که در آب حل نمی‌شود و نیروی بین‌مولکولی غالب در آن از نوع وان‌دروالسی است. در حالی‌که اوره با ساختار مقابل یک ترکیب قطبی است که در آب حل می‌شود و نوع نیروی بین‌مولکولی غالب در آن هیدروژنی است.

ترکیب مولکول اوره به دلیل داشتن پیوندهای $N-H$، توانایی برقراری پیوند هیدروژنی را با مولکول‌های خود و مولکول‌های آب دارد، به همین دلیل به خوبی در آب حل می‌شود و نوع نیروی بین‌مولکولی غالب در آن، هیدروژنی است.

4. اگر غلظت مولی اسیدهای بسیار ضعیف HX و HY به ترتیب ۰/۹ و ۰/۱ مولار باشد، در محلول آن‌ها، غلظت مولی یون Y^- به تقریب چند برابر غلظت مولی یون X^- است؟ (میان ثابت یونش اسیدها رابطهٔ $K_a(HX) = 1/44 K_a(HY)$ برقرار است.)

۱) ۰/۲۸ ۲) ۰/۱۲ ۳) ۰/۳۹ ۴) ۰/۴۷

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | محاسباتی

سرنخ ابتدا با توجه به غلظت مولی دو اسید و نسبت ثابت یونش (K_a) آن‌ها، نسبت درجهٔ یونش دو اسید را به دست می‌آوریم. سپس با توجه به غلظت مولی و درجهٔ یونش آن‌ها، نسبت غلظت مولی یون Y^- به X^- را به دست می‌آوریم.

گام اول: با توجه به رابطهٔ زیر، نسبت درجهٔ یونش دو اسید را به دست می‌آوریم:

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \xrightarrow{\text{اسید بسیار ضعیف}} K_a = M\alpha^2 \Rightarrow \frac{K_a(HX)}{K_a(HY)} = \frac{M_{HX}.\alpha_{HX}^2}{M_{HY}.\alpha_{HY}^2} \Rightarrow 1/44 = \frac{0/9}{0/1} \times (\frac{\alpha_{HX}}{\alpha_{HY}})^2$$

$$\Rightarrow (\frac{\alpha_{HX}}{\alpha_{HY}})^2 = \frac{1/44}{9} \rightarrow \frac{\alpha_{HX}}{\alpha_{HY}} = \frac{1/2}{3} = 0/4 \quad \text{یا} \quad \frac{\alpha_{HY}}{\alpha_{HX}} = 2/5$$

گام دوم: با توجه به غلظت مولی دو اسید و نسبت درجهٔ یونش آن‌ها، مقدار $\frac{[Y^-]}{[X^-]}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+] = M.\alpha \xrightarrow[[H^+]_{HX}=[X^-]]{[H^+]_{HY}=[Y^-]} \frac{[Y^-]}{[X^-]} = \frac{M_{HY} \times \alpha_{HY}}{M_{HX} \times \alpha_{HX}} = \frac{0/1}{0/9} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{18} \simeq 0/28$$

آفرود می‌توانستیم با استفاده از رابطهٔ زیر، با سرعت بیشتری نسبت غلظت مولی Y^- به X^- را به دست بیاوریم:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M} \xrightarrow[[H^+]_{HX}=[X^-]]{[H^+]_{HY}=[Y^-]} \frac{K_a(HY)}{K_a(HX)} = \frac{[Y^-]^2}{[X^-]^2} \times \frac{M_{HX}}{M_{HY}} \Rightarrow \frac{1}{1/44} = (\frac{[Y^-]}{[X^-]})^2 \times \frac{0/9}{0/1} \Rightarrow \frac{[Y^-]}{[X^-]} = \frac{5}{18} \simeq 0/28$$

نکته در محاسبات مربوط به ثابت یونش علاوه بر رابطهٔ اصلی می‌توان از رابطه‌های زیر نیز استفاده کرد:

$$K_a=\frac{[H^+]\times[A^-]}{[HA]_{\text{تعادلی}}}\rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{\text{اگر M و }[H^+]\text{ داشتیم}} K_a=\dfrac{[H^+]^2}{M-[H^+]}\xrightarrow{\text{اسید بسیار ضعیف}} K_a=\dfrac{[H^+]^2}{M}\\ \xrightarrow{\text{اگر M و }\alpha\text{ داشتیم}} K_a=\dfrac{M.\alpha^2}{1-\alpha}\xrightarrow{\text{اسید بسیار ضعیف}} K_a=M.\alpha^2\\ \xrightarrow{\text{اگر }[H^+]\text{ و }\alpha\text{ داشتیم}} K_a=\dfrac{[H^+].\alpha}{1-\alpha}\xrightarrow{\text{اسید بسیار ضعیف}} K_a=[H^+].\alpha\end{cases}$$

5. کدام گزینه درست است؟

۱) شربت معده همانند شیر می‌تواند نور را پخش کند و ذره‌های سازنده‌ی هر دو ماده، توده‌های یونی یا مولکولی با اندازه‌های متفاوت هستند.

۲) مخلوط عسل و آب همانند گلاب، محلول آبی از چند ماده‌ی آلی است که می‌تواند نور را پخش کند.

۳) مخلوط آب، چربی و صابون از نظر پایداری مشابه مخلوط اتیلن گلیکول و آب است.

۴) رنگ‌های پوششی همانند مایونز جزو مخلوط‌های پایدار و همگن است.

پاسخ: گزینه ۳ ساده | حفظی

مخلوط آب، چربی و صابون نوعی کلوئید و مخلوط اتیلن گلیکول در آب، نوعی محلول است. کلوئیدها و محلول‌ها برخلاف سوسپانسیون‌ها، مخلوط‌های پایداری هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ شربت معده و شیر به ترتیب نوعی سوسپانسیون و کلوئید هستند و هر دو نور را پخش می‌کنند. سوسپانسیون‌ها از ذره‌های ریزماده و کلوئیدها از توده‌های یونی یا مولکولی با اندازه‌های متفاوت تشکیل شده‌اند.

۲ گلاب و مخلوط عسل در آب، محلول‌هایی از چند مادهٔ آلی در آب هستند. محلول‌ها نور را عبور می‌دهند و پخش نمی‌کنند.

۴ رنگ‌های پوششی و سس مایونز از جمله کلوئیدها هستند. کلوئیدها مخلوط‌هایی پایدار و ناهمگن هستند.

جمع بندی انواع مخلوط‌ها

مخلوط / ویژگی	سوسپانسیون	کلوئید	محلول
رفتار در برابر نور	نور را پخش می‌کند.	نور را پخش می‌کند.	نور را پخش نمی‌کند (عبور می‌دهد).
همگن بودن	ناهمگن	ناهمگن	همگن
پایداری	ناپایدار (ته‌نشین می‌شود.)	پایدار (ته‌نشین نمی‌شود.)	پایدار (ته‌نشین نمی‌شود.)
ذره‌های سازنده	ذره‌های ریزماده	توده‌های یونی یا توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت	یون‌ها یا مولکول‌ها
مثال‌ها	شربت خاکشیر - شربت معده	ژله - رنگ پوششی - شیر- سس مایونز	ید در هگزان - ضدیخ (اتیلن گلیکول در آب)

کنکورچی‌میگه؟ کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟ (کنکور ریاضی ۱۴۰۰)

آ) شربت معده و شیر، مخلوط‌هایی ناهمگن از نوع سوسپانسیون‌اند.

ب) مخلوط آب و روغن با استفاده از صابون، به یک کلوئید پایدار تبدیل می‌شود.

پ) پخش کردن نور، ناهمگن بودن و ته‌نشین شدن، از ویژگی‌های کلوئیدها، به‌شمار می‌آید.

ت) ذرات سازندهٔ محلول‌ها، یون‌ها و مولکول‌ها اما ذرات سازندهٔ کلوئیدها، توده‌های مولکولی‌اند.

۱) آ و پ ۲) آ، ب، پ ۳) ب، ت ۴) ب، پ، ت

پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

آ شربت معده و شیر به ترتیب نوعی سوسپانسیون و کلوئید هستند.

ب مخلوط آب، روغن و صابون نوعی کلوئید است.

پ کلوئیدها، مخلوط‌هایی پایدار هستند و ته‌نشین نمی‌شوند.

ت کاملاً درسته!

6. در دمای اتاق مقداری گاز هیدروژن کلرید را در دو لیتر محلول هیدروکلریک اسید با pH = ۳ حل می‌کنیم و در نتیجه pH محلول به میزان ۰/۸ تغییر می‌کند. حجم گاز هیدروژن کلرید مصرف شده در شرایط STP چند میلی‌لیتر است؟ (از تغییر حجم محلول در اثر حل شدن گاز، چشم‌پوشی کنید.)

۱) ۱۱۲ ۲) ۱۱۲۰ ۳) ۲۲۴ ۴) ۲۲۴۰

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | محاسباتی

سرنخ با حل شدن گاز HCl در محلول اسید، pH محلول ۰/۸ واحد کاهش می‌یابد.

از تغییرات pH محلول باید به مقدار مول هیدروژن کلرید اضافه شده و سپس به مقدارحجم آن برسیم:

گام اول: با افزودن گاز HCl به محلول اسید، pH محلول ۰/۸ واحد کم شده و به ۲/۲ می‌رسد. با توجه به این‌که HCl یک اسید قوی است، مقدار تغییرات غلظت یون H^+ و HCl را محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+]=10^{-pH} \Rightarrow \begin{cases} \text{حالت اولیه}: [H^+]_1 = 10^{-3}\ mol.L^{-1} \\ \text{حالت نهایی}: [H^+]_2 = 10^{-2/2} = 10^{0/8}\times 10^{-3}\ mol.L^{-1} = 6\times 10^{-3}\ mol.L^{-1} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Delta[H^+] = \Delta[HCl] = 6\times 10^{-3} - 10^{-3} = 5\times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

گام دوم: افزایش غلظت مولی HCl به دلیل افزودن گاز HCl به محلول است، بنابراین مقدار مول HCl اضافه شده برابر است با:

$$\Delta n = \Delta M.V \Rightarrow \Delta n = (5\times 10^{-3}\ mol.L^{-1})\times 2L = 10^{-2}\ mol\,HCl$$

گام سوم: حجم 10^{-2} مول گاز HCl را در شرایط STP به دست می‌آوریم:

$$10^{-2}\,mol\,HCl \times \frac{22/4\,L\,HCl}{1\,mol\,HCl} \times \frac{1000\,mL}{1\,L} = 224\,mL$$

7. ۴۷ میلی‌گرم پتاسیم اکسید خالص را در ۵۰ میلی‌لیتر آب خالص حل کرده و سپس حجم محلول را با افزودن آب مقطر به ۲۵۰ میلی‌لیتر می‌رسانیم. pH محلول به دست آمده به تقریب چند برابر pH محلول ۰/۳۵ مولار هیدروکلریک اسید است؟ $(O=16, K=39 : g.mol^{-1})$

۱) ۱۸/۸ ۲) ۲۵/۸ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۳۱/۱

پاسخ: گزینه ۲ سخت | محاسباتی

استراتژی ابتدا شمار مول K_2O حل شده و غلظت مولی آن را به دست آورده، سپس غلظت مولی KOH و pH محلول آن را حساب می‌کنیم. در قدم بعدی pH محلول HCl را محاسبه کرده و در نهایت نسبت pH دو محلول را به دست می‌آوریم.

گام اول: معادلهٔ واکنش حل شدن K_2O در آب به صورت مقابل است: $K_2O(s)+H_2O(l)\rightarrow 2KOH(aq)$

گام دوم: از روی جرم مصرفی K_2O، مقدار مول KOH تولید شده را حساب می‌کنیم:

روش اول: کسر تبدیل:

$$47\,mg\,K_2O\times\frac{1\,g}{1000\,mg}\times\frac{1\,mol\,K_2O}{94\,K_2O}\times\frac{2\,mol\,KOH}{1\,mol\,K_2O}=10^{-3}\,mol\,KOH$$

روش دوم: تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{K_2O}}=\frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{KOH}}\Rightarrow\frac{47\times10^{-3}}{1\times94}=\frac{x}{2}\rightarrow x=10^{-3}\,mol\,KOH$$

گام سوم: غلظت مولی محلول KOH را به دست می‌آوریم:

$$M=\frac{n}{V}\rightarrow M=\frac{10^{-3}\,mol}{0/25\,L}=4\times10^{-3}\,mol.L^{-1}\xrightarrow{\text{KOH باز قوی است.}}[KOH]=[OH^-]=4\times10^{-3}\,mol.L^{-1}$$

گام چهارم: از روی غلظت مولی یون OH^-، غلظت یون H^+ را به دست آورده و pH را حساب می‌کنیم:

$$[H^+]\times[OH^-]=10^{-14}\rightarrow[H^+]\times4\times10^{-3}=10^{-14}\rightarrow[H^+]=25\times10^{-13}\,mol.L^{-1}$$

$$pH=-\log[H^+]\rightarrow pH=-\log(25\times10^{-13})=13-2\log5=13-2(0/7)=11/6$$

آفرود برای راحت‌تر شدن محاسبات، می‌توانیم از روابط زیر استفاده کنیم:

$$\begin{cases}pOH=-\log[OH^-]\\pH+pOH=14\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}pOH=-\log(4\times10^{-3})=3-2\log2=3-2(0/3)=2/4\\pH=14-pOH=14-2/4=11/6\end{cases}$$

گام پنجم: هیدروکلریک اسید (HCl) یک اسید قوی است، بنابراین خواهیم داشت:

$$[HCl]=[H^+]=0/35\,mol.L^{-1}\Rightarrow pH=-\log(35\times10^{-2})=2-\log5-\log7=2-0/7-0/85=0/45$$

گام ششم: نسبت pH محلول باز KOH به اسید HCl را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{pH محلول KOH}}{\text{pH محلول HCl}}=\frac{11/6}{0/45}\simeq25/8$$

8. با توجه به شکل مقابل که واکنش کامل دو اسید HA و HB با غلظت مولی، حجم و دمای یکسان با دو قطعه نوار منیزیم یکسان را نشان می‌دهد، کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟





۱) با پودر کردن نوار منیزیم موجود در ظرف حاوی محلول HB، تفاوت سرعت تولید گاز در دو واکنش افزایش می‌یابد.

۲) پیش از شروع واکنش، شمار مولکول‌های یونیده نشده در محلول HA، کم‌تر از محلول HB است.

۳) حجم نهایی گاز هیدروژن حاصل از دو محلول باهم برابر است.

۴) ثابت یونش اسید HA از اسید HB، بزرگ‌تر است.

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | مفهومی

سرنخ در شرایط یکسان، ظرفی که در آن واکنش با شدت بیشتری انجام می‌شود. ← یعنی دارای اسید قوی‌تر با ثابت یونش بزرگ‌تری است.

باتوجه به شکل، واضح است که سرعت و شدت واکنش در محلول حاوی اسید HA از HB بیشتر است. با پودر کردن نوار منیزیم موجود در ظرف حاوی محلول HB، سطح تماس واکنش‌دهنده‌ها (فلز و اسید) بیشتر شده، در نتیجه سرعت واکنش و سرعت تولید گاز در ظرف محلول HB، افزایش می‌یابد. بنابراین تفاوت سرعت تولید گاز در دو واکنش کم می‌شود.

نکته شدت بالای انجام یک واکنش به معنای سرعت زیاد آن است. بنابراین با افزایش سرعت واکنش در ظرف حاوی محلول HB، سرعت متوسط تولید گاز در دو ظرف به یک‌دیگر نزدیک‌تر شده و تفاوت آن‌ها کم‌تر می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ شدت و سرعت واکنش اسید HA با فلز منیزیم بیشتر از اسید HB است، از این‌رو اسید HA قوی‌تر بوده و به مقدار بیشتری یونش یافته است، بنابراین شمار مولکول‌های یونیده نشده در محلول آن کم‌تر از محلول اسید HB است.

۳ از آن‌جایی که غلظت مولی و حجم محلول‌ها برابر است، می‌توان نتیجه گرفت شمار مول اسید موجود در دو ظرف نیز یکسان است. علاوه بر این دو قطعه نوار منیزیم نیز یکسان هستند، بنابراین قطعاً حجم نهایی گاز هیدروژن حاصل از دو ظرف برابر خواهد بود. واکنش‌های انجام شده به صورت زیر است:

$$Mg(s) + ۲HA(aq) \rightarrow MgA_۲(aq) + H_۲(g)$$

$$Mg(s) + ۲HB(aq) \rightarrow MgB_۲(aq) + H_۲(g)$$

۴ شدت واکنش منیزیم با اسید HA نسبت به اسید HB، بیشتر است، بنابراین اسید HA قوی‌تر بوده و ثابت یونش بزرگ‌تری دارد.

کنکورچی‌میگه؟ **در دمای ثابت، ۵/۴ گرم اسید ضعیف HX و ۳ گرم اسید ضعیف HY در دو ظرف جداگانه، به‌ترتیب در ۲ و ۱ لیتر آب مقطر حل می‌شوند. اگر $[X^-]$ با $[Y^-]$ برابر باشد، کدام مورد دربارهٔ آن‌ها، نادرست است؟** (کنکور تجربی نوبت اول ۱۴۰۳)

$(HX = ۶۰, HY = ۵۰ : g.mol^{-۱})$

۱) در واکنش مقدار کافی فلز منیزیم با محلول‌های اسیدی، حجم گاز هیدروژن تشکیل‌شده در محلول HY، کم‌تر است.

۲) pH و شمار یون‌های دو محلول، برابر و K_a برای اسید HX، بزرگ‌تر از K_a برای اسید HY است.

۳) غلظت مولکول‌ها در محلول اسید HX بیشتر از غلظت مولکول‌ها در محلول اسید HX، است.

۴) غلظت یون هیدروکسید در محلول HX، برابر غلظت همین یون در محلول HY است.

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا مقدار مول و غلظت هر دو اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$HX = ۵/۴\,g\,HX \times \frac{۱\,mol\,HX}{۶۰\,g\,HX} = ۰/۰۹\,mol \rightarrow [HX] = \frac{۰/۰۹\,mol}{۲\,L} = ۰/۰۴۵\,mol.L^{-۱}$$

$$HY = ۳\,g\,HY \times \frac{۱\,mol\,HY}{۶۰\,g\,HY} = ۰/۰۶\,mol \rightarrow [HY] = \frac{۰/۰۶\,mol}{۱\,L} = ۰/۰۶\,mol.L^{-۱}$$

با توجه به برابر بودن غلظت آنیون‌ها در دو محلول، غلظت یون هیدرونیوم نیز در دو محلول برابر و در نتیجه مجموع غلظت یون‌ها در آن‌ها یکسان است. اما به دلیل تفاوت حجم دو محلول، شمار یون‌ها در آن‌ها برابر نخواهد بود. با این‌که غلظت اولیهٔ HX کمتر است، اما غلظت یون H^+ تولید شده در دو محلول برابر است، بنابراین اسید HX نسبت به HY قوی‌تر بوده و K_a بزرگ‌تری دارد.

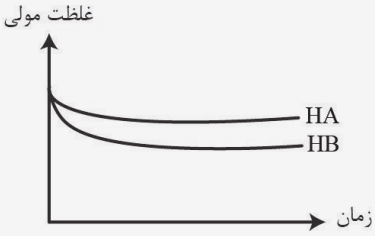
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ مقدار مول اولیه HY کمتر است، بنابراین حجم گاز $H_۲$ تشکیل شده در محلول HY نسبت به HX کمتر خواهد بود.

۳ غلظت اولیه اسید HY بیشتر و غلظت آنیون در دو محلول برابر است، از این‌رو غلظت مولکول‌های یونیده شده در محلول HY از HX بیشتر است.

۴ با توجه به برابری غلظت یون H^+ در دو محلول، غلظت یون OH^- نیز در آن‌ها برابر خواهد بود.

9. با توجه به نمودار زیر که تغییر غلظت مولی دو اسید بسیار ضعیف HA و HB پس از حل شدن در آب با دمای $25^\circ C$، تا رسیدن به تعادل را نشان می‌دهد، کدام مطالب نادرست است؟



الف) درجه یونش اسید HB، کوچک‌تر از درجهٔ یونش اسید HA است.

ب) اگر غلظت مولی اولیه HA دو برابر شود، ثابت یونش آن تغییر نمی‌کند.

پ) ثابت یونش هر دو اسید در این دما، کوچک‌تر از ثابت یونش هیدرویدیک اسید است.

ت) اگر غلظت مولی اولیه HB را چهار برابر کنیم، درجه یونش اسید HA، به یقین بیشتر از دو برابر درجهٔ یونش اسید HB می‌شود.

۱) الف، ب ۲) الف ، ت ۳) ب، پ ۴) ب، ت

پاسخ: گزینه ۲ سخت | مفهومی

سرنخ با توجه به نمودار با دو اسید ضعیف سروکار داریم و اسید HA به نسبت HB ضعیف‌تر است.

عبارت‌های «الف» و «ت» نادرست هستند. با توجه به نمودار، غلظت اولیه هر دو اسید برابر است و اسید HA به نسبت اسید HB، کم‌تر یونش یافته و یون هیدرونیوم کم‌تری تولید کرده است. از این‌رو، طبق رابطهٔ $\alpha = \frac{[H^+]}{M}$، درجهٔ یونش اسید HA کم‌تر از درجهٔ یونش اسید HB است. (نادرستی مورد «الف»)

چون اسید HB خیلی ضعیف بوده و دما ثابت است، طبق رابطهٔ $K_a = M\alpha^2$، با ۴ برابر کردن غلظت اسید HB، درجهٔ یونش آن نصف خواهد شد. همچنین چون در ابتدا $\alpha_{HB} > \alpha_{HA}$ بود، با نصف شدن درجهٔ یونش اسید HB، ممکن است درجهٔ یونش HA همچنان از آن کم‌تر بماند، برابر و یا حتی بیشتر از آن شود. (نادرستی مورد «ت»)

مقایسه اسیدهای HA و HB (در شرایط یکسان دما و غلظت)

ویژگی / اسید	HA	HB
ثابت یونش (K_a)	کوچک‌تر	بزرگ‌تر
قدرت اسیدی (وابسته به K_a)	کمتر	بیشتر
غلظت یون‌ها در محلول	کمتر	بیشتر
رسانایی الکتریکی محلول	کمتر	بیشتر
خاصیت اسیدی (وابسته به $[H^+]$)	کمتر	بیشتر
سرعت واکنش فلزی مانند منیزیم	کمتر	بیشتر
غلظت مولکول‌های یونیده نشده	بیشتر	کمتر

بررسی سایر موارد:

ب ثابت یونش یک اسید فقط تابع دما است و با تغییر عوامل دیگر از جمله غلظت اولیه اسید، تغییر نخواهد کرد.

پ با توجه به نمودار هر دو اسید به صورت جزئی یونش یافته و اسید ضعیف به حساب می‌آیند. بنابراین هر دو اسید ثابت یونش کوچک‌تری به نسبت HI که یک اسید قوی است، دارند.

اسیدهای قوی	
تک پروتون‌دار	دو پروتون‌دار
$HI - HBr - HCl - HNO_3$	H_2SO_4

مشاوره مقایسهٔ ویژگی‌های مختلف دو اسید از جمله ثابت یونش، درجهٔ یونش، قدرت اسیدی و ... از مباحث موردعلاقه طراحان و پای ثابت کنکور است. سعی کن خوب خوب این بخش رو یاد بگیری!

10. کدام گزینه از نظر درستی یا نادرستی مشابه جمله زیر است؟

«گاز حاصل از واکنش فلز منیزیم و محلول هیدروکلریک اسید را می‌توان از انحلال پودر خورندهٔ حاوی آلومینیم و سود در آب نیز تهیه کرد.»

۱) در فرایندی که در گذشته برای تأمین نور موردنیاز عکاسی انجام می‌شد، نیم‌واکنش کاهش به صورت زیر است:

آنیون‌های جامد حاصل از کاهش $\rightarrow$ مولکول گازی اکسنده $+ 4e^-$

۲) در جمع واکنش‌دهنده‌های یک واکنش اکسایش - کاهش، حضور حداقل دو مادهٔ متفاوت برای مبادلهٔ الکترون ضروری است.

۳) در واکنش‌های اکسایش - کاهش، اتم فلز، کاتیون فلز و اتم نافلز به ترتیب کاهنده، اکسنده و اکسنده در نظر گرفته می‌شوند.

۴) شمار الکترون‌های مبادله شده در یک واکنش اکسایش - کاهش را می‌توان از جمع ضریب الکترون در معادلهٔ موازنه شدهٔ نیم‌واکنش‌های آن به دست آورد.

پاسخ: گزینه ۱ متوسط | حفظی، مفهومی

واکنش میان فلز منیزیم و محلول هیدروکلریک اسید به صورت مقابل است: $Mg(s)+2HCl(aq) \rightarrow MgCl_2(aq)+H_2(g)$

واکنش انحلال پودر خورندهٔ حاوی آلومینیم و سود در آب نیز به صورت زیر است:

$$2Al(s)+2NaOH(s)+6H_2O(l) \rightarrow 2NaAl(OH)_4(aq)+3H_2(g)$$

همان‌طور که مشخص است، فراوردهٔ مشترک این دو واکنش گاز هیدروژن بوده و این عبارت درست است.

تذکر: نیازی به حفظ واکنش انحلال پودر خورندهٔ حاوی آلومینیم و سود در آب، نیست، فقط کافی است بدانید که فراوردهٔ گازی این واکنش، هیدروژن است.

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱ در گذشته برای عکاسی از سوختن منیزیم به عنوان منبع نور استفاده می‌شد. در این واکنش $Mg(s)$ با نور خیره‌کننده‌ای در $O_2(g)$ می‌سوزد و به $MgO(s)$ تبدیل می‌شود. واکنش کلی و نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش رخ داده به صورت زیر است:

$$\text{واکنش کلی: } \underbrace{2Mg(s)}_{\text{کاهنده}} + \underbrace{O_2(g)}_{\text{اکسنده}} \rightarrow 2MgO(s) \Rightarrow \begin{cases} \text{نیم‌واکنش اکسایش: } Mg(s) \rightarrow Mg^{2+}(s)+2e^- \\ \text{نیم‌واکنش کاهش: } O_2(g)+4e^- \rightarrow 2O^{2-}(s) \end{cases}$$

۲ همیشه این‌طوری نیست! به‌طور مثال در واکنش اکسایش - کاهش زیر فقط یک ماده به عنوان واکنش‌دهنده حضور دارد و به تبادل الکترون می‌پردازد: $MgCl_2(l) \rightarrow Mg(s)+Cl_2(g)$

۳ اغلب فلزها در واکنش با نافلزها تمایل دارند یک یا چند الکترون خود را به نافلزها داده و ضمن اکسایش به کاتیون تبدیل شوند. نافلزها نیز با گرفتن یک یا چند الکترون کاهش یافته و به آنیون تبدیل می‌شوند. از این‌رو فلزها اغلب کاهنده و نافلزها اغلب اکسنده هستند.

۴ برای به دست آوردن واکنش کلی یک فرایند باید ضریب الکترون را در دو نیم‌واکنش اکسایش و کاهش برابر کرد و سپس با جمع دو نیم‌واکنش، واکنش کلی را نوشت. پیش از اعمال تغییر یاد شده، ضریب الکترون در هر نیم‌واکنش نشان‌دهندهٔ شمار الکترون‌های مبادله شده در واکنش اکسایش - کاهش است.

11. با توجه به جدول مقابل که پتانسیل کاهشی استاندارد چند گونه را نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

$(E^\circ (Zn^{2+}/Zn) = -0/76\,V)$

نیم‌واکنش کاهش	$E^\circ(V)$
$C^{3+}(aq)+e^- \rightarrow C^{2+}(aq)$	$-0/12$
$D^{3+}(aq)+3e^- \rightarrow D(s)$	$-1/59$
$A^+(aq)+e^- \rightarrow A(s)$	$+1/33$
$B^{2+}(aq)+2e^- \rightarrow B(s)$	$+0/87$

الف) قدرت کاهندگی فلز A از فلزهای B و D کم‌تر است.

ب) محلول آبی حاوی نمک‌های A و D را می‌توان در ظرفی از جنس فلز B نگهداری کرد.

پ) emf سلول گالوانی حاصل از فلز روی با فلز A از سلول گالوانی حاصل از فلز روی با فلز B بیشتر است.

ت) در سلول گالوانی $D-A$ به ازای مبادلهٔ ۰/۶ مول الکترون، حداکثر ۰/۴ مول از کاتیون $D^{3+}(aq)$ تولید می‌شود.

۱) الف و ت ۲) الف و پ ۳) ب و پ ۴) ب و ت

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | مفهومی

عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف هرچه E° یک نیم‌سلول کوچک‌تر (منفی‌تر) باشد، قدرت کاهندگی گونهٔ سمت راست نیم‌واکنش کاهش بیشتر است، بنابراین مقایسه قدرت کاهندگی این گونه‌ها به صورت زیر است:

مقایسهٔ قدرت کاهندگی: $D > C^{2+} > B > A$

همچنین هرچه E° یک نیم‌سلول بزرگ‌تر (مثبت‌تر) باشد، قدرت اکسندگی گونهٔ سمت چپ نیم‌واکنش اکسایش بیشتر خواهد بود.

مقایسهٔ قدرت اکسندگی: $A^+ > B^{2+} > C^{3+} > D^{3+}$

ب E° نیم‌سلول B از E° نیم‌سلول A، کم‌تر و از E° نیم‌سلول D بیشتر است، بنابراین مقایسهٔ قدرت کاهندگی این سه فلز به صورت $D > B > A$ است. در نتیجه محلول نمک D را برخلاف محلول نمک A می‌توان در ظرفی از جنس B نگه‌داری کرد، زیرا فلز B با نمک فلز A برخلاف نمک فلز D واکنش می‌دهد.

نکته در سلول‌های گالوانی، آند نیم‌سلولی با E° کم‌تر (اتم فلزی کاهنده‌تر) و کاتد، نیم‌سلولی با E° بیشتر (یون فلزی اکسنده‌تر) است. همچنین ولتاژ سلول گالوانی یا همان نیروی الکتروموتوری (emf) نشان‌دهنده اختلاف E° آند و کاتد بوده و همواره عددی مثبت است.

پ نیروی الکتروموتوری (emf) را برای هر کدام از سلول‌های گالوانی تشکیل شده حساب می‌کنیم:

$$emf = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} \Rightarrow \begin{cases} \text{سلول گالوانی}(Zn-A)\ emf = 1/33-(-0/76) = 2/09\,V \\ \text{سلول گالوانی}(Zn-B)\ emf = 0/87-(-0/76) = 1/63\,V \end{cases}$$

بنابراین emf سلول گالوانی $(Zn-A)$ از سلول گالوانی $(Zn-B)$ بزرگ‌تر است.

آفرود اگر سری الکتروشیمیایی را برای سه فلز روی، A و B رسم کنیم، مشخص می‌شود که فاصله نیم‌واکنش کاهش Zn از A نسبت به B بیشتر است، بنابراین emf سلول گالوانی حاصل از Zn و A نسبت به سلول گالوانی حاصل از Zn و B بیشتر است.

$A^+(aq)+e^- \rightarrow A(s)$	$+1/33\,V$
$B^{2+}(aq)+2e^- \rightarrow B(s)$	$+0/87\,V$
$Zn^{2+}(aq)+2e^- \rightarrow Zn(s)$	$-0/76\,V$

ت E° نیم‌سلول D کم‌تر از نیم‌سلول A بوده، بنابراین الکترود D، آند و الکترود A، کاتد سلول گالوانی است. واکنش انجام شده در سلول گالوانی (D–A) به صورت زیر است:

$$\text{نیم‌واکنش اکسایش در آند: } D(s) \rightarrow D^{3+}(aq) + 3e^-$$
$$\text{نیم‌واکنش کاهش در کاتد: } A^+(aq) + e^- \rightarrow A(s)$$
$$\text{واکنش کلی سلول: } D(s) + 3A^+(aq) \rightarrow D^{3+}(aq) + 3A(s)$$

مطابق با نیم‌واکنش‌ها با فرض بازه ۱۰۰٪ با تولید هر مول D^{3+}، ۳ مول الکترون میان گونه‌های کاهنده و اکسنده مبادله می‌شود، بنابراین خواهیم داشت:

$$0/6\,mole^- \times \frac{1\,mol\,D^{3+}}{3\,mole^-} = 0/2\,mol\,D^{3+}$$

درسنامه:

هر چیزی از سلول گالوانی رو که باید بدونی، این زیر برات نوشتیم:

۱) سلول‌های گالوانی: سلول‌هایی هستند که در آن‌ها واکنش‌های اکسایش - کاهش به‌طور خودبه‌خودی انجام می‌شود و طی واکنش، بخشی از انرژی شیمیایی مواد به انرژی الکتریکی در دسترس تبدیل می‌شود و می‌توان به کمک آن لامپی را روشن کرد.

۲) محل انجام نیم‌واکنش اکسایش، نیم‌سلول آندی و الکترود موجود در آن را آند می‌نامند. در این نیم‌سلول، اتم‌های سازندهٔ الکترود فلزی با از دست دادن الکترون و تبدیل شدن به کاتیون، اکسایش می‌یابند. از این‌رو بار الکترود آند که محل زایش الکترون است، منفی می‌باشد. ضمناً با تبدیل اتم‌های الکترود آند به کاتیون، غلظت کاتیون‌ها در الکترولیت این نیم‌سلول افزایش و از جرم الکترود کاسته می‌شود و به اصطلاح الکترود لاغر می‌شود.

۳) محل انجام نیم‌واکنش کاهش، نیم‌سلول کاتدی و الکترود موجود در آن را کاتد می‌نامند. در این نیم‌سلول، کاتیون‌های فلزی با گرفتن الکترون و تبدیل شدن به اتم‌های خنثی، کاهش می‌یابند. از این‌رو بار الکترودی که محل مصرف الکترون است، مثبت می‌باشد. ضمناً با تبدیل کاتیون‌های فلزی به اتم‌های خنثی، غلظت کاتیون‌ها در الکترولیت این نیم‌سلول کاهش می‌یابد و به جرم الکترود افزوده می‌شود و به اصطلاح الکترود چاق می‌شود.

۴) جهت حرکت الکترون‌ها همواره از آند (الکترود منفی) به کاتد (الکترود مثبت) است.

۵) دو محلول الکترولیت توسط یک دیوارهٔ متخلخل از یک‌دیگر جدا می‌شوند. این دیواره دو وظیفهٔ اساسی دارد:

وظیفهٔ اول: از مخلوط شدن سریع و مستقیم دو الکترولیت جلوگیری می‌کند. زیرا اگر دو الکترولیت با یک‌دیگر مخلوط شوند، تبادل الکترون میان گونه‌های اکسنده و کاهنده به‌طور مستقیم صورت می‌گیرد و جریان الکتریکی ایجاد نمی‌شود.

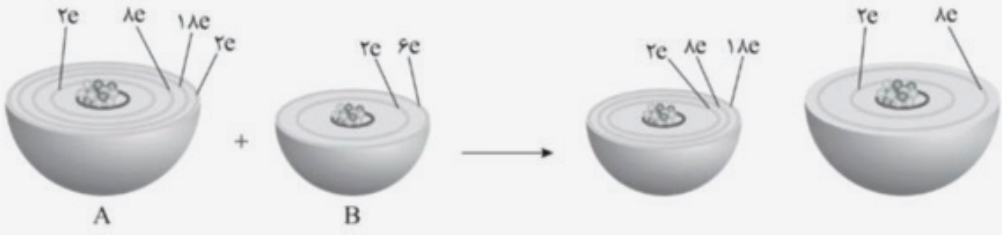
وظیفهٔ دوم: به منظور خنثی ماندن بار الکتریکی محلول‌های الکترولیت، به یون‌های موجود اجازهٔ عبور می‌دهد. زیرا در صورت عبور نکردن یون‌های موجود در محلول‌های الکترولیت، تجمع بار الکتریکی مثبت در الکترولیت نیم‌سلول آندی و تجمع بار الکتریکی منفی در الکترولیت نیم‌سلول کاتدی افزایش می‌یابد و تبادل الکترون میان الکترودها متوقف می‌شود.

۶) در سلول‌های گالوانی، کاتیون‌ها وارد نیم‌سلول کاتدی و آنیون‌ها وارد نیم‌سلول اندی می‌شوند، به عبارت دیگه، در این سلول‌ها، جهت حرکت کاتیون‌ها به سمت کاتد و جهت حرکت آنیون‌ها به سمت آند است.

در شکل زیر، مطالب مربوط به سلول‌های گالوانی به‌طور خلاصه ارائه شده است:



12. با توجه به شکل زیر، کدام مورد نادرست است؟



۱) B عنصری است که در شرایط معمول، با Al و Mn، برخلاف Au و Pt واکنش می‌دهد.

۲) بدون در نظر گرفتن حالت فیزیکی، نیم‌واکنش اکسایش انجام شده در این واکنش و در سلول گالوانی «روی - مس» مشابه است.

۳) گونهٔ کاهنده در این واکنش، فلزی واسطه از گروه ۱۲ جدول دوره‌ای است که با انجام واکنش به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد.

۴) شکل، واکنش بین اتم‌های A و B را با مدل اتمی بور نشان می‌دهد و شمار الکترون‌ها با $l=1$ در اتم A، ۳ برابر شمار این الکترون‌ها در اتم B است.

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | مفهومی

اتم‌های A و B به ترتیب نشان‌دهندهٔ روی $(_{30}Zn)$ و اکسیژن $(_{8}O)$ هستند. آرایش الکترونی اتم‌های روی و اکسیژن به صورت زیر است:

$$_{30}Zn: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^{10}\ 4s^2$$

$$_{8}O: 1s^2\ 2s^2\ 2p^4$$

همان‌طور که مشخص است شمار الکترون‌ها با $l=1$ (زیرلایهٔ p) در اتم روی (۱۲ تا)، ۳ برابر اتم اکسیژن (۴ تا) است.

تله‌تستی مدل بور فقط برای گونه‌های تک‌پروتونی مانند هیدروژن کاربرد دارد. شکل‌های مطرح شده در سوال نشان‌دهنده ساختار لایه‌ای اتم هستند.

بررسی سایر گزینه ها:

۱ گاز اکسیژن در شرایط معمول، (O_2) با فلزات نجیب مثل طلا و پلاتین واکنش نمی‌دهد.

۲ واکنش انجام شده میان Zn و O_2 به صورت مقابل است:

$$\text{نیم‌واکنش اکسایش: } Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(s) + 2e^-$$
$$\text{نیم‌واکنش کاهش: } O_2(g) + 4e^- \rightarrow 2O^{2-}(s)$$
$$\text{واکنش کلی: } 2Zn(s) + O_2(g) \rightarrow 2ZnO(s)$$

در سلول گالوانی «روی - مس»، الکترود روی آند و الکترود مس کاتد است، بنابراین واکنش رخ داده در سلول به صورت زیر است:

$$\text{نیم‌واکنش اکسایش در آند: } Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-$$
$$\text{نیم‌واکنش کاهش در کاتد: } Cu^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Cu(s)$$
$$\text{واکنش کلی: } Zn(s) + Cu^{2+}(aq) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + Cu(s)$$

در نتیجه نیم‌واکنش اکسایش انجام شده در دو فرایند مشابه است.

۳ در واکنش داده شده، فلز روی کاهنده و گاز اکسیژن اکسنده است. فلز روی عنصری واسطه از دورهٔ چهارم و گروه ۱۲ است که آرایش الکترونی کاتیون آن (Zn^{2+}) شبیه هیچ‌یک از گازهای نجیب نیست:

$$Zn: [Ar]3d^{10}\ 4s^2 \rightarrow Zn^{2+}: [Ar]3d^{10}$$

13. قدرمطلق پتانسیل کاهشی استاندارد برخی عنصرها به صورت زیر است. اگر سلول‌های گالوانی حاصل از اتصال نیم‌سلول A به نیم‌سلول‌های X و Y، به ترتیب بیشترین و کم‌ترین ولتاژ را بین همهٔ نیم‌سلول‌های ممکن داشته باشند، ترتیب E° گونه‌ها در کدام گزینه به درستی آمده است؟ (قدرت اکسندگی A^{3+} بیشتر از Y^+ است.)

$$X^{2+}(aq)+2e^- \rightarrow X(s) \quad , \quad |E^\circ|=0/8V$$
$$Y^+(aq)+e^- \rightarrow Y(s) \quad , \quad |E^\circ|=0/2V$$
$$A^{3+}(aq)+3e^- \rightarrow A(s) \quad , \quad |E^\circ|=1/0V$$

۱) $X>Y>A$ ۲) $A>Y>X$ ۳) $A>X>Y$ ۴) $Y>A>X$

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | مفهومی

برای این‌که سلول گالوانی حاصل از اتصال نیم‌سلول A به نیم‌سلول X، بیشترین ولتاژ را داشته باشد، باید E° نیم‌سلول‌های A و X بیشترین تفاوت را با یک‌دیگر داشته باشند که بدین منظور دو حالت پیش می‌آید:

حالت اول: $E^\circ(A^{3+}/A)=-1V \quad , \quad E^\circ(X^{2+}/X)=+0/8V$

حالت دوم: $E^\circ(A^{3+}/A)=+1V \quad , \quad E^\circ(X^{2+}/X)=-0/8V$

اگر حالت اول را در نظر بگیریم، ترتیب سری الکتروشیمیایی نیم‌سلول‌ها به صورت زیر خواهد شد. در این حالت ترتیب قدرت اکسندگی یون‌ها به صورت $A^{3+}<Y^+<X^{2+}$ است که با گفتهٔ سوال مطابقت ندارد. بنابراین حالت دوم مدنظر است.

$X^{2+}(aq)+2e^- \rightarrow X(s)$	$+0/8V$
$Y^+(aq)+e^- \rightarrow Y(s)$	$\pm 0/2V$
$A^{3+}(aq)+3e^- \rightarrow A(s)$	$-1V$

تذکر: با توجه به گزینه‌ها مشخص است که پاسخ سؤال گزینه ۲ بوده و فقط با تعیین نیم‌سلول‌های (A^{3+}/A) و (X^{2+}/X) به راحتی به پاسخ سؤال رسیدیم.

برای تعیین علامت E° نیم‌سلول Y دو حالت زیر وجود دارد:

حالت اول: $E^\circ(Y^+/Y)=-0/2V$، در این حالت emf سلول‌های قابل تشکیل به صورت زیر است:

$$emf=E^\circ_{\text{کاتد}}-E^\circ_{\text{آند}} \Rightarrow \begin{cases} \text{سلول گالوانی}(Y-A): emf=1-(-0/2)=1/2V \\ \text{سلول گالوانی}(X-A): emf=1-(-0/8)=1/8V \\ \text{سلول گالوانی}(X-Y): emf=-0/2-(-0/8)=0/6V \end{cases}$$

در این حالت ولتاژ سلول گالوانی $(Y-A)$، کم‌ترین مقدار بین ولتاژ سلول‌ها نیست و این حالت با گفتهٔ سوال مطابقت ندارد.

حالت دوم: $E^\circ(Y^+/Y)=+0/2V$، در این حالت emf سلول‌های قابل تشکیل به صورت زیر است:

$$\begin{cases} \text{سلول گالوانی}(Y-A): emf=1-0/2=0/8V \\ \text{سلول گالوانی}(X-A): emf=1-(-0/8)=1/8V \\ \text{سلول گالوانی}(X-Y): emf=0/2-(-0/8)=1V \end{cases}$$

در این حالت ولتاژ سلول گالوانی $(Y-A)$ کم‌ترین مقدار است، بنابراین E° نیم‌سلول‌ها به صورت زیر است:

$$\left.\begin{matrix} E^\circ(A^{3+}/A)=+1V \\ E^\circ(Y^+/Y)=+0/2V \\ E^\circ(X^{2+}/X)=-0/8V \end{matrix}\right\} \xrightarrow{E^\circ \text{ مقایسه}} A>Y>X$$

کنکورچی‌میگه؟ با توجه به اطلاعات زیر، که رفتار چهار فلز A، X، D و Z را در آزمایش‌های مختلف نشان می‌دهد، کدام مورد دربارهٔ مقایسهٔ قدرت کاهندگی آن‌ها در مقایسه با Cu درست است؟ (کنکور نوبت دوم تجربی ۱۴۰۴)

- قدرت اکسندگی X^{2+}، از قدرت اکسندگی Z^{2+}، بیشتر است.
- تنها سه فلز Z، D و X با محلول $CuCl_2(aq)$، واکنش می‌دهند.
- با قرار دادن تیغه‌ای از فلز D در محلول‌های جداگانهٔ دارای یون‌های Z^{2+}، A^{2+} و X^{2+}، فقط فلزهای A و X، رسوب می‌کنند.

۱) $X>D>Cu>Z>A$
۲) $Z>X>Cu>A>D$
۳) $X>Z>D>Cu>A$
۴) $Z>D>X>Cu>A$

پاسخ: گزینه ۴

هریک از موارد داده شده را تحلیل می‌کنیم:

مورد اول: قدرت کاهندگی فلز Z از X بیشتر است.

مورد دوم: فقط قدرت کاهندگی فلز A از Cu کمتر است.

مورد سوم: قدرت کاهندگی فلز D از A و X بیشتر و از Z کمتر است.

بنابراین مقایسهٔ قدرت کاهندگی این فلزها به صورت زیر است:

قدرت کاهندگی: $Z>D>X>Cu>A$

14. تغییر جرم تیغهٔ کاتدی در سلول گالوانی «مس - نقره» در طول یک بازهٔ زمانی معین، برابر با تغییر جرم تیغهٔ آندی در سلول گالوانی «منیزیم - مس» است. در طول این بازهٔ زمانی، شمار الکترون‌های مبادله شده در سلول گالوانی «منیزیم - مس»، چند برابر شمار الکترون‌های مبادله شده در سلول گالوانی «مس - نقره» است؟ $(Mg=24, Cu=64, Ag=108: g.mol^{-1})$

$E^\circ(Mg^{2+}/Mg)=-2/37V \quad , \quad E^\circ(Ag^+/Ag)=+0/80V \quad , \quad E^\circ(Cu^{2+}/Cu)=+0/34V$

۱) ۶/۷۵
۲) ۲/۲۵
۳) ۴/۵
۴) ۹

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | محاسباتی

استراتژی ابتدا واکنش‌های انجام شده در هر سلول و شمار الکترون‌های مبادله شده را بنویس. سپس تغییر جرم گفته شده در دو سلول را برابر قرار بده و نسبت مول آن‌ها را به دست بیاور. در نهایت مقدار مول الکترون‌های مصرفی و نسبت آن‌ها را مشخص کن.

گام اول: معادلهٔ واکنش انجام شده در سلول گالوانی $(Cu-Ag)$ به صورت زیر است:

$$I)\ Cu(s)+2Ag^+(aq)\rightarrow Cu^{2+}(aq)+2Ag(s)$$

معادلهٔ واکنش رخ داده در سلول گالوانی $(Mg-Cu)$ نیز به صورت زیر است:

$$II)\ Mg(s)+Cu^{2+}(aq)\rightarrow Mg^{2+}(aq)+Cu(s)$$

گام دوم: در سلول اول، الکترود نقره، کاتد و در سلول دوم، الکترود منیزیم، آند است. فرض می‌کنیم در واکنش اول x مول نقره تولید و در واکنش دوم y مول منیزیم مصرف می‌شود. بنابراین تغییر جرم تیغهٔ کاتدی در واکنش اول برابر $108x$ گرم و تغییر جرم تیغهٔ آندی در واکنش دوم برابر $24y$ گرم است.

گام سوم: با توجه به این‌که مقدار تغییر جرم تیغه‌ها در دو سلول برابر است، نسبت بین x و y را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{تغییر جرم تیغهٔ نقره در واکنش اول}}{\text{تغییر جرم تیغهٔ منیزیم در واکنش دوم}}=\frac{108x}{24y}=1 \Rightarrow y=4/5x$$

گام چهارم: با توجه به معادلهٔ واکنش، شمار مول الکترون‌های مبادله شده در هر سلول را محاسبه می‌کنیم:

سلول اول: به ازای تولید هر مول نقره، یک مول الکترون مبادله می‌شود، بنابراین با تولید x مول نقره، x مول الکترون مبادله خواهد شد.

سلول دوم: به ازای مصرف هر مول منیزیم، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود، بنابراین با مصرف y مول منیزیم، $2y$ مول الکترون مبادله خواهد شد.

گام پنجم: نسبت شمار الکترون‌های مبادله شده در سلول گالوانی $(Mg-Cu)$ به سلول $(Cu-Ag)$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{الکترون‌های مبادله شده در واکنش دوم}}{\text{الکترون‌های مبادله شده در واکنش اول}}=\frac{\text{تغییر مول Mg}\times ۲}{\text{تغییر مول Ag}\times ۱}=\frac{۲y}{x}\xrightarrow{y=۴/۵x}\frac{۲(۴/۵x)}{x}=۹$$

کنکورچی‌میگه؟ **اگر تغییر جرم آند، در سلول گالوانی استاندارد «منیزیم - نقره»، نصف تغییر جرم کاتد در سلول گالوانی استاندارد «منگنز - کروم» باشد و ۳/۲۴ گم به جرم کاتد در سلول «منیزیم - نقره» اضافه شود، به تقریب چند الکترون در سلول «منگنز - کروم» مبادله شده است؟ (بازه‌های زمانی انجام واکنش‌ها، متفاوت در نظر گرفته شود.)** (کنکور نوبت دوم تجربی ۱۴۰۴)

$(Mg=۲۴, Cr=۵۲, Mn=۵۵, Ag=۱۰۸ : g.mol^{-1})$

$E^\circ(Ag^+/Ag)=+۰/۸۰V$ ، $E^\circ(Cr^{۳+}/Cr)=-۰/۷۴V$

$E^\circ(Mn^{۲+}/Mn)=-۱/۱۸V$ ، $E^\circ(Mg^{۲+}/Mg)=-۲/۳۷V$

۱) $۲/۵\times۱۰^{۲۲}$ ۲) $۱/۵\times۱۰^{۲۳}$ ۳) $۵/۰\times۱۰^{۲۲}$ ۴) $۲/۰\times۱۰^{۲۳}$

پاسخ: گزینه ۱

گام اول: واکنش‌های انجام شده در هر سلول به صورت زیر است:

$$Mg(s)+۲Ag^+(aq)\xrightarrow{۲e^-}Mg^{۲+}(aq)+۲Ag(s)$$

$$۳Mn(s)+۲Cr^{۳+}(aq)\xrightarrow{۶e^-}۳Mn^{۲+}\,|\,۲Cr$$

گام دوم: تغییر جرم منیزیم (آند) را در سلول «منیزیم - نقره» به دست می‌آوریم:

$$۳/۲۴g\,Ag\times\frac{۱mol\,Ag}{۱۰۸g\,Ag}\times\frac{۱mol\,Mg}{۲mol\,Ag}\times\frac{۲۴g\,Mg}{۱mol\,Mg}=۰/۳۶g\,Mg$$

گام سوم: تغییر جرم کروم (کاتد) در سلول «منگنز - کروم» برابر ۰/۷۲ گرم است. بنابراین شماره الکترون‌های مبادله شده برابر است با:

$$۰/۷۲g\,Cr\times\frac{۱mol\,Cr}{۵۲g\,Cr}\times\frac{۶mole^-}{۲mol\,Cr}\times\frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}e^-}{۱mole^-}\simeq۲/۵\times۱۰^{۲۲}e^-$$

۱۵. با توجه به اطلاعات زیر، کدام گزینه درست است؟ $(X=۲۷g.mol^{-1})$

- **در سلول گالوانی حاصل از دو فلز X و Y، به مرور نسبت $\frac{[X^{۳+}]}{[Y^{۲+}]}$ افزایش می‌یابد.**
- **با اتصال قطب منفی ولت‌سنج به نیم‌سلول $(Z^+(aq)/Z(s))$ در سلول گالوانی استاندارد «$SHE-Z$»، عدد $-۰/۸V$ نمایش داده می‌شود.**
- **محلول آبی نمک $YSO_۴$ را می‌توان در ظرفی از فلز Z نگه‌داری کرد.**

۱) در سلول گالوانی استاندارد «$SHE-Z$» به تدریج، pH محلول الکترولیت نیم‌سلول هیدروژن، به یک می‌رسد.

۲) در سلول گالوانی «$X-Z$»، جهت حرکت الکترون‌ها و یون‌های $Z^+(aq)$ یکسان و به سمت قطب منفی سلول است.

۳) در سلول گالوانی «$X-Y$»، اگر نسبت تغییر اندازه جرم آند به کاتد برابر ۰/۳۲۱ باشد، جرم مولی Y حدود ۶۵ گرم است.

۴) در واکنش انجام شده در سلول گالوانی با نیم‌سلول‌های فلزی که بیشترین مقدار emf ممکن را دارد، مجموع ضریب گونه‌ها پس از موازنه برابر ۸ است.

پاسخ: گزینه ۴ دشوار | مفهومی، محاسباتی

مشاوره این‌جور سوالات خیلی در کنکور سراسری تکرار شده‌اند و همهٔ اطلاعات شما رو دربارهٔ سلول گالوانی می‌سنجن! پس سعی کن خیلی خوب یادش بگیری تا بتونی به سوالش در کنکور به راحتی جواب بدی!

ابتدا هریک از موارد داده شده را تحلیل می‌کنیم:

مورد اول: در یک سلول گالوانی استاندارد در ابتدا غلظت کاتیون‌ها در هر دو نیم‌سلول برابر یک مولار است. با توجه به این‌که نسبت $\frac{[X^{3+}]}{[Y^{2+}]}$ در حال افزایش است، می‌توان نتیجه گرفت که کاتیون X^{3+} در حال تولید و کاتیون Y^{2+} در حال مصرف است. همچنین می‌دانیم که در آند، اکسایش رخ داده و کاتیون تولید می‌شود، در حالی‌که در کاتد، کاهش رخ داده و کاتیون مصرف می‌شود، بنابراین می‌توان گفت فلز X، الکترود آند و فلز Y، الکترود کاتد است. در نتیجه قدرت کاهندگی فلز X از Y بیشتر و E° نیم‌سلول آن کوچک‌تر است.

مورد دوم:

نکته اگر قطب های هم‌نام ولت‌ســـنج و سلول گالوانی باید به یک‌دیگر متصل شوند، ولت‌سنج متصل به یک سلول گالوانی استاندارد، عددی مثبت و در غیر این‌صورت، ولت‌سنج عددی منفی را نشان می‌دهد.

با توجه به نکته بالا می‌توان گفت که نیم‌سلول $(Z^+(aq)/Z(s))$ قطب مثبت (کاتد) سلول گالوانی $(SHE-Z)$ است. با توجه به این‌که نیم‌سلول SHE آند این سلول بوده و E° آن برابر صفر است، می‌توان E° نیم‌واکنش کاتدی را به دست آورد:

$$emf: E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} \rightarrow +0/8 = E^\circ_{\text{کاتد}} - 0 \rightarrow E^\circ_{\text{کاتد}} = E^\circ(Z^+(aq)/Z(s)) = +0/8\,V$$

مورد سوم:

نکته هنگامی می‌توان محلول نمک یک فلز را در ظرفی از جنس یک فلز دیگر نگه داشت که قدرت کاهندگی فلز آزاد کم‌تر از فلز موجود در نمک باشد.

طبق نکته بالا، می‌توان نتیجه گرفت که قدرت کاهندگی فلز Z از فلز Y کم‌تر است.

در نهایت می‌توان قدرت کاهندگی این سه فلز را به صورت مقابل مقایسه کرد: $X > Y > Z$:قدرت کاهندگی

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) در سلول گالوانی $(SHE-Z)$ واکنش مقابل انجام می‌شود: $H_2(g)+2Z^+(aq) \rightarrow 2H^+(aq)+2Z(s)$

با گذشت زمان در نیم‌سلول SHE، یون H^+ تولید شده و سبب می‌شود که pH محلول کوچک‌تر شده و به مقادیر منفی برسد. البته با گذشت زمان، یون‌های H^+ تولید شده به سمت نیم‌سلول کاتد مهاجرت می‌کنند و سبب می‌شوند نیم‌سلول کاتدی نیز خاصیت اسیدی پیدا کند.

تذکر: در ابتدا غلظت محلول الکترولیت نیم سلول SHE که حاوی یون H^+ بوده بر ابر یک مولار است و pH محلول برابر صفر است. با تولید یون H^+ غلظت یون H^+ افزایش یافته و مقدار pH کوچک‌تر شده و به مقادیر منفی می‌رسد.

۲) در سلول گالوانی $(X-Z)$، الکترود X آند (قطب منفی) و الکترود Z کاتد (قطب مثبت)، کاتد است. در یک سل‌ول گالوانی، علاوه‌بر الکترون‌ها، کاتیون‌های تولید شده در آند (X^{3+}) نیز به سمت کاتد حرکت می‌کنند.

۳) واکنش کلی انجام شده در سلول گالوانی $(X-Y)$ به صورت مقابل است: $2X(s)+3Y^{2+}(aq) \rightarrow 2X^{3+}(aq)+3Y(s)$

در این سلول الکترود X، آند و الکترود Y، کاتد است. با توجه به معادلهٔ واکنش با مصرف ۲ مول X، ۳ مول از Y تولید می‌شود، بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{\text{تغییر جرم آند (X)}}{\text{تغییر جرم کاتد (Y)}} = \frac{\text{جرم مولی X} \times \text{مول مصرفی X}}{\text{جرم مولی Y} \times \text{مول تولیدی Y}} = \frac{2\times 27}{3\times m_Y} = 0/321 \rightarrow m_Y \simeq 56\,g.mol^{-1}$$

۴) طبق توضیحات داده شده، سری الکتروشیمیایی مربوط به نیم‌واکنش‌های این سه فلز به صورت زیر است:

نیم‌واکنش کاهش	$E^\circ(V)$
$Z^+(aq)+e^- \rightarrow Z(s)$	$+0/8$
$Y^{2+}(aq)+2e^- \rightarrow Y(s)$	——
$X^{3+}(aq)+3e^- \rightarrow X(s)$	——

بیشترین مقدار emf مربوط به سلول گالوانی حاصل از X و Z خواهد بود که در آن واکنش زیر رخ می‌دهد:

$$X(s)+3Z^+(aq) \rightarrow X^{3+}(aq)+3Z(s)$$

مجموع ضرایب گونه‌ها در معادلهٔ موازنه شده این واکنش برابر با ۸ است **۸۱۹**

پاسخنامه شیمی ۲۹ آذر ماه ۱۴۰۲

1. با توجه به واکنش های موازنه نشدهٔ زیر، کدام مطلب بیان شده درست است؟

۱) $Z^{2+}(aq)+N^{4+}(aq)\rightarrow Z^{3+}(aq)+N^{2+}(aq)$

۲) $E(s)+A^{+}(aq)\rightarrow E^{2+}(aq)+A(s)$

۳) $Z(s)+E^{2+}(aq)\rightarrow Z^{3+}(aq)+E(s)$

۱) به ازای مبادله مقدار الکترون یکسان، شمار مول‌های مصرف شدهٔ گونه کاهنده در واکنش (I)، $\frac{1}{2}$ همین شمار در واکنش (II) است.

۲) تبدیل $Z^{3+}(aq)$ به $Z(s)$ آسان‌تر از تبدیل $A^{+}(aq)$ به $A(s)$ است.

۳) اگر واکنش (۳) مربوط به سلول گالوانی «Z - E» باشد از جرم تیغه Z به مرور زمان کاسته می‌شود.

۴) اگر نگهداری محلول $E^{2+}(aq)$ در ظرف آهنی امکان‌پذیر نباشد، در سلول گالوانی تشکیل شده از آهن و A، جهت حرکت الکترون‌ها و کاتیون‌ها هر دو به سمت نیم سلول آهن است.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | مفهومی

ابتدا به سراغ واکنش‌های داده شده می‌رویم

نکته در واکنش‌هایی که به فرم واکنش‌های زیر هستند، تغییر بار یک گونه را ضریب گونه دیگر و تغییر بارگونه دیگر را ضریب گونه اول قرار می دهیم. (در واقع همان موازنه به روش اکسایش - کاهش)

$$I)\ 2Z^{2+}+1N^{4+}\rightarrow 2Z^{3+}+1N^{2+}\xrightarrow[\text{۲نیم‌واکنش}]{}\begin{cases}\underbrace{2Z^{2+}}_{\text{کاهنده}\rightarrow\text{اکسایش یافته}}\rightarrow\overbrace{2Z^{3+}}^{\text{حاصل از اکسایش}}+2e^{-}\\ \underbrace{N^{4+}}_{\text{اکسنده}\rightarrow\text{کاهش یافته}}+2e^{-}\rightarrow\underbrace{N^{2+}}_{\text{حاصل از کاهش}}\end{cases}$$

$$II)\ E+2A^{+}\rightarrow E^{2+}+2A\rightarrow\begin{cases}\underbrace{E}_{\text{کاهنده}\rightarrow\text{اکسایش یافته}}\rightarrow\overbrace{E^{2+}}^{\text{حاصل از اکسایش}}+2e^{-}\\ \underbrace{2A^{+}}_{\text{اکسنده}\rightarrow\text{کاهش یافته}}+2e^{-}\rightarrow\underbrace{2A}_{\text{حاصل از کاهش}}\end{cases}$$

$$III)\ 2Z+3E^{2+}\rightarrow 2Z^{3+}+3E\rightarrow\begin{cases}\underbrace{2Z}_{\text{کاهنده}\rightarrow\text{اکسایش یافته}}\rightarrow\overbrace{2Z^{3+}}^{\text{حاصل از اکسایش}}+6e^{-}\\ \underbrace{3E^{2+}}_{\text{اکسنده}\rightarrow\text{کاهش یافته}}+6e^{-}\rightarrow\underbrace{3E}_{\text{حاصل از کاهش}}\end{cases}$$

نکته نیم واکنش‌هایی که e^- ، در سمت چپ قرار دارد، نیم واکنش کاهش و نیم واکنش‌هایی که e^- سمت راست قرار دارد، نیم واکنش اکسایش هستند چرا که گونه کاهنده طی فرآیند اکسایش الکترون از دست می‌رود و گونه اکسنده طی فرآیند کاهش e می‌گیرد.

بررسی گزینه‌ها

۱ در هر دو واکنش (I) و (II) ، ۲ مول e^- مبادله شده است.

نکته برای تعیین e^- های مبادله شده دو راه وجود دارد:

۱- تغییر عدد اکسایش اکسنده × زیروند گونه اکسنده × ضریب گونه اکسنده

۲- تغییر عدد اکسایش کاهنده ×زیروند گونه کاهنده × ضریب گونه کاهنده

توجه کنید که اگر شمار e^- های مبادله شده واکنش‌های (I) و (II) یکسان نبود با ضرب کردن واکنش‌ها در ک.م.م e^- های مبادله نشده، آن‌ها را هم e^- می‌کردیم.

$$\frac{\text{کاهنده mol (I)}}{\text{کاهنده mol (II)}} = \frac{\text{mol } Z^+}{\text{mol E}} = \frac{\text{ضریب } Z^+}{\text{ضریب E}} = \frac{۲}{۱} = ۲$$

۲

نکته در واکنش‌هایی که به صورت «گونه حاصل از کاهش + گونه حاصل از اکسایش ← اکسنده + کاهنده» هستند

گونه حاصل از اکسایش < اکسنده: قدرت اکسندگی

گونه حاصل از کاهش < کاهنده: قدرت کاهندگی

با توجه به نکته فوق و واکنش‌های داده شده خواهیم داشت

$$\text{قدرت کاهندگی} \begin{cases} (I) \rightarrow Z^{۲+} > N^{۲+} \\ (II) \rightarrow E > A \\ (III) \rightarrow Z > E \end{cases} \Rightarrow Z > E > A$$

$$\text{قدرت اکسندگی} \begin{cases} (I) \rightarrow N^{۴+} > Z^{۳+} \rightarrow \text{جایگاه } N^{۴+} \text{ مشخص نیست} \\ \qquad\qquad \text{فقط می‌دانیم از } Z^{۳+} \text{ قوی‌تر است} \\ (II) \rightarrow A^+ > E^{۲+} \\ (III) \rightarrow E^{۲+} > Z^{۳+} \end{cases} \Rightarrow A^+ > E^{۲+} > Z^{۳+}$$

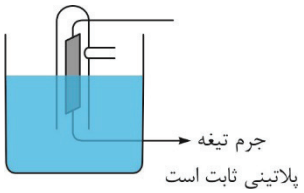
بنابراین A^+ از $Z^{۳+}$ اکسنده‌تر است و راحت‌تر به اتم سازنده خود تبدیل می‌شود.

۳

نکته در سلول گالوانی

الف) به مرور زمان بر جرم تیغه کاتدی افزوده می‌شود.

ب) به مرور زمان از جرم تیغه آندی کاسته می‌شود.



آفرود در بعضی سلول‌های گالوانی، جرم تیغه تغییر نمی‌کند مانند نیم سلول استاندارد هیدروژن (SHE)

$۲H^+(aq) + ۲e^- \rightarrow H_۲(g)$ نیم واکنش کاهش هیدروژن

همانطور که می‌بینید نه ماده‌ای بر روی تیغه می‌نشیند و نه از آن جدا می‌شود.

یکی دیگر از این نیم‌سلول‌ها نیم‌سلول تبدیل $Sn^{۴+}$ به $Sn^{۲+}$ است. (رسم آن با خودتان ☺)

باید دید که در سلول گالوانی $(Z-E)$ کدام آند و کدام کاتد است مطابق با آنچه در گزینه ۲ بررسی کردیم.

$$E^\circ(E^{۲+}/E) > E^\circ(Z^{۳+}/Z)$$

ازطرفی می‌دانیم که در یک سلول گالوانی:

نیم‌سلول با E° بزرگ‌تر ← کاتد

نیم‌سلول با E° کوچک‌تر ← آند

در نتیجه در سلول گالوانی گفته شده (Z) آند می‌باشد و به مرور زمان از جرم آن کاسته می‌شود.

۴ اگر نگهداری محلول E^{2+} در ظرف Fe ممکن نباشد آن گاه نتیجه می‌گیریم که واکنش زیر انجام شده است.

$$Fe + E^{2+} \rightarrow Fe^{2+} + E$$

→ نتیجه { قدرت کاهندگی: $Fe > E$ ، قدرت اکسندگی: $E^{2+} > Fe^{2+}$ }

ازطرفی مطابق با واکنش (II) خواهیم داشت: $E > A$ قدرت کاهندگی

→ قدرت کاهندگی (نتیجه): $Fe > E > A$

نکته **در هر سلول الکتروشیمیایی اتفاقات زیر قطعی است.**

الف) کاتد محل کاهش و آند محل اکسایش است.

ب) E° نیم واکنش کاتد > E° نیم واکنش آند

پ) جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به کاتد

ت) مقصد کاتیون‌ها ← کاتد / مقصد آنیون‌ها ← آند.

در سلول گالوانی تشکیل شده از Fe و A از آنجایی که A کاهنده ضعیف تری است یعنی A^+ اکسنده قوی تری است در نتیجه A کاتد و Fe آند خواهد بود. در این سلول :

جهت حرکت e^- ها از آند به کاتد است ← Fe به A

مقصد آنیون‌ها ← Fe (آند)

مقصد کاتیون‌ها ← A (کاتد)

در نتیجه جهت حرکت e^-ها و کاتیون‌ها به سمت A خواهد بود.

روش دوم: با جدول E°

نکته اگر کاتیون‌های y^{n+} را نتوان در ظرف از جنس فلز x نگهداری کرد. آنگاه: $E^\circ(y^{n+}/y) > E^\circ(x^{m+}/x)$

در نتیجه: $E^\circ(E^{2+}/E) > E^\circ(Fe^{2+}/Fe)$ است از طرفی با توجه واکنش (II):

جدول E° برای Fe، E، A به صورت زیرخواهد بود.

$$E^\circ(A^+/A) > E(E^{2+}/E)$$

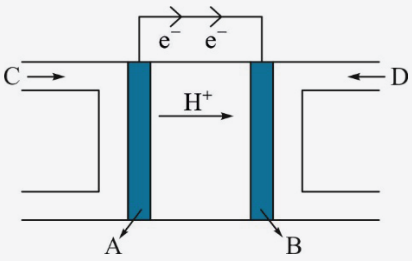
در سلول $(A-Fe)$:

$E^\circ(A^+/A)$ بیشتر است ← کاتد

$E^\circ(Fe^{2+}/Fe)$ کمتر است ← آند

در نتیجه حرکت e^-ها و کاتیون‌ها به سمت A (کاتد) خواهد بود

2. شکل زیر رایج‌ترین سلول سوختی را نشان می‌دهد. کدام گزینه در مورد آن نادرست است؟ $(C=12, O=16 : g.mol^{-1})$



۱) در این فرایند نسبت جرم گاز مصرف شده در الکترود B به جرم گاز مصرف شده در الکترود A، برابر عدد اتمی فراوان‌ترین نافلز سیاره زمین است.

۲) جهت حرکت الکترون در این شکل به درستی نشان داده شده است و به ازای عبور $۲/۴۰۸\times۱۰^{۲۴}$ الکترون از مدار بیرونی، ۳۲g گاز D مصرف می‌شود.

۳) در این فرایند اندازه‌ی تغییر عدد اکسایش هر اتم کاهنده، نصف اندازه‌ی تغییر عدد اکسایش هر اتم اکسنده است.

۴) اگر در این سلول به جای گاز C، از گاز متان استفاده شود، برای عبور همان شمار الکترون ناشی از مصرف یک مول $H_۲(g)$، ۴ گرم گاز متان باید مصرف شود.

پاسخ: گزینه ۴ سخت | حفظی

درسنامه

سلول سوختی : سلول سوختی نوعی سلول گالوانی می‌باشند. هر سلول سوختی از سه جزء تشکیل می‌شود.

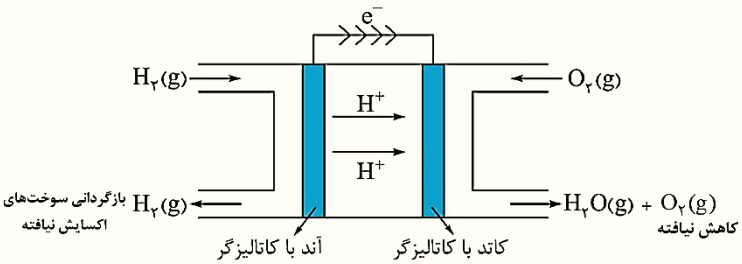
۱- آند با کاتالیزگر

۲- کاتد با کاتالیزگر

۳- غشا مبادله‌کننده یون هیدرونیوم

سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن رایج‌ترین سلول سوختی می باشد.

سلول سوختی مانند همه باتری ها شامل یک نیم واکنش کاهش و یک نیم واکنش اکسایش است.



نیم‌واکنش اکسایش (آندی) $H_۲ \rightarrow ۲H^+ + ۲e^-$

عکس واکنش آندی در برقکافت آب نیم‌واکنش کاهش (کاتدی) $۱O_۲ + ۴H^+ + ۴e^- \rightarrow ۲H_۲O$

واکنش کلی $O_۲ + ۲H_۲ \rightarrow ۲H_۲O$ (۴ مول الکترون مبادله شده)

سلول سوختی شامل دو خروجی می باشد.

۱- خروجی سمت آند ← گاز هیدروژن واکنش نداده از سلول خارج می‌شود.

۲- خروجی سمت کاتد ← بخار آب و گازهای اکسیژن کاهش نیافته خارج می‌شود.

نکته حالت فیزیکی آب در نیم واکنش کاهش (کاتدی) مایع است اما به سبب حرارت به‌صورت بخار آب خارج می‌شود.

نکته مطابق با فصل ۲ دهم کاتالیزگر واکنش $۲H_۲ + O_۲ \rightarrow ۲H_۲O$ فلز $Pt(s)$ می‌باشـــد که در کاتد و آند وجود دارد. (این نکته از نظر علمی نیز صحیح است.)

نکته نکات زیر در ارتباط با همه انواع سلول‌ها ی سوختی درست است.

۱- برخلاف باتری‌ها، انرژی شیمیایی را ذخیره نمی‌کنند.

۲- سوخت در شرایط کنترل شده مصرف می‌شود.

آفرود سلول‌های سوختی خارج از کتاب: از نظر علمی انواع مختلفی از سلول‌های سوختی می‌توان تولید کرد که برخی ویژگی ها میان آن ها یکسان است.

۱- در همه آن‌ها نیم واکنش کاتدی به صورت $۱O_۲ + ۴H^+ + ۴e^- \rightarrow ۲H_۲O$ می باشد.

۲- فرم واکنش کلی انجام شده در همه آن ها، واکنش سوختن یک ماده است.

۳- فرآورده آندی شامل e^- و H^+ خواهد بود.

٤- واکنش دهنده آندی در شرایط کنترل شده وارد سلول خواهد شد.

رایج‌ترین نوع سلول سوختی، سلول سوختنی هیدروژن اکسیژن است، بنابراین A، B، C و D به ترتیب آند و کاتد با کاتالیزگر، $H_۲$ و $O_۲$ هستند.

۱ گاز مصرف شده در الکترود B و کاتد، $O_۲$ می‌باشد همچنین گاز مصرف شده در الکترود A (آند) $H_۲$ می‌باشد. مطابق با واکنش کلی سلول $۲H_۲ + O_۲ \rightarrow ۲H_۲O$ خواهیم داشت:

$$\frac{\text{جرم گاز } O_۲ \text{ مصرفی}}{\text{جرم گاز } H_۲ \text{ مصرفی}} = \frac{۳۲}{۲\times۲} = ۸$$

نکته اگر برای مسائل و محاسبات در هر نوع سلول بخواهیم از نیم واکنش‌ها به جای واکنش کلی استفاده کنیم. ابتدا باید واکنش‌ها را هم e^- کنیم. یعنی ضریب e^-ها را در ۲ نیم‌واکنش یکسان کنیم.

$$\begin{matrix}\text{نیم‌واکنش آندی} \rightarrow H_۲ \rightarrow ۲H^+ + ۲e^- \xrightarrow{\times ۲} \\ \text{نیم‌واکنش کاتدی} \rightarrow ۱O_۲ + ۴H^+ + ۴e^- \rightarrow ۲H_۲O\end{matrix} \quad \begin{cases}۲H_۲ \rightarrow ۴H^+ + ۴e^- \\ O_۲ + ۴H^+ + ۴e^- \rightarrow ۲H_۲O\end{cases} \rightarrow \frac{O_۲}{۲H_۲} = \frac{۳۲}{۲\times۲} = ۸$$

نکته کلمه فراوان‌ترین برای ترتیب عناصر در کتاب درسی مورد استفاده قرار گرفته است. لیست زیر همه آن ها را یک جا در اختیارتان خواهد گذاشت.

فراوان ترین عنصر	زمین	$Fe > O > Si > Mg > Ni > S > Ca > Al$
	مشتری	$H > He > C > O > N > S > Ar > Ne$
	اتمسفر زمین (هوای خشک)	$N_۲ > O_۲ > Ar > CO_۲ > Ne > He > Kr$
	پوسته جامد زمین	$O > Si$
	در جهان هستی	(H)
فراوان‌ترین نافلز زمین نیز (O) با عدد اتمی ۸ می‌باشد.		

۲ جهت حرکت e^-ها در همه انواع سلول‌ها، از آند به کاتد است و در سلول سوختی فوق به درستی نشان داده شده است.

واکنش کلی به صورت $O_۲ + ۲H_۲ \rightarrow ۲H_۲O$ می باشد که شمار e^- های مبادله شده در آن ۴mol است.

$$۲/۴۰۸\times۱۰^{۲۴} \times \frac{۱mole^-}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}} \times \frac{۱molO_۲}{۴mole^-} \times \frac{۳۲g}{۱molO_۲} = ۳۲g\,O_۲$$

روش دوم:

$$\frac{\text{تعداد } e^-}{N_A \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم } O_۲}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}} \rightarrow \frac{۲/۴۰۸\times۱۰^{۲۴}}{۴\times۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}} = \frac{x}{۳۲\times۱} \rightarrow x = ۳۲gr$$

۳ اتم کاهنده کسی است که خودش اکسایش یافته باشد، در نتیجه باید در سلول الکتروشیمیایی آند واقع شود. (اتم H)

اتم اکسنده کسی است که خودش کاهش یافته باشد، در نتیجه باید در سلول الکتروشیمیایی کاتد واقع شود. (اتم O) با توجه به نیم واکنش‌های زیر

$H_2 \rightarrow 2H^+ + 2e^-$

$O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$

هر مولکول هیدروژن (دو اتم دارد) $2e^-$ را آزاد کرد پس تغییر عدد اکسایش هر اتم H برابر با ۱ است و هر مولکول $O_2(g)$ (دو اتم دارد) $4e^-$ را گرفته است؛ پس تغییر عدد اکسایش هر اتمO برابر با (۲) است و نسبت گفته شده برابر با $\frac{1}{2}$ می‌باشد.

۴

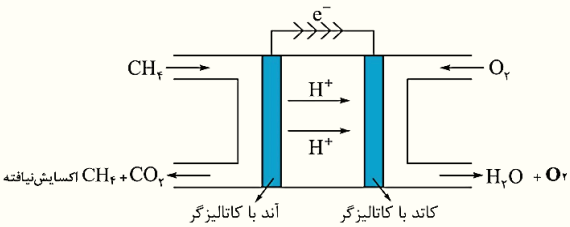
درسنامه

سلول سوختی متان

نیم واکنش آندی $CH_4 + 2H_2O \rightarrow CO_2 + 8H^+ + 8e^-$

نیم واکنش کاتدی $O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$

نیم واکنش کلی $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$ (مبادله شده $8mole^-$)



نکته در این سلول سوختی سطح آند مرطوب است، و حاوی H_2O می‌باشد.

نکته گاز خروجی از این سلول CO_2 و H_2O است که برخلاف سوختی هیدروژن و اکسیژن، CO_2 حاصل آلایندگی را افزایش می‌دهد.

در این سلول نکاتی که در همه انواع سلول‌های سوختی صدق می‌کند، صحیح خواهد بود.

ابتدا شمار e^- های ناشی از مصرف یک مول H_2 را به دست می‌آوریم

آندی : $H_2 \rightarrow 2H^+ + 2e^- \rightarrow 1molH_2 \times \frac{2mole^-}{1molH_2} = 2mole^-$ تولید می‌شود

شمار e^- ناشی از متان را نیز به دست می‌آوریم

آندی جدید : $CH_4 + 2H_2O \rightarrow CO_2 + 8H^+ + 8e^-$

سپس جرم متان مصرفی را محاسبه می‌کنیم.

$2mole^- \times \frac{1molCH_4}{8mole^-} \times \frac{16gr}{1molCH_4} = 4gCH_4$

3. پاسخ درست پرسش‌های زیر در کدام گزینه به درستی از راست به چپ به ترتیب بیان شده است؟

آ) جمع جبری عدد اکسایش اتم‌های کربن در سبک‌ترین اسید آروماتیک برابر چند است؟

ب) pH محلول الکترولیت در SHE برابر چند است؟

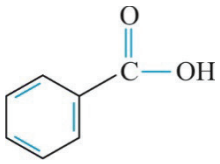
پ) کمترین پتانسیل در میان فلزها مربوط به کدام فلز است؟

ت) در برقکافت سدیم کلرید مذاب، انتخاب آندگرافیتی مناسب تر است یا آندی از جنس آهن؟

۱) ۲- صفر، لیتیم، آهنی
۲) ۱- ، یک، منیزیم، گرافیتی
۳) ۱- یک، منیزیم، آهنی
۴) ۲- ، صفر، لیتیم، گرافیتی

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | حفظی

آ مواد آروماتیک در ساختار خود شامل حلقه بنزنی هستند، ساده‌ترین اسید آروماتیک از اتصال یک عامل اسیدی آلی $(-COOH)$ به حلقه بنزن به وجود می‌آید.

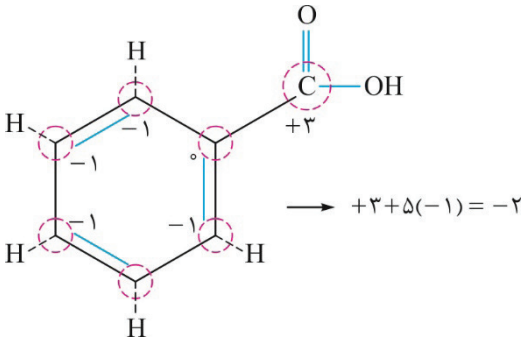


نکته بنزوئیک اسید، به عنوان نگهدارنده کاربرد دارد، این ماده در تمشک و توت فرنگی یافت می‌شود. و موجب کاهش سرعت فساد موادغذایی خواهد شد.



برای محاسبه عدد اکسایش کربن‌ها می‌توان به دو روش عمل کرد.

روش اول:



نکته برای محاسبه مجموع عدد اکسایش یک عنصر در ترکیب استفاده از فرمول بسته بهتر است.

روش دوم:

فرمول بسته $C_6H_6O_2 \rightarrow 6C+6(+1)+2(-2)=0 \rightarrow \boxed{6C=-2}$ جمع عدد اکسایش کربن‌ها

ب

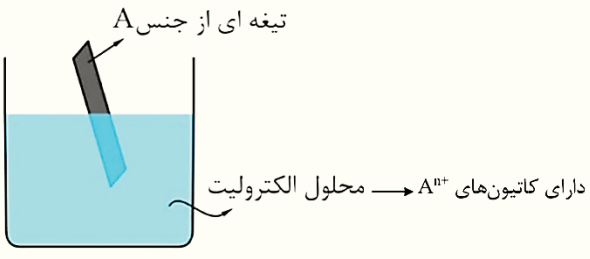
درسنامه

نیم‌سلول‌ها ساختار کلی زیر را دارند.

نیم سلول: تیغه‌ای از جنس یک فلز [مثلاً A] درون محلولی از جنس کاتیون‌های خودش $[A^{n+}]$

$A^{n+}+ne^- \rightleftharpoons A$ واکنش در حال انجام

چون این واکنش تعادلی است تأثیری بر جرم تیغه و غلظت ندارد و آن‌ها ثابت هستند.



شرایط استاندارد نیم‌سلول:

دما ← $25^\circ C$

فشار ← $P=1atm$

غلظت محلول الکترولیت ← ۱ مولار

در نیم‌سلول SHE، محلول الکترولیت باید H^+ با غلظت $1M$ باشد.

$pH=-\log[H^+] \rightarrow -\log 1=0 \rightarrow pH=0$

پ) در میان فلزات لیتیم کمترین E° را دارد.

عنصرشناسی (لیتیم)

- لیتیم اولین فلز گروه قلیایی است (همچنین سبک‌ترین آن‌ها)
- لیتیم واکنش پذیرترین فلز دوره خود است و کمترین واکنش‌پذیری را در گروه خود دارد
- لیتیم چگالی پایینی دارد و کمترین E° را میان فلزات دارد (کاهنده‌ترین).
- از آنجایی که فلز لیتیم کمترین E° را دارد، در هر سلول گالوانی متشکل از (فلز و لیتیم) لیتیم به دلیل کمترین E° ، همواره آند خواهد بود.
- لیتیم کاهنده‌ترین فلز می‌باشد.
- هیچ محلول حاوی کاتیون فلزی را نمی توان در ظرفی از جنس لیتیم نگهداری کرد.

ت) در سلول‌های الکترولیتی، جنس آند و کاتد غالباً از جنس گرافیت است و پایدارترین دگرشکل کربن C می‌باشد.

نکته گرافیت با اینکه نافلز است ولی رسانای الکترونی می‌باشد، جنس آند و کاتد باید به گونه‌ای باشد که رسانای برق باشند.

نکته در صورت استفاده از آند فلزی در سلول‌های الکترولیتی غالباً آند، اکسایش یافته و تیغه رفته‌رفته خورده شده و ازبین می‌روند. در نتیجه در برقکافت سدیم کلرید مذاب با آندی از جنس آهن، میله آند آهنی با گاز کلر به شکل ناخواسته‌ای واکنش می‌دهد.

4. اگر دوفلز واسطه A و M از دورهٔ چهارم جدول تناوبی با بالاترین عدد اکسایش خود، آنیون‌های پایداری با فرمول AO_4^- و MO_4^{2-} تشکیل دهند چند مورد از مطالب زیر در مورد آن ها درست است؟

- **شمار الکترون های ظرفیتی A یک واحد بیشتر از شمار الکترون‌های ظرفیتی M است.**
- **مجموع عدد اتمی آن‌ها برابر عدد اتمی یکی از عنصرهای گروه ۱۴ است.**
- **هر دو عنصر در زیر لایه ای با $l=2$ شمار الکترون های برابری دارند.**
- **از این دو عنصر اکسیدهایی با فرمول AO_2 و M_2O_3 می‌توان یافت.**

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۲ سخت | حفظی

ابتدا عدد اکسایش هر کدام از عناصر را به دست می‌آوریم.

$$AO_4^- \rightarrow A + 4(-2) = -1 \rightarrow A - 8 = -1 \rightarrow A = +7$$

$$M_2O_4^{2-} \rightarrow M + 4(-2) = -2 \rightarrow M - 8 = -2 \rightarrow M = +6$$

نکته دامنه عدد اکسایش برای عناصر فلزی و نافلزی به صورت زیر است.

نافلز	Max ← یکان شمارهٔ گروه (به جز O و F)
	Min ← Max − ۸
فلز	Max ← یکان شماره گروه (به جز گروه های ۱۱ و ۱۰ و ۹ و ۸)
	Min ← صفر

با توجه به نکته بالا فلز A، فلزی واسطه از دوره چهارم در گروه ۷ می‌باشد ← $_{25}Mn$ فلز M ، فلزی واسطه از دوره چهارم در گروه ۶ می‌باشد. ← $_{24}Cr$

مورد اول) شمار e^-های ظرفیتی را از روی آرایش الکترونی به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l} Mn \text{ آرایش الکترونی} \rightarrow [_{18}Ar]3d^5 4s^2 \\ Cr \text{ آرایش الکترونی} \rightarrow [_{18}Ar]3d^5 4s^1 \end{array}\right\} \text{تفاوت برابر با یک الکترون است}$$

مورد دوم) مجموع عدد اتمی آن، برابر ۴۹ و (۲۵ + ۲۴) است. در گروه ۱۴ عنصری با عدد اتمی ۴۹ یافت نمی‌شود.

مورد سوم) $_{24}Cr$ در آرایش الکترونی خود دارای ۵ الکترون در زیرلایه $3d$ و $_{25}Mn$ در آرایش الکترونی خود دارای ۵ الکترون در زیر لایه $3d$ است.

مورد چهارم) باید تعیین کنیم که عنصر موردنظر می تواند ترکیب گفته شده را ایجاد کند یا خیر

✓ MnO_2 ← چون بیشترین عدد اکسایش آن ۷+ است می‌تواند ترکیب AO_2 را ایجاد کرد. ← $AO_2 \rightarrow A$ عدداکسایش $= +4 \rightarrow$

✓ Cr_2O_3 ← چون بیشترین عدد اکسایش آن ۶+ است می‌تواند ترکیب M_2O_3 را ایجاد کرد. ← $M_2O_3 \rightarrow M$ عدداکسایش $= +3 \rightarrow$

5. مجموع ضرایب استوکیومتری مواد شرکت‌کننده در معادله زیر پس از موازنه برابر چند است و به‌ازای اکسایش ۱۸/۳ گرم آنتیموان، چند مول الکترون بین گونه‌های اکسنده و کاهنده مبادله می‌شود؟ $(Sb = 122 : g.mol^{-1})$

$$Sb(s) + NO_3^-(aq) + H^+(aq) \rightarrow Sb_4O_6(s) + NO(g) + H_2O(l)$$

۱) ۰/۴۵ ،۱۹ ۲) ۰/۲۵ ،۱۹ ۳) ۰/۴۵ ،۱۷ ۴) ۰/۲۵ ،۱۷

پاسخ: گزینه ۱ سخت | محاسباتی

ابتدا واکنش را موازنه می کنیم.

درسنامه

یکی از روش‌های سریع موازنه، موازنه به روش اکسایش - کاهش است. این روش بر مبنای از بین نرفتن و تولید نشدن e^- است (پایستگی e^-) . اگر عنصری در واکنش کاهش پیدا کند باید عنصری دیگری اکسایش پیدا کرده باشد زیرا e^- نه از بین می‌رود نه به وجود می‌آید.

در این روش:

۱- تغییرات عدد اکسایش گونه اکسنده (با احتساب زیروند) را به دست می‌آوریم.

۲- تغییرات عدد اکسایش گونه کاهنده (با احتساب زیروند) را به دست می‌آوریم.

۳- ساده‌ترین نسبت بین آن ها به صورت ضربدری پخش می‌کنیم.

آفرود این مراحل ناقص است. یکی از مراحلی که بررسی نشده است در کتاب‌ها تشخیص سمت مبنای واکنش است.

۱- سمت مبنا سمتی است که تنوع عدد اکسایش عنصر، بیشتر است.

۲- در صورتی که تنوع ها یکسان باشد سمت چپ مبنا است.

واکنش موردنظر را گام به گام موازنه می‌کنیم.

سمت مبنا

$$\overset{0}{Sb} + \overset{+5}{N}O_3^- + H^+ \rightarrow \overset{+3}{Sb_4}O_6 + \overset{+2}{N}O + H_2O$$

اکسایش ۳↑ کاهش ۳↓

عدد اکسایش آنتیموان در $Sb_4O_6 \rightarrow Sb = +3 \leftarrow 4Sb + 6(-2) = 0$

نسبت تغییر اعداد اکسایش «۱» است در نتیجه:

$$1Sb + 1NO_3^- + 1H^+ \rightarrow \frac{1}{4}Sb_4O_6 + 1NO + \frac{1}{2}H_2O$$

سپس تمام ضرایب را در چهار ضرب می‌کنیم.

$$4Sb + 4NO_3^- + 4H^+ \rightarrow Sb_4O_6 + 4NO + 2H_2O$$

جمع ضرایب این واکنش ۱۹ می‌باشد.

شمار e^-های مبادله شده = زیروند آن ۱ × تغییر عدد اکسایش ۳ × ضریب اکسنده یا کاهنده ۴ = ۱۲

روش اول:

$$18/3\,gr\,Sb \times \frac{1\,mol\,Sb}{122\,gr\,Sb} \times \frac{12\,mole^-}{4\,mol\,Sb} = 0/45$$

روش دوم:

$$\frac{18/3}{4 \times 122} = \frac{mole^-}{12} \rightarrow mole^- = 0/45$$

6. کدام مطلب در مورد فرآیند برقکافت آب درست است؟

۱) در این فرایند به دلیل ناچیز بودن خاصیت رسانایی الکتریکی آب خالص، به آن مقدار زیادی الکترولیت می‌افزایند.

۲) در بخشی از سلول الکترولیتی که مقدار pH به کمتر از ۷ می رسد، نیم واکنش کاتدی رخ داده و گاز کمتری نسبت به قطب مقابل تولید می‌شود.

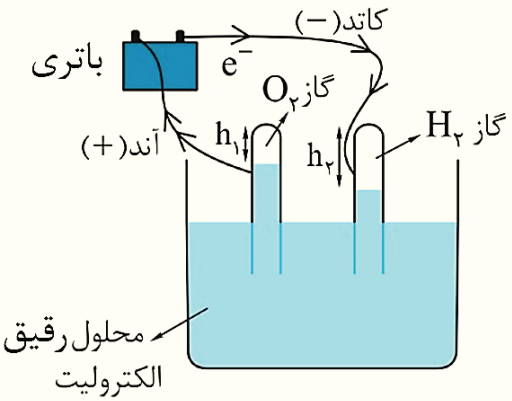
۳) با مبادله $7/224 \times 10^{23}$ الکترون در واکنش برقکافت آب، مقدار ۹/۶ گرم گاز در قطب مثبت سلول تولید می‌شود.

۴) جهت حرکت الکترون در مدار بیرونی از آند (-) به کاتد (+) است و جرم الکترودهای سلول بر اثر گذر زمان تغییری نمی‌کنند.

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | حفظی

درسنامه

سلول برقکافت آب مشابه تمام سلول‌های الکترولیتی شامل یک آند و یک کاتد است.



واکنش‌های انجام شده به صورت زیر هستند.

فرآورده کاتدی $1H_2$ ← نیم واکنش کاهشی در کاتد $2H_2O + 2e^- \rightarrow 2OH^- + 1H_2$

فرآورده آندی $1O_2$ ← نیم واکنش اکسایشی در آند $2H_2O \rightarrow 4e^- + 4H^+ + 1O_2$

واکنش کلی سلول $2H_2O \rightarrow 1O_2 + 2H_2$ (شمار e^- مبادله شده $= 4mole^-$)

در سلول برقکافت آب، همانند سلول‌های الکترولیتی کاتد قطب منفی و آند قطب مثبت است.

عبارت‌های زیر نیز در میان تمام سلول‌ها مشترک هستند.

مقصد آنیون‌ها ← آند است.

مقصد کاتیون‌ها ← کاتد است.

جهت حرکت e^- ها ← از آند به کاتد است.

نکته در این سلول حجم گاز هیدروژن تولیدی ۲ برابر اکسیژن است (ضریب اکسیژن نصف هیدروژن است.)

در صورت برابر بودن مساحت قاعده‌ها ← $h_2 = 2h_1$

آفرود محلول الکترولیت استفاده شده در سلول برقکافت آب باید به گونه‌ای باشد که

الف) آنیون آن در آند از آب برنده نشود به دیگر بیان E° مربوط به آنیون از E° آب کمتر نباشد.

ب) کاتیون آن در کاتد از آب برنده نشود به دیگر بیان E° مربوط به کاتیون از E° آب بیشتر نباشد.

نکته در صورتی که جنس آند و کاتد از فلز باشد، در آند ممکن است که به جای آب فلز اکسایش یابد.

۱ مقدار الکترولیت اضافه شده به سلول اندک است. بخش اول گزینه درست است. و علت افزودن الکترولیت رسانایی اندک آب خالص است.

آفرود دلیل اندک بودن مقدار این است که در بعضی موارد با تغییر غلظت، برنده و بازنده در واکنش‌های آندی و کاتدی تغییر می‌کند. در واقع غلظت بر روی E° تأثیر می‌گذارد.

۲ اگر pH به کمتر از ۷ برسد نتیجه خواهیم گرفت که محیط اسیدی بوده است.

نیم واکنش کاتدی: $2H_2O + 2e^- \rightarrow 2OH^- + 1H_2$

نیم واکنش آندی: $2H_2O \rightarrow 4e^- + 4H^+ + 1O_2$

محیط اسیدی اطراف سلول آندی است اما گاز بیشتر در اطراف سلول کاتدی است (گاز H_2)

۳ بر اساس درسنامه گفته شده می‌دانیم که شمار e^- مبادله شده برابر با ۴ است.

$$\text{عدد} \times \frac{1\text{mole}^-}{6/02\times10^{23}\text{e}^-} \times \frac{1\text{mol}O_2}{4\text{mole}^-} \times \frac{32\text{g}}{1\text{mol}O_2} = 9/6\text{g}$$

روش دوم:

$$\frac{7/224\times10^{23}}{6/02\times10^{23}\times4} = \frac{x\,\text{g}}{1\times32} \rightarrow x\,\text{g} = 9/6\,\text{g}$$

۴ جهت حرکت $4e^-$ در هر نوع سلولی از آند به کاتد است. اما در سلول‌های الکترولیتی آند قطب مثبت و کاتد قطب منفی است. دقت کنید که جرم الکترودهای گرافیتی در طول زمان تغییر نمی‌کند.

آفرود در صورتی که جنس الکترودها، فلزی باشد در آند جرم تیغه کاهش می‌یابد.

هم چنین نوع الکترولیت استفاده شده نیز می‌تواند بر جرم تأثیر بگذارد.

موارد فوق را در حالت عادی در نظر نگیرید عموماً در مواردی که تست به جواب نمی‌رسید از آن‌ها استفاده کنید.

7. در برقکافت ۵۰۰ گرم محلول آبی ۲ درصد جرمی سدیم نیترات به‌ازای عبور ۷۷۲۰۰ کولن الکتریسیته از سلول، تفاوت حجم گازهای آزاد شده در آند و کاتد در شرایط استاندارد برابر چند میلی‌لیتر است و در این مدت غلظت محلول آبی سدیم نیترات به چند درصد افزایش می‌یابد؟ (بار الکتریکی یک مول الکترون برابر ۹۶۵۰۰ کولن است)

۱) ۳۳۶۰ -۲/۰۳ ۲) ۴۴۸۰ -۲/۰۳ ۳) ۴۴۸۰ -۲/۲۹ ۴) ۳۳۶۰ -۲/۲۹

پاسخ: گزینه ۲ متوسط

درسنامه

در سلول‌های الکترولیتی که یک محلول حاوی نمک برقکافت می‌شود. باید بسیار مراقب باشید که:

الف) باید پیدا کنید که چه کسی در کاتد کاهش پیدا می‌کند.

ابتدا کاتیون (یا کاتیون‌ها) را که به سمت کاتد می‌روند در کنار آب در نظر بگیرید. سپس برنده را مشخص کنید.

نکته فلزات گروه اول و دوم Al^{3+}, Mn^{2+} در مجاورت با آب در رقابت کاتدی می‌بازند و آب کاهش می‌یابد.

ب) سپس مشخص کنیم که چه کسی به آند اکسایش پیدا می‌کند.

ابتدا آنیون (آنیون‌ها) را که به سمت آند می‌روند در کنار آب در نظر بگیرید. سپس برنده را مشخص کنید.

نکته در رقابت‌های آندی یون‌های F^- و Cl^- در صورت رقیق بودن (کمتر از یک مولار) و همچنین آنیون‌های اکسیژن‌دار که عدد اکسایش اتم مرکزی در آنها برابر با ماکزیمم عدد اکسایش آنهاست بازنده هستند.

آفرود در نکته بالا علت ذکر شدن غلظت این است که غلظت بر E° و برنده و بازنده تأثیر می‌گذارد.

ابتدا واکنش‌ها را مشخص می‌کنیم.

$$NaNO_3, H_2O \begin{cases} \text{کاتد} \begin{cases} Na^+ \\ H_2O \xrightarrow{\text{برنده}} 2H_2O + 2e^- \rightarrow 2OH^- + 1H_2 \end{cases} \\ \text{آند} \begin{cases} NO_3^- \\ H_2O \xrightarrow{\text{برنده}} 2H_2O \rightarrow 4e^- + 4H^+ + 1O_2 \end{cases} \end{cases}$$

در نتیجه واکنش انجام شده همان برقکافت آب است. ابتدا شمار e^-ها را به دست می‌آوریم.

$$77200q \times \frac{1mol\,e^-}{96500q} = 0/8mol\,e^-$$

از طرفی می‌دانیم که شمار e^- مبادله $4mol$ است در نتیجه:

$$0/8mole^- \times \frac{(2molH_2 - 1molO_2)}{4mole^-} \times \frac{22400mol}{1mol\,\text{گاز}} = 4480mol\,\text{گاز}$$

روش دوم:

$$\frac{\text{اختلاف حجم } V}{(2molH_2 - 1molO_2)22400} = \frac{0/8}{4mole^-} \rightarrow V = 4480mol$$

بخش دوم: از آنجایی که در کاتد و آند، آب مصرف می‌شود جرم $NaNO_3$ تغییر نمی‌کند اما مقدار آب کاهش پیدا می‌کند.

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم } NaNO_3 \text{ (ثابت)}}{\text{جرم محلول (کاهش می‌یابد)}} \times 100 \rightarrow \uparrow \text{درصد جرمی}$$

ابتدا جرم نمک $NaNO_3$ و آب را جداگانه حساب می‌کنیم:

$$۲=\frac{\text{جرم } NaNO_3}{۵۰۰}\times ۱۰۰ \rightarrow \text{جرم } NaNO_3 = ۱۰g$$

$$\text{جرم آب} = \text{جرم محلول} - \text{جرم } NaNO_3 = ۵۰۰-۱۰=۴۹۰g$$

سپس میزان جرم آب مصرفی را حساب می‌کنیم:

$$۲H_۲O \rightarrow ۲H_۲ + O_۲$$

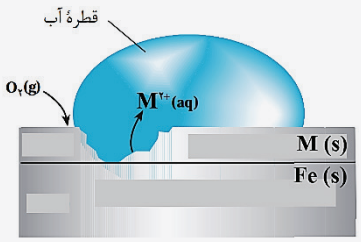
$$\text{آب}\ ۰/۸mol\times\frac{۲molH_۲O}{۴mole^-}\times\frac{۱۸g}{۱molH_۲O}=۷/۲g$$

$$\text{جرم آب باقی‌مانده} = ۴۹۰g-۷/۲g=۴۸۲/۸g \rightarrow \text{جرم محلول} = \overbrace{۴۸۲/۸}^{\text{جرم آب}}+\overbrace{۱۰}^{\text{جرم نمک}}=۴۹۲/۸g$$

در نهایت درصد جرمی را محاسبه می‌کنیم

$$\text{درصد جرمی} = \frac{۱۰g}{۴۹۲/۸g}\times ۱۰۰ \simeq ۲/۰۳$$

8. کدام موارد از عبارت‌های داده شده، در ارتباط با خوردگی آهن و روش‌های جلوگیری از آن درست است؟
$(Fe=۵۶, O=۱۶, H=۱: g.mol^{-۱})$



الف) نیم‌واکنش کاهش اکسیژن در محیط اسیدی در مقایسه با محیط آبی، پتانسیل بیشتری دارد اما ضریب الکترون در هر دو نیم‌واکنش بیان شده یکسان است.

ب) در معادله کلی فرایند خوردگی آهن، با مصرف ۱/۵ مول از مادهٔ اکسنده، ۵۱ گرم به جرم قطعه آهنی افزوده می‌شود.

پ) در آهن گالوانیزه، در محل خراش، سلول گالوانی پدید می‌آید که قطب مثبت آن فلزی است که تنها یک عدداکسایش پایدار دارد و محافظت می‌گردد.

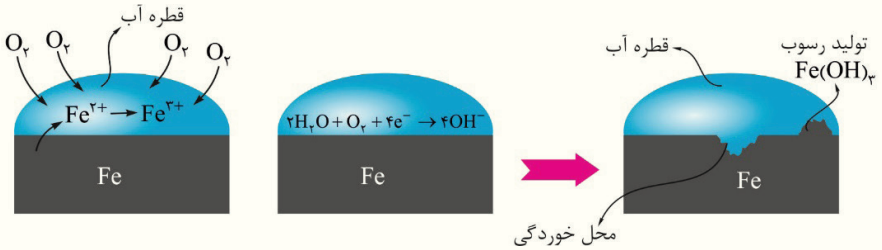
ت) با توجه به شکل مقابل، پتانسیل کاهشی فلز M از پتانسیل کاهشی فلز مس به یقین کمتر است و با قراردادن تیغه M درون محلول مس (II) سولفات، دمای محلول افزایش می‌یابد.

۱) الف و ب ۲) پ و ت ۳) الف و ت ۴) ب و پ

پاسخ: گزینه ۳ سخت | حفظی

درسنامه

آهن، پر مصرف‌ترین فلز در جهان است و سالانه حدود ۲۰ درصد از آهن تولیدی برای جایگزینی قطعه‌های خورده شده مصرف می‌شود.



خوردگی، فرایند ترد شدن، خرد شدن و فرو ریختن فلزات از سطح در مجاورت اکسیژن و رطوبت بر اثر واکنش اکسایش کاهش است.

در واکنش خوردگی آهن، فلز آهن طی ۲ مرحله اکسایش یابد. $۱) Fe \rightarrow Fe^{۲+} + ۲e^- \rightarrow ۲) Fe^{۲+} \rightarrow Fe^{۳+} + e^-$

از طرفی گاز اکسیژن در واکنش کاتدی شرکت کرده و تولید (OH^-) هیدروکسید می‌کند. $۲H_۲O + O_۲ + ۴e^- \rightarrow ۴OH^-$

یون‌های $Fe^{۳+}$ و OH^- تولیدی؛ با یکدیگر رسوب قرمز (آجری) رنگ $Fe(OH)_۳$ را تشکیل می‌دهند.

واکنش کلی انجام شده در این سلول به شرح زیر است.

$۴Fe + ۳O_۲ + ۶H_۲O \rightarrow ۴Fe(OH)_۳$ (e^- شمار مبادله شده $= ۱۲mol$)

عوامل مؤثر بر خوردگی آهن :

الف) اسیدیته محیط، در واکنش خوردگی آهن، در صورتی که محیط اسیدی باشد، گاز اکسیژن به جای مولکول‌های آب با یون هیدرونیوم واکنش می‌دهد.

$O_۲ + ۴H^+ + ۴e^- \rightarrow ۲H_۲O \qquad E^\circ = ۱/۲۳V$

در محیط مرطوب واکنش انجام شده به صورت زیر بود.

$O_۲ + ۲H_۲O + ۴e^- \rightarrow ۴OH^- \qquad E^\circ = ۰/۴$

واکنش محیط اسیدی: در جدول E° بالاتر قرار می‌گیرد در نتیجه اکسیژن در شرایط اسیدی؛ اکسنده قوی‌تری خواهد بود و میزان خورندگی آن افزایش می‌یابد و شدت واکنش بیشتر می‌شود.

اگر محیط اسیدی سرعت واکنش را افزایش دهد محیط بازی باعث کاهش سرعت واکنش خواهد شد.

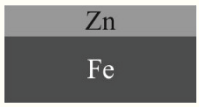
از آنجایی که حاصل ضرب $[H^+]\times[OH^-]$ در یک دمای ثابت، همیشه ثابت است مقدار H^+ کم می‌شود و از شدت فرایند خوردگی کاسته می‌شود.

ب) وجود نمک‌های محلول در آب موجب افزایش سرعت خوردگی می‌شود. زیرا در این محیط، رسانایی الکتریکی بیشتر از قبل خواهد شد و تبادل e^- نیز راحت‌تر خواهد بود.

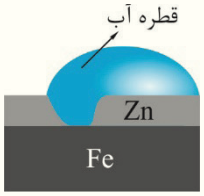
پ) تماس با فلز دیگر مانند آهن گالوانیزه یا حلبی

تماس آهن با دیگر فلزات: زمانی که فلز آهن را به یک فلز دیگر تماس می‌دهیم. این در فلز برای اکسایش یافتن با هم رقابت می‌کنند، از آنجایی که اکسایش مربوط به آند است. فلزی در این رقابت اکسایش می‌یابد که E° پایین‌تری داشته باشد.

الف) آهن گالوانیزه (آهن سفید): از آبکاری آهن با روکشی از فلز Zn به دست می‌آید.



پس از ایجاد خراش و رسیدن $O_۲$ و رطوبت به Fe، در این حالت این دو فلز برای اکسایش با یافتن با هم رقابت می‌کنند. میان این دو فلز $E^\circ(Fe^{۲+}/Fe) > E^\circ(Zn^{۲+}/Zn)$ است در نتیجه فلزی که اکسایش می‌یابد. Zn است و Fe محافظت می‌شود.



واکنش آندی $\rightarrow Zn \rightarrow Zn^{۲+} + ۲e^-$

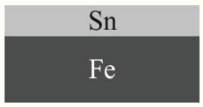
واکنش کاتدی $\rightarrow ۱O_۲ + ۲H_۲O + ۴e^- \rightarrow ۴OH^-$

واکنش کلی $۲Zn + ۲H_۲O + ۱O_۲ \rightarrow ۲Zn(OH)_۲$ (e^- شمار مبادله شده $= ۴mol$)

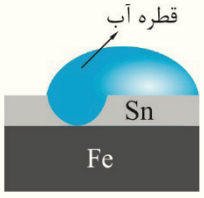
↓

رسوب $Zn(OH)_۲$ محل خراشیدگی را می پوشاند و از رسیدن $O_۲$ و رطوبت به Fe جلوگیری به عمل می آورد و مانع از خوردگی بیشتر Fe می شود.

ب) آهن حلبی: آهن حلبی حاصل از اتصال ورقه قلع بر روی آهن است.



پس از ایجاد خراج و رسیدن $O_۲$ و رطوبت به سطح Fe، در این حالت این دو فلز برای اکسایش با هم رقابت می‌کنند. از آنجایی که $E^\circ(Sn^{۲+}/Sn) > E^\circ(Fe^{۲+}/Fe)$ فلز آهن اکسایش می‌یابد. و از خوردگی جلوگیری نمی‌شود.



واکنش آندی : $Fe \rightarrow Fe^{۲+} + ۲e^-$ در مرحله بعد $Fe^{۲+} \rightarrow Fe^{۳+} + e^-$

واکنش کاتدی : $۱O_۲ + ۲H_۲O + ۴e^- \rightarrow ۴OH^-$

واکنش کلی : $۲Fe + ۳O_۲ + ۶H_۲O \rightarrow ۴Fe(OH)_۳$

به‌طور کلی برای حفاظت از آهن باید فلزی با E° کمتر از آن را به آن متصل نمود اگر E° فلز بیشتر از آهن باشد آهن خورده می‌شود.

ت) پوشاندن سطح آهن با رنگ، قیراندود کردن، استفاده از آلکان های مایع نیز در جلوگیری از خوردگی مؤثرند. البته این روش کاملاً از خوردگی جلوگیری نمی‌کند. زیرا پس از مدتی اکسیژن به درون پوشش نفوذ می‌کند.

موارد الف و ت درست هستند.

الف مطابق با درسنامه گفته شده نیم واکنش‌های انجام شده به صورت زیر هستند.

$O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O \qquad E^\circ = 1/23V$

$O_2 + 2H_2O + 4e^- \rightarrow 4OH^- \qquad E^\circ = 0/4V$

در هر دو واکنش گفته شده، مقدار ضریب e^- برابر با چهار است.

نکته **برای خورده شدن فلزات سه حالت پدید می‌آید.**

الف: حتی در محیط اسیدی نیز خورده نمی‌شود $\leftarrow E^\circ_{\text{فلز}} > 1/23$

ب: تنها در محیط اسیدی خورده می‌شود $1/23 > E^\circ_{\text{فلز}} > 0/4$

پ: در شرایط عادی خورده می‌شود. $0/4 > E^\circ_{\text{فلز}}$

ت: برخی نیز اکسایش یافته اما خورده نمی‌شوند مثل Al

ب واکنش کلی به‌صورت زیر است.

$4Fe + 6H_2O + 3O_2 \rightarrow 4Fe(OH)_3 \ (12mole^-)$

در این واکنش $4Fe \sim 4Fe(OH)_3$ افزایش جرم به ازای مصرف ۴ مول از آن برابر با جرم ۱۲ مول (OH^-) است.

$$1/5\,molO_2 \times \frac{4molFe}{3molO_2} \times \frac{12molOH}{4molFe} \times \frac{17gr}{1molOH} = 6 \times 17 = 102gr$$ افزایش جرم

پ در سلول گالوانی حاصل از آهن گالوانیزه فلز روی اکسایش یافته و به عنوان آند سلول است. از طرفی چون واکنش کاهش در سطح تیغه آهن انجام می شود فلز آهن کاتد خواهد بود.

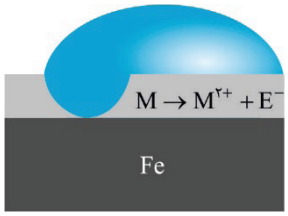
قطب مثبت سلول گالوانی ← کاتد ← آهن

فلزی که دارای یک عدد اکسایش است، فلز روی می‌باشد که آند و قطب منفی سلول است.

ت با توجه به شکل در تماس فلز Fe با M، فلز M اکسایش یافته و از آهن محافظت شده در نتیجه فلز M، E° کمتری داشته است.

$E^\circ(M^{2+}/M) < E^\circ(Fe^{2+}/Fe)$

از طرفی می‌دانیم که $E^\circ(Cu^{2+}/Cu) \rangle E^\circ(Fe^{2+}/Fe)$ می‌باشد در نتیجه:



$Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$

$Fe^{2+} + 2e^- \rightarrow Fe$

$M^{2+} + 2e^- \rightarrow M$

با تولید گرما و افزایش دمای محلول همراه است. ← این واکنش انجام‌پذیر است.

9. کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با سلول الکترولیتی فرآیند هال درست است؟ $(C=۱۲, O=۱۶, Al=۲۷ : g.mol^{-۱})$

آ) در این سلول همانند سلول برقکافت آب، الکترودها هم جنس هستند و در واکنش شرکت نمی‌کنند.

ب) چگالی فلز مذاب کمتر از چگالی الکترولیت مذاب است و از قسمت های پایین سلول جمع آوری می‌شود.

پ) به ازای مبادلهٔ ۸ مول الکترون میان گونه‌های اکسنده و کاهنده، ۴۸ گرم از جرم مواد مذاب موجود در سلول کاسته می‌شود.

ت) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادله کلی واکنش رخ داده در سلول برابر شمار مول الکترون‌های مبادله شده در این واکنش است.

۱) ب و پ ۲) ب و ت ۳) پ و ت ۴) آ و ت

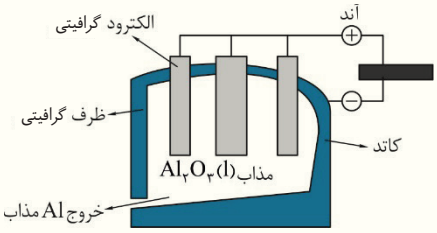
پاسخ: گزینه ۲ سخت | حفظی

درسنامه

فرایند هال:

آلومینیم از دسته فلزهایی است که اکسایش می‌یابد اما خورده نمی‌شود این فلزات با اکسیژن واکنش می‌دهند اما خورده نمی‌شوند و سطح آن نیز فرو نمی‌ریزد و خرد نمی‌شود.

آفرود: لیست فلزهایی که مانند Al اکسایش می‌یابند اما خورده نمی‌شوند شامل Zn / Ni / V / Sn / Cr / Ti است آلومینیوم به سرعت در هوا اکسید می‌شود و $Al_۲O_۳$ تولیدی مانند لایه چسبنده روی فلز قرار می‌گیرد و باعث خورده نشدن لایه‌های زیرین می‌شود، این ویژگی دلیل بر کاربرد فلز Al در صنعت است. برای تولید Al از سلول هال استفاده می‌شود.



در این سلول که نوعی سلول الکترولیتی است در قطب منفی (کاتد) یون $Al^{۳+}$ کاهش می‌یابد.

$$Al^{۳+} + ۳e^- \rightarrow Al$$

از طرفی در آند $O^{۲-}$ اکسایش می‌یابد و گاز اکسیژن تولید می‌شود.

$$۲O^{۲-} \rightarrow O_۲ + ۴e^-$$

گاز اکسیژن یک اکسنده قوی است از طرفی به علت حضور $Al_۲O_۳$ به صورت مذاب دمای سلول بسیار بالا است در چنین شرایطی الکترود گرافیتی آند با گاز $O_۲$ واکنش می‌دهد.

$$C(s) + O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g)$$

واکنش کلی به‌صورت زیر است

$$۲Al_۲O_۳(l) + ۳C(s) \rightarrow \underbrace{۳CO_۲(g)}_{\text{به صورت حباب های گاز خارج می شود.}} + \underbrace{۴Al(l)}_{\text{فلز مذاب تولیدی از قسمت پایین سلول جمع آوری می‌شود}} \quad (\text{شمار e مبادله شده} = ۱۲mol)$$

آ) در سلول‌های الکترولیتی الکترودها غالباً هم جنس و از جنس گرافیت هستند. اما در سلول هال، الکترود آند در واکنش شرکت می‌کند و جرم الکترود گرافیتی کاهش می‌یابد.

ب) در سلول هال، Al مذاب را از قسمت انتهایی سلول جمع‌آوری می‌کنند در صورتی که علاوه‌بر $Al(l)$ ، $Al_۲O_۳(l)$ نیز در سلول وجود دارد. اگر میان دو مایع یک مایع پایین‌تر باشد چگالی آن بیشتر است. در نتیجه چگالی Al < چگالی $Al_۲O_۳$ می‌باشد.

نکته در فرایند تهیه منیزیم برخلاف سلول هال، چگالی فلز مذاب کمتر از الکترولیت مذاب است.

پ) واکنش کلی انجام شده به صورت زیر است. $۲Al_۲O_۳ + ۳C \rightarrow ۳CO_۲ + ۴Al \sim ۱۲mole^-$

در این واکنش $۲Al_۲O_۳(l)$ به $۴Al(l)$ تبدیل شده است. در واقع مواد مذاب موجود در این واکنش در حضور اکسیژن یا نبودن آن با

هم تفاوت دارند و به‌ازای هر ۲ مول Al_2O_3، ۶ مول اکسیژن از این ترکیب خارج شده است و به حالت گاز درآمده (کاهش جرم مواد مذاب) در نتیجه خواهیم داشت:

$$\text{کاهش جرم} \quad 8mole^- \times \frac{2molAl_2O_3}{12mole^-} \times \frac{6molO}{2molAl_2O_3} \times \frac{16gr}{1molO} = 64gr$$

ت در واکنش کلی انجام شده مجموع ضرایب مواد برابر با ۱۲ است و برابر با شمارمول الکترون‌های مبادله شده است.

10. برای آبکاری یک گلدان فلزی با روکشی از طلا به ۱۱/۸۲ میلی گرم طلا نیاز است. با الکتریسیته حاصل از عبور ۵۶۰ لیتر گاز متان در شرایط استاندارد در یک سلول سوختی با بازدهی ۶۰ درصد، چند گلدان را در یک سلول آبکاری با استفاده از الکترولیت $Au(NO_3)_3$ می‌توان آبکاری کرد؟ (بازده سلول آبکاری ۷۵ درصد است) $(Au = 197g.mol^{-1})$

۱) ۵۰۰ ۲) ۵۰ ۳) ۷۰ ۴) ۷۰۰

پاسخ: گزینه ۱ سخت | محاسباتی

استراتژی در تیپ مسائلی که الکترون‌های مورد نیاز برای یک واکنش از eهای واکنش دیگر تأمین می‌شود به ترتیب زیر عمل می‌کنیم

الف) ابتدا شمار e^- های مبادله شده در هر واکنش را از دو فرمول زیر به دست می‌آوریم:

زیروند اکسنده × ضریب اکسنده × تغییر عدد اکسایش اکسنده

زیروند کاهنده × ضریب کاهنده × تغییر عدد اکسایش کاهنده

ب) در گام دوم میزان e^- ها را به ازای اطلاعات مسئله در یک واکنش به‌دست می‌آوریم.

پ) سپس این میزان e^- را به واکنش دیگر نسبت داده و مقدار مواد تولیدی یا مصرفی آن واکنش را محاسبه می‌کنیم.

مطابق با استراتژی گام به گام پیش می‌رویم:

گام اول: در آبکاری $Au^{3+} + 3e^- \rightarrow Au\,(3mole^-)$

در سلول سوختی $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$

گام دوم: سپس e^- های مبادله شده در سلول سوختی را حساب می‌کنیم.

$$560LCH_4 \times \frac{1molCH_4}{22/4L} \times \frac{8mole^-}{1molCH^4} \times \underbrace{\frac{60}{100}}_{\text{بازده}} = 120mole^-$$

گام سوم: سپس این میزان e^- را برابر با e^- های واکنش آبکاری می‌گذاریم.

$$120mole^- \frac{1molAu}{3mole^-} \times \frac{197gr}{1molAu} \times \underbrace{\frac{3}{4}}_{\text{بازده}} = 5910gr$$

سپس تعداد گلدان‌ها را به دست می‌آوریم.

$$5910gr \times \frac{1\text{گلدان}}{11/82kg} \times \frac{1mg}{10^{-4}gr} = 500/000$$

میانبر: می‌توانید در این تیپ سؤال از اول واکنش‌ها را هم e^- کنید

$$\left.\begin{matrix} Au^{3+} + 3e^- \rightarrow Au(3mole^-) \\ CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O(8mole^-) \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \times 8 \\ \times 3 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 8Au^{2+} + 24e^- \rightarrow 8Au \\ 3CH^4 + 6O_2 \rightarrow 3CO_2 + 6H_2O \end{matrix}$$

پس مستقیماً میان متان و طلا تناسب می‌نوشتیم.

$$\Rightarrow 60L \times \frac{1molCH_4}{22/4L} \times \frac{8molAu}{3molCH_4} \times \frac{197gr}{1molAu} \times \underbrace{\frac{75}{100} \times \frac{60}{100}}_{\text{بازده دو واکنش}} = 5910gr\,Au$$

ادامه مسیر مشابه قبل است.

شیمی

۱ با توجه به فرمول ترکیب‌های داده‌شده، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

۱) $C_{۱۸}H_{۳۵}O_۲K$

۲) $CH_۳CH_۲COOH$

۳) $C_{۵۱}H_{۹۲}O_۶$

۴) $CO(NH_۲)_۲$

الف) ترکیب (۲)، سومین عضو خانوادهٔ اسیدهای چرب محسوب می‌شود.

ب) ترکیب (۴) مانند اتیلن گلیکول، توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را دارد.

پ) ترکیب (۱) همانند ترکیبی با فرمول $CH_۳COONH_۴$، خاصیت پاک‌کنندگی دارد و حالت فیزیکی دو ترکیب در دمای اتاق یکسان است.

ت) ترکیب (۳) را می‌توان یک استر سه‌عاملی در نظر گرفت که زنجیرهای هیدروکربنی در آن، سیرنشده هستند.

۱) الف ـ ب ۲) الف ـ پ

۳) ب ـ ت ۴) پ ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) اسیدهای چرب، دسته‌ای از کربوکسیلیک اسیدها ($RCOOH$) هستند که تعداد زیادی کربن دارند. اسید داده‌شده، فقط ۳ اتم کربن دارد و اسید چرب محسوب نمی‌شود. اگر *می‌گفت* سومین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک اسیدها درست بود!

ب) ترکیب (۴) همان اوره است که N متصل به H دارد. اتیلن گلیکول $(OH-CH_۲CH_۲-OH)$، O متصل به H دارد؛ به همین دلیل این دو مولکول، توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با خود و یا آب را دارند.

نکته بین مولکول‌هایی که در ساختار آن‌ها یکی از پیوندهای $O-H$ ، $N-H$ یا $F-H$ وجود دارد (یعنی H متصل به FON دارند)، می‌تواند پیوند هیدروژنی برقرار شود. مانند: HF ، $NH_۳$ ، $H_۲O$ ، $C_۲H_۵OH$ و ...!

پ) ترکیب (۱)، نمک پتاسیم اسید چرب بوده و صابون مایع است، اما دقت کنید هر ترکیب آمونیوم‌داری $(RCOONH_۴)$، خاصیت پاک‌کنندگی ندارد؛ *باید تعداد کربن‌هاش زیاد باشه!* $CH_۳COONH_۴$، تعداد کربن کمی دارد.

ت)

نکته استرهای سه‌عاملی با زنجیرهای هیدروکربنی سیرشده، دارای ۳ پیوند دوگانهٔ $\overset{O}{\overset{\|}{C}}$ هستند؛ بنابراین نسبت به آلکان‌های هم‌کربن خود $(C_nH_{۲n+۲})$، ۶ اتم هیدروژن کم‌تر دارند! از این رو فرمول عمومی آن‌ها به صورت $C_nH_{۲n-۴}O_۶$ است.

فرمول $C_{۵۱}H_{۹۲}O_۶$ از رابطهٔ $C_nH_{۲n-۴}O_۶$ تبعیت نمی‌کند و این نشان می‌دهد که زنجیرهای هیدروکربنی در آن سیرشده نیستند.

$n = ۵۱ \xrightarrow{\text{اگر سیرشده باشد.}}$ شمار اتم‌های هیدروژن $= ۲(۵۱) - ۴ = ۹۸$

ترکیب داده‌شده نسبت به حالت سیرشده، $۹۸ - ۹۲ = ۶$ اتم هیدروژن کم‌تر دارد؛ پس در مجموع دارای ۳ پیوند $C=C$ است.

۲ کدام مورد درست است؟

۱) بیماری واگیردار وبا امروزه به لطف صابون و شوینده‌ها، دیگر برای جوامع انسانی تهدید محسوب نمی‌شود.

۲) آهنگ رشد شاخص امید به زندگی در نواحی برخوردار بیشتر از نواحی کم‌برخوردار است.

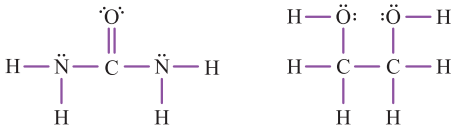
۳) سدیم کلرید همانند اتانول، مولکول‌های قطبی دارد و در آب حل می‌شود.

۴) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در مولکول اوره کم‌تر از اتیلن گلیکول است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

ساختار لوویس مولکول‌های اوره و اتیلن گلیکول به صورت زیر است:



اوره

اتیلن گلیکول

نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی:

$$\begin{cases} \text{اوره} = \frac{۸}{۴} \\ \text{اتیلن گلیکول} = \frac{۹}{۴} \end{cases}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): بیماری وبا هنوز هم می‌تواند برای جوامع انسانی تهدیدکننده باشد.

گزینهٔ (۲): آهنگ رشد یا شیب نمودار امید به زندگی در طول سال‌های اخیر در نواحی کم‌برخوردار بیشتر از نواحی برخوردار بوده است. اگر به نمودار کتاب درسی دقت کنید می‌بینید که شیب نمودار مربوط به نواحی کم‌برخوردار بیشتر است.

امید به زندگی در هر سال: نواحی برخوردار < میانگین جهانی < نواحی کم‌برخوردار

شیب منحنی امید به زندگی (آهنگ رشد): نواحی کم‌برخوردار < میانگین جهانی < نواحی برخوردار

گزینهٔ (۳): سدیم کلرید ($NaCl$) همانند اتانول ($C_۲H_۵OH$) در آب حل می‌شود، اما دقت کنید که سدیم کلرید، یک ترکیب یونی است و در ساختار آن مولکول وجود ندارد و به کار بردن واژهٔ مولکول برای آن ممنوعه!

۳ **از میان دو نمونهٔ صابون سدیم (I) و صابون پتاسیم (II) که زنجیر هیدروکربنی در آن‌ها یکسان است، کدام صابون نقطهٔ ذوب بالاتری دارد و تفاوت جرم مولی صابون دیگر با اسید چرب سازندهٔ آن، چند گرم است؟**

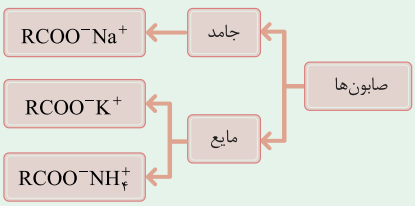
$(H = ۱, Na = ۲۳, K = ۳۹ : g.mol^{-۱})$

۱) صابون II ـ ۲۳
۲) صابون I ـ ۳۸
۳) صابون I ـ ۳۹
۴) صابون II ـ ۲۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته

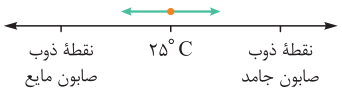
به نمک اسیدهای چرب، صابون می‌گویند. صابون‌های جامد، نمک سدیم، اسید چرب و صابون‌های مایع، نمک پتاسیم یا آمونیوم اسید چرب هستند؛ پس اگر در ساختار اسیدهای چرب به جای هیدروژن متصل به اتم اکسیژن، Na^+، K^+ یا $NH_۴^+$ قرار گیرد، صابون یا همان نمک اسید چرب به دست می‌آید.



پاسخ خیلی تشریحی ✔

در دمای اتاق، صابون سدیم (RCOONa)، جامد و صابون پتاسیم (RCOOK)، مایع است. این موضوع نشان می‌دهد که نقطهٔ ذوب صابون سدیم بیشتر از نقطهٔ ذوب صابون پتاسیم است؛ یعنی دمای اتاق برای ذوب‌کردن صابون سدیم کافی نیست، اما می‌تواند صابون پتاسیم را ذوب کند.

یادآوری: هر ماده‌ای پایین‌تر از نقطهٔ ذوب خود، به حالت جامد و بالاتر از نقطهٔ ذوب خود، به حالت مایع است.



پس جواب قسمت اول سؤال شد صابون سدیم! برای قسمت دوم، باید تفاوت جرم مولی صابون پتاسیم را با اسید چرب سازنده‌اش حساب کنیم.

صابون پتاسیم (RCOOK) نسبت به اسید چرب سازنده‌اش (RCOOH)، یک اتم هیدروژن کم‌تر و یک اتم پتاسیم بیشتر دارد:

$$\text{جرم مولی } RCOOK - \text{جرم مولی } RCOOH = \text{جرم مولی } K - \text{جرم مولی } H = ۳۹ - ۱ = ۳۸$$

۴ با توجه به فرمول همگانی پاک‌کننده‌های صابونی جامد، کدام موارد زیر درست است؟ ($RCOONa$)

$(H=1, C=12, O=16, Na=23 : g.mol^{-1})$

الف) اگر بخش آب‌گریز آن، سیرشده و دارای ۱۶ اتم کربن باشد، فرمول آنیون این صابون $C_{16}H_{33}O_2^-$ است.

ب) قسمت‌های Na^+ و $-COO^-$ در این ترکیب، بخش‌های آب‌دوست و زنجیر بلند هیدروکربنی (R) بخش آب‌گریز هستند.

پ) اگر بخش چربی‌دوست آن دارای ۱۷ اتم کربن و ۲ پیوند دوگانه باشد، جرم مولی صابون ۱/۲۵ برابر جرم مولی گلوکز است.

ت) اگر گروه آلکیل با ۳۱ اتم هیدروژن داشته باشد، درصد جرمی کربن در صابون به تقریب ۸/۳ برابر درصد جرمی یون فلزی است.

۱) الف ـ ب
۲) ب ـ ت
۳) پ ـ ت
۴) الف ـ پ

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته

فرمول عمومی پاک‌کننده‌های صابونی جامد به صورت $RCOONa$ است که در آن، R می‌تواند زنجیر هیدروکربنی سیرشده یا سیرنشده باشد.

فرمول عمومی زنجیرهای هیدروکربنی سیرشده (گروه آلکیل) به صورت C_nH_{2n+1} است. اگر زنجیر هیدروکربنی سیرنشده باشد، به ازای هر پیوند $C=C$، دو اتم هیدروژن از فرمول مولکولی آن کم می‌شود؛ مثلاً اگر یک زنجیر هیدروکربنی دارای ۲ پیوند $C=C$ باشد، فرمول مولکولی آن به صورت زیر خواهد بود:

$$C_nH_{2n+1-(2\times2)} = C_nH_{2n-3}$$

پاسخ خیلی تشریحی

عبارت‌های (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) در ساختار صابون‌ها، زنجیر هیدروکربنی (R)، ناقطبی و آب‌گریز است. اگر این گروه دارای ۱۶ اتم کربن بوده و سیرشده باشد، فرمول آن به صورت $C_{16}H_{33}$ خواهد بود:

فرمول صابون: $C_{16}H_{33}COO^-Na^+$ ⇒ فرمول بخش آنیونی: $C_{17}H_{33}O_2^-$

ب) *کاملاً درسته!*

پ) گروه R، آب‌گریز یا چربی‌دوست است.

$$n=17 \xrightarrow{\text{اگر سیرشده باشد.}} C_{17}H_{35} \xrightarrow[(-4H)]{\text{۲ پیوند دوگانه دارد.}} C_{17}H_{31}$$

$$\Rightarrow \text{فرمول صابون} : C_{17}H_{31}COO^-Na^+ \equiv C_{18}H_{31}O_2Na$$

$$\frac{\text{جرم مولی صابون } (C_{18}H_{31}O_2Na)}{\text{جرم مولی گلوکز } (C_6H_{12}O_6)} = \frac{(18\times12)+31+(2\times16)+23}{(6\times12)+12+(6\times16)} = \frac{302}{180} \simeq 1/67$$

ت) فرمول گروه آلکیل با ۳۱ اتم هیدروژن به صورت $C_{15}H_{31}$ است:

$$\text{فرمول صابون} = C_{15}H_{31}COONa \equiv C_{16}H_{31}O_2Na$$

$$\frac{\text{درصد جرمی کربن}}{\text{درصد جرمی یون سدیم}} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم سدیم}} = \frac{\text{جرم مولی C} \times \text{مول C}}{\text{جرم مولی Na} \times \text{مول Na}} = \frac{16\times12}{1\times23} \simeq 8/3$$

۵ با توجه به واکنش‌های زیر که مراحل تولید یک نوع صابون را نشان می‌دهند، کدام مورد دربارهٔ A، B و X، نادرست است؟ (ترکیب X، زنجیره‌ای، دارای ۱۷ اتم کربن و جرم یک مول از آن برابر ۲۹۰ گرم است.)

$(H=1, C=12, O=16, Na=23 : g.mol^{-1})$

$$A + 3H_2O \rightarrow 3B + C_3H_5(OH)_3$$

$$B + NaOH \rightarrow X + H_2O$$

۱) در ساختار مولکول B، دو پیوند دوگانه وجود دارد.

۲) شمار پیوندهای C—O در ساختار مولکول A برابر ۶ است.

۳) شمار الکترون‌های ناپیوندی در ساختار A، سه برابر شمار این الکترون‌ها در ساختار X است.

۴) ترکیب A یک استر بلندزنجیر بوده و در دمای اتاق، مایع است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

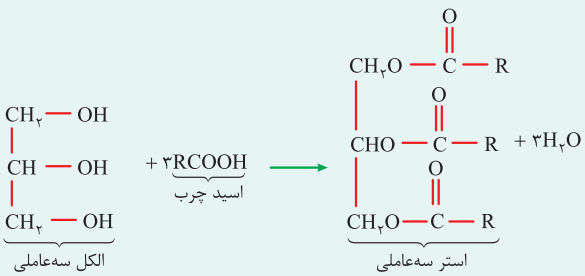
درس Box

چند واکنش مهم:

۱) واکنش تشکیل صابون جامد از اسید چرب:

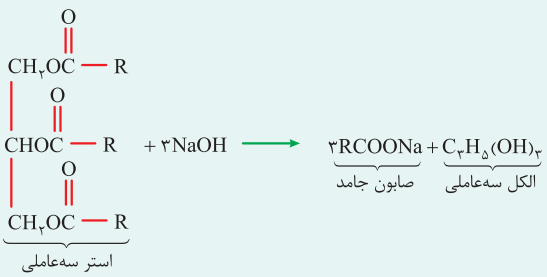
$$\underbrace{RCOOH}_{\text{اسید چرب}} + NaOH \rightarrow \underbrace{RCOONa}_{\text{صابون جامد}} + H_2O$$

۲) واکنش تشکیل استر سه‌عاملی:



واکنش بالا برگشت‌پذیر است، یعنی استر می‌تواند در شرایط مناسب آبکافت شده و به واحدهای سازندهٔ خود تبدیل شود.

۳) واکنش تشکیل صابون از استر سه‌عاملی:



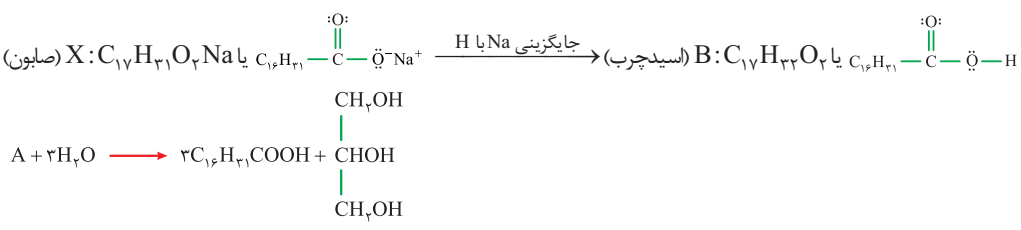
پاسخ خیلی تشریحی ✔

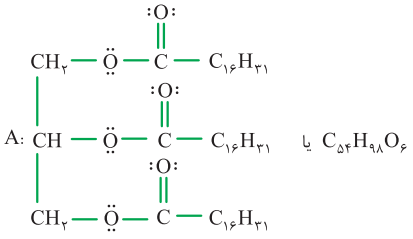
واکنش اول، واکنش آبکافت استر A به الکل $C_3H_5(OH)_3$ و اسید چرب B است و واکنش دوم، واکنش تشکیل صابون سدیم‌دار X، از سدیم هیدروکسید و اسید چرب B می‌باشد.

فرمول شیمیایی صابون X با ۱۷ اتم کربن و جرم مولی $290\ g.mol^{-1}$، $C_{17}H_xO_2Na$ می‌باشد که تعداد اتم‌های هیدروژن در آن، برابر است با:

$$290 = (17\times12) + (x\times1) + (2\times16) + 23 \Rightarrow x = 31$$

در این صورت، داریم:



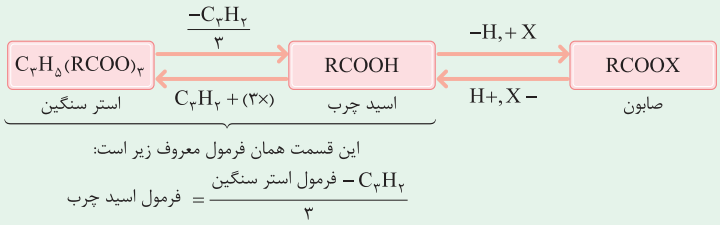


نکته

تبدیل فرمول اسید چرب و استر سنگین به صابون و برعکس[1]

اگر به جای اتم هیدروژن گروه کربوکسیل اسید چرب، یکی از کاتیون‌های Na^+، K^+ یا NH_4^+ قرار گیرد، صابون به دست می‌آید؛ پس برای تبدیل فرمول اسید چرب و صابون به یکدیگر، کافی است اتم هیدروژن گروه کربوکسیل و این کاتیون‌ها را با هم جایگزین کنیم. از طرفی می‌دانیم که با استرهای سنگین هم می‌توان صابون تولید کرد. برای تعیین فرمول صابون حاصل از یک استر سنگین، می‌توانیم ابتدا اسید چرب استر را به دست آورده و سپس فرمول اسید چرب را به فرمول صابون تبدیل کنیم.

با عکس این روند هم می‌توانیم از فرمول صابون به فرمول استر برسیم.



این قسمت همان فرمول معروف زیر است:

$$\text{فرمول اسید چرب} = \frac{\text{فرمول استر سنگین} - C_3H_2}{3}$$

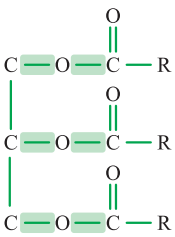
مثال اگر فرمول صابون جامد حاصل از یک استر سنگین به صورت $C_{17}H_{31}O_2Na$ باشد، فرمول استر سنگین را به دست آورید.

$$\underset{\text{صابون}}{C_{17}H_{31}O_2Na} \xrightarrow{-Na,+H} \underset{\text{اسید چرب}}{C_{17}H_{32}O_2} \xrightarrow{(\times 3)+C_3H_2} \underset{\text{استر سنگین}}{C_{54}H_{98}O_6}$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): اگر زنجیرهٔ هیدروکربنی R در ساختار B سیرشده باشد، دارای $2\times16+1=33$ اتم هیدروژن خواهد بود؛ در حالی که تعداد اتم‌های هیدروژن در آن $31-33=2$ واحد کم‌تر است. پس یک پیوند دوگانه $C=C$ در زنجیرهٔ R و یک پیوند دوگانه در گروه کربوکسیل $-\overset{O}{\overset{\|}{C}}$ دارد.

گزینهٔ (۲): استرهای سه‌عاملی دارای ۶ پیوند $C-O$ می‌باشند.



گزینهٔ (۳): مطابق با ساختارهای بالا، استر A دارای ۲۴ الکترون ناپیوندی و ترکیب X (صابون)، دارای ۱۰ الکترون ناپیوندی می‌باشند.

$$\frac{24}{10}=2/4$$

گزینهٔ (۴): می‌دانیم روغن زیتون با فرمول مولکولی $C_{57}H_{104}O_6$ که دارای ۳ پیوند $C=C$ می‌باشد، در دمای اتاق مایع است. تعداد هیدروژن‌ها و کربن‌های ترکیب A با فرمول مولکولی $C_{54}H_{98}O_6$، کم‌تر از روغن زیتون است؛ پس نتیجه می‌گیریم که ترکیب A نیز در دمای اتاق مایع می‌باشد.

۱- کتاب تست شیمی دوازدهم خیلی سبز برای سال تحصیلی ۰۵ ـ ۱۴۰۴، به طور کامل بازنویسی شده و نسبت به چاپ‌های قبلی، بسیار کامل‌تر شده است. برای آموزش کامل نکاتی که در آزمون می‌بینید، می‌توانید به این کتاب مراجعه کنید.

شیمی

۶ کدام مورد درست است؟

۱) کلوئیدها، مخلوط‌هایی ناپایدارند و از توده‌های مولکولی تشکیل شده‌اند.

۲) آب دریا، نوشیدنی‌ها، انواع رنگ‌ها، شوینده‌ها و داروها، همگی مخلوط‌هایی همگن با خواص متفاوت هستند.

۳) رفتار سوسپانسیون‌ها را می‌توان رفتاری بین کلوئیدها و محلول‌ها در نظر گرفت.

۴) مسیر نور از میان مخلوط آب، روغن و صابون مشخص است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته مقایسهٔ محلول‌ها، کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها:

ویژگی / نوع مخلوط	سوسپانسیون	کلوئید	محلول
رفتار در برابر نور	نور را پخش می‌کند.	نور را پخش می‌کند.	نور را عبور می‌دهد.
همگن‌بودن	ناهمگن	ناهمگن (به ظاهر همگن)	همگن
پایداری	ناپایدار است/ ته‌نشین می‌شود.	پایدار است/ ته‌نشین نمی‌شود.	پایدار است/ ته‌نشین نمی‌شود.
ذره‌های سازنده	ذره‌های ریزماده	توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت	یون‌ها یا مولکول‌های مجزا
نمونه‌های مهم	آب گل‌آلود، شربت معده، شربت خاکشیر	هوای آلوده، مه، چسب، شیر، ژله، سس مایونز، رنگ، مخلوط آب، روغن و صابون	مخلوط مس (II) سولفات و آب، آب‌قند، آب‌نمک

پاسخ خیلی تشریحی مخلوط آب، روغن و صابون یک کلوئید است و با پخش نور، مسیر عبور نور از میان آن مشخص می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): کلوئیدها به ظاهر همگن بوده، ولی مخلوط‌هایی پایدار هستند.

گزینهٔ (۲): نوشیدنی‌ها، انواع رنگ‌ها، شوینده‌ها و داروها می‌توانند سوسپانسیون یا کلوئید باشند که مخلوط‌هایی ناهمگن محسوب می‌شوند.

گزینهٔ (۳): رفتار کلوئیدها را می‌توان رفتاری بین سوسپانسیون‌ها و محلول‌ها در نظر گرفت.

۷ **درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟**

۱) در فرایند پاک‌کردن چربی از روی پارچه، هر چه میزان برهم‌کنش بین مولکول‌های چربی و پارچه بیشتر باشد، چربی راحت‌تر از پارچه پاک می‌شود.

۲) در آب سخت برخلاف آب معمولی، یون‌های منیزیم و کلسیم وجود دارد.

۳) در فرایند پاک‌کنندگی با صابون، اگر لباس از جنس نخ و دما $30^\circ C$ باشد، درصد لکهٔ چربی باقی‌مانده کم‌تر از زمانی خواهد بود که لباس از جنس پلی‌استر و دما $40^\circ C$ باشد.

۴) از صابون‌های کلردار برای از بین بردن جوش صورت و قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ گزینهٔ (۳) برخلاف سایر گزینه‌ها درست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): هر چه میزان برهم‌کنش چربی و پارچه بیشتر باشد، جاذبهٔ بیشتری بین لکه و پارچه وجود داشته و چربی سخت‌تر پاک می‌شود.

گزینهٔ (۲): در هر دو نمونهٔ آب معمولی و سخت، یون‌های منیزیم و کلسیم وجود دارد، فقط در آب سخت، مقدار این یون‌ها بیشتره!

گزینهٔ (۳): با توجه به جدول کتاب درسی، درصد لکهٔ باقی‌مانده در حالت پارچهٔ نخی و دمای $30^\circ C$، کم‌تر از حالتی است که پارچه، پلی‌استری و دما، $40^\circ C$ باشد.

نوع صابون	نوع پارچه	دما ($^\circ C$)	درصد لکهٔ باقی‌مانده
صابون بدون آنزیم	نخی	۳۰	۲۵
صابون بدون آنزیم	نخی	۴۰	۱۵
صابون آنزیم‌دار	نخی	۳۰	۱۰
صابون آنزیم‌دار	نخی	۴۰	۰
صابون آنزیم‌دار	پلی‌استر	۴۰	۱۵

توجه *شاید بگین* وجود پارچهٔ نخی و دمای کم‌تر، دو اثر متضاد بر قدرت پاک‌کنندگی صابون دارند، به همین دلیل، گزینهٔ (۳)، *نامردیه و حقی حساب می‌شه! حرفتون کاملاً درسته!* اما این عبارت رو عمداً *براتون* آوردیم و توقع داشتیم با رد گزینه به پاسخ درست سؤال برسید. در کنکور هم ممکنه به چنین مواردی برخورد کنید.

گزینهٔ (۴): از صابون‌های **گوگرددار** برای از بین بردن جوش صورت و قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.

۸ از سدیم تری‌پلی‌فسفات ($Na_5P_3O_{10}$) برای کاهش سختی آب در صنعت شوینده‌ها استفاده می‌شود. با اضافه‌کردن صابون $C_{17}H_{35}CO_2Na$ در ۱۰۰۰ لیتر از آب یک چاه، ۳/۷۵ مول، رسوب سفیدرنگ تولید می‌شود. اگر ۶۲/۵ درصد از یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} با صابون واکنش داده باشد، به منظور افزایش قدرت پاک‌کنندگی صابون و حذف کامل یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+}، به تقریب چند گرم نمک فسفات‌دار باید به آب اضافه شود؟

$(O=16, Na=23, P=31: g.mol^{-1})$

$X^{2+} + Na_5P_3O_{10} \rightarrow X_5(P_3O_{10})_2 + Na^+$ (معادله موازنه نشده است و $X: Mg, Ca$)

۱) ۵۵۲
۲) ۸۸۳
۳) ۱۳۸۰
۴) ۲۲۰۸

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

از واکنش صابون با نمک‌های کلسیم و منیزیم رسوب‌های سفیدرنگ تشکیل می‌شود:

$$XCl_2 + 2C_{17}H_{35}COONa \rightarrow 2NaCl + \underbrace{(C_{17}H_{35}COO)_2X}_{\text{رسوب سفیدرنگ}}$$

در ادامه با محاسبهٔ تعداد مول یون‌های منیزیم و کلسیم در محلول و موازنهٔ واکنش این یون‌ها با سدیم تری‌پلی فسفات ($Na_5P_3O_{10}$) جرم نمک فسفات‌دار لازم برای حذف کامل این کاتیون‌ها از آب سخت را به دست می‌آوریم:

$$3/75\ mol\ (C_{17}H_{35}COO)_2X \sim 3/75\ mol\ X^{2+}$$

تعداد کل یون‌های منیزیم و کلسیم در نمونه: $3/75 \times \frac{100}{62/5} = 6\ mol$

موازنهٔ واکنش: $5X^{2+} + 2Na_5P_3O_{10} \rightarrow X_5(P_3O_{10})_2 + 10Na^+$

جرم نمک فسفات‌دار افزوده‌شده: $6\ mol\ X^{2+} \times \frac{2\ mol\ Na_5P_3O_{10}}{5\ mol\ X^{2+}} \times \frac{368\ g\ Na_5P_3O_{10}}{1\ mol\ Na_5P_3O_{10}} = 883/2\ g$

۹ کدام مورد، نادرست است؟

۱) احساس لیزی هنگام تماس پوست دست با محلول بازی، به دلیل تشکیل صابون است.

۲) اسید معده، همان اسیدی است که به جوهرنمک نیز معروف است.

۳) همهٔ اکسیدهای نافلزی با حل‌شدن در آب، pH آب را کاهش می‌دهند.

۴) اگر کاغذ pH با فراوردهٔ آلی حاصل از واکنش پتاسیم هیدروکسید با اسید چرب تماس پیدا کند، به رنگ آبی درمی‌آید.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

برخی از اکسیدهای نافلزی مانند NO، CO و N_2O، به صورت مولکولی در آب حل می‌شوند و نمی‌توانند pH آب را تغییر دهند، زیرا سبب تغییر $[H^+]$ آب نمی‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): چربی پوست می‌تواند در واکنش با باز، صابون تولید کند.

گزینهٔ (۲): اسید معده، همان HCl می‌باشد که به جوهرنمک نیز معروف است.

گزینهٔ (۴): از واکنش KOH با اسید چرب، صابون مایع حاصل می‌شود که خاصیت بازی دارد. با تماس کاغذ pH با باز، رنگ کاغذ به آبی می‌گراید.

۱۰ **اگر مجموع شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی یک پاک‌کنندهٔ صابونی جامد و اتم‌های هیدروژن حلقهٔ بنزنی در یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی، برابر ۳۵ باشد و هر دو دارای تعداد کربن برابر در زنجیر هیدروکربنی سیرشدهٔ خود باشند، کدام مورد دربارهٔ آن‌ها درست است؟ $(H=1, C=12, O=16, Na=23, S=32 : g.mol^{-1})$**

۱) جرم مولی پاک‌کنندهٔ صابونی، برابر با جرم مولی بخش ناقطبی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی است.

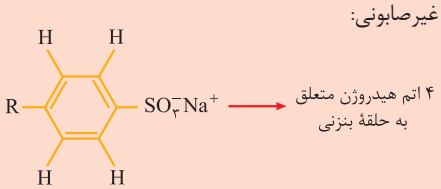
۲) اگر به جای گروه آلکیل متصل به حلقهٔ بنزنی در پاک‌کنندهٔ غیرصابونی، گروه آلکیل ۷کربنی جایگزین کنیم، جرم مولی پاک‌کنندهٔ صابونی و غیرصابونی، برابر می‌شود.

۳) تفاوت مجموع شمار اتم‌ها در فرمول شیمیایی این دو پاک‌کننده، برابر ۱۴ است.

۴) شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در پاک‌کنندهٔ غیرصابونی، دو برابر این شمار در پاک‌کنندهٔ صابونی است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به ساختار عمومی پاک‌کننده‌های صابونی جامد و پاک‌کننده‌های غیرصابونی:



پاک‌کنندهٔ غیرصابونی

$\underset{\text{پاک‌کنندهٔ صابونی جامد}}{RCOONa} \rightarrow R : C_nH_{2n+1}$

تعداد اتم‌های هیدروژن در ساختار صابون جامد $2n+1=35-4=31$ و تعداد اتم‌های کربن نیز $n=15$ می‌باشد؛ بنابراین ساختار دو پاک‌کننده به شکل زیر است:

$\underbrace{C_{15}H_{31}}_{\text{بخش ناقطبی}}\underbrace{COONa}_{\text{بخش قطبی}}$ $\qquad$ $\underbrace{C_{15}H_{31}C_6H_4}_{\text{بخش ناقطبی}}\underbrace{SO_3Na}_{\text{بخش قطبی}}$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): جرم مولی پاک‌کنندهٔ صابونی $= (16\times12)+(31\times1)+(2\times16)+23=278\ g.mol^{-1}$

جرم مولی بخش ناقطبی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی $= (21\times12)+(35\times1)=287\ g.mol^{-1}$

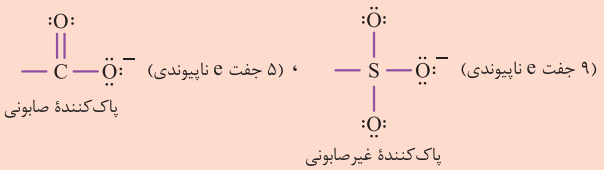
گزینهٔ (۲): ساختار پاک‌کنندهٔ غیرصابونی با تغییر گروه آلکیل: $C_7H_{15}C_6H_4SO_3Na$

جرم مولی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی جدید $= (13\times12)+(19\times1)+32+(3\times16)+23=278\ g.mol^{-1}$

گزینهٔ (۳): شمار اتم‌ها در پاک‌کنندهٔ صابونی $(C_{15}H_{31}COONa)$ برابر با ۵۰ و شمار اتم‌ها در پاک‌کنندهٔ غیرصابونی $(C_{15}H_{31}C_6H_4SO_3Na)$ برابر با ۶۱ است.

$61-50=11$

گزینهٔ (۴): جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در هر دو پاک‌کننده مربوط به اتم‌های اکسیژن است:



پاک‌کنندهٔ صابونی — پاک‌کنندهٔ غیرصابونی

$$\frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی پاک‌کنندهٔ صابونی}}=\frac{9}{5}\neq 2$$

کنکور

اگر تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن در مولکول یک پاک‌کنندهٔ صابونی جامد و اتم‌های هیدروژن حلقهٔ بنزنی در مولکول یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی گوگرددار، برابر ۳۱ و هر دو دارای زنجیر هیدروکربنی سیرشده باشند، کدام مورد دربارهٔ آن‌ها به یقین درست است؟ $(H=1, C=12, O=16, Na=23, S=32 : g.mol^{-1})$

(سؤال ۹۶ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)

۱) جرم مولی پاک‌کنندهٔ صابونی، برابر ۳۰۶ گرم است.

۲) شمار اتم‌های کربن در مولکول دو پاک‌کننده، برابر است.

۳) جرم مولی پاک‌کنندهٔ صابونی، بیشتر از جرم مولی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی است.

۴) تفاوت شمار اتم‌های کربن زنجیر هیدروکربنی در مولکول دو پاک‌کننده، برابر ۶ است.

مشابه امتحان نهایی

شیمی

۱۱ با توجه به معادلهٔ واکنش سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم با آب، کدام مورد، نادرست است؟ $(Al = 27\ g.mol^{-1})$

$$NaOH(s) + Al(s) + H_2O(l) \rightarrow NaAl(OH)_4(aq) + X(g)$$

۱) از این پاک‌کننده می‌توان برای بازکردن لوله‌هایی که در اثر تجمع چربی بسته شده‌اند، استفاده کرد.

۲) علامت ΔH واکنش، منفی است و مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده در آن پس از موازنه برابر ۱۵ است.

۳) گاز تولیدشده در فراورده‌ها، قدرت پاک‌کنندگی مخلوط را افزایش می‌دهد.

۴) به ازای مصرف ۲/۷ گرم آلومینیم، ۰/۱۵ مول گاز اکسیژن تولید می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته

مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم در بازکردن لوله‌ها و مسیرهایی که بر اثر تجمع چربی بسته شده‌اند، کاربرد دارد.

فراورده‌های دیگر + گاز هیدروژن ← آب + مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید

کارایی این مخلوط در بازکردن مجاری به واسطهٔ موارد زیر است:

۱) خاصیت بازی مخلوط (به دلیل وجود NaOH) منجر به تشکیل صابون می‌شود.

۲) واکنش این مخلوط با آب گرماده است که گرمای حاصل از آن در ذوب‌کردن چربی و آلاینده‌ها و زدودن راحت‌تر آن‌ها نقش دارد.

۳) گاز هیدروژن حاصل از واکنش این مخلوط با آب، فشار بالایی را در مجاری و لوله‌ها ایجاد می‌کند که به کمک این فشار مکانیکی زدودن آن‌ها از آلاینده‌ها راحت‌تر است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بدون هیچ حساب کتابی، معلومه که گزینهٔ (۴) *غلطه!* زیرا در واکنش، گاز هیدروژن تولید می‌شود، نه اکسیژن!

در مورد گزینهٔ (۲) دقت کنید که واکنش، گرماده بوده و ΔH آن منفی است. هم‌چنین معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$2NaOH(s) + 2Al(s) + 6H_2O(l) \rightarrow 2NaAl(OH)_4(aq) + 3H_2(g)$$

مجموع ضرایب $= 2 + 2 + 6 + 2 + 3 = 15$

امتحان نهایی

با توجه به واکنش زیر که نوعی پاک‌کنندهٔ پودری را نشان می‌دهد؛ به سؤالات پاسخ دهید.

فراورده‌های دیگر + گاز A ← آب + مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید *(سؤال ۱۱ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۰)*

الف) نام گاز A را بنویسید.

ب) آیا این پودر پاک‌کننده، خورنده است؟ دلیل بنویسید.

پ) تولید گاز چگونه قدرت پاک‌کنندگی این مخلوط را افزایش می‌دهد؟ توضیح دهید.

۱۲ کدام مورد درست است؟

۱) پیش از شناخت ساختار اسیدها و بازها توسط آرنیوس، شیمی‌دان‌ها با ویژگی‌های این مواد آشنا نبودند.

۲) مولکول CH_3CH_2OH به دلیل داشتن گروه OH در ساختار خود، باز آرنیوس محسوب می‌شود.

۳) برای کاهش pH خاک، می‌توان به آن آهک (کلسیم اکسید) اضافه کرد.

۴) ملاک مقایسهٔ قدرت دو اسید در شرایط یکسان، میزان $[H_3O^+]$ در محلول آبی آن‌ها است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

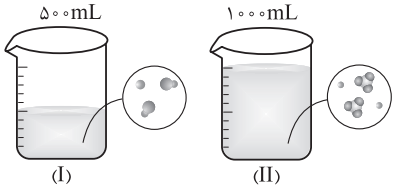
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): شیمی‌دان‌ها پیش از شناسایی ساختار اسیدها و بازها با برخی ویژگی‌های آن‌ها آشنا بوده‌اند، اما سوانت آرنیوس نخستین کسی بود که رفتار اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد.

گزینهٔ (۲): مولکول CH_3CH_2OH یا اتانول در آب به صورت مولکولی حل شده و یونیده نمی‌شود؛ پس غلظت یون هیدروکسید محلول را تغییر نداده و باز آرنیوس محسوب نمی‌شود.

گزینهٔ (۳): آهک (کلسیم اکسید)، یک اکسید فلزی با خاصیت بازی است که افزودن آن به خاک، pH خاک را افزایش می‌دهد.

۱۳ با توجه به شکل‌های زیر که از حل‌شدن دی‌نیتروژن پنتااکسید و باریم اکسید در آب به دست آمده‌اند، کدام موارد درست است؟ (هر ذرهٔ نشان‌داده‌شده معادل ۰/۰۱ مول است، $N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)



الف) غلظت مولار یون هیدروکسید در محلول (I)، دو برابر غلظت مولار یون نیترات در محلول (II) است.

ب) با افزودن ۱/۰۸ گرم دی‌نیتروژن پنتااکسید جامد به محلول آن، می‌توان غلظت مولار یون هیدرونیوم در محلول را دو برابر کرد.

پ) هر دو محلول، رسانایی الکتریکی بیشتری از محلول هیدروبرمیک اسید ۰/۱ مولار دارند.

ت) کاغذ pH در محلول‌های (I) و (II) به ترتیب به رنگ سرخ و آبی درمی‌آید.

۱) پ ـ ت
۲) الف ـ ت
۳) الف ـ ب
۴) ب ـ پ

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

عبارت‌های (الف) و (ب) درست‌اند.

اکسیدهای فلزی مانند BaO در آب خاصیت بازی دارند و در محلول آن‌ها، یون هیدروکسید (OH^-) وجود دارد، در حالی که اکسیدهای نافلزی مانند N_2O_5، در آب خاصیت اسیدی داشته و در محلول آن‌ها یون هیدرونیوم (H^+) وجود دارد.

محلول I: $BaO + H_2O \rightarrow Ba^{2+} + 2OH^-$

محلول II: $N_2O_5 + H_2O \rightarrow 2H^+ + 2NO_3^-$

بررسی عبارت‌ها:

الف) در محلول (I)، ۰/۰۲ مول یون هیدروکسید و در محلول (II)، ۰/۰۲ مول یون نیترات وجود دارد، اما حجم محلول (I) نصف محلول (II) است؛ بنابراین غلظت مولار یون هیدروکسید در محلول (I)، دو برابر غلظت یون نیترات در محلول (II) است.

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{تعداد مول}}{\text{حجم محلول}}$$

ب)

$$1/08\ g\ N_2O_5 \times \frac{1\ mol\ N_2O_5}{108\ g\ N_2O_5} \times \frac{2\ mol\ HNO_3}{1\ mol\ N_2O_5} \times \frac{1\ mol\ H^+}{1\ mol\ HNO_3} = 0/02\ mol\ H^+$$

تعداد مول‌های هیدرونیوم حاصل از افزودن N_2O_5 به محلول برابر با تعداد هیدرونیوم در محلول اولیه است، پس با افزودن آن، غلظت H^+ در محلول دو برابر می‌شود.

پ) مجموع غلظت یون‌ها، تعیین‌کنندهٔ رسانایی الکتریکی محلول است که در ظرف (I)، ۰/۰۶ مولار و در ظرف (II)، ۰/۰۴ مولار است؛ اما در محلول هیدروبرمیک اسید ۰/۱ مولار $(HBr \rightarrow H^+ + Br^-)$، مجموع غلظت یون‌ها برابر ۰/۲ مولار است. مجموع غلظت یون‌ها در محلول هیدروبرمیک اسید بیشتر است؛ پس رسانایی الکتریکی آن نیز بیشتر خواهد بود.

ت) *برعکس گفته!* کاغذ pH در محیط‌های بازی مانند محلول (I)، به رنگ آبی و در محیط‌های اسیدی مانند محلول (II) به رنگ سرخ درمی‌آید.

شیمی

۱۴ کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

الف) حرکت یون‌ها به سوی قطب‌های همنام خود در مدار الکتریکی، علت رسانایی محلول‌های الکترولیت، مانند $NaCl(aq)$ می‌باشد.

ب) در بین مواد «گرافیت، $NaCl(s)$ و $C_6H_{12}O_6(aq)$»، هیچ رسانای یونی وجود ندارد.

پ) کربوکسیلیک اسیدها با آزاد کردن هیدروژن‌های متصل به کربن در ساختارشان، خاصیت اسیدی در محلول ایجاد می‌کنند.

ت) مواد مولکولی، می‌توانند غیرالکترولیت، الکترولیت ضعیف و یا الکترولیت قوی باشند.

۱) الف ـ ب
۲) ب ـ ت
۳) الف ـ پ
۴) ب ـ پ

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ موارد (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی موارد:

الف) یون‌ها با قرارگیری در مدار الکتریکی به سوی قطب‌های ناهمنام خود حرکت می‌کنند، نه قطب‌های همنام!

ب) گرافیت، رسانای الکترونی است و دو مادهٔ دیگر، رسانای جریان برق نیستند.

گول نخوری ✘ ترکیب‌های یونی در حالت جامد، رسانای جریان برق نیستند؛ زیرا یون‌ها در حالت جامد نمی‌توانند آزادانه جابه‌جا شوند.

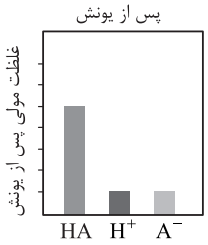
نکته محلول‌های الکترولیت جزء رساناهای یونی هستند؛ یعنی در آن‌ها، جریان الکتریکی در اثر حرکت یون‌ها ایجاد می‌شود. ما علاوه بر رساناهای یونی، رساناهای الکترونی هم داریم. در این نوع رساناها، جریان الکتریکی به وسیلهٔ حرکت الکترون‌ها ایجاد می‌شود. فلزها و گرافیت (یکی از آلوتروپ‌های نافلز کربن)، رسانای الکترونی هستند.

نوع رسانا	دلیل رسانایی	مثال
الکترونی	حرکت الکترون‌ها	فلزها و گرافیت
یونی	حرکت یون‌ها	محلول‌های الکترولیت و نمک‌های مذاب

پ) فقط هیدروژن متصل به عامل کربوکسیل $(COOH)$، هیدروژن اسیدی محسوب می‌شود؛ نه همهٔ اتم‌های هیدروژن یک کربوکسیلیک اسید!

ت) مواد مولکولی می‌توانند غیرالکترولیت (مثل اتانول یا شکر)، الکترولیت ضعیف (مثل HF) و یا الکترولیت قوی (مثل HCl) باشند.

۱۵ **شکل زیر غلظت نسبی اجزای یک محلول اسیدی به حجم ۰/۲۵ L را نشان می‌دهد. کدام مطلب، درست است؟**



۱) درصد یونش اسید، برابر ۲۰٪ است.

۲) اگر غلظت یون هیدرونیوم پس از یونش $۴\times۱۰^{-۲}\ mol.L^{-۱}$ باشد، شمار مولکول‌های HA پیش از یونش، برابر $۳/۶۱۲\times۱۰^{۲۲}$ است.

۳) شمار یون‌های حاصل از انحلال ۰/۶ مول HA در آب، با شمار یون‌های حاصل از واکنش ۰/۱ مول لیتیم اکسید با آب برابر است.

۴) با افزودن آب به محلول، غلظت مولار محلول و در نتیجه غلظت یون هیدرونیوم در آن افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ مطابق با شکل نشان‌داده‌شده اگر غلظت مولی یون هیدرونیوم پس از یونش را $x\ mol.L^{-۱}$ در نظر بگیریم، غلظت مولی A^- و مولکول‌های یونش‌نیافته به ترتیب برابر $x\ mol.L^{-۱}$ و $۵x\ mol.L^{-۱}$ می‌باشد. هم‌چنین غلظت مولی مولکول‌های اولیهٔ اسید از مجموع غلظت یونیده‌شدهٔ آن (معادل با $[H^+]$) و غلظت باقی‌مانده (یونیده‌نشده) به دست می‌آید:

$$[HA]_{\text{اولیه}} = \underbrace{[HA]_{\text{یونیده‌شده}}}_{=[H^+]} + [HA]_{\text{یونیده‌نشده}} = x + ۵x = ۶x\ mol.L^{-۱}$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱):

$$\text{درصد یونش} = \frac{\text{غلظت مولی مولکول‌های یونیده‌شده}}{\text{غلظت مولی کل مولکول‌های حل شده}} \times ۱۰۰ = \frac{x}{۶x} \times ۱۰۰ \simeq ٪۱۶/۶۷$$

گزینهٔ (۲):

$$[H_۳O^+]_{\text{پس از یونش}} = x = ۴\times۱۰^{-۲}\ mol.L^{-۱} \rightarrow [HA]_{\text{پیش از یونش}} = ۶x = ۰/۲۴\ mol.L^{-۱}$$

$$\text{شمار مولکول‌های HA پیش از یونش} = \text{غلظت} \times \text{حجم} \times N_A = ۰/۲۴\times۰/۲۵\times۶/۰۲\times۱۰^{۲۳} = ۳/۶۱۲\times۱۰^{۲۲}$$

گزینهٔ (۳): اگر غلظت اولیهٔ اسید در محلول را ۶x در نظر بگیریم، با توجه به رابطهٔ «غلظت × حجم = تعداد مول»، تعداد مول‌های اسید در محلول پیش از یونش $۱/۵x = ۰/۲۵ \times ۶x$ خواهد بود.

$$۱/۵x = ۰/۶\ mol \rightarrow x = ۰/۴$$

$$\text{غلظت یون‌های حاصل یونش} = \frac{\cancel{x+x}^{۲x}}{} = ۰/۸\ mol.L^{-۱} \rightarrow \text{شمار مول یون‌های حاصل یونش} = ۰/۸\times۰/۲۵ = ۰/۲\ mol$$

از واکنش ۰/۱ مول $Li_۲O$ با آب، ۰/۴ مول یون حاصل می‌شود:

$$\underbrace{Li_۲O}_{۰/۱\ mol} + H_۲O \rightarrow ۲LiOH \sim \underbrace{۲Li^+ + ۲OH^-}_{۴\times۰/۱ = ۰/۴\ mol}$$

گزینهٔ (۴): با اضافه‌کردن آب، محلول رقیق می‌شود و غلظت محلول کاهش می‌یابد.

۱۶ کدام مورد نادرست است؟

۱) فرایند تبدیل یک ترکیب مولکولی به یون‌ها در آب، تنها در مورد اسیدها صدق می‌کند.

۲) بخش عمده‌ای از گونه‌های موجود در سرکه، به شکل مولکول‌های یونیده‌نشده دیده می‌شوند.

۳) رسانایی الکتریکی بالا در یک محلول اسیدی، دلیلی بر غلظت بالای یون‌های آب‌پوشیده است.

۴) در شرایط معین، غلظت همهٔ گونه‌های موجود در محلول هیدروفلوئوریک اسید، همانند دیگر اسیدهای ضعیف ثابت است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ علاوه بر اسیدها، برای برخی بازها نیز واژهٔ یونش و تبدیل ترکیب به یون، به کار می‌رود، مانند آمونیاک:

$$NH_3(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons NH_4^+(aq) + OH^-(aq)$$

در مورد گزینهٔ (۲) دقت کنید که سرکه، همان محلول استیک اسید در آب است. استیک اسید (CH_3COOH) یک اسید ضعیف است و به طور جزئی یونیده می‌شود؛ از این رو در محلول آن، تعداد مولکول‌های یونیده‌نشده، زیاد و تعداد یون‌های آب‌پوشیده کم است.

۱۷ x گرم از یک کربوکسیلیک اسید تک‌ظرفیتی ۵کربنه با زنجیر هیدروکربنی سیرشده را به ۱۲ لیتر آب اضافه می‌کنیم.

اگر تعداد یون‌های هیدرونیوم حاصل برابر $۲۱۶/۷۲\times۱۰^{۲۰}$ و درجهٔ یونش اسید، برابر ۰/۰۰۵ باشد، x کدام است؟

$C_nH_{۲n}O_۲$

(از تغییر حجم آب صرف نظر کنید، $H=۱, C=۱۲, O=۱۶ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۶۱۲/۰
۲) ۶۸۶/۴
۳) ۷۲۰/۰
۴) ۷۳۴/۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

ابتدا تعداد مول اولیهٔ کربوکسیلیک اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$RCOOH + H_۲O \rightleftharpoons RCOO^- + H_۳O^+$$

$$۲۱۶/۷۲\times۱۰^{۲۰}\ H_۳O^+ \times \frac{۱\ mol\ H_۳O^+}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\ H_۳O^+} = ۰/۰۳۶\ mol\ H_۳O^+$$

$$\alpha(\text{درجهٔ یونش}) = \frac{\text{تعداد مول‌های هیدرونیوم}}{\text{تعداد مول‌های اسید حل‌شده}} \Rightarrow \text{تعداد مول اسید حل‌شده} = ۷/۲\ mol$$

(۰/۰۰۵ و ۰/۰۳۶ بالای کسر)

سپس با تعیین‌کردن فرمول کربوکسیلیک اسید، جرم مولی آن و در نهایت x را به دست می‌آوریم:

فرمول عمومی کربوکسیلیک اسیدها با زنجیرهٔ هیدروکربنی سیرشده: $C_nH_{۲n}O_۲ \xrightarrow{n=۵} C_۵H_{۱۰}O_۲$

جرم مولی اسید $= ۱۰۲\ g.mol^{-۱}$ → (جرم) x = مول × جرم مولی $= ۷/۲\times۱۰۲ = ۷۳۴/۴\ g$

شیمی

۱۸ در محلولی از اسید HA با غلظت ۰/۱ مولار، غلظت مولی یون‌های هیدرونیوم، ۴ برابر غلظت مولی مولکول‌های یونیده‌نشده است. درصد یونش اسید در محلول کدام است و اگر در دمای ثابت، غلظت محلول را به صورتی تغییر دهیم که درجهٔ یونش محلول نصف شود، نسبت غلظت مولکول‌های یونیده‌نشدهٔ اسید به غلظت یون‌های هیدرونیوم در محلول نهایی کدام است؟

۱) ۴۰ ـ ۱/۵
۲) ۸۰ ـ ۱/۵
۳) ۴۰ ـ ۲/۵
۴) ۸۰ ـ ۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

درجهٔ یونش اسیدها:

اسیدهای ضعیف به طور جزئی در آب یونش می‌یابند؛ یعنی تنها تعداد کمی از مولکول‌های اسید، یونش یافته و به یون تبدیل می‌شوند و بیشتر مولکول‌های اسید به صورت یونیده‌نشده در آب باقی می‌مانند. فرض کنید غلظت اولیهٔ یک اسید ضعیف (مانند HX)، M مولار باشد و x مولار آن یونش یابد؛ بنابراین غلظت مولکول‌های یونش‌نیافته در محلول برابر $(M-x)$ مولار و غلظت هر یک از یون‌های حاصل از یونش نیز برابر x مولار خواهد بود.

	$HX(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + X^-(aq)$		
گونه	$HX(aq)$	$H^+(aq)$	$X^-(aq)$
غلظت پیش از یونش	M	۰	۰
غلظت پس از یونش	$M-x$	x	x

برای مقایسهٔ میزان یونش اسیدها از کمیتی به نام درجهٔ یونش استفاده می‌شود که رابطهٔ آن به صورت زیر است:

$$\text{درجهٔ یونش } (\alpha) = \frac{\text{شمار مول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مول‌های حل‌شده}} \quad \text{یا} \quad \text{درجهٔ یونش } (\alpha) = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل‌شده}}$$

در برخی موارد به جای درجهٔ یونش، از درصد یونش $(\%\alpha)$ استفاده می‌شود:

$$\text{درصد یونش } (\%\alpha) = \text{درجهٔ یونش } (\alpha) \times ۱۰۰$$

پاسخ خیلی تشریحی

$$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$$

غلظت اولیه: ۰/۱ ۰ ۰

غلظت نهایی: $۰/۱-x$ x x

فرض سؤال: $x = ۴(۰/۱-x) \Rightarrow x = ۰/۴ - ۴x \Rightarrow ۵x = ۰/۴ \Rightarrow x = \frac{۰/۴}{۵} = ۰/۰۸$

$$\text{درصد یونش} = \frac{x}{۰/۱} \times ۱۰۰ = \frac{۰/۰۸}{۰/۱} \times ۱۰۰ = \%۸۰$$

اگر با تغییر غلظت محلول، درجهٔ یونش اسید نصف شود، یعنی از ۰/۸ به ۰/۴ برسد، خواهیم داشت:

$$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$$

غلظت نهایی: $M-y$ y y

$$\alpha = \frac{y}{M} = ۰/۴$$

$$\text{خواستهٔ سؤال} = \frac{[HA]}{[H^+]} = \frac{M-y}{y} = \frac{M}{y} - ۱ = \frac{۱}{۰/۴} - ۱ = ۲/۵ - ۱ = ۱/۵$$

۱۹ **کدام مورد به یقین درست است؟**

۱) مطابق مدل آرنیوس، اسید ماده‌ای است که در ساختار آن، اتم هیدروژن وجود دارد.

۲) اسیدهایی که انحلال‌پذیری زیادی در آب دارند، جزء اسیدهای قوی دسته‌بندی می‌شوند.

۳) اسیدهای تک‌پروتون‌دار، اسیدهایی هستند که در ساختار آن‌ها، تنها یک اتم هیدروژن وجود دارد.

۴) در اسیدهای ضعیف تک‌پروتون‌دار همانند اسیدهای قوی تک‌پروتون‌دار، غلظت مولی آنیون حاصل از یونش با غلظت مولی یون هیدرونیوم برابر است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

به ازای یونش هر مول اسید HA (قوی یا ضعیف) یک مول یون هیدرونیوم و یک مول آنیون تولید خواهد شد، پس در هر دو نوع محلول، غلظت مولی کاتیون‌ها و آنیون‌های حاصل از یونش با هم برابر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): *اولاً این‌که* در ساختار بعضی از اسیدها (مانند N_2O_5) اصلاً اتم هیدروژن وجود ندارد. *دوماً* موادی وجود دارند که در ساختار آن‌ها اتم هیدروژن وجود دارد، اما اسید محسوب نمی‌شوند؛ مانند C_2H_5OH!

گزینهٔ (۲): طبقه‌بندی اسیدها به قوی و ضعیف، بر مبنای میزان یونش آن‌ها در آب است، نه براساس میزان انحلال‌پذیری آن‌ها!

گزینهٔ (۳): *نه کی گفته!* مثلاً استیک اسید (CH_3COOH)، ۴ اتم هیدروژن دارد، ولی تک‌پروتون‌دار محسوب می‌شود، زیرا فقط هیدروژن گروه کربوکسیل آن، می‌تواند به صورت یون هیدرونیوم وارد محلول شود.

۲۰ با توجه به اطلاعات زیر، تفاوت جرم آنیون‌های موجود در محلول‌های I و II با حجم یک لیتر برحسب گرم، کدام است؟ $(H=1, A=23, X=45 : g.mol^{-1})$

محلول (I): محلول ۰/۹ مولار اسید HA که نسبت شمار یون‌های هیدرونیوم در آن به شمار مولکول‌های یونش‌نیافته معادل با ۰/۲ است.

محلول (II): محلول ۶/۹ درصد جرمی اسید HX با چگالی $1/2\ g.mL^{-1}$ که درجهٔ یونش اسید در آن، 8×10^{-2} است.

۱) ۳/۰۳ ۲) ۲/۳۴

۳) ۲/۸۸ ۴) ۳/۴۳

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: محاسبهٔ جرم آنیون در یک لیتر از محلول ظرف I:

$$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$$

$$M_{HA} = [H^+] + [HA]_{\text{یونیده نشده}},\ \frac{[H^+]}{[HA]_{\text{یونیده نشده}}} = 0/2$$

$$0/9\ mol.L^{-1} = 0/2[HA]_{\text{یونیده نشده}} + [HA]_{\text{یونیده نشده}} \rightarrow [HA]_{\text{یونیده نشده}} = 0/75\ mol.L^{-1}$$

$$[H^+]=[A^-]=0/9-0/75=0/15\ mol.L^{-1} \rightarrow m\ (\text{جرم}) = \text{مول} \times \text{جرم مولی} \times \text{حجم} \times \text{غلظت} = 23\times1\times0/15 = 3/45\ g$$

گام دوم: محاسبهٔ جرم آنیون در یک لیتر از محلول ظرف II:

$$HX \rightleftharpoons H^+ + X^-$$

نکته اگر درصد جرمی محلول برابر a و چگالی محلول برابر d (برحسب $g.mL^{-1}$ یا $g.cm^{-3}$) باشد، غلظت مولی (M) این محلول (برحسب $mol.L^{-1}$) برابر است با:

$$M = \frac{10\,ad}{\text{جرم مولی}}$$

$$\text{غلظت مولی } (M_{HX}) = \frac{10\times6/9\times1/2}{46} = 1/8\ mol.L^{-1}$$

$$\alpha = \frac{[H^+]}{M_{HX}} = 8\times10^{-2} = \frac{[H^+]}{1/8} \rightarrow [H^+] = [X^-] = 0/144\ mol.L^{-1}$$

$$m = \underbrace{45}_{\text{جرم مولی}} \times \underbrace{1}_{\text{حجم}} \times \underbrace{0/144}_{\text{غلظت مولی}} = 6/48\ g$$

گام سوم: محاسبهٔ تفاوت جرم آنیون‌ها:

$$6/48 - 3/45 = 3/03\ g$$

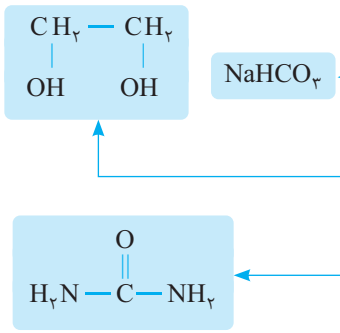
۱ کدام مورد درست است؟

۱) در واکنش مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب، گاز هیدروژن تولید می‌شود و گرما از محیط به سامانه انتقال می‌یابد.

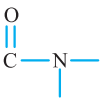
۲) کاغذ pH در محلول‌های جوش‌شیرین و اتیلن گلیکول در آب، به رنگ آبی درمی‌آید.

۳) اگر به جای گروه‌های NH_2 در اوره، گروه‌های CH_3 قرار گیرد، ماده‌ای به دست می‌آید که به هر نسبت در آب حل می‌شود.

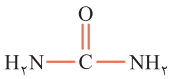
۴) وازلین با فرمول مولکولی $C_{18}H_{38}$، ناقطبی بوده و در هگزان به خوبی حل می‌شود.



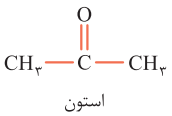
پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ فرمول مولکولی اوره، $CO(NH_2)_2$ یا CH_4N_2O است و در ساختار آن، عامل آمیدی  وجود دارد.

ساختار این ماده به صورت مقابل است:



با جایگزین‌کردن گروه‌های NH_2 در ساختار اوره با گروه‌های CH_3، مولکول حاصل، استون خواهد بود. این ماده به هر نسبتی در آب حل می‌شود و نمی‌توان محلول سیرشده‌ای از آن در آب تهیه کرد:



استون

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): نوعی پاک‌کنندهٔ خورنده که به شکل پودر عرضه می‌شود، شامل مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم است. معادلهٔ نوشتاری واکنش این مخلوط با آب به صورت زیر است:

مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید + آب ⟶ گاز هیدروژن + فراورده‌های دیگر $(\Delta H < 0)$

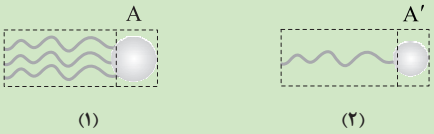
با توجه به معادلهٔ بالا مشخص است که در این واکنش، گاز هیدروژن (H_2) آزاد می‌شود. هم‌چنین با توجه به $\Delta H < 0$ این واکنش و گرماده‌بودن آن، می‌توان گفت که **بر اثر انجام این واکنش، گرما از سامانه به محیط انتقال می‌یابد.**

گزینهٔ (۲): با توجه به این‌که جوش‌شیرین یا سدیم هیدروژن کربنات $(NaHCO_3)$ یک ضداسید است، می‌توان گفت محلول این ماده خاصیت بازی داشته و رنگ کاغذ pH را آبی می‌کند، در حالی که اتیلن گلیکول $(C_2H_6O_2)$ به عنوان یک دی‌الکل به صورت کاملاً مولکولی در آب حل شده و غلظت یون‌ها را تغییر نمی‌دهد؛ در نتیجه محلول آن در آب **خنثی** بوده و **کاغذ pH را به رنگ آبی درنمی‌آورد.**

گزینهٔ (۴): وازلین یک هیدروکربن و ناقطبی بوده و در هگزان که یک حلال ناقطبی است، به خوبی حل می‌شود، اما دقت کنید که فرمول مولکولی میانگین وازلین به صورت $C_{25}H_{52}$ می‌باشد؛ نه $C_{18}H_{38}$!

گول نخوری ✘ فرمول تقریبی وازلین، $C_{25}H_{52}$ و فرمول تقریبی گریس، $C_{18}H_{38}$ است. *یه وقت با هم قاطی نکنین!*

۲ با توجه به شکل‌های زیر که الگویی برای نمایش یک مولکول اسید چرب و یک استر سنگین است، کدام مورد نادرست است؟



۱) هر دو ترکیب، از اجزای سازندهٔ چربی‌ها بوده و بخش‌های A و A′ در آن‌ها، به ترتیب دارای گروه‌های عاملی استری و کربوکسیل هستند.

۲) هر دو ترکیب، دارای بخش‌های قطبی و ناقطبی بوده و نیروی بین مولکولی غالب در هر دو آن‌ها از نوع وان‌دروالسی است.

۳) در ساختار هر مولکول از ترکیب (۱)، ۶ پیوند C—O وجود دارد.

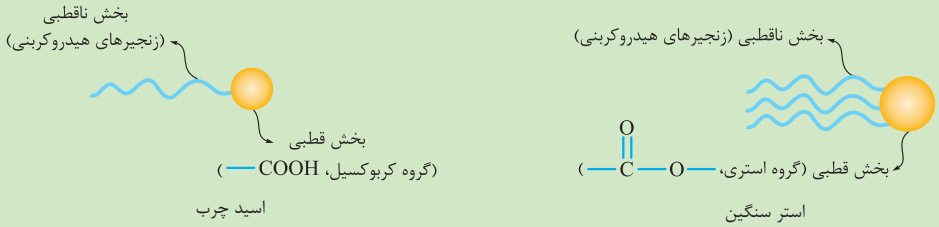
۴) هر دو ترکیب، توانایی واکنش با محلول سود را دارند و فراوردهٔ این واکنش‌ها، آب و نمک اسید چرب است.

مشاوره تمرین‌های کتاب درسی، از منابع اصلی طراحی سؤالات در امتحانات نهایی و کنکورهای سراسری هستند؛ به همین دلیل علاوه بر بررسی و حل این تمرین‌ها، سعی کنید از آن‌ها تست و سؤال‌های تشریحی متنوعی حل کنید.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

اسیدهای چرب و استرهای سنگین را می‌توان با الگوهای زیر نشان داد:



بنابراین شکل‌های (۱) و (۲) به ترتیب نشان‌دهندهٔ استر سه‌عاملی و اسید چرب هستند.

طبق معادله‌های مقابل، از واکنش اسیدهای چرب با سدیم هیدروکسید، صابون (نمک اسید چرب) و آب به دست می‌آید، اما از واکنش استرهای سنگین با سدیم هیدروکسید، صابون و الکل سه‌عاملی به دست می‌آید.

۱) $RCOOH + NaOH \longrightarrow \underbrace{RCOONa}_{\text{صابون}} + \underbrace{H_2O}_{\text{آب}}$

۲) $\begin{matrix} CH_2-O-C(=O)-R \\ | \\ CH-O-C(=O)-R' \\ | \\ CH_2-O-C(=O)-R'' \end{matrix} + 3NaOH \longrightarrow \begin{matrix} RCOONa \\ \\ R'COONa \\ \\ \underbrace{R''COONa}_{\text{صابون}} \end{matrix} + \underbrace{\begin{matrix} CH_2-OH \\ | \\ CH-OH \\ | \\ CH_2-OH \end{matrix}}_{\text{الکل سه‌عاملی}}$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): A و A′ بخش‌های قطبی مولکول‌های نشان داده شده هستند و A دارای گروه عاملی استری ($-C(=O)-O-$) و A′ دارای گروه عاملی کربوکسیل ($-COOH$) است.

گزینهٔ (۲): نیروی بین مولکولی غالب در هر دو این مولکول‌ها از نوع وان‌دروالسی است. از آن‌جا که در این مولکول‌ها، بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه دارد، در آب حل نمی‌شوند.

گزینهٔ (۳): در ساختار هر مولکول از ترکیب (۱)، در مجموع ۶ پیوند اشتراکی C—O دیده می‌شود:

$\begin{matrix} CH_2-O-C(=O)-(CH_2)_{16}CH_3 \\ | \\ CH-O-C(=O)-(CH_2)_{16}CH_3 \\ | \\ CH_2-O-C(=O)-(CH_2)_{16}CH_3 \end{matrix}$

تصاویر زیر الگوهای ساختاری صابون، اسید چرب و استر سنگین را نمایش می‌دهند. با توجه به آن‌ها به پرسش‌ها پاسخ دهید: (سؤال ۳ ـ امتحان نهایی خرداد ۹۹)

(۱) (۲) (۳) Na^+ $^-$

الف) چربی‌ها، مخلوطی از کدام دو ترکیب هستند؟

ب) کدام ساختار مربوط به اسید چرب است؟

پ) نیروی بین مولکولی غالب در ترکیب (۲) از چه نوعی است؟ چرا؟

ت) کدام ترکیب در آب حل می‌شود؟

۳ با توجه به شکل زیر که مربوط به مقایسهٔ رفتار نور در کلوئیدها و محلول‌ها است، درستی یا نادرستی کدام گزینه با بقیهٔ گزینه‌ها تفاوت دارد؟



ظرف (۱) ظرف (۲)

۱) هر دو مخلوط، پایدار هستند و با گذشت زمان، ذرات سازندهٔ آن‌ها ته‌نشین نمی‌شود.

۲) مخلوط (۱) همانند سوسپانسیون‌ها، ناهمگن به شمار می‌آید.

۳) مخلوط اتانول و آب از نوع (۲) و شیر از نوع (۱) است.

۴) ذرات حل‌شده در مخلوط (۱)، توده‌های مولکولی با اندازهٔ متفاوت هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

ویژگی / نوع مخلوط	سوسپانسیون	کلوئید	محلول
رفتار در برابر نور	نور را پخش می‌کنند.	نور را پخش می‌کنند.	نور را عبور می‌دهند (پخش نمی‌کنند).
همگن‌بودن	ناهمگن	ناهمگن (به ظاهر همگن)	همگن
پایداری	ناپایدار است/ ته‌نشین می‌شود.	پایدار است/ ته‌نشین نمی‌شود.	پایدار است/ ته‌نشین نمی‌شود.
ذره‌های سازنده	ذره‌های ریزماده	توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت	یون‌ها یا مولکول‌ها
نمونه‌های مهم	شربت معده، دوغ، شربت خاکشیر و آب گل‌آلود	رنگ‌های پوششی، چسب‌ها، شیر، ژله، سس مایونز، مخلوط آب، صابون و چربی	سدیم کلرید (نمک) در آب، آب دریا، هوا، آب‌قند، ید در هگزان

از آن‌جا که کلوئیدها در برخی رفتارها شبیه محلول‌ها و در برخی دیگر شبیه سوسپانسیون‌ها هستند، می‌توان رفتار کلوئیدها را رفتاری بین محلول‌ها و سوسپانسیون‌ها در نظر گرفت.

ویژگی مشترک محلول‌ها و کلوئیدها ← پایداربودن

ویژگی مشترک کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها ← ناهمگن‌بودن و پخش نور

پاسخ خیلی تشریحی

گزینهٔ (۴) برخلاف سایر گزینه‌ها، نادرست است.

محلول‌ها (مانند محلول مس (II) سولفات در آب) نور را از خود عبور می‌دهند؛ بنابراین مسیر عبور نور از میان محلول‌ها قابل مشاهده نیست. اما ذره‌های موجود در کلوئید، درشت‌تر از محلول‌اند؛ به همین دلیل، کلوئیدها برخلاف محلول‌ها نور را پخش می‌کنند، در نتیجه مسیر عبور نور از میان کلوئیدها قابل دیدن است؛ بنابراین مخلوط (۱)، نشان‌دهندهٔ رفتار کلوئیدها و مخلوط (۲)، نشان‌دهندهٔ رفتار محلول‌ها در برابر نور است.

حالا بیایید *رونه‌رونه!* گزینه‌ها را بررسی کنیم:

گزینهٔ (۱): کلوئیدها همانند محلول‌ها پایدار هستند و ذرات سازندهٔ هر دو آن‌ها با گذشت زمان ته‌نشین نمی‌شوند.

گزینهٔ (۲): کلوئیدها همانند سوسپانسیون‌ها و برخلاف محلول‌ها، جزء مخلوط‌های ناهمگن هستند.

گزینهٔ (۳): اتانول در آب به هر نسبتی حل شده و مخلوط این دو ماده، محلول محسوب می‌شود، هم‌چنین شیر نیز نوعی کلوئید است.

گزینهٔ (۴): مخلوط (۱)، کلوئید است. دقت کنید که در کلوئیدها، ماده‌ای در مادهٔ دیگر حل نمی‌شود؛ در نتیجه استفاده از واژه‌هایی مانند حل‌شدن، حلال و حل‌شونده و ... برای کلوئیدها *ممنوع و غیرمجازه!*

۴ تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن و کربن در فرمول شیمیایی یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی با جرم مولی ۳۳۰ گرم، برابر ۶ است. در جزء آنیونی این پاک‌کننده، چند پیوند دوگانه وجود دارد؟

$(H=1, C=12, O=16, Na=23, S=32 : g.mol^{-1})$

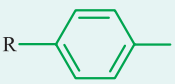
۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

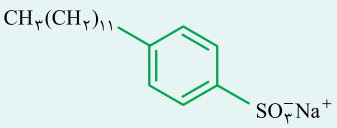
درس Box

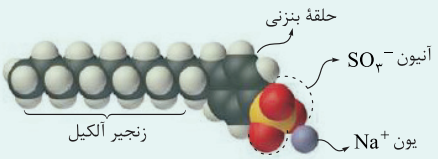
پاک‌کننده‌های غیرصابونی:

شیمی‌دان‌ها توانستند با استفاده از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی، مواد پاک‌کننده‌ای با فرمول همگانی $RC_6H_4SO_3^-Na^+$ تولید کنند که به پاک‌کننده‌های غیرصابونی معروف‌اند. ساختار کلی این پاک‌کننده‌ها به صورت زیر است:

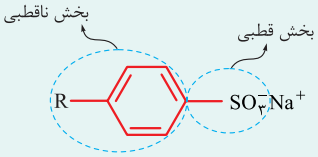
نوعی از پاک‌کننده‌های غیرصابونی:  یا $RC_6H_4SO_3^-Na^+$

مثال شکل زیر فرمول ساختاری و مدل فضاپرکن نوعی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی با فرمول $C_{18}H_{29}SO_3^-Na^+$ را نشان می‌دهد:





- پاک‌کننده‌های غیرصابونی، همانند پاک‌کننده‌های صابونی، دارای بخش‌های قطبی و ناقطبی هستند:



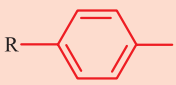
این پاک‌کننده همانند صابون دارای یک بخش آب‌گریز (گروه هیدروکربنی) و یک بخش آب‌دوست (گروه SO_3^-) است. در پاک‌کننده‌های غیرصابونی، چربی‌ها به بخش ناقطبی می‌چسبند و گروه SO_3^- — که انتهای باردار قسمت آنیونی پاک‌کننده را تشکیل می‌دهد، باعث پخش‌شدن چربی‌ها در آب می‌شود.

در پاک‌کننده‌های غیرصابونی:
- چربی‌ها به کدام بخش می‌چسبند؟ ← بخش ناقطبی (RC_6H_4)
- کدام بخش باعث پخش‌شدن چربی‌ها در آب می‌شود؟ ← گروه SO_3^-

- پاک‌کننده‌های غیرصابونی نسبت به پاک‌کننده‌های صابونی، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری دارند و در آب‌های سخت نیز خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند، زیرا با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} موجود در آب سخت رسوب نمی‌دهند.

پاسخ خیلی تشریحی

ساختار تنها پاک‌کنندهٔ غیرصابونی که در کتاب درسی بررسی شده، به صورت زیر است:

 یا $RC_6H_4SO_3^-Na^+$

حال اگر فرمول شیمیایی گروه R را به صورت C_xH_y در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

فرمول شیمیایی پاک‌کننده: $C_{x+6}H_{y+6}SO_3^-Na^+$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{جرم مولی: } \underbrace{12(x+6)}_{12x+72}+1(y+4)+32+3(16)+23=330\,g.mol^{-1} \Rightarrow (I)\ 12x+y=151 \\ \text{تفاوت شمار اتم‌های C و H: } (y+4)-(x+6)=6 \Rightarrow (II)\ y-x=8 \end{cases} \xrightarrow{(I),(II)} x=11,\ y=19$$

فرمول شیمیایی گروه R در این پاک‌کننده به صورت $C_{11}H_{19}$ است. اگر گروه R زنجیری و سیرشده باشد (گروه آلکیلی) فرمول شیمیایی آن از قاعدهٔ C_nH_{2n+1} پیروی می‌کند؛ در نتیجه فرمول شیمیایی گروه R زنجیری و سیرشدهٔ دارای ۱۱ اتم کربن، به صورت $C_{11}H_{23}$ خواهد بود و چون به ازای هر پیوند دوگانهٔ $C=C$، باید ۲ اتم H از گروه R کم کنیم؛ بنابراین می‌توان گفت که گروه R در پاک‌کنندهٔ غیرصابونی مورد نظر دارای ۲ پیوند دوگانهٔ $C=C$ است. هم‌چنین حلقهٔ بنزنی نیز ۳ پیوند $C=C$ داشته و در مجموع جزء آنیونی در این پاک‌کننده، دارای ۵ پیوند دوگانه $C=C$ است.

کنکور

با توجه به مطالب کتاب درسی، اگر تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن و کربن در یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، برابر ۱۱ باشد، جرم مولی آن، برابر چند گرم است؟

(سؤال ۹۹ کنکور تجربی ۱۴۰۳ (خارج از کشور) ـ نوبت دوم)

$(H=1, C=12, O=16, Na=23, S=32 : g.mol^{-1})$

۱) ۳۴۶
۲) ۳۴۸
۳) ۳۵۰
۴) ۳۵۲

۵ **کدام مورد درست است؟**

۱) صابون مراغه به دلیل خاصیت بازی و افزودنی‌های مناسب مانند گوگرد و کلر، خاصیت لکه‌بری و پاک‌کنندگی خوبی دارد.

۲) برای از بین بردن رسوب تشکیل‌شده در دیگ‌های بخار و لوله‌ها، باید از پاک‌کننده‌های غیرصابونی استفاده کرد.

۳) از واکنش هر مول اسید C_3H_7COOH با مقدار کافی پتاسیم هیدروکسید، یک مول صابون مایع با قدرت پاک‌کنندگی بالا تولید می‌شود.

۴) پیش از توصیف علمی اسیدها و بازها توسط آرنیوس، شیمی‌دان‌ها با برخی از واکنش‌های میان این مواد آشنا بودند.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ شواهد بسیاری در تاریخ علم وجود دارد که نشان می‌دهند پیش از آن‌که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند. سوانت آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد.

بررسی گزینه‌ها:

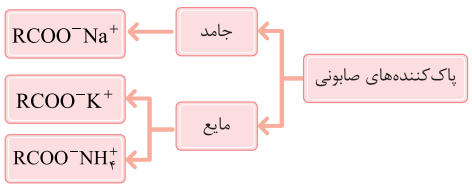
گزینهٔ (۱): دقت کنید که صابون **مراغه، افزودنی شیمیایی ندارد** و به دلیل خاصیت بازی مناسب، برای موهای چرب استفاده می‌شود.

نکته



گزینهٔ (۲): رسوب تشکیل‌شده بر روی دیوارهٔ کتری، لوله‌ها، آب‌راه‌ها و دیگ‌های بخار آن‌چنان به این سطح‌ها می‌چسبند که **با صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی زدوده نمی‌شوند.** برای زدودن این رسوب‌ها به پاک‌کننده‌های خورنده نیاز است که بتوانند با آن‌ها واکنش شیمیایی بدهند و آن‌ها را به فراورده‌هایی تبدیل کنند که با آب شسته شوند.

گزینهٔ (۳): **به نمک اسیدهای چرب،** صابون می‌گویند. صابون‌های جامد، نمک سدیم اسید چرب و صابون‌های مایع، نمک پتاسیم یا آمونیوم اسید چرب هستند:



اما دقت کنید که C_3H_7COOH **به دلیل زنجیر هیدروکربنی کوتاهی که دارد، اسید چرب نبوده و نمک حاصل از واکنش آن با پتاسیم هیدروکسید** $(C_3H_7COO^-K^+)$ **نیز، پاک‌کننده محسوب نمی‌شود.**

۶ اگر یک پاک‌کنندهٔ صابونی مایع در زنجیر آلکیل خود (R)، دارای ۱۳ پیوند کربن ـ کربن باشد و ۱۰۳/۶ گرم از آن با مقدار کافی منیزیم کلرید واکنش دهد، جرم رسوب تشکیل‌شده چند گرم خواهد بود و اختلاف شمار اتم‌های کربن و هیدروژن در فرمول شیمیایی این پاک‌کننده کدام است؟ (در ساختار پاک‌کننده، یون فلزی وجود ندارد.)

کاتیون صابون مایع، آمونیوم است.

$(H=1, C=12, N=14, O=16, Mg=24 : g.mol^{-1})$

۱) ۹۶/۴ ـ ۱۸
۲) ۱۰۱/۲ ـ ۱۸
۳) ۹۶/۴ ـ ۱۴
۴) ۱۰۱/۲ ـ ۱۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ساختار پاک‌کنندهٔ صابونی مورد نظر را پیدا می‌کنیم:

در زنجیرهٔ آلکیل به دلیل داشتن ۱۳ پیوند $C-C$، ۱۴ اتم کربن وجود دارد و چون در ساختار این پاک‌کننده، یون فلزی وجود ندارد، جزء کاتیونی آن را یون آمونیوم (NH_4^+) تشکیل می‌دهد؛ بنابراین داریم:

$$R: C-C \text{ آلکیل دارای ۱۳ پیوند } = C_{14}H_{29} \xrightarrow{\text{جایگزین‌کردن } NH_4^+ \text{ به جای H اسید}} C_{14}H_{29}COO^-NH_4^+$$
$$RCOOH \Rightarrow C_{14}H_{29}COOH$$

مشخص است که در فرمول شیمیایی این صابون، شمار اتم‌های C و H به ترتیب برابر با ۱۵ و ۳۳ و تفاوت شمار اتم‌های C و H، برابر با $33-15=18$ است ← گزینه‌های (۳) و (۴) پر!

نکته

معادلهٔ واکنش صابون آمونیوم‌دار با محلول‌های منیزیم کلرید و کلسیم کلرید به صورت زیر است:

$$2RCOONH_4 + MgCl_2 \rightarrow \underbrace{(RCOO)_2Mg}_{\text{رسوب}} + 2NH_4Cl$$
$$2RCOONH_4 + CaCl_2 \rightarrow \underbrace{(RCOO)_2Ca}_{\text{رسوب}} + 2NH_4Cl$$

گام دوم: با توجه به نکتهٔ بالا، می‌توانیم معادلهٔ واکنش صابون $C_{14}H_{29}COO^-NH_4^+$ با محلول منیزیم کلرید $(MgCl_2)$ را می‌نویسیم:

$$2C_{14}H_{29}COO^-NH_4^+ + MgCl_2 \rightarrow \underbrace{(C_{14}H_{29}COO)_2Mg}_{\text{رسوب}} + 2NH_4Cl$$

گام سوم: جرم رسوب حاصل از واکنش ۱۰۳/۶ گرم از صابون مورد نظر با مقدار کافی محلول $MgCl_2$ را حساب می‌کنیم:

استفاده از کسر تبدیل:

$$103/6\ g\ C_{14}H_{29}COO^-NH_4^+ \times \frac{1\ mol\ C_{14}H_{29}COO^-NH_4^+}{259\ g\ C_{14}H_{29}COO^-NH_4^+} \times \frac{1\ mol\ (C_{14}H_{29}COO)_2Mg}{2\ mol\ C_{14}H_{29}COO^-NH_4^+} \times$$
$$\frac{506\ g\ (C_{14}H_{29}COO)_2Mg}{1\ mol\ (C_{14}H_{29}COO)_2Mg} = 101/2\ g\ (C_{14}H_{29}COO)_2Mg$$

یه جور دیگه

$$2C_{14}H_{29}COO^-NH_4^+ \sim (C_{14}H_{29}COO)_2Mg$$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{2C_{14}H_{29}COO^-NH_4^+}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{(C_{14}H_{29}COO)_2Mg}} \Rightarrow \frac{103/6}{2\times259} = \frac{x}{1\times506}$$

$$\Rightarrow x = \frac{103/6 \times 506}{2 \times 259} = 101/2\ g\ (C_{14}H_{29}COO)_2Mg$$

۷ **یک مول از هر کدام از ترکیب‌های N_2O_5، Li_2O و BaO، در ظرف‌هایی جداگانه به ۱۰ لیتر آب افزوده می‌شود. کدام مورد درست است؟ (از تغییر حجم آب صرف نظر کنید.)**

۱) رسانایی الکتریکی محلول دی‌نیتروژن پنتااکسید از محلول لیتیم اکسید، بیشتر است.

۲) مدل آرنیوس می‌تواند تفاوت رنگ کاغذ pH در محلول‌های دی‌نیتروژن پنتااکسید و باریم اکسید را توجیه کند.

۳) با یونش لیتیم اکسید در آب، $۲۴/۰۸ \times ۱۰^{۲۳}$ یون در محلول ایجاد می‌شود.

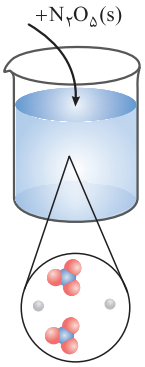
۴) مدل فضاپرکن آنیون نیتروژن‌دار موجود در محلول دی‌نیتروژن پنتااکسید، مشابه یون سولفات است.

SO_4^{2-} ← ← NO_3^-

پاسخ: گزینهٔ ۲

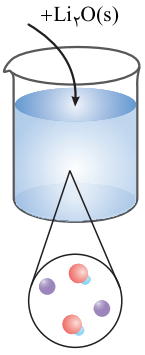
پاسخ خیلی تشریحی ✔

ابتدا محلول‌های حاصل در هر ظرف را مشخص می‌کنیم:



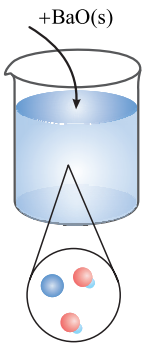
- با حل‌شدن هر مول N_2O_5 در آب (شکل روبه‌رو)، ۲ مول H^+ و ۲ مول NO_3^- (در مجموع ۴ مول یون) تولید می‌شود.

$$N_2O_5(s) + H_2O(l) \rightarrow 2H^+(aq) + 2NO_3^-(aq)$$



- با حل‌شدن هر مول اکسید فلز قلیایی در آب، ۲ مول کاتیون آن فلز و ۲ مول هیدروکسید (در مجموع ۴ مول یون) تولید می‌شود.

$$Li_2O(s) + H_2O(l) \rightarrow 2Li^+(aq) + 2OH^-(aq)$$



- با حل‌شدن هر مول اکسید فلز قلیایی خاکی در آب، ۱ مول کاتیون آن فلز و ۲ مول یون هیدروکسید (در مجموع ۳ مول یون) تولید می‌شود.

$$BaO(s) + H_2O(l) \rightarrow Ba^{2+}(aq) + 2OH^-(aq)$$

نکته

مدل آرنیوس
- آیا می‌تواند غلظت یون هیدرونیوم را در محلول دو اسید با هم مقایسه کند؟ ← خیر
- آیا می‌تواند غلظت یون هیدروکسید را در محلول دو باز با هم مقایسه کند؟ ← خیر
- آیا می‌تواند غلظت یون هیدرونیوم و یا هیدروکسید را در محلول یک اسید و یک باز با هم مقایسه کند؟ ← بله

طبق مدل آرنیوس، N_2O_5، اسید و Li_2O، باز است؛ بنابراین می‌توان گفت که $[H^+]$ در محلول N_2O_5 بیشتر از محلول Li_2O است (یا $[OH^-]$ در محلول Li_2O بیشتر از محلول N_2O_5 است).

بررسی سایر گزینه‌ها:

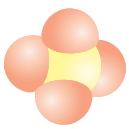
گزینهٔ (۱): رسانایی الکتریکی محلول‌ها به مجموع غلظت یون‌ها در آن‌ها بستگی دارد. همان‌طور که گفتیم، در محلول حاصل از انحلال یک مول از هر دو ترکیب N_2O_5 و Li_2O، ۴ مول یون حاصل شده و با توجه به حجم یکسان محلول‌ها، می‌توان گفت که مجموع غلظت یون‌ها و در نتیجهٔ رسانایی الکتریکی آن‌ها یکسان می‌باشد.

گزینهٔ (۳): شمار یون‌ها در محلول حاصل از انحلال یک مول Li_2O برابر است با:

$$1\ mol\ Li_2O \times \frac{4\ mol\ \text{یون}}{1\ mol\ Li_2O} \times \frac{6/02 \times 10^{23}\ \text{یون}}{1\ mol\ \text{یون}} = 24/08 \times 10^{23}\ \text{یون}$$

اما دقت کنید که **یونش**، فرایندی است که در آن یک **ترکیب مولکولی** به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود و با توجه به این‌که Li_2O یک ترکیب یونی است، استفاده از واژهٔ «یونش» برای آن *غلط انر غلظه!* بلکه باید از واژهٔ «**تفکیک**» برای آن استفاده کرد.

گزینهٔ (۴): آنیون موجود در محلول حاوی N_2O_5، یون نیترات (NO_3^-) است. با توجه به شکل‌های زیر مشخص است که مدل فضاپرکن یون‌های نیترات (NO_3^-) و سولفات (SO_4^{2-}) متفاوت‌اند:



سولفات (SO_4^{2-})



نیترات (NO_3^-)

۸ اگر ثابت یونش نوعی اسید ضعیف HA در دمای اتاق برابر ۸×۱۰^{-۵} باشد، غلظت یون هیدرونیوم در محلول ۲/۳ گرم بر لیتر آن، به تقریب کدام است و چنان‌چه غلظت اولیهٔ محلول را با افزودن اسید به ۰/۲ مولار برسانیم، درجهٔ یونش اسید به تقریب چند درصد تغییر می‌کند؟ $(HA = ۴۶\ g.mol^{-۱})$

۱) ۰/۰۰۲ ـ ۵۰٪ کاهش
۲) ۰/۰۰۲ ـ ۵۰٪ افزایش
۳) ۰/۰۴ ـ ۵۰٪ کاهش
۴) ۰/۰۴ ـ ۵۰٪ افزایش

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

اگر درجهٔ یونش اسید ضعیف HX برابر α و غلظت اولیهٔ اسید برابر M باشد، به اندازهٔ $M\alpha$ یونیده شده و غلظت تعادلی آن برابر با $M-M\alpha$ خواهد بود؛ پس می‌توان نوشت:

	HX	$\rightleftharpoons$	H^+	+	X^-
غلظت اولیه:	M		۰		۰
تغییر غلظت:	$-M\alpha$		$+M\alpha$		$+M\alpha$
غلظت تعادلی:	$M-M\alpha$		$M\alpha$		$M\alpha$

$$K_a=\frac{[H^+][X^-]}{[HX]}=\frac{(M\alpha)(M\alpha)}{M-M\alpha}=\frac{M^۲\alpha^۲}{M(۱-\alpha)}=\frac{M\alpha^۲}{۱-\alpha}\Rightarrow K_a=\frac{M\alpha^۲}{۱-\alpha},K_a=\frac{[H^+]^۲}{M-[H^+]}$$

حالا اگر بخواهیم $[H^+]$ را برحسب K_a و α به دست آوریم، *این‌طوری می‌شه*:

$$K_a=\frac{M\alpha^۲}{۱-\alpha}\xrightarrow{\alpha=\frac{[H^+]}{M}}K_a=\frac{M\times\frac{[H^+]^۲}{M^۲}}{۱-\alpha}\Rightarrow K_a=\frac{[H^+]^۲}{M(۱-\alpha)}\Rightarrow [H^+]=\sqrt{K_a\cdot M(۱-\alpha)}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: غلظت مولی اولیهٔ اسید را (برحسب $mol.L^{-۱}$) حساب می‌کنیم:

$$۲/۳\ g/L\times\frac{۱\ mol\ HA}{۴۶\ g\ HA}=\frac{۱}{۲۰}=۰/۰۵\ mol.L^{-۱}$$

گام دوم: با توجه به K_a و غلظت اولیهٔ اسید، $[H^+]$ را در آن به دست می‌آوریم:

$$K_a=\frac{[H^+]^۲}{M-[H^+]}\Rightarrow ۸\times۱۰^{-۵}=\frac{[H^+]^۲}{۰/۰۵-[H^+]}$$

$$\xrightarrow{\text{می‌توانیم از }[H^+]\text{ در مقابل M صرف نظر کنیم}}[H^+]^۲=۸\times۱۰^{-۵}\times۵\times۱۰^{-۲}=۴\times۱۰^{-۶}\Rightarrow [H^+]=۲\times۱۰^{-۳}\ mol.L^{-۱}$$

گام سوم: درجهٔ یونش محلول را در حالت اولیه و هم‌چنین پس از افزودن اسید، محاسبه می‌کنیم:

حالت اولیه: $K_a=M\alpha^۲\Rightarrow ۸\times۱۰^{-۵}=\frac{۱}{۲۰}\times\alpha^۲\Rightarrow \alpha^۲=۱۶\times۱۰^{-۴}\Rightarrow \alpha=۴\times۱۰^{-۲}$

ثابت یونش (K_a) فقط تابع دما است؛ بنابراین در دمای معین، K_a ثابت بوده و می‌توان گفت:

پس از افزودن اسید: $K_a=M\alpha^۲\Rightarrow ۸\times۱۰^{-۵}=۰/۲\times\alpha^۲\Rightarrow \alpha^۲=۴\times۱۰^{-۴}\Rightarrow \alpha=۲\times۱۰^{-۲}$

بنابراین درجهٔ یونش اسید نسبت به حالت اولیه، نصف می‌شود.

تیزبازی

در دمای معین، K_a ثابت بوده و می‌توان گفت در اسیدهای ضعیف، هر چه غلظت مولی (M) افزایش یابد، درجهٔ یونش (α) کاهش می‌یابد تا حاصل‌ضرب آن‌ها (K_a) ثابت بماند؛ بنابراین برای اسیدهای ضعیف با K_a خیلی کوچک داریم:

در دمای ثابت: $\alpha^۲\propto\frac{۱}{M}\Rightarrow\frac{\alpha_۲}{\alpha_۱}=\sqrt{\frac{M_۱}{M_۲}}=\sqrt{\frac{۰/۰۵}{۰/۲}}=\sqrt{\frac{۱}{۴}}=\frac{۱}{۲}$ (K_a ثابت، M افزایش ↑، α کاهش ↓)

در نتیجه با توجه به نصف‌شدن درجهٔ یونش نسبت به حالت اولیه، می‌توان نتیجه گرفت که درجهٔ یونش، ۵۰٪ کاهش می‌یابد.

شیمی

۹ در دمای $25\,^{\circ}C$، pH محلول ۰/۱ مولار کدام اسید در آب بیشتر است؟

۱) هیدرویدیک اسید
۲) نیترواسید
۳) هیدروفلوئوریک اسید
۴) نیتریک اسید

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته

K_a بزرگ‌تر ← اسید قوی‌تر ← در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت ← $[H^+]$ بیشتر / یون بیشتر / $[OH^-]$ کم‌تر ← pH کم‌تر

پاسخ خیلی تشریحی

هر چه اسید ضعیف‌تر (و K_a آن کوچک‌تر) باشد، در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، در محلول حاصل از آن غلظت یون H^+ کم‌تر و pH آن بزرگ‌تر است.

هیدرویدیک اسید (HI) و نیتریک اسید (HNO_3)، هر دو جزء اسیدهای قوی تک‌پروتون‌دار هستند و تقریباً به طور کامل در آب یونیده می‌شود؛ پس در غلظت‌های یکسان، $[H^+]$ در محلول این دو اسید، بیشتر از محلول اسیدهای ضعیف نیترو اسید (HNO_2) و هیدروفلوئوریک اسید (HF) است؛ در نتیجه pH محلول این دو اسید قوی، کوچک‌تر است.

قدرت اسیدی (K_a) HF از HNO_2 بیشتر و HF اسید قوی‌تری است؛ پس در غلظت یکسان، pH محلول HNO_2 بزرگ‌تر خواهد بود:

pH محلول در غلظت یکسان: HNO_2 (اسید ضعیف با K_a کوچک‌تر) $>$ HF (اسید ضعیف با K_a بزرگ‌تر)

نکته

با توجه به صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴ کتاب درسی، مقایسهٔ K_a و در نتیجه قدرت اسیدی چند اسید ضعیف به صورت زیر است:

مقایسهٔ K_a و قدرت اسیدی: HCN (هیدروسیانیک اسید) $< H_2CO_3$ (کربنیک اسید) $< CH_3COOH$ (استیک اسید) $< HCOOH$ (فورمیک اسید) $< HNO_2$ (نیترو اسید) $< HF$ (هیدروفلوئوریک اسید)

۱۰ **اگر محلولی یک‌لیتری از دو اسید هیدروسیانیک اسید (I) و فورمیک اسید (II) با غلظت یک مولار در دمای یکسان داشته باشیم، کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟ $(H=1, C=12, N=14, O=16 : g.mol^{-1})$**

الف) رسانایی محلول (I) از (II) کم‌تر و تفاوت جرم آنیون حاصل از آن‌ها برابر ۱۹ گرم است.

ب) ثابت یونش محلول هر دو اسید از ثابت یونش استیک اسید، بیشتر است.

پ) سرعت واکنش فلز سدیم در ظرف (II) از ظرف (I) بیشتر اما حجم گاز تولیدی در دو ظرف در پایان واکنش برابر است.

ت) اگر در دمای $25^\circ C$، غلظت مولی یون هیدرونیوم در محلول (II)، ۲/۵ برابر محلول (I) باشد، pH محلول (II)، ۰/۴ واحد کم‌تر از محلول (I) است.

۱) الف ـ ب
۲) پ ـ ت
۳) الف ـ پ
۴) ب ـ ت

مشاوره مقایسهٔ ویژگی‌های مختلف در دو محلول، به ویژه مقایسهٔ دو اسید قوی و ضعیف، پای ثابت سؤالات کنکور سراسری در هر دوره محسوب می‌شود که در قالب هر دو نوع سؤال مفهومی و محاسباتی طرح می‌شود. *خلاصه با توجه به اهمیت بسیار بالای آن مبحث، بر شما واجبه که* سعی کنید تست‌های متنوعی از آن حل کنید.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) هیدروسیانیک اسید (HCN) و فورمیک اسید $(HCOOH)$، هر دو اسیدهایی ضعیف هستند، به طوری که K_a و قدرت اسیدی $HCOOH$ از HCN بیشتر است؛ در نتیجه در غلظت اولیهٔ یکسان از این دو اسید، غلظت یون‌ها در محلول $HCOOH$ و در نتیجه رسانایی الکتریکی این محلول بیشتر است. حال با فرض قوی‌بودن $(\alpha = 1)$ دو اسید، داریم:

محلول فورمیک اسید: $HCOOH(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + HCOO^-(aq)$

$$\Rightarrow [H^+] = [HCOO^-] = M \cdot \alpha = 1\ mol.L^{-1} \xrightarrow[V=1\ L]{\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}}} n_{HCOO^-} = 1\ mol \times \frac{45\ g}{1\ mol} = 45\ g\ HCOO^-$$

محلول هیدروسیانیک اسید: $HCN(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + CN^-(aq)$

$$\Rightarrow [H^+] = [CN^-] = M \cdot \alpha = 1\ mol.L^{-1} \xrightarrow[V=1\ L]{\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}}} c_{CN^-} = 1\ mol \times \frac{26\ g}{1\ mol} = 26\ g\ CN^-$$

تفاوت جرم آنیون‌ها $= 45 - 26 = 19\ g$

اما دقت کنید که هر دو اسید، ضعیف بوده و درجهٔ یونش آن‌ها بین ۰ تا ۱ $(0 < \alpha < 1)$ است؛ بنابراین تفاوت جرم آنیون‌های حاصل در دو محلول کم‌تر از ۱۹ گرم می‌باشد.

ب) ترتیب ثابت یونش هیدروسیانیک اسید (HCN)، فورمیک اسید $(HCOOH)$ و استیک اسید (CH_3COOH) به صورت زیر است:

$$K_a : HCOOH > CH_3COOH > HCN$$

بنابراین ثابت یونش محلول HCN کم‌تر از CH_3COOH می‌باشد.

نکته در کربوکسیلیک اسیدها، با افزایش تعداد کربن‌ها، قدرت اسیدی کاهش می‌یابد:

قدرت اسیدی (K_a): $\underset{\text{متانوئیک (فورمیک) اسید}}{HCOOH} > \underset{\text{اتانوئیک (استیک) اسید}}{CH_3COOH} > \underset{\text{پروپانوئیک اسید}}{CH_3CH_2COOH} > \cdots$

پ) سرعت واکنش فلز سدیم با محلول این دو اسید، به غلظت یون هیدرونیوم (H^+) موجود در محلول بستگی دارد، به طوری که هر چه غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسید بیشتر باشد، سرعت واکنش آن محلول با فلز بیشتر خواهد بود؛ بنابراین می‌توان گفت که در دما و غلظت یکسان، هر چه اسیدی قوی‌تر باشد (ثابت یونش آن بزرگ‌تر باشد)، با سرعت و شدت بیشتری با فلزهایی مانند سدیم واکنش می‌دهد؛ بنابراین با توجه به قوی‌تربودن فورمیک اسید نسبت به هیدروسیانیک اسید می‌توان گفت که سرعت واکنش فلز سدیم با محلول (II) بیشتر است.

معادلهٔ واکنش فلز سدیم با محلول اسیدهای تک‌پروتون‌دار را می‌توان به صورت $2Na + 2HA \rightarrow 2NaA + H_2$ نشان داد. اگر جرم نوار سدیم و حجم و غلظت محلول‌های اسیدی یکسان باشد، با توجه به دانش *استوکیومتری‌مون!* می‌شه فهمید که در نهایت (در پایان واکنش)، جرم یا حجم گاز هیدروژن آزادشده در واکنش‌ها یکسان خواهد بود. (در هر دو حالت به ازای مصرف ۲ مول سدیم یا ۲ مول اسید، ۱ مول گاز هیدروژن تولید می‌شود.)

ت)

$$[H^+]_{(II)} = 2/5[H^+]_{(I)} \xrightarrow{\text{از دو طرف، لگاریتم منفی می‌گیریم.}} -\log[H^+]_{(II)} = -\log 2/5[H^+]_{(I)}$$

$$\Rightarrow -\log[H^+]_{(II)} = -\log 2/5 - \log[H^+]_{(I)}$$

$$\Rightarrow pH_{(II)} = -\log\frac{5}{2} + pH_{(I)} \Rightarrow pH_{(II)} = -(\underbrace{\log 5}_{0/7} - \underbrace{\log 2}_{0/3}) + pH_{(I)} \Rightarrow pH_{(II)} = pH_{(I)} - 0/4$$

۱۱ اگر ثابت یونش اسید HA، نصف ثابت یونش اسید HB و درصد یونش محلول ۱ مولار HB، ۲۰٪ باشد، درصد یونش محلول ۰/۱۵ مولار HA کدام است؟

۱) ۶۶ ۲) ۳۳ ۳) ۲۵ ۴) ۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

مسیر حل اینطوریاست:

$M, \%\alpha$ $\xrightarrow{K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}}$ محاسبهٔ K_a برای اسید HB $\xrightarrow{K_a(HA)=\frac{K_\alpha(HB)}{2}}$ محاسبهٔ K_a برای اسید HA $\xrightarrow{K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}}$ محاسبهٔ α برای اسید HA

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به درصد یونش و غلظت محلول اسید HB، ثابت یونش این اسید را حساب می‌کنیم:

$$\text{اسید HB: } K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \xrightarrow[M=1\,mol.L^{-1}]{\alpha=\frac{\%\alpha}{100}=0/2} K_a=\frac{1\times(0/2)^2}{1-0/2}=\frac{0/04}{0/8}=5\times10^{-2}$$

از آن‌جا که ثابت یونش اسید HA، نصف ثابت یونش اسید HB است، داریم:

$$\text{اسید HA: } K_a=\frac{5\times10^{-2}}{2}=2/5\times10^{-2}$$

در نهایت باید درجهٔ یونش محلول ۰/۱۵ مولار اسید HA را به دست بیاوریم:

$$K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \Rightarrow \cancel{2/5\times10^{-2}}^{1}=\frac{\cancel{0/15}^{6}\times\alpha^2}{1-\alpha} \Rightarrow 6\alpha^2+\alpha-1=0$$

توجه! برای حل معادلهٔ درجه‌دوم $ax^2+bx+c=0$، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\Delta=b^2-4ac \quad , \quad x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1, x_2=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4(6)(-1)}}{12} \Rightarrow \begin{cases} x_1=\frac{-1-5}{12}=-0/5 \text{ غ ق ق} \\ x_2=\frac{-1+5}{12}=\frac{4}{12}=0/33 \end{cases} \Rightarrow \alpha=0/33 \Rightarrow \%\alpha=\alpha\times100=33$$

۱۲ کدام مورد نادرست است؟

۱) از واکنش ۱ لیتر محلول مولار سود با ۱ لیتر محلول مولار جوهرنمک، محلول آب‌نمک با غلظت ۱ مولار تولید می‌شود.

۲) محلولی از نیتریک اسید با $pH = ۰$، همانند یک نمونه آب خالص، دارای یون هیدروکسید است.

۳) اگر برای محلول ۳ مولار یک اسید، pH در گسترهٔ صفر تا ۷ قرار گیرد، آن اسید از هیدروبرمیک اسید، ضعیف‌تر است.

۴) در مقداری آب گوجه‌فرنگی همانند شیر ترش‌شده، غلظت مولی یون هیدرونیوم بیشتر از یون هیدروکسید است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

واکنش بین محلول سود (محلول سدیم هیدروکسید در آب) و محلول هیدروکلریک اسید (محلول جوهرنمک) به صورت زیر است:

$$NaOH(aq) + HCl(aq) \rightarrow NaCl(aq) + H_۲O$$

در این واکنش، ۱ لیتر محلول یک مولار سود (محلولی که حاوی ۱ مول سدیم هیدروکسید است) و ۱ لیتر محلول یک مولار هیدروکلریک اسید (محلولی که حاوی ۱ مول هیدروکلریک اسید است) مصرف شده است؛ پس می‌توان گفت مقدار سدیم کلرید تولیدشده برابر با ۱ مول می‌شود. توجه داریم که در این فرایند، دو محلول ۱ لیتری با هم مخلوط شده‌اند، پس حجم محلول نهایی برابر با ۲ لیتر می‌شود. بر این اساس، غلظت مولی محلول سدیم کلرید (نمک خوراکی) تولیدشده را محاسبه می‌کنیم:

$$[NaCl] = \frac{۱ \text{ mol NaCl}}{۲ \text{ L محلول}} = ۰/۵ \text{ mol.L}^{-۱}$$

بنابراین از واکنش ۱ لیتر محلول مولار سود با ۱ لیتر محلول مولار جوهرنمک، محلول آب‌نمک با غلظت نیم‌مولار حاصل می‌شود.

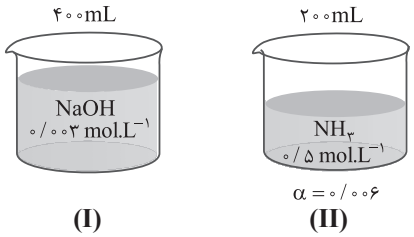
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): آب و همهٔ محلول‌های آبی، محتوی یون‌های هیدرونیوم (H^+) و هیدروکسید (OH^-) هستند. به عنوان مثال، در محلولی از نیتریک اسید با $pH = ۰$، غلظت یون هیدروژن برابر با ۱ مول بر لیتر بوده و بر این اساس، غلظت مولی یون هیدروکسید برابر با $۱۰^{-۱۴}$ مول بر لیتر می‌شود. هر چند که غلظت یون هیدروکسید در این محلول خیلی خیلی کم است، اما باز هم یون‌های هیدروژن و هیدروکسید در این محلول در کنار هم قرار گرفته‌اند. در یک نمونه از آب خالص نیز یون‌های هیدروکسید و هیدروژن با غلظت برابر، در کنار هم قرار دارند.

گزینهٔ (۳): هیدروبرمیک اسید یک اسید قوی است. اگر اسید مورد نظر قوی‌تر از HBr بود، pH محلول ۳ مولار آن منفی می‌شد $(-\log ۳ = -۰/۵)$، حالا که pH آن در گسترهٔ صفر تا ۷ قرار گرفته، نتیجه می‌گیریم که غلظت یون هیدرونیوم در محلول آن کم‌تر از ۳ مولار بوده و یک اسید ضعیف بوده است.

گزینهٔ (۴): چون آب گوجه‌فرنگی و یک نمونه از شیر ترش‌شده، خاصیت اسیدی داشته و pH آن‌ها کم‌تر از ۷ قرار گرفته، پس می‌توان گفت در مقداری از آب گوجه‌فرنگی، همانند شیر ترش‌شده، غلظت مولی یون هیدرونیوم بیشتر از یون هیدروکسید است.

۱۳ شکل زیر دو محلول با مشخصات مختلف (شامل حجم و غلظت اولیه) را در دمای یکسان نشان می‌دهد. کدام گزینه دربارهٔ آن‌ها درست است؟



۱) pH محلول (I) از pH محلول (II) بیشتر است.

۲) رسانایی الکتریکی محلول (II) از محلول (I) کم‌تر است.

۳) شمار یون‌های آمونیوم در محلول (II) با شمار یون‌های سدیم در محلول (I) برابر است.

۴) ثابت یونش باز ضعیف به تقریب برابر $۱/۸\times۱۰^{-۵}$ است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ محلول (I)، حاوی سدیم هیدروکسید ($NaOH$) به عنوان یک باز قوی و محلول (II)، حاوی آمونیاک ($NH_۳$) به عنوان یک باز ضعیف است.

ثابت یونش $NH_۳$ با توجه به اطلاعات داده‌شده برابر است با:

$$K_b(NH_۳)=\frac{M\alpha^۲}{۱-\alpha}\xrightarrow{\alpha<۰/۰۵}K_b(NH_۳)=M\alpha^۲=۰/۵\times(۶\times۱۰^{-۳})^۲=۰/۵\times۳۶\times۱۰^{-۶}=۱/۸\times۱۰^{-۵}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): ابتدا غلظت یون هیدروکسید $[OH^-]$ در دو محلول را محاسبه کرده، سپس با توجه به آن‌ها، pH دو محلول را مقایسه می‌کنیم:

محلول (I): $[OH^-]=[NaOH]=۳\times۱۰^{-۳}\ mol.L^{-۱}$

محلول (II): $[OH^-]=M\cdot\alpha\cdot n=۰/۵\times(۶\times۱۰^{-۳})\times۱=۳\times۱۰^{-۳}$

با توجه به یکسان‌بودن $[OH^-]$ در دو محلول، می‌توان نتیجه گرفت که $[H^+]$ نیز در آن‌ها برابر بوده و pH دو محلول با هم برابر است.

گزینه (۲): **رسانایی الکتریکی محلول‌ها، به مجموع غلظت یون‌ها در آن‌ها بستگی دارد.** با توجه به تک‌ظرفیتی‌بودن هر دو باز، در هر دوی آن‌ها غلظت کاتیون (Na^+ در محلول (I) و $NH_۴^+$ در محلول (II)) برابر با غلظت OH^- می‌باشد؛ بنابراین می‌توان گفت که غلظت کاتیون‌ها و در نتیجه، مجموع کل غلظت یون‌ها در دو محلول یکسان و رسانایی الکتریکی آن‌ها نیز با هم برابر است.

$$\left.\begin{array}{l}\text{محلول (I)}: [Na^+]=[OH^-]\\ \text{محلول (II)}: [NH_۴^+]=[OH^-]\end{array}\right\}\xrightarrow{[OH^-]_{(I)}=[OH^-]_{(II)}}[Na^+]_{(I)}=[NH_۴^+]_{(II)}$$

$\Rightarrow$ مجموع غلظت یون‌ها و در نتیجه رسانایی الکتریکی دو محلول یکسان است.

گزینهٔ (۳): **غلظت** یون‌های آمونیوم ($NH_۴^+$) در محلول (II)، برابر با **غلظت** یون‌های سدیم (Na^+) در محلول (I) می‌باشد، *اما هواستون باشه که* با توجه به این‌که حجم محلول (I)، دو برابر حجم محلول (II) است؛ در نتیجه شمار یون‌های Na^+ در محلول (I) نیز دو برابر شمار یون‌های $NH_۴^+$ در محلول (II) می‌باشد.

۱۴ درون ظرفی، ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲۵ مولار باریم هیدروکسید وجود دارد. اگر ۵۰ میلی‌لیتر از این محلول را برداشته و به ظرف دیگری منتقل کنیم، pH محلول باقی‌مانده در ظرف، کدام خواهد بود؟

۱) ۱۰/۰ ۲) ۱۰/۳
۳) ۱۳/۴ ۴) ۱۳/۷

پاسخ: گزینهٔ ۴

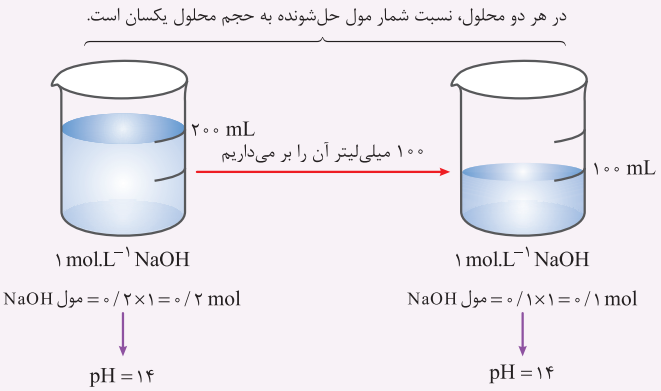
پاسخ خیلی تشریحی ✔ با برداشتن ۵۰ میلی‌لیتر محلول باریم هیدروکسید ($Ba(OH)_2$) از محلول اولیه، غلظت مولی محلول تغییری نمی‌کند:

$$[OH^-] = 2[Ba(OH)_2] = 2\times 0/25 = 0/5\ mol.L^{-1}$$

$$\xrightarrow{[H^+][OH^-]=10^{-14}} [H^+] = \frac{10^{-14}}{[OH^-]} = \frac{10^{-14}}{0/5}$$

$$= 2\times 10^{-14}\ mol.L^{-1} \Rightarrow pH = -\log[H^+] = -\log 2\times 10^{-14} = 14 - \log 2 = 13/7$$

گول نخوری ✘ غلظت یک محلول مشخص به مقدار محلول بستگی ندارد؛ در نتیجه pH آن نیز به مقدار محلول وابسته نیست.



مثلاً اگر ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول با غلظت ۱ مولار NaOH تهیه کنیم و سپس ۱۰۰ میلی‌لیتر از آن را برداریم، باز هم غلظت محلول، ۱ مولار خواهد بود؛ در نتیجه pH هر دوی آن‌ها برابر با ۱۴ می‌باشد.

۱۵ دو محلول جداگانه به حجم یک لیتر، یکی حاوی ۳۰ گرم اسید HA و دیگری حاوی ۱۸۰ گرم اسید HB داریم. اگر pH محلول اسید HA ..... واحد بیشتر از محلول اسید HB باشد، نسبت ثابت یونش اسید HA به ثابت یونش اسید HB، برابر ..... می‌باشد. $(\alpha_{HA}, \alpha_{HB} < ۰/۰۵)$ $(HA = ۲۰, HB = ۱۲۰ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲۵×۱۰^{-۲} ـ ۰/۶

۲) ۲۵×۱۰^{-۲} ـ ۱/۲

۳) $۶/۲۵\times۱۰^{-۲}$ ـ ۰/۶

۴) $۶/۲۵\times۱۰^{-۲}$ ـ ۱/۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: غلظت اولیهٔ محلول دو اسید را حساب می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی اسید HA} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}}}{\text{حجم}} = \frac{\frac{۳۰}{۲۰}}{۱} = ۱/۵\ mol.L^{-۱}$$

$$\text{غلظت مولی اسید HB} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}}}{\text{حجم}} = \frac{\frac{۱۸۰}{۱۲۰}}{۱} = ۱/۵\ mol.L^{-۱}$$

بنابراین غلظت اولیهٔ دو اسید یکسان است.

گام دوم: باید با توجه به گزینه‌ها محاسبه کنیم که اگر pH محلول اسید HA، ۰/۶ یا ۱/۲ واحد بیشتر از pH محلول اسید HB باشد، نسبت غلظت یون H^+ در آن‌ها چگونه است:

$$\text{اگر pH محلول اسید HA، ۰/۶ واحد بیشتر باشد} \Rightarrow -\log[H^+]_{HA} = -\log[H^+]_{HB} + \underbrace{۰/۶}_{۲\log۲=\log۴}$$

$$\Rightarrow \log[H^+]_{HB} - \log[H^+]_{HA} = \log۴ \Rightarrow \log\frac{[H^+]_{HB}}{[H^+]_{HA}} = \log۴ \Rightarrow \frac{[H^+]_{HB}}{[H^+]_{HA}} = ۴$$

$$\text{اگر pH محلول اسید HA، ۱/۲ واحد بیشتر باشد.} \Rightarrow -\log[H^+]_{HA} = -\log[H^+]_{HB} + \underbrace{۱/۲}_{۴\log۲=\log۱۶}$$

$$\Rightarrow \log[H^+]_{HB} - \log[H^+]_{HA} = \log۱۶ \Rightarrow \log\frac{[H^+]_{HB}}{[H^+]_{HA}} = \log۱۶ \Rightarrow \frac{[H^+]_{HB}}{[H^+]_{HA}} = ۱۶$$

گام سوم: نسبت K_a اسید HA به K_a اسید HB را محاسبه می‌کنیم:

با توجه به این‌که درجهٔ یونش هر دو اسید، کوچک‌تر از ۰/۰۵ است، از $[H^+]$ در مقابل غلظت اسید می‌توانیم صرف نظر کنیم؛ بنابراین داریم:

$$\frac{[H^+]_{HB}}{[H^+]_{HA}} = ۴ \Rightarrow \frac{K_a(HA)}{K_a(HB)} = \frac{\frac{([H^+]_{HA})^۲}{M}}{\frac{([H^+]_{HA})^۲}{M}} = (\frac{[H^+]_{HA}}{[H^+]_{HB}})^۲ = \frac{۱}{۱۶} = ۶/۲۵\times۱۰^{-۲} \Rightarrow \text{گزینهٔ (۳)}$$

$$\frac{[H^+]_{HB}}{[H^+]_{HA}} = ۱۶ \Rightarrow \frac{K_a(HA)}{K_a(HB)} = \frac{\frac{([H^+]_{HA})^۲}{M}}{\frac{([H^+]_{HB})^۲}{M}} = (\frac{[H^+]_{HA}}{[H^+]_{HB}})^۲ = \frac{۱}{۲۵۶} \simeq ۴\times۱۰^{-۳}$$

۱۶ کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

الف) هر چه نسبت $\frac{[OH^-]}{[H^+]}$ در محلول یک باز بیشتر باشد، آن باز به یقین قوی‌تر است.

ب) در محلول شیشه‌پاک‌کن، کاتیونی چنداتمی وجود دارد که در ساختار برخی از صابون‌های مایع نیز وجود دارد.

حاوی آمونیاک

پ) با افزودن یک باز به آب، غلظت یون هیدروکسید افزایش یافته و به دلیل کاهش غلظت یون هیدرونیوم، رسانایی الکتریکی محلول تغییر قابل توجهی نمی‌کند.

ت) از محلول آبی سدیم هیدروکسید، برای بازکردن لوله‌ها استفاده می‌شود.

۱) الف ـ ب
۲) الف ـ پ
۳) ب ـ ت
۴) پ ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

عبارت‌های «ب» و «ت» درست‌اند.

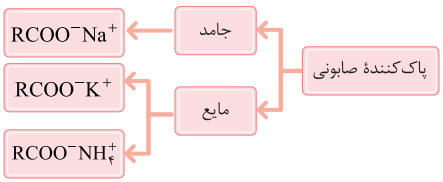
بررسی عبارت‌ها:

الف) بیشتربودن $\frac{[OH^-]}{[H^+]}$ در یک محلول، نشان‌دهندهٔ خاصیت بازی بیشتر آن محلول است. برای مقایسهٔ قدرت دو باز، به غلظت اولیهٔ محلول‌ها و یا ثابت یونش بازها نیز نیاز داریم.

ب) معادلهٔ یونش آمونیاک (که در شیشه‌پاک‌کن وجود دارد.) در آب، به صورت زیر است:

$$NH_3 + H_2O \rightleftharpoons NH_4^+ + OH^-$$

کاتیون چنداتمی حاصل از یونش، NH_4^+ (یون آمونیوم) است. این یون در ساختار برخی صابون‌های مایع یافت می‌شود.



پ) اگرچه با افزودن باز به آب، غلظت یون‌های H^+ کاهش و غلظت یون‌های OH^- افزایش می‌یابد، اما با توجه به افزایش غلظت یون‌های موجود در محلول، رسانایی الکتریکی بیشتر می‌شود. هم‌چنین با افزودن باز به آب، غلظت کاتیون‌ها نیز در محلول افزایش می‌یابد.

ت) سود سوزآور $(NaOH)$ از جمله بازهای قوی است و جزء مواد خورنده به شمار می‌رود. برای بازکردن لوله‌هایی که با اسیدهای چرب مسدود شده‌اند، می‌توان محلول سدیم هیدروکسید را در لوله ریخت تا با اسید چرب واکنش دهد. فراوردهٔ این واکنش یک نوع پاک‌کننده (صابون) است و علاوه بر این‌که در آب حل می‌شود، چربی‌ها را در آب پخش می‌کند.

$$\underset{\text{اسید}}{RCOOH(s)} + \underset{\text{باز}}{NaOH(aq)} \rightarrow \underset{\text{(نمک) صابون}}{RCOONa(aq)} + H_2O(l)$$

۱۷ اگر به دو لیتر محلول نیتریک اسید ۰/۰۵ مولار، در هر ۴۸ ثانیه، ۶۰۰ میلی‌لیتر آب خالص افزوده شود، پس از گذشت چند دقیقه pH محلول به ۲/۳ می‌رسد و غلظت مولار یون هیدروکسید در این محلول، چند برابر می‌شود؟

۱) $0/1 - 24$
۲) $10 - 24$
۳) $0/1 - 8$
۴) $10 - 8$

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: حجم آب افزوده‌شده که pH محلول ۰/۰۵ مولار نیتریک اسید را به ۲/۳ می‌رساند را به دست می‌آوریم:

با رقیق‌کردن یک محلول (اضافه‌کردن آب به آن)، تعداد مول مادهٔ حل‌شونده تغییر نمی‌کند؛ بنابراین به هنگام رقیق‌کردن محلول‌های غلیظ، می‌توان از رابطهٔ روبه‌رو استفاده کرد: $M_{\text{غلیظ}}V_{\text{غلیظ}} = M_{\text{رقیق}}V_{\text{رقیق}}$

با توجه به این‌که نیتریک اسید (HNO_3)، یک اسید قوی تک‌پروتون‌دار است؛ به طور کامل یونیده شده و در محلول آن، غلظت یون هیدرونیوم (H^+)، برابر با غلظت اولیهٔ اسید است. غلظت نیتریک اسید در محلول نهایی (پس از رقیق‌شدن) برابر است با:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-2/3} = 10^{0/7} \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1} \Rightarrow [HNO_3] = [H^+] = 5 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

از آن‌جا که محلول نهایی نیتریک اسید، حاصل افزودن آب به محلول غلیظ اولیه است؛ در نتیجه تعداد مول مادهٔ حل‌شونده در این دو محلول برابر است و می‌توان گفت که:

$$M_{\text{غلیظ}}V_{\text{غلیظ}} = M_{\text{رقیق}}V_{\text{رقیق}} \Rightarrow 0/05 \times 2 = 0/005 \times V_{\text{رقیق}} \Rightarrow V_{\text{رقیق}} = 20\ L$$

بنابراین حجم آب افزوده‌شده برابر است با:

$$V_{\text{رقیق}} = V_{\text{غلیظ}} + V_{\text{آب}} \Rightarrow V_{\text{آب}} = 20 - 2 = 18\ L$$

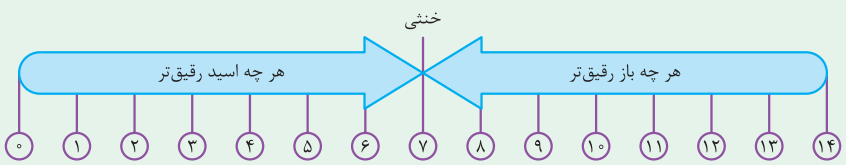
نکته

هرگاه محلول یک اسید را با اضافه‌کردن آب رقیق کنیم، خاصیت اسیدی محلول و غلظت یون H^+ در آن کاهش یافته و pH محلول افزایش می‌یابد. به همین ترتیب هر چه محلول یک باز را رقیق کنیم، خاصیت بازی محلول و غلظت یون OH^- در آن کاهش یافته و pH محلول کم‌تر می‌شود.

با توجه به این‌که pH، یک مقیاس لگاریتمی است، برای محلول اسیدها و بازهای قوی می‌توان نوشت: (V_1 حجم اولیه و V_2 حجم نهایی محلول است.)

$$|\Delta pH| = \log(\text{چند مرتبه رقیق‌شدن}) = \log\frac{V_2}{V_1}$$:اسیدها و بازهای قوی

پس در این سری از مسائل به کمک رابطهٔ بالا، میزان تغییر pH محلول اسیدها و بازهای قوی را به دست می‌آوریم و با توجه به مفهوم محلول اسیدی و بازی، کم یا زیاد شدن pH محلول را اعلام می‌کنیم.



گام دوم: محاسبه می‌کنیم که چند دقیقه طول می‌کشد تا ۱۸ L آب به محلول غلیظ اولیه افزوده شود:

$$18\ L_{\text{آب}} \times \frac{1000\ mL_{\text{آب}}}{1\ L_{\text{آب}}} \times \frac{48\ s}{600\ mL_{\text{آب}}} \times \frac{1\ min}{60\ s} = 24\ min$$

گام سوم: حساب می‌کنیم که در این فرایند، غلظت یون هیدروکسید (OH^-) چند برابر می‌شود:

نکته

اگر حجم محلول اسید قوی را n برابر کنیم، غلظت اسید و غلظت H^+، $\frac{1}{n}$ برابر و غلظت OH^-، n برابر می‌شود و pH به اندازهٔ $\log n$ افزایش می‌یابد.

با توجه به نکتهٔ بالا می‌توان گفت که با افزایش pH نیتریک اسید به اندازهٔ ۱ واحد، غلظت اسید و غلظت H^+، $\frac{1}{10}$ برابر و غلظت OH^-، ۱۰ برابر خواهد شد.

یه‌جور دیگه

pH محلول غلیظ اولیهٔ HNO_3 برابر است با:

$$[H^+] = [HNO_3] = 0/05\ mol.L^{-1} \Rightarrow pH = -\log[H^+] = -\log 0/05 = 2 - \log 5 = 1/3$$

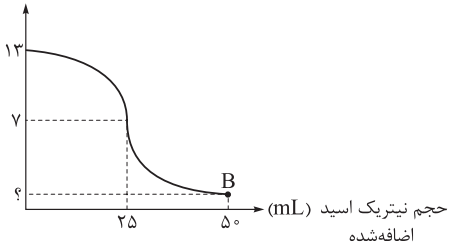
بنابراین با افزودن آب و رقیق‌کردن محلول نیتریک اسید، pH محلول یک واحد افزایش یافته و با توجه به این‌که HNO_3، یک اسید قوی است، می‌توان گفت که:

$$|\Delta pH| = \log \text{(چند مرتبه رقیق‌شدن)} \quad \log \frac{V_2}{V_1} = 1 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 10 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 10 \Rightarrow V_2 = 20\ L$$

حجم آب افزوده‌شده برابر است با:

$$V_{آب} = V_2 - V_1 = \Delta V = 18\ L$$

۱۸ با توجه به نمودار زیر که تغییرات pH را برای ۵۰ میلی‌لیتر محلول پتاس بر اثر افزودن تدریجی محلول نیتریک اسید نشان می‌دهد، pH در نقطهٔ B چه‌قدر است؟



۱) ۳/۸
۲) ۰/۸
۳) ۴/۳
۴) ۱/۳

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

ابتدا با توجه به pH محلول پتاس (KOH) در حالت اول، غلظت باز در این محلول را محاسبه کن، سپس با توجه به این‌که محلول پتاس با افزودن ۲۵ mL محلول نیتریک اسید (HNO_3) به طور کامل خنثی شده، غلظت محلول HNO_3 را به دست بیاور. در نهایت با توجه به این‌که ۲۵ mL محلول HNO_3 دیگر پس از خنثی‌شدن به محلول اضافه شده، شمار مول‌های H^+، کل حجم محلول و در نتیجه $[H^+]$ را در نقطهٔ B حساب کن. *حالا فیلی راحت می‌تونی pH محلول رو تو این نقطه بسابی!*

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به pH اولیهٔ محلول پتاس (KOH)، غلظت KOH در محلول اولیهٔ آن را حساب می‌کنیم:

$$\text{محلول اولیهٔ KOH: } [H^+]=10^{-pH}=10^{-13} \xrightarrow{[H^+][OH^-]=10^{-14}} [OH^-]=\frac{10^{-14}}{[H^+]}=\frac{10^{-14}}{10^{-13}}=0/1\ mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow [KOH]=[OH^-]=0/1\ mol.L^{-1}$$

گام دوم: غلظت مولار محلول نیتریک اسید (HNO_3) را به دست می‌آوریم:

محلول ۰/۱ مولار KOH، براثر افزودن ۲۵ میلی‌لیتر محلول HNO_3، به طور کامل خنثی شده و به $pH=7$ رسیده است؛ بنابراین داریم:

$$n_aM_aV_a=n_bM_bV_b \Rightarrow 1\times M_a\times 25=1\times 0/1\times 50 \Rightarrow M_a=0/2\ mol.L^{-1}$$

گام سوم: غلظت یون H^+ را پس از افزودن ۲۵ میلی‌لیتر محلول HNO_3 دیگر پس از خنثی‌شدن (نقطهٔ B) حساب می‌کنیم:

$$mol_{H^+}=mol_{HNO_3}=M_aV_a=0/2\times 25\times 10^{-3}=5\times 10^{-3}\ mol$$

$$\Rightarrow [H^+]=\frac{mol_{H^+}}{V_{کل}}=\frac{5\times 10^{-3}}{(50+50)\times 10^{-3}}=\frac{5}{100}=5\times 10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

گام چهارم: pH محلول حاصل در نقطهٔ B را محاسبه می‌کنیم:

$$pH=-\log[H^+]=-\log 5\times 10^{-2}=2-\log 5=2-0/7=1/3$$

۱۹ کدام مورد، درست است؟

۱) الکترولیت‌ها، موادی محلول در آب و غیرالکترولیت‌ها، موادی نامحلول در آب هستند.

۲) فراوردهٔ یونی واکنش جوش‌شیرین با محلول هیدروکلریک اسید، نمک خوراکی است.

۳) دستگاه گوارش انسان، یک سامانهٔ اسیدی به شمار می‌آید.

۴) مطابق مدل آرنیوس، اسیدها جزء ترکیب‌های مولکولی و بازها، جزء ترکیب‌های یونی هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

مادهٔ $NaHCO_3$، سدیم هیدروژن کربنات یا *همون* جوش‌شیرین است. واکنش این ماده با اسید معده *این‌هوریاست*:

$$NaHCO_3(aq) + HCl(aq) \rightarrow NaCl(aq) + \underbrace{CO_2(g) + H_2O(l)}_{H_2CO_3}$$

همان‌طور که می‌بینید یک مول جوش‌شیرین، یک مول اسید معده را خنثی می‌کند. هم‌چنین در این واکنش، ترکیب یونی NaCl (*همون نمک خوراکی!*) تولید می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): الکترولیت یا غیرالکترولیت بودن یک ماده، ربطی به میزان انحلال آن در آب ندارد، مثلاً متانول به هر نسبتی در آب حل می‌شود، ولی چون یون تولید نمی‌کند، غیرالکترولیت است. نوع انحلال (یونی یا مولکولی) مهم است.

هم‌چنین ترکیب‌های یونی نامحلول در آب مانند AgCl و $BaSO_4$، اگرچه به مقدار بسیار کمی در آب حل می‌شوند (کم‌تر از ۰/۰۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب)، اما همان مقدار ناچیز حل‌شده هم تقریباً به طول کامل به یون تفکیک می‌شود؛ بنابراین الکترولیت قوی به شمار می‌آیند.

گزینهٔ (۳): دستگاه گوارش، سامانه‌ای با pH های مختلف است که این pH ها در قسمت‌های مختلف، متفاوت‌اند:

	رودهٔ کوچک	آب بزاق دهان	محیط معده
مقدار pH	۸/۵	۵/۲ تا ۷/۱	۱/۶ تا ۱/۸
سامانهٔ اسیدی یا بازی	بازی	اسیدی ضعیف (نزدیک به خنثی و اندکی بازی)	اسیدی

با توجه به جدول بالا مشخص است که همهٔ قسمت‌های مختلف دستگاه گوارش، لزوماً اسیدی نیستند!

گزینهٔ (۴): *نه والا!* به عنوان مثال آمونیاک (NH_3) که با انحلال در آب، غلظت یون OH^- را افزایش داده و در واقع باز آرنیوس می‌باشد، یک ترکیب مولکولی است؛ نه یونی!

شیمی

۲۰ در یک نمونه قرص ضداسید به جرم ۴ گرم، درصد جرمی آلومینیم هیدروکسید و منیزیم هیدروکسید به ترتیب برابر با ۷/۸ و ۱۷/۴ درصد است. چه تعداد از این قرص برای خنثی‌کردن ۲/۷ لیتر شیرهٔ معده با $pH = 1/4$ لازم است؟ (سایر اجزای قرص با اسید معده واکنش نمی‌دهند؛ $H = 1, O = 16, Mg = 24, Al = 27 : g.mol^{-1}$)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

مشاوره مسائل خنثی‌شدن اسید و باز، *همیشه و همیشه! پای ثابت* همهٔ امتحانات نهایی و همهٔ کنکورهای سراسری است. مراحل حل این سؤال را گام‌به‌گام دنبال کنید تا این مبحث، *براتون خوب جا بیفته!*

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ابتدا جرم $Mg(OH)_2$ و $Al(OH)_3$ موجود در هر قرص ضداسید را حساب کن، سپس با نوشتن معادلهٔ واکنش این مواد با HCl، تعداد مول HCl خنثی‌شده توسط هر کدام را حساب و با هم جمع کن. در نهایت با محاسبهٔ تعداد مول HCl موجود در ۲/۷ لیتر شیرهٔ معده با $pH = 1/4$، تعداد قرص ضداسید مورد نیاز برای خنثی‌کردن کامل شیرهٔ معده را به دست بیاور.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: جرم منیزیم هیدروکسید ($Mg(OH)_2$) و آلومینیم هیدروکسید ($Al(OH)_3$) موجود در هر قرص ضداسید را با توجه به درصد جرمی آن‌ها، محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم } Mg(OH)_2 \text{ در قرص ضداسید: } 4\ g \text{ قرص} \times \frac{17/4\ g\ Mg(OH)_2}{100\ g \text{ قرص}} = 69/6 \times 10^{-2}\ g\ Mg(OH)_2$$

$$\text{جرم } Al(OH)_3 \text{ در قرص ضداسید: } 4\ g \text{ قرص} \times \frac{7/8\ g\ Al(OH)_3}{100\ g \text{ قرص}} = 31/2 \times 10^{-2}\ g\ Al(OH)_3$$

گام دوم: با نوشتن معادلهٔ واکنش $Al(OH)_3$ و $Mg(OH)_2$ با شیرهٔ معده (HCl)، تعداد مول HCl خنثی‌شده توسط هر یک از مواد موجود در هر قرص ضداسید را حساب می‌کنیم:

$$Mg(OH)_2 + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + 2H_2O$$

$$69/6 \times 10^{-2}\ g\ Mg(OH)_2 \times \frac{1\ mol\ Mg(OH)_2}{58\ g\ Mg(OH)_2} \times \frac{2\ mol\ HCl}{1\ mol\ Mg(OH)_2} = 24 \times 10^{-3}\ mol\ HCl$$

$$Al(OH)_3 + 3HCl \rightarrow AlCl_3 + 3H_2O$$

$$31/2 \times 10^{-2}\ g\ Al(OH)_3 \times \frac{1\ mol\ Mg(OH)_3}{78\ g\ Al(OH)_3} \times \frac{3\ mol\ HCl}{1\ mol\ Al(OH)_3} = 12 \times 10^{-3}\ mol\ HCl$$

بنابراین هر قرص ضداسید مورد نظر در مجموع $(24+12) \times 10^{-3} = 36 \times 10^{-3}$ مول اسید معده را می‌تواند خنثی کند.

گام سوم: شمار مول‌های HCl موجود در ۲/۷ لیتر شیرهٔ معده با $pH = 1/4$ را حساب می‌کنیم:

$$[HCl] = [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1/4} = 10^{-2} \times 10^{0/6} = 4 \times 10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{مول } HCl = 4 \times 10^{-2}\ \frac{mol}{L} \times 2/7\ L = 10/8 \times 10^{-2}\ mol$$

گام چهارم: تعداد قرص‌های ضداسید مورد نیاز برای خنثی‌کردن شیرهٔ معده را به دست می‌آوریم:

$$10/8 \times 10^{-2}\ mol\ HCl \times \frac{\text{قرص } 1}{36 \times 10^{-3}\ mol\ HCl} = 3 \text{ قرص}$$

کنکور ۵۰ میلی‌لیتر از یک شربت ضداسید، دارای ۱/۱۶ میلی‌گرم منیزیم هیدروکسید و ۳/۹۰ میلی‌گرم آلومینیم هیدروکسید است. این ضداسید، چند میلی‌لیتر شیرهٔ معده با $pH = 1/7$ را خنثی می‌کند؟ (سؤال ۲۳۷ کنکور تجربی ۱۴۰۱)

$(Al = 27, Mg = 24\ O = 16, H = 1 : g.mol^{-1})$

$Mg(OH)_2(s) + HCl(aq) \rightarrow MgCl_2(aq) + H_2O(l)$
$Al(OH)_3(s) + HCl(aq) \rightarrow AlCl_3(aq) + H_2O(l)$ (معادلهٔ واکنش‌ها موازنه شوند.)

۱) ۷ ۲) ۹/۵
۳) ۱۴ ۴) ۱۷/۵

۱ کدام مورد، درست است؟

۱) ثابت تعادل (K) برای هر واکنش تعادلی، همواره عددی ثابت است.

۲) در هر گسترهٔ زمانی، شمار مول‌های یونیده‌شدهٔ HBr در آب، با شمار مول‌های HBr حاصل از پیوستن یون‌های H^+ و Br^- به یکدیگر، برابر است.

۳) واکنش‌های رفت و برگشت در سامانه‌های تعادلی، با سرعت برابری انجام می‌شوند.

۴) از یونش ۰/۶۲۵ مول استیک اسید در آب، ۰/۳ مول یون هیدرونیوم و ۰/۳۲۵ مول یون استات تولید می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در حالت تعادل، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت با هم برابر است، به عبارت دیگر، شرط اصلی برقراری تعادل، برابربودن سرعت واکنش‌های رفت و برگشت است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): *امیدواریم گول نخورده باشین!* ثابت تعادل یک واکنش با تغییر دما تغییر می‌کند.

گزینهٔ (۲): HBr یک اسید قوی است و معادلهٔ یونش آن در آب به صورت یک‌طرفه است و نه تعادلی! عبارت داده‌شده برای اسیدهای ضعیفی مانند HF درست است.

گزینهٔ (۴): استیک اسید (CH_3COOH)، یک اسید ضعیف است و به طور جزئی در آب یونش می‌یابد. از طرفی برای اسیدهای ضعیف تک‌پروتون‌دار، شمار مول H^+ و آنیون حاصل از یونش با هم برابر است:

$$CH_3COOH \rightleftharpoons H^+ + CH_3COO^-$$

مول اولیه	n	۰	۰
تغییر مول	$-x$	$+x$	$+x$
مول تعادلی	$n-x$	x	x

مشابه امتحان نهایی

شیمی

۲ با توجه به تعادل‌های زیر (در دما و غلظت یکسان)، کدام مطلب درست است؟

۱) $HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq) \quad K_a = ۶/۹ \times ۱۰^{-۱۰}$

۲) $HB(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + B^-(aq) \quad K_a = ۴/۵ \times ۱۰^{-۴}$

۱) رسانایی الکتریکی محلول HB، بیشتر از محلول HA است.

۲) غلظت یون هیدرونیوم در محلول HB، کم‌تر است.

۳) قدرت اسیدی HA بیشتر از HB است.

۴) اگر HB فورمیک اسید باشد، HA می‌تواند اتانوئیک اسید باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به این‌که ثابت یونش اسید HB بیشتر از HA است، اسید HB قوی‌تر است و در شرایط یکسان، غلظت یون‌ها در محلول آن و در نتیجه، رسانایی الکتریکی محلول آن بیشتر است.

در مورد گزینهٔ (۴) دقت کنید که هرچند ثابت یونش فورمیک اسید ($HCOOH$) از اتانوئیک اسید ($CH_۳COOH$) بیشتر است، اما نسبت ثابت یونش آن‌ها، یک میلیون برابر نیست. (ثابت یونش فورمیک اسید، حدود ۱۰ برابر اتانوئیک اسید است.)

نکته مقایسهٔ ثابت یونش اسیدهای ضعیف موجود در کتاب درسی به صورت زیر است:

قدرت اسیدی: $\underbrace{HF > HNO_۲ > HCOOH > CH_۳COOH}_{K_a \simeq ۱۰^{-۴}} > \underbrace{H_۲CO_۳}_{K_a \simeq ۱۰^{-۷}} > \underbrace{HCN}_{K_a \simeq ۱۰^{-۱۰}}$

امتحان نهایی

با توجه به جدول زیر که ثابت یونش چند اسید مقایسه شده است، پاسخ دهید. *(سؤال ۳ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۰)*

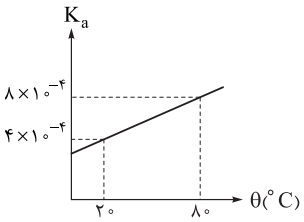
نام اسید	فرمول شیمیایی	ثابت یونش اسید
هیدروسیانیک اسید	HCN	$۴/۹ \times ۱۰^{-۱۰}$
هیدروفلوئوریک اسید	HF	$۵/۹ \times ۱۰^{-۴}$
نیترو اسید	$HNO_۲$	$۴/۵ \times ۱۰^{-۴}$

آ) کدام اسید قوی‌تر است؟ چرا؟

ب) در دما و غلظت یکسان، رسانایی الکتریکی کدام اسید کم‌تر است؟ چرا؟

پ) در شرایط یکسان، سرعت واکنش فلز منیزیم با یک لیتر محلول ۱ مولار کدام اسید جدول بالا، بیشتر است؟

۳ نمودار تغییرات ثابت یونش اسید HA با غلظت اولیهٔ ۵ مولار، نسبت به تغییر دما به صورت زیر است. در چه دمایی به تقریب ۹۹٪ از مولکول‌های اسید، یونیده‌نشده باقی می‌مانند؟ (مقیاس در محورهای نمودار، رعایت نشده است.)



۱) ۳۰
۲) ۳۵
۳) ۴۰
۴) ۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته رابطهٔ ثابت یونش یک اسید ضعیف با غلظت محلول و درجهٔ یونش آن را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$K_a = \frac{M\alpha^۲}{۱-\alpha} \xrightarrow[\text{یا } K_a \text{ خیلی کوچک}]{\alpha<۰/۰۵} K_a \simeq M\alpha^۲$$

پاسخ خیلی تشریحی می‌خواهیم ۹۹ درصد مولکول‌های اسید، یونیده نشوند، یعنی ۱ درصد آن، یونش پیدا کند:

$$\alpha = ۰/۰۱$$

$$K_a \simeq M\alpha^۲ \Rightarrow K_a = ۵\times(۰/۰۱)^۲ = ۵\times۱۰^{-۴}$$

حالا باید ببینیم در چه دمایی، ثابت یونش اسید برابر ۵×۱۰^{-۴} می‌شود. با توجه به نمودار، رابطهٔ ثابت یونش و دما، خطی است.

$$K_a = a\theta + b$$

$$a = \frac{K_{a_۲} - K_{a_۱}}{\theta_۲ - \theta_۱} = \frac{۸\times۱۰^{-۴} - ۴\times۱۰^{-۴}}{۸۰-۲۰} = \frac{۴\times۱۰^{-۴}}{۶۰} = \frac{۲}{۳}\times۱۰^{-۵}$$

قرار دادن یک نقطه در معادله: $۴\times۱۰^{-۴} = \frac{۲}{۳}\times۱۰^{-۵}\times۲۰ + b \Rightarrow b = \underbrace{۴}_{\frac{۱۲}{۳}}\times۱۰^{-۴} - \frac{۴}{۳}\times۱۰^{-۴} = \frac{۸}{۳}\times۱۰^{-۴}$

معادلهٔ ثابت یونش برحسب دما: $K_a = \frac{۲}{۳}\times۱۰^{-۵}\theta + \frac{۸}{۳}\times۱۰^{-۴}$

$$\Rightarrow ۵\times۱۰^{-۴} = \frac{۲}{۳}\times۱۰^{-۵}\theta + \frac{۸}{۳}\times۱۰^{-۴} \Rightarrow \theta = \frac{\frac{۱۵}{۳}\times۱۰^{-۴} - \frac{۸}{۳}\times۱۰^{-۴}}{\frac{۲}{۳}\times۱۰^{-۵}} = ۳۵^\circ C$$

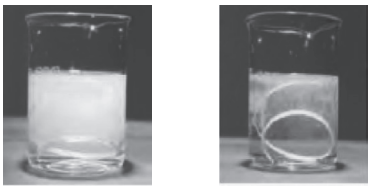
یه جور دیگه شیب خط، ثابت است؛ پس می‌توان نوشت:

$$\frac{K_{a_۲} - K_{a_۱}}{\theta_۲ - \theta_۱} = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{۸\times۱۰^{-۴} - ۴\times۱۰^{-۴}}{۸۰-۲۰} = \frac{۵\times۱۰^{-۴} - ۴\times۱۰^{-۴}}{\theta - ۲۰}$$

$$\Rightarrow \frac{۴}{۶۰} = \frac{۱}{\theta-۲۰} \Rightarrow ۴\theta - ۸۰ = ۶۰ \Rightarrow ۴\theta = ۱۴۰ \Rightarrow \theta = \frac{۱۴۰}{۴} = \frac{۷۰}{۲} = ۳۵^\circ C$$

۴ **با توجه به شکل زیر که چند ثانیهٔ اول واکنش محلول دو اسید متفاوت با مقدار یکسانی از نوار منیزیم در دمای معینی را نشان می‌دهد، کدام عبارت به یقین درست است؟ (حجم هر دو محلول برابر است و در پایان هر دو واکنش، نوار فلزی از بین می‌رود.)**

واکنش ۲ | واکنش ۱



HB | HA

۱) ثابت یونش HA از HB بیشتر است.

۲) اگر غلظت اولیهٔ دو اسید برابر باشد، حجم گاز نهایی تولیدی در واکنش «۱» بیشتر است.

۳) اگر HA و HB به ترتیب HF و HCl باشند، غلظت اولیهٔ HA بسیار بیشتر از HB است.

۴) pH محلول HA بیشتر از pH محلول HB است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

حباب‌های موجود در ظرف‌ها، نشان‌دهندهٔ مقدار گاز هیدروژن تولیدشده در چند ثانیهٔ اول واکنش‌ها است؛ پس تنها نتیجه‌ای که می‌توان از این شکل‌ها گرفت، این است که در محلول HA، غلظت یون هیدرونیوم بیشتر بوده است. *حالا بریم* گزینه‌ها را بررسی کنیم:

گزینهٔ (۱): بیشتربودن غلظت یون هیدرونیوم در محلول HA، می‌تواند به دلیل قوی‌تربودن اسید HA یا بیشتربودن غلظت مولی محلول آن باشد. ما اطلاعاتی از غلظت محلول‌ها نداریم؛ پس نمی‌توانیم به طور قطع، قدرت اسیدی و ثابت یونش اسیدها را با هم مقایسه کنیم.

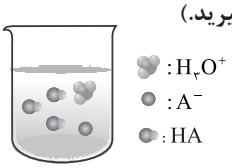
گزینهٔ (۲): با توجه به این‌که مقدار منیزیم در هر دو ظرف یکسان است و به طور کامل مصرف می‌شود، در هر دو واکنش، مقدار یکسانی گاز هیدروژن تولید می‌شود.

$$\underset{1\,mol}{Mg} + 2HX \rightarrow MgX_2 + \underset{1\,mol}{H_2}$$

گزینهٔ (۳): HF که یک اسید ضعیف است، مقدار بیشتری یون هیدرونیوم نسبت به اسید قوی HCl تولید کرده است. *چه‌جوری چنین چیزی ممکنه؟؟* حتماً غلظت محلول HF باید بالاتر از محلول HCl باشد.

گزینهٔ (۴): pH با غلظت یون هیدرونیوم رابطهٔ وارونه دارد ($pH = -\log[H^+]$)؛ پس pH محلول HA که غلظت یون هیدرونیوم در آن بیشتر است، کم‌تر می‌باشد.

۵ با توجه به شکل زیر که نمای ذره‌ای ۲/۵ L از محلول HA را در دمای اتاق نشان می‌دهد، به ترتیب pH محلول چه‌قدر بوده و غلظت اولیهٔ اسید چند مولار است؟ (هر ذره را معادل ۰/۰۲ مول در نظر بگیرید.)



۱) ۲/۱ ـ ۰/۰۰۸
۲) ۱/۷ ـ ۰/۰۰۸
۳) ۲/۱ ـ ۰/۰۳۲
۴) ۱/۷ ـ ۰/۰۳۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

در محلول، یک ذره H_3O^+ که معادل ۰/۰۲ مول است، وجود دارد؛

$$[H_3O^+] = \frac{0/02\ mol}{2/5\ L} = \frac{0/02}{\frac{10}{4}} = 8\times10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

$$pH = -\log[H_3O^+] = -\log(8\times10^{-3}) = 3 - \log 8 = 3 - \log 2^3 = 3 - 3\log 2 = 3 - 3(0/3) = 2/1$$

با توجه به شکل، سه ذرهٔ اسید به صورت یونیده‌نشده باقی مانده‌اند. از طرفی وجود یک ذرهٔ H_3O^+ نشان‌دهندهٔ یونیده‌شدن یک ذرهٔ اسید است؛ پس شمار ذره‌های اسید اولیه برابر $3+1=4$ بوده است:

$$\text{غلظت اولیهٔ اسید} = \frac{(4\times0/02)\ mol}{2/5\ L} = \frac{0/08}{\frac{10}{4}} = 0/032\ mol.L^{-1}$$

۶ در دمای ثابت، با رقیق‌کردن محلول یک اسید ضعیف با آب، چه تعداد از موارد زیر افزایش می‌یابد؟

الف) درجهٔ یونش

ب) نسبت غلظت مولی یون هیدروکسید به هیدرونیوم

ج) pH محلول

د) ثابت یونش اسید

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

به‌جز ثابت یونش، بقیهٔ موارد افزایش می‌یابند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) طبق رابطهٔ $K_a \simeq M\alpha^2$ و ثابت‌بودن K_a در دمای مشخص، درجهٔ یونش (α) با غلظت محلول (M) رابطهٔ وارونه دارد، یعنی با رقیق‌شدن و کاهش غلظت محلول، درجهٔ یونش اسید افزایش می‌یابد.

ب) با رقیق‌شدن محلول یک اسید، $[H^+]$ در محلول کاهش می‌یابد؛ بنابراین با توجه به ثابت‌بودن حاصل $[OH^-][H^+]$ در دمای معین، $[OH^-]$ افزایش می‌یابد؛ پس حاصل $\frac{[OH^-]}{[H^+]}$ نیز افزایش می‌یابد.

$$\frac{[OH^-]\uparrow}{[H^+]\downarrow} = \uparrow$$

ج) با رقیق‌شدن و کاهش $[H^+]$ محلول، pH افزایش می‌یابد.

د) ثابت یونش فقط به دما بستگی دارد و با تغییر غلظت محلول، تغییر نمی‌کند.

۷ به نیم‌لیتر محلول ۰/۱ مولار باریم هیدروکسید، در هر دقیقه ۱۰۰ mL آب اضافه می‌شود. پس از چند دقیقه pH محلول به ۱۳ می‌رسد؟ (دما را ثابت و برابر با $25^\circ C$ فرض کنید.)

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ابتدا pH اولیهٔ محلول را می‌یابیم:

$$Ba(OH)_2 \rightarrow Ba^{2+} + 2OH^-$$

$$[OH^-] = 2[Ba(OH)_2] = 0/2\ mol.L^{-1} \xrightarrow{[H^+][OH^-]=10^{-14}} [H^+] = \frac{10^{-14}}{2\times10^{-1}} = 5\times10^{-14}$$

$$\Rightarrow pH = -\log[H^+] = 14 - \log 5 = 13/3$$

pH محلول از ۱۳/۳ به ۱۳ رسیده است؛ یعنی به اندازهٔ ۰/۳ واحد $(\log 2)$ تغییر کرده است؛ بنابراین با اضافه‌کردن آب باید حجم محلول ۲ برابر شده باشد:

$$\frac{V_2}{V_1} = 2 \Rightarrow \frac{V_2}{500} = 2 \Rightarrow V_2 = 1000\ mL \Rightarrow \text{حجم آب اضافه‌شده} = 1000 - 500 = 500\ mL$$

با توجه به این‌که در هر دقیقه، ۱۰۰ mL آب به محلول اضافه می‌شود، ۵ دقیقه زمان نیاز است تا حجم آب اضافه‌شده برابر با ۵۰۰ mL شود.

$$500\ mL\ \text{آب} \times \frac{1\ min}{100\ mL\ \text{آب}} = 5\ min$$

یه‌جور دیگه

$$\begin{cases} M_1 = 0/1 \\ V_1 = 500\ mL \end{cases} \quad \begin{cases} [OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-13}} = 0/1 \Rightarrow M_2 = \frac{0/1}{2} = 0/05\ mol.L^{-1} \\ V_2 = ? \end{cases}$$

$$\underbrace{M_1V_1}_{\text{غلیظ}} = \underbrace{M_2V_2}_{\text{رقیق}} \Rightarrow 0/1\times500 = 0/05\times V_2 \Rightarrow V_2 = 1000\ mL$$

$$\text{حجم آب اضافه‌شده} = \text{حجم محلول رقیق} - \text{حجم محلول غلیظ} = 1000 - 500 = 500\ mL \Rightarrow \Delta t = 5\ min$$

نکته اگر با افزودن آب خالص به محلول یک اسید یا باز قوی، حجم آن را n برابر کنیم یا به عبارت دیگر، محلول را n مرتبه رقیق کنیم، pH آن به اندازهٔ $\log n$ تغییر می‌کند.

$$|\Delta pH| = \log n = \log\frac{V_2}{V_1}$$

n: تعداد مرتبه‌های رقیق‌شدن

V_1: حجم اولیهٔ محلول اسید یا باز (محلول غلیظ)

V_2: حجم نهایی محلول اسید یا باز (محلول رقیق)

همان‌طور که گفتیم با رقیق‌کردن محلول‌های اسیدی و بازی، خاصیت اسیدی و بازی آن‌ها کم شده و pH آن‌ها به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابد.

n برابر کردن حجم محلول اسید و باز قوی با اضافه‌کردن آب (n مرتبه رقیق‌شدن) ← $|\Delta pH| = \log n$ ← اسیدهای قوی: pH به اندازهٔ $\log n$ افزایش می‌یابد. / بازهای قوی: pH به اندازهٔ $\log n$ کاهش می‌یابد.

۸ **محلول‌های مولار از دو اسید HX و HY و دو باز AOH و BOH موجود می‌باشند. در دمای معینی، اختلاف pH محلول‌های HX و AOH، ۴ واحد از اختلاف pH محلول‌های HY و BOH بیشتر است. اگر pH محلول‌های AOH و BOH به ترتیب برابر ۱۲ و ۱۳ باشد، کدام عبارت در مورد این محلول‌ها درست است؟**

۱) اختلاف pH محلول‌های HX و HY برابر ۳ است.

۲) نسبت ثابت یونش HX به HY و این نسبت در BOH به AOH، به یقین عددی بزرگ‌تر از یک است.

۳) با افزایش دما به یک اندازه، pH هر چهار محلول به یک اندازه تغییر می‌کند.

۴) اگر BOH محلول سود باشد، HX به یقین محلول جوهرنمک است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به اطلاعات داده‌شده، خواهیم داشت:

$$\underbrace{pH(AOH)}_{۱۲} - pH(HX) = \underbrace{pH(BOH)}_{۱۳} - pH(HY) + ۴ \Rightarrow pH(HY) - pH(HX) = ۵$$

در غلظت یکسان، pH محلول HX کم‌تر است؛ بنابراین نسبت به HY، اسید قوی‌تری است.

$$\begin{cases} K_a(HX) > K_a(HY) \\ K_b(BOH) > K_b(AOH) \end{cases}$$



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): اختلاف pH محلول‌های اسیدی برابر ۵ است.

گزینهٔ (۳): با توجه به این‌که نمی‌دانیم اسیدها، قوی یا ضعیف هستند، نمی‌توانیم به طور قطع اظهار نظر کنیم.

گزینهٔ (۴): اولاً که نمی‌دانیم HX، قوی یا ضعیف است. دوماً pH محلول مولار (همان یک مولار) باز قوی تک‌ظرفیتی مانند سود (NaOH)، برابر ۱۴ است.

۹ pH محلول ۰/۰۰۶ مولار کدام ترکیب در دمای $25^\circ C$ می‌تواند برابر ۱۲/۱ باشد؟

۱) اتیلن گلیکول
۲) دی‌متیل آمین
۳) پتاسیم هیدروکسید
۴) کلسیم هیدروکسید

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

اتیلن گلیکول $(HO-CH_2CH_2-OH)$، به صورت مولکولی در آب حل می‌شود و خاصیت بازی ندارد، پس گزینهٔ (۱) پَر! دی‌متیل آمین مانند آمونیاک، یک باز ضعیف تک‌ظرفیتی، پتاسیم هیدروکسید (KOH) یک باز قوی تک‌ظرفیتی و کلسیم هیدروکسید $(Ca(OH)_2)$، یک باز قوی دوظرفیتی است. برای این‌که بدانیم محلول ما، حاوی کدام‌یک از این مواد است، ابتدا بیایید pH محلول ۰/۰۰۶ مولار یک باز قوی تک‌ظرفیتی را حساب کنیم:

$$[OH^-]=6\times10^{-3} \Rightarrow [H^+]=\frac{10^{-14}}{6\times10^{-3}}=\frac{1}{6}\times10^{-11}$$

$$\Rightarrow pH=-\log(\frac{1}{6}\times10^{-11})=11-\log\frac{1}{6}=11+\log6=11+\log2+\log3$$

$$=11+0/3+0/5=11/8$$

پس باز ما، قوی و تک‌ظرفیتی نیست؛ در نتیجه باز مورد نظر، نمی‌تواند باز ضعیف تک‌ظرفیتی مانند دی‌متیل آمین باشد، زیرا در غلظت یکسان، pH محلول یک باز ضعیف کم‌تر از pH محلول یک باز قوی است؛ پس گزینه‌های (۲) و (۳) هم پَر! حالا برای اطمینان، گزینهٔ (۴) را بررسی می‌کنیم:

$$[OH^-]=2[Ca(OH)_2]=2\times6\times10^{-3}=12\times10^{-3} \Rightarrow [H^+]=\frac{10^{-14}}{12\times10^{-3}}=\frac{1}{12}\times10^{-11}$$

$$\Rightarrow pH=11+\log12=11+2\log2+\log3=11+(2\times0/3)+0/5=12/1$$

۱۰ در دمای اتاق، ۵۰ میلی‌لیتر از محلول KOH با pH = ۱۳ و ۵۰ میلی‌لیتر از محلول NaOH با pH = ۱۲ را با هم مخلوط می‌کنیم. برای رساندن pH محلول حاصل به عدد ۷، چند میلی‌لیتر از محلول HCl با غلظت ۰/۱ مولار لازم است؟

یعنی محلول خنثی شود.

۱) ۲۵
۲) ۳۵
۳) ۵۵
۴) ۷۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

خنثی‌شدن اسیدها و بازها

اسیدها و بازهای قوی می‌توانند با یکدیگر واکنش داده و همدیگر را خنثی کرده و محلولی با pH = ۷ تشکیل دهند.

برای حل مسائل خنثی‌شدن کامل اسیدها و بازها می‌توانیم از فرمول زیر استفاده کنیم:

$$n_a.M_a.V_a = n_b.M_b.V_b$$

حجم باز × غلظت باز × ظرفیت باز = حجم اسید × غلظت اسید × ظرفیت اسید

منظور از ظرفیت (n) در اسیدها، تعداد هیدروژن اسیدی و برای بازها، تعداد OH^- است. در ضمن برای آمونیاک که هر مولکول آن می‌تواند یک یون OH^- در آب تولید کند، n را برابر ۱ در نظر می‌گیریم.

n_b	باز	n_a	اسید
۱	$NH_3, NaOH, KOH$	۱	$RCOOH, HNO_3, HBr, HCl$
۲	$Ba(OH)_2, Ca(OH)_2, Mg(OH)_2$	۲	H_2CO_3, H_2SO_4
۳	$Al(OH)_3$	۳	H_3PO_4

اگر به جای یک اسید و باز، چند اسید و باز داشته باشیم، باید بنویسیم:

$$n_aM_aV_a = (\underbrace{n_{a_1}M_{a_1}V_{a_1}}_{\text{اسید ۱}} + \underbrace{n_{a_2}M_{a_2}V_{a_2}}_{\text{اسید ۲}} + \cdots) \qquad n_bM_bV_b = (\underbrace{m_{b_1}M_{b_1}V_{b_1}}_{\text{باز ۱}} + \underbrace{n_{b_2}M_{b_2}+V_{b_2}}_{\text{باز ۲}} + \cdots)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: محاسبهٔ غلظت مولی محلول‌های KOH و NaOH:

$$KOH: [H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۱۳} \Rightarrow [OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۰^{-۱۳}} = ۰/۱ \Rightarrow M = ۰/۱\ mol.L^{-۱}$$

$$NaOH: [H^+] = ۱۰^{-۱۲} \Rightarrow [OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۰^{-۱۲}} = ۰/۰۱ \Rightarrow M = ۰/۰۱\ mol.L^{-۱}$$

گام دوم: استفاده از رابطهٔ خنثی‌شدن و محاسبهٔ حجم محلول HCl:

$$\underbrace{n_aM_aV_a}_{HCl} = \underbrace{n_bM_bV_b}_{KOH+NaOH} \Rightarrow ۱\times ۰/۱\times V_a = (۱\times ۰/۱\times ۵۰) + (۱\times ۰/۰۱\times ۵۰) \Rightarrow V_a = ۵۵\ mL$$

۱۱ کدام مورد، درست است؟

۱) شیر منیزی برخلاف شیر، نور را پخش نمی‌کند. (کلوئید) (سوسپانسیون)

۲) ضداسیدها بخشی از اسید معده را خنثی کرده و pH محتویات معده را کاهش می‌دهند.

۳) در محلول شیشه‌پاک‌کن، رابطهٔ $[H^+] < [OH^-]$ برقرار است. (خاصیت بازی)

۴) برای بازکردن مسیر لوله‌هایی که با مخلوطی از اسیدهای چرب مسدود شده‌اند، از محلول غلیظ سدیم هیدروکسید استفاده می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

اگر مواد مسدودکنندهٔ لوله‌ها، خاصیت بازی داشته باشند، برای از بین بردن آن‌ها باید از شوینده‌های خورندهٔ اسیدی استفاده کنیم و اگر مواد مسدودکنندهٔ لوله‌ها، خاصیت اسیدی داشته باشند، باید از شوینده‌های خورندهٔ بازی استفاده کنیم.

۱) فراورده‌های محلول در آب یا گازی ← خورندهٔ بازی + رسوب اسیدی

۲) فراورده‌های محلول در آب یا گازی ← خورندهٔ اسیدی + رسوب بازی

مثلاً اگر مسیر لوله‌ای با مخلوطی از اسیدهای چرب مسدود شده باشد، برای بازکردن لوله، می‌توان از محلول غلیظ سدیم هیدروکسید استفاده کرد:

$$\underset{\text{اسیدچرب (نامحلول در آب)}}{\overset{\text{اسید}}{RCOOH(s)}} + \underset{\text{شویندهٔ خورندهٔ بازی}}{\overset{\text{باز}}{NaOHC(aq)}} \rightarrow \underset{\text{صابون}}{RCOONa(aq)} + H_2O(l)$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): شیر منیزی، سوسپانسیون است و نور را پخش می‌کند.

گزینهٔ (۲): با خنثی‌شدن اسید معده توسط ضداسیدها، pH محتویات معده افزایش می‌یابد. (pH با $[H^+]$ رابطهٔ وارونه دارد.)

گزینهٔ (۳): محلول شیشه‌پاک‌کن خاصیت بازی دارد و در آن، $[OH^-]$ از $[H^+]$ بیشتر است.

۱۲ برای خنثی‌کردن یک لیتر محلول هیدروفلوئوریک اسید با $pH = ۲/۴$، $۳/۱$ گرم پودر سدیم اکسید به محلول اضافه می‌شود. درجهٔ یونش اسید کدام است؟ $(Na = ۲۳, O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

$Na_۲O + HF \rightarrow NaF + H_۲O$ (معادله موازنه شود.)

۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۰۴

۳) ۰/۰۵ ۴) ۰/۵۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ابتدا با توجه به معادلهٔ واکنش و جرم $Na_۲O$، غلظت محلول HF رو به دست بیار و بعد به کمک pH و رابطهٔ $\alpha = \frac{[H^+]}{M}$، درجهٔ یونش اسید رو حساب کن!

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$Na_۲O + ۲HF \rightarrow ۲NaF + H_۲O$$

گام دوم: به کمک جرم $Na_۲O$، غلظت مولی محلول HF را حساب می‌کنیم:

استفاده از کسر تبدیل:

$$۳/۱\ g\ Na_۲O \times \frac{۱\ mol\ Na_۲O}{۶۲\ g\ Na_۲O} \times \frac{۲\ mol\ HF}{۱\ mol\ Na_۲O} = ۰/۱\ mol\ HF$$

$$\text{غلظت مولی HF} = \frac{۰/۱\ mol}{۱\ L} = ۰/۱\ mol.L^{-۱}$$

یه‌جور دیگه استفاده از کسر تناسب:

$$\underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}_{NaF} = \underbrace{\frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{\text{ضریب}}}_{HF} \Rightarrow \frac{۳/۱}{۱ \times ۶۲} = \frac{x \times ۱}{۲} \Rightarrow x = ۰/۱\ mol.L^{-۱}$$

گام سوم: به کمک pH، $[H^+]$ در محلول HF را حساب می‌کنیم:

$$[H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۲/۴} = ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{۰/۶} = ۱۰^{-۳} \times (۱۰^{۰/۳})^۲ = ۴ \times ۱۰^{-۳}\ mol.L^{-۱}$$

گام چهارم: از رابطهٔ درجهٔ یونش استفاده می‌کنیم:

$$\alpha = \frac{[H^+]}{M} = \frac{۴ \times ۱۰^{-۳}}{۱۰^{-۱}} = ۴ \times ۱۰^{-۲} = ۰/۰۴$$

۱۳ کدام مورد نادرست است؟

۱) با اضافه‌کردن مقداری آمونیاک به آب در دمای ثابت، $[OH^-]$ افزایش و در نتیجه حاصل $[H^+][OH^-]$ افزایش می‌یابد.

۲) یکی از فراورده‌های واکنش جوش‌شیرین با هیدروکلریک اسید، یک اسید آرنیوس است.

۳) واکنش نمادین خنثی‌شدن اسید و باز، همانند واکنش یونش نیتریک اسید، یک واکنش یک‌طرفه است.

۴) شکوفه‌های گل ادریسی در خاکی با $[OH^-] = ۵ \times ۱۰^{-۹}\ mol.L^{-۱}$، به رنگ آبی درمی‌آیند.

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

حاصل $[H^+][OH^-]$ در دمای مشخص، برای آب و همهٔ محلول‌های آبی، یک مقدار معین است. درسته که با افزودن آمونیاک به آب $[OH^-]$ افزایش می‌یابد، اما $[H^+]$ کاهش می‌یابد تا حاصل $[H^+][OH^-]$ ثابت باقی بماند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): در واکنش جوش‌شیرین با هیدروکلریک اسید، $CO_۲$ تولید می‌شود که اسید آرنیوس است.

$$NaHCO_۳(aq) + HCl(aq) \rightarrow NaCl(aq) + CO_۲(g) + H_۲O(l)$$

گزینهٔ (۳): معادلهٔ کلی واکنش خنثی‌شدن اسید و باز به صورت $H^+(aq) + OH^-(aq) \rightarrow H_۲O(l)$ بوده که مانند معادلهٔ یونش اسید قوی نیتریک اسید $(HNO_۳(aq) \rightarrow H^+(aq) + NO_۳^-(aq))$، یک‌طرفه است.

گزینهٔ (۴): گل ادریسی در خاک‌های اسیدی $([OH^-] < ۱۰^{-۷}$ یا $[H^+] > ۱۰^{-۷})$، به رنگ آبی درمی‌آید.

نکته رنگ گل ادریسی در خاک‌های اسیدی و بازی برعکس رنگ کاغذ پی‌اچ در محیط‌های اسیدی و بازی *هستش!*

- رنگ کاغذ pH
  - در محیط‌های اسیدی: سرخ
  - در محیط‌های بازی: آبی
- رنگ گل ادریسی
  - در خاک‌های اسیدی: آبی
  - در خاک‌های بازی: سرخ

۱۴ کدام مورد، درست است؟

۱) انرژی الکتریکی تولیدشده به کمک الکتروشیمی، پاک اما پرهزینه است.

۲) یکی از کاربردهای الکتروشیمی در قلمرو کنترل کیفی، pH سنج دیجیتال است.

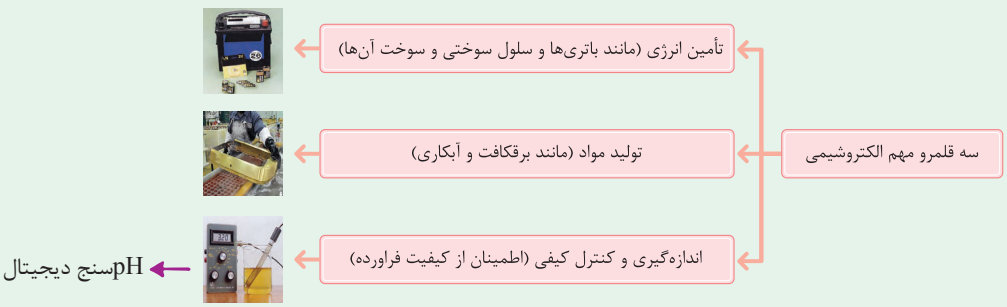
۳) با یک تیغهٔ مس، یک تیغهٔ روی و مقداری محلول اتانول و آب، می‌توان نوعی باتری ساخت و با آن یک لامپ LED را روشن کرد.

۴) با دو تیغه از جنس روی و با میوه‌ای مانند لیمو، می‌توان نوعی باتری ساخت و با آن یک لامپ LED را روشن کرد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته

سه قلمرو مهم الکتروشیمی در نمودار زیر آمده است:



پاسخ خیلی تشریحی

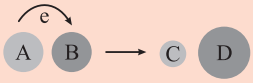
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در کتاب درسی می‌خوانیم که تولید انرژی الکتریکی پاک و ارزان، از دستاوردهای الکتروشیمی است.

گزینهٔ (۳): برای ساخت باتری باید از الکترولیت مناسب مانند لیمو، استفاده کرد. محلول اتانول در آب که الکترولیت نیست! (اتانول به صورت مولکولی در آب حل می‌شود و در محلول آن، یون وجود ندارد.)

گزینهٔ (۴): هر دو تیغه نباید از یک جنس باشند. تیغه‌ای از جنس روی و تیغه‌ای دیگر مثلاً از جنس مس!

۱۵ با توجه به شکل زیر که الگویی ساده از یک واکنش اکسایش ـ کاهش بین دو اتم را نشان می‌دهد، گونه‌های **B** و **C** به ترتیب کدام‌اند؟



۱) اکسنده ـ محصول کاهش
۲) کاهش‌یافته ـ محصول اکسایش
۳) کاهنده ـ محصول اکسایش
۴) اکسایش‌یافته ـ محصول کاهش

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ A، الکترون از دست داده؛ بنابراین اکسایش یافته و نقش کاهنده را دارد. B الکترون گرفته، یعنی کاهش یافته و نقش اکسنده را دارد.

A (کاهنده) —اکسایش (از دست دادن الکترون)→ C (محصول اکسایش)

B (اکسنده) —کاهش (گرفتن الکترون)→ D (محصول کاهش)

کاهنده ← کارش چیه؟ ← کاهش می‌دهد ← خودش چی می‌شه؟ ← اکسید می‌شود (الکترون از دست می‌دهد)

اکسنده ← کارش چیه؟ ← اکسید می‌کند ← خودش چی می‌شه؟ ← کاهش پیدا می‌کند (الکترون می‌گیرد)

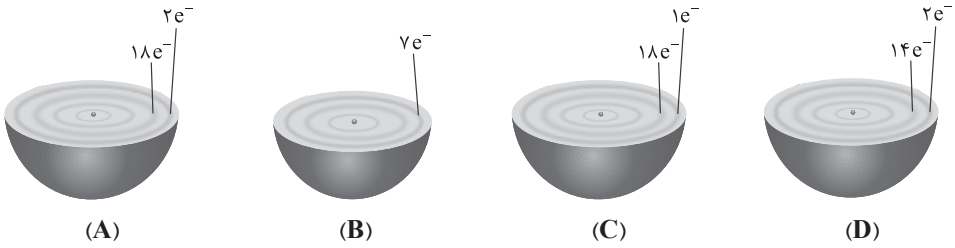
کنکور

در واکنش سوختن فلز منیزیم، گونه‌های «اکسایش‌یافته» و «کاهنده»، به ترتیب (از راست به چپ) کدام‌اند؟

(سؤال ۹۹ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ـ نوبت دوم)

۱) O_2 و O_2
۲) Mg و O_2
۳) Mg و O_2
۴) Mg و Mg

۱۶ با توجه به شکل‌های زیر که بخشی از اتم چند عنصر را نشان می‌دهند، کدام مورد، نادرست است؟



(A) (B) (C) (D)

۱) اگر قطعه‌ای از فلز A را در محلولی حاوی یون‌های C قرار دهیم، دمای محلول به تدریج افزایش می‌یابد.

۲) قدرت کاهندگی A از D بیشتر است و B برخلاف A، خاصیت اکسندگی دارد.

۳) در واکنش A با B، به ازای مصرف هر مول A، $۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}$ الکترون بین اکسنده و کاهنده مبادله می‌شود.

۴) در واکنش $D+C^{۲+}\rightarrow D^{۲+}+C$، D کاهنده و $C^{۲+}$ اکسنده است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ *اول بیایید عنصرها رو شناسایی کنیم:*

عدد اتمی A $= \underset{\text{لایهٔ اول}}{۲} + \underset{\text{لایهٔ دوم}}{۸} + \underset{\text{لایهٔ سوم}}{۱۸} + \underset{\text{لایهٔ چهارم}}{۲} = ۳۰ \Rightarrow {}_{۳۰}Zn$

عدد اتمی B $= \underset{\text{لایهٔ اول}}{۲} + \underset{\text{لایهٔ دوم}}{۸} + \underset{\text{لایهٔ سوم}}{۷} = ۱۷ \Rightarrow {}_{۱۷}Cl$

عدد اتمی C $= \underset{\text{لایهٔ اول}}{۲} + \underset{\text{لایهٔ دوم}}{۸} + \underset{\text{لایهٔ سوم}}{۱۸} + \underset{\text{لایهٔ چهارم}}{۱} = ۲۹ \Rightarrow {}_{۲۹}Cu$

عدد اتمی D $= \underset{\text{لایهٔ اول}}{۲} + \underset{\text{لایهٔ دوم}}{۸} + \underset{\text{لایهٔ سوم}}{۱۴} + \underset{\text{لایهٔ چهارم}}{۲} = ۲۶ \Rightarrow {}_{۲۶}Fe$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): قدرت کاهندگی فلز روی از فلز مس بیشتر است؛ پس فلز روی با محلول حاوی یون‌های مس، به طور طبیعی واکنش می‌دهد.

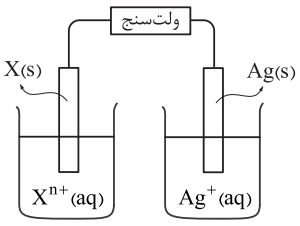
گزینهٔ (۲): قدرت کاهندگی روی (A) از آهن (D) بیشتر است. هم‌چنین کلر (B)، نافلز است و برخلاف روی، تمایل به گرفتن الکترون داشته و خاصیت اکسندگی دارد.

گزینهٔ (۳): در واکنش فلز روی با کلر، فلز روی اکسایش یافته و به $Zn^{۲+}$ تبدیل می‌شود؛ پس به ازای هر مول Zn، ۲ مول الکترون $(۲\times۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}e^{-})$ مبادله خواهد شد.

$$Zn(s)\rightarrow Zn^{۲+}(s)+۲e^{-}$$

گزینهٔ (۴): در واکنش مورد نظر، D اکسایش و $C^{۲+}$ کاهش یافته است؛ بنابراین D، نقش کاهنده و $C^{۲+}$، نقش اکسنده را دارد.

۱۷ **دانش‌آموزی یک سلول گالوانی مطابق شکل زیر تشکیل می‌دهد و بعد از اتصال ولت‌سنج در مدار، عدد صفر بر روی آن نمایش داده می‌شود. کدام عامل می‌تواند دلیل این اتفاق باشد؟**



۱) X، فلز پایداری مانند طلا و پلاتین می‌باشد و اکسایش نمی‌یابد.

۲) تبادل یون میان دو نیم‌سلول انجام نمی‌شود.

۳) غلظت اولیهٔ محلول دو الکترولیت با هم برابر نیستند.

۴) ابعاد و جرم دو الکترود تفاوت زیادی با هم دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

دیوارهٔ متخلخل: در سلول‌های گالوانی، یک دیواره که متخلخل است، دو نیم‌سلول آندی و کاتدی را از یکدیگر جدا می‌کند. این دیوارهٔ متخلخل که از جنس مواد خاصی است، دو وظیفهٔ مهم و حیاتی دارد:

۱) از مخلوط‌شدن مستقیم و سریع دو الکترولیت، جلوگیری می‌کند.

اگر الکترولیت‌های دو نیم‌سلول مخلوط شوند، جریان برق تولید نمی‌شود و عملاً سلول کارایی خود را از دست می‌دهد. مثلاً در سلول گالوانی «روی ـ مس» اگر دیوارهٔ متخلخل وجود نداشته باشد، یون‌های Cu^{2+} که در اطراف تیغهٔ Zn قرار دارند، به طور مستقیم با تیغه واکنش می‌دهند؛ یعنی مانند قراردادن تیغهٔ روی در محلول مس (II) سولفات، به طور مستقیم با یکدیگر الکترون مبادله می‌کنند؛ پس خبری از عبور الکترون‌ها از سیم و تولید جریان برق نخواهد بود.

۲) به یون‌های موجود در دو محلول اجازهٔ عبور می‌دهد تا بار الکتریکی محلول‌ها خنثی باقی بماند.

برای درک بهتر نقش دیوارهٔ متخلخل، بیایید برگردیم به سلول گالوانی روی ـ مس!

در بخش آندی این سلول، نیم‌واکنش $Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-$ انجام می‌شود و الکترون‌های حاصل از آن، برای تیغهٔ مس فرستاده می‌شود و یون‌های Zn^{2+} وارد محلول الکترولیت نیم‌سلول آندی می‌شوند. *به نظرتون نتیجهٔ این اتفاق چیه؟!*

درسته! محلول الکترولیت نیم‌سلول آندی، به تدریج دارای بار الکتریکی مثبت (به دلیل تجمع کاتیون‌های Zn^{2+}) می‌شود. تجمع بار مثبت در نیم‌سلول آندی، سبب می‌شود که الکترون‌ها نتوانند در سیم از آند به سمت کاتد حرکت کنند و جریان قطع می‌شود؛ پس باید فکری به حال خنثی‌شدن محلول بکنیم. *این‌جاست* که دیوارهٔ متخلخل به داد *ما می‌رسه!* به دلیل دافعهٔ موجود بین یون‌های Zn^{2+} در نیم‌سلول آندی، یون‌های اضافی Zn^{2+} از طریق منافذ ریز دیوارهٔ متخلخل، از نیم‌سلول آندی خارج و وارد نیم‌سلول کاتدی می‌شوند. به این ترتیب، محلول الکترولیت در نیم‌سلول آندی خنثی می‌شود. *حالا ببینیم در نیم‌سلول کاتدی، چه اتفاقی می‌افتد؟*

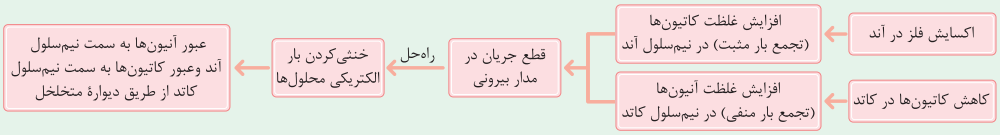
در نیم‌سلول کاتدی، نیم‌واکنش $Cu^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Cu(s)$ انجام می‌شود؛ بنابراین با مصرف یون‌های Cu^{2+} در نیم‌سلول کاتدی، شمار آنیون‌ها زیاد شده و محلول الکترولیت دارای بار الکتریکی منفی می‌شود. در نتیجه به دلیل زیادبودن بار الکتریکی منفی و دافعهٔ بین آنیون‌های موجود در محلول (مثلاً SO_4^{2-})، این آنیون‌ها از طریق منافذ ریز دیوارهٔ متخلخل، از نیم‌سلول کاتدی خارج و وارد نیم‌سلول آندی می‌شوند. به این ترتیب، محلول الکترولیت در نیم‌سلول کاتدی نیز خنثی می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

یکی از الزامات سلول گالوانی، ارتباط میان دو نیم‌سلول با دیوارهٔ متخلخل است.

نکته

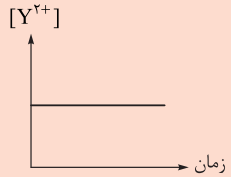
در یک سلول گالوانی، همواره کاتیون‌ها با عبور از دیوارهٔ متخلخل به سمت کاتد و آنیون‌ها با عبور از دیوارهٔ متخلخل به سمت آند مهاجرت می‌کنند تا هم مدار الکتریکی را کامل کنند و هم محلول‌ها را خنثی نگه دارند.



۱۸ **برای بررسی رفتارهای الکتروشیمیایی چند فلز و محلول‌های حاوی یون‌های آن‌ها، آزمایش‌های زیر انجام شده است. با توجه به نتایج به‌دست‌آمده، کدام مورد نادرست است؟**

الف) با قراردادن تیغهٔ A درون محلول X^{2+}، دما افزایش یافت.

ب) با قراردادن تیغهٔ A درون محلول Y^{2+}، نمودار تغییرات غلظت یون‌های Y^{2+} به صورت روبه‌رو به دست آمد.



۱) مقایسهٔ قدرت کاهندگی فلزهای مورد آزمایش به صورت $Y > A > X$ است.

۲) با قراردادن تیغهٔ X درون محلول Y^{2+}، فلز Y ته‌نشین می‌شود.

۳) اگر A با محلول مولار HCl واکنش دهد، Y به یقین با این محلول واکنش داده ولی در مورد X، نمی‌توان با یقین اظهار نظر کرد.

۴) میزان افزایش دما در واکنش تیغهٔ Y با محلول X^{2+}، بیشتر از واکنش این تیغه با محلول A^{2+} است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

ابتدا باید ببینیم از هر آزمایش چه نتیجه‌ای می‌گیریم:

الف) افزایش دما، نشانهٔ انجام واکنش شیمیایی بین A و X^{2+} است؛ بنابراین قدرت کاهندگی فلز A از X بیشتر است.

قدرت کاهندگی: $A > X$

ب) غلظت یون‌های Y^{2+} تغییری نکرده است؛ بنابراین واکنش بین تیغهٔ A و یون‌های Y^{2+} انجام نشده است:

قدرت کاهندگی: $A < Y$

از جمع این دو آزمایش به نتیجهٔ زیر می‌رسیم:

قدرت کاهندگی: $Y > A > X$

با این اوصاف، گزینهٔ (۲) نادرست است، زیرا به دلیل کم‌تربودن قدرت کاهندگی X نسبت به Y، واکنش $X + Y^{2+} \rightarrow$ انجام نمی‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): *این رو که گفتیم!*

گزینهٔ (۳): اگر A با محلول ۱ مولار HCl واکنش دهد، Y نیز که قدرت کاهندگی بیشتری دارد، قطعاً با این محلول واکنش خواهد داد، اما در مورد X *نمی‌دونیم!* چون قدرت کاهندگی کم‌تری نسبت به A دارد و از طرفی، مثبت یا منفی بودن E° آن مشخص نیست.

گزینهٔ (۴): تفاوت قدرت کاهندگی Y و X، بیشتر از تفاوت قدرت کاهندگی Y و A است، پس میزان افزایش دما در واکنش $Y + X^{2+} \rightarrow$ بیشتر از واکنش $Y + A^{2+} \rightarrow$ است.

کنکور

با توجه به اطلاعات زیر، که رفتار چهار فلز D، X، A و Z را در آزمایش‌های مختلف نشان می‌دهد، کدام مورد دربارهٔ مقایسهٔ قدرت کاهندگی آن‌ها در مقایسه با Cu درست است؟ *(سؤال ۱۰۴ کنکور تجربی ۱۴۰۴ـ نوبت دوم)*

- **قدرت اکسندگی X^{2+}، از قدرت اکسندگی Z^{2+} بیشتر است.**
- **تنها سه فلز D، Z و X با محلول $CuCl_2(aq)$ واکنش می‌دهند.**
- **با قراردادن تیغه‌ای از فلز D در محلول‌های جداگانهٔ دارای یون‌های Z^{2+}، A^{2+} و X^{2+}، فقط فلزهای A و X رسوب می‌کنند.**

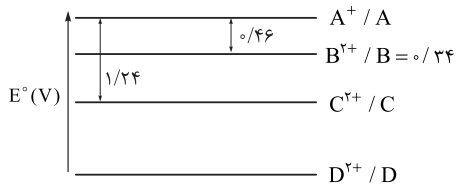
۱) $X > D > Cu > Z > A$

۲) $Z > X > Cu > A > D$

۳) $X > Z > D > Cu > A$

۴) $Z > D > X > Cu > A$

۱۹ با توجه به نمودار پتانسیل کاهشی زیر و گونه‌های موجود در آن، کدام عبارت نادرست است؟ (A، B، C و D عنصرهای فلزی‌اند.)



۱) به ترتیب A^+ و D^{2+}، قوی‌ترین و ضعیف‌ترین گونه‌های اکسنده‌اند.

۲) دو فلز C و D می‌توانند با محلول ۱ مولار HCl واکنش دهند.

۳) اگر فلز C در اتصال با SHE، سلول گالوانی تشکیل دهد، به مرور pH الکترولیت در نیم‌سلول کاتدی کاهش می‌یابد.

۴) واکنش فلز D با محلول‌هایی حاوی یون سایر فلزها، به طور خودبه‌خودی انجام می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته

می‌توانیم قدرت اکسندگی و کاهندگی گونه‌ها را به کمک E° با هم مقایسه کنیم. دیدیم که فرم کلی معادلهٔ نیم‌سلول‌های استاندارد به صورت مقابل است: گونهٔ کاهنده $\rightarrow$ گونهٔ اکسنده $+ne^-$

بنابراین برای مقایسهٔ قدرت اکسندگی، باید به گونه‌های سمت چپ نیم‌واکنش‌ها و برای مقایسهٔ قدرت کاهندگی، باید به گونه‌های سمت راست نیم‌واکنش‌ها نگاه کنیم:

- در مقایسهٔ قدرت اکسندگی ← به گونه‌های سمت چپ نیم‌واکنش‌ها توجه می‌کنیم.
  - هر چه E° بزرگ‌تر، گونهٔ سمت چپ، اکسندهٔ قوی‌تر
  - هر چه E° کوچک‌تر، گونهٔ سمت چپ، اکسندهٔ ضعیف‌تر
- در مقایسهٔ قدرت کاهندگی ← به گونه‌های سمت راست نیم‌واکنش‌ها توجه می‌کنیم.
  - هر چه E° کوچک‌تر، گونهٔ سمت راست، کاهندهٔ قوی‌تر
  - هر چه E° بزرگ‌تر، گونهٔ سمت راست، کاهندهٔ ضعیف‌تر

پاسخ خیلی تشریحی

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): نیم‌سلول A^+ / A، بیشترین E° و نیم‌سلول D^{2+} / D، کم‌ترین E° را دارد؛ بنابراین A^+ بیشترین قدرت اکسندگی و D^{2+} کم‌ترین قدرت اکسندگی را دارد.

گزینهٔ (۲): فلزهایی می‌توانند با محلول هیدروکلریک اسید واکنش دهند که E° منفی داشته باشند. به کمک اطلاعات داده‌شده، می‌توانیم E° نیم‌سلول C^{2+} / C را به دست آوریم.

$$emf : E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند})$$

$$\text{سلول B – A} : ۰/۴۶ = E^\circ(A^+ / A) - ۰/۳۴ \Rightarrow E^\circ(A^+ / A) = ۰/۸\ V$$

$$\text{سلول C – A} : ۱/۲۴ = ۰/۸ - E^\circ(C^{2+} / C) \Rightarrow E(C^{2+} / C) = -۰/۴۴\ V$$

E° فلز C منفی است. از طرفی با توجه به نمودار، E° فلز D نسبت به C کم‌تر می‌باشد و قطعاً منفی است؛ پس هر دو فلز می‌توانند با محلول HCl واکنش دهند.

گزینهٔ (۳): E° فلز C منفی است و در مقابل SHE، نقش آند را دارد:

$$C + ۲H^+ \rightarrow C^{2+} + H_۲$$

با کاهش $[H^+]$ در نیم‌سلول کاتدی، pH الکترولیت افزایش می‌یابد.

گزینهٔ (۴): E° فلز D نسبت به بقیه منفی‌تر است، یعنی قدرت کاهندگی فلز D نسبت به سایر فلزها بیشتر است؛ پس فلز D می‌تواند با یون سایر فلزها واکنش دهد.

۲۰ قطعه‌ای از فلز آلومینیم به جرم ۴۰ گرم را در ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۵ مولار مس (II) سولفات وارد می‌کنیم. اگر پس از مدتی ۰/۳ مول الکترون بین گونهٔ اکسنده و کاهنده مبادله شود، جرم تیغه به چند گرم و غلظت محلول مس (II) سولفات به چند مولار خواهد رسید؟ (حجم محلول ثابت فرض شود و ۴۰ درصد فلز مس ایجادشده روی تیغهٔ آلومینیم رسوب می‌کند، $Al = 27, Cu = 64 : g.mol^{-1}$)

۱) ۴۱/۱۴ ـ ۰/۲
۲) ۴۴/۹۸ ـ ۰/۲
۳) ۴۱/۱۴ ـ ۰/۳
۴) ۴۴/۹۸ ـ ۰/۳

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

مسائل تغییر جرم تیغه

وقتی یک تیغهٔ فلزی را درون محلولی از یون‌های فلزی که قدرت کاهندگی کم‌تری نسبت به فلز سازندهٔ تیغه دارد، قرار می‌دهیم، یک واکنش اکسایش ـ کاهش رخ می‌دهد که در آن جرم تیغه تغییر می‌کند. میزان تغییر جرم تیغه به دو عامل بستگی دارد: جرم تیغه‌ای که اکسایش می‌یابد و جرم فلزی که روی تیغه می‌*نشیند!* (در سطح تیغه رسوب می‌کند.) با توجه به مقدار این دو جرم، جرم تیغه در نهایت می‌تواند کاهش یا افزایش یابد. به طور مثال برای واکنش فلز روی با محلول مس (II) سولفات، می‌توان نوشت:

$$Zn(s) + Cu^{2+}(aq) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + Cu(s)$$

$$\text{تغییر جرم تیغه} = \text{جرم } Cu \text{ که روی تیغه می‌نشیند} - \text{جرم } Zn \text{ کم‌شده}$$

با توجه به این‌که به ازای مصرف ۱ مول فلز روی (۶۵ g)، ۱ مول فلز مس (۶۴ g) با جرم کم‌تر بر سطح تیغه می‌نشیند، جرم تیغه کاهش می‌یابد. اگر شمار الکترون مبادله‌شده برابر ۲ مول باشد و فرض کنیم، همهٔ مس تولیدشده روی تیغه می‌نشیند، خواهیم داشت:

$$\text{تغییر جرم تیغه} = 64 - 65 = -1 \Rightarrow \text{به ازای مبادلهٔ ۲ مول الکترون، جرم تیغه ۱ گرم کاهش می‌یابد.}$$

$$\text{جرم نهایی تیغه} = \text{جرم اولیهٔ تیغه} - \text{جرم تیغهٔ مصرف‌شده} + \text{جرم فلز نشسته روی تیغه}$$

در مسائل مربوط به تغییر جرم تیغه، می‌توانیم از کسر تناسب به شکل زیر استفاده کنیم:

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{تعداد}}{\text{عدد آووگادرو} \times \text{ضریب}} = \dots = \frac{\text{تغییر جرم تیغه}}{(\text{جرم مولی فلز تیغه} \times \text{ضریب}) - (\frac{\text{درصد چسبیدن}}{100} \times \text{جرم مولی فلز تولیدشده} \times \text{ضریب})}$$

اگر همهٔ فلز تولیدشده روی تیغه رسوب کند، درصد چسبیدن برابر ۱۰۰ است و برای فلز تولیدشده، از همان «جرم مولی × ضریب» استفاده می‌کنیم، اما اگر در سؤالی گفته شود، فلان درصد از فلز تولیدشده روی تیغه رسوب می‌کند، حتماً باید درصد چسبیده‌شدن را در محاسبات وارد کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی

معادلهٔ واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:

$$2Al(s) + 3Cu^{2+}(aq) \rightarrow 2Al^{3+}(aq) + 3Cu(s) \sim 6e^-$$

$$0 \quad 2 \times 3 = 6e^- \quad +3$$

باید ببینیم با مبادلهٔ ۰/۳ مول الکترون، چند گرم Al مصرف شده و چند گرم Cu روی تیغه می‌نشیند:

$$\text{جرم Al مصرف‌شده: } 0/3 \text{ mol } e^- \times \frac{2 \text{ mol Al}}{6 \text{ mol } e^-} \times \frac{27 \text{ g}}{1 \text{ mol Al}} = 2/7 \text{ g}$$

$$\text{جرم Cu نشسته روی تیغه: } 0/3 \text{ mol } e^- \times \frac{3 \text{ mol Cu}}{6 \text{ mol } e^-} \times \frac{64 \text{ g}}{1 \text{ mol Cu}} \times \frac{40}{100} = 3/84 \text{ g}$$

به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\text{جرم نهایی تیغه} = \text{جرم اولیهٔ تیغه} - \text{جرم تیغهٔ مصرف‌شده} + \text{جرم فلز نشسته روی تیغه} = 40 - 2/7 + 3/84 = 41/14 \text{ g}$$

برای محاسبهٔ غلظت نهایی محلول، باید ببینیم در ابتدا چند مول Cu^{2+} داشتیم و چند مول آن مصرف شده است:

$$\text{مول اولیه } Cu^{2+}: 0/5 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0/5 \text{ L} = 0/25 \text{ mol}$$

مول Cu^{2+} مصرف‌شده: $0/3\ mol\ e^- \times \frac{3\ mol\ Cu^{2+}}{6\ mol\ e^-} = 0/15\ mol$

مول Cu^{2+} باقی‌مانده $= 0/25 - 0/15 = 0/1\ mol = [Cu^{2+}]_{\text{نهایی}} = \frac{0/1\ mol}{0/5\ L} = 0/2\ mol.L^{-1}$

یه‌جور دیگه

$2Al \sim 3Cu^{2+} \sim 3Cu \sim 6e^-$

$$\frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{e^-}} = \frac{\text{تغییر جرم تیغه}}{(\text{جرم مولی Cu} \times \text{ضریب Cu} \times \frac{\text{درصد چسبیدن}}{100}) - (\text{جرم مولی Al} \times \text{ضریب Al})} = \frac{\text{حجم} \times \text{تغییر غلظت مولی}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{Cu^{2+}}}$$

$$\Rightarrow \frac{0/3}{6} = \frac{x}{(3 \times 64 \times \frac{40}{100}) - (2 \times 27)} = \frac{y \times 0/5}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = +1/14\ (\text{افزایش جرم تیغه}) \\ y = 0/3\ (\text{کاهش غلظت مولی محلول}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{جرم نهایی تیغه} = 40 + 1/14 = 41/14\ g \\ \text{غلظت نهایی محلول} = 0/5 - 0/3 = 0/2 \end{cases}$$

شیمی

۱ کدام مطلب، نادرست است؟

۱) باتری مولدی است که در آن واکنش شیمیایی با سفر الکترون رخ می‌دهد تا بخشی از انرژی شیمیایی مواد، به انرژی الکتریکی تبدیل شود.

۲) هرگاه تیغه‌ای از جنس فلز آلومینیم درون محلول مس (II) سولفات قرار گیرد، به تدریج از شدت رنگ محلول کاسته می‌شود.

رنگ آبی ناشی از $Cu^{2+}(aq)$

۳) در هر واکنش شیمیایی، هنگامی که بار الکتریکی یک گونه مثبت‌تر شود، آن گونه اکسایش یافته است.

۴) در واکنش فلز روی با یون‌های وانادیم (III) و تبدیل آن به یون‌های روی، نقش کاهنده مربوط به یون‌های $V^{3+}(aq)$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

وقتی در واکنش فلز روی با یون‌های وانادیم (III)، اتم‌های روی (Zn) با عدد اکسایش صفر به یون‌های روی (Zn^{2+}) با عدد اکسایش ۲+ تبدیل و دچار اکسایش می‌شوند و نقش کاهنده را دارند؛ یعنی در واکنش $Zn + V^{3+} \rightarrow Zn^{2+} + V^{n+} (n < 3)$، اتم‌های روی، اکسایش و یون‌های وانادیم (III)، کاهش یافته‌اند؛ بنابراین اتم‌های روی (Zn)، نقش کاهنده و یون‌های وانادیم (III) (V^{3+})، نقش اکسنده را دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): *به وضوح درسته!*

گزینهٔ (۲): می‌دانیم که یون‌های مس (II)، به محلول رنگ آبی می‌دهند. در واکنش آلومینیم با مس (II) سولفات مطابق واکنش زیر، به تدریج یون‌های مس (II) مصرف و به اتم‌های مس تبدیل شده و بدین ترتیب از شدت رنگ آبی محلول کاسته می‌شود:

$$2Al + 3CuSO_4 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + 3Cu$$

گزینهٔ (۳): به طور کلی در هر واکنش شیمیایی، هنگامی که بار الکتریکی یک گونه افزایش یابد (مثبت‌تر شود)، آن گونه اکسایش یافته و گونهٔ دیگر که بار الکتریکی آن کم‌تر(منفی‌تر) می‌شود، کاهش می‌یابد.

در هر واکنش شیمیایی اگر عدد اکسایش یک گونه ...

- افزایش یابد ← آن‌گونه اکسایش یافته ← کاهنده است
- کاهش یابد ← آن‌گونه کاهش یافته ← اکسنده است

۲ واکنش‌های زیر با قراردادن برخی تیغه‌های فلزی درون محلول‌های یکسان مس (II) سولفات در دمای $20^\circ C$ انجام می‌شوند. با توجه به آن‌ها، کدام مطلب نادرست است؟ (بر اثر انجام هر سه واکنش، دمای محلول‌ها افزایش می‌یابد.)

۱) $Al(s) + Cu^{2+}(aq) \rightarrow$

۲) $Fe(s) + Cu^{2+}(aq) \rightarrow$

۳) $Zn(s) + Cu^{2+}(aq) \rightarrow$

۱) دمای نهایی محلول در واکنش (۲)، کم‌تر از سایر واکنش‌ها است. قدرت کاهندگی فلز Fe، کم‌تر از Al و Zn است.

۲) مجموع ضرایب مواد در واکنش موازنه‌شدهٔ (۱)، ۲/۵ برابر مجموع ضرایب مواد در واکنش موازنه‌شدهٔ (۳) است. ۴ ۱۰

۳) محصولات واکنش (۲) می‌توانند فلز مس و $Fe^{2+}(s)$ باشند.

۴) واکنش‌پذیری هر سه فلز آلومینیم، روی و آهن، بیشتر از مس است.

درس Box

با قراردادن تیغهٔ A در محلولی از فلز B، دو حالت پیش می‌آید:

۱) اگر فلز A نسبت به فلز B واکنش‌پذیری بیشتری داشته باشد (کاهنده‌تر باشد)، واکنش زیر انجام می‌شود و دمای محلول افزایش می‌یابد:

$$A + B^{n+} \rightarrow A^{m+} + B$$

هر چه فلز A واکنش‌پذیری بیشتری داشته باشد (کاهنده‌تر باشد)، دمای محلول نیز به میزان بیشتری افزایش می‌یابد.

۲) اگر فلز B واکنش‌پذیری بیشتری نسبت به فلز A داشته باشد (کاهنده‌تر باشد)، واکنشی انجام نشده و دمای محلول تغییری نمی‌کند. واکنش‌پذیری فلزات گروه اصلی از فلزهای واسطه بیشتر بوده و ترتیب واکنش‌پذیری عناصر موجود در واکنش‌ها در این سؤال، به صورت $Al > Zn > Fe > Cu$ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ واکنش‌های (۱) تا (۳) به صورت زیر انجام می‌شوند:

۱) $2Al(s) + 3Cu^{2+}(aq) \rightarrow 2Al^{3+}(aq) + 3Cu(s)$

۲) $Fe(s) + Cu^{2+}(aq) \rightarrow Fe^{2+}(aq) + Cu(s)$

۳) $Zn(s) + Cu^{2+}(aq) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + Cu(s)$

بنابراین محصولات واکنش دوم، فلز مس و یون $Fe^{2+}(aq)$ هستند. *هواستون باشه* که در این واکنش، یون‌های Fe^{2+} به حالت محلول (aq)اند؛ نه حالت جامد (s)!

بررسی سایر گزینه‌ها:

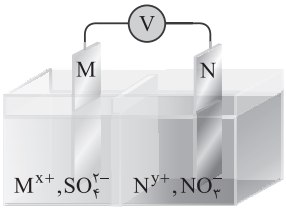
گزینهٔ (۱): ترتیب دمای نهایی محلول‌ها در واکنش‌ها، به صورت (۱) > (۳) > (۲) است.

گزینهٔ (۲): مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌های (۱) و (۳)، به ترتیب برابر با ۱۰ و ۴ است $(\frac{10}{4} = 2/5)$.

گزینهٔ (۴): واکنش‌پذیری فلزات اصلی (Al) از عناصر واسطه بیشتر است و در میان عناصر واسطه، واکنش‌پذیری فلز مس از فلزات آهن و روی کم‌تر است.

شیمی

۳ با توجه به شکل زیر که یک سلول گالوانی استاندارد را نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟ $(Cu = 64, Fe = 56 : g.mol^{-1})$



الف) اگر قدرت اکسندگی N^{y+} بیشتر از M^{x+} باشد، جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از سمت فلز M به سمت فلز N است.

ب) اگر فلز M، روی و فلز N، نقره باشد، یون‌های سولفات از طریق دیوارهٔ متخلخل به سمت تیغهٔ N حرکت خواهند کرد.

پ) اگر N^{y+}، یون Fe^{2+} و فلز M، مس باشد، به ازای مبادلهٔ $12/04 \times 10^{22}$ الکترون در مدار بیرونی، جرم تیغهٔ N، ۲۲/۴ گرم افزایش خواهد داشت.

ت) اگر قدرت کاهندگی فلز M بیشتر از فلز N باشد، در نیم‌سلول سمت چپ، غلظت کاتیون‌ها و مجموع غلظت آنیون‌ها دچار افزایش می‌شود.

ث) اگر پتانسیل کاهشی استاندارد فلز M از N کم‌تر باشد، فلز N قطب مثبت سلول است و بر سطح آن نیم‌واکنش کاهش انجام می‌شود.

تیغهٔ M آند و تیغهٔ N کاتد

۱) الف ـ پ ـ ت
۲) ب ـ ث
۳) الف ـ ت ـ ث
۴) ب ـ پ

نکته

سلول گالوانی
- E° کوچک‌تر ← آند (قطب منفی). با گذشت زمان ← جرم تیغه ↓، غلظت کاتیون ↑
- E° بزرگ‌تر ← کاتد (قطب مثبت). با گذشت زمان ← جرم تیغه ↑، غلظت کاتیون ↓

پاسخ خیلی تشریحی

عبارت‌های «الف»، «ت» و «ث» درست‌اند.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

الف) اگر قدرت اکسندگی N^{y+} بیشتر از M^{x+} باشد، عنصر M کاهندهٔ قوی‌تر و در نتیجه تیغهٔ M آند سلول است؛ بنابراین جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از سمت آند به کاتد (M به N) خواهد بود.

ب) در سلول‌های گالوانی، آنیون‌ها از سمت نیم‌سلول کاتد به سمت آند و کاتیون‌ها از سمت نیم‌سلول آند به سمت کاتد حرکت می‌کنند؛ بنابراین در سلول گالوانی روی ـ نقره که روی، آند و نقره، کاتد است (روی کاهندهٔ قوی‌تری از نقره است)، یون‌های موجود در نیم‌سلول کاتد، یعنی نیترات (آنیون) به سمت آند (تیغهٔ M یا روی) حرکت خواهند کرد.

پ) در سلول گالوانی آهن ـ مس، آهن کاهندهٔ قوی‌تر و در نتیجه آند سلول است. جرم تیغهٔ آندی در سلول گالوانی کاهش و جرم تیغهٔ کاتدی افزایش می‌یابد؛ بنابراین جرم تیغهٔ N (آهن) با مبادلهٔ الکترون کاهش می‌یابد؛ نه افزایش! *پس دیگه عددهاش رو حساب نمی‌کنیم!*

ت) در نیم‌سلول آندی این سلول گالوانی، فلز M اکسایش یافته و به صورت کاتیون وارد محلول می‌شود؛ پس غلظت کاتیون افزایش می‌یابد. از طرفی با عبور آنیون‌ها از دیوارهٔ متخلخل و حرکت به سمت آند، مجموع غلظت آنیون‌ها نیز افزایش می‌یابد.

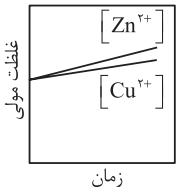
ث) در سلول‌های گالوانی، آند قطب منفی و کاتد قطب مثبت است و از آن‌جایی که E° فلز M از N کم‌تر است؛ در نتیجه فلز M کاهندهٔ قوی‌تر و آند این سلول است و فلز N نیز کاتد و قطب مثبت سلول می‌باشد.

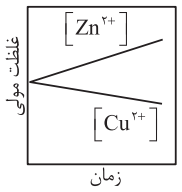
تیزبازی *تو این سؤال فقط کافی بود عبارت‌های «پ» و «ت» رو بررسی کنید و به جواب درست برسید. هم‌چنین در عبارت «ب» همون‌طور که توضیح دادیم نیازی به انجام محاسبات نبود.*

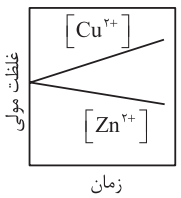
شیمی

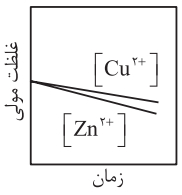
۴ کدام یک از نمودارهای زیر، تغییر غلظت یون‌ها را در سلول گالوانی «روی ـ مس» پس از گذشت مدتی از شروع واکنش، به درستی نشان می‌دهد؟

در این سلول، روی آند و مس کاتد است.

۱)


۲)


۳)


۴)


مشاوره این سؤال براساس تمرین‌های دوره‌ای طراحی شده است و احتمال طراحی سؤالی مشابه آن در امتحان نهایی زیاد است؛ *حواستون بش باشه!*

درس Box

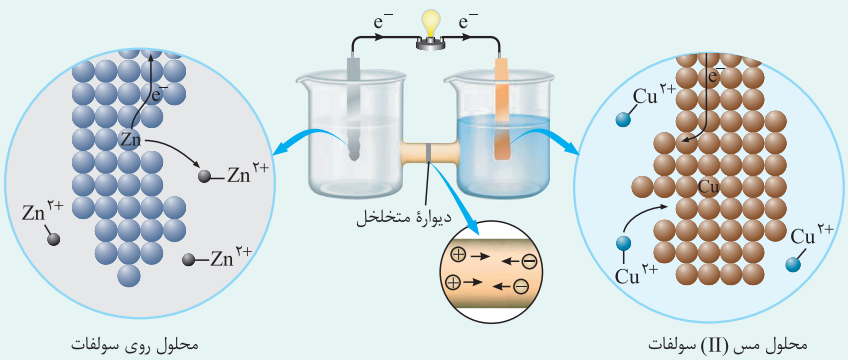
سلول گالوانی روی ـ مس (Zn – Cu)

شکل بعد، سلول گالوانی روی ـ مس را نشان می‌دهد. می‌دانیم که قدرت کاهندگی فلز روی از مس بیشتر است؛ بنابراین در این سلول، الکترود روی آند است و در آن نیم‌واکنش اکسایش انجام می‌شود:

نیم‌واکنش اکسایش (آندی): $Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-$

الکترون‌های تولیدشده از طریق سیم به سمت الکترود مس که نقش کاتد را دارد، حرکت می‌کنند؛ بنابراین تیغهٔ مس، الکترون‌ها را در اختیار کاتیون‌های Cu^{2+} موجود در محلول قرار می‌دهد تا نیم‌واکنش کاهشی زیر صورت گیرد:

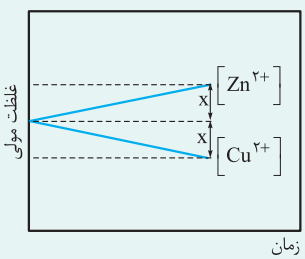
نیم‌واکنش کاهش (کاتدی): $Cu^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Cu(s)$



با جمع‌کردن نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی خواهیم داشت:

$$Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-$$
$$Cu^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Cu(s)$$
$$\text{واکنش کلی: } Zn(s) + Cu^{2+}(aq) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + Cu(s)$$

در این سلول با گذشت زمان، غلظت Zn^{2+} افزایش و غلظت Cu^{2+} کاهش می‌یابد. از طرفی ضریب استوکیومتری Zn^{2+} و Cu^{2+} با هم برابر است؛ بنابراین در یک بازهٔ زمانی معین، تغییرات غلظت مولی این دو یون با هم برابر است، پس نمودار روند کلی تغییر غلظت یون‌ها در سلول گالوانی روی ـ مس را می‌توان به صورت روبه‌رو نشان داد:



و حالا مرور کلی نکات سلول گالوانی روی ـ مس:

- الکترود روی (آند)، قطب منفی و الکترود مس (کاتد)، قطب مثبت است.
- جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی (سیم)، از الکترود روی (آند) به سمت الکترود مس (کاتد) است.
- در نیم‌سلول روی (آند)، نیم‌واکنش اکسایش و در نیم‌سلول مس (کاتد)، نیم‌واکنش کاهش انجام می‌شود.
- با گذشت زمان، جرم تیغهٔ روی (آند)، کاهش و جرم تیغهٔ مس (کاتد)، افزایش می‌یابد.
- با گذشت زمان، $[Zn^{2+}]$ افزایش و $[Cu^{2+}]$ کاهش می‌یابد.

توجه: با مصرف یون‌های Cu^{2+} در نیم‌سلول مس، از شدت رنگ آبی این نیم‌سلول کاسته می‌شود.

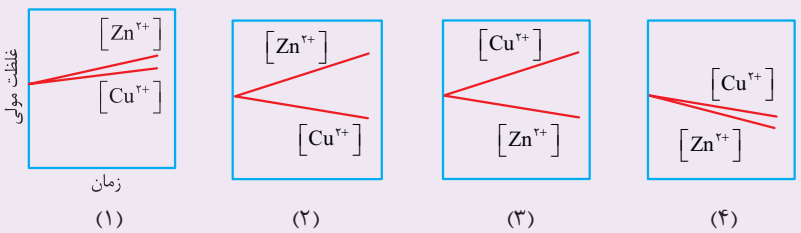
پاسخ خیلی تشریحی ✔ در سلول گالوانی «روی ـ مس»، واکنش $Zn(s)+Cu^{2+}(aq) \rightarrow Zn^{2+}(aq)+Cu(s)$ انجام می‌شود.

در این سلول، روی نقش آند و مس نقش کاتد را دارد. *همون‌طور که مشخصه* به ازای مصرف هر مول یون Cu^{2+} در این واکنش، یک مول یون Zn^{2+} تولید شده و در نتیجه در این واکنش، به تدریج غلظت یون Cu^{2+} کاهش و غلظت یون Zn^{2+} افزایش پیدا می‌کند (رد گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴)).

توجه: با توجه به یکسان‌بودن ضرایب استوکیومتری این دو یون در معادلهٔ واکنش، اندازهٔ شیب تغییرات غلظت مولی آن‌ها با هم برابر بوده و در زمان یکسان، میزان تغییرات آن‌ها برابر و قرینهٔ یکدیگر است.

با مراجعه به جدول ۱، توضیح دهید کدام نمودار تغییر غلظت یون‌ها را در سلول گالوانی روی ـ مس نشان می‌دهد.

(تمرین‌های دوره‌ای ـ صفحهٔ ۶۳)



شیمی

۵ در سلول گالوانی «وانادیم ـ هیدروژن» در شرایط استاندارد، حجم هر کدام از نیم‌سلول‌های آندی و کاتدی برابر ۰/۵ لیتر است، تا لحظه‌ای که غلظت یون‌های وانادیم (II) به ۱/۳ مولار می‌رسد، چند الکترون در مدار بیرونی مبادله می‌شود و pH محلول در نیم‌سلول SHE به چه عددی می‌رسد؟ $(E^\circ(V^{2+}/V) = -1/2V)$

۱) $0/6 - 6/02 \times 10^{23}$

۲) $0/4 - 6/02 \times 10^{23}$

۳) $0/6 - 1/806 \times 10^{23}$

۴) $0/4 - 1/806 \times 10^{23}$

Hint ابتدا معادلهٔ موازنه‌نشدهٔ واکنش را نوشته و با توجه به تغییرات غلظت یون‌های V^{2+} در آن، شمار الکترون‌های مبادله‌شده در واکنش را محاسبه کن، هم‌چنین تغییرات غلظت یون H^+ و غلظت نهایی آن را به دست بیاور و در نهایت pH محلول نهایی در نیم‌سلول SHE را حساب کن.

نکته در محلول الکترولیت‌های آندی و کاتدی در شرایط استاندارد، غلظت اولیهٔ الکترولیت‌ها برابر ۱ مولار است و با گذشت زمان، غلظت یون‌ها در نیم‌سلول آندی، افزایش و در نیم‌سلول کاتدی، کاهش می‌یابد.

پاسخ خیلی تشریحی **قسمت اول:** در سلول گالوانی «وانادیم ـ هیدروژن»، با توجه به افزایش غلظت یون وانادیم (II) از ۱ به ۱/۳ مولار داریم:

$$\Delta[V^{2+}] = 1/3 - 1 = 0/3\ mol.L^{-1}$$

$$V(s) + 2H^+(aq) \rightarrow H_2(g) + V^{2+}(aq)$$

استفاده از کسر تبدیل:

$$0/3\ mol.L^{-1}\ V^{2+} \times 0/5L \times \frac{2\ mol\ e^-}{1\ mol\ V^{2+}} \times \frac{6/02 \times 10^{23}\ e^-}{1\ mol\ e^-} = 1/806 \times 10^{23}\ e^-$$

یه جور دیگه استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{حجم محلول} \times \text{غلظت}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{V^{2+}}} = \frac{\text{تعداد}}{\underbrace{\text{ضریب} \times N_A}_{e^-}} \Rightarrow \frac{0/3 \times 0/5}{1} = \frac{x}{2 \times 6/02 \times 10^{23}} \Rightarrow x = 1/806 \times 10^{23}$$

قسمت دوم: در نیم‌سلول SHE، غلظت اولیهٔ یون هیدرونیوم برابر ۱ مولار است و با گذشت زمان، غلظت آن کاهش می‌یابد:

$$0/3\ mol.L^{-1}\ V^{2+} \times \frac{2\ mol\ H^+}{1\ mol\ V^{2+}} = 0/6\ mol.L^{-1}\ H^+ \text{ (مصرف شده)}$$

بنابراین غلظت نهایی یون هیدرونیوم برابر $1 - 0/6 = 0/4$ مولار خواهد شد و بدین ترتیب، pH محلول نهایی برابر است با:

$$pH = -\log[H^+] = -\log 4 \times 10^{-1} = 1 - \log 4 = 0/4$$

گول نخوری *هواستون باشه* غلظت نهایی یون هیدرونیوم برابر ۰/۴ و میزان مصرف‌شدهٔ یون هیدرونیوم برابر ۰/۶ است *که اگر قاتی کنی جواب رو گزینهٔ (۳) می‌زنی!*

شیمی

۶ جدول زیر نیروی الکتروموتوری سه سلول گالوانی را نشان می‌دهد. با توجه به آن، کدام مطلب به یقین درست است؟

	B^{2+}/B	C^{2+}/C
A^{2+}/A	۰/۸۹ V	۰/۵۸ V
B^{2+}/B		۰/۳۱ V

۱) اکسنده‌ترین گونهٔ بین آن‌ها، یون A^{2+} است.

۲) کاهنده‌ترین گونهٔ بین آن‌ها، عنصر B است.

۳) اگر پتانسیل کاهشی استاندارد نیم‌سلول مربوط به عنصر C را برابر صفر ولت در نظر بگیریم، پتانسیل کاهشی استاندارد نیم‌سلول مربوط به عنصر A برابر با ۰/۵۸ ولت خواهد بود.

۴) اگر پتانسیل کاهشی استاندارد نیم‌سلول مربوط به عنصر C را برابر صفر ولت در نظر بگیریم، پتانسیل کاهشی استاندارد، فقط برای یکی از عنصرهای A و B، مثبت خواهد بود.

پاسخ خیلی تشریحی اگر پتانسیل کاهشی استاندارد (C^{2+}/C) برابر صفر باشد، خواهیم داشت:

$$E^\circ_{(\text{سلول B-C})} : |E^\circ_C - E^\circ_B| = ۰/۳۱$$

$$E^\circ_{(\text{سلول A-C})} : |E^\circ_C - E^\circ_A| = ۰/۵۸$$

از آن‌جایی که $E^\circ_{(\text{سلول A-B})}$ برابر ۰/۸۹ ولت است و ولتاژ سلول‌های گالوانی A — C و B — C از ۰/۸۹ ولت کم‌تر است؛ درمی‌یابیم که E° نیم‌واکنش کاهش $C^{2+} + 2e^- \rightarrow C$ بین E° دو نیم‌واکنش کاهش $B^{2+} + 2e^- \rightarrow B$ و $A^{2+} + 2e^- \rightarrow A$ است و چون پتانسیل کاهشی استاندارد (C^{2+}/C)، برابر صفر ولت است، در نتیجه پتانسیل‌های کاهشی استاندارد (B^{2+}/B) و (A^{2+}/A)، یکی مثبت و دیگری منفی خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌های (۱) و (۲): با توجه به اطلاعات جدول، نمی‌توان قدرت کاهندگی و اکسندگی گونه‌های موجود را مقایسه کرد.

گزینهٔ (۳): اگر پتانسیل کاهشی استاندارد (C^{2+}/C) برابر صفر ولت باشد، با توجه به E° سلول گالوانی A — C درمی‌یابیم که:

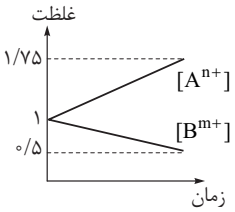
$$E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = |E^\circ_A - E^\circ_C| = |E^\circ_A| = ۰/۵۸V$$

بنابراین چون نمی‌دونیم قدرت کاهندگی A بیشتره یا C، نمی‌توانیم به طور قطعی بگوییم $E^\circ(A^{2+}/A)$ برابر ۰/۵۸− یا ۰/۵۸+ ولت است.

شیمی

۷ براساس اطلاعات زیر، چه تعداد از مطالب داده‌شده درست است؟

الف) در سلول گالوانی مربوط به دو فلز **A** و **B**، نمودار تغییر غلظت کاتیون‌ها به صورت مقابل است:



ب) با قراردادن فلز **B** در محلول حاوی کاتیون‌های D^{2+}، دمای محلول دچار افزایش می‌شود.

پ) **emf** سلول گالوانی حاصل از فلزهای **A** و **X** برابر ۰/۵ ولت و **emf** سلول گالوانی حاصل از فلزهای **B** و **X** برابر ۰/۸ ولت است.

ت) در سلول گالوانی حاصل از فلزهای **X** و **A**، الکترون‌ها در مدار بیرونی از سمت الکترود **X** به سمت الکترود **A** جابه‌جا می‌شوند.

- **emf** سلول گالوانی **A — B**، برابر با ۰/۳V است.
- در میان عنصرهای **A**، **B**، **X** و **D**، فلز **A** کاهنده‌ترین و کاتیون D^{2+} اکسنده‌ترین گونه هستند.
- اگر $E^\circ(D^{2+}/D)$ عددی منفی باشد، محلول هیدروکلریک اسید را می‌توان در ظرف فلزی از جنس **B** نگه‌داری کرد.
- اگر فلز **A** درون محلول D^{2+} قرار گیرد، با گذشت زمان، $[A^{n+}]$ افزایش می‌یابد.
- فلزهای **A** و **B** می‌توانند به ترتیب فلزهای **Zn** و **Al** باشند.

۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به عبارت‌های «الف» تا «ت»، اطلاعاتی از عناصر A، B، X و D به دست می‌آوریم، سپس عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم.

الف) در سلول گالوانی A — B، غلظت کاتیون A^{n+} افزایش یافته است؛ بنابراین A آند و کاهندهٔ قوی‌تری نسبت به B می‌باشد.

با توجه به تغییرات غلظت یون‌ها درمی‌یابیم تغییرات غلظت کاتیون A^{n+}، ۱/۵ برابر کاتیون B^{m+} است؛ بنابراین بار کاتیون B^{m+}، ۱/۵ برابر A^{n+} می‌باشد.

ب) با افزایش دمای محلول در اثر قراردادن فلز B درون محلول حاوی کاتیون‌های D^{2+}، درمی‌یابیم که واکنش $B + D^{2+} \rightarrow \ldots$ به طور طبیعی انجام‌پذیر بوده و در نتیجه قدرت کاهندگی فلز B بیشتر از D است.

پ) با توجه به emf سلول‌های داده‌شده، داریم:

$$|E^\circ_A - E^\circ_X| = ۰/۵$$
$$|E^\circ_B - E^\circ_X| = ۰/۸$$

ت) در سلول‌های گالوانی، الکترون‌ها از آند به سمت کاتد حرکت می‌کنند؛ بنابراین در سلول گالوانی حاصل از فلزهای A و X، X آند و A کاتد است.

عبارت‌های اول و چهارم درست است.

بیایید عبارت‌ها رو به ترتیب بررسی کنیم:

عبارت‌های اول و دوم: ترتیب قدرت کاهندگی عنصرهای فلزی به صورت $D < B < A < X$ و ترتیب قدرت اکسندگی گونه‌ها به صورت $X^{y+} < A^{n+} < B^{m+} < D^{2+}$ است. بدین ترتیب داریم:

$$emf_{A-B} = E^\circ_B - E^\circ_A$$

$$\left.\begin{array}{l} emf_{X-A} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = E^\circ_A - E^\circ_X = ۰/۵ \\ emf_{X-B} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = E^\circ_B - E^\circ_X = ۰/۸ \end{array}\right\} \Rightarrow E^\circ_B - E^\circ_A = ۰/۸ - ۰/۵ = ۰/۳ \Rightarrow E^\circ_{\text{سلول A-B}} = ۰/۳V$$

عبارت سوم: با توجه به بیشتربودن قدرت کاهندگی فلز B نسبت به فلز D و از آن‌جایی که $E^\circ(D^{2+}/D)$ منفی است؛ می‌توان نتیجه گرفت E° نیم‌سلول B نیز منفی است و اگر فلز B در مجاورت HCl قرار گیرد، واکنش $B + H^+ \rightarrow B^{m+} + H_2$ به طور طبیعی انجام خواهد شد؛ *پس ظرف فلزی B خورده می‌شه و برای نگه‌داری هیدروکلریک اسید مناسب نیست!*

عبارت چهارم: با توجه به بیشتربودن قدرت کاهندگی فلز A نسبت به فلز D، واکنش $A + D^{2+} \rightarrow A^{n+} + D$ به طور خودبه‌خودی انجام‌پذیر است.

عبارت پنجم: قدرت کاهندگی فلز A نسبت به فلز B، بیشتر است؛ بنابراین فلزهای A و B نمی‌توانند به ترتیب Zn و Al باشند.

شیمی

۸ با توجه به جدول زیر، کدام گونه(ها) می‌توانند در واکنش با یون $C^{2+}(aq)$، آن را اکسید کنند؟

در واکنش با $C^{2+}(aq)$ نقش اکسنده را ایفا کنند و باعث اکسایش آن شوند.

نیم‌واکنش کاهش	$E^\circ(V)$
$A^+(aq)+e^- \rightarrow A(s)$	+۱/۳۳
$B^{2+}(aq)+2e^- \rightarrow B(s)$	+۰/۸۷
$C^{3+}(aq)+e^- \rightarrow C^{2+}(aq)$	−۰/۱۲
$D^{3+}(aq)+3e^- \rightarrow D(s)$	−۱/۵۹

۱) فقط $D^{3+}(aq)$

۲) $A(s)$ و $B(s)$

۳) فقط $A^+(aq)$

۴) $A^+(aq)$ و $B^{2+}(aq)$

نکته برای این‌که گونهٔ X بتواند گونهٔ Y را اکسید کند، باید گونهٔ X کاهش و گونهٔ Y اکسایش یابد؛ بنابراین قدرت کاهندگی گونهٔ Y باید نسبت به گونهٔ X بیشتر باشد و E° نیم‌واکنش کاهش آن کم‌تر باشد.

پاسخ خیلی تشریحی در این‌جا برای این‌که گونه‌ای بتواند $C^{2+}(aq)$ را اکسید کند، E° نیم‌واکنش کاهش آن باید از E° نیم‌واکنش کاهش (C^{3+}/C^{2+}) بیشتر باشد؛ بنابراین با توجه به جدول، گونه‌های A^+ و B^{2+} در واکنش با C^{2+} می‌توانند آن را اکسید کنند و خودشان کاهش یابند.

گول نخوری *مواستون باشه که* $A(s)$ و $B(s)$ گونه‌های **کاهنده‌ای** هستند که با $C^{2+}(aq)$ واکنش نمی‌دهند.

با توجه به جدول زیر به پرسش‌ها پاسخ دهید. *(تمرین‌های دوره‌ای ـ صفحهٔ ۶۴)*

نیم‌واکنش کاهش	$E^\circ(V)$
$A^+(aq)+e^- \rightarrow A(s)$	+۱/۳۳
$B^{2+}(aq)+2e^- \rightarrow B(s)$	+۰/۸۷
$C^{3+}(aq)+e^- \rightarrow C^{2+}(aq)$	−۰/۱۲
$D^{3+}(aq)+3e^- \rightarrow D(s)$	−۱/۵۹

الف) کدام گونه قوی‌ترین و کدام ضعیف‌ترین اکسنده است؟

ب) کدام گونه قوی‌ترین و کدام ضعیف‌ترین کاهنده است؟

پ) کدام گونه(ها) می‌توانند C^{2+} را اکسید کنند؟

۹ آلیاژی از فلزهای آلومینیم و قلع به جرم ۱۰ گرم، با مقدار کافی محلول آهن (II) سولفات واکنش داده و پس از کامل‌شدن واکنش، درون ظرف ۱۵/۷ گرم مادهٔ جامد وجود دارد. بر این اساس چند درصد جرمی آلیاژ اولیه را فلز قلع تشکیل داده و در پایان اختلاف جرم دو عنصر فلزی در مخلوط جامد باقی‌مانده، چند گرم است؟ $(Sn = ۱۱۹, Fe = ۵۶, Al = ۲۷ : g.mol^{-1})$

$E^\circ(Sn^{2+} / Sn) = -۰/۱۴V$

$E^\circ(Al^{3+} / Al) = -۱/۶۶V$

$E^\circ(Fe^{2+} / Fe) = -۰/۴۴V$

۱) ۱/۱ – ٪۵۴

۲) ۲/۷ – ٪۵۴

۳) ۲/۷ – ٪۷۳

۴) ۱/۱ – ٪۷۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: شمار مول‌های Al و Sn موجود در آلیاژ را به ترتیب برابر x و y در نظر می‌گیریم؛ بنابراین با توجه به جرم این آلیاژ داریم:

$۲۷x + ۱۱۹y = ۱۰$

گام دوم: با توجه به E° نیم سلول‌های آلومینیم (Al)، قلع (Sn) و آهن (Fe)، ترتیب قدرت کاهندگی آن‌ها به صورت $Sn < Fe < Al$ است؛ بنابراین فقط فلز Al می‌تواند مطابق معادلهٔ زیر با محلول آهن (II) سولفات، واکنش دهد:

$۲Al(s) + ۳FeSO_۴(aq) \rightarrow Al_۲(SO_۴)_۳(aq) + ۳Fe(s)$

حال چون واکنش انجام‌شده کامل و مقدار محلول $FeSO_۴$، به اندازهٔ کافی است، تودهٔ جامد برجای‌مانده در پایان واکنش، شامل فلزهای قلع و آهن می‌باشد؛ در نتیجه تمام فلز Al موجود در آلیاژ در واکنش فوق مصرف شده و بدین ترتیب، جرم فلز Fe تولیدشده در این واکنش را می‌توانیم به راحتی محاسبه کنیم:

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}_{Al} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Fe} \rightarrow \frac{x}{۲} = \frac{\text{جرم Fe تولید شده}}{۳ \times ۵۶} \rightarrow \text{جرم Fe تولید شده} = ۸۴x\ g$$

گام سوم: با توجه به جرم مواد جامد موجود در پایان واکنش و همچنین جرم آلیاژ اولیه، تفاوت جرم فلزهای Sn و Fe موجود در تودهٔ جامد برجای‌مانده در پایان واکنش را می‌*سنجیم*.

$$\begin{cases} ۲۷x + ۱۱۹y = ۱۰ \\ ۸۴x + ۱۱۹y = ۱۵/۷ \end{cases}$$

$$۵۷x = ۵/۷ \rightarrow x = ۰/۱$$

در نتیجه در تودهٔ جامد نهایی، ۸/۴ گرم فلز Fe و $۱۵/۷ - ۸/۴ = ۷/۳$ گرم فلز Sn وجود دارد که اختلاف جرم آن‌ها برابر است با:

$۸/۴ - ۷/۳ = ۱/۱\ g$

گام چهارم: با توجه به این‌که فلز Sn در طول این فرایند، دست‌نخورده باقی مانده و در واکنش شرکت نمی‌کند، درصد جرمی آن در آلیاژ اولیه برابر است با:

$$\text{درصد جرمی Sn در آلیاژ} = \frac{\text{جرم Sn}}{\text{جرم آلیاژ}} \times ۱۰۰ = \frac{۷/۳}{۱۰} \times ۱۰۰ = ٪۷۳$$

۱۰ دربارهٔ واکنش اکسایش ـ کاهش بین گونه‌های داده‌شده، کدام مطلب نادرست است؟

$Ce^{4+}(aq)+e^- \rightarrow Ce^{3+}(aq),\ E^\circ=-1/72\ V$

$Al^{3+}(aq)+3e^- \rightarrow Al(s),\ E^\circ=-1/66\ V$

۱) کاتیون $Ce^{3+}(aq)$ در این واکنش، کاهنده است.

۲) قدرت کاهندگی $Al(s)$ از $Ce^{4+}(aq)$ کم‌تر است.

۳) E° واکنش برابر $+0/06$ ولت بوده و به صورت خودبه‌خودی پیش می‌رود.

۴) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد پس از موازنهٔ معادلهٔ آن، برابر با ۸ بوده و ۳ الکترون در آن مبادله شده است.

مشاوره در سؤالات مربوط به نیم‌واکنش‌های کاهشی و E° مربوط به آن‌ها، مقایسهٔ قدرت کاهندگی، بین گونه‌های سمت راست و مقایسهٔ قدرت اکسندگی، بین گونه‌های سمت چپ نیم‌واکنش انجام می‌شود و تنها با دقت و توجه به این نکتهٔ پرتکرار، *فیلی راحت!* به پاسخ درست تست می‌رسیدیم!

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به E° نیم‌واکنش‌های داده‌شده، **قدرت کاهندگی Ce^{3+} از آلومینیم بیشتر بوده** و واکنش بین آن‌ها به صورت $Al^{3+}(aq)+3Ce^{3+}(aq) \rightarrow Al(s)+3Ce^{4+}(aq)$ می‌باشد؛ زیرا هر چه E° یک نیم‌واکنش کاهش، منفی‌تر باشد، گونهٔ سمت راست آن، کاهندهٔ قوی‌تری است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): کاتیون Al^{3+}، نقش اکسنده و Ce^{3+}، نقش کاهنده را دراین واکنش دارند.

گزینهٔ (۳): نیم‌واکنش اکسایش Ce^{3+}، آندی و نیم‌واکنش کاهش Al^{3+} کاتدی است؛ بنابراین برای محاسبهٔ E° این سلول داریم:

$E^\circ_{\text{سلول}}=E^\circ_{\text{کاتد}}-E^\circ_{\text{آند}}=-1/66-(-1/72)=0/06\ V$

اگر نیم‌واکنش‌ها را از E° بیشتر به E° کم‌تر (از بالا به پایین) مرتب کنیم، گونهٔ سمت راست پایین‌تر می‌تواند با گونهٔ سمت چپ بالاتر به صورت خودبه‌خودی واکنش دهد؛ در نتیجه واکنش فوق به صورت خودبه‌خودی پیش خواهد رفت.

گزینهٔ (۴): در واکنش انجام‌شده، مجموع ضرایب استوکیومتری مواد برابر $3+1+3+1=8$ است.

نکته

شمار الکترون مبادله‌شده به ازای واکنش موازنه‌شده برابر است با:

تغییر بار الکتریکی اکسنده × ضریب اکسنده × شمار اتم‌ها در اکسنده = تعداد مول الکترون مبادله‌شده براساس معادلهٔ موازنه‌شده

تغییر بار الکتریکی کاهنده × ضریب کاهنده × شمار اتم‌ها در کاهنده =

$$\text{تعداد } e^- \text{ مبادله‌شده} = \underbrace{1}_{\text{تعداد اتم‌ها در } Al^{3+}} \times \underbrace{1}_{\text{تغییر بارالکتریکی}} \times \overbrace{3}^{\text{ضریب } Al^{3+}} \quad \text{یا} \quad \underbrace{1}_{\text{تعداد اتم‌ها در } Ce^{3+}} \times \underbrace{3}_{\text{تغییر بارالکتریکی}} \times \overbrace{1}^{\text{ضریب } Ce^{3+}} = 3$$

بنابراین طبق معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش، ۳ الکترون در آن مبادله می‌شود.

دربارهٔ واکنش اکسایش ـ کاهش بین گونه‌های داده‌شده، کدام مطلب، نادرست است؟ *(ریاضی داخل ۹۹)*

$Ce^{4+}(aq)+e^- \rightarrow Ce^{3+}(aq),E^\circ=-1/72\ V$

$Cr^{3+}(aq)+3e^- \rightarrow Cr(s),E^\circ=-0/74\ V$

۱) کاتیون $Ce^{3+}(aq)$ در این واکنش، کاهنده است.

۲) قدرت کاهندگی $Ce^{4+}(aq)$ از $Cr(s)$ بیشتر است.

۳) E° واکنش برابر $+0/98$ ولت است و به صورت طبیعی (خودبه‌خود) پیشرفت دارد.

۴) مجموع ضریب‌های استوکیومتری مواد پس از موازنهٔ معادلهٔ آن، برابر ۸ است و ۳ الکترون در آن مبادله شده است.

شیمی

۱۱ کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

الف) در سلول سوختی متان ـ اکسیژن، جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی، از الکترودی که در آن گاز متان جریان دارد به سمت الکترودی است که در آن گاز اکسیژن وارد می‌شود.

الکترود آند

الکترود کاتد

ب) در سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن نسبت به سلول‌های سوختی مربوط به هیدروکربن‌ها، علاوه بر تولید کم‌تر گاز گلخانه‌ای، احتمال بروز خطر نیز کم‌تر است.

پ) جهت حرکت یون هیدرونیوم در غشای سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن، همانند جهت حرکت کاتیون Cu^{2+} در سلول گالوانی آهن ـ مس و از سمت آند به کاتد است.

ت) اگر پتانسیل کاهشی استاندارد نیم‌سلول متانول برابر ۰/۰۱۶ ولت باشد، emf سلول‌های هیدروژن ـ اکسیژن و متانول ـ اکسیژن، ۰/۰۱۶ ولت اختلاف خواهد داشت.

۱) الف ـ پ
۲) الف ـ ت
۳) ب ـ پ
۴) ب ـ ت

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

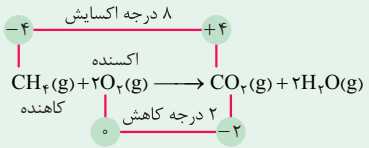
عبارت‌های «الف» و «ب»:

نکته

در مورد سلول سوختی متان ـ اکسیژن، نکات زیر را به یاد داشته باشید:

۱) *اگه یادتون باشه!* متان همان گاز شهری است؛ بنابراین یکی از مزیت‌های این سلول سوختی درمقایسه با سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن، تولید راحت‌تر و در دسترس بودن CH_4 است.

۲) واکنش انجام‌شده در سلول سوختی متان، به صورت زیر است:



در آند این سلول، گاز متان اکسایش می‌یابد؛ پس کاهنده است. از طرفی در کاتد این سلول، گاز اکسیژن کاهش می‌یابد و نقش اکسنده را بازی می‌کند!

۳) شیمی‌دان‌ها با طراحی این سلول‌های سوختی *سر از پا نمی‌شناختن! ولی دیدن که علاقه‌مندان به محیط زیست، صبایی از دست اونا شاکی هستن! اگه گفتین چرا؟* در این سلول سوختی، علاوه بر H_2O که در سلول سوختی هیدروژن هم تولید می‌شد، گاز CO_2 نیز تولید می‌شود. CO_2 هم *تو کار* اثر گلخانه‌ای و آلوده‌کردن *محیط زیسته!*

نوع سلول سوختی	مزیت	عیب
هیدروژن	آلوده‌کنندهٔ محیط زیست نیست.	خطرناک و آتش‌گیر
متان	ارزان‌تر و کم‌خطرتر	آلوده‌کنندهٔ محیط زیست است.

در سلول سوختی متان ـ اکسیژن، جهت حرکت الکترون‌ها از **آند (که گاز متان اکسایش می‌یابد) به سمت کاتد (که گاز اکسیژن کاهش می‌یابد)** است. هم‌چنین حواستان باشد که یکی از معایب سلول‌های سوختی هیدروژن ـ اکسیژن نسبت به سلول‌های سوختی متان ـ اکسیژن این است که احتمال بروز خطر در آن‌ها بالاتر است.

پ) در سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن، یون هیدرونیوم از طریق غشای مبادله‌کننده از آند به کاتد می‌رود و در سلول گالوانی آهن ـ مس (آهن آند و مس کاتد است)، کاتیون‌های Fe^{2+} از دیوارهٔ متخلخل به سمت کاتد حرکت می‌کنند؛ نه کاتیون‌های Cu^{2+}!

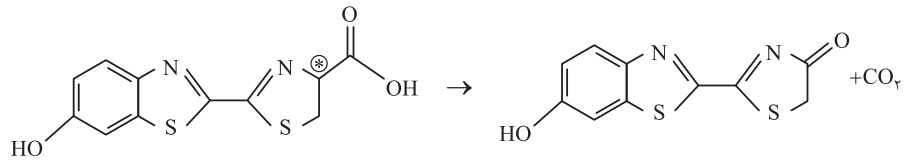
ت) در سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن، emf سلول برابر است با: $E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{\text{اکسیژن}} - E^\circ_{\text{هیدروژن}}$

و در سلول سوختی متانول ـ اکسیژن نیز emf سلول برابر است با: $E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{\text{اکسیژن}} - E^\circ_{\text{متانول}}$

بنابراین اختلاف ولتاژ این دو سلول برابر است با: $E^\circ_{\text{متانول}} - \cancel{E^\circ_{\text{هیدروژن}}}_{\text{(صفر)}} = E^\circ_{\text{متانول}} = ۰/۰۱۶\,V$

شیمی

۱۲ نور تولیدشده توسط کرم شب‌تاب، نتیجهٔ انجام واکنش شیمیایی زیر است. این واکنش‌ها به بیولومینسانس معروف‌اند که از طریق آن‌ها این جانور و برخی جانوران دیگر، به جفت خود پیام می‌دهند. واکنش‌دهنده در این واکنش شیمیایی، لوسیفرین کرم شب‌تاب و آنزیمی که این واکنش را کاتالیز می‌کند، لوسیفراز نام دارد. عدد اکسایش کربن ستاره‌دار در واکنش‌دهندهٔ این واکنش، چند واحد تغییر می‌کند؟



۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

مشاوره تعیین اعداد اکسایش اتم‌ها در ساختار ترکیب‌های آلی، یکی از مواردی است که بارها و بارها در کنکور سراسری مورد پرسش واقع شده است؛ در نتیجه شما هم حتماً سعی کنید به تسلط کافی در این مبحث برسید که سؤال کنکور در کمین شماست.

درس Box

برای تعیین عدد اکسایش اتم‌ها، در مواد مولکولی یا یون‌های چندتایی، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

شمار الکترون‌های نسبت داده‌شده به اتم − شمار الکترون‌های ظرفیت اتم = عدد اکسایش اتم

همان‌طور که می‌دانید شمار الکترون‌های ظرفیت برای عنصرهای گروه ۱ و ۲، همان شمارهٔ گروه و برای عنصرهای گروه ۱۳ به بعد، برابر با یکان شمارهٔ گروه است.

شمارهٔ گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
اتم	$_{1}H$	$_{4}Be$	$_{5}B$، $_{13}Al$	$_{6}C$، $_{14}Si$، $_{32}Ge$، $_{50}Sn$	$_{7}N$، $_{15}P$	$_{8}O$، $_{16}S$، $_{34}Se$	$_{9}F$، $_{17}Cl$، $_{35}Br$، $_{53}I$
شمار الکترون‌های ظرفیت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷

برای تعیین شمار الکترون‌های نسبت داده‌شده به هر اتم، پس از رسم ساختار لوویس گونهٔ مورد نظر، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

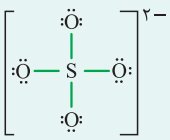
- به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی میان دو اتم یکسان، یک الکترون به هر اتم نسبت می‌دهیم.
- به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی میان دو اتم متفاوت، هر دو الکترون را به اتم با خصلت نافلزی بیشتر، نسبت می‌دهیم.
- همهٔ الکترون‌های ناپیوندی روی هر اتم را به همان اتم نسبت می‌دهیم.

توجه: در محاسبهٔ عدد اکسایش اتم‌ها، بهتر است مقایسهٔ خصلت نافلزی چند عنصر زیر را *بلد باشیم*:

خصلت نافلزی: $F > O > N > Cl > Br > I > S > C > H$

مثال: عدد اکسایش اتم گوگرد را در یون سولفات (SO_4^{2-}) مشخص کنید.

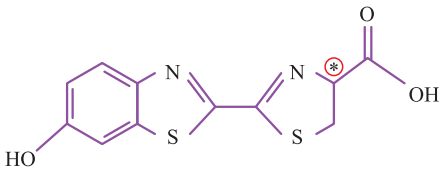
پاسخ: اول ساختار لوویس یون سولفات را رسم می‌کنیم:



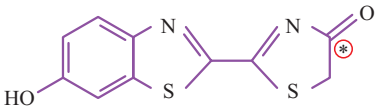
در یک گروه از بالا به پایین خصلت نافلزی کاهش می‌یابد ($O > S$:خصلت نافلزی)؛ بنابراین از ۸ الکترون پیوندی بین گوگرد و اتم‌های اکسیژن، هیچ الکترونی به گوگرد نسبت نمی‌دهیم. گوگرد در گروه ۱۶ قرار دارد و دارای ۶ الکترون ظرفیتی است؛ پس خواهیم داشت:

عدد اکسایش گوگرد = شمار الکترون‌های ظرفیت اتم گوگرد − شمار الکترون‌های نسبت داده‌شده به اتم گوگرد = ۶ − ۰ = ۶+

پاسخ خیلی تشریحی عدد اکسایش کربن ستاره‌دار در ترکیب واکنش‌دهنده و عدد اکسایش آن کربن در ترکیب حاصل را محاسبه می‌کنیم:



عدد اکسایش کربن = شمار الکترون‌های ظرفیت اتم کربن − شمار الکترون‌های نسبت داده‌شده به اتم کربن = ۴ − (۱+۱+۲) = ۰

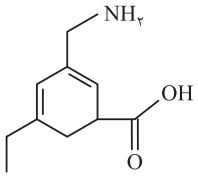


عدد اکسایش کربن = شمار الکترون‌های ظرفیت اتم کربن − شمار الکترون‌های نسبت داده‌شده به اتم کربن = ۴ − ۱ = ۳+

بنابراین عدد اکسایش اتم کربن ستاره‌دار، ۳ واحد تغییر می‌کند.

شیمی

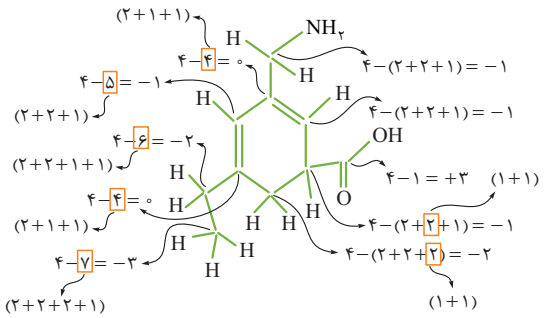
۱۳ در شکل زیر، چند درصد از اتم‌های کربن دارای عدد اکسایش صفر هستند و در صورت سوختن کامل این ماده، چند اتم کربن دچار ۶ واحد تغییر عدد اکسایش می‌شوند؟



چون عدد اکسایش C در CO_2، برابر ۴+ است؛ در واقع *سؤال اینه که* چند اتم کربن در ساختار این ماده، عدد اکسایش ۲− دارند.

۱) ۲۰٪ − ۲
۲) ۲۰٪ − ۳
۳) ۳۰٪ − ۲
۴) ۳۰٪ − ۳

پاسخ خیلی تشریحی ابتدا عدد اکسایش کربن‌های موجود در ترکیب را محاسبه می‌کنیم:

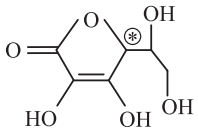


در نتیجه از ده کربن موجود در ساختار این ترکیب، ۲ اتم کربن، عدد اکسایش صفر دارند؛ *که می‌شه* ۲۰٪!

در اثر سوختن این ترکیب، همهٔ اتم‌های کربن به کربن دی‌اکسید تبدیل شده و عدد اکسایش آن‌ها به ۴+ می‌رسد؛ بنابراین برای آن‌که عدد اکسایش کربن در طی سوختن، ۶ واحد تغییر کرده باشد، باید عدد اکسایش آن در ترکیب برابر ۲− باشد که در این ساختار، دو اتم کربن عدد اکسایش برابر ۲− دارند.

شیمی

۱۴ ترکیب زیر نشان دهندهٔ ساختار آسکوربیک اسید، ریزمغذی‌ای حیاتی برای گونه‌های پیشرفتهٔ پستانداران از جمله انسان است. با توجه به آن، کدام مطلب نادرست است؟



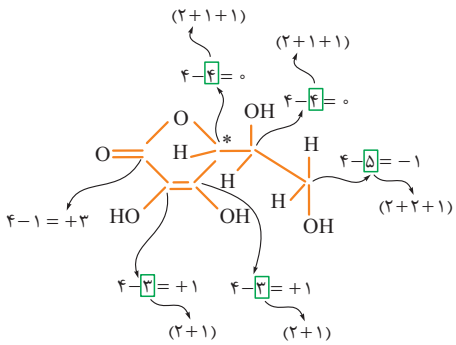
۱) این ترکیب به دلیل توانایی تشکیل پیوندهای هیدروژنی با مولکول‌های آب، به راحتی در آب حل می‌شود.

۲) مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن در آن، برابر با تعداد گروه‌های عاملی هیدروکسیل در ساختار آن است.

۳) در ساختار این ترکیب، عدد اکسایش اتم کربن ستاره‌دار، کم‌تر از اتم کربن گروه عاملی استری است.

۴) عدد اکسایش اتم کربن ستاره‌دار در ساختار آن، برابر با عدد اکسایش اتم کربن در هیدروژن سیانید است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ در ساختار آسکوربیک اسید، عدد اکسایش اتم‌های کربن را محاسبه می‌کنیم:



در نتیجه عدد اکسایش اتم کربن ستاره‌دار در ساختار این ترکیب، برابر صفر است، اما عدد اکسایش اتم کربن در هیدروژن سیانید (HCN)، برابر است با:



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): آسکوربیک اسید با داشتن ۴ گروه هیدروکسیل $(-OH)$، پیوند هیدروژنی با آب تشکیل داده و به خوبی در آب حل می‌شود.

گزینهٔ (۲): مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن در ساختار آسکوربیک اسید و شمار گروه‌های هیدروکسیل موجود در ساختار آن، برابر ۴ است.

نکته برای به دست آوردن مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن، لازم نیست تک‌تک آن‌ها را بررسی کرده و بعد با هم جمع کنیم. کافیه از رابطهٔ زیر، در ترکیب آسکوربیک اسید $C_6H_8O_6$، مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن را مجهول گذاشته و حساب کنیم:

$$C_6H_8O_6 = (6C) + (8\times(+1)) + (6\times(-2)) = 0 \rightarrow 6C = +4$$

گزینهٔ (۳): در ساختار این ترکیب عدد اکسایش اتم کربن ستاره‌دار، برابر صفر بوده، اما عدد اکسایش اتم کربن گروه استری، برابر $+3$ است.

شیمی

۱۵ در واکنش زیر و پس از موازنهٔ کامل معادلهٔ آن، نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها به مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها کدام است؟

$$Sn^{2+}(aq) + Cr_2O_7^{2-}(aq) + H^+(aq) \rightarrow Sn^{4+}(aq) + Cr_2O_3(aq) + H_2O(l)$$

۱) ۰/۶۷

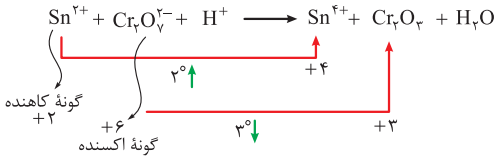
۲) ۰/۶۹

۳) ۱/۴۴

۴) ۱/۵۰

مشاوره موازنه به روش اکسایش ـ کاهش، از مباحث بسیار مهم است و برای تسلط به آن، باید بسیار تمرین کنید؛ در نتیجه *لازمه که* تست‌های متنوعی از این مباحث بزنید *تا بتونید* توکنکور از پسش بربیایین!

پاسخ خیلی تشریحی ابتدا گونهٔ کاهنده و اکسنده و میزان تغییرات عدد اکسایش آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:



دراین واکنش، به ازای مصرف هر مول گونهٔ کاهندهٔ (Sn^{2+})، ۲ مول الکترون و به ازای مصرف هر مول گونهٔ اکسنده $(Cr_2O_7^{2-})$، $۲ \times ۳ = ۶$ مول الکترون مبادله می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$۳Sn^{2+} + Cr_2O_7^{2-} + H^+ \rightarrow ۳Sn^{4+} + Cr_2O_3 + H_2O$$

در گام بعدی به روش وارسی، موازنه را ادامه می‌دهیم:

$$۳Sn^{2+} + Cr_2O_7^{2-} + ۸H^+ \rightarrow ۳Sn^{4+} + Cr_2O_3 + ۴H_2O$$

بدین ترتیب در این واکنش، مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها به ترتیب برابر با ۱۲ و ۸ بوده و در نتیجه نسبت خواسته‌شده برابر $\frac{۱۲}{۸} = ۱/۵$ می‌باشد.

گول نخوری در موازنه به روش اکسایش ـ کاهش، *هواستون باشه که* اگر اتمی که عدد اکسایش آن تغییر می‌کند، دارای زیروند باشد، باید تغییرات عدد اکسایش آن را در زیروندش ضرب کنید؛ مثلاً اتم‌های Cr در هر واحد فرمولی از $Cr_2O_7^{2-}$، مجموعاً $۲ \times ۳ = ۶$ واحد کاهش پیدا کرده و به Cr_2O_3 تبدیل می‌شوند.

در واکنش داده‌شده و پس از موازنهٔ کامل معادلهٔ آن، نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها به مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها کدام است؟ *(تجربی خارج ۱۴۰۳ ـ نوبت دوم)*

$$Fe^{2+}(aq) + MnO_4^-(aq) + H^+(aq) \rightarrow Fe^{3+}(aq) + Mn^{2+}(aq) + H_2O(l)$$

۱) ۱/۰

۲) ۱/۴

۳) ۱/۶

۴) ۰/۸

شیمی

۱۶ در اثر واکنش ۲/۳ گرم گاز NO_2 با یک لیتر آب، غلظت نیتریک اسید در محلول به ppm ۲۱۰۰ رسیده است. اگر همراه با تولید نیتریک اسید، یکی از اکسیدهای نیتروژن نیز تولید شده باشد، عدد اکسایش N در اکسید حاصل برابر چند است و با انجام این واکنش، چند مول الکترون مبادله می‌شود؟ (چگالی محلول‌ها $1\ g.mL^{-1}$ بوده و حجم محلول در طول انجام واکنش، ثابت باقی می‌ماند.)

$$aNO_2 + 1H_2O \rightarrow bN_xO_y + 2HNO_3$$

۱) $+2$، $\frac{1}{30}$

۲) $+5$، $\frac{1}{30}$

۳) $+2$، $\frac{1}{20}$

۴) $+5$، $\frac{1}{20}$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: معادلهٔ واکنش نیتروژن دی‌اکسید با آب را نوشته و با موازنهٔ آن، مقادیر مجهول را به دست می‌آوریم:

$$aNO_2 + H_2O \rightarrow bN_xO_y + 2HNO_3$$

از آن‌جایی که به ازای مصرف ۲/۳ گرم NO_2، غلظت HNO_3 به ۲۱۰۰ ppm رسیده است، نسبت ضرایب استوکیومتری HNO_3 و NO_2 را به دست می‌آوریم:

استفاده از کسر تبدیل:

$$2/3\ g\ NO_2 \times \frac{1\ mol\ NO_2}{46\ g\ NO_2} \times \frac{2\ mol\ HNO_3}{a\ mol\ NO_2} \times \frac{63\ g\ HNO_3}{1\ mol\ HNO_3} = \frac{63\times 2}{20a}$$

به‌جور دیگه استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{HNO_3}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{NO_2}} \Rightarrow \frac{2/3}{a\times 46} = \frac{HNO_3\ \text{جرم}}{2\times 63} \Rightarrow HNO_3\ \text{جرم} = \frac{63\times 2}{20a}$$

با توجه به غلظت HNO_3 داریم:

$$ppm = \frac{HNO_3\ \text{جرم}}{\text{جرم محلول}}\times 10^6 \Rightarrow \frac{\frac{63\times 2}{20a}}{1000}\times 10^6 = 2100 \Rightarrow \frac{63\times 2}{2a} = 21 \Rightarrow a = 3$$

حال با توجه به معادلهٔ واکنش داریم:

$$3NO_2 + H_2O \rightarrow bN_xO_y + 2HNO_3$$

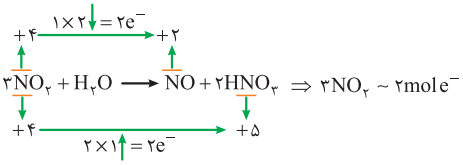
موازنهٔ N: $3 = 2 + bx \rightarrow (b, x \geq 1) \Rightarrow b = x = 1$

موازنهٔ O: $6 + 1 = by + 6 \Rightarrow (b, y \geq 1) \Rightarrow b = y = 1$

بنابراین واکنش موازنه‌شده به صورت مقابل است: $3NO_2 + H_2O \rightarrow NO + 2HNO_3$

اکسید نیتروژن حاصل، NO و عدد اکسایش نیتروژن در آن برابر $+2$ است.

گام دوم: با توجه به واکنش موازنه‌شده و شمار الکترون‌های مبادله‌شده در آن، شمار مول الکترون‌های مبادله‌شده در واکنش را به ازای مصرف ۲/۳ گرم گاز NO_2، حساب می‌کنیم:



$$3NO_2 \sim 2\ mol\ e^-$$

استفاده از کسر تبدیل:

$$2/3\ g\ NO_2 \times \frac{1\ mol\ NO_2}{46\ g\ NO_2} \times \frac{2\ mol\ e^-}{3\ mol\ NO_2} = \frac{1}{30}\ mol\ e^-$$

به‌جور دیگه استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{NO_2}} = \frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{e^-}} \Rightarrow \frac{2/3}{3\times 46} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{30}\ mol\ e^-$$

شیمی

۱۷ چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- منیزیم را در صنعت از برقکافت محلول آبی منیزیم کلرید ($MgCl_2(aq)$) به دست می‌آورند.
- علت پایین‌تربودن سطح مایع در لولهٔ مربوط به کاتد در فرایند برقکافت آب، تولید گاز اکسیژن بیشتر در آن است.
- با انجام فرایند برقکافت آب، به تدریج غلظت مادهٔ الکترولیت در سلول برقکافت افزایش می‌یابد.
- در سلول استخراج سدیم از $NaCl(l)$، در آند گاز زردرنگی ($Cl_2(g)$) تولید می‌شود که از آن می‌توان یکی از مواد مورد نیاز در فرایند استخراج منیزیم از آب دریا را تأمین کرد. ($HCl(aq)$)

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- در صنعت، منیزیم از برقکافت **منیزیم کلرید مذاب** ($MgCl_2(l)$) و طی واکنش $MgCl_2(l) \rightarrow Mg(l) + Cl_2(g)$ به دست می‌آید؛ نه برقکافت محلول آبی منیزیم کلرید ($MgCl_2(aq)$)!

نکته در برقکافت آب که طی واکنش $2H_2O(l) \rightarrow 2H_2(g) + O_2(g)$ انجام می‌شود، اکسیژن در آند و هیدروژن در کاتد تولید می‌شود و حجم گاز تولیدی در آند، نصف گاز تولیدی در کاتد است.

- در فرایند برقکافت آب، **سطح مایع در لولهٔ مربوط به آند بیشتر از کاتد است**؛ زیرا حجم گاز اکسیژن تولیدی در آند از حجم گاز هیدروژن تولیدی در کاتد، کم‌تر است.
- در سلول برقکافت آب با مصرف آب، غلظت الکترولیت به دلیل کاهش حجم محلول، افزایش می‌یابد.
- در فرایند استخراج سدیم طی واکنش $2NaCl(l) \rightarrow 2Na(l) + Cl_2(g)$، گاز کلر در آند و فلز سدیم در کاتد تولید می‌شود که می‌توان از کلر حاصل برای تهیهٔ HCl و استفاده در استخراج منیزیم استفاده کرد.

شیمی

۱۸ ۲ مول منیزیم کلرید و ۱ مول سدیم برمید را ابتدا با گرمای کافی به حالت مذاب درآورده و سپس مخلوط مذاب آن‌ها را در یک سلول الکترولیتی با ولتاژ کافی قرار می‌دهیم. بر این اساس، کدام مطلب نادرست است؟ $(Br = ۸۰, Cl = ۳۵/۵, Mg = ۲۴, Na = ۲۳ : g.mol^{-۱})$

۱) بر اثر کاهش همهٔ یون‌های فلزی با مبادلهٔ $۳/۰۱\times۱۰^{۲۴}$ الکترون در کاتد، در مجموع ۷۱ گرم فلز تولید خواهد شد.

۵ مول e^- ← فلزهای سدیم و منیزیم

۲) در آند، ابتدا ۱۴۲ گرم گاز کلر و سپس ۸۰ گرم برم به حالت مایع تولید خواهد شد.

۳) تعداد الکترون‌های مبادله‌شده برای برقکافت منیزیم کلرید، ۴ برابر تعداد الکترون‌های مبادله‌شده برای برقکافت سدیم برمید است.

۴) اگر فلزهای تولیدشده در کاتد، در پایان واکنش سرد شوند و در مجاورت اکسیژن قرار گیرند، احتمال تشکیل $Na_۲O$ بیشتر از MgO است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ در مخلوط $MgCl_۲(l)$ و $NaBr(l)$، کاتیون $Mg^{۲+}$ اکسندهٔ قوی‌تری نسبت به Na^+ بوده و Br^- نیز کاهندهٔ قوی‌تری نسبت به Cl^- است؛ بنابراین ابتدا واکنش‌های $Mg^{۲+} + ۲e^- \rightarrow Mg$ (در کاتد) و $۲Br^- \rightarrow Br_۲ + ۲e^-$ (در آند) و سپس واکنش‌های $Na^+ + e^- \rightarrow Na$ (در کاتد) و $۲Cl^- \rightarrow Cl_۲ + ۲e^-$ (در آند) انجام می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): به ازای مصرف ۲ مول $Mg^{۲+}$، ۴ مول e^- و به ازای مصرف یک مول Na^+، یک مول الکترون مصرف می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$\text{فلز } g = ۳/۰۱\times۱۰^{۲۴} e^- \times \frac{۱ mol\, e^-}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳} e^-} \times \frac{(\overbrace{۲\times۲۴}^{Mg} + \overbrace{۱\times۲۳}^{Na}) g \text{ فلز}}{۵ mol\, e^-} = ۷۱ g \text{ فلز}$$

گزینهٔ (۳): در برقکافت ۲ مول منیزیم کلرید، ۴ مول الکترون و در برقکافت یک مول سدیم برمید، یک مول الکترون مبادله می‌شود؛ بنابراین نسبت خواسته‌شده، برابر ۴ است.

گزینهٔ (۴): با توجه به این‌که در سلول برقکافت، منیزیم زودتر از سدیم تولید می‌شود، می‌توان نتیجه گرفت که قدرت اکسندگی یون $Mg^{۲+}$ بیشتر از یون Na^+ است؛ بنابراین قدرت کاهندگی فلز Mg کم‌تر از فلز Na خواهد بود.

به دلیل واکنش‌پذیری بیشتر سدیم، احتمال تشکیل سدیم اکسید $(Na_۲O)$ بیشتر از منیزیم اکسید (MgO) است.

۱۹ اگر الکترون‌های آزادشده از اکسایش ۵۲ گرم فلز روی در باتری دگمه‌ای روی ـ نقره (واکنش موازنه شود: $Zn(s)+Ag_2O(s) \rightarrow ZnO(s)+Ag(s)$)، در نیم‌واکنش کاتدی سلول برقکافت سدیم کلرید مذاب مصرف شود، چند گرم فلز سدیم تولید و چند لیتر گاز (در شرایط STP) آزاد می‌شود؟ $(Zn=65, Na=23 : g.mol^{-1})$

$Na^+(l)+e^- \rightarrow Na(l)$

۱) ۱۷/۹۲ – ۱۸/۴

۲) ۳۵/۸۴ – ۱۸/۴

۳) ۱۷/۹۲ – ۳۶/۸

۴) ۳۵/۸۴ – ۳۶/۸

Hint ابتدا شمار الکترون‌های حاصل از اکسایش ۵۲ گرم Zn در باتری دگمه‌ای روی ـ نقره را محاسبه کن، سپس با توجه به معادلهٔ واکنش برقکافت NaCl(l)، جرم Na(l) و حجم گاز Cl_2 تولیدی در شرایط STP را با مصرف همان مقدار الکترون در واکنش، به دست بیاور.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** شمار الکترون‌های آزادشده به ازای اکسایش ۵۲ گرم فلز روی در واکنش را به دست می‌آوریم:

$$Zn(s)+Ag_2O(s) \rightarrow ZnO(s)+2Ag(s)$$

استفاده از کسر تبدیل:

$$52\,g\,Zn \times \frac{1\,mol\,Zn}{65\,g\,Zn} \times \frac{2\,mol\,e^-}{1\,mol\,Zn} = 1/6\,mol\,e^-$$

یه‌جور دیگه استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Zn}} = \frac{\text{mol}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{e^-}} \Rightarrow \frac{52}{1\times 65} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 1/6\,mol\,e^-$$

گام دوم: معادلهٔ واکنش کلی و نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی برقکافت سدیم کلرید مذاب را می‌نویسیم:

نیم‌واکنش آندی (در قطب مثبت): $2Cl^-(l) \rightarrow Cl_2(g)+2e^-$

نیم‌واکنش کاتدی (در قطب منفی): $2Na^+(l)+2e^- \rightarrow 2Na(l)$

واکنش کلی سلول: $2NaCl(l) \rightarrow 2Na(l)+Cl_2(g)$

گام سوم: براساس میزان الکترون مبادله‌شده، جرم سدیم و حجم گاز کلر تولیدشده را محاسبه می‌کنیم:

استفاده از کسر تبدیل:

$$1/6\,mol\,e^- \times \frac{2\,mol\,Na}{2\,mol\,e^-} \times \frac{23\,g\,Na}{1\,mol\,Na} = 36/8\,g\,Na$$

$$1/6\,mol\,e^- \times \frac{1\,mol\,Cl_2}{2\,mol\,e^-} \times \frac{22/4\,L\,Cl_2}{1\,mol\,Cl_2} = 17/92\,L\,Cl_2$$

یه‌جور دیگه استفاده از کسر تناسب:

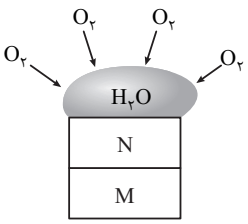
$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Na}} = \frac{\text{mol}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{e^-}} \Rightarrow \frac{x}{2\times 23} = \frac{1/6}{2} \Rightarrow x = 36/8\,g\,Na$$

$$\frac{\text{حجم گاز}}{\underbrace{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}}_{Cl_2}} = \frac{\text{mol}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{e^-}} \Rightarrow \frac{x}{1\times 22/4} = \frac{1/6}{2} \Rightarrow x = 17/92\,L\,Cl_2$$

گول نخوری در این سؤال *باید هواستون باشه* به ازای تولید هر مول سدیم، یک مول الکترون و به ازای تولید هر مول گاز کلر، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود و *اگر هواستون به ضریب‌ها نباشه*، جرم سدیم و حجم کلر رو به اشتباه *ممکنه دو برابر یا نصف جواب درست* به دست بیاورید.

شیمی

۲۰ براساس شکل زیر، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



الف) اگر **M** و **N** به ترتیب آلومینیم و روی باشند، در قطرهٔ آب، غلظت یون‌های Zn^{2+} به تدریج افزایش می‌یابد.

ب) اگر **M** و **N** به ترتیب طلا و نقره باشند، با ایجاد خاصیت اسیدی در آب، غلظت هر دو کاتیون مربوط به طلا و نقره افزایش می‌یابد.

پ) اگر M فلز آهن و N فلز روی باشد، از این ترکیب در ساخت کانال کولر استفاده می‌شود. در این صورت فلز M در برابر خوردگی محافظت می‌شود.

ت) اگر **M** و **N** به ترتیب از جنس آهن و قلع باشند، از آن برای ساخت ظروف بسته‌بندی مواد غذایی استفاده می‌شود.

۱) الف ـ ب

۲) ب ـ پ

۳) پ ـ ت

۴) الف ـ ت

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های «پ» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) اگر M و N به ترتیب Al و Zn باشند، با قرارگرفتن آن‌ها در معرض اکسیژن و رطوبت، آلومینیم چون کاهنده قوی‌تری است، اکسید شده و **غلظت گونهٔ Al^{3+} در قطرهٔ آب افزایش می‌یابد.**

ب) با ایجاد خاصیت اسیدی در آب، غلظت یون هیدرونیوم در آن افزایش می‌یابد؛ ولی *مواستون باشه که* **فلزهای نقره و طلا با اسید واکنش نمی‌دهند.**

پ) این جمله به دلیل پدیدهٔ حفاظت کاتدی درست است. اجازه بدهید با جزئیات بیشتری توضیح دهم.

آهن در حضور اکسیژن و رطوبت دچار خوردگی می‌شود. در این فرایند، آهن اکسید می‌شود. این واکنش الکتروشیمیایی شامل دو نیم‌واکنش است:

نیم‌واکنش اکسایش: $Fe(s) \rightarrow \overset{2+}{Fe}(aq) + 2e^-$

نیم‌واکنش کاهش: $O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$

حفاظت کاتدی: برای جلوگیری از خوردگی آهن، می‌توان از روش حفاظت کاتدی استفاده کرد. در این روش، فلز فعال‌تری (با پتانسیل کاهشی کم‌تر) مانند روی (Zn) به آهن متصل می‌شود.

روی به عنوان آند قربانی می‌شود: در این حالت، روی به عنوان آند عمل می‌کند و اکسید می‌شود و از اکسیدشدن آهن جلوگیری می‌کند. به عبارت دیگر، روی به جای آهن قربانی شده و خورده می‌شود.

کاربرد در کانال کولر: کانال‌های کولر اغلب در معرض رطوبت قرار دارند و به همین دلیل مستعد خوردگی هستند. با استفاده از ورق‌های گالوانیزه (ورق آهن پوشش داده‌شده با روی) در ساخت کانال کولر، می‌توان از خوردگی آهن جلوگیری کرد.

ت)

آهن + لایهٔ نازکی از فلز قلع(Sn) ← حلبی ← (کاربرد) ساخت ظروف بسته‌بندی مواد غذایی

نکته حالا برای جمع‌بندی نگاهی به جدول *جمع وجور* زیر بیندازید:

نوع آهن	آهن گالوانیزه (آهن سفید) (آهن + لایهٔ نازکی از فلز روی)	حلبی (آهن + لایهٔ نازکی از فلز قلع)
نوع حفاظت آهن	فیزیکی + کاتدی	فقط فیزیکی
آند	روی	آهن
نیم‌واکنش اکسایش	$Zn(s) \longrightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-$	$Fe(s) \longrightarrow Fe^{2+}(aq) + 2e^-$
کاتد	آهن	قلع
نیم‌واکنش کاهش	$O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \longrightarrow 4OH^-(aq)$	$O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \longrightarrow 4OH^-(aq)$
گونهٔ کاهنده	Zn	Fe
گونهٔ اکسنده	O_2	O_2
رسوب تشکیل شده در پایان واکنش	روی هیدروکسید	آهن (III) هیدروکسید $(Fe(OH)_3)$
کاربرد	تانکر آب و کانال کولر	ظروف بسته‌بندی مواد غذایی

1- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

موارد «ب» و «پ» نادرست است.

ب) نادرست

$$\text{وازلین : } C_{25}H_{52} \Rightarrow \text{شمار پیوند اشتراکی} = \frac{(25\times C)+(52\times H)}{2} = \frac{(25\times 4)+(52\times 1)}{2} = 76$$

(۷۶ مضربی از عدد ۹ نیست و حتی نیازی به محاسبه شمار پیوندها در مولکول اوره نیست.)

$$\text{اوره : } CO(NH_2)_2 \Rightarrow \text{شمار پیوند اشتراکی} = \frac{C+O+(2\times N)+(4\times H)}{2} = \frac{4+2+6+4}{2} = 8$$

پ) نادرست

$$\begin{cases} \text{جرم مولی وازلین : } C_{25}H_{52} = 352\,g\cdot mol^{-1} \\ \text{جرم مولی بنزین : } C_8H_{18} = 114\,g\cdot mol^{-1} \end{cases} \Rightarrow \text{تفاوت} = 238$$

$$\text{جرم مولی چهارمین آلکین } (C_nH_{2n-2}) \Rightarrow C_5H_8 \text{ جرم مولی} = 68\,g\cdot mol^{-1} \Rightarrow \frac{238}{68} = 3/5 \neq 4$$

اینجوری هم میشه

پ)

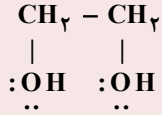
$$\begin{cases} C_{25}H_{52} \\ C_8H_{18} \end{cases} \xrightarrow{\text{اختلاف}} C_{17}H_{34} : 17\times 12+34\times 1 = 238\,g\cdot mol^{-1}$$

$$\text{جرم مولی چهارمین آلکین } (C_nH_{2n-2}) \Rightarrow C_5H_8 \text{ جرم مولی} = 68\,g\cdot mol^{-1} \Rightarrow \frac{238}{68} = 3/5 \neq 4$$

نباید سراغ اینا بری

الف) درست

اتیلن گلیکول : $C_2H_6O_2 \Rightarrow$ شمار جفت الکترون ناپیوندی = ۴



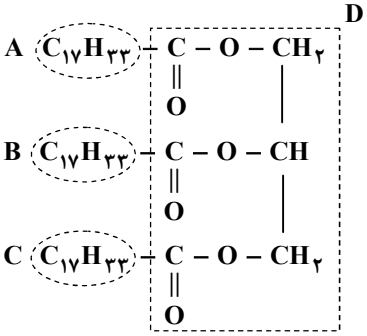
اوره : $CO(NH_2)_2 \Rightarrow$ شمار عناصر تشکیل‌دهنده = ۴

ت) درست؛ فرمول مولکولی گلوکز و روغن زیتون به‌ترتیب $C_6H_{12}O_6$ و $C_{57}H_{104}O_6$ است که در هر دو ماده شمار اتم‌های اکسیژن یکسان و برابر ۶ است.

2- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

گزینهٔ ۴: نادرست؛ بخش D در تمام استرهای طبیعی سنگین، یکسان و دارای فرمول مولکولی $C_6H_5O_6$ است؛ بنابراین تفاوت شمار اتم‌های کربن و اکسیژن در این بخش همواره برابر صفر است.



نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: درست؛ اگر هر سه گروه A، B و C یکسان باشند، فرمول مولکولی آن‌ها $C_{17}H_{33}$ است.

گزینهٔ ۲: درست؛ در صورت یکسان بودن هر سه زنجیر هیدروکربنی، فرمول آن‌ها $C_{17}H_{33}$ است، که در مقایسه با زنجیر هیدروکربنی سیرشدهٔ ۱۷ کربنی یا $C_{17}H_{35}$ دو اتم هیدروژن کمتر دارند، پس در ساختار هر سه زنجیر یک پیوند $C=C$ وجود دارد.

گزینهٔ ۳: درست؛ در اثر واکنش با سدیم هیدروکسید صابونی با فرمول $C_{17}H_{33}COONa$ $(C_{18}H_{33}O_2Na)$ تولید خواهد شد.

3- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

ابتدا با توجه به واکنش صابونی شدن زیر فرمول صابون را مشخص می‌کنیم:

$$C_nH_{2n-4}O_6 + 3NaOH \rightarrow 3C_{n'}H_{2n'-1}O_2Na + C_3H_8O_3$$

$$0/3\,mol\,NaOH \times \frac{3\,mol\,\text{صابون}}{3\,mol\,NaOH} \times \frac{M\,\text{جرم مولی}}{1\,mol\,\text{صابون}} = 87/6\,g \Rightarrow M = 292$$

$$\text{جرم مولی } C_{n'}H_{2n'-1}O_2Na : 292 = 14n' - 1 + 32 + 23 \Rightarrow n' = 17$$

شمار اتم‌های کربن در استر سنگین سه عاملی برابر $3n'+3$ است، پس با توجه به فرمول کلی این استر که به‌صورت $C_nH_{2n-4}O_6$ است، فرمول مولکولی آن $C_{54}H_{100}O_6$ می‌شود.

4- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

الف) درست؛ صابون مایع از گرم کردن چربی‌ها با پتاسیم هیدروکسید یا محلول آمونیاک تهیه می‌شود.

ب) درست؛ نمک‌های پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب صابون مایع هستند و مثل دیگر صابون‌ها هم در آب و هم در چربی حل می‌شوند.

نباید سراغ اینا بری

پ) نادرست؛ $C_{57}H_{110}O_6$ (چربی کوهان شتر) یک استر بلندزنجیر است، که الکل سازنده آن یک الکل سه عاملی با فرمول شیمیایی $C_3H_8O_3$ است.

ت) نادرست؛ اسیدهای چرب، کربوکسیلیک اسیدهای بلندزنجیر هستند؛ بنابراین اولین و دومین عضو این خانواده، اسید چرب به‌شمار نمی‌آیند.

5- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

عبارت‌های نادرست:

پ) شاخص امید به زندگی در کشورها و حتی شهرهای یک کشور هم متفاوت است؛ زیرا به عوامل گوناگونی بستگی دارد.

ت) هرچند امید به زندگی در کشورهای برخوردار از کم‌برخوردار بیشتر است، اما رشد این شاخص و افزایش آن در کشورهای کم‌برخوردار شیب تندتری دارد؛ زیرا در سال‌های اخیر توسعه بهداشت و خدمات‌رسانی در نواحی کم‌برخوردار جهان توجه بیشتری شده است.

6- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

گزینهٔ ۲: درست؛ صابون‌های دارای یون آمونیوم $(RCOONH_4)$، مایع ولی صابون‌های دارای یون سدیم $(RCOONa)$، جامد هستند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: نادرست؛ چربی‌ها مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلندزنجیر هستند که استرها امکان تشکیل پیوند هیدروژنی را ندارند. جاذبه غالب در آن‌ها از نوع واندروالسی است.

گزینهٔ ۳: نادرست؛ حالت فیزیکی صابون‌ها به زنجیر هیدروکربنی آن‌ها وابسته نیست.

گزینهٔ ۴: نادرست؛ برای تولید صابون نمی‌توان از همه کربوکسیلیک اسیدها استفاده کرد و باید اسیدهای چرب (کربوکسلیک اسیدهای دراز زنجیر) به کار روند.

7- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

گزینهٔ ۴ درست است.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: نادرست؛ کاتیون به کار رفته در صابون بر میزان انحلال‌پذیری آن تأثیر دارد. ولی بخش کاتیونی صابون هیچ نقشی در پاک‌کنندگی صابون ندارد ازاین‌رو حالت فیزیکی صابون ارتباطی با پاک‌کنندگی آن ندارد.

گزینهٔ ۲: نادرست؛ آنچه باعث پراکنده شدن قطرات چربی در آب می‌شود، سر قطبی صابون $(-COO^-)$ است.

گزینهٔ ۳: نادرست؛ در کلوئید مورد اشاره اندازه بار در ذره‌ها یکسان نیست.

8- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.

پ) درست؛ اندازهٔ ذره‌های سازنده کلوئیدها بزرگ‌تر از اندازه ذره‌های سازنده محلول‌ها است.

ت) درست؛ کلوئید مخلوطی ناهمگن و پایدار است.

نباید سراغ اینا بری

الف) نادرست؛ محلول‌ها مخلوط‌هایی همگن هستند، اما کلوئیدها مخلوطی ناهمگن به‌شمار می‌آیند ولی به ظاهر همگن هستند.

ب) نادرست؛ بررسی رفتار نور هنگام عبور از مخلوط، نمی‌تواند کلوئیدها را از سوسپانسیون‌ها متمایز سازد؛ زیرا نور هنگام عبور از هر دو نوع مخلوط پخش شده و مسیر عبور نور از درون این دو نوع مخلوط (برخلاف محلول‌ها) معلوم است.

9- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

با توجه به نمودار ارائه شده، رابطهٔ بین متغیرهای X و Y مستقیم است. به این معنی که با افزایش متغیر X، متغیر Y نیز افزایش می‌یابد و برعکس.

گزینهٔ ۲: درست؛ با افزایش مقدار صابون آنزیم‌دار، آنزیم‌های بیشتری برای تجزیهٔ لکه‌ها در دسترس قرار می‌گیرند. این آنزیم‌ها لکه‌ها را خرد می‌کنند و شستن آن‌ها را آسان‌تر می‌کنند، به همین دلیل درصد لکه باقی‌مانده روی پارچه کمتر می‌شود نه بیشتر. (رابطه بین مقدار صابون آنزیم‌دار و درصد لکهٔ باقی‌مانده عکس است.)

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: نادرست؛ افزایش دما باعث افزایش جنبش مولکولی در محلول صابون می‌شود. این جنبش بیشتر، به مولکول‌های صابون اجازه می‌دهد تا راحت‌تر به چربی‌ها و کثیفی‌ها بچسبند و آن‌ها را از سطوح جدا کنند. در نتیجه، صابون در دمای بالاتر، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری خواهد داشت. (رابطه بین متغیر دما و قدرت پاک‌کنندگی مستقیم است.)

گزینهٔ ۳: نادرست؛ افزایش میزان صابون (آنزیم‌دار یا بدون آنزیم)، به‌طور مستقیم منجر به افزایش حجم و میزان ارتفاع کف تولیدی می‌گردد. به بیان ساده، هرچه مقدار صابون بیشتر باشد، کف بیشتری حاصل می‌شود. (رابطه بین مقدار صابون و کف تولیدی مستقیم است.)

گزینهٔ ۴: نادرست؛ هنگامی که لکه‌ای روی پارچه‌های پلی‌استری نفوذ کند، به سختی از آن جدا می‌شود. افزایش درصد پلی‌استر در پارچه، میزان جذب رطوبت و مواد شوینده را کاهش می‌دهد و در نتیجه، شست‌وشوی لکه‌ها دشوارتر می‌شود. به عبارت دیگر، هرچه الیاف پلی‌استر در پارچه بیشتر باشد، احتمال باقی ماندن لکه پس از شست‌وشو افزایش می‌یابد. (رابطه بین درصد پلی‌استر در تهیه پارچه و درصد لکهٔ باقی‌مانده نیز مستقیم است.)

10- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

معادلهٔ موازنه شده واکنش چنین است:

$$۲RCOONa + Mg^{۲+} \rightarrow (RCOO)_۲Mg + ۲Na^+$$

$$۰/۲۰۰L \times \frac{۰/۲mol\,Mg^{۲+}}{۱L} \times \frac{۲۵}{۱۰۰} \times \frac{۲mol\,\text{صابون}}{۱mol\,Mg^{۲+}} \times \frac{M\,g\,\text{صابون}}{۱mol\,\text{صابون}} = ۵/۵۶g\,\text{صابون} \Rightarrow M = ۲۷۸g$$

اینجوری هم میشه

$$Mg^{۲+} \sim ۲RCOONa$$

$$\frac{۰/۲L \times ۰/۲\frac{mol}{L} \times \frac{۲۵}{۱۰۰}}{۱} = \frac{۵/۵۶g}{M \times ۲} \Rightarrow M = ۲۷۸g$$

پس جرم مولی صابون موردنظر ۲۷۸ گرم بر مول است، فرمول شیمیایی صابون با زنجیر هیدروکربنی سیرشده $C_nH_{۲n+۱}COONa$ بوده و جرم مولی آن از رابطهٔ $۱۴n + ۶۸$ قابل محاسبه است:

$$۱۴n + ۶۸ = ۲۷۸ \Rightarrow n = ۱۵$$

11- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

پاک‌کننده‌های غیرصابونی دارای حلقه بنزنی بوده و در نتیجه آروماتیک به‌شمار می‌آیند. در حالی که پاک‌کننده‌های صابونی چنین ویژگی را ندارند. از طرفی پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب سخت نیز خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند؛ در حالی که پاک‌کننده‌های صابونی با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب سخت به رسوب تبدیل می‌شوند و در آب سخت قدرت پاک‌کنندگی خود را از دست می‌دهند.

12- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

با توجه به فرمول عمومی پاک‌کننده‌های صابونی جامد $(C_nH_{۲n-۱}O_۲Na)$ و نسبت جرمی کربن به اکسیژن می‌توان فرمول شیمیایی آن را مشخص کرد:

$$\frac{C\,\text{جرم}}{O\,\text{جرم}} = ۷/۵ \Rightarrow \frac{n \times ۱۲}{۲ \times ۱۶} = ۷/۵ \Rightarrow n = ۲۰ \Rightarrow \text{فرمول شیمیایی صابون} : C_{۲۰}H_{۳۹}O_۲Na$$

از سویی فرمول عمومی پاک‌کننده غیرصابونی که زنجیر هیدروکربنی آن نیز سیرشده باشد به‌صورت $C_nH_{۲n+۱}C_۶H_۴SO_۳Na$ می‌باشد. با توجه به برابر بودن تعداد اتم‌های هیدروژن در این دو پاک‌کننده می‌توان برای تعیین فرمول شیمیایی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی به‌صورت زیر عمل کرد:

$$۲n + ۱ + ۴ = ۳۹ \Rightarrow n = ۱۷ \Rightarrow \text{فرمول شیمیایی پاک‌کننده غیرصابونی} : C_{۱۷}H_{۳۵}C_۶H_۴SO_۳Na$$

حال می‌توان درصد جرمی سدیم موجود در این پاک‌کننده را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$\%Na = \frac{\text{جرم سدیم}}{\text{جرم پاک‌کننده}} \times ۱۰۰ = \frac{۲۳}{۴۱۸} \times ۱۰۰ \simeq \%۵/۵$$

13- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

پاک‌کننده‌های خورنده، علاوه‌بر برهم‌کنش‌های فیزیکی، قادر به انجام واکنش‌های شیمیایی با آلاینده‌ها نیز هستند. این واکنش‌ها منجر به تبدیل آلاینده‌ها به موادی می‌شوند که به راحتی با آب شسته می‌شوند. اما پاک‌کننده‌هایی که براساس برهم‌کنش میان ذره‌ای عمل می‌کنند (پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی)، فقط براساس برهم‌کنش‌های فیزیکی عمل می‌کنند و نمی‌توانند با آلاینده‌ها واکنش شیمیایی انجام دهند. ویژگی‌های گزینه‌های ۱ و ۲ از ویژگی‌های مشترک میان پاک‌کننده‌های خورنده و پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی است، از سویی پاک‌کننده‌های خورنده از نظر شیمیایی فعال‌اند و خاصیت خورندگی دارند، به همین دلیل نباید با پوست تماس داشته باشند. در واقع ایمنی پاک‌کننده‌های خورنده در تماس با پوست کمتر از پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی است.

14- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

خوبه اینو بدونی

- ابتدا فرمول دو پاک‌کننده را تعیین می‌کنیم:

فرمول همگانی پاک‌کننده‌های صابونی با زنجیر آلکیل به‌صورت $C_nH_{2n-1}O_2Na$ است.

شوینده صابونی $A: C_{17}H_{33}-\overset{\overset{:O:}{\|}}{C}-\overset{\overset{..}{:O:}^{-}}{\underset{..}{}}Na^+$

فرمول همگانی پاک‌کننده‌های غیرصابونی با زنجیر آلکیل به‌صورت $C_nH_{2n+1}C_6H_4SO_3Na$ است.

شوینده غیرصابونی $B: C_{12}H_{25}C_6H_4-\overset{\overset{:O:}{|}}{\underset{\underset{:O:}{|}}{S}}-\overset{\overset{..}{:O:}^{-}}{\underset{..}{}}Na^+$

جوابش اینه

برای مقایسه جرم مولی پاک‌کننده‌ها کافیست اختلاف شمار اتم‌ها را در آن‌ها مقایسه کنیم.

$$\text{جرم مولی}: \underset{4H}{\overset{(A)}{C_{18}H_{33}O_2Na}} < \underset{S+O}{\overset{(B)}{C_{18}H_{29}SO_3Na}}$$

$$\text{اختلاف جرم مولی} = (32+16)-(4\times1) = 48-4 = 44\,g\cdot mol^{-1}$$

پاک‌کننده غیرصابونی B به اندازه ۴۴ گرم از پاک‌کنندهٔ صابونی A سنگین‌تر است.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: قدرت پاک‌کنندگی B (غیرصابونی) بیشتر است.

گزینهٔ ۳: صابون دارای ۵ جفت الکترون ناپیوندی است ولی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی ۹ جفت الکترون ناپیوندی دارد.

گزینهٔ ۴: تعداد کربن در هر دو پاک‌کننده یکسان و برابر ۱۸ است.

15- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

خوبه اینو بدونی

- با توجه به تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن در حلقه بنزنی (C_6H_4) این نوع پاک‌کننده با شمار اتم‌های هیدروژن در زنجیر کربنی، می‌توان نتیجه گرفت که شمار اتم‌های هیدروژن در زنجیر کربنی برابر ۲۱ است و از سوی دیگر در ساختار این پاک‌کننده ۴ پیوند دوگانه نیز وجود دارد که با توجه به وجود ۳ پیوند دوگانه در حلقه بنزنی پس یک پیوند دوگانه باید در زنجیره کربنی وجود داشته باشد؛ بنابراین فرمول عمومی زنجیر کربنی با یک پیوند دوگانه به‌صورت C_nH_{2n+1-2} است در نتیجه: $2n-1=21 \Rightarrow 2n=22 \Rightarrow n=11$

جوابش اینه

گزینهٔ ۴: نادرست؛ شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی پاک‌کننده غیرصابونی مستقل از شمار اتم‌های کربن بوده و همواره برابر ۹ زوج الکترون ناپیوندی است.

$$R-\overset{\overset{:O:}{|}}{\underset{\underset{:O:}{|}}{S}}-\overset{\overset{..}{:O:}^{-}}{\underset{..}{}}Na^+$$

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: درست؛ فرمول زنجیر کربنی $C_{11}H_{21}$ است.

گزینهٔ ۲: درست؛ جرم مولی آن برابر ۳۳۲ گرم بر مول است.

$C_{11}H_{21}C_6H_4SO_3Na$

جرم مولی : $(11\times12)+(21\times1)+(6\times12)+(4\times1)+32+(3\times16)+23=332\,g\cdot mol^{-1}$

گزینهٔ ۳: درست؛ ۱۰ پیوند $C-C$ در زنجیره کربنی و ۳ پیوند $C-C$ در حلقه بنزنی وجود دارد.

16- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

گزینهٔ ۳ درست است.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: هگزان حلال بوده و پاک‌کننده خورده محسوب نمی‌شود.

گزینهٔ ۲: استون حلال و $C_{15}H_{31}COOK$ صابون است و هیچ‌کدام پاک‌کننده خورنده به‌شمار نمی‌آیند.

گزینهٔ ۴: وایتکس یا همان محلول سفیدکننده یک پاک‌کنندهٔ خورنده است ولی $C_{12}H_{25}$–  –SO_3Na یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی است و خورنده به‌شمار نمی‌آید.

17- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

مورد «ب» درست است.

نباید سراغ اینا بری

الف) پاک‌کننده‌های غیرصابونی برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی که منشأ طبیعی دارند، فراورده‌های پتروشیمیایی بوده و طی فرایندهای پیچیده در صنعت تولید می‌شوند و در مقایسه با صابون سازگاری کمتری با محیط‌زیست دارند.

پ) بخش آنیونی پاک‌کننده غیرصابونی $(RC_6H_4SO_3^-)$ و بخش آنیونی صابون (RCO_2^-) هر دو اندازه بار یکسانی دارند.

ت) اگر زنجیر هیدروکربنی یک صابون جامد و یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی یکسان باشد، تفاوت جرم مولی‌های آن‌ها با تفاوت جرم مولی‌های کربن‌دی‌اکسید و گوگرد تری‌اکسید متفاوت است؛ زیرا در ساختار پاک‌کننده غیرصابونی حلقه بنزنی با ۶ اتم کربن و ۴ اتم هیدروژن نیز وجود دارد.

$$\begin{cases}RCOONa\\RC_6H_4SO_3Na\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}CO_2\\C_6H_4SO_3\end{cases}$$

18- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

گزینهٔ ۴: درست؛ حباب‌های گاز تولیدشده با ضربه زدن به چربی‌ها و ایجاد فشار مکانیکی سبب حرکت، تکان خوردن آن‌ها می‌شود.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: نادرست؛ مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده در واکنش برابر ۱۵ است.

$$2Al(s)+2NaOH(s)+6H_2O(l)\rightarrow 2NaAl(OH)_4(aq)+3H_2(g)$$

گزینهٔ ۲: نادرست؛ این واکنش گرماده است و آنتالپی واکنش مقداری منفی است. $(\Delta H<0)$

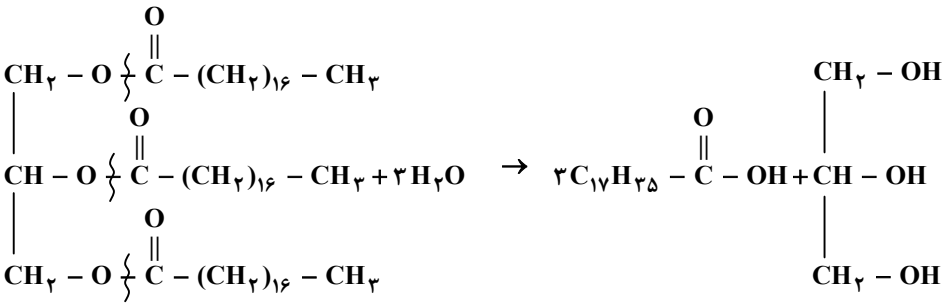
گزینهٔ ۳: نادرست؛ ترکیب تولیدشده محلول در آب است و نقشی در پاک کردن لوله‌های مسدود شده با چربی ندارد.

پاسخ تشریحی آزمون ۱۶ آبان ۱۴۰۴

1- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ **مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)**

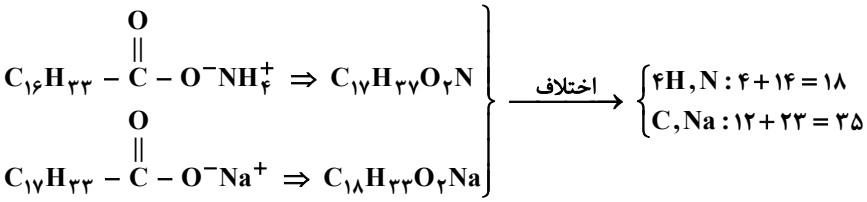
جوابش اینه

گزینهٔ ۱: نادرست؛ اگر $x = 16$ باشد، آبکافت ساختار (۲) به‌صورت زیر است:

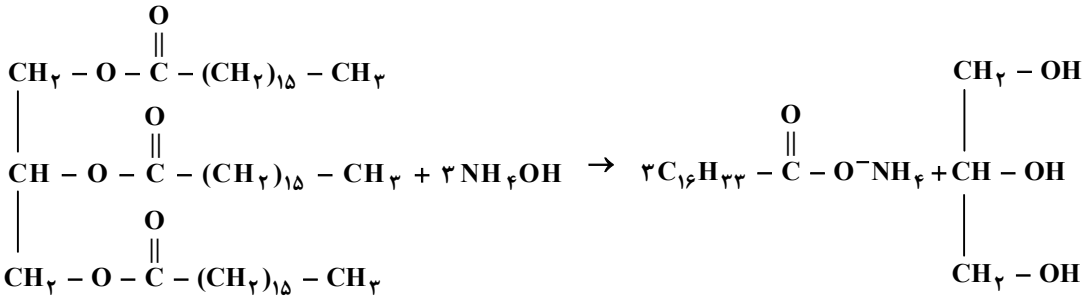


گزینهٔ ۲: نادرست؛ زنجیر هیدروکربنی سیرشده از فرمول C_nH_{2n+1} (آلکیل‌ها) پیروی می‌کند، پس این زنجیر در ساختار (۱) سیرشده نیست و دارای یک پیوند $C=C$ است.

گزینهٔ ۳: نادرست؛ در هر صورت، جرم مولی صابون با ساختار (۳)، کمتر از جرم مولی صابون جامد حاصل از واکنش صابونی شدن ساختار (۱) است، ببینید:



گزینهٔ ۴: درست؛ اگر جرم مولی استر سنگین برابر $848\,g\cdot mol^{-1}$ باشد، پس $x = 15$ خواهد بود.

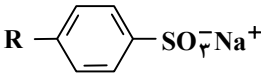


$$?\,g(\text{صابون}) = 636\,g(\text{استر سنگین}) \times \frac{1\,mol(\text{استر سنگین})}{848\,g(\text{استر سنگین})} \times \frac{3\,mol(\text{صابون})}{1\,mol(\text{استر سنگین})} = 2/25\,mol(\text{صابون})$$

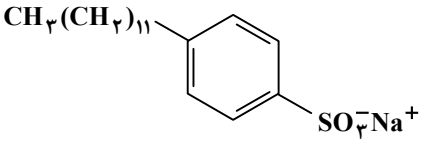
2- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

ساختار یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی با زنجیر هیدروکربنی (R) به‌صورت زیر است:



اگر در ساختار این پاک‌کننده، ۱۱ گروه CH_2 وجود داشته باشد، ساختار آن به‌صورت زیر می‌شود:



فرمول مولکولی این پاک‌کننده به‌صورت $C_{18}H_{29}SO_3Na$ بوده و جرم مولی آن برابر با ۳۴۸ گرم بر مول است. ببینید:

$$\text{جرم مولی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی} = 18(12)+29(1)+1(32)+3(16)+1(23) = 348\,g\cdot mol^{-1}$$

3- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

اگر تعداد مول اسید چرب و استر بلندزنجیر را به‌ترتیب x و y فرض کنیم خواهیم داشت:

$$x+y=0/6$$

از سوی دیگر هر مول اسید چرب با یک مول محلول سدیم هیدروکسید و هر مول استر بلندزنجیر با ۳ مول محلول سدیم هیدروکسید واکنش می‌دهند و تولید صابون می‌کنند.

$$RCOOH + NaOH \rightarrow RCOONa + H_2O$$

$$x\,mol\ \text{اسید چرب} \sim x\,mol\ \text{صابون}$$

$$(RCOO)_3C_3H_5 + 3NaOH \rightarrow 3RCOONa + C_3H_8O_3$$

$$y\,mol\ \text{استر} \sim 3y\,mol\ \text{صابون}$$

$$\begin{cases} x+3y=1/4 \\ x+y=0/6 \end{cases} \Rightarrow 2y=0/8 \Rightarrow \begin{cases} y=0/4 \\ x=0/2 \end{cases}$$

$$\text{درصد مولی اسید چرب} = \frac{\text{مول اسید چرب}}{\text{مول چربی}} \times 100 = \frac{0/2}{0/6} \times 100 = \%33/3$$

4- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

گزینهٔ ۳: نادرست؛ پاک‌کننده‌های خورندهٔ بازی با چربی‌ها واکنش می‌دهند و آن‌ها را به صابون تبدیل می‌کنند. این پاک‌کننده‌ها در ساختار خود زنجیر هیدروکربنی ندارند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: درست؛ واکنش پودر لوله‌بازکن با آب، همراه با تولید گاز هیدروژن است که به باز شدن لوله‌های مسدود شده کمک می‌کند.

گزینهٔ ۲: درست؛ واکنش پودر لوله‌بازکن با آب، گرماده است و افزایش دما سرعت واکنش را افزایش می‌دهد و همچنین به ذوب شدن چربی‌ها کمک می‌کند.

گزینهٔ ۴: درست

5- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

ورود فاضلاب‌های صنعتی به محیط‌زیست می‌تواند منجر به تغییر pH آن شود.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: نادرست؛ بازها در سطح پوست همانند صابون احساس لیزی ایجاد می‌کنند و به آن آسیب می‌رسانند.
گزینهٔ ۲: نادرست؛ زندگی بسیاری از (نه همه) آبزیان به pH آب وابسته است.
گزینهٔ ۴: نادرست؛ اغلب فلزها با محلول اسیدها واکنش می‌دهند.

6- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

	HA	$\rightleftharpoons$	H^+	+	A^-
غلظت اولیه :	۰/۵		۰		۰
تغییرات غلظت :	$-x$		$+x$		$+x$
غلظت تعادلی :	$۰/۵-x$		x		x

$$\text{تفاوت غلظت تعادلی مواد شرکت‌کننده} = \frac{۰/۰۱\text{mol}}{۰/۱\text{L}} = ۰/۱\frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

با توجه به نمودار تفاوت غلظت HA یونش نیافته و غلظت هریک از یون‌های H^+ یا A^- برابر است با:

$$(۰/۵-x)-x=۰/۱ \Rightarrow ۰/۵-۲x=۰/۱ \Rightarrow ۲x=۰/۴ \Rightarrow x=۰/۲\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-۱}$$

$$K=\frac{[H^+][A^-]}{[HA]}=\frac{۰/۲\times۰/۲}{۰/۵-۰/۲}=\frac{۰/۰۴}{۰/۳}=\frac{۴}{۳۰}$$

7- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

با توجه به سرخ رنگ شدن کاغذ pH در محلول تهیه شده از اکسید عنصر A، می‌توان نتیجه گرفت که عنصر A عنصری نافلز است؛ زیرا اغلب محلول اکسیدهای نافلزی در آب خاصیت اسیدی دارند و کاغذ pH را سرخ رنگ می‌کنند.
گزینهٔ ۱: درست؛ همهٔ نافلزها در دستهٔ p جدول دوره‌ای جای دارند. (به‌جز هیدروژن که اکسید آن یا همان $H_۲O$ از نظر pH ماده‌ای خنثی است.)
گزینهٔ ۲: درست؛ دی نیتروژن پنتااکسید $(N_۲O_۵)$ در دمای اتاق به حالت جامد است و هر مول از آن بر اثر انحلال در آب، چهار مول یون تولید می‌کند:

$$N_۲O_۵(s)+H_۲O(l)\rightarrow ۲HNO_۳(aq)\rightarrow ۲H^+(aq)+۲NO_۳^-(aq)$$

خوبه اینو بدونی

- اکسیدهای فسفردار جامدند $(P_۴O_۶, P_۴O_{۱۰})$ و از واکنش آن‌ها با آب، محلول اسیدهای ضعیف به‌دست می‌آید.

گزینهٔ ۴: درست؛ اگرچه انحلال برخی اکسیدهای نافلزی (مثل NO و CO) در آب به‌صورت مولکولی است، اما اگر انحلال اکسید عنصر A در یک محلول به آن خاصیت اسیدی داده و کاغذ pH را سرخ رنگ کند، پس انحلال آن به یقین از نوع مولکولی نبوده و به‌صورت یونش خواهد بود. همچنین با اینکه می‌توان اسید و باز را براساس مدل آرنیوس تشخیص داد، اما نمی‌توان دربارهٔ میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول اظهارنظر کرد.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۳: نادرست؛ اکسید عنصر A را می‌توان اسید آرنیوس در نظر گرفت، نه خود عنصر A! برای مثال عنصر گوگرد با آب واکنش نمی‌دهد ولی گاز $SO_۳$ در واکنش با آب، محلول سولفوریک اسید تولید می‌کند.

8- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$\begin{cases} N_۲O_۵+H_۲O\rightarrow ۲H^+ +۲NO_۳^- \\ x\,g\,N_۲O_۵\times\frac{۱\,mol\,N_۲O_۵}{۱۰۸\,g\,N_۲O_۵}\times\frac{۴\,mol\,\text{یون}}{۱\,mol\,N_۲O_۵}=\frac{x}{۲۷} \end{cases}$$

$$\begin{cases} K_2O + H_2O \rightarrow 2K^+ + 2OH^- \\ y\,g\,K_2O \times \frac{1\,mol\,K_2O}{94\,g\,K_2O} \times \frac{4\,mol\,\text{یون}}{1\,mol\,K_2O} = \frac{y}{23/5} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{27} = \frac{y}{23/5} = \frac{z}{18/66}$$

$$\begin{cases} CaO + H_2O \rightarrow Ca^{2+} + 2OH^- \\ z\,g\,CaO \times \frac{1\,mol\,CaO}{56\,g\,CaO} \times \frac{3\,mol\,\text{یون}}{1\,mol\,CaO} = \frac{z}{18/66} \end{cases}$$

در حالت تساوی فوق، هر کسری که مخرج آن بزرگ‌تر باشد، صورت آن کسر نیز بزرگ‌تر خواهد بود، پس:

$$x > y > z$$

9- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ **مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)**

جوابش اینه

$$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$$

$$[H^+] = [A^-] = \frac{[\text{یون‌ها}]}{2} = \frac{0/1}{2} = 0/05\,\frac{mol}{L}$$

$$[HA]_{\text{اولیه}} = [HA]_{\text{موجود}} + [HA]_{\text{یونیده‌شده}} = 0/9 + 0/05 = 0/95$$

$$\%\alpha = \frac{\text{غلظت مولی اسید یونیده‌شده}}{\text{غلظت مولی اسید حل‌شده}} \times 100 = \frac{0/05}{0/95} \times 100 \simeq \%5/2$$

10- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)**

جوابش اینه

ثابت یونش اسید تنها تابعی از دما است و در دمای معین، اسیدی که ثابت یونش بزرگ‌تری دارد، اسید قوی‌تری است. در دمای معین، اگر محلول‌هایی با غلظت مولی یکسان از دو اسید تک پروتون‌دار در نظر گرفته شوند، محلول اسید قوی‌تر حاوی غلظت بیشتری از یون‌ها بوده، رسانایی الکتریکی بیشتری داشته و اسیدی‌تر است.

گزینهٔ ۱: نادرست؛ در اسیدهای ضعیف تک پروتون‌دار که ثابت یونش اسیدی کوچک‌تر از 10^{-4} است میان ثابت یونش (K_a) و درجه یونش (α) رابطهٔ تقریبی زیر برقرار است:

$$K_a = M\alpha^2 \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{K_a}{M}} \Rightarrow \frac{\alpha(HA)}{\alpha(HB)} = \sqrt{\frac{K_a(HA)\cdot M(HB)}{K_a(HB)\cdot M(HA)}}$$

$$= \sqrt{\frac{4\times10^{-6}}{8\times10^{-8}}} = \sqrt{\frac{1}{2}\times10^2} = \sqrt{\frac{1}{2}}\times10 \neq 5$$

گزینهٔ ۲: نادرست؛ میزان رسانایی الکتریکی محلول‌ها، به غلظت مولی یون‌های محلول وابسته است و با در نظر گرفتن K_a دو اسید به تنهایی نمی‌توان در مورد رسانایی الکتریکی محلول آن‌ها اظهارنظر کرد.

گزینهٔ ۳: درست؛ $HB(aq)$ اسید ضعیف‌تری است؛ بنابراین اگر غلظت مولکول‌های یونش نیافته در محلول دو اسید برابر باشد، پس غلظت مولی محلول $HB(aq)$ کمتر بوده است.

گزینهٔ ۴: نادرست؛ غلظت یون هیدرونیوم در محلول افزون بر K_a و یا α به غلظت مولی اسید نیز وابسته است.

11- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ **مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)**

جوابش اینه

پ) نادرست؛ C_2H_5OH (اتانول) یک الکل است و در آب یون OH^- تولید نمی‌کند. (اتانول در آب یونش نمی‌یابد و فقط به شکل مولکولی حل می‌شود.)

ت) نادرست؛ یک مول لیتیم اکسید در آب چهار مول یون تولید می‌کند:

$$Li_2O(s) + H_2O(l) \rightarrow \underbrace{2Li^+ + 2OH^-}_{\text{۴ مول یون}}$$

نباید سراغ اینا بری

الف) درست؛ اکسیدهای نیتروژن مانند NO_2 و N_2O_5، همچنین اکسیدهای گوگرد مانند SO_2 و SO_3، در آب محلولی اسیدی تولید می‌کنند.

ب) درست؛ چهار گاز HF، HCl، HBr و HI با وارد شدن در آب، محلول اسیدی تولید می‌کنند.

12- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

برابر بودن رسانایی الکتریکی در دو محلول به معنای برابر بودن شمار یون‌ها در آن‌ها است:

$$HX \rightarrow H^+ + X^-$$

$$[H^+] = [X^-] = ۵\times۱۰^{-۳}\ mol\cdot L^{-۱}$$

$$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$$

$$[H^+] = [A^-] = ۵\times۱۰^{-۳}\ mol\cdot L^{-۱}$$

$$\%\alpha = \frac{\text{غلظت مولی اسید یونیده شده}}{\text{غلظت مولی اسید حل شده}}\times۱۰۰ = \frac{۵\times۱۰^{-۳}}{۰/۲}\times۱۰۰ = \%۲/۵$$

13- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

مورد «دوم»: درست؛ ازآنجایی که غلظت‌های ابتدایی دو اسید برابر بوده اما غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسید HA بیشتر است، می‌توان نتیجه گرفت که قدرت اسیدی HA بیشتر از قدرت اسیدی HB است.

مورد «چهارم»: درست؛ با داشتن درجه یونش (در مورد اول) می‌توان K_a را به‌دست آورد.

$$K_a = \frac{M\alpha^۲}{۱-\alpha} \Rightarrow \begin{cases} K_a(HA) = \frac{۱\times(۰/۵)^۲}{۱-۰/۵} = ۰/۵ \\ K_a(HB) = \frac{۱\times(۰/۲)^۲}{۱-۰/۲} = ۰/۰۵ \end{cases}$$

نباید سراغ اینا بری

مورد «اول»: نادرست

$$\%\alpha = \frac{\text{شمار مولکول‌های اسید یونش یافته}}{\text{شمار مولکول‌های اسید حل شده}}\times۱۰۰ \Rightarrow \begin{cases} \alpha_{(HA)} = \frac{۵}{۱۰}\times۱۰۰ = \%۵۰ \\ \alpha_{(HB)} = \frac{۲}{۱۰}\times۱۰۰ = \%۲۰ \end{cases}$$

مورد «سوم»: نادرست؛ درجه یونش هیدروکلریک اسید برابر یک است و در نمای ذره‌ای باید تمام مولکول‌های آن به‌طور کامل یونش یافته باشد ولی در شکل HA چنین نیست. با توجه به دو شکل هر دو اسید ضعیف هستند ولی قدرت اسیدی HA بیشتر از HB است.

۱ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

گزینهٔ ۱: نادرست؛ کربن (گرافیت) نوعی رسانای الکترونی است و تمایلی به تشکیل کاتیون ندارد.

گزینهٔ ۲: نادرست؛ سولفوریک اسید (H_2SO_4) همانند هیدروکلریک اسید (HCl) یک الکترولیت قوی است، اما رسانایی الکتریکی محلول‌هایی با شرایط یکسان از سولفوریک اسید و هیدروکلریک اسید متفاوت است. سولفوریک اسید برخلاف هیدروکلریک اسید یک اسید دو پروتون‌دار بوده و در محلول آن یون‌های بیشتری وجود دارد.

گزینهٔ ۳: درست؛ هر دو اسید تک پروتون‌دار هستند و از یونش هر مولکول از آن‌ها دو یون تولید می‌شود. معادلهٔ یونش دو اسید ضعیف HF و HA به‌صورت زیر است:

$$HF(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + F^-(aq)$$

$$HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq)$$

اکنون غلظت مولی کل یون‌ها در دو محلول را حساب می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی کل یون‌ها در محلول HF} = M \cdot \alpha \cdot i = ۱ \times ۰/۰۲ \times ۲ = ۰/۰۴ \, mol \cdot L^{-1}$$

$$\text{غلظت مولی کل یون‌ها در محلول HA} = M \cdot \alpha \cdot i = ۰/۲ \times ۰/۲ \times ۲ = ۰/۰۸ \, mol \cdot L^{-1}$$

توجه داشته باشید که i نشان‌دهندهٔ تعداد یون‌های حاصل از یونش اسید است.

ازآنجایی‌که غلظت مولی کل یون‌ها در محلول اسید HA بیشتر است؛ بنابراین رسانایی الکتریکی محلول آن نیز بیشتر خواهد بود.

گزینهٔ ۴: نادرست؛ گلوکز برخلاف سدیم کلرید غیرالکترولیت است و محلول آن رسانایی الکتریکی ایجاد نمی‌کند.

۲ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

هر دو اسید تک پروتون‌دار و ضعیف هستند که معادلهٔ یونش آن‌ها را می‌توان به‌صورت کلی زیر نشان داد:

$$HX(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + X^-(aq)$$

بنابراین شمار یون‌های موجود در محلول اسیدها، دو برابر شمار مولکول‌های یونیده شده است. به عبارتی به‌ازای هر مولکول اسید یونش یافته، دو یون تولید می‌شود.

$$\text{درجهٔ یونش} = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده‌شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل‌شده}} = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده‌شده}}{\text{شمار مولکول‌های یونیده‌نشده} + \text{شمار مولکول‌های یونیده‌شده}}$$

$$\begin{cases} \alpha_{HA} = \dfrac{(\frac{۲۰۰}{۲})}{۸۰۰ + \frac{۲۰۰}{۲}} = \dfrac{۱}{۹} \\ \alpha_{HB} = \dfrac{(\frac{۳۶۰}{۲})}{۶۴۰ + \frac{۳۶۰}{۲}} = \dfrac{۹}{۴۱} \end{cases} \Rightarrow \frac{\alpha_{HA}}{\alpha_{HB}} = \frac{\frac{۱}{۹}}{\frac{۹}{۴۱}} = \frac{۴۱}{۸۱}$$

۳ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$$

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{(\underbrace{۸\times۱۰^{-۵}}_{\text{چشم‌پوشی}})^۲}{۰/۱ - \underbrace{۸\times۱۰^{-۵}}_{\text{چشم‌پوشی}}} = ۶/۴\times۱۰^{-۸}$$

۴ - پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$\alpha_{HA}\cdot\alpha_{BOH} = \frac{[H^+]}{M_{HA}}\times\frac{[OH^-]}{M_{BOH}} \xrightarrow[[H^+][OH^-]=۱۰^{-۱۴}]{[H^+]=۱۰^{-pH}} \frac{۱۰^{-a}}{۰/۱}\times\frac{\frac{۱۰^{-۱۴}}{[H^+]}}{۰/۰۱}$$

$$= \frac{۱۰^{-a}}{۱۰^{-۱}}\times\frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۰^{-۲}\times۱۰^{-a-۵}} = \frac{۱۰^{-a}}{۱۰^{-۱}}\times\frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۰^{-۲}\times۱۰^{-a}\times۱۰^{-۵}} = ۱۰^{-۶}$$

۵ - پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

ابتدا معادلهٔ واکنش را می‌نویسیم:

$$۲Li + ۲H_۲O \rightarrow ۲LiOH + H_۲$$

$$pH = ۱۱/۷ \Rightarrow pOH = ۱۴ - pH = ۲/۳ \Rightarrow [OH^-] = ۱۰^{-pOH} = ۱۰^{-۲/۳} = ۱۰^{-۳}\times۱۰^{۰/۷} = ۵\times۱۰^{-۳}\,mol\cdot L^{-۱}$$

$$?g\,Li = ۲۰۰\,L\times\frac{۵\times۱۰^{-۳}\,mol\,OH^-}{۱\,L}\times\frac{۱\,mol\,LiOH}{۱\,mol\,OH^-}\times\frac{۲\,mol\,Li}{۲\,mol\,LiOH}\times\frac{۷g\,Li}{۱\,mol\,Li} = ۷g\,Li$$

در ادامه با توجه به مقدار Li مصرف شده می‌توان حجم گاز $H_۲$ تولیدشده را محاسبه کرد:

$$?L\,H_۲ = ۷g\,Li\times\frac{۱\,mol\,Li}{۷g\,Li}\times\frac{۱\,mol\,H_۲}{۲\,mol\,Li}\times\frac{۲۲/۴\,L}{۱\,mol\,H_۲} = ۱۱/۲\,L\,H_۲$$

۶ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

در محلول اسید قوی تک پروتون‌دار، غلظت $H^+(aq)$ با غلظت مولی اسید برابر است، پس:

$$HA \rightarrow H^+ + A^-$$

$$pH = ۲ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۲}\,mol\cdot L^{-۱}$$

$$۵۰\times۱۰^{-۳}\,L\times\frac{۱۰^{-۲}\,mol(HA)}{۱\,L}\times\frac{M\,g(HA)}{۱\,mol(HA)} = ۳۱/۵\times۱۰^{-۳}\,g(HA) \Rightarrow M(HA) = ۶۳\,g\cdot mol^{-۱}$$

۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

در ابتدا باید pH محلول اولیه را به‌دست آوریم:

$$HCl \rightarrow H^+ + Cl^-$$

$$[HCl]=[H^+]=10^{-2}\,mol\cdot L^{-1} \Rightarrow pH=-\log[H^+]=-\log 10^{-2}=2$$

ازآنجاکه pH از ۲ به ۲/۷ رسیده است، یعنی به اندازهٔ ۰/۷ واحد (برابر با $\log 5$) تغییر کرده است. بنابراین با افزودن آب باید حجم محلول ۵ برابر شده باشد:

$$\frac{V_2}{V_1}=5 \Rightarrow \frac{V_2}{200}=5 \Rightarrow V_2=1000\,mL \Rightarrow \text{مقدار آب اضافه شده}=V_2-V_1=1000-200=800\,mL$$

ازآنجاکه این مقدار آب در طی مدت ۱۶ دقیقه به محلول اولیه اضافه شده است، حجم آب افزوده شده در هر دقیقه برابر است با:

$$\frac{800\,mL}{16\,min}=50\,\frac{mL}{min}$$

۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

pH محلول HNO_3 به‌دلیل قوی بودن اسید، کمتر است و ازآنجایی‌که درجه یونش آن با افزایش دما تغییر نمی‌کند، pH ثابت است؛ ولی در اسید ضعیف HNO_2 با افزایش دما، درجه یونش افزایش می‌یابد، در نتیجه pH کاهش می‌یابد.

۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$SO_3+H_2O \rightarrow H_2SO_4 \rightarrow 2H^+$$

$$N_2O_5+H_2O \rightarrow 2HNO_3 \rightarrow 2H^+$$

$$3/36\,L\,SO_3\times\frac{1\,mol\,SO_3}{22/4\,L\,SO_3}\times\frac{2\,mol\,H^+}{1\,mol\,SO_3}=0/3\,mol\,H^+$$

$$10/8\,g\,N_2O_5\times\frac{1\,mol\,N_2O_5}{108\,g\,N_2O_5}\times\frac{2\,mol\,H^+}{1\,mol\,N_2O_5}=0/2\,mol\,H^+$$

$$\text{مول کل } H^+ = 0/3+0/2=0/5\,mol$$

$$\text{غلظت یون هیدرونیوم}: [H^+]=\frac{0/5\,mol}{10^4\,L}=5\times10^{-5}\,\frac{mol}{L}$$

اکنون می‌توان pH محلول را محاسبه کرد:

$$pH=-\log[H^+]=-\log 5\times10^{-5}=5-0/7=4/3$$

و در نهایت میزان تغییر pH آب برابر است با:

$$\Delta pH=7-4/3=2/7$$

۱۰ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)



$$۳KOH + H_۳PO_۴ \rightarrow K_۳PO_۴ + ۳H_۲O$$

$$\frac{۰/۸ \times M}{۳} = \frac{۰/۴ \times ۰/۲}{۱} \Rightarrow M = ۰/۳ \Rightarrow [OH^-] = ۰/۳ mol \cdot L^{-۱}$$

$$\Rightarrow pOH = -\log[OH^-] = -\log ۳ \times ۱۰^{-۱} = ۱ - ۰/۵ = ۰/۵ \Rightarrow pH = ۱۴ - pOH = ۱۳/۵$$

$$K_۲O + H_۲O \rightarrow ۲KOH$$

$$\frac{?g K_۲O \times \frac{۷۰/۵}{۱۰۰}}{۹۴g K_۲O} = \frac{۰/۸L \times ۰/۳ mol \cdot L^{-۱}}{۲mol KOH} \Rightarrow ? = ۱۶g K_۲O$$

۱۱ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)



گزینهٔ ۱: درست؛ با توجه به اینکه هر دو اسید و باز داده‌شده قوی هستند، تفاوت pH دو محلول برابر ۱۲ خواهد بود.

$$HA: \begin{cases} M = ۰/۱ \\ \alpha = ۱ \end{cases} \Rightarrow [H^+] = M \cdot \alpha = ۰/۱ \times ۱ \Rightarrow pH = ۱$$

$$BOH: \begin{cases} M = ۰/۱ \\ \alpha = ۱ \end{cases} \Rightarrow [OH^-] = M \cdot \alpha = ۰/۱ \times ۱ \Rightarrow [H^+] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{[OH^-]} = ۱۰^{-۱۳} \Rightarrow pH = ۱۳$$

گزینهٔ ۲: درست؛ نمک به‌دست آمده از واکنش یک مقدار معین اسید قوی مانند HCl و باز قوی مانند NaOH خنثی است و pH محلول دارای آن برابر ۷ است.

گزینهٔ ۳: نادرست؛ در اثر افزودن آب به محلول اسیدها یا بازهای قوی، اگر حجم محلول n برابر شود، pH به میزان $\log n$ تغییر خواهد کرد. با افزودن ۱۰۰mL آب به ۱۰۰mL محلول، حجم محلول دو برابر می‌شود، پس:

$$\Delta pH = \log n = \log ۲ = ۰/۳$$

گزینهٔ ۴: درست؛ اگر هر دو ماده به یک اندازه یونش یابند، پس غلظت مولی یون‌ها در هر دو محلول برابر است و رسانایی الکتریکی که تابع غلظت یون‌هاست نیز برابر می‌شود.

۱۲ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)



ابتدا شمار مول‌های OH^- حاصل از NaOH را به‌دست می‌آوریم:

$$?mol OH^- = ۰/۸g NaOH \times \frac{۱mol NaOH}{۴۰g NaOH} \times \frac{۱mol OH^-}{۱mol NaOH} = ۰/۰۲mol OH^-$$

سپس شمار مول‌های H^+ حاصل از HCl را به‌دست می‌آوریم:

$$?mol H^+ = ۱۰۰mL HCl \times \frac{۱L HCl}{۱۰۰۰mL HCl} \times \frac{۰/۱mol HCl}{۱L HCl} \times \frac{۱mol H^+}{۱mol HCl} = ۰/۰۱mol H^+$$

از مخلوط شدن NaOH با محلول HCl، خنثی شدن به‌صورت کامل انجام نمی‌شود، چون شمار مول‌های OH^- بیشتر است و محلول نهایی بازی می‌شود:

مول هیدروکسید باقی‌مانده $= ۰/۰۲ - ۰/۰۱ = ۰/۰۱ \text{mol} OH^-$

$$\left[OH^-\right] = \frac{۰/۰۱\text{mol}}{۰/۱\text{L}} = ۱۰^{-۱}\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-۱} \Rightarrow \left[H^+\right] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{\left[OH^-\right]} = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۰^{-۱}} = ۱۰^{-۱۳}$$

$$pH = -\log\left[H^+\right] = -\log ۱۰^{-۱۳} = ۱۳$$

برای قسمت دوم سؤال که غلظت مولی نمک سدیم کلرید را خواسته است، ابتدا معادله واکنش را می‌نویسیم.

$$HCl(aq) + NaOH(aq) \rightarrow NaCl(aq) + H_۲O(l)$$

با توجه به اینکه شمار مول‌های HCl کمتر است، پس مول نمک تولیدشده را با توجه به مول HCl محاسبه می‌کنیم:

$$?\,\text{mol NaCl} = ۰/۰۱\,\text{mol HCl} \times \frac{۱\,\text{mol NaCl}}{۱\,\text{mol HCl}} = ۰/۰۱\,\text{mol NaCl}$$

$$\left[NaCl\right] = \frac{۰/۰۱\text{mol}}{۰/۱۰۰\text{L}} = ۰/۱\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-۱}$$

۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)**

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: نادرست؛ pH آب خالص در دمای اتاق $(۲۵^\circ C)$ برابر ۷ است.

گزینهٔ ۲: نادرست؛ در دمای اتاق، حاصل‌ضرب $\left[H^+\right]\left[OH^-\right]$ برابر $۱۰^{-۱۴}$ است.

گزینهٔ ۴: نادرست؛ رابطه میان pH و $\left[H^+\right]$ چنین است: $\left[H^+\right] = ۱۰^{-pH} \Leftrightarrow pH = -\log\left[H^+\right]$

۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)**

جوابش اینه

با توجه به اینکه سود سوزآور یا همان NaOH یک باز قوی است می‌توان گفت اگر حجم باز با اضافه کردن آب n برابر شود، pH به اندازهٔ $\log n$ کاهش می‌یابد:

$$\Delta pH = \log n \Leftrightarrow n = ۱۰^{\Delta pH}$$

$$۹۰\,\text{mL} + ۱۰\,\text{mL} = ۱۰۰\,\text{mL}$$

حجم باز ۱۰ برابر شده و چون $\log ۱۰ = ۱$، پس pH یک واحد کم می‌شود: $pH = ۱۲ - ۱ = ۱۱$

۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ **مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)**

جوابش اینه

ابتدا غلظت محلول بازی مورد استفاده را به‌دست می‌آوریم:

$$\left[H^+\right] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۱۲} \Rightarrow \left[OH^-\right] = \left[KOH\right] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{\left[H^+\right]} = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۰^{-۱۲}} = ۱۰^{-۲}\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-۱}$$

اکنون می‌توان غلظت محلول اسیدی خنثی شده توسط این باز را تعیین کرد:

$$n_a M_a V_a = n_b M_b V_b \Rightarrow ۱ \times M_a \times ۲۵ = ۱ \times ۱۰^{-۲} \times ۱۰۰ \Rightarrow M_a = ۰/۰۴\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-۱}$$

ازآنجاکه با افزودن آب به محلول اسیدی اولیه حجم آن ۵ برابر شده است، می‌توان نتیجه گرفت که محلول حاصل با غلظت ۰/۰۴ مول بر لیتر، ۵ برابر رقیق‌تر از محلول اولیه بوده است. به این ترتیب غلظت محلول اولیه برابر خواهد بود با:

$$\left[HNO_۳\right]_{\text{اولیه}} = ۰/۰۴ \times ۵ = ۰/۲\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-۱}$$

۱۶. پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

ابتدا حجم محلول را با استفاده از چگالی به‌دست می‌آوریم:

$$d=\frac{m(g)}{V(mL)} \Rightarrow ۱/۲=\frac{۳۰}{V(mL)} \Rightarrow V=\frac{۳۰}{۱/۲}=۲۵mL=۰/۰۲۵L$$

در ادامه شمار مول‌های سدیم هیدروکسید موجود در محلول را حساب می‌کنیم:

$$n(NaOH)=\frac{۰/۱۶g}{۴۰g\cdot mol^{-۱}}=۰/۰۰۴mol\,NaOH$$

اکنون غلظت مولی محلول NaOH را حساب می‌کنیم:

$$M_{NaOH}=\frac{۰/۰۰۴mol}{۰/۰۲۵L}=۰/۱۶mol\cdot L^{-۱}$$

سدیم هیدروکسید یک باز قوی است؛ بنابراین غلظت یون هیدروکسید در محلول آن با غلظت محلول برابر است. در نتیجه برای محاسبهٔ pH محلول، غلظت یون هیدرونیوم را با استفاده از غلظت یون هیدروکسید حساب می‌کنیم:

$$[H^+][OH^-]=۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [H^+]=\frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۶\times ۱۰^{-۲}}=\frac{۱}{۱۶}\times ۱۰^{-۱۲}$$

$$\Rightarrow pH=-\log[H^+]=-\log\left[\frac{۱}{۱۶}\times ۱۰^{-۱۲}\right]=-\log ۱۶^{-۱}-\log ۱۰^{-۱۲}=\log ۱۶+۱۲=\underbrace{۴\log ۲}_{۰/۳}+۱۲=۱۳/۲$$

اینجوری هم میشه

$$pOH=-\log[OH^-]=-\log ۱۶\times ۱۰^{-۲}=\underbrace{-۴\log ۲}_{۰/۳}+۲=۰/۸$$

$$pH+pOH=۱۴ \Rightarrow pH=۱۴-۰/۸=۱۳/۲$$

۱۷ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

فرمول شیمیایی جوش شیرین، $NaHCO_۳$ است.

گزینهٔ ۱: درست؛ نسبت کاتیون Na^+، به آنیون چند اتمی $HCO_۳^-$، برابر یک است.

گزینهٔ ۲: درست

$$HCl(aq)+NaHCO_۳(s) \rightarrow NaCl(aq)+H_۲O(l)+CO_۲(g)$$

هر سه فراورده سه حالت فیزیکی متفاوت دارند.

گزینهٔ ۳: درست

$$RCOOH(s)+NaHCO_۳(aq) \rightarrow RCOONa(aq)+CO_۲(g)+H_۲O(l)$$

گزینهٔ ۴: نادرست؛ سدیم هیدروژن کربنات در آب محلول است و مخلوط آن با آب، از نوع همگن است.

۱۸. پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$?mg\,NaHCO_۳=۵۰mL\,HCl\times\frac{۱L\,HCl}{۱۰۰۰mL\,HCl}\times\frac{۰/۰۰۱mol\,HCl}{۱L\,HCl}\times\frac{۱mol\,NaHCO_۳}{۱mol\,HCl}\times\frac{۸۴g\,NaHCO_۳\ \text{خالص}}{۱mol\,NaHCO_۳}$$

$$\times\frac{۱۰۰g\,NaHCO_۳\ \text{ناخالص}}{۸۰g\,NaHCO_۳\ \text{خالص}}\times\frac{۱۰۰۰mg\,NaHCO_۳}{۱g\,NaHCO_۳}=۵/۲۵mg\,NaHCO_۳$$

اینجوری هم میشه

$$\frac{?\times 10^{-3}\,g\times\frac{80}{100}}{84\,g\,NaHCO_3}=\frac{0/050\,L\times 0/001\,mol\cdot L^{-1}}{1\,mol\,HCl}\Rightarrow ?=5/25\,g\,NaHCO_3$$

۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

منیزیم هیدروکسید $(Mg(OH)_2)$ یا شیر منیزی یک ضداسید است که اگر با اسید معده واکنش دهد، آن را خنثی کرده و در نتیجه سبب بالا رفتن pH آن می‌شود. واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$2HCl+Mg(OH)_2\rightarrow MgCl_2+2H_2O$$

۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

ابتدا معادله‌های واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$Al(OH)_3(s)+3HCl(aq)\rightarrow AlCl_3(aq)+3H_2O(l)$$
$$Mg(OH)_2(s)+2HCl(aq)\rightarrow MgCl_2(aq)+2H_2O(l)$$

سپس مقدار مول هریک از دو مادهٔ مؤثر موجود در مخلوط ضداسید را حساب می‌کنیم:

$$?\,g(\text{شربت معده})=50\,mL\times\frac{1/16\,g}{1\,mL}=58\,g(\text{شربت معده})$$

$$?\,g\,Al(OH)_3=58\,g(\text{شربت معده})\times\frac{25\,g\,Al(OH)_3}{100\,g(\text{شربت معده})}\times\frac{1\,mol\,Al(OH)_3}{78\,g\,Al(OH)_3}=\frac{14/5}{78}\,mol\,Al(OH)_3$$

$$?\,g\,Mg(OH)_2=58\,g(\text{شربت معده})\times\frac{25\,g\,Mg(OH)_2}{100\,g(\text{شربت معده})}\times\frac{1\,mol\,Mg(OH)_2}{58\,g\,Mg(OH)_2}=0/25\,mol\,Mg(OH)_2$$

هر مول آلومینیم هیدروکسید با ۳ مول و هر مول منیزیم هیدروکسید با ۲ مول هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد؛ بنابراین مجموع شمار مول‌های HCl مصرف شده در واکنش‌ها برابر خواهد بود با:

$$?\,mol\,HCl=\underbrace{3(\frac{14/5}{78})}_{Al(OH)_3}+\underbrace{2(0/25)}_{Mg(OH)_2}=\frac{14/5}{26}+0/5=\frac{14/5}{26}+\frac{13}{26}=\frac{27/5}{26}\,mol\,HCl$$

اینجوری هم میشه

$$Al(OH)_3\sim 3HCl$$

$$\frac{58\times\frac{25}{100}}{78\times 1}=\frac{x\,mol}{3}\Rightarrow x=\frac{14/5}{26}\,mol$$

$$Mg(OH)_2\sim 2HCl$$

$$\frac{58\times\frac{25}{100}}{58\times 1}=\frac{y\,mol}{2}\Rightarrow y=0/5\,mol$$

مجموع کل مول‌های HCl : $\frac{14/5}{26}+0/5=\frac{27/5}{26}\,mol\,HCl$

در نهایت مطلوب مسئله را می‌توان حساب کرد:

$$?\,L\,HCl(aq)=\frac{27/5}{26}\,mol\,HCl\times\frac{1\,L\,HCl(aq)}{0/035\,mol\,HCl}\simeq 30/2\,L\,HCl(aq)$$

پاسخ شیمی گزینه دو ۱۴۰۳/۹/۳۰

۱ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

فقط عبارت «پ» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت الف) از کمّیت pH برای بیان غلظت کم و بسیار کم یون هیدرونیوم استفاده می‌شود.

عبارت ب) آب خالص همیشه خنثی است حتی اگر pH برابر ۷ نباشد.

عبارت ت)

$$\left.\begin{array}{l} HCl: pH=a \Rightarrow \left[H^+\right]=M=10^{-a} \\ KOH: pH=3a \Rightarrow \left[OH^-\right]=\dfrac{10^{-14}}{\left[H^+\right]}=M'=\dfrac{10^{-14}}{10^{-3a}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{M}{M'}=\frac{10^{-a}}{\dfrac{10^{-14}}{10^{-3a}}}=10^{-4a}\times 10^{14}=10^{14}\times\left[H^+\right]^4_{(HCl)}$$

۲ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

$$pH_1=4 \Rightarrow \left[H^+\right]_1=10^{-4}\,mol\cdot L^{-1} \Rightarrow \alpha_1=\frac{\left[H^+\right]}{M_1}=\frac{10^{-4}}{0/1}=0/001$$

$$pH_2=4/3 \Rightarrow \left[H^+\right]_2=10^{-4/3}=5\times10^{-5}\,mol\cdot L^{-1} \Rightarrow \alpha_2=\frac{\left[H^+\right]}{M_2}=\frac{5\times10^{-5}}{\dfrac{0/1}{4}}=0/002$$

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1}=\frac{0/002}{0/001}=2$$

۳ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ ۱) در دمای اتاق، غلظت H_3O^+ با غلظت OH^-، رابطهٔ وارونه دارد. (نمودار باید نزولی باشد.)

گزینهٔ ۳) با افزایش غلظت H_3O^+، نسبت $\dfrac{\left[H_3O^+\right]}{\left[OH^-\right]}$ نیز افزایش می‌یابد.

گزینهٔ ۴) حاصل‌ضرب غلظت H_3O^+ و OH^- در دمای اتاق، فقط وابسته به دما است و با تغییر غلظت یکی از یون‌ها، دچار تغییر نمی‌شود.

۴ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

حجم محلول دو برابر و غلظت مولی آن نصف می‌شود (به ۰/۰۱ مولار می‌رسد). اگر HA اسید قوی باشد، pH آن از ۱/۷ به ۲ افزایش می‌یابد؛ بنابراین در اینجا HA یک اسید ضعیف است. در ضمن غلظت یون هیدرونیوم در محلول رقیق‌شده، بیشتر از نصف غلظت آن در محلول اولیه است. چون pH به‌اندازهٔ ۰/۱۵ تغییر کرده است و این تغییر نشان می‌دهد که غلظت یون هیدرونیوم نصف نشده است.

۵ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

با توجه به نمودار، در محلول موردنظر غلظت یون هیدروکسید ۹ برابر غلظت یون هیدرونیوم است: $[OH^-]=9\times[H^+]$

$$[H^+][OH^-]=10^{-14} \Rightarrow 9\times[H^+]^2=10^{-14} \Rightarrow [H^+]=\frac{1}{3}\times10^{-7}\,mol\cdot L^{-1}$$

$$[OH^-]=\frac{10^{-14}}{\frac{1}{3}\times10^{-7}}=3\times10^{-7}\,mol\cdot L^{-1}$$

$$pH=-\log[H^+] \Rightarrow pH=-\log(\frac{1}{3}\times10^{-7})=7+\log3\simeq7/5$$

۶ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

فراوردهٔ این واکنش، صابون سدیم خواهد بود و صابون نیز خاصیت بازی دارد؛ بنابراین pH مخلوط حاصل، عددی بزرگ‌تر از ۷ خواهد بود.

$$C_{17}H_{35}COOH+NaOH \rightarrow \underset{\text{صابون}}{C_{17}H_{35}COONa}+H_2O$$

۷ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

ابتدا غلظت مولی HBr را محاسبه می‌کنیم:

$$0/2\,L\,AgNO_3\times\frac{0/2\,mol\,AgNO_3}{1\,L\,AgNO_3}\times\frac{1\,mol\,HBr}{1\,mol\,AgNO_3}=0/04\,mol\,HBr$$

$$[HBr]=\frac{0/04\,mol}{0/4\,L}=0/1\,mol\cdot L^{-1}$$

$$pH=-\log[H^+]=-\log10^{-1}=1$$

۸ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

نسبت شمار آنیون به کاتیون در $Mg(OH)_2$ برابر با ۲ و در جوش‌شیرین $(NaHCO_3)$ برابر با یک است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) با انجام این واکنش در بدن، مقدار اسید معده کاهش و pH آن افزایش می‌یابد.

گزینهٔ ۲) یون Mg^{2+} با صابون رسوب تشکیل داده و قدرت پاک‌کنندگی را کاهش می‌دهد.

گزینهٔ ۳) در این واکنش، رسوبی شامل یون Cl^- تشکیل نشده است؛ بنابراین نمی‌تواند برای شناسایی این یون به‌کار رود.

۹ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱،فصل ۴)

آب + اتیل استات → اتانول + استیک اسید

$$[H^+]=10^{-pH}=10^{-2/4}=10^{-3}\times(10^{0/3})^2=4\times10^{-3}\,mol\cdot L^{-1}$$

$$K_a=\frac{[H^+]^2}{M} \Rightarrow M=\frac{16\times10^{-6}}{1/6\times10^{-5}}=1\,mol\cdot L^{-1}$$

$$\text{مول استیک اسید}(C_2H_4O_2)=1\,mol\cdot L^{-1}\times2L=2\,mol$$

در واکنش سنتز استر، به‌ازای مصرف هر مول اسید، یک مول استر به‌دست می‌آید:

$$\text{جرم استر}(C_4H_8O_2)=2\,mol\times88\,g\cdot mol^{-1}=176\,g$$

$$\text{درصد جرمی استیک اسید در سرکه}=\frac{2\,mol\times60\,g\cdot mol^{-1}}{2000\,mL\times1/05\,g\cdot mL^{-1}}\times100\simeq\%5/7$$

۱۰ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

کاغذ pH بر اثر تماس با محلول آبی جوش‌شیرین، آبی‌رنگ می‌شود و از این تجربه می‌توان نتیجه گرفت که جوش‌شیرین $(NaHCO_3)$ خاصیت بازی دارد و نمک‌ها می‌توانند با حل شدن در آب خاصیت اسیدی آن را تغییر دهند.

۱۱ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

اگر حجم یک محلول اسید یا باز قوی را با افزودن آب به ۱۰ برابر خود برسانیم، pH محلول ۱ واحد تغییر می‌کند. اگر این محلول اسیدی ($pH < ۷$) باشد، pH یک واحد افزایش می‌یابد و اگر محلول بازی ($pH > ۷$) باشد، pH یک واحد کاهش می‌یابد؛ پس در اینجا باید ۱۰ میلی‌لیتر از محلول سود را با ۹۰ میلی‌لیتر آب مخلوط کنیم.

۱۲ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

pH شیرهٔ معده در هنگام فعالیت آن حدود ۱/۵ و در هنگام استراحت حدود ۳/۷ است.

۱۳ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۲)

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست هستند.

۱۴ - پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) معادلهٔ موازنه شده به‌صورت $۲FeCl_۳(aq)+۲KI(aq) \rightarrow ۲FeCl_۲(aq)+I_۲(s)+۲KCl(aq)$ می‌باشد و تعداد الکترون‌های مبادله‌شده برابر است با تغییرات بار الکتریکی Fe یا I در تعداد آن‌ها که برابر ۲ الکترون است.

$$\text{تعداد } e^- \text{ مبادله‌شده} : \Delta n(x) \times x \text{ تعداد} \begin{cases} \Delta n(Fe)=۱ \ , \ \text{تعداد } Fe = ۲ \Rightarrow ۲\times۱=۲ \\ \Delta n(I)=۱ \ , \ \text{تعداد } I = ۲ \Rightarrow ۲\times۱=۲ \end{cases}$$

گزینه‌های ۲ و ۳، با توجه به انجام‌پذیر بودن واکنش، قدرت اکسندگی و کاهندگی واکنش‌دهنده‌ها از فراورده‌ها بیشتر است.

$I^- > Fe^{۲+}$: قدرت کاهندگی

$Fe^{۳+} > I_۲$: قدرت اکسندگی

گزینهٔ ۴) یون‌های K^+ و Cl^-، در هر دو طرف معادله به‌صورت محلول وجود دارند و غلظت آن‌ها، ثابت است، اما با مصرف $I^-(aq)$، غلظت آن در محلول کاهش می‌یابد.

۱۵ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

ابتدا معادلهٔ واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم، سپس یکی از اجزای اکسایش یا کاهش یافته را انتخاب و تغییرات عدد اکسایش آن را (Δn) در تعداد آن ضرب کنیم:

$۲Ag^+ + Cu \rightarrow ۲Ag + Cu^{۲+}$; $\text{تعداد } Ag \times \Delta n(Ag) = ۱\times۲ = ۲e^-$

$۲Fe^{۳+} + Sn^{۲+} \rightarrow ۲Fe^{۲+} + Sn^{۴+}$; $\text{تعداد } Fe^{۳+} \times \Delta n(Fe^{۳+}) = ۱\times۲ = ۲e^-$

$۲Cu^+ \rightarrow Cu + Cu^{۲+}$; $\text{تعداد } Cu \times \Delta n(Cu) = ۱\times۱ = ۱e^-$

$Cr + ۳Fe^{۳+} \rightarrow Cr^{۳+} + ۳Fe^{۲+}$; $\text{تعداد } Cr \times \Delta n(Cr) = ۳\times۱ = ۳e^-$

۱۶ - پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

ابتدا معادلهٔ واکنش را می‌نویسیم:

$$Zn(s)+CuSO_۴(aq) \rightarrow ZnSO_۴(aq)+Cu(s)$$

به‌ازای ۱ مول $Zn^{۲+}$ که از قطعهٔ روی خارج می‌شود، یک مول اتم Cu روی آن می‌نشیند و ۱ گرم از جرم تیغهٔ روی کاسته می‌شود.

$(-۶۵+۶۴=-۱g.mol^{-۱})$

$$\text{شمار مول‌های مصرفی } CuSO_۴ = ۱/۵L \times ۰/۲\frac{mol}{L} = ۰/۳\,mol$$

$$\text{کاهش جرم تیغه} = ۰/۳\,mol\ CuSO_۴ \times \frac{\text{۱g کاهش جرم}}{\text{۱mol } CuSO_۴} = ۰/۳\,g$$

$$\text{درصد کاهش جرم قطعهٔ روی} = \frac{۰/۳}{۳۰}\times۱۰۰ = ۱$$

۱۷ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

مقایسهٔ قدرت کاهندگی : $Al > Fe > Cu > Ag$

واکنش‌های ۱ و ۳ انجام‌ناپذیر هستند، اما در واکنش‌های ۲ و ۴، افزایش دما مشاهده می‌شود و با توجه به تفاوت بیشتر قدرت کاهندگی Al و Ag، میزان افزایش دما در واکنش ۲ بیشتر است.

۱- گزینهٔ «۳» (دانیال ابراهیمی)

تابع fog را تشکیل می‌دهیم:

$$fog=\{(۶,۵),(۵,۲)\}\Rightarrow \text{تعداداعضای برد}=۲$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۲- گزینهٔ «۳» (دانیال ابراهیمی)

با توجه به دامنهٔ تابع مرکب، داریم:

$$D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}=\{x\in\mathbb{R}\mid -x^۲-۶x\geq ۵\}$$

$$\Rightarrow -x^۲-۶x-۵\geq ۰\Rightarrow -(x+۱)(x+۵)\geq ۰\Rightarrow -۵\leq x\leq -۱$$

در این بازه، پنج عدد صحیح وجود دارد.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۳- گزینهٔ «۲» (سیدجواد موسوی نژاد)

$$۳\sqrt{g(x)}+۲=۳x^۲-۴\Rightarrow ۳\sqrt{g(x)}=۳x^۲-۶\Rightarrow \sqrt{g(x)}=x^۲-۲$$

$$g(x)=(x^۲-۲)^۲=x^۴-۴x^۲+۴\quad ;\quad g(x)\geq ۰$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴- گزینهٔ «۱» (دانیال ابراهیمی)

در تابع $g(x)$ داریم:

$$g(x)=x^۳-۶x^۲+۱۲x=(x-۲)^۳+۸$$

بنابراین نمودار $f(x)=x^۳$، ۲ واحد به راست رفته $(a=۲)$ و ۸ واحد به بالا رفته $(b=۸)$. بنابراین $|ab|=۱۶$ خواهد بود.

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳ تا ۵)

۵- گزینهٔ «۴» (نیما مهندس)

بررسی تمام گزینه‌ها:

گزارهٔ اول نادرست است ؛چون در بازهٔ $(۱,+\infty)$ تابع ابتدا ثابت و سپس اکیداً صعودی می‌شود که در نتیجه می‌توان گفت تابع در این بازه صعودی‌ست.

گزارهٔ دوم نادرست است؛ چون مقدار تابع در نقطهٔ $x=-۸$ باعث شده تابع در بازهٔ $(-\infty,۰)$ نه صعودی باشد و نه نزولی.

گزارهٔ سوم نادرست است؛ چون تابع در بازهٔ $[-۸,۲)$ ثابت است. (نباید شامل خود ۸- باشد.)

گزارهٔ چهارم درست است؛ زیرا در بازهٔ $[۴,+\infty)$ با افزایش مقدار x، مقدار y (مقدار تابع) اکیداً افزایش می‌یابد (ثابت نمی‌ماند).پس در نتیجه تابع در این بازه اکیداً صعودی (یا اکیداً یکنوا) خواهد بود.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۶- گزینهٔ «۱» (مسعود فراداری)

طبق نمودار تابع f براساس دو نقطهٔ $(-۱,۰)$ و $(۰,۳)$، ضابطهٔ تابع f برای $x\geq -۱$ به صورت $f(x)=۳x+۳$ است. بنابراین $f(۲)=۹$. از طرف دیگر طبق نمودار تابع g، ضابطه به صورت $g(x)=-x-۳$ است.

بنابراین:

$$gof(۲)=g(f(۲))=g(۹)=-۹-۳=-۱۲$$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحهٔ ۱۰۳) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۷- گزینهٔ «۴» (محمدصادق هدایتی)

رابطهٔ f به شرطی تابع است که هرگاه مؤلفه‌های اول (x) برابر بودند، مؤلفه‌های دوم (y) نیز برابر باشند.

$$\xrightarrow{x=۲}۲n^۲+۴=۶n\Rightarrow ۲n^۲-۶n+۴=۰$$

$$\xrightarrow{\text{جمع ضرایب صفراست}}\begin{cases}n_۱=۱\\ n_۲=\frac{c}{a}=۲\end{cases}$$

$$\xrightarrow[n_۱=۱]{\text{برای}}(۱,۷),(۱,۸)$$

بنابراین به ازای $n_۱=۱$ این رابطه تابع نخواهد بود و قابل قبول نیست.

$$\xrightarrow[n_۲=۲]{\text{برای}}f=\{(۱,۷),(۲,۱۲),(۵,۷),(\sqrt{۲},۸),(۴,۴)\}\xrightarrow{\text{پس}}f(۴)=۴$$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۹۵ تا ۹۹)

۸- گزینهٔ «۲» (رضا مایدی)

از آنجایی که دامنهٔ تابع $f(x)$، تک عضوی است، بنابراین $(a-۲)$ ریشهٔ مضاعف عبارت زیر رادیکال می‌باشد:

$$f(x)=\sqrt{-x^۲+ax-a}=\sqrt{-(x^۲-ax+a)}=\sqrt{-(x-(a-۲))^۲}$$

$$\Rightarrow\sqrt{-(x^۲-ax+a)}=\sqrt{-(x^۲+a^۲+۴-۲ax+۴x-۴a)}$$

$$=\sqrt{-(x^۲-(۲a-۴)x+(a-۲)^۲)}\Rightarrow ۲a-۴=a\Rightarrow a=۴$$

$$\Rightarrow|\frac{a}{۳}|=|\frac{۴}{۳}|=۱$$

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵)

۹- گزینهٔ «۲» (امین عین‌الهی)

با توجه به اینکه x و y هر ۲ مقداری صحیح هستند، زوج مرتب‌های ممکن را می‌نویسیم.

$x=-۵\Rightarrow y=۰$ $\qquad$ $x=۱\Rightarrow y$ ⊗

$x=-۴\Rightarrow y=\pm\sqrt{۹}\Rightarrow y=\pm۳$ $\qquad$ $x=۲\Rightarrow y$ ⊗

$x=-۳\Rightarrow y=\pm\sqrt{۱۶}\Rightarrow y=\pm۴$ $\qquad$ $x=۳\Rightarrow y=\pm۴$

$x=-۲\Rightarrow y=\pm\sqrt{۲۱}\Rightarrow$ غ‌ق $\qquad$ $x=۴\Rightarrow y=\pm۳$

$x=-۱\Rightarrow y=\pm\sqrt{۲۴}\Rightarrow$ غ‌ق $\qquad$ $x=۵\Rightarrow y=۰$

$x=۰\Rightarrow y=\pm\sqrt{۲۵}=\pm۵$

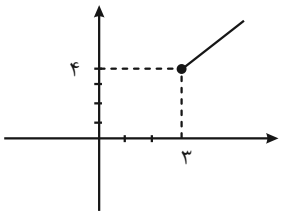
برای اینکه x تابع باشد لازم است به ازای هر ورودی (x)، تنها یک خروجی (y) داشته باشیم: پس باید حداقل ۵ زوج مرتب حذف شود.

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۸)

۱۰- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین حسینی)*

ابتدا تابع را در بازهٔ $x \geq ۳$ رسم می‌کنیم:

$$|-x+۳|+۴ \xrightarrow{x \geq ۳} -(-x+۳)+۴ \Rightarrow y = x+۱$$



از آنجایی که تابع روی $\mathbb{R}$ صعودی است، باید هر بخش از ضابطه صعودی باشد $(m \leq ۰)$ و همچنین از انتهای نمودار ضابطهٔ پایین $(x < ۳)$ به ابتدای نمودار ضابطهٔ بالا $(x \geq ۳)$ هم صعودی باشد. بنابراین:

$$۲m - mx \xrightarrow{x=۳} ۲m - ۳m \leq ۴ \Rightarrow m \geq -۴$$

$$\left.\begin{matrix} m \leq ۰ \\ m \geq -۴ \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -۴ \leq m \leq ۰ \Rightarrow [a,b] = [-۴,۰]$$

$$\Rightarrow a+b = -۴+۰ = -۴$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱۱- گزینهٔ «۳» *(توحید اسدی)*

$$f(۲x^۲-۳) > f(۲x+۱) \xrightarrow{\text{(تابع اکیداً نزولی است)}} ۲x^۲ - ۳ < ۲x+۱$$

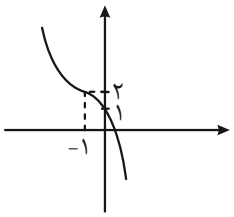
$$\Rightarrow ۲x^۲ - ۲x - ۴ < ۰$$

$$x^۲ - x - ۲ < ۰ \Rightarrow -۱ < x < ۲$$

بنابراین $b = ۲$ و $a = -۱$ داریم:

$$y = b - (x-a)^۳ = ۲ - (x+۱)^۳$$

با توجه به نمودار زیر، تابع از ناحیهٔ سوم عبور نمی‌کند.



(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱۲- گزینهٔ «۳» *(مهدی براتی)*

ضابطهٔ $g(x)$ را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} f(x) = ۳x^۲ - ۵x \\ f(x+k) = ۳(x+k)^۲ - ۵(x+k) = ۳x^۲ + ۶kx + ۳k^۲ - ۵x - ۵k \end{cases}$$

$$g(x) = f(x) - f(x+k) - ۹x = ۳x^۲ - ۵x$$

$$-(۳x^۲ + ۶kx + ۳k^۲ - ۵x - ۵k) - ۹x$$

$$g(x) = -۶kx - ۹x - ۳k^۲ + ۵k = (-۶k-۹)x - ۳k^۲ + ۵k$$

از آنجا که $g(x)$ هم صعودی و هم نزولی است، باید تابع ثابت و ضریب x برابر با صفر باشد.

$$-۶k - ۹ = ۰ \Rightarrow k = \frac{-۳}{۲} \Rightarrow g(x) = -۳(-\frac{۳}{۲})^۲ + ۵(-\frac{۳}{۲}) = \frac{-۲۷}{۴} - \frac{۱۵}{۲} = -\frac{۵۷}{۴}$$

تابع $g(x) = -\frac{۵۷}{۴}$ است، پس: $g(k) = g(-\frac{۳}{۲}) = -\frac{۵۷}{۴}$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱۳- گزینهٔ «۱» *(علیرضا عباسی زاهر)*

ضابطهٔ تابع خطی به صورت $f(x) = ax + b$ هست. با توجه به طرف باز و بستهٔ بازهٔ دامنه و برد به این نتیجه می‌رسیم:

$$\begin{cases} f(-۳) = ۴ \Rightarrow -۳a + b = ۴ \\ f(۵) = -۲ \Rightarrow ۵a + b = -۲ \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{۳}{۴}, b = \frac{۷}{۴}$$

$$f(x) = -\frac{۳}{۴}x + \frac{۷}{۴} \Rightarrow f(-۲) = \frac{۱۳}{۴}$$

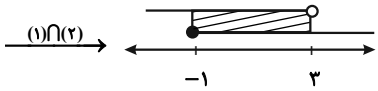
(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۵)

۱۴- گزینهٔ «۱» *(منوچهر زیرک)*

دامنهٔ توابع رادیکالی با فرجهٔ زوج برابر است با مقادیری که زیر رادیکال را بزرگتر و یا مساوی صفر کند از طرفی چون رادیکال‌ها در مخرج هستند، باید به صفر نشدن مخرج نیز توجه کنید.

$$(۱)\ x+۱ \geq ۰ \Rightarrow x \geq -۱$$

$$(۲)\ ۲ - \sqrt{x+۱} > ۰ \Rightarrow ۲ > \sqrt{x+۱} \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۴ > x+۱ \Rightarrow ۳ > x$$



$$\text{جواب} = [-۱,۳) \Rightarrow \{-۱,۰,۱,۲\}$$

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۱۵- گزینهٔ «۴» *(محمدصادق هدایتی)*

دو تابع به شرطی برابرند که ضابطه و دامنهٔ آن‌ها با هم برابر باشند. تابع صورت سؤال $y = x-۲$ با دامنهٔ $D_f = \mathbb{R}$ است.

گزینهٔ «۱»:

$$f(x) = \frac{x^۲-۴}{x+۲} = \frac{(x-۲)\cancel{(x+۲)}}{\cancel{(x+۲)}} = x-۲$$

از نظر ضابطه برابر است؛ ولی دامنهٔ آن $D_f = \mathbb{R} - \{-۲\}$ است.

گزینهٔ «۲»: تابع $g(x) = \sqrt{x^۲-۴x+۴} = \sqrt{(x-۲)^۲} = |x-۲|$ از نظر ضابطه برابر با تابع صورت سؤال نمی‌شود.

گزینهٔ «۳»: $h(x) = \frac{x-۲}{x} \times \frac{x^۲}{x} = x-۲$

این تابع نیز از نظر ضابطه برابر است: اما دامنهٔ آن $D_h = \mathbb{R} - \{۰\}$ است.

گزینهٔ «۴»:

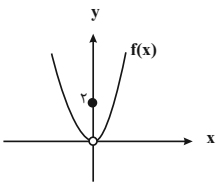
$$k(x) = \begin{cases} \frac{x^۲-۴}{x+۲} = \frac{(x-۲)(x+۲)}{x+۲} & x \neq -۲ \quad (\checkmark) \\ -۴ & x = -۲ \quad k(-۲) = -۴ \quad (\checkmark) \end{cases}$$

این تابع هم از نظر ضابطه و هم از نظر دامنه با تابع صورت سؤال برابر است.

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

۱۶- گزینهٔ «۲» *(امین عین الهی)*

نمودار تابع را رسم می‌کنیم.



(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۵)

۱۷- گزینهٔ «۳» *(توحید اسدی)*

در تابع f به ازای $x=۲$ داریم:

$$a-\sqrt{۲+۲}=۲-۱\Rightarrow a=۳$$

حال داریم:

$$[\frac{x}{۲}-\frac{۱}{۲}]+[\frac{x}{۲}-\frac{۳}{۲}]=۳\Rightarrow[\frac{x}{۲}-\frac{۱}{۲}]+[\frac{x}{۲}-\frac{۱}{۲}-۱]=۳$$

$$\Rightarrow[\frac{x}{۲}-\frac{۱}{۲}]+[\frac{x}{۲}-\frac{۱}{۲}]-۱=۳\Rightarrow ۲[\frac{x}{۲}-\frac{۱}{۲}]=۴$$

$$[\frac{x}{۲}-\frac{۱}{۲}]=۲\Rightarrow ۲\le\frac{x}{۲}-\frac{۱}{۲}<۳\Rightarrow\frac{۵}{۲}\le\frac{x}{۲}<\frac{۷}{۲}$$

$$\Rightarrow ۵\le x<۷$$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۱۷) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۴۷ تا ۵۶)

۱۸- گزینهٔ «۲» *(فرشاد حسن زاده)*

$$\underbrace{fof}_{۲}(x)=\frac{\frac{x}{\sqrt{۱+x^۲}}}{\sqrt{۱+\frac{x^۲}{۱+x^۲}}}=\frac{x}{\sqrt{۱+۲x^۲}}$$

$$\underbrace{fofof}_{۳}(x)=\frac{\frac{x}{\sqrt{۱+۲x^۲}}}{\sqrt{۱+\frac{x^۲}{۱+۲x^۲}}}=\frac{x}{\sqrt{۱+۳x^۲}}$$

$$\underbrace{fof...f}_{n}(x)=\frac{x}{\sqrt{۱+nx^۲}}\Rightarrow\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۱+۲n}}=\frac{\sqrt{۲}}{۵}\Rightarrow n=۱۲$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۱۹- گزینهٔ «۲» *(علی اصغر شریفی)*

ابتدا سمت چپ معادله را ساده می‌کنیم:

$$[\frac{۲x+۱}{۳}]+[\frac{۴x+۵}{۶}]=[\frac{۲x+۱}{۳}]+[\frac{۲x+۱}{۳}+\frac{۱}{۲}]$$

با توجه به رابطهٔ $[a]+[a+\frac{۱}{۲}]=[۲a]$ معادله به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$[\frac{۴x+۲}{۳}]=\frac{۳x-۱}{۲}$$

سمت چپ معادلهٔ بالا عددی صحیح است. پس سمت راست هم باید صحیح باشد. این مقدار صحیح را با n نشان می‌دهیم:

$$\frac{۳x-۱}{۲}=n\Rightarrow x=\frac{۲n+۱}{۳}$$

با جایگذاری x در معادله بالا به معادلهٔ زیر می‌رسیم.

$$[\frac{\frac{۸n+۴}{۳}+۲}{۳}]=n\Rightarrow[\frac{۸n+۱۰}{۹}]=n$$

طبق تعریف جزء صحیح باید داشته باشیم:

$$n\le\frac{۸n+۱۰}{۹}<n+۱\Rightarrow ۹n\le۸n+۱۰<۹n+۹\Rightarrow۱<n\le۱۰\Rightarrow n=۲,۳,...,۱۰$$

با توجه به $x=\frac{۲n+۱}{۳}$، مجموع جواب‌های معادله به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{۲}{۳}(۲+۳+...+۱۰)+۹\times\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۳}\times۵۴+۳=۳۹$$

(تابع) (ریاضی۲، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۲۰- گزینهٔ «۳» *(علی اصغر شریفی)*

ابتدا از معادلهٔ تابع f، x را برحسب y به دست می‌آوریم:

$$\sqrt{x}=۴-\sqrt{y}\Rightarrow(\sqrt{x})^۲=(۴-\sqrt{y})^۲$$

$$\Rightarrow x=۱۶-۸\sqrt{y}+(\sqrt{y})^۲\Rightarrow x=۱۶-۸\sqrt{y}+y$$

سپس از معادلهٔ تابع g نیز x را برحسب y به دست می‌آوریم:

$$\sqrt{x+۲}=۵-\sqrt{y+۲}\Rightarrow(\sqrt{x+۲})^۲=(۵-\sqrt{y+۲})^۲$$

$$\Rightarrow x+۲=۲۵-۱۰\sqrt{y+۲}+(\sqrt{y+۲})^۲$$

$$\Rightarrow x+۲=۲۵-۱۰\sqrt{y+۲}+(y+۲)$$

$$\Rightarrow x=۲۵-۱۰\sqrt{y+۲}+y$$

حال سمت راست دو معادله را برابر قرار می‌دهیم:

$$۱۶-۸\sqrt{y}+y=۲۵-۱۰\sqrt{y+۲}+y\Rightarrow۱۰\sqrt{y+۲}=۸\sqrt{y}+۹$$

جواب‌های این معادله همان اعضای برد تابع $f\cap g$ هستند. اگر طرفین معادله را به توان ۲ برسانیم، داریم:

$$(۱۰\sqrt{y+۲})^۲=(۸\sqrt{y}+۹)^۲\Rightarrow۱۰۰(y+۲)=۶۴y+۱۴۴\sqrt{y}+۸۱$$

$$\Rightarrow ۳۶y-۱۴۴\sqrt{y}+۱۱۹=۰\Rightarrow۳۶(\sqrt{y})^۲-۱۴۴\sqrt{y}+۱۱۹=۰$$

معادلهٔ درجه دوم بالا به صورت زیر حل می‌شود:

$$\sqrt{y}=\frac{۷۲\pm\sqrt{۷۲^۲-۳۶\times۱۱۹}}{۳۶}=\frac{۷۲\pm۶\sqrt{۱۴۴-۱۱۹}}{۳۶}$$

$$=\frac{۱۲\pm\sqrt{۲۵}}{۶}=\frac{۱۲\pm۵}{۶}=\frac{۷}{۶},\frac{۱۷}{۶}$$

بنابراین جزء صحیح مجموع اعضای برد تابع $f\cap g$ به صورت زیر به دست می‌آید.

$$R_{f\cap g}=\left\{(\frac{۷}{۶})^۲,(\frac{۱۷}{۶})^۲\right\}=\left\{\frac{۴۹}{۳۶},\frac{۲۸۹}{۳۶}\right\}$$

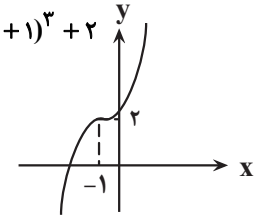
$$\Rightarrow[\frac{۴۹}{۳۶}+\frac{۲۸۹}{۳۶}]=[\frac{۳۳۸}{۳۶}]=[\frac{۱۶۹}{۱۸}]=[\frac{۱۶۲+۷}{۱۸}]=[۹+\frac{۷}{۱۸}]=۹$$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۵)

۱- گزینهٔ «۴» *(سروش موئینی)*

با انتقال نمودار $y=x^3$، نمودار $g(x)=(x+1)^3+2$ را رسم می‌کنیم:

$$y=x^3 \xrightarrow[\text{دو واحد به بالا}]{\text{یک واحد به چپ}} g(x)=(x+1)^3+2$$



با توجه به شکل، نمودار g از ناحیه چهارم نمی‌گذرد.

(تابع)(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳ تا ۵)

۲- گزینهٔ «۲» *(محمدحسن سلامی حسینی)*

مورد الف درست است. چون $y=-۶x^3+۲x+۱$ یک تابع درجه سوم است.

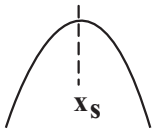
مورد ب نادرست است .چون زمانی‌که $۰<x<۱$ هر چه x به توان بزرگ‌تری برسد، کم‌تر می‌شود . پس در $x\in(۰,۱)$ داریم $x^3<x^2$

مورد ج نادرست است. چون تابع ثابت یکنوا است اما یک به یک نیست.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۳- گزینهٔ «۳» *(سهیل حسن‌خان‌پور)*

زمانی که دهانه سهمی رو به پایین است ، تابع از منفی بی‌نهایت تا رأس سهمی اکیداً صعودی است.



پس طول رأس سهمی باید برابر ۳ باشد.

$$x_S=-\frac{b}{۲a}=۳\Rightarrow\frac{-a}{۲\times-۱}=۳\Rightarrow a=۶$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴- گزینهٔ «۲» *(یاسین قوی پنجه)*

$$\left.\begin{matrix}(۲,۵)\in f\\(۲,c)\in f\end{matrix}\right\}\xrightarrow{f\text{ تابع است}} c=۵$$

$$\Rightarrow f=\{(۲,۵),(۵,a^2+a+۲),(۵,b^2),(۵,۴b-۳)\}$$

$$\left.\begin{matrix}(۵,b^2)\in f\\(۵,۴b-۳)\in f\\(۵,a^2+a+۲)\in f\end{matrix}\right\}\xrightarrow{f\text{ تابع است}} b^2=۴b-۳=a^2+a+۲$$

$$\Rightarrow b^2-۴b+۳=۰\Rightarrow\begin{cases}b=۱\\b=۳\end{cases}$$

حال باید چک کنیم که معادلهٔ $a^2+a+۲=b^2$ به ازای $b=۱,۳$ برقرار باشد.

$$b=۱\Rightarrow a^2+a+۱=۰\Rightarrow\Delta<۰\Rightarrow\text{برای } a \text{ مقدار حقیقی وجود ندارد}$$

$$b=۳\Rightarrow a^2+a-۷=۰\Rightarrow\Delta>۰\Rightarrow\text{می‌تواند برقرار باشد}$$

پس برای b فقط یک مقدار $b=۳$ وجود دارد.

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

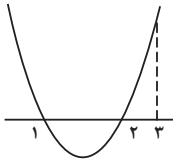
۵- گزینهٔ «۳» *(محمد پاک نژاد)*

فقط دو عدد $\sqrt[۴]{۱۶}$ و $\sqrt[۴]{۸۱}$ گویا هستند و مقدار تابع به ازای آن‌ها، برابر ۱ می‌شود و برای بقیه مقادیر برابر صفر است. $۱+۱+۹۷(۰)=۲$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۱۳)

۶- گزینهٔ «۲» *(حسن اسدی کرهی)*

با توجه به داده مساله تابع درجه دو بصورت زیر خواهد بود.



بنابراین جدول تعیین علامت به شکل زیر است:

		۱		۲	
$f(x)$	+	○	−	○	+
$x-۱$	−	○	+		+
$(x-۱)f(x)$	−	○	−	○	+

با توجه به تعیین علامت، دامنهٔ تابع g، برابر $[۲,+\infty)\cup\{۱\}$ خواهد بود.

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳) (ریاضی ۳، صفحهٔ ۲)

۷- گزینهٔ «۲» *(دانیال ابراهیمی)*

برای آنکه $f(-۲)$ را به دست آوریم باید کاری کنیم که ورودی (۲-) وارد f بشود:

$$۳x+۱=-۲\Rightarrow ۳x=-۳\Rightarrow x=-۱$$

پس ورودی ماشین برابر با $x=-۱$ خواهد بود که در این صورت خروجی نهایی یا همان $f(-۲)$، برابر با $-۲(-۱)=۲$ خواهد شد.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۸- گزینهٔ «۲» *(حسن اسدی کرهی)*

تابع $f(x)$ خطی است بنابراین $f(x)=ax+b$ می‌باشد.

$$fof(x)=f(f(x))=f(ax+b)$$

$$=a(ax+b)+b=a^2x+ab+b=۴x+۱$$

بنابراین:

$$a^2=۴\Rightarrow a=\pm۲$$

اگر $a=+۲$ باشد:

$$ab+b=۱\Rightarrow ۲b+b=۳b=۱\Rightarrow ۳b=۱\Rightarrow b=\frac{۱}{۳}$$

در نتیجه داریم:

$$f(x)=۲x+\frac{۱}{۳}$$

و جواب $f(-۱)=-\frac{۵}{۳}$ خواهد بود که در گزینه‌ها نیست.

اگر $a=-۲$ باشد:

$$ab+b=۱\Rightarrow -۲b+b=-b=۱\Rightarrow -b=۱\Rightarrow b=-۱$$

$$f(x)=-۲x-۱$$

و جواب $f(-۱)=۱$ خواهد بود که درگزینه ۲ آمده است.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۹- گزینهٔ «۲» *(مصطفی کرمی)*

طبق تعریف $f(x)$ داریم:

$$f(g(x)) = 3g(x) - 2 = 9x^2 - 12x + 7$$
$$\xrightarrow{+2} 3g(x) = 9x^2 - 12x + 9$$

و در نهایت طرفین را تقسیم بر ۳ می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\div 3} g(x) = 3x^2 - 4x + 3$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۱۰- گزینهٔ «۱» *(امیررضا شجاعیان)*

ابتدا تابع f را به صورت چند ضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x) = |x-1| + |x+2| \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x \geq 1 \\ 3 & -2 < x < 1 \\ -2x-1 & x \leq -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(ax+b) = \begin{cases} 2(ax+b)+1 & ax+b \geq 1 \\ 3 & -2 \leq ax+b \leq 1 \\ -2(ax+b)-1 & ax+b \leq -2 \end{cases}$$

برای اینکه معادله $f(ax+b) = g(x)$ دارای بی‌شمار جواب باشد، باید تابع $g(x)$ که یک تابع چندضابطه‌ای است، حداقل در یک بازه بر خط $f(ax+b)$ منطبق باشد.

$$2(ax+b)+1 = 4x+2 \Rightarrow 2ax+2b+1 = 4x+2$$
$$\Rightarrow \begin{cases} 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \\ 2b+1 = 2 \Rightarrow b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow ab = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \checkmark$$

$$-2(ax+b)-1 = 4x+2 \Rightarrow -2ax-2b-1 = 4x+2$$
$$\Rightarrow \begin{cases} -2a = 4 \Rightarrow a = -2 \\ -2b-1 = 2 \Rightarrow b = -\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow ab = 3 \checkmark$$

$$\Rightarrow \text{مجموع مقادیر} = 3 + 1 = 4$$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۱۱- گزینهٔ «۳» *(زانیار محمدی)*

کافی است به جای x عدد ۱- را جایگذاری کنیم:

$$fog(x) = f(g(x)) = \frac{g(x)+3}{2g(x)-1} = \frac{x^2}{x-3}$$

$$x = -1 \Rightarrow \frac{g(-1)+3}{2g(-1)-1} = \frac{1}{-4} \xrightarrow{\text{طو}} 2g(-1)-1 = -4g(-1)-12$$

$$6g(-1) = -11 \Rightarrow g(-1) = -\frac{11}{6}$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۱۲- گزینهٔ «۲» *(محمدصادق هدایتی)*

$$f(g(\frac{a}{3})) = 2 \xrightarrow[\text{دردوطرف}]{\text{اعمال } f^{-1}} f^{-1}(f(g(\frac{a}{3}))) = f^{-1}(2)$$

$$\Rightarrow g(\frac{a}{3}) = f^{-1}(2)$$

$$f(x) = x - \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x - \sqrt{x} - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2) = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$$

و از طرفی چون $g(\frac{a}{3}) = 4$ پس $(\frac{a}{3}, 4) \in g$ پس خواهیم داشت:

$$(5,4) \in g \text{ است، پس } \frac{a}{3} = 5 \text{ و در نتیجه: } a = 15$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۱۳- گزینهٔ «۲» *(یاسین قوی پنبه)*

تابع $f(x) = x^2 - 4x + 31$ یک سهمی رو به بالا است و مقداری مینیمم آن به صورت زیر بدست می‌آید:

$$x_{min} = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow f(2) = 27 \Rightarrow x^2 - 4x + 31 \geq 27$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{x^2 - 4x + 31} \geq 3 \Rightarrow 0 < \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 4x + 31}} \leq \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 0 < \frac{6}{\sqrt[3]{x^2 - 4x + 31}} \leq 2 \Rightarrow 0 < y \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow b - a = 2$$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۱۴- گزینهٔ «۳» *(مهرداد استقلالیان)*

$$g(-\frac{4}{3}) = f([-\frac{4}{3} + f(\frac{-4}{3})] - \frac{4}{3})$$

$$\Rightarrow f(-\frac{4}{3}) = 3 \times (-2) - \frac{4}{3} = \frac{-22}{3}$$

$$\Rightarrow g(-\frac{4}{3}) = f(\underbrace{[-\frac{4}{3} - \frac{22}{3}]}_{-9} - \frac{4}{3}) = f(-\frac{31}{3})$$

$$f(-\frac{31}{3}) = 3 \times (-11) - \frac{31}{3} = -\frac{130}{3}$$

$$\Rightarrow (fog)(-\frac{4}{3}) + \frac{1}{3} = f(-\frac{130}{3}) + \frac{1}{3} = 3 \times (-44) - \frac{130}{3} + \frac{1}{3} = -175$$

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۱۵- گزینهٔ «۱» *(جلیل احمد میربلوچ)*

$$D_{gof}=\left\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\right\};D_f=\mathbb{R};D_g=x\geq -2$$

پس داریم:

$$ax^2-2x+c-2\geq -2\Rightarrow \underbrace{ax^2-2x+c}_{(I)}\geq 0$$

$$x\in[-3,2]\Rightarrow a(x+3)(x-2)=ax^2+ax-6a\ (II)$$

$$\xrightarrow{(I)\ (II)} a=-2\ ,\ c=12\Rightarrow a+c=10$$

روش دوم: ۳- و ۲ ریشه‌های معادله $g(f(x))=0$ هستند.

$$-3\xrightarrow{f}9a+c+4\xrightarrow{g}\sqrt{9a+c+6}=0\Rightarrow 9a+c=-6$$

$$2\xrightarrow{f}4a+c-6\xrightarrow{g}\sqrt{4a+c-4}=0\Rightarrow 4a+c=4$$

$$\Rightarrow a=-2,c=12$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۱۴)

۱۶- گزینهٔ «۱» *(سهار داوطلب)*

دامنه توابع f و g و در نتیجه تابع gof برابر $\mathbb{R}$ است حال ابتدا برد تابع f را می‌یابیم:

$$f(x)=x-3[\frac{x}{3}]=3(\frac{x}{3}-[\frac{x}{3}])$$

$$0\leq \frac{x}{3}-[\frac{x}{3}]<1\Rightarrow 0\leq 3(\frac{x}{3}-[\frac{x}{3}])<3\Rightarrow 0\leq f(x)<3$$

$$(gof)(x)=2^{-f(x)}+1$$

با توجه به این که تابع g یک تابع اکیداً نزولی است. پس مقدار تابع در ابتدا و انتهای دامنه، برد را می‌سازد.

$$0\leq f(x)<3\xrightarrow{g\ \text{نزولی}} g(3)<g(f(x))\leq g(0)$$

$$\Rightarrow 2^{-3}+1<(gof)(x)\leq 2^0+1\Rightarrow$$

$$\frac{9}{8}<(gof)(x)\leq 2$$

$$\Rightarrow R_{gof}=(\frac{9}{8},2]=(a,b]\Rightarrow a=\frac{9}{8}\ ,\ b=2\Rightarrow a.b=\frac{9}{4}$$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۱۴)

۱۷- گزینهٔ «۱» *(فرشاد حسن‌زاده)*

$$fog(x)=\begin{cases}x-2 & x\geq 1\\ -2x+1 & x<1\end{cases}\qquad g(x)=\frac{-1}{2}x+1$$

$$g(x)=-1\Rightarrow \frac{-1}{2}x+1=-1\Rightarrow x=4\qquad f(\underbrace{g(4)}_{-1})=2$$

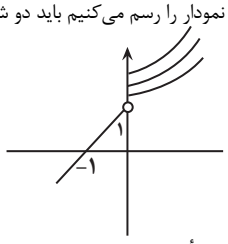
$$g(x)=5\Rightarrow \frac{-1}{2}x+1=5\Rightarrow x=-8\qquad f(\overbrace{g(-8)}^{5})=17$$

$$17+2=19$$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۱۴)

۱۸- گزینهٔ «۲» *(محمد کریمی)*

نمودار را رسم می‌کنیم باید دو شرط زیر وجود داشته باشد:



۱) رأس سهمی باید سمت چپ محور y ها باشد.

$$-\frac{a}{2}\leq 0\Rightarrow a\geq 0$$

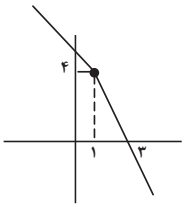
۲) عرض از مبدأ سهمی باید بزرگتر یا مساوی ۱ باشد.

$$a-2\geq 1\Rightarrow a\geq 3$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱۹- گزینهٔ «۲» *(امیررضا پویامنش)*

ابتدا نمودار $f(x)$ را رسم می‌کنیم:



تابع f نزولی اکید است. در تابع نزولی اکید می‌دانیم که:

$$f(x_2)>f(x_1)\leftrightarrow x_2<x_1$$

بنابراین:

$$f(x)<f(x^3)\Rightarrow x>x^3\Rightarrow x^3-x<0\Rightarrow x(x-1)(x+1)<0$$

نامعادلهٔ بالا را به کمک جدول تعیین علامت حل می‌کنیم.

x		-1		0		1	
x^3-x	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

در نتیجه $x\in(-\infty,-1)\cup(0,1)$ است.

$$a^2+b^2+c^2=(-1)^2+0^2+(1)^2=2$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۱۴)

۲۰- گزینهٔ «۲» *(علی‌اصغر شریفی)*

جزء صحیح x را با n و جزء اعشاری x را با r نشان می‌دهیم. بنابراین $n=[x]$، $r=x-[x]$ و $x=n+r$ پس معادله داده شده به صورت زیر می‌شود:

$$(n+r)(2n+r)=n^2+5\Rightarrow r^2+3nr+(n^2-5)=0$$

معادلهٔ بالا یک معادلهٔ درجهٔ دوم بر حسب r است که دلتای آن مثبت است:

$$9n^2-4(n^2-5)=5n^2+20$$

پس ۲ مقدار مختلف r در این معادله صدق می‌کند. با توجه به آن که مجموع این ۲ مقدار مختلف $-3n$ است و فقط مقادیر $r\in[0,1)$ مورد قبول است، پس حداکثر یک r مورد قبول در این معادله صدق می‌کند. شرط لازم برای این که این معادله یک ریشه $r\in(0,1)$ داشته باشد، این است که:

$$\xrightarrow{f(r)=r^2+3nr+(n^2-5)} f(0)f(1)<0\Rightarrow (n^2-5)(n^2+3n-4)<0$$

$$\Rightarrow (n^2-5)(n-1)(n+4)<0$$

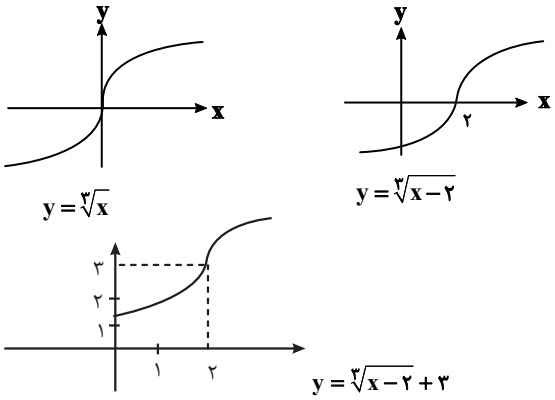
تنها مقادیر صحیح که در نامعادلهٔ بالا صدق می‌کنند، $n=-3,2$ هستند. پس

$$[\alpha]+[\beta]=-3+2=-1$$

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۱- گزینهٔ «۴» *(عباس اسدی امیرآیادی)*

$$f(x)=(x-3)^3+2 \Rightarrow f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-2}+3$$



با توجه شکل، نمودار تابع $f^{-1}(x)$ از ناحیه چهارم محورهای مختصات عبور نمی‌کند.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

۲- گزینهٔ «۴» *(جلیل احمد میربلوچ)*

$$\begin{cases} D_{fof^{-1}}=D_{f^{-1}}=R_f \\ R_f \Rightarrow 2-x\geq 0 \Rightarrow \sqrt{2-x}\geq 0 \end{cases} \Rightarrow [0,+\infty)$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۳- گزینهٔ «۲» *(مسعود خدارادی)*

می‌دانیم $(gof)^{-1}(5)=(f^{-1}og^{-1})(5)$؛ پس حاصل $(f^{-1}og^{-1})(5)$ را بدست می‌آوریم.

$$(f^{-1}og^{-1})(5)=f^{-1}(g^{-1}(5)) \; ; \; g^{-1}(5)=a \Rightarrow g(a)=5 \Rightarrow -a^3-3=5$$

$$\Rightarrow -a^3=8 \Rightarrow a^3=-8 \Rightarrow a=-2$$

$$f^{-1}(g^{-1}(5))=f^{-1}(-2)=b \Rightarrow f(b)=-2$$

$$\Rightarrow -5+\sqrt{b-1}=-2 \Rightarrow \sqrt{b-1}=3 \Rightarrow b-1=9 \Rightarrow b=10$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ و ۲۹)

۴- گزینهٔ «۳» *(دیبا اسمعیلی)*

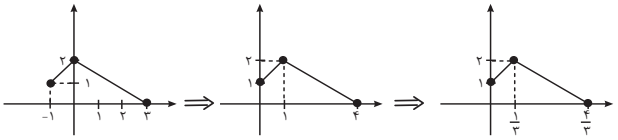
از آنجایی که در تعیین دامنهٔ تابع جدید، تغییرات بر روی ورودی‌های تابع اهمیت دارد نه خروجی‌های آن، ضریب ۲ بر دامنهٔ تابع g بی‌تاثیر است.

$$-3\leq -\frac{1}{2}x-2\leq 2 \Rightarrow -1\leq -\frac{1}{2}x\leq 4 \Rightarrow -8\leq x\leq 2 \Rightarrow D_g=[-8,2]$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۵- گزینهٔ «۳» *(رضا شوشیان)*

برای رسم نمودار تابع $y=f(3x-1)$ از روی تابع $y=f(x)$، کافیست ابتدا نمودار را ۱ واحد روی محور طول‌ها به سمت راست منتقل کنیم و سپس x های نمودار را در $\frac{1}{3}$ ضرب کنیم یا به عبارتی نمودار را با ضریب $\frac{1}{3}$ منقبض می‌کنیم.



(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

۶- گزینهٔ «۱» *(مسعود یکتا)*

$$3=3f(-4) \Rightarrow 1=f(-4)$$

$$3x-1=-4 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow y=2\times f(-4)=2$$

$$\rightarrow A': (-1,2)$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

۷- گزینهٔ «۳» *(بهزاد محرمی)*

$$g(f(x))=x^2-x$$

$$g(-x+2)=x^2-x \xrightarrow{-x+2=t \Rightarrow x=2-t}$$

$$g(t)=(2-t)^2-(2-t)=t^2-4t+4-2+t$$

$$g(t)=t^2-3t+2 \Rightarrow g(x)=x^2-3x+2$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۸- گزینهٔ «۳» *(بهزاد محرمی)*

با توجه به دامنه، باید مخرج کسر به فرم زیر باشد:

$$(x-(-2))^2=(x+2)^2=x^2+4x+4 \Rightarrow b=4\,,\,c=4$$

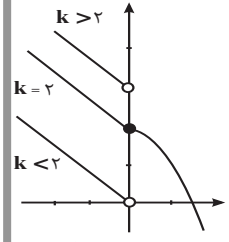
$$\Rightarrow y=\frac{4x+a}{4x+d}$$

می‌دانیم در توابع به فرم $y=\frac{ax+b}{cx+d}$، برد تابع به صورت $R_y=R-\left\{\frac{a}{c}\right\}$، می‌باشد. $(a\neq d)$ بنابراین داریم:

$$R_y=R-\left\{\frac{4}{4}\right\}=R-\{1\}$$

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۹- گزینهٔ «۱» *(سید امید شفیعی)*



در توابع چند ضابطه‌ای، شرط یک به یک بودن تابع، این است که: ۱) ضابطه‌ها در دامنه خود یک به یک باشند. ۲) برد ضابطه‌ها اشتراک نداشته باشند.

در این سوال ضابطهٔ بالایی بر روی دامنهٔ خود، تابعی یک به یک است. ضابطهٔ پایین نیز یک به یک است. لذا برد این دو ضابطه نباید با هم اشتراک داشته باشند. برد ضابطهٔ بالا، بازهٔ $(-\infty,2]$ است.

همچنین برد ضابطهٔ پایینی، بازه $(k,+\infty)$ خواهد بود. بنابراین تابع به ازای $k\in[2,+\infty)$ یک به یک خواهد بود.

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۹ و ۶۰)

۱۰- گزینهٔ «۲» *(ایمان کاظمی)*

می‌دانیم نمودار تابع $y=f(x-1)$ نسبت به نمودار تابع $y=f(x)$، ۱ واحد به سمت راست منتقل شده است. پس در واقع ریشه‌های تابع f یک واحد کمتر از ریشه‌های تابع $f(x-1)$ هستند. بنابراین:

$$f(1)=0$$
$$f(8)=0$$
$$\left.\begin{matrix} f(g(x))=0\Rightarrow g(x)=1\Rightarrow x^3=1\Rightarrow x=1 \\ g(x)=8\Rightarrow x^3=8\Rightarrow x=2 \end{matrix}\right\}\Rightarrow 1+2=3$$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ و ۲۹)

۱۱- گزینهٔ «۳» *(سیدامید شفیعی)*

می‌دانیم که تابع درجهٔ دوم (با دامنهٔ $\mathbb{R}$) یکنوا نیست؛ لذا برای اینکه تابع داده شده صعودی باشد، باید ضریب x^2 برابر با صفر گردد. بنابراین $m^2=|m|$ این رابطه به ازای $m=-1,0,1$ برقرار است. به ازای سه مقدار $m=-1,0,1$ این تابع به این سه فرم $y=-x+3$ یا $y=3$ یا $y=x+3$ تبدیل خواهد شد. توابع دوم و سوم صعودی هستند.

تذکر: اگر در صورت سوال عبارت «اکیدا صعودی» قید شده بود، فقط تابع سوم قابل قبول بود.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱۲- گزینهٔ «۲» *(بابک سادات)*

$$y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1\Rightarrow y+1=(x-2)^2$$
$$\xrightarrow{\text{جذر}}\sqrt{y+1}=|x-2|\xrightarrow{x\le 1}\sqrt{y+1}=-x+2$$
$$\Rightarrow x=2-\sqrt{y+1}\Rightarrow f^{-1}(x)=-\sqrt{x+1}+2$$
$$\Rightarrow\begin{cases} a=-1 \\ b=1 \\ c=2 \end{cases}\Rightarrow a+b+c=2$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۱۳- گزینهٔ «۳» *(مصطفی کرمی)*

فرض کنیم شیب خط تابع f برابر m باشد. پس شیب خط تابع f^{-1} برابر $\frac{1}{m}$ است و داریم:

$$3m+\frac{2}{m}=5m\xrightarrow{m>0}m=1$$

پس تابع $f(x)$ به صورت $f(x)=x+b$ و $f^{-1}(x)=x-b$ است. حالا با جایگذاری داریم:

$$3(x+2+b)+2(x-4-b)=5x+b+a$$
$$\Rightarrow \cancel{3x}+6+3b+\cancel{2x}-8-2b=\cancel{5x}+b+a\Rightarrow -2=a$$

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

۱۴- گزینهٔ «۲» *(مهدی براتی)*

در ضابطهٔ $f(x)$ ابتدا عبارت زیر رادیکال را مربع کامل می‌کنیم و سپس به ترتیب تبدیل‌ها را انجام می‌دهیم.

$$f(x)=\sqrt{-(x+3)^2+4}\xrightarrow[x\to\frac{x}{2}]{\text{انبساط افقی با ضریب ۲}}y=\sqrt{-(\frac{x}{2}+3)^2+4}$$
$$\xrightarrow[x\to -x]{\text{قرینه نسبت به محور y}}y=\sqrt{-(\frac{-x}{2}+3)^2+4}$$
$$\xrightarrow{\text{۵ واحد به چپ}}\sqrt{-(\frac{-(x+5)}{2}+3)^2+4}\xrightarrow[\text{با ضریب ۲}]{\text{انبساط عمودی}}2\sqrt{-(\frac{-(x+5)}{2}+3)^2+4}$$

در ادامه برای یافتن طول نقطهٔ برخورد نمودارهای $f(x)$ و $g(x)$ معادلهٔ $f(x)=g(x)$ را حل می‌کنیم:

$$\sqrt{-x^2-6x-5}=2\sqrt{-(\frac{-x}{2}+\frac{1}{2})^2+4}$$
$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}}-x^2-6x-5=4(-(\frac{x^2}{4}-\frac{x}{2}+\frac{1}{4})+4)$$
$$\Rightarrow -x^2-6x-5=-x^2+2x-1+16$$
$$\Rightarrow -8x=20\Rightarrow x=-\frac{20}{8}=-\frac{5}{2}$$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۵- گزینهٔ «۴» *(منوچهر زیرک)*

طبق تعریف دامنه داریم: $D_{fof}=\{x\in D_f\,|\,f(x)\in D_f\}$؛ بنابراین طبق تعریف بالا، دامنهٔ $f(x)$ را حساب کرده و در عبارت بالا می‌گذاریم:

$$D_f\Rightarrow\frac{x+2}{1-x}\ge 0\xrightarrow{\text{جدول}}\begin{array}{c|ccccc} x & & -2 & & 1 & \\ \hline y & - & 0 & + & \nexists & - \end{array}\Rightarrow -2\le x<1\ (1)$$
تعریف نشده

$$\Rightarrow D_{fof}=\left\{x\in[-2,1)\,|\,-2\le\sqrt{\frac{x+2}{1-x}}<1\right\}\Rightarrow\sqrt{\frac{x+2}{1-x}}<1$$
$$\text{توان ۲}\Rightarrow\frac{x+2}{1-x}<1\Rightarrow\frac{x+2}{1-x}-1<0\Rightarrow\frac{2x+1}{1-x}<0$$

$$\begin{array}{c|ccccc} x & & -\frac{1}{2} & & 1 & \\ \hline y & - & 0 & + & \nexists & - \end{array}$$
تعریف نشده

$$\text{جواب}\Rightarrow x\in\mathbb{R}-[-\frac{1}{2},1]\ (2)\xrightarrow[(2),(1)]{\text{اشتراک}}]-2,-\frac{1}{2})$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۱۶- گزینهٔ «۲» *(سعید پناهی)*

$$y=-2f(1-2x)+1\Rightarrow y-1=-2f(1-2x)$$
$$f(1-2x)=\frac{1-y}{2}\Rightarrow 1-2x=f^{-1}(\frac{1-y}{2})$$
$$-2x=f^{-1}(\frac{1-y}{2})-1\Rightarrow x=-\frac{1}{2}f^{-1}(\frac{1}{2}-\frac{y}{2})+\frac{1}{2}$$
$$\text{تعویض}\Rightarrow y=-\frac{1}{2}f^{-1}(\frac{1}{2}-\frac{x}{2})+\frac{1}{2}\Rightarrow g^{-1}(x)=-\frac{1}{2}f^{-1}(\frac{1}{2}-\frac{x}{2})+\frac{1}{2}$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۱۷- گزینهٔ «۱» *(ایمان کاظمی)*

$$۲x+y=۶\xrightarrow{(a,-۲)}۲a-۲=۶\Rightarrow ۲a=۸\Rightarrow a=۴$$
$$\Rightarrow (۴,-۲)\in f^{-۱}\Rightarrow (-۲,۴)\in f\Rightarrow ۴=۴-\sqrt{۴-۲b}$$
$$\Rightarrow ۴-۲b=۰\Rightarrow b=۲$$
$$\Rightarrow a-۲b=۴-۲(۲)=۰$$

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۰)

۱۸- گزینهٔ «۳» *(مهدی براتی)*

می‌دانیم که جواب‌های معادلهٔ $(\frac{f}{g})(x)=k$، طول نقاط برخورد نمودارهای $y=(\frac{f}{g})(x)$ و $y=k$ است. ابتدا دامنهٔ تابع $(\frac{f}{g})(x)$ را پیدا می‌کنیم.

$$D_{\frac{f}{g}}=D_f\cap D_g-\{x\,|\,g(x)=۰\}$$

$$f(x)=\frac{۹-x^۲}{x^۲+۲x}\Rightarrow x^۲+۲x=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۰\\x=-۲\end{cases}\Rightarrow D_f=R-\{۰,-۲\}$$

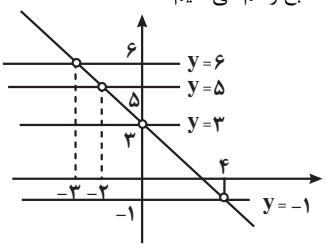
$$g(x)=\frac{x^۲-x-۱۲}{x^۳-۲x^۲-۸x}\Rightarrow x(x+۲)(x-۴)=۰$$
$$\Rightarrow\begin{cases}x=۰\\x=-۲\\x=۴\end{cases}\Rightarrow D_g=R-\{۰,-۲,۴\}$$

$$g(x)=۰\Rightarrow\frac{x^۲-x-۱۲}{x^۳-۲x^۲-۸x}=۰\Rightarrow(x-۴)(x+۳)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۴\\x=-۳\end{cases}$$
$$\Rightarrow D_{\frac{f}{g}}=R-\{۰,-۳,-۲,۴\}$$

سپس ضابطهٔ $(\frac{f}{g})(x)$ را ساده‌تر می‌کنیم:

$$(\frac{f}{g})(x)=\frac{۹-x^۲}{x^۲+۲x}\div\frac{x^۲-x-۱۲}{x^۳-۲x^۲-۸x}$$
$$=\frac{(۳-x)\cancel{(۳+x)}}{\cancel{x}\cancel{(x+۲)}}\times\frac{\cancel{x}\cancel{(x-۴)}\cancel{(x+۲)}}{\cancel{(x-۴)}\cancel{(x+۳)}}=۳-x$$

نمودار $y=۳-x$ را با در نظر گرفتن دامنهٔ تابع رسم می‌کنیم.



با توجه به شکل واضح است که معادلهٔ $(\frac{f}{g})(x)=k$ به ازای $k=-۱$ و $k=۳$ و $k=۵$ و $k=۶$ جواب ندارد.

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰ و ۶۵ تا ۶۹)

۱۹- گزینهٔ «۱» *(علی اصغر شریفی)*

با توجه به تعریف تابع g مشخص است که $D_g=[۰,+\infty)$. مقدار تابع g در $x=۰$ برابر است با:

$$g(۰)=f(۰)+f(۰)=۲f(۰)=۰$$

برای $x>۰$ تابع $g(x)$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$g(x)=\frac{x}{x^۲+x+۱}+\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+۱}=\frac{۱}{x+\frac{۱}{x}+۱}+\frac{۱}{\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}}+۱}$$

$$\Rightarrow g(x)=\frac{۱}{\left(\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}}\right)^۲-۱}+\frac{۱}{\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}}+۱}$$

با تغییر متغیر $t=\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}}$، تابع $g(x)$ به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$g=\frac{۱}{t^۲-۱}+\frac{۱}{t+۱}=\frac{۱}{t^۲-۱}+\frac{t-۱}{t^۲-۱}=\frac{t}{t^۲-۱}=\frac{۱}{t-\frac{۱}{t}}$$

با توجه به آن که $x>۰$، پس $t=\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}}\geq ۲$ و عبارت $t-\frac{۱}{t}$ بر حسب t اکیداً صعودی است. بنابراین:

$$t-\frac{۱}{t}\geq ۲-\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow ۰<\frac{۱}{t-\frac{۱}{t}}\leq\frac{۲}{۳}\Rightarrow ۰<g\leq\frac{۲}{۳}$$

چون $g(۰)=۰$، پس:

$$۰\leq g(x)\leq\frac{۲}{۳}\Rightarrow R_g=\left[۰,\frac{۲}{۳}\right]\Rightarrow ۳b-a=۲-۰=۲$$

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۲، ۵۳ و ۶۵ تا ۶۹)

۲۰- گزینهٔ «۲» *(علی اصغر شریفی)*

ابتدا معادلهٔ داده شده را با توجه به ضابطهٔ توابع می‌نویسیم:

$$f(g(x))=۸x\Rightarrow g(x)=f^{-۱}(۸x)\Rightarrow ۲x^۳+۳x^۲+\frac{۳}{۲}x+۱=\sqrt[۳]{x+\frac{۱}{۸}}$$

با تقسیم طرفین معادلهٔ بالا بر ۲ به معادلهٔ زیر می‌رسیم:

$$x^۳+\frac{۳}{۲}x^۲+\frac{۳}{۴}x+\frac{۱}{۲}=\sqrt[۳]{x+\frac{۱}{۸}}\Rightarrow\left(x+\frac{۱}{۲}\right)^۳+\frac{۳}{۸}=\sqrt[۳]{x+\frac{۱}{۸}}$$

با تغییر متغیر $t=x+\frac{۱}{۲}$ به معادلهٔ زیر می‌رسیم:

$$t^۳+\frac{۳}{۸}=\sqrt[۳]{t-\frac{۳}{۸}}$$

در معادلهٔ بالا یک تابع اکیداً صعودی با وارون خود برابر شده است. پس کافی است تابع را با نیمساز ناحیهٔ اول و سوم قطع دهیم:

$$t^۳+\frac{۳}{۸}=t\Rightarrow t^۳-t+\frac{۳}{۸}=۰\Rightarrow ۸t^۳-۸t+۳=۰$$
$$\Rightarrow (۲t)^۳-۴(۲t)+۳=۰$$
$$\Rightarrow (۲t-۱)((۲t)^۲+(۲t)-۳)=۰$$

با جای‌گذاری $۲t=۲x+۱$ به معادلهٔ زیر می‌رسیم:

$$۲x((۲x+۱)^۲+(۲x+۱)-۳)=۰\Rightarrow ۲x(۴x^۲+۶x-۱)=۰$$

معادلهٔ بالا یک ریشهٔ صفر، یک ریشهٔ مثبت و یک ریشهٔ منفی دارد که حاصل ضرب ریشه‌های مثبت و منفی برابر است با $\frac{-۱}{۴}$ است؛ پس:

$$\Rightarrow ۸\times(-\frac{۱}{۴})=-۲$$

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۸) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۱- گزینهٔ «۲» *(سروش موئینی)*

$f(x)$ را مساوی ۳- قرار می‌دهیم:

$$\frac{x^3}{2}+1=-3\Rightarrow\frac{x^3}{2}=-4\Rightarrow x^3=-8\Rightarrow x=-2$$

(ترکیبی)(ریاضی۲، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴) (ریاضی۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۲- گزینهٔ «۲» *(مصطفی کرمی)*

می‌دانیم $f^{-1}(f(x))=x$ است که دامنهٔ آن همان $x\in D_f$ است. پس کافی است دامنهٔ f را پیدا کنیم:

$$2x-4\geq 0\Rightarrow x\geq 2$$

$$\Rightarrow D_f=[2,+\infty)$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۳- گزینهٔ «۱» *(یمین مهروی)*

$y=f(x)$ و $y=\frac{1}{2}f(x)$ دامنه یکسانی دارند؛ زیرا تغییری روی دامنه (متغیر جلوی f) صورت نگرفته است. پس نقاط متناظر روی دو تابع مذکور، طول یکسانی دارند. پس $m=-8$.

همچنین انتقال تابع به این صورت بوده است:

$$f(x)\xrightarrow{\times\frac{1}{2}}\frac{1}{2}f(x)\quad\Rightarrow\frac{1}{2}n=12\Rightarrow n=24$$

$$\Rightarrow \text{نقطه } (m,n)=(-8,24)$$

$$\Rightarrow n-m=24-(-8)=24+8=32$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۳)

۴- گزینهٔ «۳» *(بهزاد زکنه قاسم‌آبادی)*

$$a^2-2=3a-4\Rightarrow a^2-3a+2=0\Rightarrow(a-1)(a-2)=0$$

$$\begin{cases}a=1\Rightarrow f=\{(2,1),(1,-1),(1,-1),(-5,b)\}\\ \text{b هر عددی باشد } f \text{ یک تابع است.}\\ \text{یا}\\ a=2\Rightarrow f=\{(2,2),(2,2),(2,2),(2,b)\}\Rightarrow b=2\end{cases}$$

$$a=2\Rightarrow b=2\Rightarrow a^2-b^2=0$$

باید با $a=1$ پیش برویم.

$$a=1\Rightarrow a^2-b^2=1-b^2\leq 1$$

بنابراین a^2-b^2 می‌تواند ۱ باشد.

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۵- گزینهٔ «۲» *(مهدی ذاکری)*

وقتی تابع $f(x)$ خطی است یعنی عبارت موجود در هر دو ضابطه برابرند.

چون در ضابطه اول $x\geq 2$ پس $|x-2|$ برابر با $x-2$ است.

$$\Rightarrow ax+b+|x-2|=-2x+c$$

$$\Rightarrow (a+1)x+b-2=-2x+c\Rightarrow a+1=-2\Rightarrow a=-3$$

$$f(1)=0\Rightarrow -2(1)+c=0\Rightarrow c=2$$

$$\Rightarrow b-2=c\Rightarrow b-2=2\Rightarrow b=4$$

$$\Rightarrow a\sqrt{c\sqrt{b}}=-3\sqrt{2\sqrt{4}}=-6$$

(ترکیبی) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳) (ریاضی ۳، صفحهٔ ۲)

۶- گزینهٔ «۲» *(رضا شوشیان)*

ابتدا نمودار را ۲ واحد در راستای قائم به سمت بالا انتقال می‌دهیم. سپس ۲ واحد به سمت چپ انتقال می‌دهیم و در نهایت نمودار را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم. مشاهده می‌شود که شکل گزینه «۲» به‌دست می‌آید.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۳)

۷- گزینهٔ «۱» *(مهرداد استقلالیان)*

$$3^{3x-1}=3^{\frac{5}{4}}\Rightarrow 3x-1=\frac{5}{4}\Rightarrow x=\frac{3}{4}$$

$$\frac{7\sqrt{x}}{3x+1}=\frac{3}{4}\Rightarrow 9x+3=28\sqrt{x}\Rightarrow 9x-28\sqrt{x}+3=0$$

$$\Rightarrow(\sqrt{x}-3)(9\sqrt{x}-1)=0\Rightarrow\begin{cases}x=9\\ \text{یا}\\ x=\frac{1}{81}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{ورودی=}x}\begin{cases}1-2a=9\Rightarrow a=-4\\ 1-2a=\frac{1}{81}\Rightarrow a=\frac{40}{81}\end{cases}$$

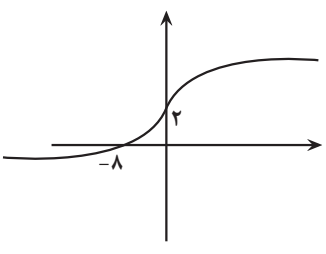
(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۸- گزینهٔ «۳» *(احمد عابرزاده)*

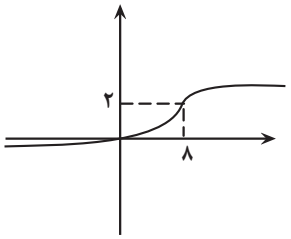
$$y=(x-2)^3+m\Rightarrow y-m=(x-2)^3\Rightarrow\sqrt[3]{y-m}=x-2$$

$$x=\sqrt[3]{y-m}+2\Rightarrow f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-m}+2$$

نمودار $y=\sqrt[3]{x}+2$ را رسم می‌کنیم :



با توجه به نمودار، اگر نمودار $y=\sqrt[3]{x}+2$ به اندازه بیشتر از ۸ واحد به سمت راست انتقال پیدا کند، حتما از ناحیه چهارم عبور می‌کند.



همچنین اگر دقت شود، به ازای $m=8$ نمودار از ناحیه دوم هم عبور نمی‌کند. $\Leftarrow m<8$

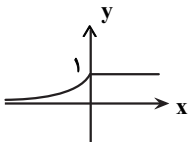
(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۹)

۹- گزینهٔ «۳» *(جلیل احمدمیربلوچ)*

دامنه تابع $f(x)$ برابر $\mathbb{R}$ است. برد تابع $f(x)$ را به‌دست می‌آوریم.

$$x-|x|=\begin{cases}0 & x\geq 0\\ 2x & x<0\end{cases}\Rightarrow f(x)=\begin{cases}2^{0} & x\geq 0\\ 2^{2x}=4^{x} & x<0\end{cases}$$

$$\Rightarrow R_f=(0,1]$$

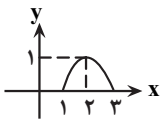


حالا سراغ تابع $g(x)$ می‌رویم:

$$D_g=-x^2+4x-3\geq 0\Rightarrow x^2-4x+3\leq 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-3)\leq 0\Rightarrow D_g=[1,3]$$

نمودار تابع g به‌صورت زیر است:



$$\Rightarrow R_g=[0,1]$$

برای به‌دست آوردن برد gof باید مقدار تابع $g(x)$ را در محدوده برد $f(x)$ به‌دست آوریم.

$$R_f\cap D_g=\{1\}\Rightarrow g(1)=0\Rightarrow R_{gof}=\{0\}$$

(ترکیبی) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۱۰- گزینهٔ «۱» *(محمدمهدی شب کلاهی)*

برای به‌دست آوردن دامنه باید زیر رادیکال با فرجهٔ زوج بزرگتر یا مساوی صفر باشد و همچنین مخرج مخالف صفر باشد و با توجه به اینکه دامنه به صورت $(-1,+\infty)$ است. پس ضریب x^2 برابر با صفر است و عبارت زیر رادیکال خطی است.

پس: $b^2-4=0\Rightarrow b=+2$ یا $b=-2$

با توجه به اینکه در نقاط بزرگتر از ریشه، مثبت است پس ضریب x مثبت است.

پس:

$$-b>0\Rightarrow b=-2$$

با توجه به اینکه $x=-1$ در دامنه وجود ندارد پس $x=-1$ ریشهٔ مخرج بوده است.

پس:

$$2(-1)-a=0\Rightarrow a=-2$$

$$a+b=-4$$

(تابع) (ریاضی۲، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۶)

۱۱- گزینهٔ «۲» *(جلیل احمد میربلوچ)*

اگر تابع $f(x)$ را به صورت ترکیب دو تابع زیر در نظر بگیریم:

$$f(x)=g(h(x))=\begin{cases}g(x)=\frac{1}{2}-\sqrt{x}\Rightarrow \text{اکیداً نزولی است}\\ h(x)=1-(a^2-9)x^3\end{cases}$$

چون تابع $f(x)$ اکیداً نزولی است، پس ترکیب $g(x)$ و $h(x)$ هم باید اکیداً نزولی باشد. حالا چون $g(x)$ اکیداً نزولی است پس باید $h(x)$ اکیداً صعودی باشد تا ترکیب حاصل اکیداً نزولی شود.

$$h(x)=1-(a^2-9)x^3\xrightarrow[\text{باشد}]{\text{اکیداً صعودی}}a^2-9<0$$

$$\Rightarrow -3<a<3\xrightarrow{a\in\mathbb{Z}}a=\{\pm 1,\pm 2,0\}$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۱۲- گزینهٔ «۳» *(دیبا اسمعیلی)*

$$y=-(x-2)^2+4\Rightarrow 4-y=(x-2)^2\xrightarrow{\text{جذر}}\sqrt{4-y}$$

$$=|x-2|\xrightarrow[x\leq 2]{\text{شرط سؤال}}x-2\leq 0\Rightarrow |x-2|=2-x$$

$$\sqrt{4-y}=-(x-2)\Rightarrow x=2-\sqrt{4-y}\Rightarrow f^{-1}(x)=2-\sqrt{4-x}$$

$$D_f: x\leq x_s\Rightarrow y_s=-4+8=4\Rightarrow R_f=(-\infty,4]$$

$$\Rightarrow D_{f^{-1}}=R_f=(-\infty,4]$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۳- گزینهٔ «۲» *(فرشاد حسن‌زاده)*

$$f(x+m)+n=\frac{x+m-1}{x+m+2}+n=\frac{x+m-1+nx+nm+2n}{x+m+2}=\frac{a}{x}$$

$$\frac{(n+1)x+nm+m+2n-1}{x+m+2}=\frac{a}{x}\Rightarrow m+2=0\Rightarrow m=-2$$

$$n+1=0\Rightarrow n=-1\Rightarrow a=nm+m+2n-1=2-2-2-1=-3$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۳)

۱۴- گزینهٔ «۴» *(مهدی ذاکری)*

ابتدا معادله سهمی را از روی نمودار محاسبه می‌کنیم:

$$fog(x)=-k(x-1)(x-2)\ \text{و}\ fog(\frac{3}{2})=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow -k(\frac{1}{2})(-\frac{1}{2})=\frac{1}{4}\Rightarrow k=1$$

$$\Rightarrow f(g(x))=-x^2+3x-2\Rightarrow -2(g(x))+2=-x^2+3x-2$$

$$\Rightarrow -2g(x)=-x^2+3x-4\Rightarrow g(x)=\frac{-x^2+3x-4}{-2}$$

$$g(1)=1\Rightarrow g(g(1))=1$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۱۵- گزینهٔ «۲» *(صادق فتحی الیاسی)*

می‌دانیم $(g^{-1}of^{-1})(x)=(fog)^{-1}(x)$ بنابراین:

$$(g^{-1}of^{-1})(a)=(fog)^{-1}(a)=8$$

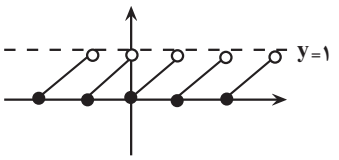
$$(fog)(8)=a\Rightarrow f(g(8))=a\Rightarrow f(\sqrt{40+9})=a$$

$$f(۷)=a \xrightarrow{(۷,۳)\in f} a=۳$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ و ۲۴ تا ۲۹)

۱۶- گزینهٔ «۳» *(محمدصادق هدایتی)*

تابع $f(x)=x-[x]$ را می‌شناسیم و داریم $۰\le x-[x]<۱$.



پس $[f(x)]=۰$ و خواهیم داشت: $g(x)=x$. حال معادله $h(x)=g(x)$ را حل می‌کنیم:

$$۲x^۲-۳x-۱=x \Rightarrow ۲x^۲-۴x-۱=۰$$

$$\Delta>۰ \rightarrow P=\frac{c}{a}=\frac{-۱}{۲}=-۰/۵$$

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳ و ۵۴ تا ۵۶)

۱۷- گزینهٔ «۳» *(رضا بحفری)*

ابتدا تابع gof را تشکیل داده و با توجه به رابطه $(gog^{-۱})(x)=x$ آن را ساده می‌کنیم:

$$y=(gof)(x)=g(f(x))=g(g^{-۱}(۳x+۶))=۳x+۶$$

سپس وارون تابع $y=۳x+۶$ را به‌دست آورده و مقدار آن را به ازای $x=۳$ معلوم می‌کنیم:

$$y=۳x+۶ \Rightarrow ۳x=y-۶ \Rightarrow x=\frac{y-۶}{۳} \Rightarrow (gof)^{-۱}(x)=\frac{x-۶}{۳}$$

$$(gof)^{-۱}(۳)=\frac{۳-۶}{۳}=-۱$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۱۸- گزینهٔ «۱» *(محمد موسوی)*

با فرض $x=۴$ خواهیم داشت:

$$۵^{(f(۴)-۱)}=۶\times۴+۱=۲۵=۵^۲ \Rightarrow f(۴)-۱=۲ \Rightarrow f(۴)=۳$$

و با فرض $f^{-۱}(۱)=a$ خواهیم داشت $f(a)=۱$ و با جایگذاری آن در رابطه داده شده داریم:

$$۵^{f(a)-۱}=۶a+۱ \Rightarrow ۶a+۱=۵^۰=۱ \Rightarrow a=۰ \Rightarrow f^{-۱}(۱)=۰$$

بنابراین:

$$f(۴)+f^{-۱}(۱)=۳+۰=۳$$

و گزینهٔ «۱» درست است.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۹- گزینهٔ «۱» *(علی رضایی)*

تمام کارها را به صورت برعکس از آخر به اول انجام می‌دهیم تا به $f(x)$ برسیم.

پس تابع $g(x)$ را نسبت به محور x و y قرینه کرده و سپس ۳ واحد به راست می‌بریم.

داریم:

$$g(x)=\log_\alpha(-۲x+۱) \xrightarrow[\text{تبدیل } -x \text{ به } x]{\text{قرینه نسبت به محور } y} y=\log_\alpha(۲x+۱)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x} y=-\log_\alpha(۲x+۱)$$

$$\xrightarrow[\text{تبدیل } x \text{ به } x-۳]{۳ \text{ واحد به راست}} y=-\log_\alpha(۲(x-۳)+۱)$$

$$=-\log_\alpha(۲x-۵)=\log_{\alpha^{-۱}}(۲x-۵)$$

چون تابع f صعودی است پس:

$$\Rightarrow y=\log^{(۲x-۵)}_{\frac{۱}{\alpha}} \quad \Rightarrow \frac{۱}{\alpha}>۱$$

$$\Rightarrow ۰<\alpha<۱$$

(ترکیبی) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۳)

۲۰- گزینهٔ «۲» *(علی‌اصغر شریفی)*

با توجه به آن که تابع $f(x)$ اکیداً صعودی است، پس:

$$f(x)\ge f^{-۱}(x) \Rightarrow f(x)\ge x \Rightarrow \sqrt{x}-\sqrt{۴-x}+۲\ge x$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}-\sqrt{۴-x}\ge x-۲$$

طرفین نامعادلهٔ بالا دو تابع اکیداً صعودی هستند که در $x=۲$ صفر می‌شوند. برای حل این نامعادله دو حالت در نظر می‌گیریم:

حالت اول: $۰\le x\le ۲$

در این حالت طرفین نامعادله نامثبت هستند و وقتی به توان ۲ برسانیم جهت نامساوی تغییر می‌کند:

$$(\sqrt{x}-\sqrt{۴-x})^۲\le(x-۲)^۲ \Rightarrow x+(۴-x)-۲\sqrt{x(۴-x)}\le x^۲-۴x+۴$$

$$\Rightarrow ۲\sqrt{۴x-x^۲}\ge ۴x-x^۲ \Rightarrow ۴x-x^۲\in[۰,۴]$$

$$\Rightarrow ۴-(x-۲)^۲\in[۰,۴] \Rightarrow (x-۲)^۲\in[۰,۴] \xrightarrow{x\in[۰,۲]} x\in[۰,۲]$$

حالت دوم: $۲<x\le ۴$

در این حالت طرفین نامعادله مثبت هستند و وقتی به توان ۲ برسانیم جهت نامساوی تغییر نمی‌کند:

$$(\sqrt{x}-\sqrt{۴-x})^۲\ge(x-۲)^۲ \Rightarrow \ldots \Rightarrow ۲\sqrt{۴x-x^۲}\le ۴x-x^۲$$

$$\Rightarrow ۴x-x^۲\in\{۰\}\cup[۴,+\infty) \Rightarrow ۴-(x-۲)^۲\in\{۰\}\cup[۴,+\infty)$$

$$\Rightarrow (x-۲)^۲\in\{۴\}\cup(-\infty,۰] \xrightarrow{x\in(۲,۴]} x=۴$$

بنابراین جواب نامعادله به صورت زیر می‌شود:

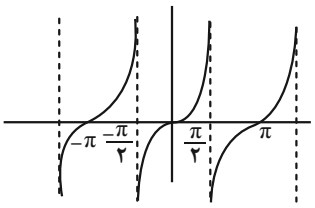
$$x\in[۰,۲]\cup\{۴\} \Rightarrow x\in(۰,۲)\cup\{۰,۲,۴\}$$

$$\Rightarrow a+b+c+d+e=۰+۲+۴+۰+۲=۸$$

(ترکیبی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۲ تا ۶۴) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰ و ۲۴ تا ۲۹)

۱- گزینهٔ «۲» (فرهاد سرابی)

با توجه به نمودار $\tan x$، تابع در بازه $(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ صعودی است. در سایر گزینه‌ها تابع یکنوا نمی‌باشد.



(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۱)

۲- گزینهٔ «۲» (سپهر قنواتی)

می‌دانیم در تابع $y=a\sin(bx)+c$ خواهیم داشت:

$$\begin{matrix}\max \Rightarrow |a|+c=11\\ \min \Rightarrow -|a|+c=3\end{matrix} \Rightarrow 2c=14 \Rightarrow c=7\ ,\ a=\pm 4$$

$$T=\frac{2\pi}{|b|}=\frac{16}{3} \Rightarrow |b|=\frac{6\pi}{16} \Rightarrow b=\pm\frac{3\pi}{8}$$

$$\begin{cases} y=4\sin(\frac{3\pi x}{8})+7 \text{ یا } y=4\sin(-\frac{3\pi}{8}x)+7\\ y=-4\sin(-\frac{3\pi x}{8})+7 \text{ یا } y=-4\sin(\frac{3\pi}{8}x)+7\end{cases}$$

بنابراین گزینهٔ «۲» می‌تواند درست باشد.

(مثلثات)(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶، ۴۰ و ۴۱)

۳- گزینهٔ «۱» (فرشاد صدیقی‌فر)

$$\sin^2\alpha-3\cos^2\alpha=0 \Rightarrow \sin^2\alpha=3\cos^2\alpha \Rightarrow \tan^2\alpha=3$$

$$\Rightarrow 1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow 4=\frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos\alpha=\pm\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos\alpha=-\frac{1}{2}(\text{ربع سوم است}\alpha)$$

(مثلثات)(ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴- گزینهٔ «۳» (جلیل اصغرمیربلوچ)

$$T=\frac{7\pi}{4}-\frac{3\pi}{4}=\pi \Rightarrow T=\frac{2\pi}{|\frac{1}{a}|}=\pi \Rightarrow |a|=\frac{1}{2}$$

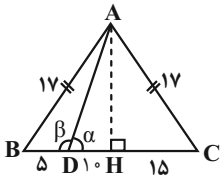
$$y=3\cos^2 ax \Rightarrow T=\frac{\pi}{|a|}=\frac{\pi}{\frac{1}{2}}=2\pi$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ ، ۴۰ و ۴۱)

۵- گزینهٔ «۳» (علی قادری حصاری)

ارتفاع AH در مثلث ABC عمودمنصف ضلع BC می‌باشد و لذا پاره‌خط BC را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند.

طبق قاعدهٔ فیثاغورس در مثلث ABH داریم:



$$AB^2=BH^2+AH^2 \Rightarrow 17^2=15^2+AH^2 \Rightarrow AH=8$$

حال می‌توانیم $\cot\alpha$ را حساب کنیم. $\cot\alpha=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$

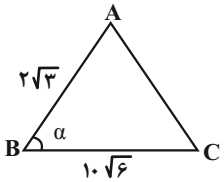
از آنجایی که $\beta=180^\circ-\alpha$ است، پس:

$$\cot\beta=\cot(\pi-\alpha)=-\cot\alpha=-\frac{5}{4}$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۶- گزینهٔ «۳» (زانیار محمدی)

با توجه به رابطهٔ $S=\frac{1}{2}\times AB\times BC\times\sin\hat{B}$ داریم:



$$S=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 10\sqrt{6}\sin\alpha=15\sqrt{2}$$

$$\sin\alpha=\frac{15\sqrt{2}}{\sqrt{3}\times 10\ \underbrace{\sqrt{6}}_{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha=\frac{\pi}{6}\ ,\ \frac{5\pi}{6}$$

با توجه به اینکه در مثلث زاویه‌ها بین 0° و 180° می‌باشد، پس مقادیر ممکن برای α، $\frac{\pi}{6}$ و $\frac{5\pi}{6}$ است.

α اختلاف بیشترین و کمترین مقدار $=|\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{6}|=\frac{2\pi}{3}$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۷- گزینهٔ «۴» *(هوشمند قصری)*

$$-\frac{\pi}{۶}<x<\frac{\pi}{۶}\Rightarrow\frac{\pi}{۶}>-x>-\frac{\pi}{۶}\Rightarrow$$

$$۰<\frac{\pi}{۶}-x<\frac{\pi}{۳}\Rightarrow ۰<\tan(\frac{\pi}{۶}-x)<\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow ۰<\frac{۱-m}{۳+m}<\sqrt{۳}\Rightarrow\frac{۱-m}{۳+m}>۰\Rightarrow -۳<m<۱$$

$$\frac{۱-m}{۳+m}<\sqrt{۳}\Rightarrow\frac{۱-m}{۳+m}-\sqrt{۳}<۰$$

(در نامعادله نباید طرفین وسطین شود.)

$$\Rightarrow\frac{۱-m-۳\sqrt{۳}-\sqrt{۳}m}{۳+m}<۰\Rightarrow(-\infty,-۳)\cup(-۵+۲\sqrt{۳},+\infty)\Rightarrow$$

جواب نامعادله دوم

$$\text{اشتراک نهایی}=((-\infty,-۳)\cup(-۵+۲\sqrt{۳},+\infty))\cap(-۳,۱)$$

$$\Rightarrow(-۵+۲\sqrt{۳},۱)$$

(مثلثات)(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۱)

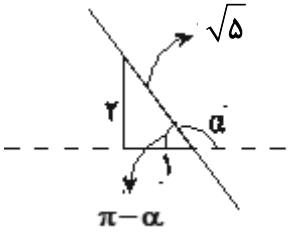
۸- گزینهٔ «۲» *(عارف بهرام‌نیا)*

ابتدا شیب خط را به‌دست می‌آوریم.

$$۶x+۳y=n\Rightarrow ۳y=-۶x+n$$

$$\Rightarrow y=-۲x+\frac{n}{۳}\Rightarrow \text{شیب}\, m=-۲$$

بنابراین چون شیب یا در واقع تانژانت منفی است، زاویه α در ناحیه دوم دایره مثلثاتی است.



$$\sin\alpha=\sin(\pi-\alpha)=\frac{۲}{\sqrt{۵}}$$

$$\cos\alpha=\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha=\frac{-۱}{\sqrt{۵}}$$

بنابراین $\dfrac{۲\sin\alpha+\cos\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}=\dfrac{۲(\frac{۲}{\sqrt{۵}})-\frac{۱}{\sqrt{۵}}}{\frac{-۱}{\sqrt{۵}}-\frac{۲}{\sqrt{۵}}}=\dfrac{\frac{۳}{\sqrt{۵}}}{\frac{-۳}{\sqrt{۵}}}=-۱$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵، ۴۰ و ۴۱)

۹- گزینهٔ «۱» *(صادق فتحی الیاسی)*

ابتدا تساوی داده شده را ساده می‌کنیم.

$$۱۰\sin۱۶۰^\circ=۳\cos۳۴۰^\circ\Rightarrow ۱۰\sin(۱۸۰^\circ-۲۰^\circ)$$
$$=۳\cos(۳۶۰^\circ-۲۰^\circ)$$

$$\Rightarrow ۱۰\sin۲۰^\circ=۳\cos۲۰^\circ\xrightarrow{\div\cos۲۰^\circ}\tan۲۰^\circ=\frac{۳}{۱۰}$$

حال در کسر داده شده، هرکدام از مقدارها را ساده می‌کنیم.

$$\cos۲۹۰^\circ=\cos(۲۷۰^\circ+۲۰^\circ)=\sin۲۰^\circ$$

$$\sin۱۰۱۰^\circ=\sin(\underbrace{۶\pi}_{۱۰۸۰^\circ}-۷۰^\circ)=\sin(-۷۰^\circ)$$

$$=-\sin۷۰^\circ=-\cos۲۰^\circ$$

$$\cos۴۷۰^\circ=\cos(۳۶۰^\circ+۱۱۰^\circ)=\cos۱۱۰^\circ$$

$$=\cos(۹۰^\circ+۲۰^\circ)=-\sin۲۰^\circ$$

$$\sin۶۱۰^\circ=\sin(\underbrace{۵۴۰^\circ}_{۳\pi}+۷۰^\circ)=\sin(\pi+۷۰^\circ)$$

$$=-\sin۷۰^\circ=-\cos۲۰^\circ$$

در نتیجه مقدار کسر خواسته شده برابر است با:

$$\frac{۲\cos۲۹۰^\circ+\sin۱۰۱۰^\circ}{\cos۴۷۰^\circ-۳\sin۶۱۰^\circ}=\frac{۲\sin۲۰^\circ+(-\cos۲۰^\circ)}{-\sin۲۰^\circ+۳\cos۲۰^\circ}$$

$$\xrightarrow[\text{را بر}\cos۲۰^\circ\text{ تقسیم می‌کنیم}]{\text{حال تمام جملات صورت و مخرج}}$$

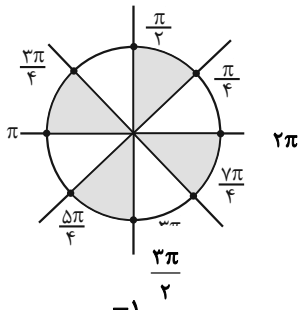
$$\frac{۲\tan۲۰^\circ-۱}{-\tan۲۰^\circ+۳}=\frac{۲\times\frac{۳}{۱۰}-۱}{-\frac{۳}{۱۰}+۳}=\frac{\frac{۶-۱۰}{۱۰}}{\frac{-۳+۳۰}{۱۰}}=\frac{\frac{-۴}{۱۰}}{\frac{۲۷}{۱۰}}=\frac{-۴}{۲۷}$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۱۰- گزینهٔ «۲» *(مهدی نعمتی)*

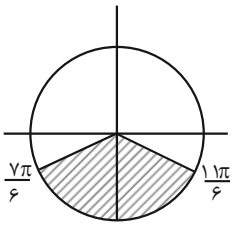
$$\text{نواحی هاشور}\Leftarrow\tan x>\cot x$$

شرط اول

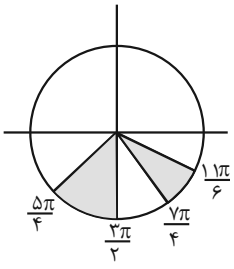


$$\text{نواحی هاشور}\Leftarrow\sin x<\frac{-۱}{۲}$$

شرط دوم



(اشتراک دوبازه) $\Rightarrow$



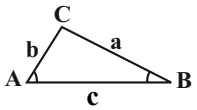
$$(\frac{3\pi}{2}-\frac{5\pi}{4})+(\frac{11\pi}{6}-\frac{7\pi}{4})=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{12}=\frac{4\pi}{12}=\frac{\pi}{3}\Rightarrow\frac{\frac{\pi}{3}}{2\pi}=\frac{1}{6}$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۱- گزینهٔ «۲» (بابک سادات)

در صفحه ۳۴ کتاب ریاضی دهم رابطه مساحت مثلث با داشتن طول دو ضلع و زاویه بین آنها عنوان شده است. توجه داشته باشید برای این‌کار می‌توانید از هر دو ضلع و زاویه بین آن دو استفاده کنید. پس مثلاً در مثلث مقابل داریم:

$$S=\frac{1}{2}bc\times\sin\hat{A}=\frac{1}{2}ac\times\sin\hat{B}=\frac{1}{2}ab\times\sin\hat{C}$$

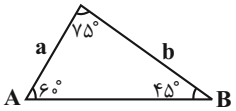


حال اگر هر سه عبارت را تقسیم بر $\frac{1}{2}abc$ کنیم، داریم:

$$\frac{\frac{1}{2}bc\sin\hat{A}}{\frac{1}{2}abc}=\frac{\frac{1}{2}ac\sin\hat{B}}{\frac{1}{2}abc}=\frac{\frac{1}{2}ab\sin\hat{C}}{\frac{1}{2}abc}$$

$$\Rightarrow\frac{\sin\hat{A}}{a}=\frac{\sin\hat{B}}{b}=\frac{\sin\hat{C}}{c}$$

به این رابطه قضیه سینوس‌ها می‌گویند که چون از مساحت نتیجه‌گیری می‌شود، می‌تواند محل طرح سؤال در کنکورهای آینده باشد. حال بپردازیم به حل تست. شکل مسئله:



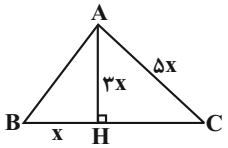
$$\frac{\sin\hat{A}}{a}=\frac{\sin\hat{B}}{b}\Rightarrow\frac{\sin60^\circ}{b}=\frac{\sin45^\circ}{a}\Rightarrow\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{b}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{a}$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{b}=\frac{\sqrt{2}}{a}\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{1}{3}\sqrt{6}$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۱۲- گزینهٔ «۲» (مهراب درویشی)

ابتدا یک شکل فرضی می‌کشیم، سپس اضلاع مجهول را می‌یابیم.



$$CH^2=AC^2-AH^2=(5x)^2-(3x)^2=16x^2$$

$$\Rightarrow CH=4x\Rightarrow BC=5x$$

$$AB^2=AH^2+BH^2=(3x)^2+x^2=10x^2$$

$$\frac{AB^2}{BC\times AC}=\frac{10x^2}{5x\times5x}=\frac{10}{25}=0/4$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۱۳- گزینهٔ «۳» (سهیل حسن خان‌پور)

ابتدا دقت می‌کنیم $0<\frac{\pi}{7}<\frac{\pi}{4}$، بنابراین $\tan0<\tan\frac{\pi}{7}<\tan\frac{\pi}{4}$ پس

داریم $0<\tan\frac{\pi}{7}<1$ و $[\tan\frac{\pi}{7}]=0$

$$\frac{2\pi}{7}+\frac{5\pi}{7}=\pi\Rightarrow\tan\frac{2\pi}{7}=-\tan\frac{5\pi}{7}$$

$$\frac{3\pi}{7}+\frac{4\pi}{7}=\pi\Rightarrow\tan\frac{3\pi}{7}=-\tan\frac{4\pi}{7}$$

و می‌دانیم $[x]+[-x]=\begin{cases}0 & x\in z\\ -1 & x\notin z\end{cases}$ و مشخص است $\tan\frac{2\pi}{7}$ و $\tan\frac{3\pi}{7}$ اعداد گنگ هستند، پس غیرصحیح محسوب می‌شوند.

$$[\tan\frac{2\pi}{7}]+[\tan\frac{5\pi}{7}]=[\overbrace{\tan\frac{2\pi}{7}}^{u}]+[\overbrace{-\tan\frac{2\pi}{7}}^{-u}]$$

$$=[u]+[-u]=-1(u\notin z)$$

$$[\tan\frac{3\pi}{7}]+[\tan\frac{4\pi}{7}]=[\overbrace{\tan\frac{3\pi}{7}}^{k}]+[\overbrace{-\tan\frac{3\pi}{7}}^{-k}]$$

$$=[k]+[-k]=-1\ (k\notin z)$$

پس داریم:

$$A=0+(-1)+(-1)=-2$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۱)

۱۴- گزینهٔ «۱» (احمد بلوچی)

$$\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}=-7\Rightarrow\frac{\sin^2x+\cos^2x}{\cos x.\sin x}=-7,\sin^2x+\cos^2x=1$$

$$\Rightarrow\sin x.\cos x=\frac{-1}{7}$$

$$(\cos x-\sin x)^2=\cos^2x+\sin^2x-2\sin x.\cos x$$

$$=1+\frac{2}{7}=\frac{9}{7}$$

$$\xrightarrow{\frac{\pi}{2}<x<\frac{3\pi}{4}}\cos x-\sin x=-\frac{3}{\sqrt{7}}$$

$$\cos^3x-\sin^3x=(\cos x-\sin x)(\cos^2x+\sin^2x+\sin x.\cos x)$$

$$\cos^3x-\sin^3x=(\frac{-3}{\sqrt{7}})(\frac{6}{7})=\frac{-18}{7\sqrt{7}}$$

$$\Rightarrow\frac{-9}{\cos^3x-\sin^3x}=\frac{-9}{\frac{-18}{7\sqrt{7}}}=\frac{7\sqrt{7}}{2}=3/5\sqrt{7}$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۱۵- گزینهٔ «۱» (مسعود فراداری)

$$\frac{9}{4}-\frac{5}{4}=\frac{4}{4}\Rightarrow1=\frac{T}{4}\Rightarrow1=\frac{2\pi}{4|b|}\xrightarrow{b>0}\frac{2\pi}{4b}=1\Rightarrow b=\frac{\pi}{2}$$

$$|a|=\frac{3}{4}\Rightarrow a=\frac{3}{4}\quad a>0$$ شکل در حالت استاندارد است پس

$$f(x)=\frac{۳}{۴}\cos(\frac{\pi}{۲}x+c)$$

$$f(\frac{۵}{۴})=-\frac{۳}{۴}\Rightarrow\frac{۳}{۴}\cos(\frac{\pi}{۲}(\frac{۵}{۴})+c)=\frac{-۳}{۴}$$

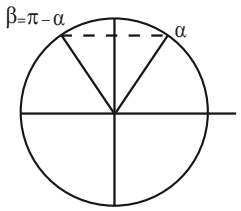
$$\xrightarrow{۰<c<\pi}\frac{۵\pi}{۸}+c=\pi\Rightarrow c=\frac{۳\pi}{۸}$$

$$\frac{a\times c}{۲b}=\frac{\frac{۳\pi}{۸}\times\frac{۳}{۴}}{\frac{\pi}{۲}\times۲}=\frac{۹}{۳۲}$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ ، ۴۰ و ۴۱)(ریاضی۲، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۴)

۱۶- گزینهٔ «۲» (مصطفی کرمی)

چون $\cos\alpha=\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}$ و $\cos\beta=\frac{-\sqrt{۱۰}}{۱۰}$ است، پس $\beta=\pi-\alpha$ است و $\alpha+\beta=\pi$ پس داریم:

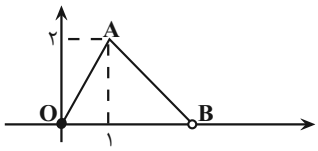


$$۲\alpha+\beta=\alpha+\overbrace{\alpha+\beta}^{\pi}=\pi+\alpha\Rightarrow\sin(۲\alpha+\beta)$$

$$=\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha=\frac{-۳}{\sqrt{۱۰}}$$

(مثلثات)(ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۱۷- گزینهٔ «۳» (سروش موئینی)



شکل تابع f در بازهٔ $[۰,۳]$ به‌صورت مقابل است.

طول خط شکسته برابر است با:

$$OA+AB=\sqrt{۲^۲+۱^۲}+\sqrt{۲^۲+۲^۲}$$

$$=\sqrt{۵}+\sqrt{۸}=\sqrt{۵}+۲\sqrt{۲}$$

طول فاصلهٔ $(-۴/۲,۱/۸)$ برابر ۶ است و دو تا دورهٔ تناوب را دارد.

پس طول پاره‌خط می‌شود $۲\times(\sqrt{۵}+۲\sqrt{۲})$

$$=۲\sqrt{۵}+۴\sqrt{۲}=\sqrt{۲۰}+\sqrt{۳۲}$$

پس $a+b=۵۲$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ ، ۴۰ و ۴۱)

۱۸- گزینهٔ «۳» (نیما مهندس)

* توجه: هر جا نیاز باشد، به جای عبارت $bx-\frac{\pi}{۳}$ ، u می‌نویسیم (برای سادگی در نوشتار)

راه حل: مقادیر Max و Min تابع از روی شکل مشخص است از آنجا که $\cos^۲u$ عددی بین صفر و یک است، داریم:

$$۰\le\cos^۲u\le۱\begin{cases}\xrightarrow{a>۰}۰\le a\cos^۲u\le a\\ \xrightarrow{+c}c\le a\cos^۲u+c\le a+c\\ \xrightarrow{a<۰}a\le a\cos^۲u\le۰\\ \Rightarrow a+c\le a\cos^۲u+c\le c\end{cases}$$

از طرفی دیگر از روی شکل متوجه می‌شویم که:

$$T+\frac{T}{۴}=\frac{۵\pi}{۳}-(-\frac{۵\pi}{۶})=۲/۵\pi\Rightarrow\frac{۵}{۴}T=۲/۵\pi=T=۲\pi$$

$$T=\frac{\pi}{|b|}\xrightarrow{T=۲\pi}|b|=۰/۵$$

چون نمودار در سمت راست محور y ها (x های مثبت) ابتدا به Min و سپس به Max رسیده، داریم:

$$a<۰\ ,\ b>۰\Rightarrow\begin{cases}a+c=-۲\\ c=۲\end{cases}\Rightarrow a=-۴\ ,\ b=۰/۵\ ,\ c=۲$$

$$\Rightarrow ab+c=۰$$

راه حل دوم: می‌توانیم ضابطه تابع را به فرم دیگری که کمی برایمان ساده‌تر است. بنویسیم:

$$y=a\cos^۲(bx-\frac{\pi}{۳})+c=a(\frac{\cos۲u+۱}{۲})+c$$

$$=\frac{a}{۲}+c+\frac{a}{۲}\cos(۲bx-\frac{۲\pi}{۳})$$

حال خواهیم داشت:

$$\frac{a}{۲}+c+|\frac{a}{۲}|=۲$$

$$\frac{a}{۲}+c-|\frac{a}{۲}|=-۲\xrightarrow{a<۰}a=-۴\ ,\ c=۲$$

نمودار بعد از برخورد با محور y ها، نزولی ادامه می‌یابد. پس a و b مختلف‌العلامتند.

$$T=۲\pi\Rightarrow\frac{۲\pi}{|۲b|}=۲\pi\xrightarrow[b>۰]{}b=۰/۵$$

$$\Rightarrow ab+c=۰$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۴) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ ، ۴۰ و ۴۱)

۱۹- گزینهٔ «۱» (عرشیا حسین‌زاده)

با ساده کردن عبارات A و B به صورت زیر، مقادیر این دو عبارت را پیدا می‌کنیم:

$$A=\sin(\frac{۲۵\pi}{۳})+\cos(\frac{-۵\pi}{۶})+\tan(\frac{۳\pi}{۴})\xrightarrow{\cos x=\cos(-x)}$$

$$A=\sin(۸\pi+\frac{\pi}{۳})+\cos(\pi-\frac{\pi}{۶})+\tan(\pi-\frac{\pi}{۴})$$

$$=\sin(\frac{\pi}{۳})-\cos(\frac{\pi}{۶})-\tan(\frac{\pi}{۴})=\frac{\sqrt{۳}}{۲}-(\frac{\sqrt{۳}}{۲})-۱=-۱$$

$$B=\cot(۴۰۵^\circ)-\sin(۱۵۰^\circ)=\cot(۳۶۰^\circ+۴۵^\circ)-\sin(۱۸۰^\circ-۳۰^\circ)$$

$$=\cot(۴۵^\circ)-\sin(۳۰^\circ)=۱-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}$$

بنابراین:

$$\frac{A}{2B}=\frac{(-1)}{2\times(\frac{1}{2})}=-1$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۲۰- گزینهٔ «۲» (علی‌اصغر شریفی)

طبق تعریف تابع وارون، $f^{-1}(4/5)$ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f^{-1}(4/5)=\alpha \Rightarrow f(\alpha)=4/5 \Rightarrow \frac{1+\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=\frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow 2+2\sin\alpha=9+9\cos\alpha$$

$$\Rightarrow -9\cos\alpha=7-2\sin\alpha$$

در معادلهٔ بالا مشخص است که $\cos\alpha<0$ و با توجه به این که ربع سوم در دامنه تابع f نیست، پس α در ربع دوم است و $\sin\alpha>0$. طرفین معادلهٔ بالا را به‌توان ۲ می‌رسانیم.

$$81\cos^2\alpha=49-28\sin\alpha+4\sin^2\alpha$$

$$\Rightarrow 81(1-\sin^2\alpha)=49-28\sin\alpha+4\sin^2\alpha$$

$$\Rightarrow 85\sin^2\alpha-28\sin\alpha-32=0$$

$$\Rightarrow (5\sin\alpha-4)(17\sin\alpha+8)=0$$

با توجه به آن که α در ربع دوم است، پس $\sin\alpha=\frac{4}{5}$ و $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$.

برای محاسبه $f^{-1}(0/125)$ داریم:

$$f^{-1}(0/125)=\beta \Rightarrow f(\beta)=0/125 \Rightarrow \frac{1+\sin\beta}{1+\cos\beta}=\frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow 8+8\sin\beta=1+\cos\beta$$

$$\Rightarrow 7-\cos\beta=-8\sin\beta$$

در معادلهٔ بالا مشخص است که $\sin\beta<0$ و با توجه به این که ربع سوم در دامنه تابع f نیست، پس β در ربع چهارم است و $\cos\beta>0$. طرفین معادلهٔ بالا را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$49-14\cos\beta+\cos^2\beta=64\sin^2\beta$$

$$\Rightarrow 49-14\cos\beta+\cos^2\beta=64(1-\cos^2\beta)$$

$$\Rightarrow 65\cos^2\beta-14\cos\beta-15=0$$

$$\Rightarrow (5\cos\beta-3)(13\cos\beta+5)=0$$

با توجه به آن که β در ربع چهارم است، پس $\sin\beta=-\frac{4}{5}$ و $\cos\beta=\frac{3}{5}$.

طبق روابط $\sin\beta=-\sin\alpha$ و $\cos\beta=-\cos\alpha$ و محدوده D_f، داریم:

$$\alpha=\beta+\pi \Rightarrow \alpha-\beta=\pi \Rightarrow [\pi]=3$$

(مثلثات)(ریاضی۱، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۲)

۱- گزینهٔ «۱» *(سپهر قنواتی)*

در تابع $y=a\sin(bx)+c$، دوره تناوب برابر است با $T=\frac{2\pi}{|b|}$. پس خواهیم داشت:

$$T=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}}=6$$

هم‌چنین ماکسیمم تابع برابر است با $max=|a|+c$. خواهیم داشت:

$$max=|-2|+3=5$$

بنابراین حاصل ضرب دورهٔ تناوب در ماکسیمم تابع برابر ۳۰ خواهد بود.

(مثلثات)(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۲- گزینهٔ «۳» *(محمد پردل نظامی)*

$$|a|=\frac{max-min}{2}=\frac{10-4}{2}=3$$

$$c=\frac{max+min}{2}=\frac{10+4}{2}=7$$

$$\frac{|a|\times c}{2}=\frac{21}{2}=10/5$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۳- گزینهٔ «۱» *(حامد قاسمیان)*

$$\left.\begin{matrix}max=|a|+c=6\\ min=-|a|+c=-3\end{matrix}\right\}|a|=\frac{9}{2},\ c=\frac{3}{2}$$

$$T=\frac{2\pi}{|b|}=3\Rightarrow|b|=\frac{2\pi}{3}$$

با توجه به تساوی‌های بالا گزینهٔ «۱» جواب سوال است.

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۴- گزینهٔ «۴» *(سینا همتی)*

تابع $y=\tan(-x)+2$ در بازه‌های پیوسته‌ای که شامل $x=k\pi+\frac{\pi}{2}$ نیستند اکیداً یکنوا است؛ لذا در بازه‌هایی که $x=k\pi+\frac{\pi}{2}$ وجود داشته باشد، تابع غیریکنوا است.

$$x=k\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=...,-\frac{5\pi}{2},\frac{-3\pi}{2},\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2},...$$

الف) $\frac{5\pi}{2}=\frac{10\pi}{4}\in(\frac{9\pi}{4},\frac{11\pi}{4})\Rightarrow$ غیریکنوا

پ) $\frac{3\pi}{2}\in(\pi,\frac{5\pi}{3})\Rightarrow$ غیریکنوا

ت) $-\frac{3\pi}{2},-\frac{\pi}{2}\in(-\frac{7\pi}{3},-\frac{7\pi}{18})\Rightarrow$ غیریکنوا

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۵- گزینهٔ «۴» *(جلیل امجد میربلوچ)*

نمودار، مربوط به تابع $y=a\sin(bx)+c$ یا $y=a\cos(bx)+c$ است. پس:

$$T=\frac{2\pi}{|b|}\Rightarrow 4\pi=\frac{2\pi}{|b|}\Rightarrow|b|=\frac{1}{2}$$

با توجه به اینکه $b=\pm\frac{1}{2}$ است، گزینه‌های ۱ و ۳ رد می‌شوند.

$$\begin{cases}max=|a|+c=4\\ min=-|a|+c=0\end{cases}\Rightarrow c=2,|a|=2$$

از طرفی نمودار رسم شده مربوط به تابع کسینوس است و چون جهت تقعر تابع در $x=0$ رو به بالا شده، پس $a=-2$ است.

$$f(x)=-2\cos(\frac{x}{2})+2\ \text{یا}\ f(x)=-2\cos(-\frac{x}{2})+2$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۶- گزینهٔ «۱» *(هوشمند قصری)*

$$c=\frac{max+min}{2}=\frac{4+(-3)}{2}=\frac{1}{2}$$

$$|a|+c=4\Rightarrow|a|=4-c\Rightarrow|a|=4-\frac{1}{2}=\frac{7}{2}\xrightarrow{a>0}a=\frac{7}{2}$$

با توجه به شکل نمودار ، تابع موردنظر نسبت به $\sin x$ (تابع مرجع) قرینه شده و $ab<0$ است. از آنجایی که $a>0$ پس: $b<0$

$$T=\frac{2\pi}{|b|}=3\pi\Rightarrow|b|=\frac{2}{3}\xrightarrow{b<0}b=-\frac{2}{3}$$

$$a+b+c=\frac{7}{2}-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{10}{3}$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۷- گزینهٔ «۳» (توحید اسدی)

$$\sin\hat{C}=\frac{AH}{AC}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow AC=\frac{۳}{۲}AH$$

طبق رابطهٔ فیثاغورس داریم:

$$AC^۲=AH^۲+HC^۲\Rightarrow(\frac{۳}{۲}AH)^۲=AH^۲+(۳۲\sqrt{۵})^۲$$

$$\frac{۹}{۴}AH^۲=AH^۲+(۳۲)^۲\times۵\Rightarrow\frac{۵}{۴}AH^۲=(۳۲)^۲\times۵\Rightarrow AH^۲=(۳۲)^۲\times۴=۲^{۱۲}$$

$$AH=۲^۶=۶۴$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۸- گزینهٔ «۱» (مانی موسوی)

$$(\sin x+\cos x)^۲=\sin^۲x+\cos^۲x+۲\sin x\cos x=$$

$$\frac{۱}{۴}=۱+۲\sin x\cos x\Rightarrow\sin x\cos x=-\frac{۳}{۸}$$

$$\sin^۳x+\cos^۳x=(\sin x+\cos x)(\sin^۲x+\cos^۲x-\sin x\cos x)$$

$$=\frac{۱}{۲}(۱-(-\frac{۳}{۸}))=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱۱}{۸}=\frac{۱۱}{۱۶}\Rightarrow\frac{۱}{\sin^۳x+\cos^۳x}=\frac{۱۶}{۱۱}$$

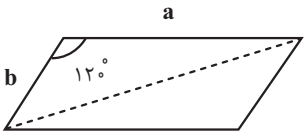
(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۵)

۹- گزینهٔ «۲» (پیمان طیار)

$$\frac{\cos(۲۷۰^\circ+۱۵^\circ)-\sin(۲۷۰^\circ-۱۵^\circ)}{\sin(۱۸۰^\circ-۱۵^\circ)+\sin(۹۰^\circ+۱۵^\circ)}=\frac{\sin۱۵^\circ+\cos۱۵^\circ}{\sin۱۵^\circ+\cos۱۵^\circ}=۱$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۱۰- گزینهٔ «۴» (سینا خیرخواه)



$$S_{\text{متوازی‌الاضلاع}}=۲\times S_\Delta=۲\times\frac{۱}{۲}\times a\times b\times\sin۱۲۰^\circ=۶۰\sqrt{۳}$$

$$\begin{cases}a=۵x\\b=۳x\end{cases}\Rightarrow ۵x\times۳x\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=۶۰\sqrt{۳}\Rightarrow x^۲=۸\Rightarrow x=۲\sqrt{۲}\Rightarrow\begin{cases}a=۱۰\sqrt{۲}\\b=۶\sqrt{۲}\end{cases}$$

$$\text{محیط متوازی‌الاضلاع}=(a+b)\times۲=۱۶\sqrt{۲}\times۲=۳۲\sqrt{۲}$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۱۱- گزینهٔ «۴» (بهزاد زنگنه قاسم آبادی)

$$\overset{\frown}{AB}=r\theta\xrightarrow{\theta=۳۰^\circ}\overset{\frown}{AB}=\frac{r\pi}{۶}$$

$$r+r+\frac{r\pi}{۶}=۱۲+\pi\xrightarrow{\times۶}۱۲r+\pi r=۶(۱۲+\pi)\Rightarrow r\cancel{(۱۲+\pi)}=۶\cancel{(۱۲+\pi)}$$

$$r=۶$$

$$\text{طول کمان AMB}=r(۲\pi-\theta)=۶\times\frac{۱۱\pi}{۶}=۱۱\pi$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

۱۲- گزینهٔ «۴» (محسن اسماعیل پور)

ابتدا شیب خط را هم از معادله و هم از نمودار بدست می‌آوریم.

$$m=\tan۳۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\sqrt{۳}y=-a\sqrt{۲}x-\sqrt{۶}\Rightarrow y=\frac{-a\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}}x-\sqrt{۲}\Rightarrow m=\frac{-a\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}}$$

$$\frac{\sqrt{۳}}{۳}=\frac{-a\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}}\Rightarrow-۳a\sqrt{۲}=۳\Rightarrow a=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\Rightarrow y=\frac{۱}{\sqrt{۳}}x-\sqrt{۲}\xrightarrow{x=۳}y=\frac{۳}{\sqrt{۳}}-\sqrt{۲}=\sqrt{۳}-\sqrt{۲}$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۸ تا ۴۶)

۱۳- گزینهٔ «۲» (محمد پردل نظامی)

وقتی زاویهٔ α بین ۳۰ تا ۱۳۰ درجه باشد، بیشترین مقدار سینوس زمانی رخ می‌دهد که زاویهٔ α برابر ۹۰° باشد. بنابراین:

$$\sin۳۰^\circ<\sin\alpha\le\sin۹۰^\circ$$

$$\frac{۱}{۲}<\frac{۳m-۲}{۴}\le۱\Rightarrow۲<۳m-۲\le۴\Rightarrow۴<۳m\le۶\Rightarrow\frac{۴}{۳}<m\le۲$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۴- گزینهٔ «۱» (علی غریبی)

چون دورهٔ تناوب ۴ تا ۴ تا تکرار می‌شود، پس:

$$\begin{matrix}f(۲۵)=f(۲۴+۱)=f(۱)=۳\times(۱)-۱=۳-۱=۲\\f(۳۶)=f(۳۶+۰)=f(۰)=۳\times(۰)-۱=۰-۱=-۱\end{matrix}\Rightarrow۲+(-۱)=۱$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۱۵- گزینهٔ «۳» (پیمان طیار)

$$\frac{\frac{\sin^۲\alpha}{\cos^۲\alpha}-\frac{\sin^۲\alpha}{۱}}{\frac{\cos^۲\alpha}{\sin^۲\alpha}-\frac{\cos^۲\alpha}{۱}}=\frac{\frac{\sin^۲\alpha-\sin^۲\alpha\cos^۲\alpha}{\cos^۲\alpha}}{\frac{\cos^۲\alpha-\cos^۲\alpha\sin^۲\alpha}{\sin^۲\alpha}}$$

$$\Rightarrow\frac{\sin^۲\alpha(\sin^۲\alpha-\sin^۲\alpha\cos^۲\alpha)}{\cos^۲\alpha(\cos^۲\alpha-\cos^۲\alpha\sin^۲\alpha)}\Rightarrow\frac{\sin^۲\alpha(\sin^۲\alpha(۱-\cos^۲\alpha))}{\cos^۲\alpha(\cos^۲\alpha(۱-\sin^۲\alpha))}$$

$$\Rightarrow\frac{\sin^۲\alpha(\sin^۲\alpha(\sin^۲\alpha))}{\cos^۲\alpha(\cos^۲\alpha(\cos^۲\alpha))}=\frac{\sin^۶\alpha}{\cos^۶\alpha}=\tan^۶\alpha$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های۴۲ تا ۴۵)

۱۶- گزینهٔ «۳» (بهزاد زنگنه قاسم آبادی)

عقربهٔ دقیقه شمار با گذشت ۶۰ دقیقه، به اندازهٔ ۲π (معادل یک دور) دوران می‌کند. بنابراین:

$$۲\pi\to۶۰\min$$

$$\frac{\frac{۸\pi}{۳}}{۲\pi}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow\frac{۴}{۳}\times۶۰\Rightarrow۸۰\min$$

یک ساعت و ۲۰ دقیقه

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه‌های۷۲ تا ۷۶)

۱۷- گزینهٔ «۱» (سینا خیرخواه)

$$\tan x+\cot x=\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}=\frac{\sin^۲x+\cos^۲x}{\sin x\cos x}=\frac{۱}{\sin x\cos x}=۳$$

$$\Rightarrow\sin x\cos x=\frac{۱}{۳}$$

$$\sin^۵x+\cos^۵x=(\sin^۲x+\cos^۲x)(\sin^۳x+\cos^۳x)$$

$$-\sin^۲x\cos^۲x(\sin x+\cos x)$$

$$\text{ازطرفی}\begin{cases}\sin^۲x+\cos^۲x=۱\\\sin^۳x+\cos^۳x=(\sin x+\cos x)^۳-۳\sin x\cos x(\sin x+\cos x)\end{cases}$$

برای بدست آوردن مقدار $\sin x+\cos x$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$A=\sin x+\cos x \Rightarrow A^2=1+2\sin x\cos x=\frac{5}{3} \xrightarrow{A>0} A=\sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$\Rightarrow \sin^3 x+\cos^3 x=(\sqrt{\frac{5}{3}})^3-3(\frac{1}{3})(\sqrt{\frac{5}{3}})=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$\Rightarrow \sin^5 x+\cos^5 x=(1)(\frac{2}{3}\sqrt{\frac{5}{3}})-(\frac{1}{9})(\sqrt{\frac{5}{3}})=\frac{5}{9}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{5}{27}\sqrt{15}$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۵)

۱۸- گزینهٔ «۳» *(کنکور ریاضی ۱۴۰۲ نوبت اول)*

اولاً توجه کنید که با توجه به نمودار، b و c هم علامت هستند. حال داریم:

$$T=\frac{4\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}=2\pi=\frac{2\pi}{|c|}\Rightarrow c=\pm 1 \xrightarrow{c>0} c=1$$

$$y_{max}=1\Rightarrow |b|+a=1 \xrightarrow{b>0} b+a=1$$

$$O\Big|_{0}^{0} \Rightarrow 0=a+b\cos(-\frac{\pi}{3})\Rightarrow 2a+b=0$$

$$\begin{cases} b+a=1 \\ 2a+b=0 \end{cases}\Rightarrow a=-1, b=2$$

$$b(c-a)=2(1+1)=4$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۱۹- گزینهٔ «۱» *(علی اصغر شریفی)*

ابتدا فرض مسأله را ساده می‌کنیم:

$$(1-\sin x)(1-\cos x)=1\Rightarrow \sin x+\cos x=\sin x.\cos x$$

$$\Rightarrow \frac{\sin x+\cos x}{\sin x.\cos x}=1\Rightarrow \frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\cos x}=1$$

حال خواستهٔ مسأله را ساده می‌کنیم تا به جواب نهایی برسیم:

$$\left(\sin x+\frac{1}{\cos x}\right)^2+\left(\cos x+\frac{1}{\sin x}\right)^2$$

$$=\sin^2 x+\frac{2\sin x}{\cos x}+\frac{1}{\cos^2 x}+\cos^2 x+\frac{2\cos x}{\sin x}+\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$=1+\frac{1}{\sin^2 x}+\frac{2\sin x}{\cos x}+\frac{2\cos x}{\sin x}+\frac{1}{\cos^2 x}$$

$$=1+\frac{1}{\sin^2 x}+2\left(\frac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\sin x\cos x}\right)+\frac{1}{\cos^2 x}$$

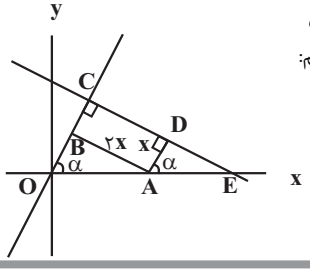
$$=1+\frac{1}{\sin^2 x}+\frac{2}{\sin x\cos x}+\frac{1}{\cos^2 x}$$

$$=1+\left(\frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\cos x}\right)^2=1+1=2$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۵)

۲۰- گزینهٔ «۳» *(علی اصغر شریفی)*

دو خط بر هم عمود هستند؛ بنابراین چهارضلعی $ABCD$ مستطیل است. به شکل زیر می‌رسیم:



با توجه به آن که شیب خط برابر تانژانت زاویهٔ برخورد خط با سمت مثبت محور xها می‌باشد، پس تانژانت زاویهٔ α برابر با ۳ است. بنابراین $\sin\alpha=\frac{3}{\sqrt{10}}$ و $\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{10}}$. با توجه به معادلهٔ خط، طول پاره‌خط OE برابر ۱۰ است. پس:

$$OA+AE=10\Rightarrow \frac{2x}{\sin\alpha}+\frac{x}{\cos\alpha}=10$$

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{10}}{3}x+\sqrt{10}x=10\Rightarrow \frac{2}{3}x+x=\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{3}x=\sqrt{10}\Rightarrow x=\frac{3}{5}\sqrt{10}$$

بنابراین مساحت چهارضلعی $ABCD$ برابر است با:

$$S_{ABCD}=2x\times x=2x^2=2\times\frac{9}{25}\times 10=\frac{36}{5}=7/2$$

(مثلثات) (ریاضی۱، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴ و ۴۰)

ریاضی ۳

۱- گزینهٔ «۱» (احمد بلوچی)

می‌دانیم که $\sin ۲\alpha = ۲\sin\alpha.\cos\alpha$ بنابراین داریم:

$$۴\sin x\times\cos x\times\cos ۲x\times\cos ۴x = ۲\sin ۲x\times\cos ۲x\times\cos ۴x$$

$$= \sin ۴x\times\cos ۴x = \frac{\sin ۸x}{۲} \xrightarrow{x=\frac{\pi}{۲۴}} \frac{\sin\frac{\pi}{۳}}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}$$

(مثلثات)(ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۲- گزینهٔ «۴» (علیرضا عباسی‌زاهد)

$$S_{\Delta ABC} = \frac{۱}{۲}AB\times AC\times\sin\hat{A} \Rightarrow ۲۰ = \frac{۱}{۲}\times۵\times۱۶\times\sin\hat{A}$$

$$\Rightarrow \sin\hat{A} = \frac{۱}{۲}$$

$$۰<\hat{A}<\pi \Longrightarrow \hat{A} = \frac{\pi}{۶} \text{ یا } \hat{A} = \pi - \frac{\pi}{۶} = \frac{۵\pi}{۶}$$

اختلاف مقادیر به‌دست آمده برابر $\frac{۵\pi}{۶} - \frac{\pi}{۶} = \frac{۴\pi}{۶} = \frac{۲\pi}{۳}$ است.

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

۳- گزینهٔ «۳» (اشکان انفرادی)

نقاط برخورد را به‌دست می‌آوریم:

$$\cos ۲x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \cos ۲x = \cos\frac{۲\pi}{۳} \Rightarrow ۲x = ۲k\pi \pm \frac{۲\pi}{۳}$$

$$\Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{۳} \; ; k\in\mathbb{Z}$$

$$x\in\{...,-\frac{۲\pi}{۳},\frac{\pi}{۳},\frac{۴\pi}{۳},...\} \text{ یا } x\in\{...,-\frac{۴\pi}{۳},-\frac{\pi}{۳},\frac{۲\pi}{۳},...\}$$

فقط $x=\frac{\pi}{۳},\frac{۲\pi}{۳}$ در بازهٔ اعداد مورد نظر وجود دارند. پس:

$$A=(\frac{\pi}{۳},-\frac{۱}{۲}), B=(\frac{۲\pi}{۳},-\frac{۱}{۲})$$

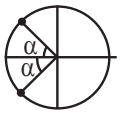
طول پاره‌خط AB را به‌دست می‌آوریم:

$$AB = |x_B - x_A| = |\frac{۲\pi}{۳} - \frac{\pi}{۳}| = \frac{\pi}{۳}$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۴- گزینهٔ «۳» (سید امیر شفیعی)

معادله را ساده می‌کنیم و به $\cos x = -\frac{۳}{۴}$ می‌رسیم. اگر جواب‌ها را روی دایره مثلثاتی مشخص کنیم، به‌صورت زیر بیان می‌شود:



همانطور که مشخص است این دو زاویه نسبت به π تقارن دارند. یکی از π ، یک مقدار کمتر است و زاویه دیگر، همان مقدار بیشتر است. پس می‌توانیم این دو زاویه را به‌صورت $\pi-\alpha$ و $\pi+\alpha$ نشان دهیم که جمعشان ۲π می‌شود.

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۵- گزینهٔ «۳» (مسعود یکتا)

$$\cos^۲\alpha = \frac{۱+\cos ۲\alpha}{۲}$$

$$\cos^۲\frac{\pi}{۸} = \frac{۱+\cos\frac{\pi}{۴}}{۲} = \frac{۱+\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۲} = \frac{۲+\sqrt{۲}}{۴}$$

$$\cos\frac{\pi}{۸} = \frac{\sqrt{۲+\sqrt{۲}}}{۲} = \frac{\sqrt{a+\sqrt{b}}}{۲} \Rightarrow \begin{matrix} a=۲ \\ b=۲ \end{matrix} \Rightarrow a+b=۴$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۶- گزینهٔ «۴» (مهدی کلاهی)

$$\frac{۲\sin ۲۰^\circ\cos ۲۰^\circ - \cancel{\sin ۴۰^\circ}}{۲\sin ۲۰^\circ\cos ۲۰^\circ + \cancel{\sin ۴۰^\circ}} \xrightarrow{\text{فاکتور}}$$

$$\frac{۲\sin ۲۰^\circ(۱-\cos ۲۰^\circ)}{۲\sin ۲۰^\circ(۱+\cos ۲۰^\circ)} \xrightarrow{۱-\cos ۲x = ۲\sin^۲ x \atop ۱+\cos ۲x = ۲\cos^۲ x}$$

$$= \frac{۲\sin^۲ ۱۰^\circ}{۲\cos^۲ ۱۰^\circ} = \tan^۲ ۱۰^\circ \xrightarrow{\text{طبق قاعدهٔ زوایای متمم}} \cot^۲ ۸۰^\circ$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحهٔ ۸۳) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۷- گزینهٔ «۱» (دیبا اسمعیلی)

$$۲(۲\cos^۲\alpha - ۱) - ۴\cos\alpha - ۶ = ۰ \Rightarrow ۴\cos^۲\alpha - ۴\cos\alpha - ۸ = ۰$$

$$\Rightarrow \cos^۲\alpha - \cos\alpha - ۲ = ۰ \Rightarrow (\cos\alpha - ۲)(\cos\alpha + ۱) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} \cos\alpha \overset{\times}{=} ۲ \\ \cos\alpha \overset{\checkmark}{=} -۱ \end{matrix}$$

عدد ۲ قابل قبول نیست چون $-۱<\cos\alpha<۱$

$$\cos\alpha = -۱ = \cos(-\pi) \Rightarrow \alpha = ۲k\pi - \pi$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۸- گزینهٔ «۲» (رضا پاپی)

$$۳x = k\pi + x$$

$$۲x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۲}$$

(تابع تانژانت در xهای مضارب فرد $\frac{\pi}{۲}$ تعریف نشده است.)

$$\begin{cases} k=۰ \to x=۰ \\ k=۲ \to x=\pi \end{cases} \xrightarrow{\text{مجموع}} ۰+\pi=\pi \;\checkmark$$

$(k=۱\to x=\frac{\pi}{۲})$ از مضارب فرد $\frac{\pi}{۲}$ است و قابل قبول نیست.

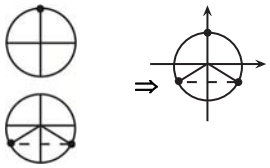
(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۹- گزینهٔ «۴» *(بابک سادات)*

باتوجه به نمودارهای تابع f و g داریم:

$$f(x)=a\sin x, g(x)=a\cos 2x$$
$$a\sin x+a\cos 2x=0 \Rightarrow \sin x=-\cos 2x$$
$$\Rightarrow \sin x=-(1-2\sin^2 x) \Rightarrow 2\sin^2 x-\sin x-1=0$$
$$\Rightarrow (2\sin x+1)(\sin x-1)=0$$

$$\begin{cases}\sin x=1\\ \sin x=\frac{-1}{2}\end{cases}$$



چون فاصله سه نقطه 120° یا $\frac{2\pi}{3}$ است پس جواب کلی معادله به‌صورت زیر است:

$$x=\frac{2k\pi}{3}-\frac{\pi}{6} \quad \text{یا} \quad x=\frac{2k\pi}{3}-\frac{5\pi}{6}$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۱۰- گزینهٔ «۲» *(امیررضا پویامنش)*

ابتدا باید بدانیم که $\cos^2\theta-\sin^2\theta=\cos 2\theta$

سپس از اتحاد مزدوج کمک می‌گیریم:

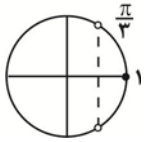
$$\sin^4(2x)-\cos^4(2x)=\underbrace{(\sin^2(2x)-\cos^2(2x))}_{-\cos 4x}\underbrace{(\sin^2(2x)+\cos^2(2x))}_{1}$$

بنابراین: $\sin^4(2x)-\cos^4(2x)=-\cos 4x$

حال در ادامه:

$$|x|<\frac{\pi}{12} \to \frac{-\pi}{12}<x<\frac{\pi}{12} \to \frac{-\pi}{3}<4x<\frac{\pi}{3}$$

برای به‌دست آوردن محدودهٔ تغییرات $\cos 4x$ می‌توان از دایرهٔ مثلثاتی استفاده کرد:



$$\frac{1}{2}<\cos 4x\le 1 \to \underset{\alpha}{-1}\le -\cos 4x<\underset{\beta}{-\frac{1}{2}} \to \frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{-3}{4}$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۳) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱۱- گزینهٔ «۲» *(سعید تن‌آرا)*

صورت و مخرج کسر داده شده را در مزدوج صورت (یا مخرج) ضرب می‌کنیم:

$$\frac{\cos 15^\circ-\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ+\sin 15^\circ}=\frac{\cos 15^\circ-\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ+\sin 15^\circ}\times\frac{\cos 15^\circ+\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ+\sin 15^\circ}$$
$$=\frac{\cos^2 15^\circ-\sin^2 15^\circ}{(\cos 15^\circ+\sin 15^\circ)^2}$$

$$\frac{\cos(2\times 15^\circ)}{\cos^2 15^\circ+\sin^2 15^\circ+2\sin 15^\circ\cos 15^\circ}=\frac{\cos 30^\circ}{1+\sin(2\times 15^\circ)}=\frac{\cos 30^\circ}{1+\sin 30^\circ}$$
$$=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱۲- گزینهٔ «۳» *(مهدی ذکری)*

ابتدا عبارت داده شده را در $\sin 10^\circ$ ضرب و تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\sin 10^\circ\cos 10^\circ\cos 20^\circ\cos 40^\circ}{\sin 10^\circ}=\frac{\frac{1}{2}\sin 20^\circ\cos 20^\circ\cos 40^\circ}{\sin 10^\circ}$$
$$=\frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}\sin 40^\circ\cos 40^\circ)}{\sin 10^\circ}=\frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}(\frac{1}{2}\sin 80^\circ))}{\sin 10^\circ}$$
$$=\frac{\frac{1}{8}\sin 80^\circ}{\cos 80^\circ}=\frac{1}{8}\tan 80^\circ$$

می‌دانیم که: $\sin 10^\circ=\cos 80^\circ$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱۳- گزینهٔ «۴» *(رضا ماجدی)*

$$\cos^3 2x+1=\underbrace{2\sin^2 x}_{1-\cos 2x}-\cos 2x$$
$$\Rightarrow \cos^3 2x+1=1-\cos 2x-\cos 2x$$
$$\Rightarrow \cos^3 2x+2\cos 2x=0 \Rightarrow \cos 2x(\cos^2 2x+2)=0$$

از آنجایی‌که $\cos^2 2x\ge 0$ می‌باشد، بنابراین $\cos^2 2x+2$ همواره مثبت است، پس:

$$\cos 2x=0 \Rightarrow 2x=k\pi+\frac{\pi}{2} \quad (k\in\mathbb{Z})$$
$$\Rightarrow x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4} \ (k\in\mathbb{Z}) \xrightarrow{\text{در بازه } [-\pi,\pi]} \{-\frac{3\pi}{4},-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\}$$

بنابراین در بازه $[-\pi,\pi]$، معادلهٔ مثلثاتی ۴ جواب دارد.

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۱۴- گزینهٔ «۱» *(علیرضا عباسی‌زاهد)*

می‌دانیم به ازای $x\neq\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$، حاصل $\tan x\cot x$ برابر یک می‌باشد.

بنابراین داریم:

$$\sin x-\cos x=1-\sin 2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} (\sin x-\cos x)^2=(1-\sin 2x)^2$$
$$\Rightarrow \sin^2 x+\cos^2 x-2\sin x\cos x=1+\sin^2 2x-2\sin 2x$$
$$\xrightarrow[2\sin x\cos x=\sin 2x]{\sin^2 x+\cos^2 x=1} 1-\sin 2x=1+\sin^2 2x-2\sin 2x$$
$$\Rightarrow \sin^2 2x-\sin 2x=0 \Rightarrow \sin 2x(\sin 2x-1)=0$$

$$\sin 2x=0 \to 2x=k\pi \to x=\frac{k\pi}{2} \quad \text{غ ق ق}$$

$$\sin 2x=1 \to 2x=2k\pi+\frac{\pi}{2} \to x=k\pi+\frac{\pi}{4} \to x=\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}$$

بنابراین معادله در بازه $(0,2\pi)$ دو جواب دارد.

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۱۵- گزینهٔ «۴» (سامان شرف‌قراپولو)

$$\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{4} \to \pi < 2x < \frac{3\pi}{2}$$

$$\xrightarrow{\sin 2x<0} \sin 2x = -\frac{1}{3}$$

$$\tan x - \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cos x}$$

$$= \frac{-\cos 2x}{\frac{1}{2}\sin 2x} = -2\cot 2x$$

$$1 + \cot^2 2x = \frac{1}{\sin^2 2x} \to 1 + \cot^2 2x = 9 \to \cot^2 2x = 8$$

$$\xrightarrow{\cot 2x>0} \cot 2x = 2\sqrt{2} \to \tan x - \cot x = -4\sqrt{2}$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱۶- گزینهٔ «۳» (سهیل سهیلی)

با توجه به رابطه‌های به‌دست آمده از $\cos 4x$ داریم:

$$\cos 4x = 2\cos^2 2x - 1 \xrightarrow{\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x} 2(1 - 2\sin^2 x)^2 - 1$$

$$= 2(1 - 4\sin^2 x + 4\sin^4 x) - 1 = 2 - 8\sin^2 x + 8\sin^4 x - 1$$

پس می‌توان گفت:

$$\cos 4x = 8\sin^4 x - 8\sin^2 x + 1$$ و طبق صورت

حال داریم:

$$8\sin^4 x - 8\sin^2 x + \frac{2}{3} = 0 \to 8\sin^4 x - 8\sin^2 x + 1 - \frac{1}{3} = 0$$

$$\cos 4x - \frac{1}{3} = 0 \to \cos 4x = \frac{1}{3}$$

برای به‌دست آوردن $\cos 8x$ داریم:

$$\cos 8x = 2\cos^2 4x - 1 \xrightarrow{\cos 4x = \frac{1}{3}} \cos 8x = 2(\frac{1}{3})^2 - 1 = \frac{2}{9} - 1$$

$$\to \cos 8x = \frac{-7}{9}$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱۷- گزینهٔ «۲» (وحید عبدالملکی)

$$\tan\alpha + \cot\alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha} = \frac{5}{2} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{4}{5}$$

چون $\tan\alpha$ بزرگتر از یک است بنابراین $\alpha > 225$ درجه است پس زاویه 2α در ربع دوم دایره مثلثاتی قرار دارد.

$$\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1 \Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{-3}{5}$$

$$\cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}} \Rightarrow \cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{1 - \frac{3}{5}}{2}} = \pm\sqrt{\frac{2}{10}} = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$$

چون زاویه α در ربع سوم دایره مثلثاتی قرار دارد بنابراین $\frac{-1}{\sqrt{5}}$ قابل قبول است.

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱۸- گزینهٔ «۱» (فرشاد حسن‌زاده)

$$\cos^2(2x + \frac{\pi}{3}) = \cos^2(x - \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}) = \cos^2(x + \frac{\pi}{3})$$

$$1)\cos(2x + \frac{\pi}{3}) = \cos(x + \frac{\pi}{3}) \Rightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + x + \frac{\pi}{3} \to x = 0, 2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi - x - \frac{\pi}{3} \\ \to x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{2\pi}{9} \Rightarrow x = \frac{4\pi}{9}, \frac{10\pi}{9}, \frac{16\pi}{9} \end{cases}$$

$$2)\cos(2x + \frac{\pi}{3}) = -\cos(x + \frac{\pi}{3}) = \cos(x - \frac{2\pi}{3})$$

$$\begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + x - \frac{2\pi}{3} \to x = \pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi - x + \frac{2\pi}{3} \to x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{9} \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{9}, \frac{7\pi}{9}, \frac{13\pi}{9}$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۱۹- گزینهٔ «۲» (محمدحسن سلامی‌حسینی)

با استفاده از روابط زیر در هر پرانتز ساده‌سازی می‌کنیم:

$$\cot\alpha - \tan\alpha = 2\cot 2\alpha \Rightarrow \cot 2x - 2\cot 4x = \tan 2x \quad (1)$$

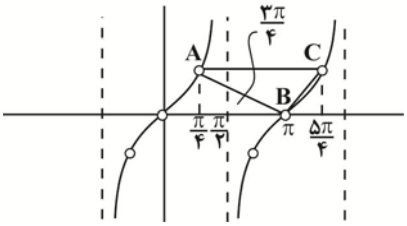
$$\frac{1 + \cos 4x}{\sin 4x} = \frac{1 + (2\cos^2 2x - 1)}{2\sin 2x\cos 2x} = \frac{2\cos^2 2x}{2\sin 2x\cos 2x} = \cot 2x \quad (2)$$

$$\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \frac{1 - (1 - 2\sin^2 x)}{2\sin x\cos x} = \frac{2\sin^2 x}{2\sin x\cos x} = \tan x \quad (3)$$

پس از ۱، ۲ و ۳ می‌توان گفت:

$$f(x) = (\cot 2x - 2\cot 4x)(\frac{1 + \cos 4x}{\sin 4x})(\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x})$$

$$= (\tan 2x)(\cot 2x)(\tan x)$$



$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) = \tan x \\ 2x \neq \frac{k\pi}{2} \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{4} \end{cases}$$

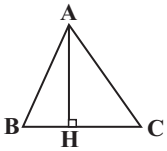
$$A\left|\begin{matrix}\frac{\pi}{4} \\ 1\end{matrix}\right. \quad B\left|\begin{matrix}\pi \\ 0\end{matrix}\right. \quad C\left|\begin{matrix}\frac{5\pi}{4} \\ 1\end{matrix}\right.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 1 \times (\frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{4}) = \frac{\pi}{2}$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۳)

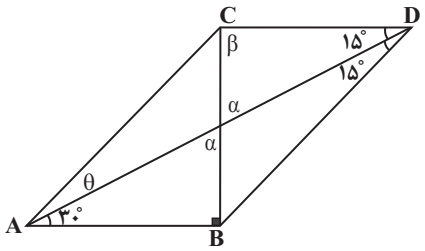
۲۰- گزینهٔ «۴» (علی‌اصغر شریفی)

یادآوری (قضیهٔ سینوس‌ها): در یک مثلث داریم:



$$\left.\begin{matrix} AH = AC.\sin\hat{C} \\ AH = AB.\sin\hat{B} \end{matrix}\right\} \Rightarrow AC.\sin\hat{C} = AB.\sin\hat{B}$$

در شکل داده شده، مشخص است که



$\alpha = ۹۰^\circ - ۳۰^\circ = ۶۰^\circ$

$\Rightarrow \beta = ۱۸۰^\circ - (\alpha + ۱۵^\circ) = ۱۰۵^\circ$

اگر در $\overset{\Delta}{ABD}$ و $\overset{\Delta}{BCD}$ قضیه سینوس‌ها را بنویسیم، داریم:

$\overset{\Delta}{ABD}: AB.\sin ۳۰^\circ = BD.\sin ۱۵^\circ$

$\xrightarrow{\sin ۳۰^\circ = ۲\sin ۱۵^\circ \cos ۱۵^\circ} BD = ۲AB.\cos ۱۵^\circ \quad (۱)$

$\overset{\Delta}{BCD}: BC.\sin\beta = BD.\sin ۳۰^\circ \xrightarrow{\sin\beta = \sin ۱۰۵^\circ = \cos ۱۵^\circ}$

$BC = BD.۲\sin ۱۵^\circ \quad (۲)$

اگر طرفین عبارات (۱) و (۲) را در هم ضرب کنیم، BD ساده می‌شود.

$BC = AB \times ۴\sin ۱۵^\circ \cos ۱۵^\circ = AB \times ۲\sin ۳۰^\circ = AB \times ۲ \times \frac{۱}{۲} = AB$

پس $\overset{\Delta}{ABC}$ قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است و بنابراین:

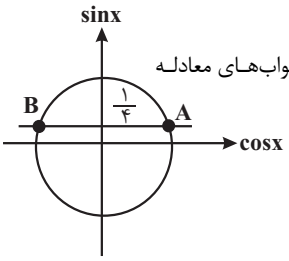
$۳۰^\circ + \theta = ۴۵^\circ \Rightarrow \theta = ۱۵^\circ \rightarrow AC = CD$

(ترکیبی)

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱- گزینهٔ «۲» *(حامد قاسمیان)*

به دایره مثلثاتی دقت می‌کنیم:



از نمودار ، دو نقطه A و B به عنوان جواب‌های معادله در ربع اول و دوم هستند.

(مثلثات) (ریاضی۳، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)(ریاضی۱، صفحه های ۳۶ تا ۳۹)

۲- گزینهٔ «۴» *(اشکان انفرادی)*

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 \Rightarrow \cos 2\alpha = 2(\frac{5}{12})^2 - 1$$

$$\Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{50}{144} - 1 \Rightarrow \cos 2\alpha = -\frac{94}{144} = -\frac{47}{72}$$

(مثلثات) (ریاضی۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۳- گزینهٔ «۳» *(عباس اسدی امیرآبادی)*

$$\cos 2x - 3\cos x - 1 = 0 \xrightarrow{\cos 2x = 2\cos^2 x - 1}$$

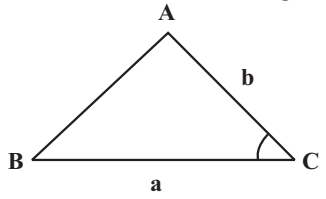
$$2\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 2 \text{ غ ق ق} \\ \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \cos\frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

(مثلثات) (ریاضی۳، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

۴- گزینهٔ «۲» *(امین نوری)*

رابطه مساحت مثلث با دو ضلع و زاویه بین، به صورت $S = \frac{1}{2} \times a \times b \times \sin\hat{C}$ است.



پس داریم:

$$10\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \sin\hat{C}$$

$$10\sqrt{3} = 20\sin\hat{C}$$

$$\sin\hat{C} = \frac{10\sqrt{3}}{20} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \xrightarrow{k=0} \hat{C} = \frac{\pi}{3} \checkmark \\ \hat{C} = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{k=0} \hat{C} = \frac{2\pi}{3} \checkmark \end{cases}$$

بنابراین زاویه $\hat{C}$ می‌تواند ۶۰ و ۱۲۰ درجه باشد. پس دو مثلث با این شرایط می‌توان ساخت.

(مثلثات) (ریاضی۳، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)(ریاضی۱، صفحه۳۳)

۵- گزینهٔ «۲» *(احمد عابدزاده)*

می دانیم: $1 + \cot^2 15^\circ = \frac{1}{\sin^2 15^\circ} \Rightarrow \sin^2 15^\circ = \frac{1}{1+\cot^2 15^\circ} \xrightarrow{\times 2}$

$$2\sin^2 15^\circ = \frac{2}{1+\cot^2 15^\circ}$$

از طرفی داریم: $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$

$$2\sin^2 15^\circ = 1 - \cos 30^\circ = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$$

(مثلثات) (ریاضی۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۶- گزینهٔ «۳» *(ایمان امیری)*

$$\frac{\frac{1}{2}\sin 2x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8} \Rightarrow \frac{\sin 2x}{4} = \frac{\sqrt{3}}{8}$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\frac{\pi}{3} \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

(مثلثات) (ریاضی۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۷- گزینهٔ «۲» *(کنکور داخل کشور تجربی ۹۹)*

با ساده کردن هر نسبت مثلثاتی داریم:

$$\tan(300^\circ) = \tan(270^\circ + 30^\circ) = -\cot 30^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\cos(۲۱۰^\circ)=\cos(۱۸۰^\circ+۳۰^\circ)=-\cos ۳۰^\circ=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\tan(۴۸۰^\circ)=\tan(۵۴۰^\circ-۶۰^\circ)=-\tan ۶۰^\circ=-\sqrt{۳}$$

$$\sin(۸۴۰^\circ)=\sin(۷۲۰^\circ+۱۲۰^\circ)=\sin(۱۲۰^\circ)$$
$$=\sin(۹۰^\circ+۳۰^\circ)=\cos ۳۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

حاصل عبارت موردنظر برابر است با:

$$(-\sqrt{۳})(-\frac{\sqrt{۳}}{۲})+(-\sqrt{۳})(\frac{\sqrt{۳}}{۲})=\frac{۳}{۲}-\frac{۳}{۲}=۰$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۸۰ تا ۸۴)

۸- گزینهٔ «۳» (کنکور داخل کشور تجربی – تیر ۱۴۰۱)

با توجه به رابطه‌های $\sin^۲x+\cos^۲x=۱$ و $۱+\tan^۲x=\frac{۱}{\cos^۲x}$ داریم:

$$۲\sin^۲x+\cos^۲x=\sin^۲x+\underbrace{\sin^۲x+\cos^۲x}_{۱}=\frac{۴}{۳}$$

$$\Rightarrow \sin^۲x=\frac{۱}{۳},\ \cos^۲x=۱-\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۳}$$

حاصل $\tan^۲x$ برابر است با:

$$۱+\tan^۲x=\frac{۱}{\frac{۲}{۳}}\rightarrow ۱+\tan^۲x=\frac{۳}{۲}\rightarrow \tan^۲x=\frac{۱}{۲}$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۹- گزینهٔ «۱» (حامد نصیری)

$$۸۰+۱۰۰\sin\theta+۴۰\sin\alpha=۱۵۰$$
$$۸۰+۱۰۰\sin\theta+۴۰\sin ۳۰^\circ=۱۵۰$$
$$۸۰+۱۰۰\sin\theta+۲۰=۱۵۰\Rightarrow ۱۰۰\sin\theta=۵۰\Rightarrow \sin\theta=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\theta=۳۰^\circ$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۱۰- گزینهٔ «۴» (سعید تن آرا)

از رابطه $\sin^۲x=\frac{۱-\cos ۲x}{۲}$ می‌توان نوشت: $۲\sin^۲x=۱-\cos ۲x$. در نتیجه:

$$\cos ۲x=\frac{۱}{۲\sin^۲x}-۱\Rightarrow \cos ۲x=\frac{۱}{۱-\cos ۲x}-۱\Rightarrow ۱+\cos ۲x=\frac{۱}{۱-\cos ۲x}$$
$$\Rightarrow ۱-\cos^۲ ۲x=۱\Rightarrow \sin^۲ ۲x=۱$$
$$\Rightarrow \sin ۲x=\pm ۱\Rightarrow \begin{cases}\sin ۲x=۱\\ \sin ۲x=-۱\end{cases}$$

در حالت $\sin ۲x=۱$، داریم: $۲x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}$. در نتیجه $x=k\pi+\frac{\pi}{۴}$ و لذا در بازه $[۰,۲\pi]$ جواب‌ها به صورت $x=\frac{\pi}{۴},\frac{۵\pi}{۴}$ خواهند بود.

در حالت $\sin ۲x=-۱$، داریم: $۲x=۲k\pi-\frac{\pi}{۲}$. در نتیجه $x=k\pi-\frac{\pi}{۴}$ و لذا در بازه $[۰,۲\pi]$ جواب ها به صورت $x=\frac{۳\pi}{۴},\frac{۷\pi}{۴}$ خواهند بود.

همه جواب ها قابل قبولند (باعث صفر شدن مخرج کسر صورت سوال نمی‌شوند).

پس معادله در بازهٔ $[۰,۲\pi]$ دارای ۴ جواب می‌باشد.

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۱۱- گزینهٔ «۲» (ابراهیم نبفی)

$$\cos x+۱=\tan\frac{x}{۲}\xrightarrow{\cos x=۲\cos^۲\frac{x}{۲}-۱}۲\cos^۲\frac{x}{۲}=\tan\frac{x}{۲}$$

$$\xrightarrow{\cos^۲\frac{x}{۲}=\frac{۱}{۱+\tan^۲\frac{x}{۲}}}\frac{۲}{۱+\tan^۲\frac{x}{۲}}=\tan\frac{x}{۲}\Rightarrow \tan^۳\frac{x}{۲}+\tan\frac{x}{۲}-۲=۰$$

$$\xrightarrow[\text{جمع ضرایب صفر}]{t^۳+t-۲=۰}t=۱\Rightarrow \tan\frac{x}{۲}=۱\Rightarrow\frac{x}{۲}=k\pi+\frac{\pi}{۴}$$

$$x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow x=\frac{\pi}{۲}$$

که $x=\frac{\pi}{۲}$ فقط در معادله مثلثاتی گزینه «۲» صدق می‌کند.

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۱۲- گزینهٔ «۱» (محمدابراهیم توزنده جانی)

$$\frac{۱}{\sin^۲x}-\frac{۱}{\cos^۲x}=\frac{۲}{\sin^۲ ۲x}\Rightarrow\frac{\cos^۲x-\sin^۲x}{\sin^۲x\cos^۲x}=\frac{۲}{\sin^۲ ۲x}$$
$$\Rightarrow\frac{\cos ۲x}{\frac{۱}{۴}\sin^۲ ۲x}=\frac{۲}{\sin^۲ ۲x}\Rightarrow\frac{۴\cos ۲x}{\sin^۲ ۲x}=\frac{۲}{\sin^۲ ۲x}$$

چون مخرج کسرها مساوی‌اند و نمی‌توانند برابر صفر باشند، پس باید صورت کسرها برابر باشند.

$$۴\cos ۲x=۲\Rightarrow\cos ۲x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow ۲x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳}\Rightarrow x=k\pi\pm\frac{\pi}{۶}$$

به ازای $k=۲$، کوچک‌ترین جواب در بازهٔ $[۲\pi,۴\pi]$ برابر $x=\frac{۱۳\pi}{۶}$ و به ازای $k=۴$، بزرگ‌ترین جواب در این بازه برابر $x=\frac{۲۳\pi}{۶}$ خواهد بود که اختلاف آنها برابر است با:

$$\frac{۲۳\pi}{۶}-\frac{۱۳\pi}{۶}=\frac{۱۰\pi}{۶}=\frac{۵\pi}{۳}$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۱۳- گزینهٔ «۴» (محسن اسماعیل‌پور)

می‌دانیم:

$$\sin(x)=\sin(a)\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+a\\ x=۲k\pi+\pi-a\end{cases}\Rightarrow \sin(x)=k\pi+\frac{\pi}{۲}$$

$$\cos(y)=\cos(\alpha)\Rightarrow y=۲k\pi\pm\alpha\Rightarrow\cos(y)=۲k\pi+\pi$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

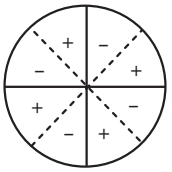
۱۴- گزینهٔ «۲» *(احمد حسنپور)*

با توجه به فرض داریم:

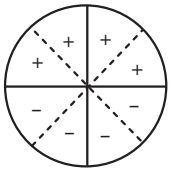
$$۲\sin\alpha < \sin ۲\alpha \Rightarrow ۰ < ۲\sin\alpha\cos\alpha - ۲\sin\alpha \Rightarrow ۰ < ۲\sin\alpha.(\cos\alpha - ۱)$$

و می‌دانیم $\cos(\alpha) - ۱$ همواره نامثبت است و برای این که این عبارت بزرگتر از صفر باشد، باید $\sin\alpha < ۰$ باشد .به دلیل اینکه $\tan ۲\alpha < ۰$ است، ابتدا $\tan\alpha$ را تعیین علامت کرده و چون زاویه داده شده به جای α، ۲α است، دایره را به هشت قسمت تقسیم کرده و ۴ قسمت اول را تعیین علامت می کنیم و چهار خانه دوم، تکرار چهارخانه اول خواهد بود.

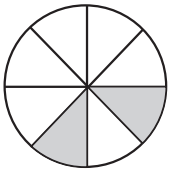
$: \tan ۲\alpha$



$: \sin\alpha$



اشتراک دو نامعادله :



$$S_{\text{رنگی}} = \frac{۱}{۴} S_{\text{کل}}$$

(مثلثات) (ریاضی۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳) (ریاضی۱، صفحه های ۳۶ تا ۳۹)

۱۵- گزینهٔ «۲» *(فرهاد سرامی کلیبر)*

$$\sin ۷۰^\circ = \sin(۹۰^\circ - ۲۰^\circ) = \cos ۲۰^\circ$$

$$\cos ۵۰^\circ = \cos(۹۰^\circ - ۴۰^\circ) = \sin ۴۰^\circ$$

$$\frac{\sin ۲۰^\circ.\cos ۲۰^\circ}{۲\cos ۵۰^\circ} \xrightarrow{\sin ۲x = ۲\sin x\cos x} = \frac{\frac{۱}{۲}\sin ۴۰^\circ}{۲\sin ۴۰^\circ} = \frac{۱}{۴}$$

(مثلثات) (ریاضی۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳) (ریاضی۲، صفحه های ۷۷ تا ۸۷)

۱۶- گزینهٔ «۲» *(محمد حمیدی)*

اگر فرض کنیم $\sin x = t$ ،معادله به صورت

$t^۲ - (۱+m)t + ۲(m-۱) = ۰$ تبدیل می‌شود. حال داریم:

$$\Delta = (۱+m)^۲ - ۸(m-۱) = m^۲ + ۲m + ۱ - ۸m + ۸$$

$$\Delta = m^۲ - ۶m + ۹ = (m-۳)^۲$$

$$t = \frac{۱ + m \pm (m-۳)}{۲}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_۱ = \sin x = \frac{۲m-۲}{۲} = m-۱ \\ t_۲ = \sin x = ۲ \text{ ریشهٔ‌حقیقی‌ندارد} \end{cases}$$

اگر قرار باشد که معادلهٔ $\sin x = m - ۱$ ریشهٔ حقیقی نداشته باشد، باید :

$$|m-۱| > ۱ \Rightarrow m-۱ > ۱ \text{ یا } m-۱ < -۱ \Rightarrow m > ۲ \text{ یا } m < ۰$$

(مثلثات) (ریاضی۳، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

۱۷- گزینهٔ «۲» *(هاری پولادی)*

$$\cos(\frac{۷\pi}{۲} + x) = \sin x$$

$$\frac{\sin ۳x}{\sin x} = ۱ \xrightarrow[x \neq k\pi]{\text{باشرط } \sin x \neq ۰} \sin ۳x = \sin x$$

$$\begin{cases} ۳x = ۲k\pi + x \Rightarrow x = k\pi \quad \text{غ‌ق‌ق} \\ ۳x = ۲k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{۲k+۱}{۴}\pi \,,\, k \in z \end{cases}$$

$$\text{طبق‌سوال : } ۰ \le x \le ۲\pi \Rightarrow ۰ \le \frac{(۲k+۱)\pi}{۴} \le ۲\pi \Rightarrow \frac{-۱}{۲} \le k \le \frac{۷}{۲}$$

$$\text{بنابراین : } k = ۰,۱,۲,۳ \Rightarrow x = \frac{\pi}{۴}, \frac{۳\pi}{۴}, \frac{۵\pi}{۴}, \frac{۷\pi}{۴}$$

مجموع جوابها : ۴π

(مثلثات) (ریاضی۳، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

۱۸- گزینهٔ «۳» *(آریان حیدری)*

$$\sqrt{۲}a\sin x + \cos ۲x = ۱ + \sqrt{۲}a\cos x - \sin ۲x \Rightarrow$$

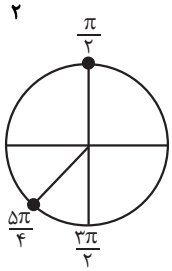
$$\sqrt{۲}a\sin x - \sqrt{۲}a\cos x + \sin ۲x + \cos ۲x = ۱ \Rightarrow$$

$$\sqrt{۲}a\sin x - \sqrt{۲}a\cos x + (۲\sin x\cos x) + (۱ - ۲\sin^۲ x) = ۱ \Rightarrow$$

$$\sqrt{۲}a(\sin x - \cos x) + ۲\sin x(\cos x - \sin x) = ۰ \Rightarrow$$

$$(\sin x - \cos x)(\sqrt{۲}a - ۲\sin x) = ۰ \Rightarrow$$

$$\begin{cases} ۱) \sin x - \cos x = ۰ \Rightarrow \sin x = \cos x \\ ۲) \sqrt{۲}a - ۲\sin x = ۰ \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{۲}a}{۲} \end{cases}$$



چون مجموعه جواب‌های معادلهٔ اول روی یک نقطه از دایره قرار گرفته‌اند، پس معادلهٔ دوم یا نباید جواب داشته باشد و یا باید دارای جواب های تکراری با معادلهٔ اول باشد.

برای آن که معادلهٔ دوم، جواب نداشته باشد، داریم:

$$|\frac{\sqrt{۲}}{۲}a| > ۱ \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{۲}}{۲}a > ۱ \Rightarrow a > \sqrt{۲} \\ \frac{\sqrt{۲}}{۲}a < -۱ \Rightarrow a < -\sqrt{۲} \end{cases}$$

پس a شامل همهٔ مقادیر صحیح به جز ۱- و صفر و ۱ است.

اما دقت کنید به ازای $a = -۱$، معادلهٔ دوم به صورت $\sin x = \frac{-\sqrt{۲}}{۲}$ در $[\frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۲}]$ دارای جواب $x = \frac{۵\pi}{۴}$ می‌آید که در بازهٔ یعنی تکرار جواب معادلهٔ اول است و همان طور که گفتیم این حالت نیز قابل قبول است. پس a فقط دو مقدار صحیح صفر و یک نمی‌تواند باشد.

(مثلثات) (ریاضی۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۱۹- گزینهٔ «۳» *(علی اصغر شریفی)*

معادلهٔ داده شده را در $\cos^۶ x$ ضرب می‌کنیم:

$$۱ - ۳\sin^۲ x.\cos^۲ x = ۳۵\sin^۲ x.\cos^۴ x - ۵\cos^۶ x$$

با جای‌گذاری‌های $\cos^۲x=t$ و $\sin^۲x=۱-t$ در معادلهٔ بالا داریم:

$$۱-۳(۱-t)t=۳۵(۱-t)t^۲-۵t^۳\Rightarrow ۱-۳t+۳t^۲=۳۵t^۲-۳۵t^۳-۵t^۳$$

$$\Rightarrow ۴۰t^۳-۳۲t^۲-۳t+۱=۰\Rightarrow (۵t+۱)(۸t^۲-۸t+۱)=۰$$

با توجه به تعریف $\cos^۲x=t$ واضح است که $t\geq ۰$. پس $۵t+۱>۰$ و جواب‌های معادله به صورت زیر می‌شود:

$$۸t^۲-۸t+۱=۰\Rightarrow t=\frac{۲\pm\sqrt{۲}}{۴}\Rightarrow \cos^۲x=\frac{۲\pm\sqrt{۲}}{۴}$$

$$\Rightarrow \cos ۲x=۲\cos^۲x-۱=\frac{\pm\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow ۲x=\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}$$

$$\Rightarrow x=\frac{k\pi}{۴}+\frac{\pi}{۸}=\frac{(۲k+۱)\pi}{۸}$$

(مثلثات) (ریاضی۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۲۰- گزینهٔ «۳» (علی اصغر شریفی)

a و b را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$a=\sqrt[۳]{۲\cos^۲x}\Rightarrow a^۳=۲\cos^۲x$$

$$b=\sqrt[۳]{۲\sin^۲x}\Rightarrow b^۳=۲\sin^۲x$$

با توجه به معادلهٔ داده شده و تعریف a و b داریم:

$$a^۳-b^۳=۲\cos^۲x-۲\sin^۲x\Rightarrow a^۳-b^۳=۲\cos ۲x$$

$$a-b=\sqrt[۳]{۲\cos^۲x}-\sqrt[۳]{۲\sin^۲x}=\sqrt[۳]{\cos ۲x}\Rightarrow (a-b)^۳=\cos ۲x$$

بنابراین

$$۲(a-b)^۳=(a^۳-b^۳)\Rightarrow ۲(a-b)(a-b)^۲=(a-b)(a^۲+ab+b^۲)$$

$$\Rightarrow (a-b)(۲a^۲-۴ab+۲b^۲)=(a-b)(a^۲+ab+b^۲)$$

$$\Rightarrow (a-b)(a^۲-۵ab+b^۲)=۰\Rightarrow \frac{b}{a}=۱,\frac{۵\pm\sqrt{۲۱}}{۲}$$

با توجه به تعریف a و b داریم:

$$\frac{\sqrt[۳]{\sin^۲x}}{\sqrt[۳]{\cos^۲x}}=\frac{b}{a}\Rightarrow \sqrt[۳]{\tan^۲x}=۱,\frac{۵\pm\sqrt{۲۱}}{۲}\Rightarrow \tan^۲x=۱,\left(\frac{۵\pm\sqrt{۲۱}}{۲}\right)^۳$$

اگر $\tan\alpha=\left(\frac{۵+\sqrt{۲۱}}{۲}\right)^۳$ آن‌گاه $\cot\alpha=\left(\frac{۵-\sqrt{۲۱}}{۲}\right)^۳$ و جواب‌های معادله به صورت زیر می‌شود:

$$x=\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴},\frac{k\pi}{۲}\pm\alpha$$

پس مجموع جواب‌های معادله در بازهٔ $[۰,\pi]$ برابر است با:

$$\frac{\pi}{۴}+\frac{۳\pi}{۴}+\alpha+\left(\frac{\pi}{۲}-\alpha\right)+\left(\frac{\pi}{۲}+\alpha\right)+(\pi-\alpha)=۳\pi$$

(مثلثات) (ریاضی۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

ریاضی ۳ + پایه مرتبط

۱- گزینهٔ «۳» *(رضا شوشیان)*

حاصل گزینه‌های مطرح شده به صورت زیر است:

۱) $\lim\limits_{x\to ۳^-} f(x) = +\infty$

۲) $\lim\limits_{x\to ۳^+} f(x) = +\infty$

۳) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = -۳$

۴) $\lim\limits_{x\to (-۱)^-} f(x) = +\infty$

(حد بینهایت و حد در بینهایت)(ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۳ تا ۶۴)

۲- گزینهٔ «۳» *(سامان شرف‌قراچلو)*

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{۳x^۲ - ۴x^۵}{x^۲ - x} = \lim_{x\to -\infty} \frac{-۴x^۵}{x^۲} = \lim_{x\to -\infty} -۴x^۳ = -(-\infty) = +\infty$$

(حد بینهایت و حد در بینهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۳ تا ۶۴)

۳- گزینهٔ «۳» *(سامران پورصالح)*

فرض کنیم $p(x) = x(x^۳ - ۳x^۲ + ax + b)$ باشد. داریم:

$$x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -۱ \Rightarrow p(-۱) = ۰ \Rightarrow (-۱)(-۱ - ۳ - a + b) = ۰$$

$$\Rightarrow -a + b = ۴ \ (I)$$

$$x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۲ \Rightarrow ۲(۸ - ۱۲ + ۲a + b) = ۶ \Rightarrow ۲a + b = ۷ \ (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} \begin{cases} -a + b = ۴ \\ ۲a + b = ۷ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b = -۴ \\ ۲a + b = ۷ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۳a = ۳ \Rightarrow a = ۱ \xrightarrow[\text{یکی‌ازمعادلات}]{\text{جایگذاری در}} b = ۵$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow (a,b) = (۱,۵)$$

(حد بینهایت و حد در بینهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۰ تا ۵۲)

۴- گزینهٔ «۱» *(جلیل احمد میربلوچ)*

الف) $\lim\limits_{x\to ۱^+} \frac{۱}{[x]-۱} = \frac{۱}{[۱^+]-۱} = \frac{۱}{۱-۱} = \frac{۱}{\text{مطلق}۰} \Rightarrow$ موجود نیست

ب) $\lim\limits_{x\to ۳^+} \frac{[x]-۳}{x} = \frac{[۳^+]-۳}{۳} = \frac{۳-۳}{۳} = \frac{۰}{۳} = ۰$

پ) $\lim\limits_{x\to ۲^-} \frac{|x|-۲}{[x]-۲} = \frac{x-۲}{[۲^-]-۲} = \frac{x-۲}{۱-۲} = -x + ۲ = ۰$

(حد و پیوستگی)(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۵- گزینهٔ «۳» *(سینا همتی)*

در ۳^+ مثلاً $(۲/۹)$ مقدار مخرج ۰^- بدست می‌آید:

$$(-x-۳)^۳ \xrightarrow{x\to(-۳)^+} \underbrace{(۳^- - ۳)^۳}_{۰^-} = ۰^-$$

مخرج منفی است (۰^-) و چون جواب حد $+\infty$ است بنابراین صورت نیز باید منفی باشد.

$$\lim_{x\to(-۳)^+} \frac{۷ - bx}{(-x-۳)^۳} = \frac{۷ + ۳b}{۰^-} = +\infty \Rightarrow ۷ + ۳b < ۰$$

$$\Rightarrow ۳b < -۷ \Rightarrow b < -\frac{۷}{۳}$$

(حد بینهایت و حد در بینهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷)

۶- گزینهٔ «۲» *(مهدی کلاهی)*

$$\lim_{x\to ۲} f(x) \Rightarrow f(۲)$$

حال باید کاری کنیم که داخل پرانتز برابر ۲ شود.

$$\frac{۴-x}{۳} = ۲$$

$$\xrightarrow[\text{طرفین‌وسطین}]{} ۴ - x = ۶ \Rightarrow x = -۲$$

$$\text{خواسته سوال} = \lim_{x\to ۲} f(x) = f(۲) \xrightarrow{x=-۲} -۴ + \sqrt[۳]{-۸ + ۳۵} = -۱$$

(حد و پیوستگی)(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۷- گزینهٔ «۳» *(مظفر آبسری)*

$$x \to ۱^- \Rightarrow x + ۱ \to ۲^- \Rightarrow \lim_{x\to ۲^-} f(x) = ۴$$

$$x \to ۲^+ \Rightarrow f(x) \to ۲^+ \Rightarrow -f(x) \to (-۲)^- \Rightarrow \lim_{x\to ۲^+} [-f(x)] = -۳$$

$$x \to ۳^+ \Rightarrow ۲ - x \to (-۱)^- \Rightarrow \lim_{x\to(-۱)^-} f(x) = ۲$$

$$۴ - (۲) + (-۳) = -۱$$

(حد و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۳۶)

۸- گزینهٔ «۳» *(رضا ماجدی)*

باید حد چپ و راست تابع f در نقطه $x = ۲$ برابر باشند، با توجه به خاصیت توابع جزء صحیح هرگاه k عدد صحیح باشد، داریم $[x+k] = [x] + k$ در نتیجه:

$$\lim_{x\to ۲^+} m[۵x - ۳] - ۲[x^۲ + ۱] = \lim_{x\to ۲^+} (m[۵x] - ۳m - ۲[x^۲] - ۲)$$

$$= ۱۰m - ۳m - ۸ - ۲ = ۷m - ۱۰$$

$$\lim_{x\to ۲^-} m[۵x - ۳] - ۲[x^۲ + ۱] = \lim_{x\to ۲^-} (m[۵x] - ۳m - ۲[x^۲] - ۲)$$

$$= ۹m - ۳m - ۶ - ۲ = ۶m - ۸$$

$$\lim_{x\to ۲^+} f(x) = \lim_{x\to ۲^-} f(x) \Rightarrow ۷m - ۱۰ = ۶m - ۸ \Rightarrow m = ۲$$

(حد و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۹- گزینهٔ «۲» (مسعود غداراری)

$$\lim_{x\to\frac{1}{4}}\frac{\sqrt[3]{\frac{x}{2}}-\frac{1}{2}}{8x^2+10x-3}=\frac{0}{0}\Rightarrow\lim_{x\to\frac{1}{4}}\frac{\sqrt[3]{\frac{x}{2}}-\frac{1}{2}}{(4x-1)(2x+3)}$$

$$\times\frac{(\sqrt[3]{\frac{x}{2}})^2+\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{x}{2}}+\frac{1}{4}}{(\sqrt[3]{\frac{x}{2}})^2+\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{x}{2}}+\frac{1}{4}}$$

$$=\lim_{x\to\frac{1}{4}}\frac{\frac{1}{8}}{(2x+3)((\sqrt[3]{\frac{x}{2}})^2+\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{x}{2}}+\frac{1}{4})}$$

$$=\frac{\frac{1}{8}}{(\frac{14}{4})(\frac{3}{4})}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{42}{16}}=\frac{2}{42}=\frac{1}{21}$$

(ترکیبی)(ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۰ تا ۵۳) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۱۰- گزینهٔ «۳» (سامان شرف قراپولو)

ابتدا توجه کنید:

$$x\to3^+:4-[x]=4-[3^+]=1$$

$$\lim_{x\to3^+}\frac{1}{f(x)-2}=\frac{1}{0^-}=-\infty$$

* هنگامی که $x\to3^+$، مقادیر تابع $f(x)$ از ۲ کمتر هستند.

(حد بینهایت و حد در بینهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷)

۱۱- گزینهٔ «۲» (محسن شیرزادی)

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to3^+}f(x)=[2^+](9)-[(-1)^-](3)=18+6=24\\ \lim\limits_{x\to3^-}f(x)=[2^-](9)-[(-1)^-](3)=9+6=15\end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to3^+}f(x)-\lim_{x\to3^-}f(x)=9$$

(حد و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۱۲- گزینهٔ «۱» (سینا فیرفواه)

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{2x^2-x+ax^2+2ax+bx+2b}{x+2}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{(2+a)x^2+(2a+b-1)x+2b}{x+2}=-2$$

برای این که جواب حد بالا عدد باشد بایستی درجه صورت و مخرج برابر باشد. پس:

$$\left.\begin{array}{l}2+a=0\Rightarrow a=-2\\ 2a+b-1=-2\Rightarrow-4+b-1=-2\Rightarrow b=3\end{array}\right\}\to a+b=1$$

(حد بینهایت و حد در بینهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۱۳- گزینهٔ «۲» (هوشمند قصری)

روش اول:

$$\lim_{x\to-\infty}3x+\sqrt{9x^2+x}\times\frac{3x-\sqrt{9x^2+x}}{3x-\sqrt{9x^2+x}}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{9x^2-(9x^2+x)}{3x-\sqrt{9x^2+x}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x}{3x-|3x|}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x}{3x+3x}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x}{6x}=-\frac{1}{6}$$

روش دوم: استفاده از هم ارزی

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{ax^2+bx+c}\sim\sqrt{a}\,|x+\frac{b}{2a}|$$

$$\lim_{x\to-\infty}3x+\sqrt{9x^2+x}\sim\lim_{x\to-\infty}3x+3|x+\frac{1}{18}|$$

$$=\lim_{x\to-\infty}3x-3(x+\frac{1}{18})=-\frac{1}{6}$$

(حد بینهایت و حد در بینهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۱۴- گزینهٔ «۲» (سهیل حسن‌خان پور)

ابتدا حاصل عبارت درون f را تجزیه می‌کنیم.

$$\lim_{x\to1^+}f((g(x)-2)(g(x)+1))g(f(x))$$

حاصل $\lim\limits_{x\to1^+}g(x)$ با توجه به نمودار برابر ۲ است، اما چون درون f قرار گرفته کمتر یا بیشتر بودن از ۲ مهم است که با توجه شکل برابر 2^- است.

$$\lim_{x\to1^+}f(\underbrace{(2^--2)}_{0^-}\times\underbrace{(2^-+1)}_{3})g(f(1^+))=\lim_{x\to1^+}f(0^-)\times g(\frac{1^+-1}{(1^+)^2})$$

$$=\lim_{x\to1^+}(\frac{0-[0^-]}{(0^-)^2})\times g(0^+)=\lim_{x\to1^+}\frac{1}{0^+}\times-1=-\infty$$

(ترکیبی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۳۶) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷)

۱۵- گزینهٔ «۱» (مصراب درویشی)

$$f(x)=k(x-1)(x-b)\ ,\ f(0)=-2\Rightarrow bk=-2\Rightarrow k=-\frac{2}{b}$$

$$g(x)=k'(x-1)(x-b)\ .\ g(0)=1\ \ bk'=1\Rightarrow k'=\frac{1}{b}$$

$$\lim_{x\to1}\frac{-\frac{2}{b}(x-1)(x-b)-\frac{1}{b}(x-1)(x-b)}{(x-1)(x+1)}=\frac{-\frac{3}{b}(1-b)}{2}=2$$

$$\frac{-3+3b}{2b}=2\Rightarrow-3+3b=4b\Rightarrow b=-3$$

$$\lim_{x\to-3}\frac{\frac{2}{3}(x-1)(x+3)+\frac{1}{3}(x-1)(x+3)}{(x-3)(x+3)}=\lim_{x\to-3}\frac{(x-1)}{x-3}=\frac{-4}{-6}=\frac{2}{3}$$

(ترکیبی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

۱۶- گزینهٔ «۲» *(دانیال ابراهیمی)*

ابتدا تابع $f(2x)$ را تشکیل می‌دهیم و سپس حد آن را در $-\infty$ محاسبه می‌کنیم:

$$f(2x)=\frac{4x+\sqrt{4x^2-8x+9}}{2ax+b} \Rightarrow \lim_{x\to-\infty} f(2x)=\frac{4x-2x}{2ax}=\frac{1}{a}=a$$

$$\Rightarrow a^2=1 \Rightarrow a=\pm 1$$

حال حاصل عبارت خواسته شده را به دست می‌آوریم. با استفاده از رابطهٔ

$$\lim_{x\to\mp\infty}(ax^n+bx^{n-1}+\ldots+k)=\lim_{x\to\mp\infty} ax^n$$

داریم:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(ax+b)(ax+b)}{x(2x+\sqrt{x^2-4x+9})}=\frac{a^2x^2}{x(3x)}=\frac{a^2}{3}=\frac{1}{3}$$

(حد بی‌نهایت و حد در بی‌نهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۱۷- گزینهٔ «۳» *(محمدحسن سلامی حسینی)*

چون $x=-1$ ریشه مضاعف مخرج است (حد تابع در اطراف آن ∞ است) ولی چون علامت تابع در همسایگی آن تغییر کرده است پس باید ریشه ساده صورت نیز باشد پس عامل $(x+1)^2$ در مخرج و عامل $(x+1)$ باید در صورت باشد و عامل دیگر صورت باید $(x-3)$ باشد که توسط مخرج حذف شده و نقطه توخالی تولید شود

پس تابع $f(x)$ باید به صورت $f(x)=\frac{a(x-3)(x+1)}{(x+1)^2(x-3)}$ باشد که در این صورت داریم:

$$\lim_{x\to 3} f(x)=\lim_{x\to 3}\frac{a\cancel{(x-3)}(x+1)}{(x+1)^2\cancel{(x-3)}}=\lim_{x\to 3}\frac{a}{x+1}=2 \Rightarrow a=8$$

پس تابع $f(x)$ به صورت زیر نوشته می‌شود که با مقایسه آن با $f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{(x+d)^2(x-3)}$ ضرایب مجهول تولید می‌شوند.

$$\frac{ax^2+bx+c}{(x+d)^2(x-3)}=\frac{8(x-3)(x+1)}{(x+1)^2(x-3)}=\frac{8x^2-16x-24}{(x+1)^2(x-3)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=-16 \\ c=-24 \\ d=1 \end{cases} \Rightarrow a+b-c+d=8+(-16)+24+1=17$$

(حد بی‌نهایت و حد در بی‌نهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۰ تا ۵۷)

۱۸- گزینهٔ «۳» *(مصطفی کرمی)*

می‌دانیم حد داخل براکت در ∞ برابر ۲ است، حالا برای آنکه براکت آن برابر ۱ باشد باید 2^- باشد:

$$\frac{2x^2+kx+1}{x^2+2x+5}<2 \xrightarrow{\text{مخرج مثبت است}} 2x^2+kx+1<2x^2+4x+10$$

$$\Rightarrow (k-4)x<9$$

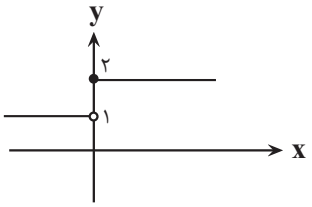
و چون $x\to-\infty$ می‌رود پس باید $k-4\geq 0$ باشد و داریم:

$$k\geq 4$$

(حد بی‌نهایت و حد در بی‌نهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۱۹- گزینهٔ «۴» *(جواد زنگنه قاسم‌آبادی)*

تابع $f(x)$ در همه نقاط حد دارد مگر در نقاط مرزی یعنی جایی که ورودی را صفر کرده، پس تابع $g(x)=f(x^3-2x^2+x)$ در نقاطی که ورودی را صفر کند باید بررسی شود:



$$x^3-2x^2+x=0 \Rightarrow x(x-1)^2=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow x(x-1)^2$$

جدول تعیین علامت $x(x-1)^2$ به صورت زیر است:

x		0		1	
$x(x-1)^2$	$-$	0	$+$	0	$+$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0^-} f(x^3-2x^2+x)=\lim\limits_{t\to 0^-} f(t)=1 \\ \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0^+} f(x^3-2x^2+x)=\lim\limits_{t\to 0^+} f(t)=2 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{در } x=0 \text{ حد ندارد}$$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^-} f(x^3-2x^2+x)=\lim\limits_{t\to 0^+} f(t)=2 \\ \Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^+} f(x^3-2x^2+x)=\lim\limits_{t\to 0^+} f(t)=2 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{در } x=1 \text{ حد دارد}$$

پس تابع $g(x)$ فقط در یک نقطه حد ندارد. *(حد و پیوستگی)(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)*

۲۰- گزینهٔ «۲» *(سروش مؤئینی)*

می‌دانیم $1+\sin 2x=(\sin x+\cos x)^2$ پس صورت کسر $|\sin x+\cos x|$ است که در $\frac{3\pi}{4}^+$ داخل قدرمطلق منفی است و داریم: $-(\sin x+\cos x)$

در مخرج هم داریم: $\tan x-\cot x=\frac{\sin^2 x-\cos^2 x}{\cos x\sin x}$

و با تقسیم اینها:

$$\lim_{x\to\frac{3\pi}{4}^+}\frac{-(\sin x+\cos x)}{\frac{\sin^2 x-\cos^2 x}{\cos x\sin x}}=\lim_{x\to\frac{3\pi}{4}^+}\frac{\cos x\sin x}{\cos x-\sin x}$$

$$=\frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{-\frac{1}{2}}{-\sqrt{2}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

(ترکیبی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

۱- گزینهٔ «۱» *(حامد قاسمیان)*

$$-۱ \xrightarrow{f^{-1}} a \xrightarrow{g} b$$

جواب سوال

$$f(a) = -۱ \Rightarrow \frac{a-۱}{a+۱} = -۱ \Rightarrow a = ۰$$

$$g(a) = b = g(۰) = ۲$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ و ۲۸)

۲- گزینهٔ «۱» *(سهیل سهیلی)*

با توجه به عبارت، می‌بایست $\cos ۲x$ را به $\cos x$ تبدیل کنیم و داریم:

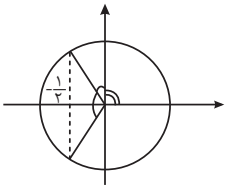
$$\cos ۲x - ۱۳\cos x - ۶ = ۰ \xrightarrow{\cos ۲x = ۲\cos^۲ x - ۱} ۲\cos^۲ x - ۱ - ۱۳\cos x - ۶ = ۰$$

$$۲\cos^۲ x - ۱۳\cos x - ۷ = ۰$$

$$\Rightarrow (۲\cos x + ۱)(\cos x - ۷) = ۰ \begin{cases} \cos x = ۷ & \text{غ ق ق} \times \\ \cos x = -\frac{۱}{۲} & \text{ق ق} \checkmark \end{cases}$$

حال باید به دنبال تعداد جواب‌های معادله $\cos x = -\frac{۱}{۲}$ در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ بگردیم.

با رسم دایرهٔ مثلثاتی زیر داریم:



با توجه به دایرهٔ مثلثاتی، در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ دو زاویه در ناحیه‌های دوم و سوم داریم که کسینوس آن‌ها $-\frac{۱}{۲}$ خواهد شد.

(مثلثات)(ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۳- گزینهٔ «۳» *(عباس اسری امیرآبادی)*

$$p(۲) = ۳ \Rightarrow ۱۲ + ۲m + ۲m - ۱ = ۳ \Rightarrow ۴m = -۸ \Rightarrow m = -۲$$

$$f(x) = -۲x^۲ + ۲x + ۵$$

$$f(۱) = -۲ + ۲ + ۵ = ۵$$

(هر بینهایت و هر در بینهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

۴- گزینهٔ «۲» *(مصطفی حسنی نژاد)*

$$\lim_{x \to ۱} \frac{\sqrt{۳x+۱} - ۲}{x - ۱} = \frac{۰}{۰}$$

$$\lim_{x \to ۱} \frac{\sqrt{۳x+۱} - ۲}{x - ۱} \times \frac{\sqrt{۳x+۱} + ۲}{\sqrt{۳x+۱} + ۲} = \frac{۳x - ۳}{(x-۱)(\sqrt{۳x+۱} + ۲)}$$

$$= \lim_{x \to ۱} \frac{۳(x-۱)}{(x-۱)(\sqrt{۳x+۱} + ۲)} = \frac{۳}{۴}$$

(هر بینهایت و هر در بینهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

۵- گزینهٔ «۱» *(مسعود فراداری)*

چون $(۲x - ۸, ۳x - ۱)$ یک همسایگی عدد ۴ است، پس داریم:

$$(۱) ۲x - ۸ < ۴ \Rightarrow ۲x < ۱۲ \Rightarrow x < ۶$$

$$(۲) ۳x - ۱ > ۴ \Rightarrow ۳x > ۵ \Rightarrow x > \frac{۵}{۳} \quad \Rightarrow \frac{۵}{۳} < x < ۶$$

بنابراین $x \in (\frac{۵}{۳}, ۶)$ است.

(هر بینهایت و هر در بینهایت) (ریاضی ۳، صفحهٔ ۵۳)

۶- گزینهٔ «۴» *(مهدی براتی)*

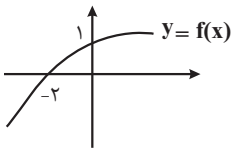
حاصل حد را به‌صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \to (-۳)^-} \frac{۳[x] + ۹}{-x - ۳} = \lim_{x \to (-۳)^-} \frac{۳ \times (-۴) + ۹}{-x - ۳} = \frac{-۳}{۰^+} = -\infty$$

(هر بینهایت و هر در بینهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷)

۷- گزینهٔ «۳» *(منوچهر زیرک)*

با توجه به اطلاعات داده شده، یک شکل فرضی برای $y = f(x)$ رسم می‌کنیم:



$$\sqrt{\frac{-x}{f(x)}} \Rightarrow \frac{-x}{y} \geq ۰$$

باید x و y مختلف‌العلامت باشند و $y \neq ۰$ باشد؛ اما x می‌تواند برابر صفر باشد. توضیحات بالا به این معنی است که باید نمودار $y = f(x)$ در ربع دوم یا چهارم باشد؛ با در نظر گرفتن $x = ۰$ و $y \neq ۰$، دامنهٔ تابع موردنظر $(-۲, ۰]$ است.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۸- گزینهٔ «۲» *(احمد حسنپور)*

با توجه به فرض مسئله، ضابطهٔ تابع $f(f(x))$ را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = ۲x + ۷ \Rightarrow f(f(x)) = ۲(۲x + ۷) + ۷ = ۴x + ۲۱$$

چون تابع fof یک تابع یکنوا است، برای محاسبهٔ برد می‌توانیم ابتدا و انتهای دامنه را جایگذاری کنیم:

$$fof(-۱) = ۱۷ \Rightarrow fof(۳) = ۳۳$$

$$R = (۱۷, ۳۳) \Rightarrow R = \{۱۸, ۱۹, ..., ۳۲\}$$

$$\text{تعداد اعضا} = ۳۲ - ۱۸ + ۱ = ۱۵$$

اگر به باز بودن بازهٔ x دقت نکنید، گزینهٔ «۴» را به دست می‌آورید.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۹- گزینهٔ «۳» *(مسعود یکتا)*

چون هم خود تابع و هم وارون تابع از نقطهٔ $(۱,۲)$ می‌گذرند، پس نقاط $(۱,۲)$ و $(۲,۱)$ روی تابع f قرار دارند:

$$f(۱)=۲\Rightarrow ۲\sqrt{a+b}=۲\Rightarrow a+b=۱$$

$$f(۲)=۱\Rightarrow ۲\sqrt{۲a+b}=۱\Rightarrow ۲a+b=\frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow a=-\frac{۳}{۴}\ ,\ b=\frac{۷}{۴}\Rightarrow \frac{a}{b}=-\frac{۳}{۷}$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحهٔ ۲۴ تا ۲۸)

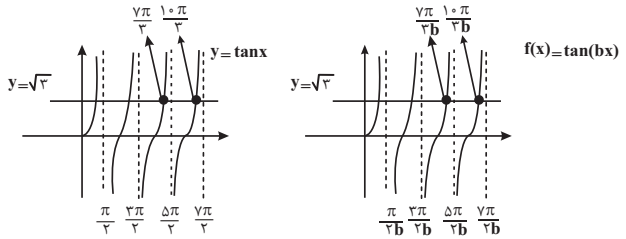
۱۰- گزینهٔ «۳» *(علی غریبی)*

$$-\frac{\pi}{۴}<x<\frac{\pi}{۴}\xrightarrow{\times ۲}-\frac{\pi}{۲}<۲x<\frac{\pi}{۲}\Rightarrow \sin(-\frac{\pi}{۲})<\sin ۲x<\sin\frac{\pi}{۲}$$

$$\Rightarrow -۱<m-۱<۱\xrightarrow{+۱}۰<m<۲$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۱- گزینهٔ «۲» *(امیدرضا شجاعیان)*



$$\xrightarrow{\text{طبق نمودارهای بالا}}\ \underbrace{\frac{۷\pi}{۳b}}_{\text{جواب سوم}}\le ۲\pi<\underbrace{\frac{۱۰\pi}{۳b}}_{\text{جواب چهارم}}\Rightarrow \frac{۷}{۶}\le b<\frac{۵}{۳}$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۱۲- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین تقی زاده)*

$$f(x)=\sin^۲\pi x-\sin^۴\pi x=\sin^۲\pi x(۱-\sin^۲\pi x)$$

$$\Rightarrow f(x)=\sin^۲\pi x.\cos^۲\pi x\Rightarrow f(x)=\frac{۱}{۴}\sin^۲ ۲\pi x$$

$$\text{بیشترین مقدار}\Rightarrow ۰\le \sin^۲ ۲\pi x\le ۱\Rightarrow ۰\le \frac{۱}{۴}\sin^۲ ۲\pi x\le \frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow \max f(x)=\frac{۱}{۴}$$

می‌دانیم دورهٔ تناوب توابع $y=\cos^۲ ax\ ,\ y=\sin^۲ ax$ به صورت $T=\frac{\pi}{|a|}$ می‌باشد

$$\Rightarrow T=\frac{\pi}{۲\pi}=\frac{۱}{۲}$$

مجموع دورهٔ تناوب و بیشترین مقدار $\Rightarrow \frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}=۰/۷۵$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷ و ۴۲ و ۴۳)

۱۳- گزینهٔ «۱» *(نیما کدیوریان)*

ابتدا ضابطهٔ تابع را ساده‌تر می‌کنیم:

$$y=a\sin(\frac{\pi}{۲}+b\pi x)=a\cos(b\pi x)$$

مقدار تابع در $x=۰$ برابر ۳ می‌باشد.

$$\xrightarrow{(۰,۳)}۳=a\cos(۰)\Rightarrow a=۳$$

حال جهت محاسبهٔ دورهٔ تناوب داریم:

$$T+\frac{۳T}{۴}=\frac{۷T}{۴}=\frac{۷}{۴}\Rightarrow T=۱$$

$$T=\frac{۲\pi}{|b\pi|}=۱\Rightarrow |b|=۲\Rightarrow \begin{cases}b=۲\\ b=-۲\end{cases}$$

$$a\times b=\begin{cases}+۶\ \checkmark\\ -۶\end{cases}$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۱۴- گزینهٔ «۲» *(منوچهر زیرک)*

ابتدا مقدار $\cos\alpha$ را به دست آورده و به کمک اطلاعات سوال علامت آن‌را تعیین می‌کنیم سپس به کمک رابطه $\sin ۲\alpha=۲\sin\alpha\cos\alpha$ به جواب می‌رسیم:

$$\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha=۱\Rightarrow \cos^۲\alpha=۱-\frac{۱}{۹}=\frac{۸}{۹}\xrightarrow{\cos x<۰}\cos\alpha=\frac{-۲\sqrt{۲}}{۳}$$

$$\Rightarrow \sin ۲\alpha=۲\sin\alpha\cos\alpha=۲(\frac{۱}{۳})(\frac{-۲\sqrt{۲}}{۳})=\frac{-۴\sqrt{۲}}{۹}$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۵)

۱۵- گزینهٔ «۱» *(مسعود یکتا)*

$$A=\sin\frac{\pi}{۱۲}+\cos\frac{\pi}{۱۲}$$

$$A^۲=۱+۲\sin\frac{\pi}{۱۲}\cos\frac{\pi}{۱۲}=۱+\sin\frac{\pi}{۶}=۱+\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{۲}$$

$$\xrightarrow{A>۰}A=\sqrt{\frac{۳}{۲}}=\frac{\sqrt{۶}}{۲}$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱۶- گزینهٔ «۲» *(بهزاد مهرمی)*

$$\sin 3x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \Rightarrow x = k\pi \xrightarrow{k=0} x = 0 \\ 3x = (2k+1)\pi - x \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{4} \\ x = \frac{-\pi}{4} \\ x = -\frac{3\pi}{4} \end{cases} \end{cases}$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

۱۷- گزینهٔ «۱» *(سهیل حسن‌خان پور)*

برای اینکه $fog(x)$ در $x=1$ حد داشته باشد، باید حد راست و چپ آن با هم برابر باشند:

$$\lim_{x\to 1^+} fog(x) = \lim_{x\to 1^+} f(2x^2 - [x]) = \lim_{x\to 1^+} f(x) = a+1$$

$$\lim_{x\to 1^-} fog(x) = \lim_{x\to 1^-} f(-|x|) = \lim_{x\to -1^+} f(x) = -3$$

$$\Rightarrow a+1 = -3 \Rightarrow a = -4$$

$$gof(5) = g(-19) = -19$$

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۶) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۱۸- گزینهٔ «۳» *(بهزاد مهرمی)*

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = 2 \quad \text{(در واقع با مقادیر بیش‌تر از ۲ به ۲ نزدیک می‌شود.)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 1^+} f(f(x)) = \lim_{x\to 2^+} f(x) = -\infty$$

(هر بینهایت و هردر بینهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷)

۱۹- گزینهٔ «۳» *(علی اصغر شریفی)*

ابتدا صورت و مخرج کسر را گویا می‌کنیم:

$$\lim_{x\to \frac{\pi^+}{4}} \frac{\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x}}{\sqrt[3]{\sin 2x} + \sqrt[3]{\cos 4x}} \times \frac{\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}}{\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}}$$

$$\times \frac{\sqrt[3]{\sin^2 2x} - \sqrt[3]{\sin 2x.\cos 4x} + \sqrt[3]{\cos^2 4x}}{\sqrt[3]{\sin^2 2x} - \sqrt[3]{\sin 2x.\cos 4x} + \sqrt[3]{\cos^2 4x}}$$

به کمک اتحادهای مثلثاتی $\cot\alpha - \tan\alpha = 2\cot 2\alpha$ و $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$ داریم:

$$= \lim_{x\to \frac{\pi^+}{4}} \frac{3(-2\cot 2x)}{2(\sin 2x + 1 - 2\sin^2 2x)} = \lim_{x\to \frac{\pi^+}{4}} \frac{-3\cot 2x}{(1-\sin 2x)(1+2\sin 2x)}$$

$$= \lim_{x\to \frac{\pi^+}{4}} \frac{-3\cot 2x}{3(1-\sin 2x)} = \lim_{x\to \frac{\pi^+}{4}} \frac{-\cot 2x}{1-\sin 2x}$$

$$= \lim_{x\to \frac{\pi^+}{4}} \frac{-\frac{\cos 2x}{\sin 2x}}{1-\sin 2x} = \lim_{x\to \frac{\pi^+}{4}} \frac{-\cos 2x}{1-\sin 2x}$$

در محاسبات بالا عباراتی که حدشان صفر نبود را با مقدار حدشان جایگزین کردیم.

به کمک اتحادهای مثلثاتی $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ و $1 - \sin 2x = (\sin x - \cos x)^2$ حد بالا به صورت زیر می‌شود:

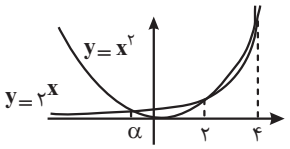
$$\lim_{x\to \frac{\pi^+}{4}} \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{(\sin x - \cos x)^2} = \lim_{x\to \frac{\pi^+}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{0^+} = \frac{\sqrt{2}}{0^+} = +\infty$$

(هر بینهایت و هر در بینهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷)

۲۰- گزینهٔ «۲» *(علی اصغر شریفی)*

می‌دانیم که توابع $y = x^2$ و $y = 2^x$ به صورت زیر رسم می‌شوند:



با توجه به آن که حاصل حد نامتناهی شده است، پس باید مخرج کسر صفر شده باشد که طبق شکل بالا در سه نقطه این اتفاق می‌افتد. حول هر سه نقطه مخرج تغییر علامت می‌دهد؛ پس برای آن که حاصل $+\infty$ شود، باید صورت نیز حول این سه نقطه تغییر علامت دهد. پس a عددی صحیح است. صورت کسر یک تابع صعودی است؛ پس در a^- منفی و در a^+ مثبت است. بنابراین مخرج کسر ۰(عبارت $2^x - x^2$) هم باید در a^- منفی و در a^+ مثبت باشد. این اتفاق در $x = 4$ و $x = \alpha$ می افتد. (اما دقت داشته باشید که (آلفا) عددی صحیح نیست و عبارت صورت در دو طرف آن حاصل یکسانی دارد)

بنابراین $a = 4$ و خواهیم داشت:

$$x \to 4^-: \frac{[4^-]+b}{0^-} = +\infty \Rightarrow \frac{3+b}{0^-} = +\infty \Rightarrow b+3 < 0 \Rightarrow b < -3$$

$$x \to 4^+: \frac{[4^+]+b}{0^+} = +\infty \Rightarrow \frac{4+b}{0^+} = +\infty \Rightarrow b+4 > 0 \Rightarrow b > -4$$

با توجه به این که $a = 4$، داریم:

$$-4 < b < -3 \Rightarrow 0 < a+b < 1 \Rightarrow [a+b] = 0$$

(هر بینهایت و هر در بینهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷)

۱- گزینهٔ «۱» (احسان سیفی سلسله)

هم علامت بودن مقدار تابع و مقدار مشتق یعنی هم علامت بودن f و f'، علامت f و f' را در هر کدام از نقاط مشخص شده تعیین می‌کنیم.

نقطه	A	B	C	D
f	−	+	+	−
f'	+	+	−	+

پس فقط در یک نقطه یعنی B، f و f' هم‌علامت‌اند.

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

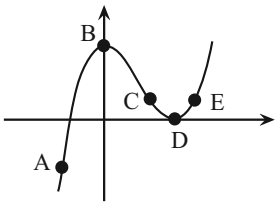
۲- گزینهٔ «۳» (رضا شوشیان)

می‌دانیم که شیب خط مماس بر تابع f در یک نقطه به طول A، برابر با، مشتق تابع f در نقطه A می‌باشد، به عبارتی:

$$\lim_{x\to ۳}\frac{f(x)-f(۳)}{x-۳}=f'(۳)=\frac{۶}{۳}=۲$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۳- گزینهٔ «۲» (احمد بلوچی)



علامت مقدار تابع و علامت مقدار مشتق تابع را در نقاط A تا E به‌دست می‌آوریم:

$$A\Rightarrow\begin{matrix}f(A)<۰\\f'(A)>۰\end{matrix}\qquad B\to\begin{matrix}f(B)>۰\\f'(B)=۰\end{matrix}$$

$$C\to\begin{matrix}f(C)>۰\\f'(C)<۰\end{matrix}\qquad D\to\begin{matrix}f(D)=۰\\f'(D)=۰\end{matrix}$$

$$E\to\begin{matrix}f(E)>۰\\f'(E)>۰\end{matrix}$$

گزینهٔ «۱»: درست. حاصل ضرب مقدار تابع در مقدار مشتق تابع در نقاط A، B، C، D و E به‌ترتیب (−) و (۰) و (−) و (۰) و (+) است.

گزینهٔ «۲»: نادرست. در نقطهٔ B مقدار تابع صفر نیست.

گزینهٔ «۳»: درست. شیب در یک نقطه همان شیب خط مماس در آن نقطه است.

گزینهٔ «۴»: درست $f'(C)<۰$ و $f'(D)=۰\Leftarrow f'(D)>f'(C)$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۴- گزینهٔ «۲» (مسعود فراداری)

$$\begin{matrix}m=f'(-۳)=۲\\f(-۳)=-۵\end{matrix}\Rightarrow y=۲x+۱\Rightarrow\begin{cases}\text{عرض از مبدا}=۱\\\text{طول از مبدا}=-\frac{۱}{۲}\end{cases}\Rightarrow\text{مجموع}:\frac{۱}{۲}$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۵- گزینهٔ «۴» (جواد زنگنه قاسم‌آبادی)

$$\text{تعریف مشتق}: f'(x)=\lim_{h\to ۰}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

تغییرات تابع یعنی همان $f(x+h)-f(x)$

$$\Rightarrow f'(۲)=\lim_{h\to ۰}\frac{۳h-h^{۲}}{h}=\lim_{h\to ۰}\frac{h(۳-h)}{h}$$

$$=\lim_{h\to ۰}۳-h=۳$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۶- گزینهٔ «۲» (سینا همتی)

روش اول:

مقدار شیب خط مماس همان مقدار مشتق در نقطه B است که برابر ۳+ است. $(f'(B)=+۳)$. مختصات نقطه B نیز $(۲,-۳)$ است. با نوشتن رابطه شیب خط، $f(A)$ و $f(C)$ را به دست می‌آوریم.

$$\text{شیب خط مماس}=\frac{f(B)-f(A)}{x_B-x_A}=۳\Rightarrow\frac{-۳-f(A)}{۲-۱}=۳$$

$$\Rightarrow -۳-f(A)=۳\Rightarrow f(A)=-۶\Rightarrow A(۱,-۶)$$

$$\text{شیب خط مماس}=\frac{f(C)-f(B)}{x_C-x_B}=۳\Rightarrow\frac{f(C)-(-۳)}{۴-۲}=۳$$

$$\Rightarrow f(C)+۳=۶\Rightarrow f(C)=۳\Rightarrow C(۴,۳)$$

روش دوم:

با داشتن شیب خط $(m=+۳)$ و یک نقطه از خط، $B(۲,-۳)$، رابطه تابع خطی را به دست می‌آوریم:

$$y-y_۰=m(x-x_۰)\Rightarrow y-(-۳)=۳(x-۲)\Rightarrow y=۳x-۹$$

$$\begin{cases}x_A=+۱\Rightarrow y_B=۳(۱)-۹=-۶\\A(۱,-۶)\\x_B=۴\Rightarrow y_B=۳(۴)-۹=۳\\B(۴,۳)\end{cases}$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۷- گزینهٔ «۴» (سینا خیرخواه)

$$\lim_{x\to(-۱)^+}f(x)=\lim_{x\to(-۱)^+}\frac{x^{۲}+[x]}{a(x^{۳}+۱)}$$

$$=\lim_{x\to(-۱)^+}\frac{x^{۲}-۱}{a(x+۱)(x^{۲}-x+۱)}=\frac{-۲}{a(۳)}=\frac{-۲}{۳a}$$

$$\lim_{x\to(-۱)^-}f(x)=\lim_{x\to(-۱)^-}\frac{|x|-x^{۲}}{|x+۱|}$$

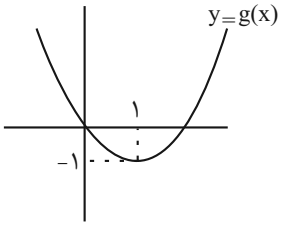
$$=\lim_{x\to(-۱)^-}\frac{-x-x^{۲}}{-(x+۱)}=\lim_{x\to(-۱)^-}\frac{-x(۱+x)}{-(x+۱)}=-۱$$

$$\Rightarrow -\frac{۲}{۳a}=-۱\Rightarrow a=\frac{۲}{۳},\ b=-۱\Rightarrow a+b=-\frac{۱}{۳}$$

(حد و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

۸- گزینهٔ «۴» *(سامان شرف‌قراپولو)*

نمودار تابع g به صورت زیر است:



با توجه به نمودار g، داریم:

$$x \to ۱^- \Rightarrow g(x) \to (-۱)^+$$

فرض کنیم $g(x)=t$

$$\lim_{x\to ۱^-} f(g(x)) = \lim_{t\to(-۱)^+} f(t) = \lim_{x\to(-۱)^+} (x^۲-۵) = -۴$$

(حد و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۹- گزینهٔ «۲» *(محمدمهدی شب‌کلاهی)*

$$\lim_{x\to ۲} \frac{f(x)g(x)-۳g(x)}{۲-x} = -\frac{۱۵}{۲}$$

$$= \lim_{x\to ۲} \frac{g(x)(f(x)-۳)}{-(x-۲)} = -\frac{۱۵}{۲}$$

$$= \lim_{x\to ۲} g(x) \lim_{x\to ۲} \frac{(f(x)-۳)}{-(x-۲)} = -\frac{۱۵}{۲}$$

$$= ۵ \times -f'(۲) = -\frac{۱۵}{۲}$$

$$\Rightarrow f'(۲) = \frac{۳}{۲}$$

پس شیب خط h برابر با $\frac{۳}{۲}$ و از نقطه (۳ و ۲) می‌گذرد پس معادلهٔ آن به صورت زیر است.

$$y = \frac{۳}{۲}x$$

پس عرض از مبدأ خط h برابر صفر است.

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۱۰- گزینهٔ «۳» *(محمد پاک نژاد)*

$$\lim_{x\to ۱} \frac{f(x)-f(۱)}{(x-۱)(x+۱)} = \lim_{x\to ۱} \frac{f(x)-f(۱)}{x-۱} \times \lim_{x\to ۱} \frac{۱}{x+۱}$$

$$= \frac{۱}{۲}f'(۱) = ۳ \Rightarrow f'(۱) = ۶$$

نکته: $\lim_{h\to ۰} \frac{f(a+mh)-f(a+nh)}{ph} = \frac{(m-n)}{p}f'(a)$

$$\lim_{h\to ۰} \frac{f(۱+۲h)-f(۱)}{۳h} = \frac{۲-۰}{۳}f'(۱) = \frac{۲}{۳}\times ۶ = ۴$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۱۱- گزینهٔ «۳» *(سعید پناهی)*

با توجه به اینکه تابع $y=[x]$ برای $x\in\mathbb{Z}$ ناپیوسته است لذا $[\frac{x}{۳}]$ در $\frac{x}{۳}=k$ یعنی همان $x=۳k$ ناپیوسته است. در بازهٔ $(۰,۱۱)$ سه عدد ۳ و ۶ و ۹ وجود دارند. که باید ۲ تا از آنها ریشه ضریب براکت باشند تا تابع فقط در یک نقطه ناپیوسته شود.

$$۳,۶ : x^۲+ax+b=۰ \Rightarrow \begin{cases} \text{ضرب ریشه‌ها} & b=۳\times۶=۱۸ \\ \text{مجموع ریشه‌ها} & -a=۳+۶ \Rightarrow a=-۹ \end{cases}$$

$$۳,۹ : x^۲+ax+b=۰ \Rightarrow \begin{cases} \text{ضرب ریشه‌ها} & b=۲۷ \\ \text{مجموع ریشه‌ها} & -a=۱۲ \Rightarrow a=-۱۲ \end{cases}$$

$$۹,۶ : x^۲+ax+b=۰ \Rightarrow \begin{cases} \text{ضرب ریشه‌ها} & b=۵۴ \\ \text{مجموع ریشه‌ها} & -a=۱۵ \to a=-۱۵ \end{cases}$$

بیشترین مقدار $b+a$ برابر است با: $۵۴-۱۵=۳۹$

(حد و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

۱۲- گزینهٔ «۱» *(جواد زنگنه قاسم‌آبادی)*

$$\frac{-x-۱}{x+۲} = -\frac{x+۲-۱}{x+۲} = -(۱-\frac{۱}{x+۲}) = \frac{۱}{x+۲}-۱$$

حال اگر $x\to(-۳)^+$ باشد، داریم:

$$x\to(-۳)^+ \Rightarrow x>-۳ \Rightarrow x+۲>-۱$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{x+۲}<-۱ \Rightarrow \frac{۱}{x+۲}-۱<-۲$$

$$\xrightarrow{\text{جزء صحیح}} [\frac{۱}{x+۲}-۱]=-۳$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to(-۳)^+} = -(-۳) = +۳$$

و اگر $x\to(-۳)^-$ باشد، داریم:

$$x\to(-۳)^- \Rightarrow x<-۳ \Rightarrow x+۲<-۱ \Rightarrow \frac{۱}{x+۲}>-۱$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{x+۲}-۱>-۲$$

$$\xrightarrow{\text{جزء صحیح}} [\frac{۱}{x+۲}-۱]=-۲$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to(-۳)^-} = -(-۲) = ۲$$

بنابراین مجموع حد راست و چپ در $x=-۳$ برابر است با:

$$+۳+۲=۵$$

(حد و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶)

۱۳- گزینهٔ «۱» *(هوشمند قصری)*

$$|x-۱|=۱ \Rightarrow x-۱=\pm۱ \Rightarrow \begin{cases} x=۲ \\ x=۰ \end{cases}$$

$$|x-۱|<۱ \Rightarrow -۱<x-۱<۱ \Rightarrow ۰<x<۲$$

$$|x-1|\geq 1 \Rightarrow \begin{cases} x-1\geq +1 \Rightarrow x\geq 2 \\ x-1\leq -1 \Rightarrow x\leq 0 \end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases} (x-1)[x] & 0<x<2 \\ x^2+ax+b & x\leq 0 \text{ یا } x\geq 2 \end{cases}$$

$$x=2 \Rightarrow f(2)=4+2a+b$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x)=\lim_{x\to 2^+}(x^2+ax+b)=4+2a+b$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2^-}(x-1)[x]=1$$

$$\Rightarrow 4+2a+b=1 \Rightarrow 2a+b=-3 \quad (I)$$

$$x=0 \Rightarrow f(0)=0+0+b=b$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}(x-1)[x]=0$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-} x^2+ax+b=b$$

$$\Rightarrow b=0 \xrightarrow{(I)} 2a+b=-3 \Rightarrow a=\frac{-3}{2}$$

(هر و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

۱۴- گزینهٔ «۱» *(علی آزاد)*

تابع جزء صحیح در نقاطی که عدد صحیح می‌شود، ناپیوسته است.

$$f(x)=(x-3)[\frac{1}{3}x-1]$$

$$x=3 \Rightarrow f(3)=0,\ \lim_{x\to 3^+}=0,\ \lim_{x\to 3^-} f(x)=0 \Rightarrow \text{پیوسته}$$

$$x=6 \Rightarrow f(6)=3,\ \lim_{x\to 6^+} f(x)=3,\ \lim_{x\to 6^-} f(x)=0 \Rightarrow \text{ناپیوسته}$$

(هر و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

۱۵- گزینهٔ «۱» *(ابوالفضل آشنا)*

دقت کنید، عبارت «در نقطه‌ای دارای حد بوده اما پیوسته نیست» به این معنی است که آن نقطه، ریشهٔ صورت و مخرج است! اعداد ۳ و ۷- ریشه‌های مخرج هستند، پس $g(3)$ یا $g(-7)$ نیز باید صفر شوند که با توجه به این که $g(3)\neq 0$ است قطعاً $g(-7)$ برابر صفر خواهد بود، در نتیجه داریم:

$$\left.\begin{matrix} g(x) \text{ خطی است} \\ g(-7)=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow g(x)=a(x+7)$$

$$f(5)=1 \Rightarrow 1=\frac{g(5)}{(5-3)(5+7)} \Rightarrow g(5)=24$$

$$\xrightarrow{g(x)=a(x+7)} 24=a(5+7) \Rightarrow a=2$$

$$g(x)=2(x+7) \Rightarrow g(3)=2(3+7)=20$$

(هر و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

۱۶- گزینهٔ «۳» *(محمرحسن سلامی‌حسینی)*

$h(x)$ را به صورت روبه‌رو تعریف می‌کنیم: $h(x)=f(x)-g(x)$ داریم:

$$h(x)=x3^x-3^x=(x-1)3^x$$

$$h(1)=0$$

$$h'(1)=\lim_{x\to 1}\frac{h(x)-h(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)3^x}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)3^x}{(x-1)}=3^1=3=m_{\text{مماس}}$$

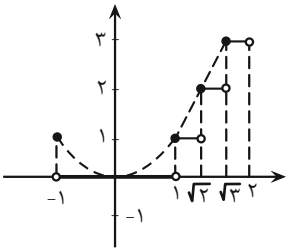
$$h(1)=3^1-3^1=0$$

پس معادله خط مماس برابر است با:

$$y-0=3(x-1) \to y=3x-3$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۱۷- گزینهٔ «۲» *(دانیال ابراهیمی)*



ابتدا نمودار تابع را رسم می‌کنیم:

مطابق شکل نمودار تابع در نقاط به طول $x=-1$، $x=1$، $x=\sqrt{2}$ و $x=\sqrt{3}$ ناپیوسته است.

بنابراین اگر بخواهیم تابع در ۳ نقطه ناپیوسته باشد، بیشترین مقدار a برابر با $\sqrt{3}$ خواهد بود.

در این بازه نقاط به طول $x=1$ و $x=\sqrt{2}$ فقط از راست پیوسته هستند. بنابراین: $b=2$ حال بیشترین مقدار $a+b$ را به دست می‌آوریم:

$$\max(a+b)=\sqrt{3}+2$$

(هر و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

۱۸- گزینهٔ «۳» *(سهیل حسن‌خان‌پور)*

$$\lim_{x\to 2}\frac{(\sqrt[3]{f^2(x)}-1)(\sqrt{f(x)}-1)}{(x-2)^2}=\frac{(\sqrt[3]{1^2}-1)(1-1)}{(2-2)^2}=\frac{0}{0}\xrightarrow[\text{ابهام}]{\text{رفع}}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{(\sqrt[3]{f^2(x)}-1)(\sqrt{f(x)}-1)}{(x-2)^2}\times\frac{(\sqrt[3]{f^4(x)}+\sqrt[3]{f^2(x)}+1)}{(\sqrt[3]{f^4(x)}+\sqrt[3]{f^2(x)}+1)}$$

$$\times\frac{\sqrt{f(x)}+1}{\sqrt{f(x)}+1}=\lim_{x\to 2}\frac{(f(x)-1)^2}{(x-2)^2}\times\frac{f(x)+1}{\sqrt[3]{f^4(x)}+\sqrt[3]{f^2(x)}+1}$$

$$\times\frac{1}{\sqrt{f(x)}+1}=(\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2})^2\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$$

$$=(f'(2))^2\times\frac{1}{3}=(\sqrt[3]{-1})^2\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$$

(ترکیبی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۱۹- گزینهٔ «۳» *(سروش موئینی)*

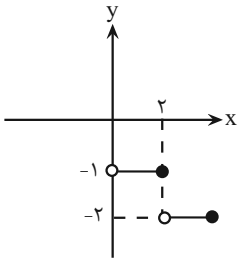
ضابطه f را به صورت $a[-x]-2[x]$ می‌نویسیم.

با توجه به اینکه در اعداد غیرصحیح $[-x]$ برابر $-[x]-1$ است ،داریم:

$$x \notin \mathbb{Z} : f(x) = a(-[x]-1) - 2[x] = (-a-2)[x] - a$$

پس برای وجود حد f در نقاط با طول صحیح باید $a = -2$ باشد تا براکت از بین برود.

حالا برای $g(x) = [-\frac{x}{2}]$، در $x = 2$ فقط پیوستگی چپ داریم.



$$\lim_{x \to 2^-} [-\frac{x}{2}] = g(2) = -1$$

(حد و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

۲۰- گزینهٔ «۴» *(سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۹)*

$$f(x) = [x]\sin \pi x \quad , \quad |x| \le 2$$

توجه کنید که تابع سینوس همواره پیوسته است و تابع جزء صحیح در نقاط صحیح، ناپیوسته است. پس برای پیوستگی تابع f در بازه‌ی $-2 \le x \le 2$، باید پیوستگی در نقاط به‌طول صحیح را بررسی کنیم.

با توجه به اینکه سینوس در مضارب صحیح π برابر با صفر است، پس تابع $f(x) = [x]\sin \pi x$ در تمام نقاط به‌طول صحیح پیوسته و در نتیجه در بازه‌ی داده شده و همچنین نقاط ابتدا و انتهای بازه پیوسته است.

به‌طور مثال در نقطه‌ی $x = 1$ داریم:

$$\begin{cases} f(1) = [1]\sin \pi = 1 \times 0 = 0 \\ \lim\limits_{x \to 1^+} [x]\sin \pi x = [1^+]\sin \pi = 1 \times 0 = 0 \\ \lim\limits_{x \to 1^-} [x]\sin \pi x = [1^-]\sin \pi = 0 \times 0 = 0 \end{cases}$$

(حد و پیوستگی) (ریاضی ۲ ، صفحه‌ی ۱۴۲)

۱- تابع $f=\{(۰,-۳m),(-۱,m^۲-۴),(۲,-۴m-۱)\}$، تابعی اکیداً صعودی است. مجموع اعداد صحیح قابل قبول برای m چه عددی است؟

۱) -۶ ۲) -۵ ۳) -۹ ۴) -۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۷ تا ۱۰)

برای آن‌که f صعودی اکید باشد باید با افزایش x مقدار تابع هم افزایش یابد، یعنی:

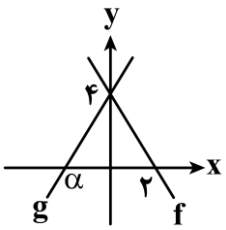
$$f(-۱)=m^۲-۴$$
$$f(۰)=-۳m \quad \Rightarrow m^۲-۴<-۳m<-۴m-۱ \Rightarrow -۳m<-۴m-۱ \Rightarrow m<-۱$$
$$f(۲)=-۴m-۱$$

$$m^۲-۴<-۳m \Rightarrow m^۲+۳m-۴<۰ \Rightarrow (m-۱)(m+۴)<۰ \Rightarrow -۴<m<۱$$

پس نهایتاً $-۴<m<-۱$ می‌باشد یعنی مقادیر صحیح به دست آمده برای m عبارتند از $m=-۲,-۳$، پس مجموع mهای قابل قبول -۵ است.

ملز

۲- نمودار توابع f و g به‌صورت شکل مقابل است. اگر $fog(۲)=gof(۶)$، مقدار α چه عددی است؟



۱) -۴
۲) -۲
۳) $-\frac{۲}{۳}$
۴) -۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۱۴)

f و g توابع خطی هستند پس می‌توانیم بنویسیم:

$$f(x)=-۲x+۴$$
$$g(x)=mx+۴$$
$$fog(x)=f\big(g(x)\big)=-۲g(x)+۴=-۲(mx+۴)+۴$$
$$fog(x)=-۲mx-۸+۴=-۴-۲mx$$

فعلاً $fog(۲)=-۴-۴m$

$$gof(x)=g\big(f(x)\big)=m(-۲x+۴)+۴=-۲mx+۴m+۴$$
$$gof(۶)=۴-۸m$$

با توجه به فرض:

$$fog(۲)=gof(۶) \Rightarrow -۴-۴m=۴-۸m \Rightarrow ۴m=۸ \Rightarrow m=۲ \Rightarrow g(x)=۲x+۴$$
$$g(\alpha)=۰ \Rightarrow ۲\alpha+۴=۰ \Rightarrow \alpha=-۲$$

ملز

۳- اگر $f(x)=\sqrt{x-1}$ و $g(x)=2x^2-1$، آن‌گاه اشتراک دامنه توابع fog و gof کدام گزینه است؟

۱) $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$ ۲) $(-\infty,-1]$ ۳) $(1,+\infty)$ ۴) $[1,+\infty)$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ خط به خط ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۱۴)

ابتدا دامنه تعریف توابع f و g را به دست می‌آوریم:

$$D_f=[1,+\infty)\ ,\ D_g=\mathbb{R}$$

$$D_{fog}=\{x: x\in D_g, g(x)\in D_f\}\ ,\ D_g=\mathbb{R}$$

$$g(x)\in D_f \Rightarrow 2x^2-1\geq 1 \Rightarrow x^2\geq 1 \Rightarrow \begin{cases} x\geq 1 \\ x\leq -1 \end{cases} \Rightarrow D_{fog}=(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$$

$$D_{gof}=\{x: x\in D_f, f(x)\in D_g\}$$

$$x\in D_f \Rightarrow x\geq 1$$
$$f(x)\in D_g \Rightarrow \sqrt{x-1}\in\mathbb{R} \Rightarrow x\geq 1 \Rightarrow D_{gof}=[1,+\infty)$$

$$D_{fog}\cap D_{gof}=[1,+\infty)$$

۴- f تابعی نزولی اکید با دامنه $\mathbb{R}$ است به طوری که $f(2x^2-4x+3)>f(2x-1)$. حدود به دست آمده برای تغییرات x کدام است؟

۱) $1<x<2$ ۲) $x>2$ ۳) $-2<x<1$ ۴) $x\in\mathbb{R}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۱۰)

اگر f تابعی نزولی اکید باشد:

$$\alpha,\beta\in D_f : f(\alpha)<f(\beta) \Leftrightarrow \alpha>\beta$$

با توجه به آن‌که $f(2x^2-4x+3)>f(2x-1)$ و f تابعی نزولی اکید است، پس: $2x^2-4x+3<2x-1$ یعنی:

$$2x^2-6x+4<0 \Rightarrow x^2-3x+2<0 \Rightarrow (x-1)(x-2)<0 \Rightarrow 1<x<2$$

۵- تابع $f(x)=(2x-a)(ax+b)-4x(x+2)$ هم صعودی است و هم نزولی. مقدار $f(a-2b)$ چه عددی است؟

۱) -12 ۲) -10 ۳) 10 ۴) 12

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ ترکیبی ـ سریع ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۷)

تابعی که هم صعودی و هم نزولی باشد، تابع ثابت است و برد تابع ثابت تک عضوی است. به همین سبب داریم:

$$f(x)=2ax^2+2bx-a^2x-ab-4x^2-8x$$

$$f(x)=(2a-4)x^2+(2b-a^2-8)x-ab$$

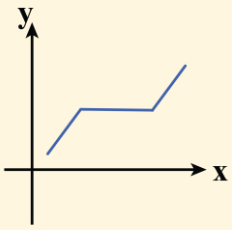
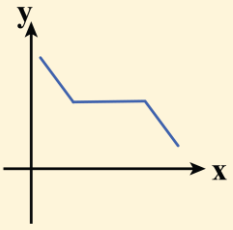
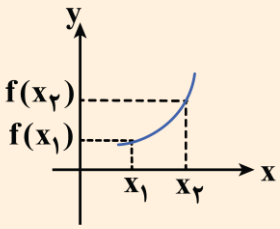
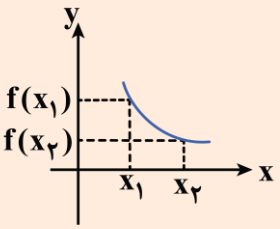
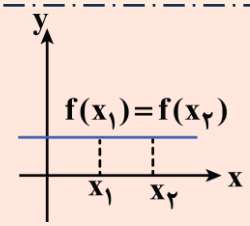
برای آن‌که f تابع ثابتی باشد، باید:

$$\begin{cases} 2a-4=0 \Rightarrow a=2 \\ 2b-a^2-8=0 \Rightarrow 2b-12=0 \Rightarrow b=6 \end{cases}$$
$$f(x)=-12$$

پس f تابعی ثابت با ضابطه $f(x)=-12$ است، لذا:

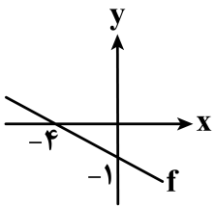
$$f(\text{هر چیزی})=-12 \Rightarrow f(a-2b)=-12$$

انواع تابع

تابع	توضیح	تعریف ریاضی	مثال نمودار
صعودی	با افزایش x، مقدار تابع $f(x)$ افزایش می یابد و یا این‌که ثابت می‌ماند.	$x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) \geq f(x_1)$	
نزولی	با افزایش x، مقدار تابع $f(x)$ کاهش می‌یابد و یا این‌که ثابت می‌ماند.	$x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) \leq f(x_1)$	
اکیداً صعودی	با افزایش x، مقدار تابع $f(x)$ همواره افزایش می‌یابد.	$x_2 > x_2 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1)$	
اکیداً نزولی	با افزایش x، مقدار تابع $f(x)$ همواره کاهش می‌یابد.	$x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1)$	
تابع ثابت (هم صعودی و هم نزولی)	با افزایش x، مقدار تابع $f(x)$ همواره ثابت است.	$x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) = f(x_1)$	

مثال

۶- اگر نمودار f به صورت شکل مقابل باشد، جدول تعیین علامت $y = fof(x) - f(-x)$ به کدام صورت است؟



۱)
x		$-\frac{4}{3}$	
y	+	○	−

۲)
x		$-\frac{4}{3}$	
y	−	○	+

۳)
x		$\frac{4}{3}$	
y	+	○	−

۴)
x		$\frac{4}{3}$	
y	−	○	+

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۱۱ تا ۱۴)

با داشتن ۲ نقطه $A(0,-1)$ و $B(-4,0)$ از تابع خطی f ضابطه آن $y = -\frac{1}{4}x - 1$ خواهد شد، یعنی $f(x) = -\frac{1}{4}x - 1$

$$\Rightarrow fof(x)-f(-x)=-\frac{1}{4}f(x)-1-(\frac{1}{4}x-1)$$

$$=\frac{1}{16}x+\frac{1}{4}\cancel{-1}-\frac{1}{4}x\cancel{+1}=-\frac{3}{16}x+\frac{1}{4}$$

$$-\frac{3}{16}x+\frac{1}{4}=0\Rightarrow x=\frac{4}{3}$$

x		$\frac{4}{3}$	
y	+	0	−

جدول تعیین علامت به شکل روبه‌رو است.

۷- نمودار $f(x)=a^3+(b+x)^3$ فقط از دو ناحیه محورهای مختصات عبور می‌کند. کدام گزینه می‌تواند ضابطهٔ تابع $f(x)$ باشد؟

۱) $y=1-(x-1)^3$

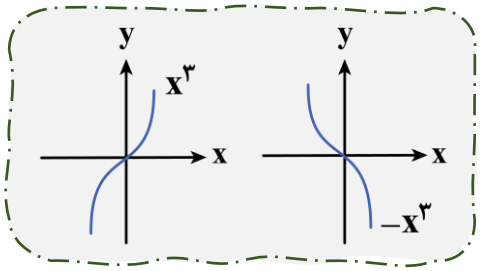
۲) $y=27-(x-3)^3$

۳) $y=8-(2-x)^3$

۴) $y=8+(x+4)^3$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ ترکیبی ـ سریع ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۵)

اولاً نمودار توابع $y=x^3$ و $y=-x^3$ در شکل مقابل آورده شده است.



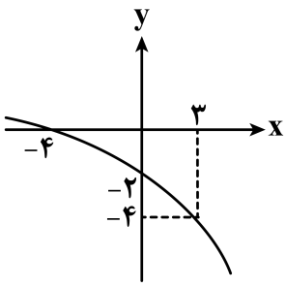
ثانیاً $y=a^3+(b+x)^3$ به شرطی فقط از دو ناحیه عبور می‌کند که از مبدأ مختصات گذشته باشد، پس:

$$f(0)=a^3+b^3=0\Rightarrow a=-b$$

جواب یک تابع درجه ۳ به صورت $f(x)=a^3+(x-a)^3=a^3-(a-x)^3$ است.

گزینه ۳ می‌تواند جواب صحیح باشد.

۸- نمودار تابع $y=f(x)$ به شکل روبه‌رو است. جواب نامعادله $fof(13-4x)<0$ کدام است؟



۱) $-4<x<0$

۲) $0<x<3$

۳) $x>2/5$

۴) $-4<x<2/5$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۱۰)

$$fof(13-4x)<0\Rightarrow fof(13-4x)<f(-4)$$

با توجه به نزولی اکید بودن f داریم:

$$f(13-4x)>-4=f(3)\Rightarrow 13-4x<3\Rightarrow 4x>10\Rightarrow x>2/5$$

به نکتهٔ طلایی

اگر f تابعی نزولی اکید باشد، آن‌گاه $\alpha<\beta\Leftrightarrow f(\alpha)>f(\beta)$

۹- هرگاه $f(x)=x-۲\sqrt{۴-x}$ و $g(x)=۳+\sqrt{۲x-۵}$، دامنه تابع $y=fog(x)$ بازه $[\alpha,\beta]$ خواهد شد. $\beta-\alpha$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۵}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ خط به خط ـ سریع ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۱۳)

به کمک تعریف $D_{fog}=\{x|x\in D_g, g(x)\in D_f\}$ پس در ابتدا دامنه توابع f و g را به دست می‌آوریم.

$$D_f=(-\infty,۴]\ ,\ D_g=[۲/۵,+\infty)$$

$$g(x)\in D_f \Rightarrow ۳+\sqrt{۲x-۵}\in D_f \Rightarrow ۳+\sqrt{۲x-۵}\le ۴ \Rightarrow \sqrt{۲x-۵}\le ۱ \Rightarrow ۰\le ۲x-۵\le ۱ \Rightarrow ۲/۵\le x\le ۳$$

$$D_{fog}=[۲/۵,۳] \Rightarrow \alpha=۲/۵, \beta=۳ \Rightarrow \beta-\alpha=\frac{۱}{۲}$$

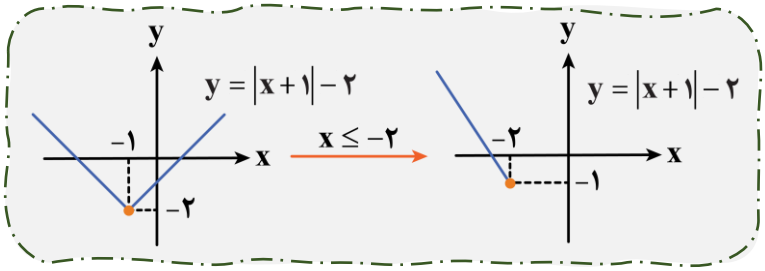
طلایی

۱۰- اگر تابع $f(x)=\begin{cases}|x+۱|-۲ & x\le -۲\\ (a+۳)x+a & x>-۲\end{cases}$ تابعی نزولی اکید باشد، حدود تغییرات a کدام است؟

۱) $a<-۳$ ۲) $a>-۵$ ۳) $-۳<a<۵$ ۴) $-۵\le a<-۳$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۱۰)

در این مورد از رسم نمودار استفاده می‌کنیم.



برای آن‌که تابع در کل نزولی اکید باشد اولاً باید خط $y=(a+۳)x+a$ دارای شیب منفی باشد، یعنی:

$$a+۳<۰ \Rightarrow a<-۳$$

ثانیاً:

$$x>-۲ \Rightarrow y=(a+۳)x+a \Rightarrow y\le -۱$$
$$y(-۲)=-۲a-۶+a\le -۱ \Rightarrow -a\le ۵ \Rightarrow a\ge -۵$$

پس در نهایت $-۵\le a<-۳$ قابل قبول است.

طلایی

۱۱۱- f تابع همانی است به طوری‌که $f(۳a-f(a))=۳a^۲-۷a$. جمع مقادیر به دست آمده برای a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۱۰۹ و ۱۱۰)

چون f تابع همانی است، پس $f(x)=x$ ضابطه آن است لذا:

$$f(۳a-f(a))=f(۳a-a)=f(۲a)=۲a$$

$$\Rightarrow ۲a=۳a^۲-۷a \Rightarrow ۳a^۲-۹a=۰ \Rightarrow \begin{cases}a=۰\\ a=۳\end{cases}$$

جمع مقادیر به دست آمده برای a برابر $۳+۰=۳$ است.

تیز باش!

حواسمون هست که اگر معادلهٔ $۳a^۲-۹a$ معادلهٔ پیچیده‌تری می‌شد، جمع مقادیر a از فرمول $S=-\frac{b}{a}$ به دست می‌آید.

۱۲- اگر ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}\sqrt{2x^2+1}-3a & |x|\le 2\\ f(0)+3x^2-a & |x|\ge 2\end{cases}$ بیانگر تابع باشد، $f(3)$ چه عددی است؟

۱) -11 ۲) -13 ۳) -9 ۴) -12

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ خط به خط ـ استاندارد ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۹۵ تا ۱۰۰)

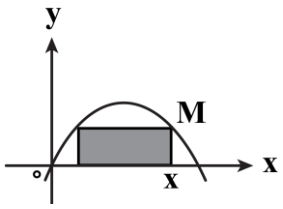
وقتی قرار باشد ضابطه تابع باشد باید مقدار $f(2)$ از هر ۲ ضابطه با هم برابر باشند، پس:

$$f(2)=\sqrt{8+1}-3a=3-3a$$
$$f(2)=f(0)+12-a$$

اما $f(0)=1-3a$، پس:

$$3-3a=1-3a+12-a\Rightarrow 3=13-a\Rightarrow a=10\Rightarrow f(0)=-29$$
$$f(3)=f(0)+27-a=-29+27-10=-12$$

۱۳- نمودار سهمی $y=8-2(2-x)^2$ در شکل روبه‌رو آورده شده است. مساحت مستطیل رنگ شده را به صورت یک تابع بر حسب طول نقطهٔ M بیان کرده‌ایم. ضابطهٔ تابع کدام است؟

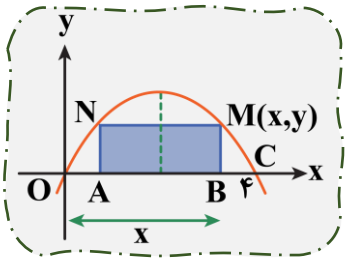


۱) $4x^3+24x^2-32x$
۲) $4x^3+24x^2+32x$
۳) $-4x^3+24x^2-32x$
۴) $-4x^3+24x^2+32x$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ خط به خط ـ سریع ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۱۱۶)

ابتدا ریشه‌های سهمی را به‌دست می‌آوریم:

$$y=0\Rightarrow 8-2(2-x)^2=0\Rightarrow (2-x)^2=4\Rightarrow 2-x=\pm 2\Rightarrow \begin{cases}x_1=0\\ x_2=4\end{cases}$$



حال شکل داده شده را تکمیل می‌کنیم:

$$BC=OC-OB=4-x\Rightarrow OA=BC=4-x$$
$$\begin{cases}\text{طول مستطیل}: AB=OB-OA=x-(4-x)=2x-4\\ \text{عرض مستطیل}: BM=y=8-2(2-x)^2\end{cases}$$
$$\Rightarrow S(x)=(2x-4)(8-2(x-2)^2)=16x-32-4(x-2)^3$$
$$S(x)=16x-32-4(x^3-6x^2+12x-8)\Rightarrow S(x)=-4x^3+24x^2-32x$$

۱۴- اگر $f=\{(a^2-2a,1),(-5,2a),(3,6),(2a,6)\}$ تابع نباشد، برای a چند مقدار مختلف یافت می‌شود؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۹۶ تا ۹۸)

می‌دانیم مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب به شرطی تابع است که هیچ دو زوج‌مرتب متمایز، مولفه اول برابر نداشته باشند.

پس یک مجموعه شامل زوج‌های مرتب در حالتی تابع نیست که دو زوج‌مرتب با مولفه اول برابر پیدا کنیم اما مولفه دوم برابر نداشته باشند، پس:

در این حالت تابع نیست. $2a=-5\Rightarrow a=-\frac{5}{2}\Rightarrow (-5,-5)\in f\ ,\ (-5,6)\in f$

$$a^۲-۲a=۳\Rightarrow a^۲-۲a-۳=۰\Rightarrow \begin{cases} a=-۱ \\ a=۳ \end{cases}$$

$a=-۱:(+۳,۱)\in f\ ,\ (۳,۶)\in f$ در این حالت تابع نیست.

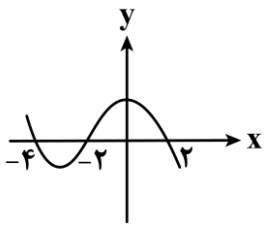
$a=۳:(۳,۱)\in f\ ,\ (۳,۶)\in f$ در این حالت تابع نیست.

$$a^۲-۲a=۲a\Rightarrow \begin{cases} a=۰\Rightarrow (۰,۱)\in f\ ,\ (۰,۶)\in f & \text{در این حالت تابع نیست.} \\ a=۴\Rightarrow (۸,۱)\in f\ ,\ (۸,۶)\in f & \text{در این حالت تابع نیست.} \end{cases}$$

$a^۲-۲a=-۵\Rightarrow a^۲-۲a+۵=۰\Rightarrow \Delta<۰$ a یافت نمی‌شود.

پس $a=۰,a=۴,a=-۱,a=۳,a=-\frac{۵}{۲}$ قابل قبولند.

۱۵- نمودار مقابل تابع f را نمایش می‌دهد. دامنه تعریف $y=\sqrt{(۲-x)f(x)}$ کدام است؟



۱) $\mathbb{R}-[-۴,۲]$

۲) $[-۴,-۲]\cup\{۲\}$

۳) $(-۴,-۲)$

۴) $\mathbb{R}-(-۴,-۲)$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ خط به خط ـ سریع ـ ریاضی ۲ صفحهٔ ۵۲ تا ۵۳)

با توجه به نمودار داده شده برای تابع f، می‌توانیم تابع $y=f(x)$ را مطابق جدول مقابل تعیین علامت کنیم.

x		-۴		-۲		۲	
f(x)	+	۰	−	۰	+	۰	−
۲−x	+		+		+	۰	−
	+	۰	−	۰	+	۰	+

پس تابع فقط در بازه $(-۴,-۲)$ تعریف نشده است، پس:

$D_f=\mathbb{R}-(-۴,-۲)$

روش سریع تعیین علامت

برای تعیین علامت یک عبارت به روش سریع، به روش زیر عمل می‌کنیم:

۱) ابتدا به کمک موارد زیر ظاهر عبارت را تغییر می‌دهیم:

- عبارت‌های همواره مثبت را از عبارت حذف می‌کنیم، چرا که این عبارت‌ها در تعیین علامت بی‌تاثیر هستند.

یه نمونهٔ باحال

عبارت‌های $(\sqrt{x}+۱)$، $(|x|+۲)$، $(x^۲-x+۲)$ ... همواره مثبت هستند و در تعیین علامت نقشی ندارند.

- عبارت‌های همواره منفی را از عبارت حذف کرده و به جای آن‌ها یک علامت منفی در عبارت ضرب می‌کنیم.
- عبارت‌های $\sqrt[فرد]{f(x)}$ و $(f(x))^{فرد}$ را حذف کرده و به جای آن‌ها عبارت $f(x)$ را قرار می‌دهیم چرا که می‌دانیم توان فرد و فرجه فرد عبارت $f(x)$ در تعیین علامت تاثیری ندارند و به جای آن‌ها می‌توان عبارت $f(x)$ را تعیین علامت کرد.
- عبارت $\sqrt[زوج]{f(x)}$ را حذف می‌کنیم ولی دامنه آن را در جدول تاثیر می‌دهیم (این مورد خیلی مهمه! یادت باشه که دامنه اون رو توی جدول تاثیر بدی)

۲) حال تمامی عبارت‌هایی که باقی‌مانده‌اند را به کمک اتحادها، فاکتورگیری و ... تجزیه می‌کنیم.

۳) ریشه هر یک از عبارت‌ها را به دست آورده و آن‌ها را در یک جدول تعیین علامت دو سطری (از کوچک به بزرگ) قرار می‌دهیم.

۴) اگر عبارت صورت سوال کسری باشد،در سطر دوم جدول تعیین علامت، برای ریشه‌های صورت از علامت (۰) و برای ریشه‌های مخرج کسر از علامت (||) یا (ت.ن) استفاده می‌کنیم.

۵) یکی از نواحی سطر دوم را انتخاب می‌کنیم (به دلخواه) و با عددگذاری علامت آن ناحیه را مشخص می‌کنیم.

۶) بین نواحی حرکت کرده و علامت‌ها را بین ریشه‌ها یکی در میان عوض می‌کنیم مگر این‌که ریشه موردنظر مربوط به یکی از موارد زیر باشد که در این صورت علامت را تغییر نمی‌دهیم. (یعنی در دو طرف این ریشه‌ها علامت یکسان است.)

- ریشه مضاعف
- ریشه عبارت داخل قدرمطلق
- ریشه عبارت با توان زوج

مثال

۱۶- اگر دامنه تعریف تابع $f(x)=\sqrt{(۳-m)x^۲+۲mx-(m+۲)}$ مجموعه اعداد حقیقی باشد، حدود m کدام است؟

۱) $m\in[-۶,-۳]$ ۲) $m\in(-\infty,۳)$ ۳) $m\in(-\infty,-۶]$ ۴) $m\in(۶,+\infty)$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ خط به خط ـ سریع ـ ریاضی ۲ صفحهٔ ۵۲ تا ۵۳)

برای آن‌که $D_f=\mathbb{R}$ باید برای هر عدد حقیقی x شرط $(۳-m)x^۲+۲mx-(m+۲)\geq ۰$ برقرار باشد یعنی:

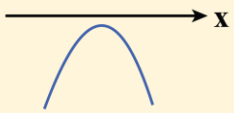
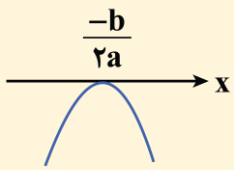
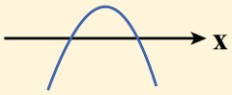
$$\Delta\leq ۰\Rightarrow m^۲+(۳-m)(m+۲)\leq ۰\Rightarrow m^۲-m^۲+m+۶\leq ۰\Rightarrow m\leq -۶$$

$$a>۰\Rightarrow ۳-m>۰\Rightarrow m<۳$$

اشتراک دو شرط است. یعنی $m\leq -۶$

ریشه‌های سهمی

$a<۰$

$\Delta<۰$	$\Delta=۰$	$\Delta>۰$
		
تابع درجه دوم محور x ها را قطع نمی‌کند. تابع درجه دوم همواره پایین محور x ها است. تابع درجه دوم همواره منفی است.	تابع درجه دوم پایین محور x ها و بر آن مماس است. معادله درجه دوم یک ریشه مضاعف $x=-\frac{b}{۲a}$ دارد.	تابع درجه دوم محور x ها را در دو نقطه قطع می‌کند. معادله درجه دوم دو ریشه ساده دارد.

توجه!

با توجه به جدول فوق می‌توان نتیجه گرفت شرط این‌که عبارت درجه دوم $y=ax^۲+bx+c$ همواره منفی باشد این است که $a<۰$ و $\Delta<۰$ باشد.

۱- هرگاه $f=\{(۱,۳),(۲,۱),(۳,۲),(۴,۲)\}$ باشد، مجموع اعضای برد تابع $(fof)+f$ چند است؟

۱) ۱۰ ۲) ۹ ۳) ۱۵ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ خط به خط ـ سریع ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۲۰۱)

ابتدا fof و سپس $(fof)+f$ را با نوشتن اعضا مشخص می‌کنیم:

$$fof=\{(۱,۲),(۲,۳),(۳,۱),(۴,۱)\}$$

$$(fof)+f=\{(۱,۵),(۲,۴),(۳,۳),(۴,۳)\}$$

$$\text{برد تابع}=\{۵,۴,۳\}\Rightarrow S=۵+۴+۳=۱۲$$

نمایش زوج‌مرتبی ترکیب توابع

اگر $(a,b)\in g$ و $(b,c)\in f$ باشند، آن‌گاه $(a,c)\in fog$ خواهد بود، به عبارت دیگر:

$$a\xrightarrow{g}b\xrightarrow{f}c\Rightarrow(a,c)\in fog$$

fog

ماز

۲- اگر تابع $f(x)=۲x+a|۳-x|$ تابعی یک‌به‌یک باشد، حدود a کدام است؟

۱) $a<۰$ ۲) $a>۰$ ۳) $|a|<۲$ ۴) $|a|>۲$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۲۶ تا ۲۹ ـ ۱۲۰۱)

می‌دانیم که نمودار یک تابع یک‌به‌یک هر خط افقی را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند، پس برای آن‌که تابع f تابعی یک‌به‌یک باشد باید نمودار آن که از دو نیم‌خط تشکیل شده است، در هر بازه شیب‌های هم‌علامت داشته باشد، یعنی:

$$f(x)=۲x+a|۳-x|$$

$$x\geq۳\Rightarrow f(x)=۲x+a(x-۳)=(a+۲)x-۳a$$

$$x<۳\Rightarrow f(x)=۲x+a(۳-x)=(۲-a)x+۳a$$

شرط یک‌به‌یک بودن: $(a+۲)(۲-a)>۰\Rightarrow ۴-a^۲>۰\Rightarrow a^۲<۴\Rightarrow |a|<۲$

تابع یک‌به‌یک و بررسی نمایش‌های مختلف آن

تعریف: اگر f یک تابع باشد و به هر عنصر در برد دقیقاً یک عنصر از دامنه نظیر شود، آن تابع را یک‌به‌یک می‌نامیم، به عبارت دیگر، تابع f یک‌به‌یک است هرگاه هر دو عنصر متمایز در دامنهٔ تابع به دو عنصر متمایز در برد نظیر شوند.

بررسی یک‌به‌یک بودن یک تابع در نمایش زوج‌مرتبی

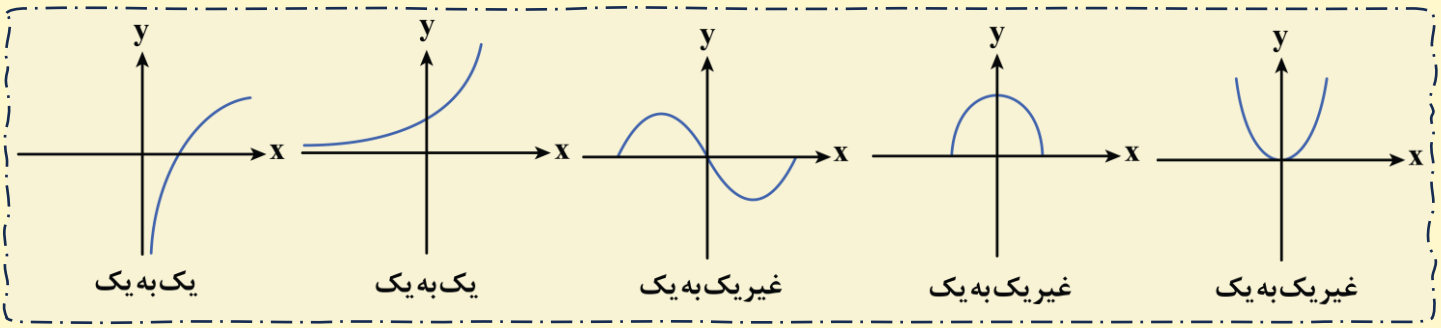
به تابعی که در زوج‌مرتب‌های متفاوت خود، مولفه دوم تکراری نداشته باشد، تابع یک‌به‌یک می‌گوییم، توجه داشته باشید که تابع یک‌به‌یک به خودی خود، یک تابع است، بنابراین در زوج‌مرتب‌های آن مولفه‌های اول نیز نباید با هم برابر باشند.

$f=\{(۱,۲),(۳,۴),(-۱,۵),(-۲,۰)\}\rightarrow$ تابع یک‌به‌یک

$g=\{(-۳,-۱),(۰,۲),(۱,-۱),(۲,۳)\}\rightarrow$ تابع غیریک‌به‌یک

بررسی یک‌به‌یک بودن یک تابع در نمایش نموداری

اگر هر خط موازی محور x ها نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند، آن‌گاه آن تابع، تابعی یک‌به‌یک است.



بررسی یک‌به‌یک بودن یک تابع در نمایش ضابطه‌ای

اگر ضابطه یک تابع را داشته باشیم، برای بررسی یک‌به‌یک بودن آن می‌توان به روش‌های زیر عمل کرد:

۱) رسم نمودار تابع

۲) مفهوم یکنوایی: می‌دانیم که هر تابع اکیداً یکنوایی، یک‌به‌یک است (ولی عکس این مطلب، لزوماً برقرار نیست).

یه نمونهٔ باحال

تابع $y=۲x+\sqrt{x-۱}$ از جمع دو تابع اکیداً صعودی تشکیل شده است، بنابراین این تابع اکیداً صعودی بوده و یک‌به‌یک است.

۳- در بزرگترین بازه‌ای که تابع $f(x)=|۱-۲x|-۳|x-۲|$ نزولی اکید است، ضابطهٔ وارون $y=f(x)$ کدام است؟

۱) $f^{-۱}(x)=۵-x\ ,\ x\geq ۲$

۲) $f^{-۱}(x)=\frac{x+۷}{۵}\ ,\ x\leq ۳$

۳) $f^{-۱}(x)=x+۵\ ,\ x\leq \frac{۱}{۲}$

۴) $f^{-۱}(x)=۵-x\ ,\ x\leq ۳$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۲۷ ـ ۱۲۰۱)

ابتدا تابع را به صورت یک تابع چندضابطه‌ای تبدیل می‌کنیم:

$$f(x)=|۱-۲x|-۳|x-۲|=\begin{cases}۱-۲x+۳x-۶ & x\leq \frac{۱}{۲}\\ ۲x-۱+۳x-۶ & \frac{۱}{۲}\leq x\leq ۲\\ ۲x-۱-۳x+۶ & x\geq ۲\end{cases}\Rightarrow f(x)=\begin{cases}x-۵ & x\leq \frac{۱}{۲}\\ ۵x-۷ & \frac{۱}{۲}\leq x\leq ۲\\ -x+۵ & x\geq ۲\end{cases}$$

تابع $f(x)=۵-x$ بخشی از نمودار است که با دامنهٔ $x\geq ۲$، f نزولی اکید شده است:

$$f(x)=۵-x\Rightarrow\begin{cases}\text{دامنه}: x\geq ۲\\ \text{برد}: y\leq ۳\end{cases}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=۵-x\Rightarrow\begin{cases}\text{دامنه}: x\leq ۳\\ \text{برد}: y\geq ۲\end{cases}$$

۴- سهمی $f(x)=۴x-x^۲$ را سه واحد به چپ انتقال داده و طول نقاط آن را نصف کرده و k واحد به بالا انتقال داده‌ایم. اگر شکل حاصل، محور طول‌ها را در $x=+۱$ قطع کند، مقدار k کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۱۸ تا ۲۰ ـ ۱۲۰۱)

اگر مراحل را به ترتیب روی نمودار f انجام دهیم، آن‌گاه داریم:

$$y=۴(x+۳)-(x+۳)^۲=۴x+۱۲-x^۲-۶x-۹$$

$$y=-x^۲-۲x+۳ \xrightarrow{\text{طول نقاط نصف شود}} y=-(۲x)^۲-۲(۲x)+۳$$

$$\Rightarrow y=-۴x^۲-۴x+۳ \xrightarrow{k\text{ واحد به بالا}} y=-۴x^۲-۴x+۳+k$$

$$\xrightarrow[y=۰]{x=۱} ۰=-۴(۱)^۲-۴(۱)+۳+k \Rightarrow k=۵$$

به سرزمین «تبدیلات تابع» خوش آمدید!

برای تابع $f(x)$ داریم:

$$f(x+k)\Rightarrow\begin{cases}k>۰ & k\text{ واحد در جهت افقی به چپ}\\ k<۰ & |k|\text{ واحد در جهت افقی به راست}\end{cases}$$

$$f(x)+k\Rightarrow\begin{cases}k>۰ & k\text{ واحد در جهت عمودی به بالا}\\ k<۰ & |k|\text{ واحد در جهت عمودی به پایین}\end{cases}$$

$$kf(x)\Rightarrow\begin{cases}k>۱ & \text{انبساط عمودی با ضریب } k\\ ۰<k<۱ & \text{انقباض عمودی با ضریب } k\end{cases}$$

$-f(x)$: قرینه نسبت به محور xها

$$f(kx)\Rightarrow\begin{cases}k>۱ & \text{انقباض افقی با ضریب } \frac{۱}{k}\\ ۰<k<۱ & \text{انبساط افقی با ضریب } \frac{۱}{k}\end{cases}$$

$f(-x)$: قرینه نسبت به محور yها

۵- هرگاه داشته باشیم $f(x-2)=\sqrt{ax+b}$ و $g(3-x)=\sqrt{1+4x}$، به‌طوری‌که توابع $y=f(x)$ و $y=g(x)$ با هم برابر باشند، $b-a$ کدام است؟

۱) ۱۹ ۲) ۱۷ ۳) ۲۵ ۴) ۲۱

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۱۴ / ریاضی ۲ صفحهٔ ۵۰ ـ ۱۲۰۱ و ۱۱۰۳)

روش اول

ابتدا ضابطهٔ توابع f و g را به دست می‌آوریم:

$$f(x-2)=\sqrt{ax+b} \xrightarrow[(2\text{ واحد به چپ})]{x\to x+2} f(x)=\sqrt{a(x+2)+b} \Rightarrow f(x)=\sqrt{ax+2a+b}$$

$$g(3-x)=\sqrt{1+4x} \xrightarrow[(x\to -x)]{y\text{ قرینه نسبت به }} g(3+x)=\sqrt{1-4x}$$

$$\xrightarrow[3\text{واحد به راست}]{x\to x-3} g(x)=\sqrt{1-4(x-3)} \Rightarrow g(x)=\sqrt{-4x+13}$$

در نتیجه اگر قرار باشد دو تابع با هم برابر باشند، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} a=-4 \\ 2a+b=13 \end{cases} \Rightarrow b=21 \Rightarrow b-a=21-(-4)=25$$

روش دوم

اگر $x=6$ را در $g(x)$ قرار دهیم، حاصل به صورت زیر در می‌آید:

$$g(3-x)=\sqrt{1+4x} \xrightarrow{x=6} g(-3)=\sqrt{1+4\times 6}=\sqrt{25}$$

می‌دانیم که $g(x)=f(x)$ است؛ پس $g(-3)=f(-3)$. در نتیجه به‌ازای $x=-1$ به عبارت زیر می‌رسیم:

$$f(-1-2)=\sqrt{a(-1)+b} \Rightarrow f(-3)=\sqrt{b-a} \xrightarrow{f(-3)=g(-3)=\sqrt{25}} b-a=25$$

راهنمای زرنگ بازی

تابع $g(x)$ رو میشه به صورت زیر هم به دست آورد:

$$g(3-x)=\sqrt{1+4x} \xrightarrow[x=3-t]{3-x=t} g(t)=\sqrt{1+4(3-t)} \Rightarrow g(t)=\sqrt{-4t+13} \Rightarrow g(x)=\sqrt{-4x+13}$$

ماز

۶- اگر تابع $f(x)=\begin{cases} -mx-1 & x\geq 2 \\ x^2-4mx+1 & x<2 \end{cases}$، تابعی یکنوای اکید باشد، مقادیر قابل قبول برای m کدام است؟

۱) $0<m\leq 1$ ۲) فقط $m=1$

۳) $m\geq 1$ ۴) هیچ مقداری برای m یافت نمی‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی ـ زمان‌بَر ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۷ ـ ۱۲۰۱)

با توجه به این‌که سهمی داده شده رو به بالاست و هم‌چنین دامنهٔ تعریف آن $x<2$ است و محور عرض‌ها را در عرض ۱ قطع می‌کند، پس این تابع نمی‌تواند صعودی اکید باشد و نزولی اکید است. حال باید سه شرط را رعایت کنیم تا تابع $f(x)$ در $\mathbb{R}$ نزولی اکید شود:

شرط اول

رأس سهمی در بازهٔ $[2,+\infty)$ باشد:

$$\frac{-b}{2a}\geq 2 \Rightarrow \frac{4m}{2}\geq 2 \Rightarrow m\geq 1$$

شرط دوم

سهمی در بازهٔ $(-\infty,2)$ نزولی اکید است، پس خط هم باید نزولی اکید باشد، یعنی: $-m<0$، پس $m>0$.

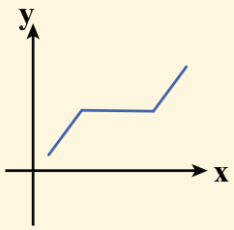
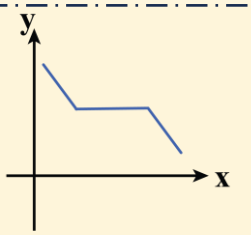
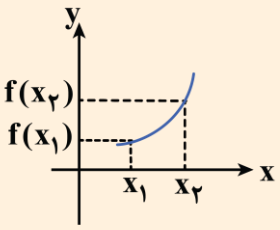
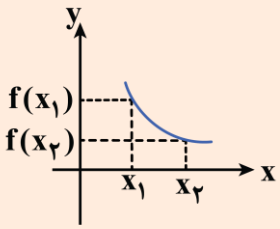
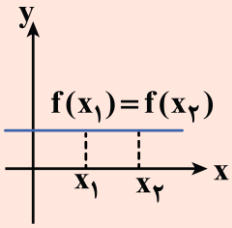
شرط سوم

به ازای $x=۲$ باید عرض خط از عرض سهمی کمتر یا مساوی باشد:

$$-m(۲)-۱\le ۲^۲-۴m(۲)+۱\Rightarrow -۲m-۱\le ۵-۸m\Rightarrow ۶m\le ۶\Rightarrow m\le ۱$$

در نتیجه فقط $m=۱$ در هر سه شرط صدق می‌کند.

یکنوایی توابع

تابع	توضیح	تعریف ریاضی	مثال نمودار
صعودی	با افزایش x، مقدار تابع $f(x)$ افزایش می یابد و یا این‌که ثابت می‌ماند.	$x_۲>x_۱\Rightarrow f(x_۲)\ge f(x_۱)$	
نزولی	با افزایش x، مقدار تابع $f(x)$ کاهش می‌یابد و یا این‌که ثابت می‌ماند.	$x_۲>x_۱\Rightarrow f(x_۲)\le f(x_۱)$	
اکیداً صعودی	با افزایش x، مقدار تابع $f(x)$ همواره افزایش می‌یابد.	$x_۲>x_۲\Rightarrow f(x_۲)>f(x_۱)$	
اکیداً نزولی	با افزایش x، مقدار تابع $f(x)$ همواره کاهش می‌یابد.	$x_۲>x_۱\Rightarrow f(x_۲)<f(x_۱)$	
تابع ثابت (هم صعودی و هم نزولی)	با افزایش x، مقدار تابع $f(x)$ همواره ثابت است.	$x_۲>x_۱\Rightarrow f(x_۲)=f(x_۱)$	

توجه!

به تابعی که صعودی یا نزولی باشد، تابع یکنوا می‌گوییم.

توجه!

به تابعی که اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد، تابع اکیداً یکنوا می‌گوییم.

۷- با فرض آن‌که $f(x)=\begin{cases}۲x-۱ & ۰\le x\le ۱\\ ۲x+۱ & -۱\le x<۰\end{cases}$ باشد، معادلهٔ $fof(x)=۰$ دارای چند ریشهٔ متمایز است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ⏲ ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۱۴ ـ ۱۲۰۱)

در ابتدا ریشه‌های $f(x)=۰$ را به دست می‌آوریم:

$$f(x)=۰\Rightarrow\begin{cases}۲x-۱=۰\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}\\ ۲x+۱=۰\Rightarrow x=-\frac{۱}{۲}\end{cases}$$

حال برای آن‌که ریشه‌های $fof(x)=۰$ را پیدا کنیم باید معادلات زیر را حل کنیم:

$$f(x)=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}۲x-۱=\frac{۱}{۲}\Rightarrow x=\frac{۳}{۴}\\ ۲x+۱=\frac{۱}{۲}\Rightarrow x=-\frac{۱}{۴}\end{cases}$$

$$f(x)=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}۲x-۱=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow x=\frac{۱}{۴}\\ ۲x+۱=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow x=-\frac{۳}{۴}\end{cases}$$

در نتیجه معادلهٔ $fof(x)=۰$ دارای ۴ ریشهٔ متمایز است.

۸- اگر $f(x)=-۲-\sqrt{۶-۲x}$ باشد به طوری‌که $f(۳x-۱)\ge f(۳-x)$، حدود x کدام است؟

۱) $[۱,۳]$ ۲) $[۰,۳]$ ۳) $[۱,\frac{۴}{۳}]$ ۴) $[۰,۱]$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ⏲ ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۷ تا ۱۴ ـ ۱۲۰۱)

تابع $y=\sqrt{x}$ صعودی اکید است در نتیجه $y=-۲-\sqrt{۶-۲x}$ هم صعودی اکید است، چون f صعودی اکید است، داریم:

$$f(۳x-۱)\ge f(۳-x)\Rightarrow ۳x-۱\ge ۳-x\Rightarrow x\ge ۱\quad (۱)$$

هم‌چنین باید $۳x-۱\in D_f$ و $۳-x\in D_f$ باشد، چون $D_f=(-\infty,۳]$، پس خواهیم داشت:

$$۳x-۱\in D_f\Rightarrow ۳x-۱\le ۳\Rightarrow x\le\frac{۴}{۳}\quad (۲)$$

$$۳-x\in D_f\Rightarrow ۳-x\le ۳\Rightarrow x\ge ۰\quad (۳)$$

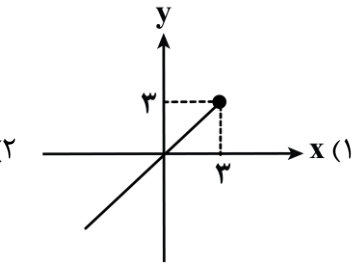
$$(۱)\cap(۲)\cap(۳):\ x\in[۱,\frac{۴}{۳}]$$

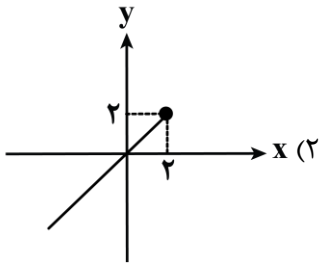
بدانید و آگاه باشید

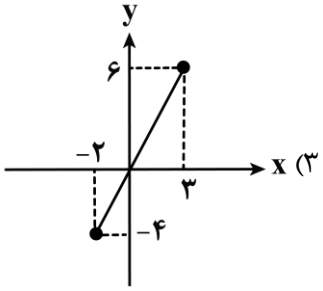
اگر تابع f با دامنهٔ $\mathbb{R}$ صعودی اکید باشد، آن‌گاه $af(bx)$ با شرط $ab>۰$ صعودی اکید و با شرط $ab<۰$ نزولی اکید است.

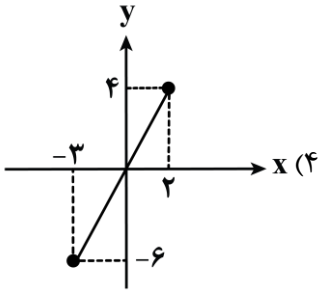
اگر تابع f با دامنهٔ $\mathbb{R}$ نزولی اکید باشد، آن‌گاه $af(bx)$ با شرط $ab>۰$ نزولی اکید و با شرط $ab<۰$ صعودی اکید است.

۹- اگر $f(x)=-۲+\sqrt{۶-۲x}$ باشد، نمودار تابع $g(x)=fof^{-۱}(x)+f^{-۱}of(x)$ کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۲۹ ـ ۱۲۰۱)

اگر f تابعی وارون‌پذیر باشد، داریم:

$$\begin{cases} f^{-۱}of(x)=x \ , \ x\in D_f \\ fof^{-۱}(x)=x \ , \ x\in D_{f^{-۱}} \end{cases}$$

یعنی ترکیب هر تابع وارون‌پذیر با وارون آن، تابع همانی است.

$$f(x)=-۲+\sqrt{۶-۲x} \Rightarrow D_f=(-\infty,۳] \ , \ R_f=[-۲,+\infty)$$

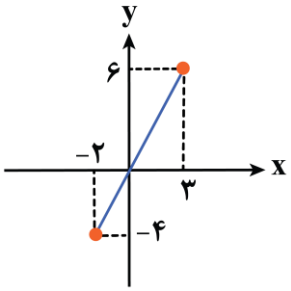
از آن‌جا که f تابعی یک‌به‌یک و در نتیجه وارون‌پذیر است، پس:

$$f^{-۱}of(x)=x \ , \ x\le ۳$$

$$fof^{-۱}(x)=x \ , \ x\ge -۲$$

$$\Rightarrow fof^{-۱}(x)+f^{-۱}of(x)=۲x \ , \ -۲\le x\le ۳$$

در نتیجه نمودار آن به صورت مقابل است:



ترکیب یک تابع با وارون آن

اگر f تابعی وارون‌پذیر بوده و تابع وارون آن به صورت $f^{-۱}$ باشد، در این صورت، ترکیب تابع f با تابع $f^{-۱}$، تابع همانی خواهد بود.

$$(fof^{-۱})(x)=x \ ; \ x\in D_{f^{-۱}}=R_f$$

$$(f^{-۱}of)(x)=x \ ; \ x\in D_f=R_{f^{-۱}}$$

طراز

۱۰- g تابع خطی و نزولی اکید است به طوری‌که $gog(x)=۴x-۳$ می‌باشد. وارون $y=g(۱-۲x)$ تابع $y=g(x)$ را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۱۱}{۷}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۱۳}{۹}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ ترکیبی ـ زمان‌بَر ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۲۹ ـ ۱۲۰۱)

با توجه به این‌که g تابعی خطی و نزولی اکید است:

$$g(x)=ax+b \ , \ a<۰$$

$$gog(x)=a(ax+b)+b=a^۲x+ab+b=۴x-۳$$

$$\begin{cases} a^۲=۴ \xrightarrow{a<۰} a=-۲ \\ ab+b=-۳ \Rightarrow -۲b+b=-۳ \Rightarrow b=۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x)=-۲x+۳ \Rightarrow g(۱-۲x)=-۲(۱-۲x)+۳=۴x+۱$$

$$y=g(1-2x)=4x+1 \Rightarrow y^{-1}=\frac{x-1}{4}$$

قرار است y^{-1} تابع g را قطع کند، پس:

$$\frac{x-1}{4}=-2x+3 \Rightarrow x-1=-8x+12 \Rightarrow 9x=13 \Rightarrow x=\frac{13}{9}$$

۱۱- تابع همانی $g(x)$ با دامنهٔ $\mathbb{R}$ را ابتدا نسبت به محور عرض‌ها قرینه کرده، سپس طول نقاط واقع بر آن را سه برابر کرده و ۴ واحد به سمت بالا انتقال داده‌ایم. شکل حاصل، تابع ثابت f را در نقطه‌ای به طول -6 قطع کرده است. $gof(-3)$ چه عددی است؟

۱) -3 ۲) -2 ۳) ۲ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۲۰۱)

با توجه به این‌که تابع g همانی است، پس: $g(x)=x$. حال تبدیلات بیان شده را روی $y=g(x)$ انجام می‌دهیم:

$$y=g(-\frac{x}{3})+4=4-\frac{x}{3}$$

فرض کنیم تابع ثابت f به صورت $f(x)=k$ باشد، پس خواهیم داشت:

$$4-\frac{x}{3}=k \xrightarrow{x=-6} 4+2=k \Rightarrow k=6$$

حال $gof(-3)$ را به دست می‌آوریم:

$$gof(-3)=g\big(f(-3)\big)=g(6)=6$$

ثابت یا همانی ...؟ مسأله این است...

تابع ثابت: تابعی که به ازای همهٔ مقادیر x (ورودی)، مقدار ثابتی را به عنوان خروجی پس می‌دهد. ضابطهٔ تابع ثابت $f(x)=k$ بوده و نمودار آن، خطی موازی محور xها یا بخشی از آن است.

تابع همانی: تابعی که به ازای هر مقدار ورودی، همان مقدار را برای خروجی پس دهد به عبارتی ورودی و خروجی آن برابر باشد را همانی می‌گوییم. ضابطهٔ این تابع $f(x)=x$ بوده و نمودار آن، خط نیمساز ناحیهٔ اول و سوم دستگاه مختصات یا بخشی از آن می‌باشد.

۱۲- اگر f تابع خطی باشد به طوری‌که دامنهٔ تعریف $y=\sqrt{f(2x)}$ بازهٔ $[-3,+\infty)$ باشد، دامنهٔ تعریف $y=\sqrt{f(\frac{x}{2})}$ کدام بازه است؟

۱) $(-\infty,12]$ ۲) $(-\infty,-6]$ ۳) $[-12,+\infty)$ ۴) $[-6,+\infty)$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۱۳ و ۱۴ ـ ۱۲۰۱)

چون f تابع خطی است، پس $f(x)=ax+b$ بوده و در نتیجه: $f(2x)=2ax+b$

با توجه به دامنهٔ داده شده باید $a>0$ باشد.

با توجه به دامنهٔ تابع رادیکالی با فرجهٔ زوج، خواهیم داشت:

$$f(2x)\geq 0 \Rightarrow 2ax+b\geq 0 \Rightarrow x\geq \frac{-b}{2a} \Rightarrow x\in[\frac{-b}{2a},+\infty)$$

$$\Rightarrow \frac{-b}{2a}=-3 \Rightarrow b=6a \Rightarrow f(x)=ax+6a \Rightarrow f(\frac{x}{2})=\frac{ax}{2}+6a$$

حال باید داشته باشیم:

$$\frac{ax}{2}+6a\geq 0 \Rightarrow a(\frac{x}{2}+6)\geq 0 \xrightarrow{a>0} \frac{x}{2}+6\geq 0 \Rightarrow x\geq -12 \Rightarrow D_{f(\frac{x}{2})}=[-12,+\infty)$$

جرقه ذهنی ...

با توجه به این‌که طول نقاط تابع $f(\frac{x}{2})$ نسبت به تابع $f(2x)$، ۴ برابر شده است پس دامنهٔ آن نیز $[4\times(-3),+\infty)$ یعنی $[-12,+\infty)$ خواهد بود.

این فقط یه جرقهٔ ذهنی نیست یه راه‌حل ویژه‌ست. 😉

۱۳- f تابع همانی و g تابعی ثابت است به طوری‌که $4f(1-2x)-2g(3x)=-8x-4$ می‌باشد. مقدار $\frac{g(3)}{f(-2)}$ چه عددی است؟

۱) -4 ۲) 2 ۳) -2 ۴) 4

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۱۴ ـ ۱۲۰۱)

f همانی است پس $f(x)=x$ است. از طرفی چون g تابع ثابت است، پس $g(x)=k$. در نتیجه:

$$\begin{cases} f(1-2x)=1-2x \\ g(3x)=k \end{cases} \Rightarrow 4(1-2x)-2k=-8x-4$$

$$\Rightarrow 4-8x-2k=-8x-4 \Rightarrow 2k=8 \Rightarrow k=4 \Rightarrow g(x)=4$$

$$\Rightarrow \frac{g(3)}{f(-2)}=\frac{4}{-2}=-2$$

۱۴- هرگاه $fog(x)=\frac{x}{2x+1}$ و $g^{-1}(x)=\frac{1}{x+2}$ باشد، مقدار $fof(-3)$ چه عددی است؟

۱) $\frac{1}{5}$ ۲) $\frac{2}{5}$ ۳) 5 ۴) $\frac{5}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۱۳ و ۱۴ ـ ۱۲۰۱)

می‌دانیم $gog^{-1}(x)$ و $g^{-1}og(x)$ هر دو تابع همانی هستند و ترکیب تابع همانی با هر تابعی، خود آن تابع است، پس به جای x قرار می‌دهیم $g^{-1}(x)$:

$$fog(x)=\frac{x}{2x+1} \Rightarrow fog(g^{-1}(x))=\frac{g^{-1}(x)}{2g^{-1}(x)+1} \Rightarrow f\underbrace{ogog^{-1}(x)}_{x}=\frac{\frac{1}{x+2}}{\frac{2}{x+2}+1}$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{\frac{1}{x+2}}{\frac{x+4}{x+2}} \xrightarrow{x\neq -2} f(x)=\frac{1}{x+4}$$

$$\Rightarrow fof(-3)=f\big(f(-3)\big)=f(1)=\frac{1}{5}$$

۱۵- اگر دامنهٔ تعریف تابع $f(x)=b+a\sqrt{ax^2+bx+6}$ بازهٔ $[-2,3]$ باشد، برد تابع کدام است؟

۱) $[-2,\frac{1}{2}]$ ۲) $[-1,\frac{3}{2}]$ ۳) $[-\frac{1}{2},2]$ ۴) $[-\frac{3}{2},1]$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۱۰۱ ـ ۱۰۰۵)

چون $D_f=[-2,3]$ است، پس $x=3$ و $x=-2$ ریشه‌های عبارت زیر رادیکال هستند، به همین جهت:

$$ax^2+bx+6=0 \Rightarrow x=-2,3$$

ضرب ریشه‌ها: $\frac{c}{a}=\frac{6}{a}=-6 \Rightarrow a=-1$

جمع ریشه‌ها: $-\frac{b}{a}=1 \Rightarrow \frac{-b}{-1}=1 \Rightarrow b=1$

$$\Rightarrow f(x)=1-\sqrt{-(x+2)(x-3)}=1-\sqrt{-x^2+x+6}$$

طول رأس سهمی $y=-x^۲+x+۶$ برابر $x=\frac{۱}{۲}$ است، پس:

$$y(\frac{۱}{۲})=-\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}+۶=\frac{۲۵}{۴}$$

توجه کنید که $\frac{۱}{۲}\in[-۲,۳]$ می‌باشد.

حال داریم:

$$۰\le\sqrt{-x^۲+x+۶}\le\frac{۵}{۲}\Rightarrow-\frac{۳}{۲}\le f(x)\le ۱$$

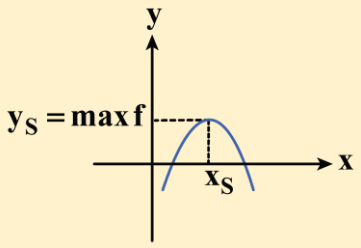
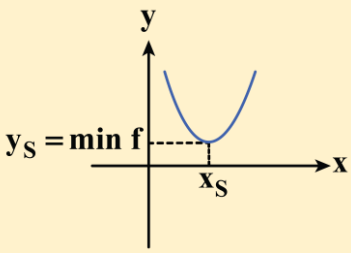
$$\Rightarrow R_f=[-\frac{۳}{۲},۱]$$

داستان ماکزیمم و مینیمم سهمی...

	$f(x)=ax^۲+bx+c$	$f(x)=a(x-\alpha)(x-\beta)$	$f(x)=a(x-h)^۲+k$
طول رأس	$x_S=-\frac{b}{۲a}$	$x_S=\frac{\alpha+\beta}{۲}$	$x_S=h$
عرض رأس	$y_S=f(-\frac{b}{۲a})=-\frac{\Delta}{۴a}$	$y_S=f(\frac{\alpha+\beta}{۲})$	$y_S=k$

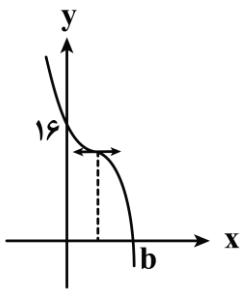
توجه!

منظور از بیش‌ترین مقدار (max) و یا کم‌ترین مقدار (min) یک سهمی، همان عرض رأس سهمی (y_S) است که با توجه به علامت a در تابع درجه دوم $f(x)=ax^۲+bx+c$ داریم:

$a<۰$	$a>۰$
	

ماز

۱۶- هرگاه نمودار تابع $f(x)=۴a-(x-a)^۳$ به شکل مقابل باشد، مقدار $b-a$ چه عددی است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) -۲
۴) -۱

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۱۶ تا ۱۹ ـ ۱۲۰۱)

تابع $f(x)$ از نقطهٔ $A(۰,۱۶)$ عبور کرده است، پس:

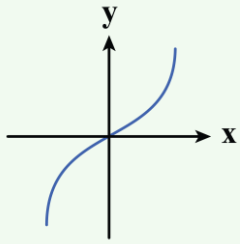
$$f(۰)=۱۶\Rightarrow ۴a+a^۳=۱۶\Rightarrow a^۳+۴a-۱۶=۰\Rightarrow(a-۲)(a^۲+۲a+۸)=۰\Rightarrow a=۲\Rightarrow f(x)=۸-(x-۲)^۳$$

$$\Rightarrow f(x)=۰\Rightarrow(x-۲)^۳=۸\Rightarrow x-۲=۲\Rightarrow x=۴\Rightarrow b=۴$$

$$\begin{matrix}a=۲\\ b=۴\end{matrix}\Rightarrow b-a=۴-۲=۲$$

بدانید و آگاه باشید ...

نمودار تابع درجه سوم $y=x^3$ به صورت مقابل می‌باشد:



ماز

۱۷- اگر $f+g=\{(1,3),(2,0),(3,2),(4,1)\}$ و $g(x)=1+\frac{2}{x}$ باشد، تابع f کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\{(2,2),(1,0),(3,\frac{4}{3}),(4,-\frac{1}{2})\}$

۲) $\{(2,-2),(1,0),(4,-\frac{1}{2}),(3,\frac{4}{3})\}$

۳) $\{(2,-2),(1,0),(4,-\frac{1}{2}),(3,\frac{1}{3})\}$

۴) $\{(2,2),(3,\frac{4}{3}),(4,\frac{1}{2}),(1,-1)\}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ ریاضی ۲ صفحهٔ ۶۵ ـ ۱۱۰۳)

با فرض $x=1,2,3,4$ تابع g را می‌نویسیم:

$$g=\{(1,3),(2,2),(3,\frac{5}{3}),(4,\frac{3}{2})\}$$

در نتیجه:

$$f=\{(1,0),(2,-2),(3,\frac{1}{3}),(4,-\frac{1}{2})\}$$

از آن‌جا که $D_g=\mathbb{R}-\{0\}$ و $D_{f+g}=D_f\cap D_g$، پس تابع f می‌تواند به ازای $x=0$ هم تعریف شود.

۱- حاصل عبارت $A=\dfrac{\sin\frac{۲\pi}{۳}-\cos\frac{۵\pi}{۶}}{\sin(\frac{-۱۳\pi}{۳})+\frac{۱}{۲}\tan(-\frac{۴\pi}{۳})}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ ریاضی ۲ صفحهٔ ۸۰ و ۸۱ ـ ۱۱۰۴)

$$A=\frac{\sin\frac{۲\pi}{۳}-\cos\frac{۵\pi}{۶}}{\sin(\frac{-۱۳\pi}{۳})+\frac{۱}{۲}\tan(-\frac{۴\pi}{۳})}\Rightarrow A=\frac{\sin(\pi-\frac{\pi}{۳})-\cos(\pi-\frac{\pi}{۶})}{-\sin(۴\pi+\frac{\pi}{۳})-\frac{۱}{۲}\tan(\pi+\frac{\pi}{۳})}=\frac{\sin\frac{\pi}{۳}+\cos\frac{\pi}{۶}}{-\sin\frac{\pi}{۳}-\frac{۱}{۲}\tan\frac{\pi}{۳}}$$

$$\Rightarrow A=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}+\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}-\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{\sqrt{۳}}{-\sqrt{۳}}=-۱$$

نسبت‌های مثلثاتی زوایای مختلف

نسبت‌های مثلثاتی زاویه $(-\alpha)$:

$$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$$
$$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$$
$$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$$
$$\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$$

نسبت‌های مثلثاتی زوایای $(\pi\pm\alpha)$:

$$\sin(\pi-\alpha)=+\sin\alpha \qquad \sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$$
$$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha \qquad \cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$$
$$\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha \qquad \tan(\pi+\alpha)=+\tan\alpha$$
$$\cot(\pi-\alpha)=-\cot\alpha \qquad \cot(\pi+\alpha)=+\cot\alpha$$

نسبت‌های مثلثاتی زوایای $(\frac{\pi}{۲}\pm\alpha)$:

$$\sin(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=+\cos\alpha \qquad \sin(\frac{\pi}{۲}+\alpha)=+\cos\alpha$$
$$\cos(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=+\sin\alpha \qquad \cos(\frac{\pi}{۲}+\alpha)=-\sin\alpha$$

$\tan(\frac{\pi}{2}-\alpha)=+\cot\alpha$ $\quad$ $\tan(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-\cot\alpha$

$\cot(\frac{\pi}{2}-\alpha)=+\tan\alpha$ $\quad$ $\cot(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-\tan\alpha$

نسبت‌های مثلثاتی زوایای $(\frac{۳\pi}{۲}\pm\alpha)$:

$\sin(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha)=-\cos\alpha$ $\quad$ $\sin(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha)=-\cos\alpha$

$\cos(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha)=-\sin\alpha$ $\quad$ $\cos(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha)=+\sin\alpha$

$\tan(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha)=+\cot\alpha$ $\quad$ $\tan(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha)=-\cot\alpha$

$\cot(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha)=+\tan\alpha$ $\quad$ $\cot(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha)=-\tan\alpha$

۲- یک تسمه، دو قرقره به شعاع‌های ۴۰cm و ۱۶cm را به هم وصل کرده است. اگر قرقرهٔ بزرگ‌تر به اندازهٔ $\frac{۲\pi}{۳}$ رادیان بچرخد، آن‌گاه قرقره کوچک‌تر چند درجه می‌چرخد؟

۱) ۳۰۰° $\quad$ ۲) ۳۲۰° $\quad$ ۳) ۲۸۰° $\quad$ ۴) ۲۴۰°

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ ریاضی ۲ صفحهٔ ۷۴ ـ ۱۱۰۴)

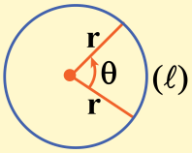
چون دو قرقره با یک تسمه به هم وصل شده‌اند، پس طول کمان طی شده توسط قرقره‌ها برابر می‌باشد و طبق رابطهٔ $L=R.\theta$ داریم:

$$L_۱=L_۲\Rightarrow R_۱.\theta_۱=R_۲.\theta_۲\Rightarrow ۱۶\times\theta_۱=۴۰\times\frac{۲\pi}{۳}$$

$$\Rightarrow\theta_۱=\frac{۵\pi}{۳}\text{rad}\Rightarrow\theta_۱=۳۰۰^\circ$$

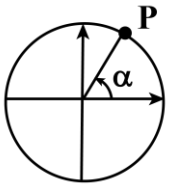
طول کمان

همواره در یک دایره به شعاع r، بین اندازه یک زاویه مانند θ برحسب رادیان و طول کمان (ℓ) روبه‌رو به آن زاویه، رابطه زیر برقرار است. (حواست باشه که θ برحسب رادیانه)



$$\ell=r\theta$$

۳- نقطهٔ $P(۱-۳a,۴a)$ مطابق شکل روی دایره مثلثاتی قرار دارد. مقدار $\cot\alpha$ چقدر است؟



۱) $\frac{۷}{۲۵}$

۲) $\frac{۷}{۲۴}$

۳) $\frac{۲۵}{۷}$

۴) $\frac{۲۴}{۷}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ خط به خط ـ سریع ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۳۷ و ۳۸ ـ ۱۰۰۲)

چون مختصات نقطهٔ P در حالت کلی به صورت $P(\cos\alpha,\sin\alpha)$ است، پس داریم:

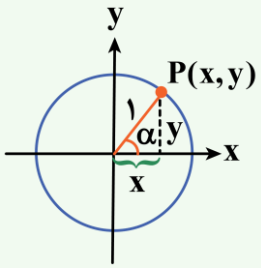
$$\cos^۲\alpha+\sin^۲\alpha=۱\Rightarrow(۱-۳a)^۲+(۴a)^۲=۱\Rightarrow۱+۹a^۲-۶a+۱۶a^۲=۱\Rightarrow۲۵a^۲-۶a=۰$$

$$\Rightarrow a(۲۵a-۶)=۰\Rightarrow\begin{cases}a=۰ & \text{غ ق ق}\\ a=\frac{۶}{۲۵} & \checkmark\end{cases}\Rightarrow P\left|\begin{matrix}\frac{۷}{۲۵}\\ \frac{۲۴}{۲۵}\end{matrix}\right.\Rightarrow\cos\alpha=\frac{۷}{۲۵},\sin\alpha=\frac{۲۴}{۲۵}$$

$$\cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\frac{۷}{۲۵}}{\frac{۲۴}{۲۵}}=\frac{۷}{۲۴}$$

دایرهٔ مثلثاتی

دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و به شعاع ۱ است.



اگر نقطهٔ دلخواهی مانند P بر روی دایره مثلثاتی با محور xها زاویهٔ α را بسازد، می‌توان نسبت‌های مثلثاتی این زاویه را به صورت زیر نوشت:

$$\sin\alpha=\frac{y}{۱}=y\quad,\quad\cos\alpha=\frac{x}{۱}=x$$

در نتیجه نقطهٔ P دارای مختصاتی به شکل $P(\cos\alpha,\sin\alpha)$ می‌باشد.

فرمول‌های مثلثاتی

برای هر زاویهٔ دلخواه α می‌توان نوشت:

$$\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha=۱$$

با داشتن نسبت‌های $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ با استفاده از فرمول‌های زیر به راحتی می‌توان $\tan\alpha$ و $\cot\alpha$ را به دست آورد:

$$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\quad,\quad\cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

۴- اگر دوره تناوب تابع $f(x)=۱-۳\cos m\pi x$ برابر $\frac{۲}{۳}$ باشد، دوره تناوب $g(x)=۴\sin\frac{\pi}{m}x$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) ۴ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ خط به خط ـ سریع ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۴۰ ـ ۱۲۰۲)

دوره تناوب توابع $y=\sin ax$ و $y=\cos ax$، $T=\frac{۲\pi}{|a|}$ است، پس:

$$f(x)=۱-۳\cos m\pi x\Rightarrow T=\frac{۲\pi}{|m\pi|}=\frac{۲}{|m|}=\frac{۲}{۳}$$

آن‌گاه: $|m|=۳$

از طرفی:

$$g(x)=۴\sin\frac{\pi}{m}x\Rightarrow T=\frac{۲\pi}{\left|\frac{\pi}{m}\right|}=|۲m|=۶$$

پس دوره تناوب تابع $y=g(x)$ برابر ۶ است.

۵- اگر $\tan x+\cot x=۶$ باشد، حاصل عبارت $A=\frac{\tan^۲ x+\cot^۲ x}{\sin^۶ x+\cos^۶ x}$ کدام است؟

۱) $\frac{۴۰۸}{۱۱}$ ۲) $\frac{۴۰۸}{۱۳}$ ۳) $\frac{۴۱۸}{۱۱}$ ۴) $\frac{۴۱۸}{۱۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۴۴ و ۴۵ ـ ۱۰۰۲)

با استفاده از روابط مثلثاتی $\sin^۶ x+\cos^۶ x=۱-۳\sin^۲ x\cos^۲ x$ و $\tan x+\cot x=\frac{۱}{\sin x\cos x}$ داریم:

$$\tan x+\cot x=\frac{۱}{\sin x\cos x}=۶\Rightarrow \sin x\cos x=\frac{۱}{۶}$$

$$A=\frac{\tan^۲ x+\cot^۲ x}{\sin^۶ x+\cos^۶ x}=\frac{(\tan x+\cot x)^۲-۲\tan x\cot x}{۱-۳\sin^۲ x\cos^۲ x}$$

$$\Rightarrow A=\frac{۶^۲-۲(۱)}{۱-۳(\sin x\cos x)^۲}=\frac{۳۶-۲}{۱-۳(\frac{۱}{۶})^۲}=\frac{۳۴}{۱-\frac{۱}{۱۲}}=\frac{۳۴}{\frac{۱۱}{۱۲}}\Rightarrow A=\frac{۴۰۸}{۱۱}$$

روابط مهم مثلثاتی

- $(\sin\alpha\pm\cos\alpha)^۲=\underbrace{\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha}_{۱}\pm\underbrace{۲\sin\alpha\cos\alpha}_{\sin ۲\alpha}=۱\pm\sin ۲\alpha$
- $\tan\alpha+\cot\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}\sin ۲\alpha}=\frac{۲}{\sin ۲\alpha}$
- $\tan\alpha-\cot\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}-\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\sin^۲\alpha-\cos^۲\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{-\cos ۲\alpha}{\frac{۱}{۲}\sin ۲\alpha}=\frac{-۲\cos ۲\alpha}{\sin ۲\alpha}=-۲\cot ۲\alpha$
- $\sin^۴\alpha+\cos^۴\alpha=\underbrace{(\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha)}_{۱}{}^۲-۲\sin^۲\alpha\cos^۲\alpha=۱-۲\sin^۲\alpha\cos^۲\alpha=۱-\frac{۱}{۲}\sin^۲ ۲\alpha$
- $\cos^۴\alpha-\sin^۴\alpha=\underbrace{(\cos^۲\alpha-\sin^۲\alpha)}_{\cos ۲\alpha}\underbrace{(\cos^۲\alpha+\sin^۲\alpha)}_{۱}=\cos ۲\alpha$
- $\sin^۶\alpha+\cos^۶\alpha=\underbrace{(\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha)}_{۱}{}^۳-۳\sin^۲\alpha\cos^۲\alpha\underbrace{(\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha)}_{۱}=۱-۳\sin^۲\alpha\cos^۲\alpha=۱-\frac{۳}{۴}\sin^۲ ۲\alpha$

۶- اگر بیشترین مقدار تابع $f(x)=|۲\cos x-۵|+۶\cos x+k$ برابر ۱۶ باشد، کمترین مقدار تابع $f(x)$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۰ ۳) ۱۴ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۳۸ ـ ۱۰۰۲)

با توجه به تغییرات تابع $y=\cos x$ که همواره در بازهٔ $[-۱,۱]$ است، پس عبارت $۲\cos x-۵$ قطعاً منفی است، بنابراین داریم:

$$f(x)=۵-۲\cos x+۶\cos x+k$$

$$f(x)=۴\cos x+۵+k$$

ماکزیمم عبارت بالا زمانی رخ می‌دهد که $\cos x=+۱$ باشد، پس داریم:

$$\max f(x)=۴+۵+k=۱۶\Rightarrow k=۷$$

$$\Rightarrow f(x)=۴\cos x+۱۲\Rightarrow \min f(x)=۴(-۱)+۱۲=۸$$

۷- مقدار عبارت $A=\frac{\sin\frac{\pi}{7}+\sin\frac{2\pi}{7}+\sin\frac{3\pi}{7}}{\sin\frac{4\pi}{7}+\sin\frac{5\pi}{7}+\sin\frac{6\pi}{7}}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱ ۳) -1 ۴) $-\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ ریاضی ۲ صفحهٔ ۸۳ و ۸۴ ـ ۱۱۰۴)

اگر دو زاویه مکمل یکدیگر باشند، سینوس آن‌ها با هم برابر است، یعنی:

$$\alpha+\beta=\pi\Rightarrow\sin\alpha=\sin\beta$$

در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\sin\frac{4\pi}{7}=\sin\frac{3\pi}{7}\ ,\ \sin\frac{5\pi}{7}=\sin\frac{2\pi}{7}\ ,\ \sin\frac{6\pi}{7}=\sin\frac{\pi}{7}$$

پس حاصل عبارت داده شده برابر است با:

$$A=\frac{\sin\frac{\pi}{7}+\sin\frac{2\pi}{7}+\sin\frac{3\pi}{7}}{\sin\frac{4\pi}{7}+\sin\frac{5\pi}{7}+\sin\frac{6\pi}{7}}=\frac{\sin\frac{\pi}{7}+\sin\frac{2\pi}{7}+\sin\frac{3\pi}{7}}{\sin\frac{3\pi}{7}+\sin\frac{2\pi}{7}+\sin\frac{\pi}{7}}=1$$

متمم یا مکمل؟ مسأله این است!

اگر α و β دو زاویهٔ متمم باشند (جمعشون بشه 90°) داریم:

$$\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\begin{cases}\sin\alpha=\cos\beta\\ \cos\alpha=\sin\beta\\ \tan\alpha=\cot\beta\\ \cot\alpha=\tan\beta\end{cases}$$

اگر α و β دو زاویهٔ مکمل باشند (جمعشون بشه 180°) داریم:

$$\alpha+\beta=\pi\Rightarrow\begin{cases}\sin\alpha=\sin\beta\\ \cos\alpha=-\cos\beta\\ \tan\alpha=-\tan\beta\\ \cot\alpha=-\cot\beta\end{cases}$$

۸- مقدار عبارت $A=\frac{4\cos\alpha+3}{5-2\cos\alpha}$ برابر کدام‌یک از مقادیر زیر نمی‌تواند باشد؟

۱) $-\frac{1}{14}$ ۲) $\sqrt{3}$ ۳) $-\frac{3}{17}$ ۴) $\frac{11}{5}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ ترکیبی ـ زمان‌بَر ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۳۸ ـ ۱۰۰۲)

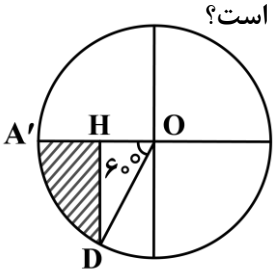
$$A=\frac{4\cos\alpha+3}{5-2\cos\alpha}=\frac{4\cos\alpha-10+13}{5-2\cos\alpha}=\frac{4\cos\alpha-10}{5-2\cos\alpha}+\frac{13}{5-2\cos\alpha}=-2+\frac{13}{5-2\cos\alpha}$$

$$-1\le\cos\alpha\le1\Rightarrow-2\le-2\cos\alpha\le2\Rightarrow3\le5-2\cos\alpha\le7\Rightarrow\frac{1}{7}\le\frac{1}{5-2\cos\alpha}\le\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow\frac{13}{7}\le\frac{13}{5-2\cos\alpha}\le\frac{13}{3}\Rightarrow-2+\frac{13}{7}\le-2+\frac{13}{5-2\cos\alpha}\le-2+\frac{13}{3}\Rightarrow-\frac{1}{7}\le A\le\frac{7}{3}$$

با توجه به گزینه‌های داده شده، A نمی‌تواند برابر $\frac{-3}{17}$ باشد.

۹- در شکل مقابل، اندازهٔ شعاع دایره برابر $۱۲\sqrt{۳}$ است. اندازهٔ محیط قسمت هاشور خورده چند برابر $\sqrt{۳}$ است؟



۱) $۶+۲\pi+۶\sqrt{۳}$

۲) $۶+۲\pi+۳\sqrt{۳}$

۳) $۶+۴\pi+۳\sqrt{۳}$

۴) $۶+۴\pi+۶\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ ریاضی ۲ صفحهٔ ۷۴ ـ ۱۱۰۴)

در مثلث $\overset{\triangle}{OHD}$: $\sin ۶۰^\circ = \frac{HD}{OD} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{HD}{۱۲\sqrt{۳}} \Rightarrow HD = ۱۸$

$\cos ۶۰^\circ = \frac{OH}{OD} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{OH}{۱۲\sqrt{۳}} \Rightarrow OH = ۶\sqrt{۳}$

$\Rightarrow A'H = OA' - OH = ۱۲\sqrt{۳} - ۶\sqrt{۳} = ۶\sqrt{۳}$

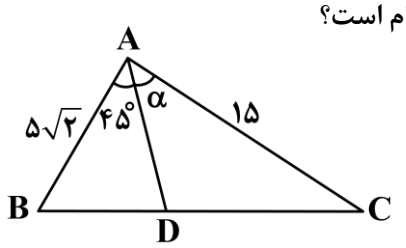
اگر طول کمان $A'D$ را با L نمایش دهیم، خواهیم داشت:

$L = R.\theta \Rightarrow L = ۱۲\sqrt{۳} \times \frac{\pi}{۳} = ۴\sqrt{۳}\pi$

$\overset{\triangle}{A'HD}$ محیط $= A'H + L + DH = ۶\sqrt{۳} + ۴\sqrt{۳}\pi + ۱۸ = (۶ + ۴\pi + ۶\sqrt{۳})\sqrt{۳}$

که گزینهٔ ۴ صحیح می‌باشد.

۱۰- در شکل مقابل، مساحت مثلث **ABD**، $\frac{۱}{۳}$ مساحت مثلث **ABC** است. مقدار $\cos\alpha$ کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{۵}}{۳}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{\sqrt{۵}}{۵}$

۴) $\frac{۲}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ خط به خط ـ استاندارد ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۳۳ ـ ۱۰۰۲)

چون مساحت مثلث ABD، $\frac{۱}{۳}$ مساحت مثلث ABC است، پس مساحت مثلث ADC، $\frac{۲}{۳}$ مساحت مثلث ABC است و بنابراین داریم:

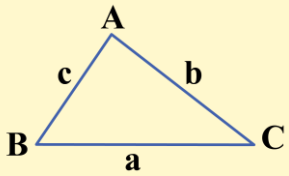
$S_{\overset{\triangle}{ADC}} = ۲S_{\overset{\triangle}{ABD}} \Rightarrow \frac{۱}{۲}AD \times AC \times \sin\alpha = ۲ \times \frac{۱}{۲} \times AB \times AD \times \sin ۴۵^\circ$

$\Rightarrow ۱۵\sin\alpha = ۲ \times ۵\sqrt{۲} \times \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{۲}{۳} \xrightarrow{\alpha \text{ حاده است}} \cos\alpha = \sqrt{۱ - \sin^۲\alpha} = \sqrt{۱ - \frac{۴}{۹}} = \sqrt{\frac{۵}{۹}} = \frac{\sqrt{۵}}{۳}$

به دست آوردن مساحت مثلث

در هر مثلث، اگر **طول دو ضلع** مثلث و **اندازه زاویه بین** آن‌ها را داشته باشیم به راحتی می‌توانیم مساحت مثلث را به دست بیاوریم:



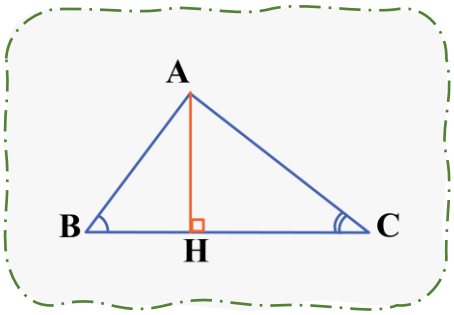
$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲}bc\sin\hat{A} \quad , \quad S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲}ac\sin\hat{B} \quad , \quad S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲}ab\sin\hat{C}$$

۱۱- در مثلث ABC، اگر $\tan B = ۱/۵$ و $\sin C = ۰/۶$ باشد، طول ضلع BC چند برابر طول ضلع AC است؟

۱) ۱/۲ ۲) ۱/۴ ۳) ۱/۵ ۴) ۱/۸

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۳۳ ـ ۱۰۰۲)

ارتفاع مثلث را رسم می‌کنیم:



$$\tan B = \frac{AH}{BH} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \begin{cases} AH = ۳x \\ BH = ۲x \end{cases}$$

$$\sin C = \frac{AH}{AC} = \frac{۳x}{AC} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow AC = ۵x \Rightarrow HC = ۴x$$

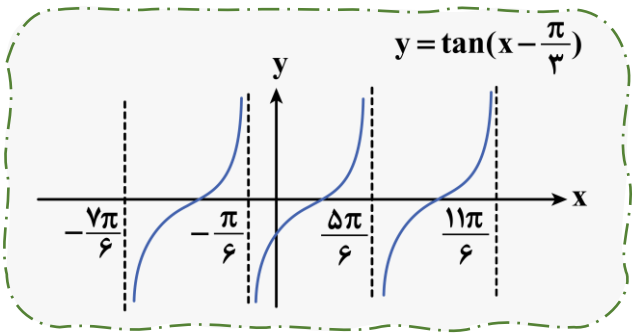
$$\frac{BC}{AC} = \frac{۲x + ۴x}{۵x} = \frac{۶}{۵} = ۱/۲$$

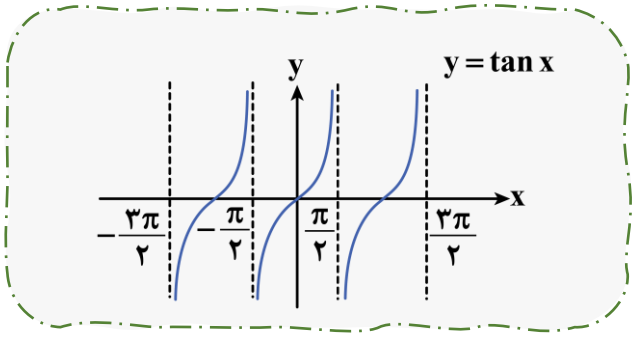
۱۲- تابع $f(x) = \tan(۲x - \frac{\pi}{۳})$ روی بازهٔ $(a, \frac{۵\pi}{۱۲})$ اکیداً صعودی است. حداقل مقدار a کدام است؟

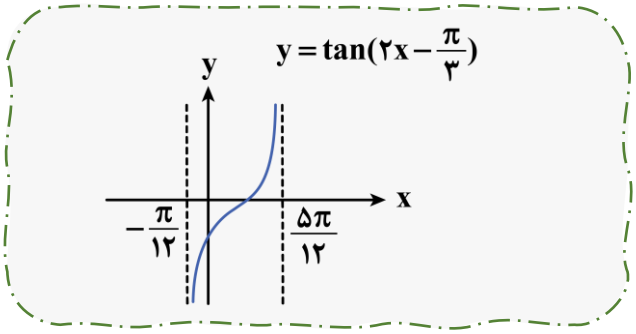
۱) $-\frac{\pi}{۴}$ ۲) $-\frac{\pi}{۶}$ ۳) $-\frac{\pi}{۱۲}$ ۴) $-\frac{\pi}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۳۹ ـ ۱۲۰۲)

کافی است نمودار تابع $y = \tan x$ را به اندازه $\frac{\pi}{۳}$ به راست انتقال داده و طول تمامی نقاط را نصف کنیم تا نمودار تابع f به دست آید:







مطابق با نمودار پایانی، تابع f در بازهٔ $(-\frac{\pi}{۱۲}, \frac{۵\pi}{۱۲})$ اکیداً صعودی است، پس حداقل مقدار a برابر $-\frac{\pi}{۱۲}$ است.

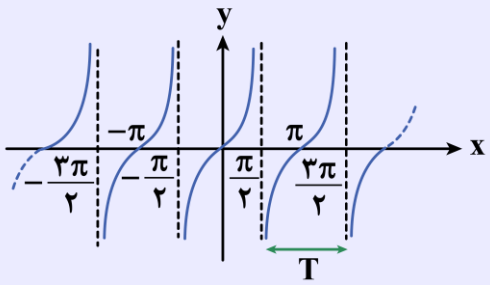
تابع $y = \tan x$ و ویژگی‌های آن

دامنه: $D = \{x \in \mathbb{R} | x \neq k\pi + \frac{\pi}{۲}, k \in \mathbb{Z}\}$ یا به صورت دیگر می‌شود: $D = \mathbb{R} - \{k\pi + \frac{\pi}{۲}, k \in \mathbb{Z}\}$

برد: مجموعه اعداد حقیقی $(\mathbb{R})$

نمودار این تابع در بازه‌هایی به طول π تکرار می‌شود، بنابراین تابع $y = \tan x$ تابعی متناوب با دوره تناوب $T = \pi$ است.

این تابع در نقاطی به طول‌های $x=0$ ، $x=\pi$ و... و به طور کلی در نقاطی به طول‌های $x=k\pi\ ,(k\in\mathbb{Z})$ ، محور xها را قطع می‌کند.



همان طور که از نمودار تابع مشخص است، این تابع در بازه‌های $(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$، $(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})$ و... اکیداً صعودی است ولی در کل دامنه‌اش تابعی نه صعودی و نه نزولی است. (غیریکنواست) و به طور کلی می‌توان گفت که تابع $y=\tan x$ در بازه‌هایی به فرم $(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2})$، اکیداً صعودی است. $(k\in\mathbb{Z})$

۱۳- اگر به‌ازای مقادیر قابل قبول برای n، $\frac{1+2\tan^2 x}{2+\cot^2 x}=\tan^n x$ باشد، حاصل عبارت $\cos^n\frac{\pi}{2n}$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ⏲ ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۴۳ ـ ۱۰۰۲)

$$\frac{1+2\tan^2 x}{2+\cot^2 x}=\frac{1+2\tan^2 x}{2+\frac{1}{\tan^2 x}}=\frac{1+2\tan^2 x}{\frac{2\tan^2 x+1}{\tan^2 x}}=\tan^2 x$$

با مقایسه با صورت سوال نتیجه می‌شود که: $n=2$

$$\cos^n\frac{\pi}{2n}=\cos^2\frac{\pi}{4}=(\frac{\sqrt{2}}{2})^2=\frac{1}{2}$$

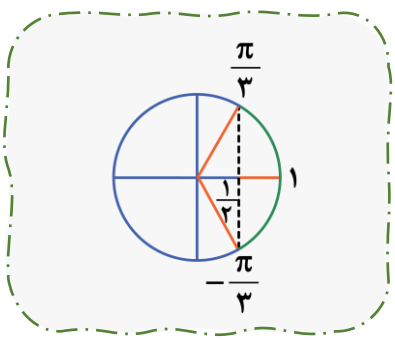
۱۴- اگر $-\frac{\pi}{3}<\alpha<\frac{\pi}{3}$ و $\cos^2\alpha+\cos\alpha=2m-1$ باشند، آن‌گاه محدودهٔ تغییرات m به صورت $(a,b]$ خواهد بود. حاصل ab کدام است؟

۱) $\frac{21}{16}$ ۲) $\frac{21}{8}$ ۳) $\frac{21}{64}$ ۴) $\frac{21}{32}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ ترکیبی ـ زمان‌بَر ⏲ ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۳۷ و ۳۸ ـ ۱۰۰۲)

$$\cos^2\alpha+\cos\alpha=2m-1\xrightarrow{\text{به طرفین }\frac{1}{4}\text{ اضافه می‌کنیم}}\cos^2\alpha+\cos\alpha+\frac{1}{4}=2m-\frac{3}{4}\Rightarrow(\cos\alpha+\frac{1}{2})^2=2m-\frac{3}{4}$$

$$-\frac{\pi}{3}<\alpha<\frac{\pi}{3}\xrightarrow{\text{با توجه به دایرهٔ مثلثاتی}}\frac{1}{2}<\cos\alpha\le 1\Rightarrow 1<\cos\alpha+\frac{1}{2}\le\frac{3}{2}$$

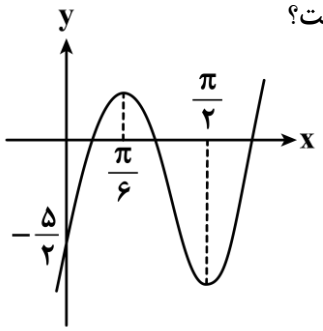


$$\Rightarrow 1<(\cos\alpha+\frac{1}{2})^2\le\frac{9}{4}\Rightarrow 1<2m-\frac{3}{4}\le\frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow\frac{7}{4}<2m\le 3\Rightarrow\frac{7}{8}<m\le\frac{3}{2}\Rightarrow m\in(\frac{7}{8},\frac{3}{2}]$$

$$\Rightarrow a=\frac{7}{8}\ ,\ b=\frac{3}{2}\ \Rightarrow ab=\frac{21}{16}$$

۱۵- قسمتی از نمودار تابع $f(x)=a\sin ax+2b-1$ در شکل زیر آمده است. مقدار $f(\frac{7\pi}{18})$ کدام است؟



۱) -2
۲) -3
۳) -4
۴) -1

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۴۱ ـ ۱۲۰۲)

مطابق شکل $f(0)=-\frac{5}{2}$، بنابراین:

$$2b-1=-\frac{5}{2}\Rightarrow b=-\frac{3}{4}$$

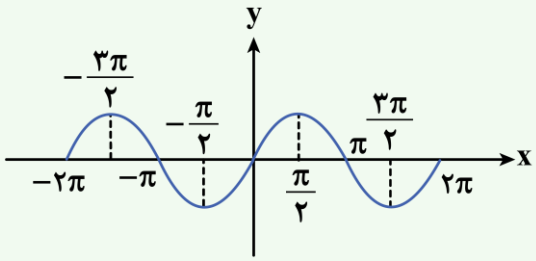
از طرفی فاصلهٔ بین دو نقطهٔ ماکزیمم و مینیمم متوالی، برابر با نصف دورهٔ تناوب تابع است:

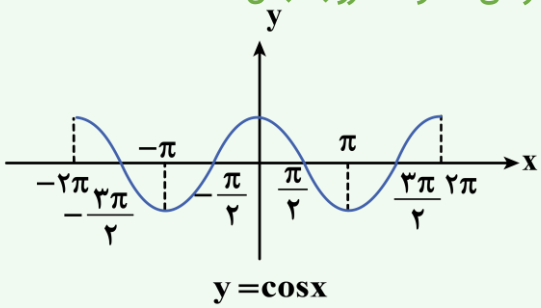
$$\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}=\frac{T}{2}\Rightarrow T=\frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{|a|}=\frac{2\pi}{3}\Rightarrow |a|=3\Rightarrow a=\pm 3$$

$$\Rightarrow f(x)=3\sin 3x-\frac{5}{2}\Rightarrow f(\frac{7\pi}{18})=3\sin(\frac{7\pi}{6})-\frac{5}{2}=-\frac{3}{2}-\frac{5}{2}=-4$$

نمودارهای sin و cos رو بلد باش

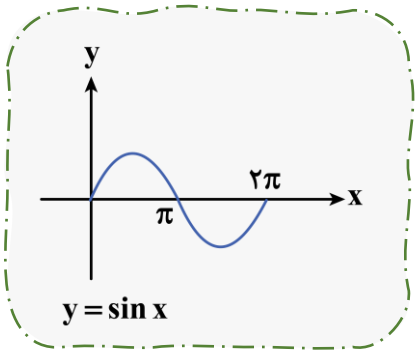


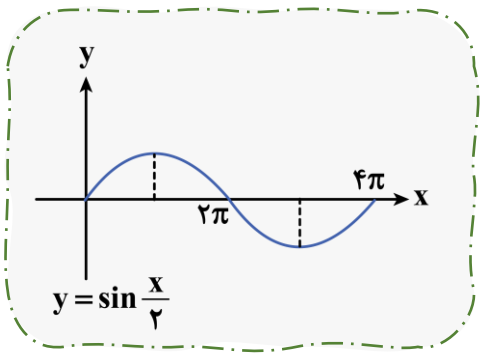


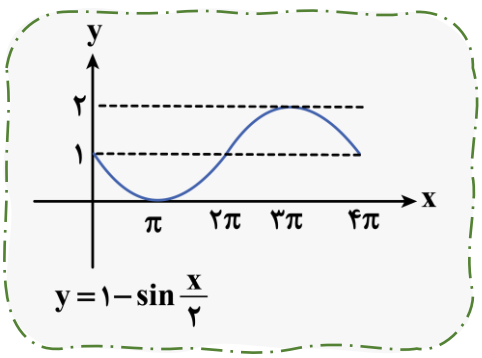
۱۶- نمودار تابع $y=1-\sin\frac{x}{2}$ در بازهٔ $[0,8\pi]$ در چند نقطه بر محور xها مماس است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۱ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۳۵ و ۳۶ ـ ۱۲۰۲)







دوره تناوب تابع $y=1-\sin\frac{x}{2}$ برابر $T=4\pi$ است و در بازهٔ $[0,4\pi]$ در یک نقطه بر محور xها مماس است، پس در بازهٔ $[0,8\pi]$ در دو نقطه بر محور xها مماس است.

۱۷- حاصل عبارت $A=\frac{\cos^۴x-۳\cos^۲x+۲}{\sin^۲x}+\frac{\sin^۴x-\sin^۲x}{\cos^۲x}$ به‌ازای مقادیر تعریف شده کدام است؟

۱) $\frac{۱}{\cos^۲x}$ ۲) $\frac{۱}{\sin^۲x}$ ۳) صفر ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۴۳ و ۴۴ ـ ۱۰۰۲)

$$A=\frac{\cos^۴x-۳\cos^۲x+۲}{\sin^۲x}+\frac{\sin^۴x-\sin^۲x}{\cos^۲x}$$

$$A=\frac{(\cos^۲x-۱)(\cos^۲x-۲)}{\sin^۲x}+\frac{\sin^۲x(\sin^۲x-۱)}{\cos^۲x}$$

$$A=\frac{-\sin^۲x(\cos^۲x-۲)}{\sin^۲x}+\frac{\sin^۲x(-\cos^۲x)}{\cos^۲x}$$

$$A=-\cos^۲x+۲-\sin^۲x=-۱+۲=۱$$

اتحادهایی که باید از بَر باشید...

- $\sin^۲x+\cos^۲x=۱\xrightarrow{\text{نتیجه}}\begin{cases}\sin^۲x=۱-\cos^۲x\Rightarrow\sin^۲x=(۱-\cos x)(۱+\cos x)\\ \cos^۲x=۱-\sin^۲x\Rightarrow\cos^۲x=(۱-\sin x)(۱+\sin x)\end{cases}$
- $\begin{cases}\tan x=\frac{\sin x}{\cos x},(\cos x\neq ۰)\\ \cot x=\frac{\cos x}{\sin x},(\sin x\neq ۰)\end{cases}\xrightarrow{\text{نتیجه}}\tan x.\cot x=۱\xrightarrow{\text{نتیجه}}\begin{cases}\tan x=\frac{۱}{\cot x}\\ \cot x=\frac{۱}{\tan x}\end{cases}$
- $۱+\tan^۲x=\frac{۱}{\cos^۲x},(\cos x\neq ۰)$
- $۱+\cot^۲x=\frac{۱}{\sin^۲x},(\sin x\neq ۰)$

۱۸- دوره تناوب تابع $f(x)=\sin(\frac{۲x}{a}+b)$ برابر $\frac{\pi}{۳}$ است. دوره تناوب تابع $g(x)=b\cos(\pi ax)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۹

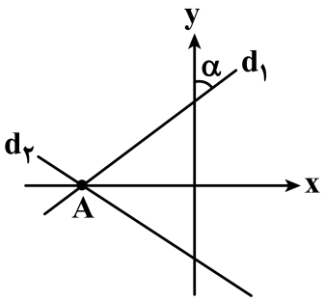
پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ خط به خط ـ سریع ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۴۰ ـ ۱۲۰۲)

دوره تناوب توابع $\sin bx$ و $\cos bx$ برابر $\frac{۲\pi}{|b|}$ است.

$$T_f=\frac{۲\pi}{|\frac{۲}{a}|}=|a|\pi=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow|a|=\frac{۱}{۳}$$

$$T_g=\frac{۲\pi}{|\pi a|}=\frac{۲}{|a|}=۶$$

۱۹- در شکل مقابل، معادلهٔ خط d_2 به صورت $y+2x+6=0$ است. اگر خط d_1 از نقطهٔ $B(1,7)$ عبور کند، مقدار $\sin\alpha$ کدام است؟



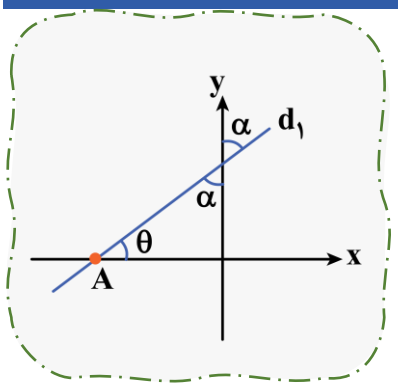
۱) $\frac{2}{\sqrt{53}}$

۲) $\frac{2}{\sqrt{63}}$

۳) $\frac{4}{\sqrt{65}}$

۴) $\frac{4}{\sqrt{75}}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ⏲ ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۴۰ و ۴۳ ـ ۱۰۰۲)



چون معادلهٔ خط d_2 به صورت $y+2x+6=0$ است، پس نقطهٔ برخورد d_2 با محور xها به صورت زیر است:

$$y=0 \Rightarrow 2x+6=0 \Rightarrow x=-3 \Rightarrow A(-3,0)$$

خط d_1 از نقاط $A(-3,0)$ و $B(1,7)$ عبور می‌کند، پس شیب آن برابر با $m=\frac{7-0}{1+3}=\frac{7}{4}$ است و داریم: $m=\tan\theta=\frac{7}{4}$، زوایای α و θ متمم یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$\tan\theta=\cot\alpha=\frac{7}{4}$$

$$1+\cot^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha} \Rightarrow 1+\frac{49}{16}=\frac{1}{\sin^2\alpha} \Rightarrow \sin^2\alpha=\frac{16}{65} \xrightarrow{\alpha \text{ حاده است}} \sin\alpha=\frac{4}{\sqrt{65}}$$

۲۰- اگر α کمانی در ناحیهٔ اول مثلثاتی بوده و $\cos\alpha-\sin\alpha=-\frac{1}{5}$ باشد، حاصل $\tan^2\alpha-\cot^2\alpha$ کدام است؟

۱) $\frac{225}{144}$

۲) $\frac{75}{144}$

۳) $\frac{25}{144}$

۴) $\frac{175}{144}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ⏲ ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۴۲ و ۴۳ ـ ۱۰۰۲)

$$\cos\alpha-\sin\alpha=-\frac{1}{5} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \cos^2\alpha+\sin^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{25}$$

$$\Rightarrow 1-2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{25} \Rightarrow \sin\alpha\cos\alpha=\frac{12}{25}$$

از طرفی می‌دانیم:

$$(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha=1+2(\frac{12}{25})=\frac{49}{25}$$

$$\xrightarrow{\alpha \text{ حاده است}} \sin\alpha+\cos\alpha=\frac{7}{5}$$

$$\tan^2\alpha-\cot^2\alpha=\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}-\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\frac{\sin^4\alpha-\cos^4\alpha}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}$$

$$=\frac{(\sin^2\alpha-\cos^2\alpha)(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)}{(\sin\alpha\cos\alpha)^2}=\frac{(\sin\alpha-\cos\alpha)(\sin\alpha+\cos\alpha)}{(\sin\alpha\cos\alpha)^2}=\frac{(\frac{1}{5})(\frac{7}{5})}{(\frac{12}{25})^2}=\frac{25\times7}{144}=\frac{175}{144}$$

۱- اگر $\cos\alpha=\frac{۳}{۴}$ باشد، مقدار $\cos ۲\alpha$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۱۶}$ ۳) $-\frac{۱}{۸}$ ۴) $-\frac{۱}{۱۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۴۸ ـ ۱۲۰۲)

می‌دانیم که $\cos ۲\alpha=\cos^۲\alpha-\sin^۲\alpha=۲\cos^۲\alpha-۱$، درنتیجه:

$$\cos ۲\alpha=۲\cos^۲\alpha-۱=۲(\frac{۳}{۴})^۲-۱=\frac{۹}{۸}-۱=\frac{۱}{۸}$$

نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های دو برابر کمان

$$\sin ۲\alpha=۲\sin\alpha\cos\alpha$$

نمونه‌های پرکاربرد رو ببینیم باهم؟

$$\sin(\alpha)=۲\sin(\frac{\alpha}{۲})\cos(\frac{\alpha}{۲})$$
$$\sin(۶\alpha)=۲\sin(۳\alpha)\cos(۳\alpha)$$

$$\cos ۲\alpha=\cos^۲\alpha-\sin^۲\alpha=(\cos\alpha-\sin\alpha)(\cos\alpha+\sin\alpha)$$

$$\cos ۲\alpha=۲\cos^۲\alpha-۱\xrightarrow{\text{نتیجه}}\cos^۲\alpha=\frac{۱+\cos ۲\alpha}{۲}$$

$$\cos ۲\alpha=۱-۲\sin^۲\alpha\xrightarrow{\text{نتیجه}}\sin^۲\alpha=\frac{۱-\cos ۲\alpha}{۲}$$

در حالت کلی‌تر $\Rightarrow \cos ۲\bigcirc=\cos^۲\bigcirc-\sin^۲\bigcirc=۲\cos^۲\bigcirc-۱=۱-۲\sin^۲\bigcirc$

اینم دو تا نمونهٔ دیگه

$$\cos(\alpha)=\cos^۲(\frac{\alpha}{۲})-\sin^۲(\frac{\alpha}{۲})=۲\cos^۲(\frac{\alpha}{۲})-۱=۱-۲\sin^۲(\frac{\alpha}{۲})$$
$$\cos(۲۰^\circ)=\cos^۲(۱۰^\circ)-\sin^۲(۱۰^\circ)=۲\cos^۲(۱۰^\circ)-۱=۱-۲\sin^۲(۱۰^\circ)$$

$$\tan ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha}$$

اینم یه نمونه از کاربرد فرمول‌ها

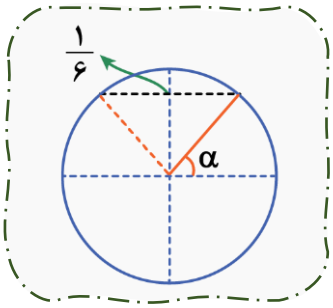
$$\tan(۱۱۰^\circ)=\frac{۲\tan(۵۵^\circ)}{۱-\tan^۲(۵۵^\circ)}$$

۲- در فاصلهٔ $[۰, \frac{۷\pi}{۲}]$ چند زاویه مانند x وجود دارد که $۲\sin x = \frac{۱}{۳}$ باشد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۴۵ ـ ۱۲۰۲)

اگر اولین زاویه مثبت که سینوس آن برابر $\frac{۱}{۶}$ است، α باشد، زوایای $\pi - \alpha$ و $۲\pi + \alpha$ و $۳\pi - \alpha$ نیز در بازهٔ داده‌شده جواب مسئله می‌باشند، بنابراین ۴ زاویه وجود دارد.



طراز

۳- اگر انتهای کمان α در ناحیه اول مثلثاتی باشد، حاصل $\sqrt{۱-\sin\alpha} + \sin\frac{\alpha}{۲}$ کدام است؟

۱) $\cos\frac{\alpha}{۲}$ ۲) $-\cos\frac{\alpha}{۲}$ ۳) $۲\sin\frac{\alpha}{۲} - \cos\frac{\alpha}{۲}$ ۴) $\sin\frac{\alpha}{۲} - ۲\cos\frac{\alpha}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۴۵ ـ ۱۲۰۲)

از نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های دو برابر کمان، می‌توان نوشت:

$$۱-\sin\alpha = (\sin\frac{\alpha}{۲} - \cos\frac{\alpha}{۲})^۲$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$A = \sqrt{۱-\sin\alpha} + \sin\frac{\alpha}{۲} = \sqrt{(\sin\frac{\alpha}{۲} - \cos\frac{\alpha}{۲})^۲} + \sin\frac{\alpha}{۲} = \underbrace{\left|\sin\frac{\alpha}{۲} - \cos\frac{\alpha}{۲}\right|}_{-} + \sin\frac{\alpha}{۲}$$

با توجه به این‌که $۰ < \alpha < \frac{\pi}{۲}$ است، بنابراین $۰ < \frac{\alpha}{۲} < \frac{\pi}{۴}$ و درنتیجه $\cos\frac{\alpha}{۲} > \sin\frac{\alpha}{۲}$ است، پس خواهیم داشت:

$$A = \cos\frac{\alpha}{۲} - \sin\frac{\alpha}{۲} + \sin\frac{\alpha}{۲} = \cos\frac{\alpha}{۲}$$

جرقهٔ ذهنی ...

$$\sin\alpha = ۲\sin\frac{\alpha}{۲}\cos\frac{\alpha}{۲} \Rightarrow ۱-\sin\alpha = ۱ - ۲\sin\frac{\alpha}{۲}\cos\frac{\alpha}{۲}$$

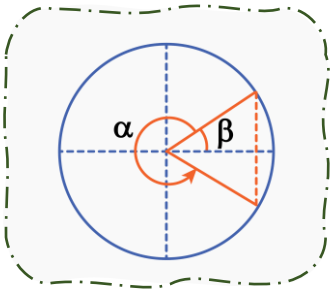
$$\Rightarrow ۱-\sin\alpha = \sin^۲\frac{\alpha}{۲} + \cos^۲\frac{\alpha}{۲} - ۲\sin\frac{\alpha}{۲}\cos\frac{\alpha}{۲} \Rightarrow ۱-\sin\alpha = (\sin\frac{\alpha}{۲} - \cos\frac{\alpha}{۲})^۲$$

۴- اگر انتهای کمان α در ناحیهٔ چهارم مثلثاتی باشد، مجموع جواب‌های معادلهٔ $\cos x = \cos\alpha$ در فاصلهٔ $\left[-\pi, \frac{5\pi}{2}\right]$ چقدر است؟

۱) صفر ۲) π ۳) 2π ۴) 4π

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۴۶ ـ ۱۲۰۲)

برای راحت‌تر شدن پاسخ مسئله زاویهٔ حادهٔ β را چنان در نظر می‌گیریم که $\cos\beta = \cos\alpha$ باشد، در این صورت جواب‌های مسئله عبارت‌اند از:

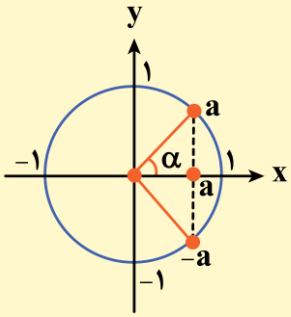


$$x = 2\pi+\beta\ ,\ 2\pi-\beta\ ,\ \beta\ ,\ -\beta$$

که مجموع آن‌ها برابر 4π است.

معادلات به فرم $\cos x = a$

برای حل معادلات به فرم $\cos x = a$ که در آن a عددی حقیقی و $-1 \le a \le 1$ است، نیز همانند حل معادلات سینوسی، ابتدا باید زاویه‌ای مانند α که مقدار کسینوس آن برابر a باشد را پیدا کنیم ($\cos\alpha = a$) و سپس معادله $\cos x = a$ را به‌صورت $\cos x = \cos\alpha$ بنویسیم، درنهایت برای پیدا کردن جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos x = \cos\alpha$ داریم:

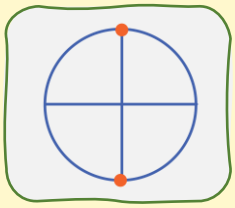
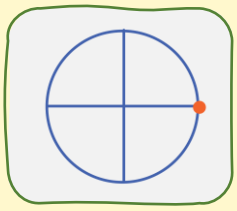
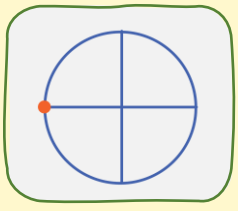


$$\cos x = \cos\alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi - \alpha \end{cases}$$

و در حالت کلی‌تر داریم:

$$\cos f(x) = \cos g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 2k\pi + g(x) \\ f(x) = 2k\pi - g(x) \end{cases}$$

حالت‌های خاص معادلات کسینوسی

جواب‌ها روی دایره مثلثاتی	جواب کلی	معادله
	$x = k\pi + \frac{\pi}{2}$	$\cos x = 0$
	$x = 2k\pi$	$\cos x = 1$
	$x = (2k+1)\pi$	$\cos x = -1$

۵- تعداد جواب‌های معادلهٔ $\sin 5x = \sin x$ در فاصلهٔ $[0, 2\pi]$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۴۶ ـ ۱۲۰۲)

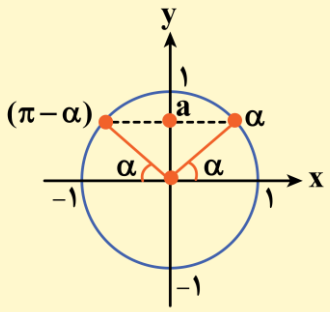
$$\sin 5x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} 5x = 2k\pi + x \\ 5x = 2k\pi + \pi - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x = 2k\pi \\ 6x = 2k\pi + \pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} \begin{cases} x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi \\ x = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6} \end{cases}$$

با توجه به این‌که جواب‌های $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ در دو مجموعه جواب مشترک هستند، تعداد کل جواب‌ها در بازهٔ $[0, 2\pi]$ برابر ۹ است.

معادلات به فرم $\sin x = a$

برای حل معادلات به فرم $\sin x = a$ که در آن a عدد حقیقی و $-1 \le a \le 1$ است، ابتدا زاویه‌ای مانند α که مقدار سینوس آن برابر a باشد را پیدا کرده $(\sin\alpha = a)$ و سپس معادله $\sin x = a$ را به‌صورت $\sin x = \sin\alpha$ بازنویسی می‌کنیم، درنهایت برای پیدا کردن جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin x = \sin\alpha$ داریم:

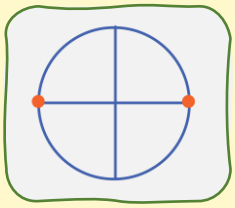
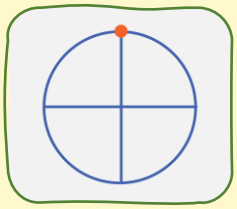
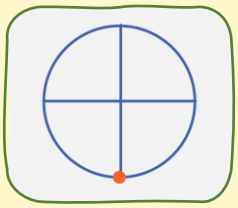


$$\sin x = \sin\alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + (\pi - \alpha) \end{cases}$$

و در حالت کلی‌تر داریم:

$$\sin f(x) = \sin g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 2k\pi + g(x) \\ f(x) = 2k\pi + \pi - g(x) \end{cases}$$

حالت‌های خاص معادلات سینوسی

جواب‌ها روی دایره مثلثاتی	جواب کلی	معادله
	$x = k\pi$	$\sin x = 0$
	$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$	$\sin x = 1$
	$x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$	$\sin = -1$

۶- معادلهٔ $\tan x+\cot x=\frac{۱}{\sin x}$ در فاصلهٔ $[۰,۲\pi]$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۴۶ ـ ۱۲۰۲)

ابتدا معادله را ساده می‌کنیم:

$$\tan x+\cot x=\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}=\frac{\sin^۲ x+\cos^۲ x}{\sin x\cos x}=\frac{۱}{\sin x\cos x}$$

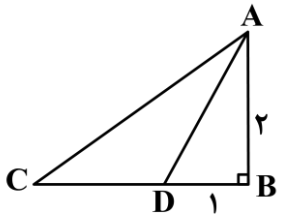
$$\Rightarrow \frac{۱}{\sin x\cos x}=\frac{۱}{\sin x}\xrightarrow{\sin x\neq ۰}\frac{۱}{\cos x}=۱\Rightarrow \cos x=۱$$

بنابراین:

$x=۲k\pi$ غ‌ق‌ق

با توجه به دامنهٔ عبارت در تساوی اول $\sin x$ به ازای $x=۲k\pi$ برابر صفر و عبارات تعریف نشده می‌باشند. بنابراین معادله جواب حقیقی ندارد.

۷- در شکل مقابل، AD نیمساز زاویهٔ A است. طول ضلع AC کدام است؟

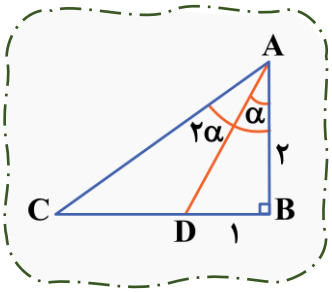


۱) $\frac{۸}{۳}$ ۲) ۳

۳) $\frac{۱۰}{۳}$ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۴۶ ـ ۱۲۰۲)

در مثلث ABD داریم:



$$AD^۲=AB^۲+BD^۲=۴+۱=۵\Rightarrow AD=\sqrt{۵}$$

$$\cos\alpha=\frac{AB}{AD}=\frac{۲}{\sqrt{۵}}$$

در مثلث ABC داریم:

$$\cos ۲\alpha=\frac{AB}{AC}\Rightarrow AC=\frac{AB}{\cos ۲\alpha}=\frac{۲}{\cos ۲\alpha}$$

$$=\frac{۲}{۲\cos^۲\alpha-۱}=\frac{۲}{۲(\frac{۴}{۵})-۱}=\frac{۲}{\frac{۸}{۵}-۱}=\frac{۲}{\frac{۳}{۵}}=\frac{۱۰}{۳}$$

۸- اگر $\tan\frac{\pi}{۸}=k$ باشد، حاصل $\frac{۱-k}{k}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $۲-\sqrt{۲}$ ۴) $\sqrt{۲}-۱$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۴۸ ـ ۱۲۰۲)

روش اول

$$۲\cos^۲\frac{\pi}{۸}-۱=\cos\frac{\pi}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow\cos^۲\frac{\pi}{۸}=\frac{\sqrt{۲}+۲}{۴}$$

$$\Rightarrow ۱+\tan^۲\frac{\pi}{۸}=\frac{۱}{\cos^۲\frac{\pi}{۸}}=\frac{۴}{۲+\sqrt{۲}}=\frac{۴(۲-\sqrt{۲})}{۲}=۴-۲\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow\tan^۲\frac{\pi}{۸}=۳-۲\sqrt{۲}=(\sqrt{۲}-۱)^۲\Rightarrow\tan\frac{\pi}{۸}=\sqrt{۲}-۱$$

بنابراین: $k=\sqrt{۲}-۱\Rightarrow\frac{۱}{k}=\frac{۱}{\sqrt{۲}-۱}=\sqrt{۲}+۱\Rightarrow\frac{۱}{k}-۱=\sqrt{۲}\Rightarrow\frac{۱-k}{k}=\sqrt{۲}$

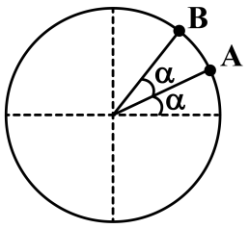
روش دوم

با توجه به رابطهٔ $\tan\frac{\alpha}{۲}=\frac{\sin\alpha}{۱+\cos\alpha}$ خواهیم داشت:

$$\tan\frac{\pi}{۸}=\frac{\sin\frac{\pi}{۴}}{۱+\cos\frac{\pi}{۴}}=\frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۱+\frac{\sqrt{۲}}{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲+\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}(۲-\sqrt{۲})}{۲}=\frac{۲\sqrt{۲}-۲}{۲}=\sqrt{۲}-۱$$

بنابراین: $k=\sqrt{۲}-۱\Rightarrow\frac{۱-k}{k}=\sqrt{۲}$

۹- در دایرهٔ مثلثاتی مقابل، اگر عرض نقطهٔ A برابر $\frac{۱}{۳}$ باشد، عرض نقطهٔ B کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۳}$ ۲) $\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$ ۳) $\frac{۲\sqrt{۲}}{۹}$ ۴) $\frac{۴\sqrt{۲}}{۹}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۴۵ ـ ۱۲۰۲)

عرض نقطهٔ A همان $\sin\alpha$ و عرض نقطهٔ B همان $\sin۲\alpha$ است.

$$\sin\alpha=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\cos^۲\alpha=۱-\sin^۲\alpha=۱-\frac{۱}{۹}=\frac{۸}{۹}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$$

$$\sin۲\alpha=۲\sin\alpha\cos\alpha=۲(\frac{۱}{۳})(\frac{۲\sqrt{۲}}{۳})=\frac{۴\sqrt{۲}}{۹}$$

درنتیجه:

بنابراین عرض نقطهٔ B برابر $\frac{۴\sqrt{۲}}{۹}$ می‌باشد.

۱۰- اگر k عددی صحیح باشد، مجموعه جواب معادلهٔ $\sin ۳(x-\frac{\pi}{۶})-\sin ۲(x-\frac{\pi}{۴})=\cos\frac{۳\pi}{۲}$ به کدام صورت است؟

۱) $\frac{۲k\pi}{۵}$ ۲) $\frac{k\pi}{۵}$ ۳) $k\pi+\frac{\pi}{۵}$ ۴) $۲k\pi+\frac{۲\pi}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۴۶ ـ ۱۲۰۲)

معادله را ساده می‌کنیم:

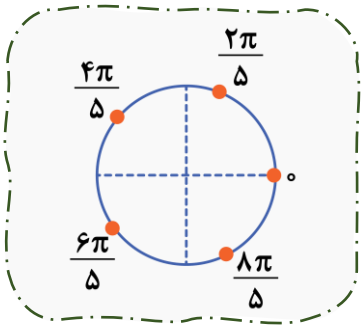
$$\sin(۳x-\frac{\pi}{۲})-\sin(۲x-\frac{\pi}{۲})=۰\Rightarrow-\sin(\frac{\pi}{۲}-۳x)+\sin(\frac{\pi}{۲}-۲x)=۰$$

$$\Rightarrow-\cos ۳x+\cos ۲x=۰\Rightarrow\cos ۳x=\cos ۲x$$

بنابراین:

$$۳x=۲k\pi\pm ۲x\Rightarrow\begin{cases}۳x=۲k\pi+۲x\\۳x=۲k\pi-۲x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi\\x=\frac{۲k\pi}{۵}\end{cases}\quad k\in\mathbb{Z}$$

با مشخص کردن انتهای کمان‌های $\frac{۲k\pi}{۵}$ بر روی دایره مثلثاتی واضح است که $۲k\pi$ زیرمجموعهٔ $\frac{۲k\pi}{۵}$ است. بنابراین مجموعه جواب کلی به‌صورت $\frac{۲k\pi}{۵}$ است.



۱۱- انتهای کمان جواب‌های معادلهٔ $\cos^۲ x-(\frac{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}{۲})\cos x+\frac{\sqrt{۶}}{۴}=۰$ در دایرهٔ مثلثاتی رئوس کدام شکل است؟

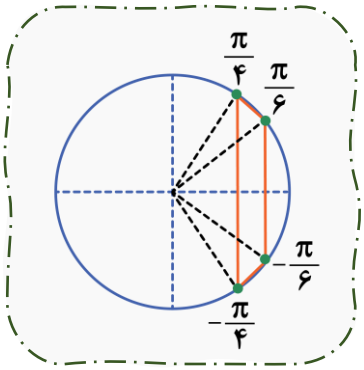
۱) مثلث ۲) مستطیل ۳) ذوزنقه ۴) پنج‌ضلعی

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۴۸ ـ ۱۲۰۲)

ابتدا معادله را ساده می‌کنیم:

$$(\cos x-\frac{\sqrt{۲}}{۲})(\cos x-\frac{\sqrt{۳}}{۲})=۰\Rightarrow\begin{cases}\cos x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۴}\\\cos x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۶}\end{cases}\quad k\in\mathbb{Z}$$

انتهای کمان‌های جواب‌های معادله را در دایرهٔ مثلثاتی مشخص می‌کنیم:



شکل حاصل، ذوزنقه است.

۱۲- مجموع بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جواب معادلهٔ $\sin(۲x-\frac{\pi}{۸})+\cos(۲x-\frac{۵\pi}{۸})=\sqrt{۲}$ در فاصلهٔ $[۰,۲\pi]$ چقدر است؟

۱) $\frac{۱۱\pi}{۸}$ ۲) $\frac{۱۵\pi}{۸}$ ۳) $\frac{۱۳\pi}{۸}$ ۴) $\frac{۱۷\pi}{۸}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۴۸ ـ ۱۲۰۲)

اگر $t=۲x-\frac{۵\pi}{۸}$ باشد، آن‌گاه $۲x-\frac{\pi}{۸}=t+\frac{\pi}{۲}$ است، بنابراین:

$$\sin(t+\frac{\pi}{۲})+\cos t=\sqrt{۲}\Rightarrow \cos t+\cos t=\sqrt{۲}\Rightarrow ۲\cos t=\sqrt{۲}\Rightarrow \cos t=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow t=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۴}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۲x-\frac{۵\pi}{۸}=۲k\pi+\frac{\pi}{۴}\\ ۲x-\frac{۵\pi}{۸}=۲k\pi-\frac{\pi}{۴}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۲x=۲k\pi+\frac{۷\pi}{۸}\\ ۲x=۲k\pi+\frac{۳\pi}{۸}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=k\pi+\frac{۷\pi}{۱۶}\Rightarrow x=\frac{۷\pi}{۱۶},\frac{۲۳\pi}{۱۶}\\ x=k\pi+\frac{۳\pi}{۱۶}\Rightarrow x=\frac{۳\pi}{۱۶},\frac{۱۹\pi}{۱۶}\end{cases}$$

مجموع بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جواب در فاصلهٔ $[۰,۲\pi]$ برابر است با:

$$\frac{۲۳\pi}{۱۶}+\frac{۳\pi}{۱۶}=\frac{۲۶\pi}{۱۶}=\frac{۱۳\pi}{۸}$$

۱۳- حاصل $\frac{\tan x-\tan^۳ x}{(۱+\tan^۲ x)^۲}$، به ازای $x=\frac{\pi}{۱۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۸}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۴۳ ـ ۱۲۰۲)

می‌دانیم:

$$\sin ۲x=\frac{۲\tan x}{۱+\tan^۲ x}$$

$$\cos ۲x=\frac{۱-\tan^۲ x}{۱+\tan^۲ x}$$

درنتیجه داریم:

$$\frac{\tan x-\tan^۳ x}{(۱+\tan^۲ x)^۲}=\frac{\tan x(۱-\tan^۲ x)}{(۱+\tan^۲ x)^۲}=\frac{\tan x}{۱+\tan^۲ x}\times\frac{۱-\tan^۲ x}{۱+\tan^۲ x}$$

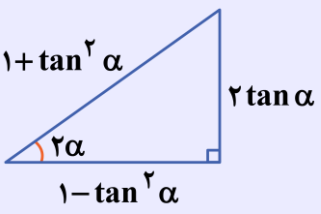
$$=\frac{۱}{۲}\sin ۲x\cos ۲x=\frac{۱}{۴}\sin ۴x$$

به ازای $x=\frac{\pi}{۱۲}$ داریم:

$$\frac{۱}{۴}\sin ۴x=\frac{۱}{۴}\sin\frac{\pi}{۳}=\frac{۱}{۴}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۸}$$

ارتباط نسبت‌های مثلثاتی دو برابر کمان با $\tan\alpha$

مثلث رو فقط برای این کشیدیم تا رابطه‌های مقابل رو بهتر بتونی یاد بگیری.

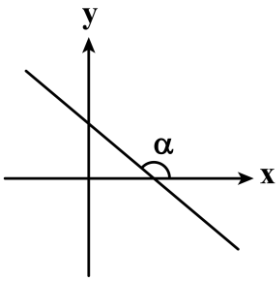


$$\sin ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$$

$$\cos ۲\alpha=\frac{۱-\tan^۲\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$$

$$\tan ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha}$$

۱۴- در شکل مقابل، خط d به معادلهٔ $۲x+۳y=۱$ رسم شده است. مقدار $\cot(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha)$ چقدر است؟



۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $-\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) $-\frac{۳}{۲}$

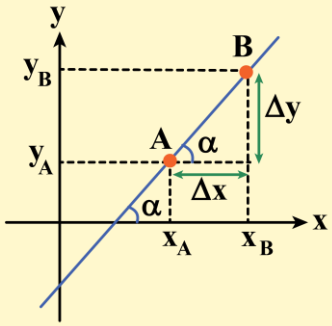
پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۴۰ ـ ۱۰۰۲)

معادلهٔ خط d به‌صورت $y=-\frac{۲}{۳}x+\frac{۱}{۳}$ می‌باشد، بنابراین شیب خط d یعنی $\tan\alpha$ برابر $-\frac{۲}{۳}$ است، پس خواهیم داشت:

$$\cot(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha)=\tan\alpha=-\frac{۲}{۳}$$

رابطهٔ شیب خط با تانژانت زاویه

شیب هر خطی که محور افقی را قطع می‌کند با تانژانت زاویه بین آن خط و جهت مثبت محور افقی برابر است، به عبارت دیگر، اگر α زاویه‌ای باشد که خط با جهت مثبت محور افقی می‌سازد، آن‌گاه:



$$\begin{cases} m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{\Delta y}{\Delta x} \\ \tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{\Delta y}{\Delta x} \end{cases} \Rightarrow \text{شیب خط}=m=\tan\alpha$$

یادآوری

با داشتن شیب خط (m) و مختصات یک نقطه از آن (x_A,y_A)، می‌توان معادله آن خط را به‌صورت زیر تشکیل داد:

$$y-y_A=m(x-x_A)$$

۱۵- حاصل عبارت $A=\sin۲۹۰^\circ\cos۳۰۰^\circ-\sqrt{۳}\cos۲۰۰^\circ\cos۲۱۰^\circ$ چند برابر $\sin۷۰^\circ$ است؟

۱) ۱
۲) ۱-
۳) ۲
۴) ۲-

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ ریاضی ۲ صفحهٔ ۸۷ ـ ۱۱۰۴)

می‌دانیم:

$$\sin۲۹۰^\circ=\sin(۲۷۰^\circ+۲۰^\circ)=-\cos۲۰^\circ$$

$$\cos۳۰۰^\circ=\cos(۳۶۰^\circ-۶۰^\circ)=\cos۶۰^\circ=\frac{۱}{۲}$$

$$\cos۲۰۰^\circ=\cos(۱۸۰^\circ+۲۰^\circ)=-\cos۲۰^\circ$$

$$\cos۲۱۰^\circ=\cos(۱۸۰^\circ+۳۰^\circ)=-\cos۳۰^\circ=\frac{-\sqrt{۳}}{۲}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$A=\sin۲۹۰^\circ\cos۳۰۰^\circ-\sqrt{۳}\cos۲۰۰^\circ\cos۲۱۰^\circ$$

$$A=-\frac{۱}{۲}\cos۲۰^\circ-\frac{۳}{۲}\cos۲۰^\circ=-۲\cos۲۰^\circ=-۲\sin۷۰^\circ$$

نسبت‌های مثلثاتی زوایای مختلف

نسبت‌های مثلثاتی زاویه $(-\alpha)$:

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$
$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$
$$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$$
$$\cot(-\alpha) = -\cot\alpha$$

نسبت‌های مثلثاتی زوایای $(\pi \pm \alpha)$:

$$\sin(\pi-\alpha) = +\sin\alpha \qquad \sin(\pi+\alpha) = -\sin\alpha$$
$$\cos(\pi-\alpha) = -\cos\alpha \qquad \cos(\pi+\alpha) = -\cos\alpha$$
$$\tan(\pi-\alpha) = -\tan\alpha \qquad \tan(\pi+\alpha) = +\tan\alpha$$
$$\cot(\pi-\alpha) = -\cot\alpha \qquad \cot(\pi+\alpha) = +\cot\alpha$$

نسبت‌های مثلثاتی زوایای $(\frac{\pi}{۲} \pm \alpha)$:

$$\sin(\frac{\pi}{۲}-\alpha) = +\cos\alpha \qquad \sin(\frac{\pi}{۲}+\alpha) = +\cos\alpha$$
$$\cos(\frac{\pi}{۲}-\alpha) = +\sin\alpha \qquad \cos(\frac{\pi}{۲}+\alpha) = -\sin\alpha$$
$$\tan(\frac{\pi}{۲}-\alpha) = +\cot\alpha \qquad \tan(\frac{\pi}{۲}+\alpha) = -\cot\alpha$$
$$\cot(\frac{\pi}{۲}-\alpha) = +\tan\alpha \qquad \cot(\frac{\pi}{۲}+\alpha) = -\tan\alpha$$

نسبت‌های مثلثاتی زوایای $(\frac{۳\pi}{۲} \pm \alpha)$:

$$\sin(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha) = -\cos\alpha \qquad \sin(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha) = -\cos\alpha$$
$$\cos(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha) = -\sin\alpha \qquad \cos(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha) = +\sin\alpha$$
$$\tan(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha) = +\cot\alpha \qquad \tan(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha) = -\cot\alpha$$
$$\cot(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha) = +\tan\alpha \qquad \cot(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha) = -\tan\alpha$$

۱۶- طول دو ضلع متوازی‌الاضلاعی برابر ۳ و ۴ و تانژانت زاویهٔ بین این دو ضلع $\frac{۱}{\sqrt{۱۵}}$ است. مساحت این متوازی‌الاضلاع چقدر است؟

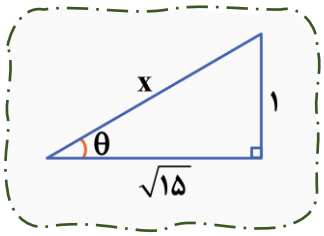
۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۳۳ ـ ۱۰۰۲)

مساحت متوازی‌الاضلاعی به اضلاع a و b و زاویهٔ بین θ برابر است با:

$$S = ab\sin\theta$$

با داشتن $\tan\theta$ می‌توانیم مقدار $\sin\theta$ را به دست آوریم:

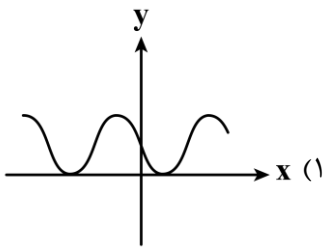


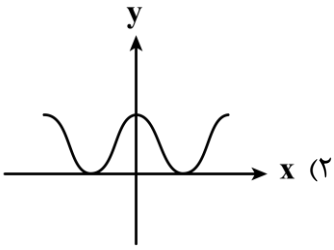
$$x^۲ = ۱ + ۱۵ = ۱۶ \Rightarrow x = ۴ \Rightarrow \sin\theta = \frac{۱}{۴}$$

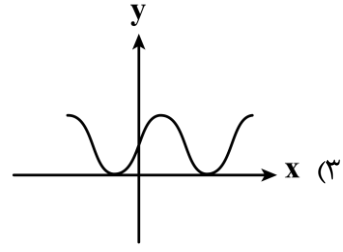
درنتیجه:

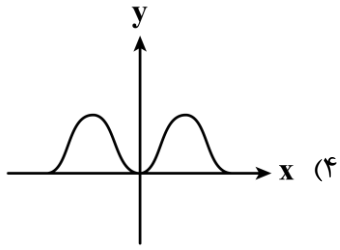
$$S = ۳ \times ۴ \times \frac{۱}{۴} = ۳$$

۱۷- نمودار تابع $y = ۲\sin^۲(\frac{\pi}{۴} - \frac{x}{۲})$ به کدام صورت است؟

۱) 

۲) 

۳) 

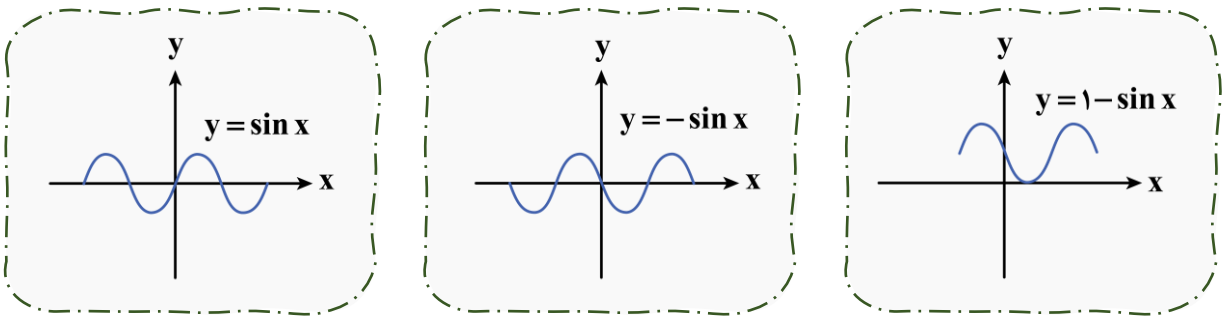
۴) 

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ ترکیبی ـ سریع ـ ریاضی ۲ صفحهٔ ۹۰ ـ ۱۱۰۴)

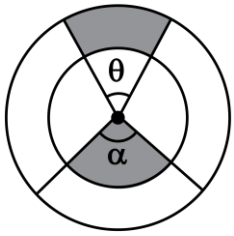
ابتدا ضابطهٔ داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$y = ۲\sin^۲(\frac{\pi}{۴} - \frac{x}{۲}) = ۱ - \cos(\frac{\pi}{۲} - x) = ۱ - \sin x$$

حال نمودار را رسم می‌کنیم:



۱۸- در شکل مقابل، شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر $\frac{۵}{۳}$ شعاع دایرهٔ کوچک‌تر است. اگر θ برابر یک رادیان باشد و محیط دو قسمت سایه خورده باهم برابر باشند، مقدار α برحسب رادیان کدام است؟



۱) ۳
۲) ۲
۳) $\frac{۵}{۴}$
۴) ۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ ترکیبی ـ زمان‌بَر ـ ریاضی ۲ صفحهٔ ۷۴ ـ ۱۱۰۴)

$$\text{محیط سایه خوردهٔ بالایی} = R\theta + r\theta + ۲(R-r) \Rightarrow \begin{matrix} R = \text{شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر} \\ r = \text{شعاع دایرهٔ کوچک‌تر} \end{matrix}$$

چون $\theta = ۱$ و $R = \frac{۵}{۳}r$، پس داریم:

$$\text{محیط بالایی} = \frac{۵}{۳}r \times ۱ + r \times ۱ + ۲(\frac{۵}{۳}r - r) = \frac{۵}{۳}r + r + ۲(\frac{۲}{۳}r) = (\frac{۵}{۳} + ۱ + \frac{۴}{۳})r = ۴r$$

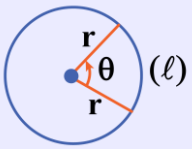
$$\text{محیط پایینی} = ۲r + r\alpha = r(\alpha + ۲)$$

دو محیط باهم برابرند، پس:

$$r(\alpha + ۲) = ۴r \Rightarrow \alpha = ۲\,\text{rad}$$

طول کمان

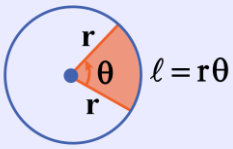
همواره در یک دایره به **شعاع** r، بین اندازه یک **زاویه** مانند θ برحسب **رادیان** و **طول کمان** (ℓ) روبه‌رو به آن زاویه، رابطه زیر برقرار است.
(حواست باشه که θ برحسب رادیانه)



$$\ell = r\theta$$

قطاع

به بخشی از دایره که **بین دو شعاع** و **کمانی از دایره** قرار می‌گیرد قطاعی از دایره می‌گوییم و اگر بخواهیم مساحت و محیط قطاعی از دایره به شعاع r و زاویه θ (برحسب رادیان) را بیابیم:



$$\begin{cases} \text{مساحت قطاع} = \frac{۱}{۲}r^۲\theta \\ \text{محیط قطاع} = r + r + r\theta = ۲r + r\theta \end{cases}$$

بازم حواست باشه که θ برحسب رادیانه...

۱۹- اگر $\tan x + \cot x = ۴$ باشد، حاصل $\sin x + \cos x$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۲) $\sqrt{\frac{۳}{۲}}$
۳) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$
۴) $\frac{۲}{\sqrt{۳}}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ سریع ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۴۵ ـ ۱۰۰۲)

از فرض مسئله داریم:

$$\tan x + \cot x = ۴ \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = ۴ \Rightarrow \frac{\sin^۲ x + \cos^۲ x}{\sin x \cos x} = ۴ \Rightarrow \frac{۱}{\sin x \cos x} = ۴ \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{۱}{۴}$$

اگر $\sin x + \cos x = k$ باشد، خواهیم داشت:

$$k^۲ = ۱ + ۲\sin x \cos x = ۱ + ۲ \times \frac{۱}{۴} = ۱ + \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow k = \pm\sqrt{\frac{۳}{۲}}$$

۲۰- اگر $a\tan^۲ x+\frac{۱}{\cos^۲ x}=۳-a$ باشد، مقدار $\sin^۲ x$ کدام است؟

۱) $\frac{a+۱}{۳}$ ۲) $\frac{a-۲}{۳}$ ۳) $\frac{a-۱}{۳}$ ۴) $\frac{۲-a}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۴۳ ـ ۱۰۰۲)

$$a\tan^۲ x+\frac{۱}{\cos^۲ x}=۳-a \Rightarrow a\tan^۲ x+a+\frac{۱}{\cos^۲ x}=۳$$

$$\Rightarrow a(۱+\tan^۲ x)+\frac{۱}{\cos^۲ x}=۳ \Rightarrow \frac{a}{\cos^۲ x}+\frac{۱}{\cos^۲ x}=۳$$

$$\Rightarrow \frac{a+۱}{\cos^۲ x}=۳ \Rightarrow \cos^۲ x=\frac{a+۱}{۳}$$

بنابراین: $\sin^۲ x=۱-\cos^۲ x=۱-\frac{a+۱}{۳}=\frac{۲-a}{۳}$

یه یادآوری ریز داشته باشیم...

$$۱+\cot^۲ x=\frac{۱}{\sin^۲ x}$$

$$۱+\tan^۲ x=\frac{۱}{\cos^۲ x}$$

ماز

۲۱- اگر $\tan(\pi+\alpha)=-\frac{۱}{۲}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{۳\sin(\frac{۱۵\pi}{۲}-\alpha)+\cos(\frac{۵\pi}{۲}+\alpha)}{\sin(۱۳\pi-\alpha)-\cos(۳\pi+\alpha)}$ چقدر است؟

۱) $-\frac{۷}{۳}$ ۲) -۵ ۳) -۷ ۴) $\frac{۵}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ ریاضی ۲ صفحهٔ ۸۷ ـ ۱۱۰۴)

می‌دانیم: $\tan(\pi+\alpha)=\tan\alpha=-\frac{۱}{۲}$

از طرفی داریم:

$$\sin(\frac{۱۵\pi}{۲}-\alpha)=\sin(۷\pi+\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\sin(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha)=-\cos\alpha$$

$$\cos(\frac{۵\pi}{۲}+\alpha)=\cos(۲\pi+\frac{\pi}{۲}+\alpha)=\cos(\frac{\pi}{۲}+\alpha)=-\sin\alpha$$

$$\sin(۱۳\pi-\alpha)=\sin(۱۲\pi+\pi-\alpha)=\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$$

$$\cos(۳\pi+\alpha)=\cos(۲\pi+\pi+\alpha)=\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$$

درنتیجه: $\frac{۳\sin(\frac{۱۵\pi}{۲}-\alpha)+\cos(\frac{۵\pi}{۲}+\alpha)}{\sin(۱۳\pi-\alpha)-\cos(۳\pi+\alpha)}=\frac{-۳\cos\alpha-\sin\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}$

صورت و مخرج کسر را بر $\cos\alpha$ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{-۳-\tan\alpha}{\tan\alpha+۱}=\frac{-۳+\frac{۱}{۲}}{-\frac{۱}{۲}+۱}=\frac{\frac{-۵}{۲}}{\frac{۱}{۲}}=-۵$$

۱- چندجمله‌ای $f(x)=x^۳+۲x^۲+ax+۴$ بر $x+۲$ بخش‌پذیر است. باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x+۲)-۲f(۲x+۱)$ بر $x+۱$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۴ ۳) -۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ خط به خط ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۵۰ ـ ۱۲۰۳)

بررسی سریع:

$$f(-۲)=۰\Rightarrow -۸+۸-۲a+۴=۰\Rightarrow a=۲\Rightarrow f(x)=x^۳+۲x^۲+۲x+۴$$
$$g(x)=f(x+۲)-۲f(۲x+۱)$$
$$\text{باقی‌مانده}=g(-۱)=f(۱)-۲f(-۱)=۳$$

باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $x-a$ برابر $f(a)$ است.

$$x+۲=۰\Rightarrow x=-۲\Rightarrow f(-۲)=۰\Rightarrow -۸+۸-۲a+۴=۰\Rightarrow ۲a=۴\Rightarrow a=۲$$
$$\Rightarrow f(x)=x^۳+۲x^۲+۲x+۴$$
$$g(x)=f(x+۲)-۲f(۲x+۱)\ ,\ x+۱=۰\Rightarrow x=-۱$$
$$\text{باقی‌مانده}=g(-۱)=f(۱)-۲f(-۱)=(۱+۲+۲+۴)-۲(-۱+۲-۲+۴)=۹-۶=۳$$

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $(ax+b)$

زمانی که چندجمله‌ای $f(x)$ را بر عبارت درجه اول $(ax+b)$ تقسیم می‌کنیم، باقی‌مانده‌ای که حاصل می‌شود، **عددی ثابت** است و در این حالت رابطه تقسیم برابر است با:

$$f(x)=(ax+b)q(x)+\boxed{R}\Rightarrow \text{باقی‌مانده (عدد ثابت)}$$

حال برای این‌که باقی‌مانده را به دست آوریم، اول $ax+b$ را برابر صفر قرار می‌دهیم و ریشه را به دست می‌آوریم (که میشه $x=\frac{-b}{a}$)، سپس ریشه‌ای که به دست آوردیم را داخل چندجمله‌ای $f(x)$ قرار می‌دهیم و عدد حاصل را به عنوان **باقی‌مانده تقسیم** $f(x)$ بر $ax+b$ معرفی می‌کنیم، به عبارت دیگر:

$$\begin{cases} ax+b=۰\Rightarrow x=-\frac{b}{a} \\ R=f(-\frac{b}{a}) \end{cases}$$

۲- اگر $\lim\limits_{x\to\frac{۱}{۲}^+}\frac{a\left[\frac{-۲}{x^۲}\right]+۲x}{۴x-\left[\frac{۱}{x}\right]}=\frac{۴}{۳}$ باشد، مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{-۱}{۲۴}$ ۲) $\frac{-۳}{۸}$ ۳) $\frac{-۱}{۲۷}$ ۴) $\frac{-۱}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ ریاضی ۲ صفحهٔ ۱۳۴ ـ ۱۱۰۶)

بررسی سریع:

$$x>\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}\lim\limits_{x\to\frac{۱}{۲}^+}\left[\frac{-۲}{x^۲}\right]=-۸\\ \lim\limits_{x\to\frac{۱}{۲}^+}\left[\frac{۱}{x}\right]=۱\end{cases}$$

$$\lim_{x\to\frac{۱}{۲}^+}\frac{a\left[\frac{-۲}{x^۲}\right]+۲x}{۴x-\left[\frac{۱}{x}\right]}=\frac{-۸a+۱}{۲-۱}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow a=-\frac{۱}{۲۴}$$

ابتدا حاصل $\left[\frac{-۲}{x^۲}\right]$ و $\left[\frac{۱}{x}\right]$ را در همسایگی راست $x=\frac{۱}{۲}$ به دست می‌آوریم:

$$x>\frac{۱}{۲}\Rightarrow x^۲>\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{۱}{x^۲}<۴\Rightarrow\frac{-۲}{x^۲}>-۸\Rightarrow\lim_{x\to\frac{۱}{۲}^+}\left[\frac{-۲}{x^۲}\right]=-۸$$

$$x>\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{۱}{x}<۲\Rightarrow\lim_{x\to\frac{۱}{۲}^+}\left[\frac{۱}{x}\right]=۱$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to\frac{۱}{۲}^+}\frac{a\left[\frac{-۲}{x^۲}\right]+۲x}{۴x-\left[\frac{۱}{x}\right]}=\frac{-۸a+۱}{۲-۱}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow-۲۴a+۳=۴\Rightarrow a=\frac{-۱}{۲۴}$$

حد توابع شامل جزء صحیح

برای بررسی حد توابع شامل جزء صحیح، ابتدا باید تکلیف جزء صحیح را مشخص کرده و به نوعی آن را از بازی حذف کنیم و سپس حاصل حد را محاسبه کنیم.

۳- اگر $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{a+\sqrt{x+b}}{x-۱}=\frac{۱}{۴}$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ خط به خط ـ زمان‌بَر ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۵۲ ـ ۱۲۰۳)

مخرج کسر به ازای $x=۱$ برابر صفر است، پس صورت کسر نیز باید برابر صفر باشد، در نتیجه داریم:

$$a+\sqrt{۱+b}=۰\Rightarrow\sqrt{۱+b}=-a\Rightarrow a<۰ \text{ و } a^۲=۱+b \quad (*)$$

حال مسأله را به دو روش می‌توان حل کرد:

روش اول

در مزدوج صورت ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۱}\frac{(a+\sqrt{x+b})(a-\sqrt{x+b})}{(x-۱)(a-\sqrt{x+b})}=\lim_{x\to ۱}\frac{a^۲-x-b}{(x-۱)(a-\sqrt{x+b})}\xrightarrow{\text{طبق }(*)}\lim_{x\to ۱}\frac{۱-x}{۲a(x-۱)}=\frac{-۱}{۲a}$$

$$\Rightarrow\frac{-۱}{۲a}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow a=-۲\Rightarrow b=۳\Rightarrow a+b=۱$$

روش دوم

هوپیتال:

$$\lim_{x\to ۱}\frac{a+\sqrt{x+b}}{x-۱}\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to ۱}\frac{\frac{۱}{۲\sqrt{x+b}}}{۱}=\frac{۱}{۲\sqrt{۱+b}}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow b=۳\Rightarrow a=-۲\Rightarrow a+b=۱$$

حذف عامل ابهام به کمک گویا کردن کسرهای شامل عبارت رادیکالی

برای رفع ابهام $\frac{۰}{۰}$ از حد توابع کسری به فرم $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$، اگر تابع $f(x)$ و یا $g(x)$ (و یا گاهی وقتا هر دو)، شامل عبارت رادیکالی باشند، در این صورت باتوجه به فرجه رادیکال و با استفاده از اتحادهای مزدوج و یا چاق و لاغر، صورت و مخرج کسر را در عبارت رادیکالی مناسبی ضرب می‌کنیم، سپس به کمک همین اتحادها، عامل صفرکننده را در صورت و مخرج کسر ظاهر کرده و آن‌ها را با هم ساده می‌کنیم و در نهایت حاصل حد را در $x=a$ به دست می‌آوریم.

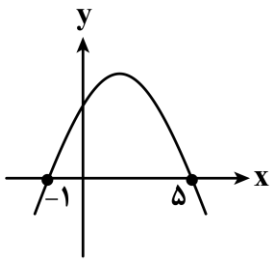
یادآوری

$$(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=a-b$$

$$(\sqrt[۳]{a}\pm\sqrt[۳]{b})(\sqrt[۳]{a^۲}\mp\sqrt[۳]{ab}+\sqrt[۳]{b^۲})=a\pm b$$

ماز

۴- نمودار سهمی f به صورت مقابل است. حاصل $\lim\limits_{x\to -۱}\frac{f(x)}{f(۲-۳x)}$ کدام است؟



۱) $-\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$

۳) $-\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ ریاضی ۲ صفحهٔ ۱۳۱ و ۱۳۲ ـ ۱۱۰۶)

بررسی سریع:

$$\lim_{x\to -۱}\frac{f(x)}{f(۲-۳x)}=\lim_{x\to -۱}\frac{a(x+۱)(x-۵)}{a(۲-۳x+۱)(۲-۳x-۵)}=\lim_{x\to -۱}\frac{x-۵}{-۹(۱-x)}=\frac{۱}{۳}$$

معادلهٔ سهمی به صورت $f(x)=a(x+۱)(x-۵)$ است، در نتیجه:

$$\lim_{x\to -۱}\frac{f(x)}{f(۲-۳x)}=\lim_{x\to -۱}\frac{a(x+۱)(x-۵)}{a(۲-۳x+۱)(۲-۳x-۵)}=\lim_{x\to -۱}\frac{(x+۱)(x-۵)}{(۳-۳x)(-۳-۳x)}$$

$$=\lim_{x\to -۱}\frac{(x+۱)(x-۵)}{-۹(۱-x)(x+۱)}=\lim_{x\to -۱}\frac{x-۵}{-۹(۱-x)}=\frac{-۶}{-۱۸}=\frac{۱}{۳}$$

۵- حد راست و حد چپ تابع $f(x)=\frac{x^۲-۴x+۳}{(x-۱)^۲}$ در $x=۱$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) $+\infty$ و $+\infty$ ۲) $-\infty$ و $+\infty$ ۳) $+\infty$ و $-\infty$ ۴) $-\infty$ و $-\infty$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ خط به خط ـ سریع ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۵۵ و ۵۶ ـ ۱۲۰۳)

ابتدا صورت و مخرج کسر را ساده می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{(x-۱)(x-۳)}{(x-۱)^۲}=\frac{x-۳}{x-۱}$$

حال داریم:

$$\lim_{x\to ۱^+}f(x)=\frac{-۲}{۰^+}=-\infty$$

$$\lim_{x\to ۱^-}f(x)=\frac{-۲}{۰^-}=+\infty$$

محاسبه حدهای نامتناهی

برای محاسبه حد $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$ دو حالت را بررسی می‌کنیم:

حالت اول: اگر حاصل حد صورت کسر در $x=a$ برابر عددی غیرصفر و حاصل حد مخرج کسر در $x=a$ برابر صفر باشد، در این صورت حاصل حد برابر $+\infty$ و یا $-\infty$ خواهد شد که برای مشخص کردن علامت ∞، باید علامت عدد صورت کسر و علامت صفر مخرج را تعیین کنیم که حالت‌های مختلف آن را در جدول زیر بررسی کرده‌ایم:

$\lim_{x\to a}f(x)$	$\lim_{x\to a}g(x)$	$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$	مثال
عدد +	۰^+	$\frac{+\text{عدد}}{۰^+}=+\infty$	$\lim_{x\to ۲^-}\frac{x-۱}{۲-x}=\frac{۱}{۰^+}=+\infty$
عدد +	۰^-	$\frac{+\text{عدد}}{۰^-}=-\infty$	$\lim_{x\to ۲^-}\frac{x+۳}{x^۲-۴}=\frac{۵}{۰^-}=-\infty$
عدد −	۰^+	$\frac{-\text{عدد}}{۰^+}=-\infty$	$\lim_{x\to ۱^+}\frac{\sqrt{x}-۲}{x^۲-۱}=\frac{-۱}{۰^+}=-\infty$
عدد −	۰^-	$\frac{-\text{عدد}}{۰^-}=+\infty$	$\lim_{x\to (-۱)^-}\frac{۲x+۱}{x+۱}=\frac{-۱}{۰^-}=+\infty$

توجه کنید در تمامی موارد بالا، مقدار حد مخرج کسر برابر **صفر حدی** است به عبارت دیگر، حاصل حد مخرج کسر، عددی بسیار نزدیک به صفر است و **دقیقاً خود صفر نیست** و از طرفی از درسنامه‌های قبل به یاد داریم که اگر در یک حدی حاصل حد مخرج کسر برابر صفر مطلق (یعنی خود خود صفر) باشد، در این صورت، می‌گوییم که آن حد جواب ندارد و اصطلاحاً **تعریف نشده** است.

حالت دوم: اگر حاصل حد صورت کسر در $x=a$ برابر یک عدد و حاصل حد مخرج کسر در $x=a$ برابر بی‌نهایت (حالا یا $+\infty$ و یا $-\infty$) باشد، در این صورت، حاصل حد برابر صفر است، به عبارت دیگر:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to a} f(x)=L\\ \lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty\end{cases}\Rightarrow \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{L}{\pm\infty}=0$$

مثال

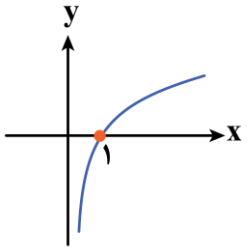
۶- حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-}\tan x$ و $\lim\limits_{x\to 0^+}\log x$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) $+\infty$ و $+\infty$ ۲) $+\infty$ و $-\infty$ ۳) $-\infty$ و $+\infty$ ۴) $-\infty$ و $-\infty$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ خط به خط ـ سریع ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۵۷ ـ ۱۲۰۳)

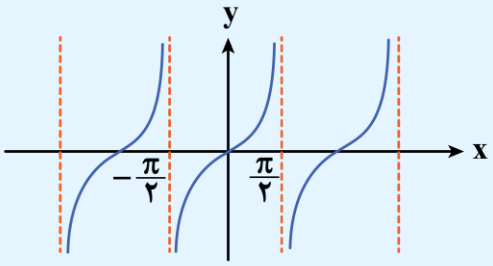
در سمت چپ $x=\frac{\pi}{2}$، مقدار $\tan x$ برابر $+\infty$ است.

همچنین با توجه به نمودار $\log x$، حاصل حد راست آن در $x=0$ برابر $-\infty$ است.



تیز باش ...

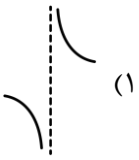
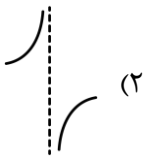
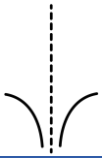
با توجه به نمودار $y=\tan x$ داریم:



$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\tan x=-\infty\\ \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-}\tan x=+\infty\end{cases}$$

مثال

۷- نمودار تابع $f(x)=\frac{1}{x^2-x}+\frac{1}{x^2-1}$ در مجاورت $x=1$ کدام است؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ ترکیبی ـ سریع ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۵۶ ـ ۱۲۰۳)

تابع f را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{1}{x(x-1)}+\frac{1}{(x-1)(x+1)}=\frac{x+1+x}{x(x-1)(x+1)}=\frac{2x+1}{x(x-1)(x+1)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 1^+} f(x)=\frac{3}{0^+}=+\infty$$



$$\Rightarrow \lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} \frac{2x+1}{x(x-1)(x+1)} = \frac{3}{0^-} = -\infty$$

۸- اگر $\lim_{x\to -1} \frac{2x+1}{2x^2+ax+b} = -\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x\to 1^-} \frac{[ax]}{bx+1}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $+\infty$ ۳) $-\infty$ ۴) $\frac{4}{3}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۵۴ ـ ۱۲۰۳)

در $x=-1$ مخرج کسر برابر صفر است و چون حد چپ و راست هر دو برابر $-\infty$ است، پس $x=-1$ ریشهٔ مضاعف مخرج است.

$$2x^2+ax+b = 2(x+1)^2 = 2x^2+4x+2$$

پس $a=4$ و $b=2$ است.

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{[ax]}{bx+1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{[4x]}{2x+1} = \frac{3}{3} = 1$$

۹- به ازای چند مقدار حقیقی a، تساوی $\lim_{x\to a^+} \frac{3x-2}{x^3-3x^2+2x} = -\infty$ برقرار است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۵۶ ـ ۱۲۰۳)

بررسی سریع:

$$\text{a ریشه مخرج است} \Rightarrow x(x-1)(x-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=2 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{3x-2}{x(x-1)(x-2)} = -\infty \ , \ \lim_{x\to 1^+} \frac{3x-2}{x(x-1)(x-2)} = -\infty$$

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{3x-2}{x(x-1)(x-2)} = +\infty \ , \ a=0 \text{ یا } 1$$

$x=a$ باید ریشهٔ مخرج باشد و ریشه‌های مخرج به طریق زیر به دست می‌آیند:

$$x^3-3x^2+2x=0 \Rightarrow x(x^2-3x+2)=0 \Rightarrow x(x-1)(x-2)=0$$

در نتیجه باید یکی از حالات زیر رخ داده باشد:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{3x-2}{x(x-1)(x-2)} = \frac{-2}{0^+(-1)(-2)} = -\infty$$

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{3x-2}{x(x-1)(x-2)} = \frac{1}{1\times 0^+\times(-1)} = -\infty$$

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{3x-2}{x(x-1)(x-2)} = \frac{4}{2\times 1\times 0^+} = +\infty$$

پس a می‌تواند برابر صفر یا یک باشد، یعنی به ازای ۲ مقدار حقیقی a تساوی برقرار است.

۱۰- اگر $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{bx-a[x]}{ax^۲-۱۲}=-\infty$ باشد، حاصل $[۲b]$ چند مقدار مختلف می‌تواند باشد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۵۶ ـ ۱۲۰۳)

به ازای $x=۲$ باید مخرج برابر صفر شود، پس:

$$a(۲)^۲-۱۲=۰\Rightarrow ۴a-۱۲=۰\Rightarrow a=۳$$

حال در $x=۲$ حد چپ و راست را به صورت جداگانه بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۲^+}\frac{bx-۳[x]}{۳x^۲-۱۲}=\lim_{x\to ۲^+}\frac{۲b-۶}{۰^+}=-\infty\Rightarrow ۲b-۶<۰\Rightarrow b<۳$$

$$\lim_{x\to ۲^-}\frac{bx-۳[x]}{۳x^۲-۱۲}=\lim_{x\to ۲^-}\frac{۲b-۳}{۰^-}=-\infty\Rightarrow ۲b-۳>۰\Rightarrow b>\frac{۳}{۲}$$

پس:

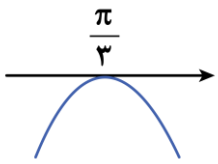
$$\frac{۳}{۲}<b<۳\Rightarrow ۳<۲b<۶\Rightarrow [۲b]=۳\text{ یا }۴\text{ یا }۵$$

۱۱- اگر $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۳}}\frac{۱}{a+۲\sin(bx)}=-\infty$ باشد، زوج مرتب (a,b) کدام می‌تواند باشد؟

۱) $(۲,\frac{۳}{۲})$ ۲) $(-۲,\frac{۳}{۲})$ ۳) $(۲,-\frac{۳}{۲})$ ۴) $(-۲,-\frac{۳}{۲})$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی ـ زمان‌بَر ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۵۷ ـ ۱۲۰۳)

در نقطهٔ $x=\frac{\pi}{۳}$ مخرج باید صفر باشد و در اطراف آن باید منفی باشد، پس نمودار مخرج باید به صورت مقابل باشد.



به ازای $a=-۲$، داریم:

$$y=-۲+۲\sin(bx)\Rightarrow y(\frac{\pi}{۳})=-۲+۲\sin(\frac{b\pi}{۳})=۰$$

$$\Rightarrow \sin(\frac{b\pi}{۳})=۱\Rightarrow \frac{b\pi}{۳}=\frac{\pi}{۲}\Rightarrow b=\frac{۳}{۲}\Rightarrow (a,b)=(-۲,\frac{۳}{۲})$$

توجه کنید که برای $a=۲$، مقدار $b=\frac{۹}{۲}$ به دست می‌آید.

۱۲- اگر f یک تابع خطی و $g(x)=\begin{cases}f(x) & |x|<۲\\ x^۲+۲x & |x|\geq ۲\end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، مقدار $f(-۱)$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) -۱ ۳) ۴ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ خط به خط ـ استاندارد ـ ریاضی ۲ صفحهٔ ۱۴۲ ـ ۱۱۰۶)

بررسی سریع:

f تابع خطی است:

$$g(x)=\begin{cases}ax+b & -۲<x<۲\\ x^۲+۲x & x\geq ۲\text{ یا }x\leq -۲\end{cases}$$

بررسی پیوستگی در $x=۲$ و $x=-۲$:

$$\lim_{x\to ۲}g(x)=g(۲)\Rightarrow ۲a+b=۸$$
$$\lim_{x\to -۲}g(x)=g(-۲)\Rightarrow -۲a+b=۰$$
$$\Rightarrow b=۴,a=۲\Rightarrow f(-۱)=۲$$

با توجه به خطی بودن تابع f فرض کنید $f(x)=ax+b$ باشد. برای آن‌که $g(x)$ در کل $\mathbb{R}$ پیوسته باشد کافی است g در $x=۲$ و $x=-۲$ پیوسته باشد:

$$g(x)=\begin{cases} ax+b & -۲<x<۲ \\ x^۲+۲x & x\geq ۲ \text{ یا } x\leq -۲ \end{cases}$$

بررسی پیوستگی در $x=۲$:

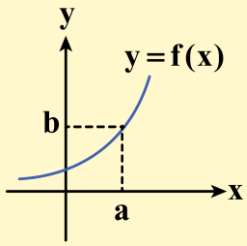
$$\underbrace{\lim_{x\to ۲^+} g(x)}_{۸}=\underbrace{\lim_{x\to ۲^-} g(x)}_{۲a+b}=g(۲)\Rightarrow ۲a+b=۸$$

بررسی پیوستگی در $x=-۲$:

$$\underbrace{\lim_{x\to (-۲)^+} g(x)}_{-۲a+b}=\underbrace{\lim_{x\to (-۲)^-} g(x)}_{۰}=g(-۲)\Rightarrow -۲a+b=۰$$

$$\begin{cases} -۲a+b=۰ \\ ۲a+b=۸ \end{cases}\Rightarrow b=۴\,,\,a=۲\Rightarrow f(x)=۲x+۴\Rightarrow f(-۱)=۲$$

پیوستگی در نقطه



f در نقطه $x=a$ پیوسته است، هرگاه دو شرط زیر را داشته باشد:

۱) تابع f در نقطه $x=a$ حد داشته باشد:

$$\lim_{x\to a^-} f(x)=\lim_{x\to a^+} f(x)=b$$

۲) مقدار تابع f در نقطه $x=a$ موجود و برابر حد تابع باشد:

$$f(a)=\lim_{x\to a} f(x)=b \quad (a\in\mathbb{R})$$

به بیان دیگر برای این‌که تابع f در نقطه $x=a$ پیوسته باشد، باید:

(مقدار تابع در $x=a$) = (حد چپ در $x=a$) = (حد راست در $x=a$): به زبان فارسی

به زبان ریاضی: $\lim_{x\to a^+} f(x)=\lim_{x\to a^-} f(x)=f(a)$

ماز

۱۳- اگر $f=\{(۱,۲),(-۳,۱),(۲,-۳),(-۲,-۱)\}$ و $g(x)=\frac{۱۰f(x)}{x+۳}$ باشد، مجموع اعضای برد تابع gof کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) -۲ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۲۰۱)

بررسی سریع:

برای نوشتن gof داریم:

$$\left.\begin{aligned} gof(۱)&=g(۲)=\frac{۱۰f(۲)}{۵}=-۶ \\ gof(-۳)&=g(۱)=\frac{۱۰f(۱)}{۴}=۵ \\ gof(۲)&=g(-۳)\Rightarrow \text{تعریف نشده} \\ gof(-۲)&=g(-۱)=\frac{۱۰f(-۱)}{۲}\Rightarrow \text{تعریف نشده} \end{aligned}\right\}\Rightarrow gof=\{(۱,-۶),(-۳,۵)\}\Rightarrow \text{مجموع اعضای برد } -۱+۵=-۶$$

برای محاسبهٔ gof باید اعضای دامنهٔ f را وارد کنیم:

$$x=۱\Rightarrow f(۱)=۲\Rightarrow gof(۱)=g(۲)=\frac{۱۰f(۲)}{۵}=\frac{-۳۰}{۵}=-۶$$

$$x=-۳\Rightarrow f(-۳)=۱\Rightarrow gof(-۳)=g(۱)=\frac{۱۰f(۱)}{۴}=\frac{۱۰\times ۲}{۴}=۵$$

ریاضی

۲ ۲ ۳ ⇒ ۲ ۳

$x=-2 \Rightarrow f(-2)=-1 \Rightarrow gof(-2)=g(-1)=\frac{10f(-1)}{2} \Rightarrow$ تعریف نشده

در نتیجه: $gof=\{(1,-6),(-3,5)\}$

و مجموع اعضای برد gof برابر با ۱− است.

نمایش زوج‌مرتبی ترکیب توابع

اگر $(a,b)\in g$ و $(b,c)\in f$ آن‌گاه $(a,c)\in fog$ خواهد بود، به عبارت دیگر:

$$a \xrightarrow{g} b \xrightarrow{f} c \Rightarrow (a,c)\in fog$$

طلایی

۱۴- تابع $f(x)=3x+m$ مفروض است. اگر تابع $g(x)=\begin{cases} f(-x) & x\geq 1 \\ -f(2x+m) & x<1 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ اکیداً یکنوا باشد، حدود m کدام است؟

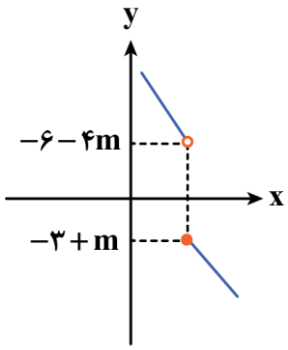
۱) $m\geq \frac{3}{5}$ ۲) $m\leq \frac{-3}{5}$ ۳) $m\geq 1$ ۴) $m\leq -1$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ ترکیبی ـ زمان‌بَر ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۱۰ ـ ۱۲۰۱)

ابتدا ضابطهٔ تابع g را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$g(x)=\begin{cases} -3x+m & x\geq 1 \\ -(3(2x+m)+m)=-6x-4m & x<1 \end{cases}$$

حال نمودار تابع g را به صورت تقریبی رسم می‌کنیم:



برای این‌که تابع g اکیداً یکنوا باشد، باید داشته باشیم:

$$-3+m\leq -6-4m \Rightarrow 5m\leq -3 \Rightarrow m\leq -\frac{3}{5}$$

طلایی

۱۵- نمودار تابع $f(x)=2x^2-3x$ را ۲ واحد به سمت راست انتقال داده، سپس نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم. نمودار حاصل را چند واحد به پایین انتقال دهیم تا نمودار f را در نقطه‌ای به طول $-\frac{1}{2}$ قطع کند؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۱۱۳ و ۱۱۴ ـ ۱۰۰۵)

بررسی سریع:

$$f(x)\xrightarrow{\text{۲ واحد به راست}} f(x-2)\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور y}} f(-x-2)\xrightarrow{\text{k واحد به پایین}} f(-x-2)-k$$

$$-k+f(-x-2)=f(x)\xrightarrow{x=-\frac{1}{2}} -k+f(-\frac{3}{2})=f(-\frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow -k+\frac{9}{2}+\frac{9}{2}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2} \Rightarrow -k+9=2 \Rightarrow k=7$$

تبدیلات داده شده را بر روی تابع اعمال می‌کنیم:

۲ واحد به راست: $y=f(x-2)$

قرینه نسبت به محور yها: $y=f(-x-2)$

k واحد به پایین: $y=f(-x-2)-k$

در نتیجه $x=\frac{-۱}{۲}$ جواب معادلهٔ $f(x)=f(-x-۲)-k$ است.

$$x=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow -k+f(-\frac{۳}{۲})=f(-\frac{۱}{۲})$$

$$\Rightarrow -k+۲(-\frac{۳}{۲})^۲-۳\times(\frac{-۳}{۲})=۲(-\frac{۱}{۲})^۲-۳\times(-\frac{۱}{۲})$$

$$\Rightarrow -k+\frac{۹}{۲}+\frac{۹}{۲}=\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۲}\Rightarrow -k+۹=۲\Rightarrow k=۷$$

۱۶- نمودار تابع $f(x)=ax^۳+b$، نمودار وارون خود را در نقطهٔ $A(۲,-۱)$ قطع می‌کند. مقدار $f^{-۱}(\frac{۴}{۳})$ چقدر است؟

۱) $-\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۲۴ و ۲۵ ـ ۱۲۰۱)

بررسی سریع:

$$f \text{ روی } A(۲,-۱) \text{ و } A'(-۱,۲) \text{ نقاط} \Rightarrow \begin{cases} ۸a+b=-۱ \\ -a+b=۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-\frac{۱}{۳} \\ b=\frac{۵}{۳} \end{cases}$$

$$f(x)=-\frac{۱}{۳}x^۳+\frac{۵}{۳}\Rightarrow -\frac{۱}{۳}x^۳+\frac{۵}{۳}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow x=۱\Rightarrow f^{-۱}(\frac{۴}{۳})=۱$$

با توجه به این‌که تابع f، نمودار وارون خود را در $A(۲,-۱)$ قطع می‌کند، پس باید نقاط $A(۲,-۱)$ و $A'(-۱,۲)$ روی نمودار f قرار داشته باشند:

$$\begin{cases} f(۲)=-۱\Rightarrow ۸a+b=-۱ \\ f(-۱)=۲\Rightarrow -a+b=۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-\frac{۱}{۳} \\ b=\frac{۵}{۳} \end{cases} \Rightarrow f(x)=-\frac{۱}{۳}x^۳+\frac{۵}{۳}$$

حال باید $f^{-۱}(\frac{۴}{۳})$ را محاسبه کنیم، اگر $f^{-۱}(\frac{۴}{۳})=k$ باشد نتیجه می‌گیریم $f(k)=\frac{۴}{۳}$ و داریم:

$$-\frac{۱}{۳}k^۳+\frac{۵}{۳}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow -\frac{۱}{۳}k^۳=-\frac{۱}{۳}\Rightarrow k^۳=۱\Rightarrow k=۱$$

یعنی: $f^{-۱}(\frac{۴}{۳})=۱$

ویژگی‌های تابع وارون

۱) دامنه تابع f با برد تابع $f^{-۱}$ برابر است و همچنین برد تابع f نیز با دامنه تابع $f^{-۱}$ برابر است.

$$D_f=R_{f^{-۱}}$$

$$R_f=D_{f^{-۱}}$$

۲) نمودار تابع f و تابع $f^{-۱}$، نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم $(y=x)$، متقارن هستند.

۳) اگر نقطه (a,b) روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، در این صورت نقطه (b,a) روی نمودار تابع $f^{-۱}$ قرار دارد، به عبارت دیگر:

$$(a,b)\in f \Leftrightarrow (b,a)\in f^{-۱}$$

۱۷- دامنهٔ هر دو تابع $f(x)=۲x+۱$ و $g(x)=۲-۲x$ برابر با $[-۱,۲]$ است. اگر اشتراک برد این دو تابع برابر با بازهٔ $[a,b]$ باشد، مقدار $f(b+۲a)$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۱۰۸ و ۱۱۳ ـ ۱۰۰۵)

$$\begin{cases} f(x)=۲x+۱ \xrightarrow{-۱\le x\le ۲} -۱\le f(x)\le ۵ \\ g(x)=۲-۲x \xrightarrow{-۱\le x\le ۲} -۲\le g(x)\le ۴ \end{cases}$$

در نتیجه اشتراک برد f و g برابر با بازهٔ $[-۱,۴]$ است، یعنی:

$$a=-۱\ ,b=۴$$
$$\Rightarrow f(b+۲a)=f(\underbrace{۴+۲\times(-۱)}_{۲})=f(۲)=۵$$

۱۸- فرض کنید $f(x)=a\sin^۲\frac{x}{b}$ باشد، به ازای کدام مقدار a، دورهٔ تناوب تابع $y=f(\frac{b\pi}{a}x)$ برابر $\frac{۲}{۳}$ است؟

۱) $\pm\frac{۲}{۳}$ ۲) ±۳ ۳) ±۲ ۴) $\pm\frac{۳}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ خط به خط ـ سریع ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۳۵ ـ ۱۲۰۲)

روش اول

$$f(\frac{b\pi}{a}x)=a\sin^۲(\frac{۱}{b}\times\frac{b\pi}{a}x)=a\sin^۲(\frac{\pi}{a}x)$$

حال با توجه به این‌که دورهٔ تناوب تابع $\sin^۲ mx$ برابر $\frac{\pi}{|m|}$ است، داریم:

$$T=\frac{\pi}{|\frac{\pi}{a}|}=|a|=\frac{۲}{۳}\Rightarrow a=\pm\frac{۲}{۳}$$

روش دوم

با توجه به این‌که $\sin^۲\alpha=\frac{۱-\cos ۲\alpha}{۲}$ می‌باشد، پس داریم:

$$a\sin^۲(\frac{\pi}{a}x)=\frac{a-a\cos(\frac{۲\pi}{a}x)}{۲}$$

در نتیجه:

$$T=\frac{۲\pi}{|\frac{۲\pi}{a}|}=|a|=\frac{۲}{۳}\Rightarrow a=\pm\frac{۲}{۳}$$

نکته

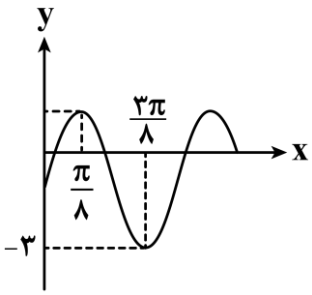
دورهٔ تناوب مثلثاتی: اگر a، b و c اعدادی حقیقی و $a,b\neq ۰$ باشند، داریم:

$$\begin{cases} f(x)=a\sin(bx+c)+d \\ f(x)=a\cos(bx+c)+d \end{cases}\Rightarrow T=\frac{۲\pi}{|b|}$$

$$\begin{cases} f(x)=a\tan(bx+c)+d \\ f(x)=a\cot(bx+c)+d \end{cases}\Rightarrow T=\frac{\pi}{|b|}$$

کاملاً مشخصه که در توابع مثلثاتی بالا، **دوره تناوب فقط به ضریب x وابسته هست** و بقیه ضرایب در دوره تناوب تاثیری ندارن چرا که ضرایب a و d فقط برد تابع را تغییر می‌دن و مقدار c هم نمودار رو در راستای محور xها جابه‌جا می‌کنه، پس فقط **مقدار b** در ضریب x می‌تونه نمودار تابع رو **در راستای محور xها منقبض یا منبسط** کرده و روی دورهٔ تناوب تاثیر بذاره.

۱۹- قسمتی از نمودار تابع $f(x)=۱+۲a\cos^۲(bx+\frac{\pi}{۴})$ به صورت مقابل است. مقدار $a-b$ کدام است؟



۱) ۲
۲) ۴
۳) -۴
۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۳۵ و ۳۶ و ۴۳ ـ ۱۲۰۲)

با توجه به رابطهٔ $۲\cos^۲\alpha=۱+\cos ۲\alpha$ خواهیم داشت:

$$f(x)=۱+a\left(۱+\cos(۲bx+\frac{\pi}{۲})\right)=۱+a-a\sin(۲bx)\Rightarrow f(x)=-a\sin(۲bx)+a+۱$$

با توجه به شکل:

$$\frac{T}{۲}=\frac{۳\pi}{۸}-\frac{\pi}{۸}=\frac{\pi}{۴}\Rightarrow T=\frac{\pi}{۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۲\pi}{|۲b|}=\frac{\pi}{۲}\Rightarrow|b|=۲$$

با توجه به این‌که شروع تابع f در $x=۰$ صعودی است پس باید $-ab>۰$ باشد که در نتیجه: $ab<۰$.

همچنین $f(۰)=۱+a$ مقداری منفی است پس $a<۰$ و در نتیجه $b>۰$ است و خواهیم داشت: $b=۲$

$$f(x)=-a\sin(۴x)+a+۱$$

$$f(\frac{۳\pi}{۸})=-۳\Rightarrow-a\sin(۴\times\frac{۳\pi}{۸})+a+۱=-۳$$

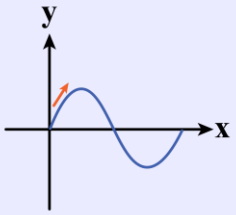
$$\Rightarrow-a\sin(\frac{۳\pi}{۲})+a+۱=-۳\Rightarrow a+a+۱=-۳\Rightarrow a=-۲$$

پس:

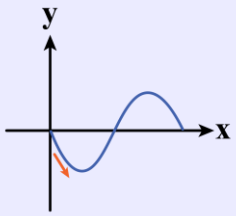
$$a-b=-۲-۲=-۴$$

نمودار توابع به فرم $y=a\sin(bx)+c$ و $y=a\cos(bx)+c$:

شروع (start) نمودار: در تابع $y=a\sin(bx)+c$، اگر a و b هم‌علامت نباشند $(ab<۰)$، نمودار از $x=۰$ به صورت **نزولی** حرکت می‌کند و اگر a و b هم‌علامت باشند $(ab>۰)$، نمودار در شروع از صفر **صعودی** است.

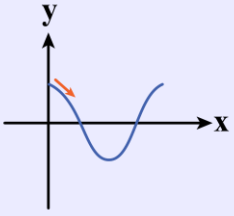


$ab>۰$

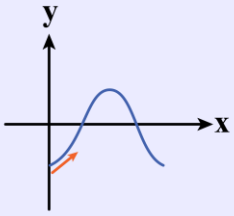


$ab<۰$

در تابع $y=a\cos(bx)+c$، اگر $a>۰$ باشد نمودار از $x=۰$ به صورت **نزولی** حرکت می‌کند و اگر $a<۰$ باشد، نمودار در شروع از صفر **صعودی** است.

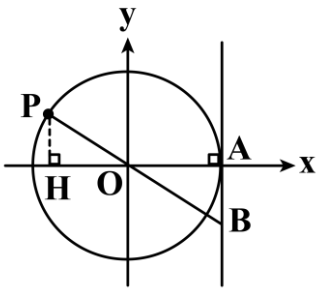


$a>۰$



$a<۰$

۱۲۰- در دایرهٔ مثلثاتی شکل مقابل، $OH = ۲AB$ است. عرض نقطهٔ P کدام است؟



۱) $۲-\sqrt{۳}$

۲) $\sqrt{۲}-۱$

۳) $۳-۲\sqrt{۲}$

۴) $\sqrt{۳}-۱$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۳۷ ـ ۱۲۰۲)

بررسی سریع:

فرض کنیم $A\hat{O}P = \alpha$ باشد، در نتیجه $P(\cos\alpha, \sin\alpha)$ است.

$$OH = ۲AB \Rightarrow \cos\alpha = ۲\tan\alpha \Rightarrow \cos^۲\alpha = ۲\sin\alpha \Rightarrow \sin^۲\alpha + ۲\sin\alpha - ۱ = ۰ \Rightarrow \sin\alpha = -۱ \pm \sqrt{۲}$$

α در ناحیه دوم است، پس $\sin\alpha > ۰$، در نتیجه: $\sin\alpha = \sqrt{۲} - ۱$

فرض کنیم $A\hat{O}P = \alpha$ باشد، آن‌گاه مختصات نقطهٔ P به صورت $P(\cos\alpha, \sin\alpha)$ خواهد بود.

$$OH = ۲AB \Rightarrow \cos\alpha = ۲\tan\alpha \Rightarrow \cos\alpha = ۲\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \cos^۲\alpha = ۲\sin\alpha \xrightarrow{\cos^۲\alpha = ۱ - \sin^۲\alpha} ۱ - \sin^۲\alpha = ۲\sin\alpha \Rightarrow \sin^۲\alpha + ۲\sin\alpha - ۱ = ۰$$

اگر $\sin\alpha = t$ در نظر بگیریم:

$$t^۲ + ۲t - ۱ = ۰ \Rightarrow t = \frac{-۲ \pm \sqrt{۸}}{۲} = -۱ \pm \sqrt{۲}$$

چون α در ناحیهٔ دوم است، پس $\sin\alpha$ مثبت است. در نتیجه:

$$\sin\alpha = \sqrt{۲} - ۱$$

توجه

عرض نقطهٔ P همان $\sin\alpha$ است.

ماز

۱۲۱- معادلهٔ $\sin ۲x + \cos x = ۰$ در بازهٔ $(۰, \alpha)$ چهار جواب دارد. حداکثر α کدام است؟

۱) $\frac{۱۱\pi}{۶}$

۲) $\frac{۵\pi}{۲}$

۳) $\frac{۱۹\pi}{۶}$

۴) $\frac{۲۵\pi}{۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ ریاضی ۳ صفحهٔ ۴۵ و ۴۶ ـ ۱۲۰۲)

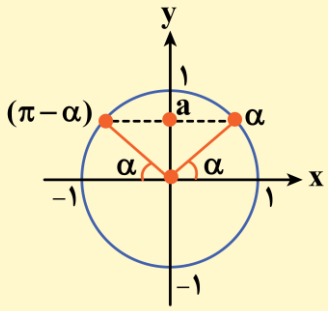
$$\sin ۲x + \cos x = ۰ \Rightarrow ۲\sin x\cos x + \cos x = ۰$$

$$\Rightarrow \cos x(۲\sin x + ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \cos x = ۰ \Rightarrow x = \frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۲}, \frac{۵\pi}{۲}, \dots \\ \sin x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow x = \frac{۷\pi}{۶}, \frac{۱۱\pi}{۶}, \dots \end{cases}$$

اگر ریشه‌ها را به ترتیب روی محور xها در نظر بگیریم، $\frac{۵\pi}{۲}$ برابر پنجمین ریشهٔ معادله خواهد بود. پس حداکثر α برابر $\frac{۵\pi}{۲}$ است.

معادلات به فرم $\sin x = a$

برای حل معادلات به فرم $\sin x = a$ که در آن a عدد حقیقی و $-1 \le a \le 1$ است، ابتدا زاویه‌ای مانند α که مقدار سینوس آن برابر a باشد را پیدا کرده $(\sin\alpha = a)$ و سپس معادله $\sin x = a$ را به‌صورت $\sin x = \sin\alpha$ بازنویسی می‌کنیم، درنهایت برای پیدا کردن جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin x = \sin\alpha$ داریم:

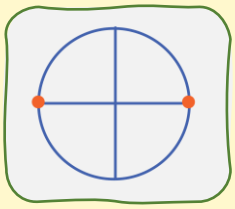
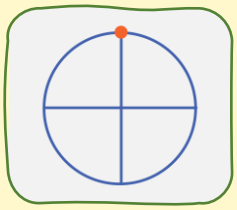
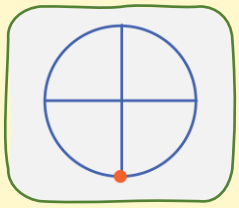


$$\sin x = \sin\alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + (\pi - \alpha) \end{cases}$$

و در حالت کلی‌تر داریم:

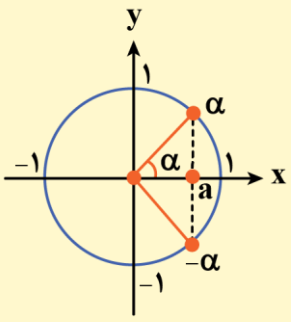
$$\sin f(x) = \sin g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 2k\pi + g(x) \\ f(x) = 2k\pi + \pi - g(x) \end{cases}$$

حالت‌های خاص معادلات سینوسی

معادله	جواب کلی	جواب‌ها روی دایره مثلثاتی
$\sin x = 0$	$x = k\pi$	
$\sin x = 1$	$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$	
$\sin x = -1$	$x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$	

معادلات به فرم $\cos x = a$

برای حل معادلات به فرم $\cos x = a$ که در آن a عددی حقیقی و $-1 \le a \le 1$ است، نیز همانند حل معادلات سینوسی، ابتدا باید زاویه‌ای مانند α که مقدار کسینوس آن برابر a باشد را پیدا کنیم $(\cos\alpha = a)$ و سپس معادله $\cos x = a$ را به‌صورت $\cos x = \cos\alpha$ بنویسیم، درنهایت برای پیدا کردن جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos x = \cos\alpha$ داریم:

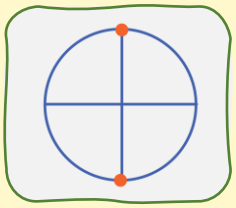
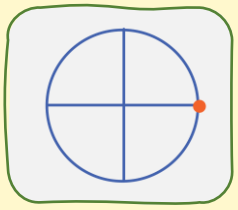
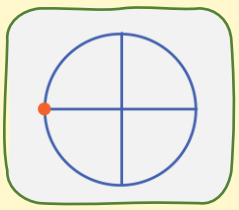


$$\cos x = \cos\alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi - \alpha \end{cases}$$

و در حالت کلی‌تر داریم:

$$\cos f(x) = \cos g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 2k\pi + g(x) \\ f(x) = 2k\pi - g(x) \end{cases}$$

حالت‌های خاص معادلات کسینوسی

جواب‌ها روی دایره مثلثاتی	جواب کلی	معادله
	$x = k\pi + \frac{\pi}{2}$	$\cos x = 0$
	$x = 2k\pi$	$\cos x = 1$
	$x = (2k+1)\pi$	$\cos x = -1$

مثال

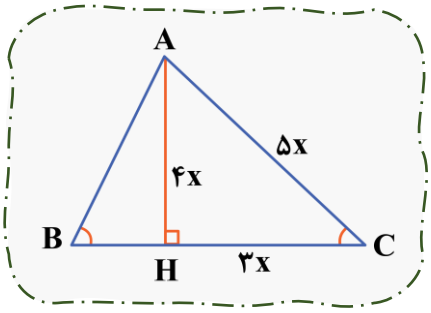
۱۲۲- در مثلث ABC، اگر $\sin\hat{C} = \frac{4}{5}$ و $BC = \frac{8}{5}AC$ باشد، مقدار $\tan\hat{B}$ کدام است؟

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۸ ۳) ۱/۲ ۴) ۰/۹

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۳۴ ـ ۱۰۰۲)

روش اول

چون $\sin\hat{C} = \frac{4}{5}$ است، پس می‌توان فرض کرد $AH = 4x$ و $AC = 5x$ و در نتیجه طبق رابطهٔ فیثاغورس، $CH = 3x$ است.



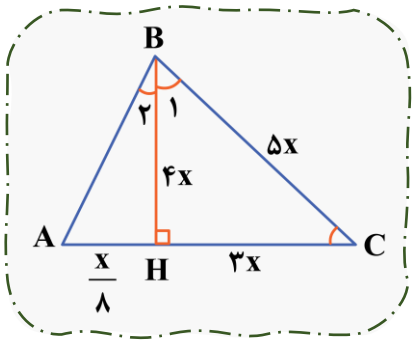
از طرفی:

$$BC = \frac{8}{5}AC \Rightarrow BH + 3x = \frac{8}{5} \times 5x \Rightarrow BH = 5x$$

و در نهایت:

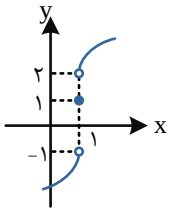
$$\tan\hat{B} = \frac{AH}{BH} = \frac{4x}{5x} = 0/8$$

روش دوم



$$\tan\hat{B} = \tan(\hat{B}_1 + \hat{B}_2) = \frac{\tan\hat{B}_1 + \tan\hat{B}_2}{1 - \tan\hat{B}_1 . \tan\hat{B}_2} = \frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{32}}{1 - \frac{3}{4} \times \frac{1}{32}} = 0/8$$

۱- با توجه به نمودار تابع f، اگر $\lim\limits_{x\to 1}|3f(x)-a|=b$ باشد، $a+b$ کدام است؟



۱) صفر

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) $\frac{۹}{۲}$

۴) ۶

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۶)

حاصل حد برابر b است، بنابراین حد چپ و راست برابر هستند.

$$\left.\begin{matrix}\lim\limits_{x\to 1^+}|3f(x)-a|=|6-a|=|a-6|\\ \lim\limits_{x\to 1^-}|3f(x)-a|=|-3-a|=|a+3|\end{matrix}\right\}\Rightarrow |a+3|=|a-6|\Rightarrow \begin{cases}a+3=a-6\Rightarrow 3=-6 & \text{غ‌ق‌ق}\\ a+3=6-a\Rightarrow a=\frac{3}{2} & \checkmark\end{cases}$$

$$\Rightarrow b=|a+3|=\left|\frac{3}{2}+3\right|=\frac{9}{2}\checkmark$$

بنابراین:

$$a+b=\frac{3}{2}+\frac{9}{2}=6$$

هر چقدر نزدیک می‌شیم بازم نمی‌رسیم!

وقتی می‌گوییم $x\to a$ یعنی $x\neq a$ ولی x از دو طرف خیلی به a نزدیک می‌شود.

وقتی + یا − نداریم، یعنی از هر دو طرف نزدیک می‌شیم!

وقتی می‌گوییم $x\to a$ یعنی هم $x\to a^+$ و هم $x\to a^-$ (حتماً هر دو)

کی حد داریم حالا؟

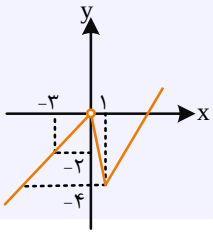
تابع f وقتی در $x=a$ حد دارد که حد راست و حد چپ موجود و برابر داشته باشد.

کی حاصل حد موجوده؟

حد همیشه باید عدد حقیقی و منحصر به فرد باشد و مقدار ∞ برای حد قابل قبول نیست.

سوال تالیفی

شکل مقابل، نمودار تابع f است. مقدار $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{|x|}+\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{|x|}{f(x)}$ کدام است؟



۱) −۵/۵

۲) −۴/۲۵

۳) −۳/۷۵

۴) −۲/۵

۲- حاصل $\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt[3]{\sqrt{x}+1}-1}{\sqrt{\sqrt[3]{x}+1}-1}\times x^{-\frac{1}{6}}$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{3}$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۶)

حاصل حد را رفع ابهام می‌کنیم:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt[3]{\sqrt{x}+1}-1}{\sqrt{\sqrt[3]{x}+1}-1}\times x^{-\frac{1}{6}} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt[3]{\sqrt{x}+1}-1}{\sqrt{\sqrt[3]{x}+1}-1}\times \frac{\overbrace{\sqrt[3]{(\sqrt{x}+1)^2}+\sqrt[3]{\sqrt{x}+1}+1}^{3}}{\overbrace{\sqrt[3]{(\sqrt{x}+1)^2}+\sqrt[3]{\sqrt{x}+1}+1}^{3}}\times \frac{\overbrace{\sqrt{\sqrt[3]{x}+1}+1}^{2}}{\sqrt{\sqrt[3]{x}+1}+1}\times x^{-\frac{1}{6}}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{2\sqrt{x}}{3\sqrt[3]{x}}\times \frac{1}{\sqrt[6]{x}} = \lim_{x\to 0^+} \frac{2\sqrt{x}}{3\sqrt{x}} = \frac{2}{3}$$

قِلقش رو یاد بگیر!

فرجه دو رو با مزدوج و فرجه سوم رو با چاق و لاغر رفع ابهام می‌کنیم! اینو خوب یاد بگیرین!

رفع ابهام $\frac{0}{0}$

برای این کار باید عامل صفرکننده را در صورت و در مخرج یافت و با هم ساده نمود.

کنکور سراسری ریاضی ۹۹

حاصل $\lim_{x\to 1} \frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}}$ کدام است؟

۱) $-1/5$ ۲) $-1/2$ ۳) $-0/8$ ۴) $-0/6$

گروه آموزشی ماز

۳- اگر $\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-} \frac{x^2+ax+\left[\frac{1}{x^2}\right]}{4x-\left[\frac{1}{x}\right]}=b$ باشد، $a-4b$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -1 ۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۶)

اگر $x\to(-\frac{1}{2})^-$، آن‌گاه: $\left[\frac{1}{x^2}\right]=\left[4^-\right]=3$

$$\left[\frac{1}{x}\right]=\left[(-2)^+\right]=-2$$

بنابراین:

$$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-} \frac{x^2+ax+\left[\frac{1}{x^2}\right]}{4x-\left[\frac{1}{x}\right]} = \lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-} \frac{x^2+ax+3}{4x+2}$$

حد مخرج کسر برابر صفر است، بنابراین حد صورت نیز باید صفر باشد.

$$\frac{1}{4}-\frac{a}{2}+3=0 \Rightarrow \frac{a}{2}=\frac{13}{4} \Rightarrow a=\frac{13}{2}$$

خواهیم داشت:

$$b=\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-} \frac{x^2+\frac{13}{2}x+3}{4x+2} = \lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-} \frac{(x+\frac{1}{2})(x+6)}{4(x+\frac{1}{2})} = \frac{\frac{11}{2}}{4}=\frac{11}{8}$$

میان‌بُر (هوپیتال)

$$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-}\frac{x^2+\frac{13}{2}x+3}{4x+2}\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-}\frac{2x+\frac{13}{2}}{4}=\frac{\frac{11}{2}}{4}=\frac{11}{8}=b$$

$$\Rightarrow a-4b=\frac{13}{2}-\frac{11}{2}=1$$

قِلِقش رو یاد بگیر!

توی حدهایی که جزء صحیح دارن، سریع تکلیف اونو روشن می‌کنیم!

گروه آموزشی ماز

۴- اگر $f(x)=\begin{cases}\frac{a^2x-[x]}{x^2-1} & x>1\\ \frac{|x|-1}{\sqrt[3]{x}-1} & x\le 1\end{cases}$ و $\lim\limits_{x\to\pi^+}f(1+a\sin x)=\frac{1}{\sqrt{b}+1}$ باشد، $a+b$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{3}{2}$

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۶)

ابتدا حد چپ تابع f را در $x=1$ محاسبه می‌کنیم.

$$\lim_{x\to1^-}f(x)=\lim_{x\to1^-}\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}=\lim_{x\to1^-}\frac{(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)}{\sqrt[3]{x}-1}=3$$

اگر $a>0$ باشد، آن‌گاه:

$$\lim_{x\to\pi^+}f(1+a\sin x)=f(1^-)=3\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{b}+1}=3\Rightarrow\sqrt{b}=-\frac{2}{3}$$ غ‌ق‌ق

نتیجه می‌گیریم $a<0$ است.

حال حد راست تابع f را در $x=1$ به دست می‌آوریم. حد مخرج کسر برابر صفر است. بنابراین حد صورت نیز باید صفر شود و در نتیجه: $a^2=1\Rightarrow a=-1$

$$\lim_{x\to1^+}f(x)=\lim_{x\to1^+}\frac{x-1}{x^2-1}=\lim_{x\to1^+}\frac{x-1}{(x-1)(x+1)}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{b}+1}=\frac{1}{2}\Rightarrow b=1$$

خواهیم داشت: $a+b=0$

گروه آموزشی ماز

۵- حاصل $\lim\limits_{x\to\pi^+}\frac{(1+\cos x)\sqrt{1+\tan^2\frac{x}{2}}}{\sin x}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -1 ۳) ۲ ۴) -2

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۶)

جرقه ذهنی:

این که یه جا کمان $\frac{x}{2}$ و یه جا x داریم، نشونه خوبی برای استفاده از روابط مثلثاتی دو برابر کمانه!

می‌دانیم: $1+\cos x=2\cos^2\frac{x}{2}$ و $1+\tan^2\frac{x}{2}=\frac{1}{\cos^2\frac{x}{2}}$

خواهیم داشت:

$$\lim_{x\to\pi^+}\frac{(1+\cos x)\sqrt{1+\tan^2\frac{x}{2}}}{\sin x}=\lim_{x\to\pi^+}\frac{2\cos^2\frac{x}{2}\sqrt{\frac{1}{\cos^2\frac{x}{2}}}}{2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}=\lim_{x\to\pi^+}\frac{\cos\frac{x}{2}\times\frac{1}{\left|\cos\frac{x}{2}\right|}}{\sin\frac{x}{2}}=\lim_{x\to\pi^+}\frac{\cos\frac{x}{2}\times\frac{1}{-\cos\frac{x}{2}}}{\sin\frac{x}{2}}=\lim_{x\to\pi^+}\frac{-1}{\sin\frac{x}{2}}=-1$$

روابط دو برابر کمان

$\cos ۲x = ۲\cos^۲ x - ۱ = ۱ - ۲\sin^۲ x = \cos^۲ x - \sin^۲ x$

$\sin ۲x = ۲\sin x \cos x$

سوال تالیفی

حاصل $\lim\limits_{x \to ۱^+} \frac{\sin^۲ \pi x}{[x] + \cos \pi x}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) π ۴) ۲π

گروه آموزشی ماز

۶- به ازای کدام مقدار a تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{۱ + x - \sqrt[۳]{۱-x}}{x} & x \neq ۰ \\ a+۱ & x = ۰ \end{cases}$ در $x = ۰$ پیوسته است؟

۱) ۳ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) ۴ ۴) $\frac{۴}{۳}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۶)

جرقه ذهنی

دیگه نمی‌دونیم چجوی بگیم! فرجه سوم دیدین، گوشه ذهنتون باید چاق و لاغر باشه!

حد تابع f را در $x = ۰$ محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \to ۰} \frac{۱ + x - \sqrt[۳]{۱-x}}{x} \times \frac{(۱+x)^۲ + (۱+x)\sqrt[۳]{۱-x} + \sqrt[۳]{(۱-x)^۲}}{(۱+x)^۲ + (۱+x)\sqrt[۳]{۱-x} + \sqrt[۳]{(۱-x)^۲}} = \lim_{x \to ۰} \frac{(۱+x)^۳ - (۱-x)}{۳x}$$

$$= \lim_{x \to ۰} \frac{x^۳ + ۳x^۲ + ۴x}{۳x} = \lim_{x \to ۰} \frac{\cancel{x}(x^۲ + ۳x + ۴)}{۳\cancel{x}} = \frac{۴}{۳}$$

مقدار تابع باید با حد تابع برابر باشد:

$$a + ۱ = \frac{۴}{۳} \Rightarrow a = \frac{۱}{۳}$$

میان‌بُر (هوپیتال)

$$\lim_{x \to ۰} \frac{۱ + x - \sqrt[۳]{۱-x}}{x} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \to ۰} \frac{۱ - (\frac{۱}{۳})(-۱)(۱-x)^{-\frac{۲}{۳}}}{۱} = ۱ + \frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۳}$$

پیوستگی در نقطه

تابع f را در نقطهٔ $x = a$ (عضو دامنهٔ f) **پیوسته** گویند، هرگاه داشته باشیم: $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$

و پیوسته از **راست** گوییم هرگاه داشته باشیم: $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = f(a)$

و پیوسته از **چپ** گوییم هرگاه داشته باشیم: $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = f(a)$

سوال تالیفی

اگر تابع با ضابطهٔ $f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax+۳} & ; x < ۱ \\ x^۲ + ax & ; x \geq ۱ \end{cases}$ در نقطهٔ $x = ۱$ پیوسته باشد، $f(-\frac{۳}{۴})$ کدام است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۱/۵ ۴) ۲/۵

۷- کدام‌یک از توابع زیر در $x=2$ فقط از چپ پیوسته است؟

۱) $f(x)=x-[x]$ ۲) $g(x)=[x]+[-x]$ ۳) $h(x)=[x]-[-x]$ ۴) $t(x)=x-[-x]$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۶)

روش اول:

در گزینه‌های ۱ و ۴ عبارت x در ناپیوستگی تاثیری ندارد، زیرا همواره پیوسته است. در واقع برای بررسی پیوستگی فقط به عبارت براکتی می‌پردازیم.

$[x]$ در تمام نقاط صحیح فقط پیوستگی راست دارد و $[-x]$ در تمام نقاط صحیح فقط پیوستگی چپ دارد. بنابراین $t(x)=x-[-x]$ در $x=2$ فقط از چپ پیوسته است.

روش دوم:

بررسی گزینه‌ها:

۱) $f(x)=x-[x]\Rightarrow\begin{cases}2^+\to 2-2=0\\2\to 2-2=0\\2^-\to 2-1=1\end{cases}$ پیوسته از راست

۲) $g(x)=[x]+[-x]\Rightarrow\begin{cases}2^+\to 2-3=-1\\2\to 2-2=0\\2^-\to 1-2=-1\end{cases}$ ناپیوسته از چپ و راست

۳) $h(x)=[x]-[-x]\Rightarrow\begin{cases}2^+\to 2-(-3)=5\\2\to 2-(-2)=4\\2^-\to 1-(-2)=3\end{cases}$ ناپیوسته از چپ و راست

۴) $t(x)=x-[-x]\Rightarrow\begin{cases}2^+\to 2-(-3)=5\\2\to 2-(-2)=4\\2^-\to 2-(-2)=4\end{cases}$ پیوسته از چپ

جرقه ذهنی

اگر نمودار $f(x)$ و $g(x)$ رو بلد باشید (که جزء نمودارهای مهم هستن) سریع گزینه ۱ و ۲ رو حذف می‌کنین!

بررسی پیوستگی تابع $y=[f(x)]$: (برای fهای پیوسته)

$y=[f(x)]$

y پیوسته است $\Rightarrow$ عدد صحیح $\neq f(x)$

مگر در جاهایی که $f(x)$ دره $(\min)$ است، که y پیوسته است. $\Rightarrow$ y ناپیوسته است $\Rightarrow$ عدد صحیح $=f(x)$

بررسی پیوستگی یک طرفه در نقاطی که $f(x)$ عدد صحیح است ولی دره $(\min)$ نیست:

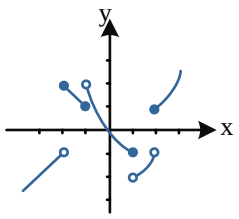
الف) جاهایی که $f(x)$ صعودی است: y فقط از راست پیوسته است.

ب) جاهایی که $f(x)$ نزولی است: y فقط از چپ پیوسته است.

ج) جاهایی که $f(x)$ قله $(\max)$ است: y از دو طرف ناپیوسته است.

گروه آموزشی ماز

۸- نمودار تابع $y=f(x)$ رسم شده است. تابع $y=fof(x)$ در کدام نقطه از راست پیوسته است؟



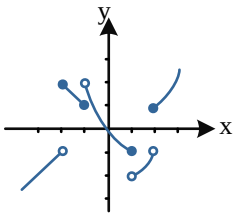
۱) $x=-2$
۲) $x=-1$
۳) $x=1$
۴) $x=2$

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۶)

بررسی گزینه‌ها:

۱) $\begin{cases} fof(-۲^+)=f(۲^-)=-۱ \\ fof(-۲)=f(۲)=۱ \end{cases}$ ×

۲) $\begin{cases} fof(-۱^+)=f(۲^-)=-۱ \\ fof(-۱)=f(۱)=-۱ \end{cases}$ ✓



۳) $\begin{cases} fof(۱^+)=f(-۲^+)=۲ \\ fof(۱)=f(-۱)=۱ \end{cases}$ ×

۴) $\begin{cases} fof(۲^+)=f(۱^+)=-۲ \\ fof(۲)=f(۱)=-۱ \end{cases}$ ×

گروه آموزشی ماز

۹- تابع $f(x)=(x-k)\left[\sqrt{x}\right]$ در بازهٔ $(۰,۲۵)$ در سه نقطه ناپیوسته است. k چند مقدار متمایز می‌تواند باشد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۶)

تابع $\left[\sqrt{x}\right]$ در نقاط $x=۱, x=۴, x=۹, x=۱۶$ ناپیوسته است، زیرا $\sqrt{x}$ در این نقاط مقداری صحیح است. اما تابع $y=(x-k)\left[\sqrt{x}\right]$ در سه نقطه ناپیوسته است. بنابراین k باید یکی از مقادیر $۹,۴,۱$ یا ۱۶ باشد.

مختصر نکته‌ای!

اگر $k\in\mathbb{Z}$ باشد، تابع $f(x)=g(x)\left[x\right]$ هنگامی پیوسته است که $g(k)=۰$ باشد.

سوال تالیفی

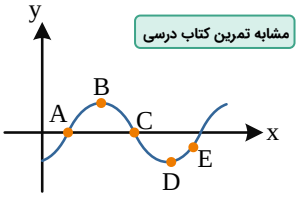
تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $|x|\le ۲$; $f(x)=\left[x\right]\sin \pi x$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

گروه آموزشی ماز

۱۰- در چند نقطه از نقاط مشخص شده شکل مقابل، مقدار مشتق تابع از مقدار تابع کمتر است؟

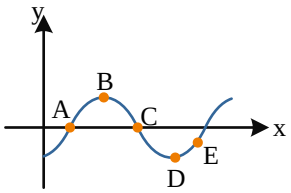
مشابه تمرین کتاب درسی



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

نقطه	A	B	C	D	E
f	۰	+	۰	−	−
f′	+	۰	−	۰	+



در نقاط B و C مقدار مشتق تابع از مقدار تابع کمتر است.

خط مماس

در تابع مشتق‌پذیر f، خط مماس بر منحنی در نقطهٔ A به طول $x=a$ روی منحنی، خطی است که از A می‌گذرد و شیب آن برابر $f'(a)$ می‌باشد.

تعریف: شیب منحنی در نقطهٔ a = شیب خط مماس بر منحنی در نقطهٔ a.

گروه آموزشی ماز

۱۱- تابع f پیوسته و $f'(۲)\neq ۰$ است. اگر $\lim\limits_{x\to ۲}\dfrac{f(x)-۲}{x^۲-۲x}=\lim\limits_{h\to ۰}\dfrac{f(ah+۲)-۲}{h^۲-۲h}=b$ باشد، a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) -۱

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

حدود داده شده را ساده می‌کنیم. با توجه به اینکه حد مخرج کسر برابر صفر است، واضح است که $f(۲)=۲$ می‌باشد.

$$\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-۲}{x(x-۲)}=\lim_{x\to ۲}\frac{۱}{x}\times\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}=\frac{۱}{۲}f'(۲)$$

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f(ah+۲)-۲}{h(h-۲)}=\lim_{h\to ۰}\frac{۱}{h-۲}\times\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲+ah)-۲}{h}=-\frac{۱}{۲}\times af'(۲)$$

بنابراین:

$$-\frac{a}{۲}f'(۲)=\frac{۱}{۲}f'(۲)\Rightarrow a=-۱$$

میان‌بُر (هوپیتال)

$$\lim_{x\to ۲}\frac{f'(x)}{۲x-۲}=\lim_{h\to ۰}\frac{af'(ah+۲)}{۲h-۲}\Rightarrow\frac{f'(۲)}{۲}=\frac{af'(۲)}{-۲}\Rightarrow a=-۱$$

مشتق

تعریف: تابع f را که در همسایگی نقطه $x=a$ تعریف شده است را در نظر می‌گیریم. به حد زیر در صورت وجود، **مشتق** تابع f در نقطهٔ a گفته می‌شود و با نماد $f'(a)$ نمایش می‌دهیم:

تعریف مشتق:
$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

مشتق راست:
$$f'_+(a)=\lim_{x\to a^+}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

مشتق چپ:
$$f'_-(a)=\lim_{x\to a^-}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

بیان تعریف مشتق با ظاهری دیگر:

تعریف دوم مشتق:
$$f'(x)=\lim_{h\to ۰}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

مشتق راست:
$$f'_+(x)=\lim_{h\to ۰^+}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

مشتق چپ:
$$f'_-(x)=\lim_{h\to ۰^-}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

این نکته رو خوب یادت باشه، ولی اگر یادت رفت نگران نباش، هوپیتال بگیر!

اگر تابع f در a دارای مشتق باشد، آن‌گاه: $\lim_{h\to ۰}\frac{f(a+mh)-f(a+nh)}{kh}=\frac{m-n}{k}f'(a)$

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر $f(x)=\frac{(۲\sqrt{x}-۴)\times\sqrt[۳]{x+۴}}{|x+۴|}$ باشد، $f'(۴)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۱۶}$

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

جرقه ذهنی

رادیکال با فرجه زوج عامل ابهامه ... پس از مزدوج استفاده می‌کنیم.

با توجه به تعریف مشتق داریم:

$$f'(۴)=\lim_{x\to ۴}\frac{f(x)-f(۴)}{x-۴}=\lim_{x\to ۴}\frac{\frac{(۲\sqrt{x}-۴)\times\sqrt[۳]{x+۴}}{|x+۴|}-۰}{x-۴}=\lim_{x\to ۴}\frac{۲(\sqrt{x}-۲)\sqrt[۳]{x+۴}}{|x+۴|(\sqrt{x}-۲)(\sqrt{x}+۲)}=\frac{۲\times ۲}{۸\times ۴}=\frac{۱}{۸}$$

میان‌بُر (مشتق عامل صفرشونده)

چون $(۲\sqrt{x}-۴)$ عامل صفرشونده صورت $f(x)$ است. برای محاسبه $f'(۴)$ کافیست از آن مشتق گرفته و سپس $x=۴$ را جای‌گذاری کنیم:

$$\Rightarrow(۲\sqrt{x}+۴)'=\frac{۲(\frac{۱}{۲})}{\sqrt{x}}=\frac{۱}{\sqrt{x}}\Rightarrow f'(۴)=\frac{(\frac{۱}{۲})(۲)}{۸}=\frac{۱}{۸}$$

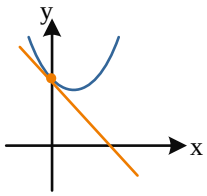
کنکور سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۱

اگر $f(x)=x\left(\sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}}\right)^3$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{27}$ ۲) $\frac{1}{9}$ ۳) $\frac{2}{7}$ ۴) $\frac{3}{14}$

گروه آموزشی ماز

۱۳- قسمتی از تابع $f(x)=2x^2+ax+b$ و خط $y=-\frac{a^2}{4}x+3$ مماس بر آن رسم شده است. $f(a+b)$ کدام است؟



۱) ۱
۲) ۷
۳) ۹
۴) ۲۱

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

عرض از مبدأ خط برابر ۳ است. بنابراین خط و منحنی در $(0,3)$ بر یکدیگر مماس هستند.

$$f(0)=3\Rightarrow b=3\Rightarrow f(x)=2x^2+ax+3$$

مشتق تابع در $x=0$ را محاسبه می‌کنیم.

$$f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0}\frac{2x^2+ax+3-3}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{x(2x+a)}{x}=a$$

شیب خط مماس بر منحنی در $x=0$ همان $f'(0)$ است. در نتیجه:

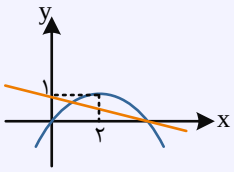
$$-\frac{a^2}{4}=a\Rightarrow a^2+4a=0\Rightarrow\begin{cases}a=0 \text{ غ‌ق‌ق}\Rightarrow \text{خط مماس بر تابع افقی می‌شود}\\ a=-4\ \checkmark\end{cases}$$

خواهیم داشت: $f(x)=2x^2-4x+3$

$$f(a+b)=f(-1)=9$$

سوال تالیفی

نمودار تابع سهمی f و خط راست g در شکل زیر داده شده است. مقدار $\lim\limits_{x\to 4^-}\frac{f(x)+g(x)}{4-x}$ کدام است؟



۱) $-\frac{3}{2}$ ۲) $-\frac{5}{4}$ ۳) $\frac{5}{4}$ ۴) $\frac{3}{2}$

گروه آموزشی ماز

۱۴- خط گذرنده از دو نقطهٔ $(-2,1)$ و $(-1,4)$ بر تابع $f(x)$ در نقطهٔ تلاقی $f(x)$ با محور yها مماس است. حاصل $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x}{f^2(x)+f(x)-2}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -1 ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $-\frac{1}{3}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

معادلهٔ خط گذرا از دو نقطهٔ $(-2,1)$ و $(-1,4)$ را می‌نویسیم:

$$y-4=\frac{4-(-2)}{-1-1}(x+1)\Rightarrow y-4=-3(x+1)\Rightarrow y=-3x+1$$

$$f(0)=1$$

$$f'(0)=-3$$

این خط در $x=0$ بر $f(x)$ مماس است. بنابراین:

خواهیم داشت:

$$\lim_{x\to 0}\frac{3x}{f^2(x)+f(x)-2}=\lim_{x\to 0}\frac{3x}{(f(x)+2)(f(x)-1)}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{f(x)-f(0)}\times\lim_{x\to 0}\frac{3}{f(x)+2}=\frac{1}{f'(0)}\times\frac{3}{1+2}=-\frac{1}{3}$$

میان‌بُر (هوپیتال)

$$\lim_{x\to 0}\frac{3x}{f^2(x)+f(x)-2}\xrightarrow{\text{HOP}}\lim_{x\to 0}\frac{3}{2f'(x)f(x)+f'(x)}=\frac{3}{2(-3)+(-3)}=\frac{3}{-9}=-\frac{1}{3}$$

پاسخنامه دفترچه ۳ آزمون مرحله ۱

ریاضی دوازدهم | ۱۷ مهرماه ۱۴۰۴

۱. اگر تابع $f(x)=\frac{۳x+k+۱}{۶x-۱}$ تابعی ثابت باشد، مقدار k کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $-\frac{۳}{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

پاسخ: گزینه ۳

روش اول: باید عبارت صورت و مخرج کسر مضربی از هم باشند:

$$f(x)=\frac{۳x+k+۱}{۶x-۱}=\frac{(۳x+k+۱)}{۲(۳x-\frac{۱}{۲})} \Rightarrow k+۱=-\frac{۱}{۲} \rightarrow k=-\frac{۳}{۲}$$

روش دوم: در تابع ثابت هر دو نقطه‌ی دلخواه از دامنه‌ی تابع دارای مقدار یکسانی هستند. پس:

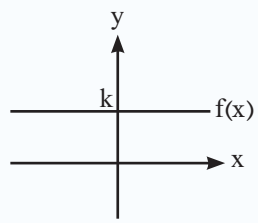
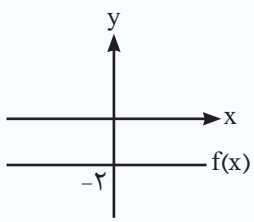
$$f(۰)=f(۱) \rightarrow \frac{k+۱}{-۱}=\frac{k+۴}{۵} \rightarrow ۵k+۵=-k-۴ \rightarrow ۶k=-۹ \rightarrow k=-\frac{۹}{۶}=-\frac{۳}{۲}$$

روش سوم: تابع $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ با شرط $ad-bc=۰$ تابعی ثابت با دامنه‌ی $\mathbb{R}-\{-\frac{d}{c}\}$ است. بنابراین:

$$f(x)=\frac{۳x+k+۱}{۶x-۱} \rightarrow ad-bc=۳(-۱)-(k+۱)(۶)=۰$$

$$-۳-۶k-۶=۰ \rightarrow ۶k=-۹ \rightarrow k=-\frac{۹}{۶}=-\frac{۳}{۲}$$

تابع ثابت

این تابع به شکل $f(x)=k$ نوشته می‌شود که برد آن تک عضوی است و نمودار آن، خط افقی موازی محور x ها است.	نمودار تابع $f(x)=-۲$ به صورت مقابل است.
	

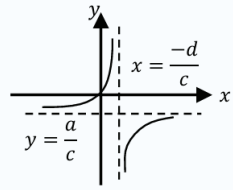
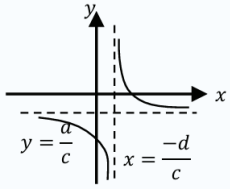
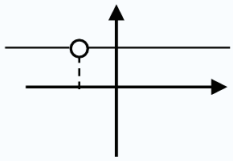
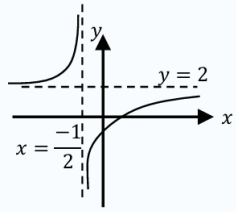
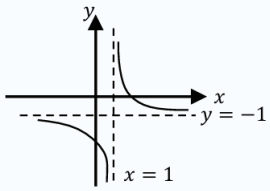
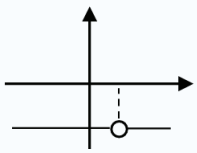
توابع گویا

تابع به شکل $y=\frac{f(x)}{g(x)}$ که در آن توابع $f(x)$ و $g(x)$ چند جمله‌ای هستند و $g(x)\neq ۰$ است، تابع گویا نامیده می‌شود.	
دامنه	دامنه این توابع به صورت $\mathbb{R}-\{$ریشه‌های مخرج$\}$ است.
	در تابع $f(x)=\frac{\sqrt[۳]{۳x-۱}}{x^۲-۳x+۲}$، دامنه تابع برابر $R_f=\mathbb{R}-\{۱,۲\}$ است.
برد	برد توابع گویا به شکل $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ (تابع هموگرافیک) برابر $R_f=\mathbb{R}-\{\frac{a}{c}\}$ است.
	در تابع $f(x)=\frac{x-۳}{۲x+۵}$، برد تابع برابر $R_f=\mathbb{R}-\{\frac{۱}{۲}\}$ است.

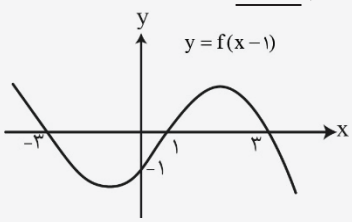
توابع گویا

نمودار توابع $y=\frac{ax+b}{cx+d}$

خط $x=\frac{-d}{c}$ (این خط مجانب قائم نام دارد) که در این تابع همان ریشه مخرج است و خط $y=\frac{a}{c}$ (این خط مجانب افقی نام دارد) را رسم می‌کنیم. سپس با مشتق‌گیری از تابع، به یکی از سه حالت زیر می‌رسیم.

نمودار صعودی $ad-bc>0$	نمودار نزولی $ad-bc<0$	نمودار ثابت $ad-bc=0$
		
نمودار تابع $y=\frac{4x-1}{2x+1}$ به صورت زیر است.	نمودار تابع $y=\frac{x-2}{1-x}$ به صورت زیر است.	نمودار تابع $y=\frac{2x-2}{1-x}$ به صورت زیر است.
		

۲. با توجه به نمودار تابع $y=f(x-1)$ در شکل مقابل، اگر $f(m)=0$ باشد، حاصل $m+f(2)$ کدام نیست؟



۱) -4

۲) صفر

۳) ۲

۴) ۶

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به نمودار ریشه‌های تابع $y=f(x-1)$ برابر ۳، ۱ و -3 است، بنابراین ریشه‌های تابع $y=f(x)$ برابر با ۲، ۰ و -4 است.

حال از $f(x)=0$ می‌توان نتیجه گرفت x یکی از اعداد ۲، ۰ و -4 است.

با توجه به نمودار $y=f(x-1)$ داریم:

$m=3\rightarrow f(3-1)=f(2)=0$

$m=-4\rightarrow m+f(2)=-4+0=-4$

$m=0\rightarrow m+f(2)=0+0=0$

$m=2\rightarrow m+f(2)=2+0=2$

بنابراین گزینه‌ی (۴) نمی‌تواند جواب باشد.

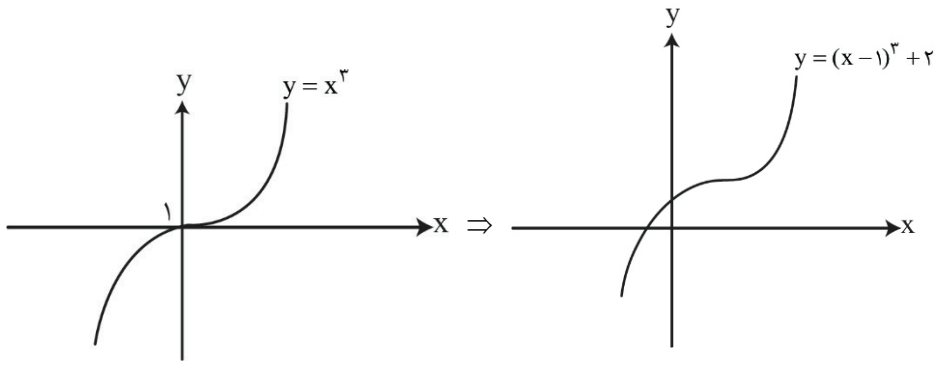
۳. نمودار تابع چندجمله‌ای $f(x)=x^3-nx^{\frac{n}{3}+1}+3x^{\frac{3}{n}}+1$ از کدام ناحیه‌ی دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟

۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

پاسخ: گزینه ۴

در تابع چندجمله‌ای توان xها باید عددی حسابی باشند. بنابراین:

$$\begin{cases}\frac{n}{3}+1\in W\\ \frac{3}{n}\in W\end{cases}\rightarrow n=3\rightarrow f(x)=x^3-3x^2+3x+1\rightarrow f(x)=x^3-3x^2+3x-1+2=(x-1)^3+2$$

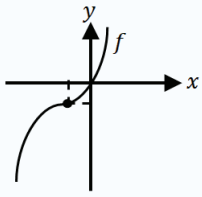


نمودار تابع f از ناحیه‌ی چهارم نمی‌گذرد.

تابع درجه سوم

در تابع با ضابطه $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ ,(a\neq 0)$، اگر $\Delta'_f=0$ باشد، آنگاه این تابع به صورت $f(x)=k(x-\alpha)^3+\beta$ قابل نمایش است. (با مشتق در فصل چهارم ریاضی ۳ آشنا خواهید شد.)

تابع $f(x)=2x^3+6x^2+6x$ را می‌توانیم به صورت $f(x)=2(x+1)^3-2$ نشان دهیم. نمودار آن به صورت زیر است.



۴. برد تابع $f(x)=\sqrt{x}-\sqrt{1-x}+[x]$ شامل چند عدد طبیعی است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) بی‌شمار

پاسخ: گزینه ۳

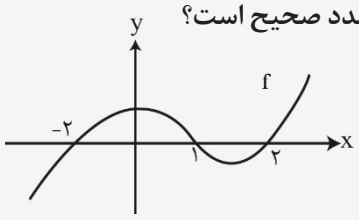
ابتدا دامنه‌ی تابع را می‌یابیم:

$$\begin{cases}\sqrt{x}\to x\geq 0\\ \sqrt{1-x}\to 1-x\geq 0\to x\leq 1\end{cases}\xrightarrow{\cap} 0\leq x\leq 1$$

$$\begin{cases}0\leq x<1\to [x]=0\to y=\sqrt{x}-\sqrt{1-x}\xrightarrow{\text{تابع اکیدا صعودی}} R=[f(0),f(1))=[-1,1)\\ x=1\to y=1-0+1=2\end{cases}$$

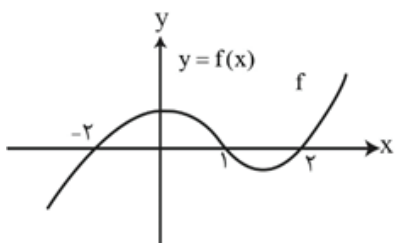
بنابراین برد تابع f به صورت $[-1,1)\cup\{2\}$ بوده و شامل یک عدد طبیعی است.

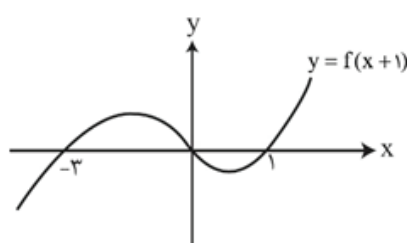
۵. نمودار زیر، تابع $y=f(x)$ را نشان می‌دهد. دامنه تابع $y=\sqrt{\frac{xf(x)-2f(x)}{f(x+1)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) بی‌شمار

پاسخ: گزینه ۴





$f(x)=۰\rightarrow x=-۲,۱,۲$

$f(x+۱)=۰\rightarrow x=-۳,۰,۱$

$y=\sqrt{\frac{(x-۲)f(x)}{f(x+۱)}}\rightarrow \frac{(x-۲)f(x)}{f(x+۱)}\geq ۰$

x		-۳		-۲		۰		۱		۲	
$x-۲$	$-$		$-$		$-$		$-$		$-$	۰	$+$
$f(x)$	$-$		$-$	۰	$+$		$+$	۰	$-$	۰	$+$
$f(x+۱)$	$-$	۰	$+$		$+$	۰	$-$	۰	$+$		$+$
کل	$-$	ت ن	$+$	۰	$-$	ت ن	$+$	ت ن	$+$	۰	$+$

بنابراین دامنه‌ی تابع به صورت $(-۳,-۲]\cup(۰,۱)\cup(۱,+\infty)$ است که شامل بی‌شمار عدد صحیح است.

۶. تابع f اکیداً نزولی و دامنه‌ی آن مجموعه‌ی از مقادیر مثبت است. اگر مجموعه جواب نامعادله‌ی $f(x|x|)<f(|x^۳+۱|-۱)$ به صورت (a,b) باشد، حاصل $b-a$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲

$f(x|x|)\rightarrow x|x|>۰\rightarrow x>۰ \qquad (I)$

$$f(|x^۳+۱|-۱)>۰\rightarrow |x^۳+۱|-۱>۰\rightarrow |x^۳+۱|>۱\rightarrow \begin{cases} x^۳+۱>۱\rightarrow x^۳>۰\rightarrow x>۰ \\ x^۳+۱<-۱\rightarrow x^۳<-۲\rightarrow x<-\sqrt[۳]{۲} \end{cases} \qquad (II)$$

$$\xrightarrow{(I)\cap(II)} x>۰$$

ریشه‌ها: $x=۰$ و -۱ و $۱\rightarrow x\neq ۰$ و ± ۱ $\rightarrow f$ اکیدا نزولی $\rightarrow x|x|>|x^۳+۱|-۱$

$$\begin{cases} x<-۱\rightarrow -x^۲>-x^۳-۱-۱\rightarrow x^۳-x^۲+۲>۰\rightarrow (x+۱)\underbrace{(x^۲-۲x+۲)}_{\text{همواره مثبت}}>۰\rightarrow x+۱>۰\rightarrow x>-۱\rightarrow x<-۱\cap x>-۱=\varnothing & (A) \\ -۱<x<۰\rightarrow -x^۲>x^۳+۱-۱\rightarrow x^۳+x^۲<۰\rightarrow x^۲(x+۱)<۰\rightarrow x+۱<۰\rightarrow x<-۱\rightarrow -۱<x<۰\cap x<-۱=\varnothing & (B) \\ x>۰\rightarrow x^۲>x^۳+۱-۱\rightarrow x^۳-x^۲<۰\rightarrow x^۲(x-۱)<۰\rightarrow x-۱<۰\rightarrow x<۱\rightarrow x>۰\cap x<۱=(۰,۱) & (C) \end{cases}$$

$A\cup B\cup C=\varnothing\cup\varnothing\cup(۰,۱)=(۰,۱)$

در نتیجه مجموعه جواب نامعادله به صورت زیر است.

$$(۰,۱)\cap(۰,+\infty)=(۰,۱)\rightarrow \begin{cases} a=۰ \\ b=۱ \end{cases}\rightarrow b-a=۱$$

۷. تابع $f(x)=(x-۱)\sqrt{۱-x}$ با کدام‌یک از توابع زیر مساوی است؟

۱) $\sqrt{-(۱-x)^۲}$ ۲) $\sqrt{(۱-x)^۳}$ ۳) $\sqrt{(x-۱)^۳}$ ۴) $-\sqrt{(۱-x)^۳}$

پاسخ: گزینه ۴

$f(x)=(x-۱)\sqrt{۱-x}\rightarrow D_f: ۱-x\geq ۰\rightarrow x\leq ۱$

شرط تساوی دو تابع f و g:

۱) دامنه‌ها برابر باشد.

۲) به ازای هر x عضو دامنه $f(x)=g(x)$ باشد.

۱) $y=\sqrt{-(1-x)^2} \xrightarrow{\text{دامنه}} -(1-x)^2\geq 0 \rightarrow (1-x)^2\leq 0 \rightarrow x=\{1\} \rightarrow D_y\neq D_f$ ×

۲) $y=\sqrt{(1-x)^3} \xrightarrow{\text{دامنه}} (1-x)^3\geq 0 \rightarrow 1-x\geq 0 \rightarrow x\leq 1 \rightarrow D_y=D_f$

بررسی ضابطه‌ها: $y=\sqrt{(1-x)^3}=\sqrt{(1-x)^2(1-x)}=|1-x|\sqrt{1-x}=(1-x)\sqrt{1-x}\neq f(x)$ ×

۳) $y=\sqrt{(x-1)^3} \xrightarrow{\text{دامنه}} (x-1)^3\geq 0 \rightarrow x-1\geq 0 \rightarrow x\geq 1 \rightarrow D_y\neq D_f$ ×

۴) $y=-\sqrt{(1-x)^3} \xrightarrow{\text{دامنه}} (1-x)^3\geq 0 \rightarrow 1-x\geq 0 \rightarrow 1-x\geq 0 \rightarrow x\leq 1 \rightarrow D_y=D_f$

بررسی ضابطه‌ها: $y=-\sqrt{(1-x)^2(1-x)}=-|1-x|\sqrt{1-x}=-(1-x)\sqrt{1-x}=(x-1)\sqrt{1-x}=f(x)$ ✓

تساوی توابع

شرط آنکه دو تابع مفروض f و g مساوی باشند، آن است که:

۱) دامنه دو تابع برابر باشد.

۲) در تمام نقاط دامنه، ضابطه دو تابع یکسان باشد.

چالش‌های مهم تساوی دو تابع

دامنه و برد برابر: ممکن است دو تابع دامنه و برد برابری داشته باشند، اما مساوی نباشند.

دو تابع $f=\{(2,3),(8,5)\}$ و $g=\{(8,3),(2,5)\}$ دامنه و برد یکسانی دارند ولی برابر نیستند.

ضابطه مساوی: گول ضابطه‌های مساوی توابع را نخورید! چون ممکن است دامنه ها برابر نباشند.
بنابراین حتما اول دامنه را چک می‌کنیم.

توابع زیر را در نظر بگیرید؛ در هر مثال، توابع دارای ضابطه‌های ظاهراً برابر اند ولی با هم مساوی نیستند.

$f(x)=\sqrt{x^2-x}$ ، $g(x)=\sqrt{x}\sqrt{x-1}$

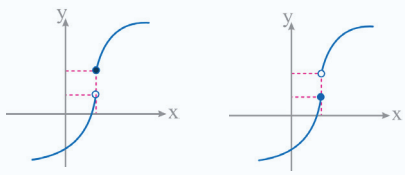
$g(x)=\cot x.\tan x$ ، $f(x)=\sin^2 x+\cos^2 x$

دامنه برابر و ضابطه تقریبا برابر: در مواردی که یک تابع ساده شود، ممکن است با یکی از خطاهای زیر به اشتباه تصور کنیم دو تابع مساوی‌اند.

قرار ندادن قدرمطلق در ریشه زوج:

$f(x)=\frac{\sqrt{x^2}}{x^2+1}$ ، $g(x)=\frac{x}{x^2+1}$

نابرابری در یک نقطه خاص: یعنی دو تابع در تمام نقاط به جز یک نقطه با هم مساوی باشند.



۸. اگر $f(x)=3x+8$ و $(gof)(x)=(fog)(x)-3g(x)+6x$ باشد، ضابطه‌ی تابع $g(x)$ کدام است؟

۱) $2x-8$ ۲) $-2x+8$ ۳) $6x+8$ ۴) $6x-8$

پاسخ: گزینه ۱

$(gof)(x)=f(g(x))-3g(x)+6x=3g(x)+8-3g(x)+6x \rightarrow (gof)(x)=6x+8 \rightarrow g(3x+8)=6x+8$

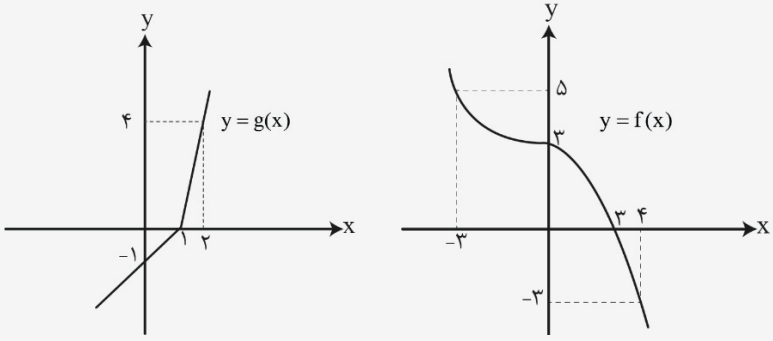
$\rightarrow 3x+8=t \rightarrow x=\frac{t-8}{3} \rightarrow g(t)=6(\frac{t-8}{3})+8$

$g(t)=2(t-8)+8=2t-8 \rightarrow g(x)=2x-8$

ترکیب توابع	ضابطه	معنی $fog(x)=f(g(x))$ این است که جای xهای تابع $f(x)$ ، تابع $g(x)$ را قرار دهیم و سپس ضابطه حاصل را ساده کنیم.
		دو تابع $f(x)=\sqrt{x+1}$ و $g(x)=\frac{1}{x-1}$ را در نظر بگیرید؛ ضابطه $(fog)(x)$ برابر است با: $(fog)(x)=f(g(x))=\sqrt{g(x)+1}=\sqrt{\frac{1}{x-1}+1}$
		اگر در گزینه ضابطه تابع مرکب را داده باشند، کافی است در یک عدد دلخواه، مقدار تابع مرکب را محاسبه کنیم و بعد در گزینه ها صادق خائن کنیم.
	زوج مرتب	اگر نمایش دو تابع به صورت زوج مرتبی باشد، برای ترکیب آنها به صورت مقابل عمل می‌کنیم. در ساخت $f(g(x))$ داریم: $(a,b)\in g \quad و \quad (b,c)\in f \Rightarrow (a,c)\in f(g(x))$
		دو تابع $f=\{(-1,2),(3,4),(2,1)\}$ و $g=\{(5,-1),(0,3),(1,1)\}$ را در نظر بگیرید؛ fog برابر است با: $fog=\{(5,2),(0,4)\}$
	مقدار $f(g(a))$	ابتدا مقدار تابع درونی را به ازای x داده شده محاسبه کرده و سپس این مقدار را به عنوان ورودی در تابع بیرونی قرار می‌دهیم.
		دو تابع $f(x)=\sqrt{x+1}$ و $g(x)=\frac{1}{x-1}$ را در نظر بگیرید؛ مقدار $(fog)(x)$ در نقطه $x=0$ برابر است با: $g(0)=\frac{1}{0-1}=-1 \rightarrow f(-1)=\sqrt{-1+1}=0 \Rightarrow (fog)(0)=0$

۹. نمودار دو تابع $y=f(x)$ و $y=g(x)$ به صورت مقابل است. مجموعه جواب نامعادله‌ی $|(fog)(x)|\le 3$ کدام است؟

۱) $[-3,3]$
۲) $[1,2]$
۳) $[0,4]$
۴) $[-3,4]$



پاسخ: گزینه ۲

$|(fog)(x)|\le 3 \rightarrow -3\le f(g(x))\le 3$

با توجه به نمودار تابع f، برای این‌که مقدار تابع f در بازه‌ی $[-3,3]$ قرار بگیرد، باید $0\le g(x)\le 4$ باشد. حال با توجه به نمودار تابع g، برای این‌که مقدار تابع g در بازه‌ی $[0,4]$ قرار بگیرد، باید $1\le x\le 2$ باشد:

$-3\le f(g(x))\le 3 \rightarrow 0\le g(x)\le 4 \rightarrow 1\le x\le 2$

10. اگر $f(x)=\frac{a}{x^2+2x+2}$ و $g(x)=\sqrt{x-4}$ و دامنه تابع gof به صورت $[b,4]$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۱۰۴ ۲) ۱۰۰ ۳) ۹۸ ۴) ۱۱۰

پاسخ: گزینه ۳

$f(x)=\frac{a}{x^2+2x+2} \rightarrow x^2+2x+2=0 \rightarrow \Delta<0 \xrightarrow{a>0} \text{همواره مثبت} \rightarrow D_f=\mathbb{R}$

$g(x)=\sqrt{x-4} \rightarrow x-4\ge 0 \rightarrow x\ge 4 \rightarrow D_g=[4,+\infty)$

$$D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}=\{x\in\mathbb{R}\mid \frac{a}{x^2+2x+2}\in x\geq 4\}$$

$$\rightarrow \frac{a}{x^2+2x+2}\geq 4\rightarrow \frac{a}{(x+1)^2+1}\geq 4\rightarrow \frac{a}{(x+1)^2+1}-4\geq 0\rightarrow \frac{a-4((x+1)^2+1)}{(x+1)^2+1}\geq 0$$

مجموعه جواب نامعادله به صورت $[b,4]$ است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت $x=b,4$ ریشه‌های عبارت صورت کسر هستند. بنابراین:

$$a-4((x+1)^2+1)=0\rightarrow x=4\xrightarrow{\text{صدق}} a-4(26)=0\rightarrow a=104$$

$$\xrightarrow{a=104} 104-4((x+1)^2+1)=0\rightarrow 26=(x+1)^2+1\rightarrow x^2+2x-24=0$$

$$\rightarrow (x+6)(x-4)=0\rightarrow \begin{cases} x=-6=b \\ x=4 \end{cases}\rightarrow a+b=104-6=98$$

دامنه ترکیب توابع

روش ۱

دامنه $fog(x)$ به صورت مقابل محاسبه می‌شود:

$$D_{fog}=\{\underbrace{x\in D_g}_{1}\mid \overbrace{g(x)\in D_f}^{2}\}$$

به همین ترتیب، برای $gof(x)$ داریم:

$$D_{gof}=\{\underbrace{x\in D_f}_{1}\mid \overbrace{f(x)\in D_g}^{2}\}$$

باید دو بخش را جداگانه محاسبه و جواب نهایی را اشتراک بگیریم.

دو تابع $f(x)=x^2+1$ و $g(x)=\sqrt{x}$ را در نظر بگیرید. دامنه تابع $(fog)(x)$ برابر است با:

$$D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}=[0,+\infty)\cap[0,+\infty)=[0,+\infty)$$

روش ۲

می‌توانیم ضابطه تابع مرکب را به دست آوریم و بعد دامنه آن را حساب کنیم.
اما دقت کنید که ضابطه به دست آمده را نباید ساده کنیم.

توجه

علاوه بر موارد گفته شده، اگر گزینه‌ها به صورت بازه‌ای باشند، می‌توانیم نقاطی از بازه‌ها انتخاب کرده و صدق دهیم.

پاسخنامه دفترچه ۳ آزمون مرحله ۲

ریاضی دوازدهم | ۱ آبان ماه ۱۴۰۴

1. بُرد تابع $f(x)=\frac{[x]|x|}{\sqrt{x-x^2}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بی‌شمار

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا دامنهٔ تابع f را می‌یابیم.

$$x-x^2>0 \rightarrow x(1-x)>0 \rightarrow 0<x<1$$

حال ضابطهٔ تابع f را بازنویسی می‌کنیم:

$$0<x<1 \rightarrow [x]=0 \rightarrow f(x)=0$$

بنابراین مجموعهٔ برد این تابع برابر $\{0\}$ است.

درسنامه

برد تابع

به مجموعه خروجی های تابع f، برد تابع f می‌گوییم و با نماد R_f نشان می‌دهیم.

برد توابع در نمایش زوج مرتبی

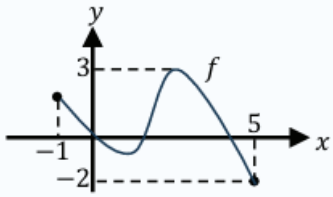
برد تابع، مجموعه مولفه‌های دوم هر زوج مرتب است.

در تابع $f=\{(-1,2),(3,1),(2,-1),(4,0)\}$، برد برابر $R_f=\{2,1,-1,0\}$ است.

برد توابع در نمایش نمودار مختصاتی

برد تابع، تصویر نمودار روی محور y ها است.

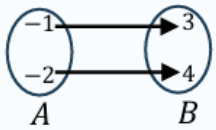
در تابع مقابل، برد تابع برابر $R_f=[-2,3]$ است.



برد توابع در نمایش نمودار ون

برد تابع، مجموعه مولفه‌هایی است که پیکان به آنها وارد می‌شود.

در تابع مقابل، برد تابع برابر $R_f=\{3,4\}$ است.



برد توابع در نمایش با ضابطه

در حالت کلی، برد ضابطه‌ها در سه حالت قابل محاسبه است:

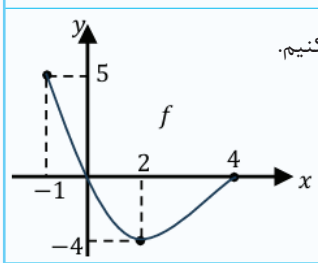
۱) رسم نمودار تابع در دامنه داده شده و سپس معرفی تصویر نمودار روی محور y ها به عنوان برد تابع.

۲) ساختن ضابطه تابع با توجه به محدودیت دامنه.

۳) استفاده از اکسترمم مطلق. در فصل کاربرد مشتق داریم: $R=[\text{مطلق}\min,\text{مطلق}\max]$

برای محاسبه برد تابع $f(x)=x^2-4x$ در دامنه $D_f=[-1,4]$، آن را رسم می‌کنیم.

با توجه به نمودار، برد تابع برابر $R_f=[-4,5]$ است.



چند ضابطه‌ای ها

ابتدا برد تک تک ضابطه‌ها را به دست می‌آوریم و سپس با هم اجتماع می‌گیریم.

2. تابع پیوسته $y=f(x)$ روی مجموعه اعداد حقیقی اکیداً صعودی است و $f(3)=0$ است. دامنه تابع $y=\sqrt{f(x)f(-3x)}$ کدام است؟

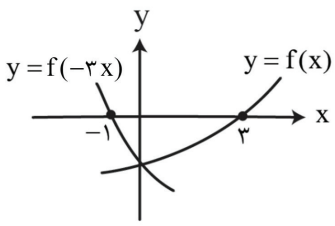
۱) $[-3,-1]$ ۲) $[1,3]$ ۳) $[-3,1]$ ۴) $[-1,3]$

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا باید عبارت زیر رادیکال، بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد:

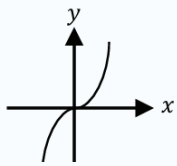
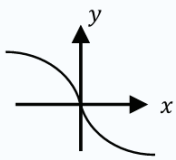
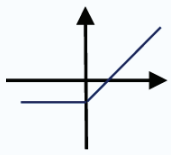
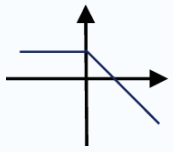
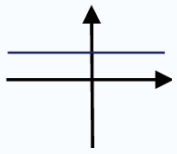
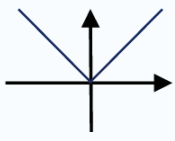
$$f(x)f(-3x)\geq 0 \rightarrow \begin{cases} f(x)=0 \rightarrow x=3 \\ f(-3x)=0 \rightarrow -3x=3 \rightarrow x=-1 \end{cases}$$

تابع $f(x)$ اکیداً صعودی است. برای رسم نمودار تابع $y=f(-3x)$ کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را نسبت به محور yها قرینه کرده و طول نقاط تابع $f(x)$ را $\frac{1}{3}$ کنیم.



x		−۱		۳	
f(x)	−		−	۰	+
f(−3x)	+	۰	−		−
کل	−	۰	+	۰	−

$\rightarrow -1\leq x\leq 3$

	انواع یکنوایی		تعریف	مثال نموداری
توابع صعودی و نزولی	اکیدا یکنوا	اکیدا صعودی	اگر $x_1>x_2$ باشد، آنگاه $f(x_1)>f(x_2)$ باشد. تابع زیر، یک تابع اکیدا صعودی است. $f=\{(-1,-2),(1,0),(3,3)\}$	$f(x)=x^3$ 
		اکیدا نزولی	اگر $x_1>x_2$ باشد، آنگاه $f(x_1)<f(x_2)$ باشد. تابع زیر، یک تابع اکیدا نزولی است. $f=\{(-2,-2),(0,-3),(2,-5)\}$	$f(x)=-\sqrt[3]{x}$ 
	یکنوا	صعودی	اگر $x_1>x_2$ باشد، آنگاه $f(x_1)\geq f(x_2)$ باشد. تابع زیر، یک تابع صعودی است. $f=\{(-1,-2),(0,0),(1,3),(3,3)\}$	$f(x)=x+\lvert x\rvert-1$ 
		نزولی	اگر $x_1>x_2$ باشد، آنگاه $f(x_1)\leq f(x_2)$ باشد. تابع زیر، یک تابع نزولی است. $f=\{(-3,-2),(-2,-3),(-1,-3),(2,-5)\}$	$f(x)=-x-\lvert x\rvert+1$ 
		هم صعودی هم نزولی	اگر $x_1>x_2$ باشد، آنگاه $f(x_1)=f(x_2)$ باشد. تابع زیر، هم صعودی و هم نزولی است. $f=\{(-3,-2),(-2,-2),(-1,-2),(2,-2)\}$	$f(x)=2$ 
	غیریکنوا	نه صعودی نه نزولی	بخشی از آن صعودی و بخشی نزولی است. تابع زیر، نه صعودی و نه نزولی است. $f=\{(-3,-2),(-2,-1),(-1,-4),(2,4)\}$	$f(x)=\lvert x\rvert$ 

توابع صعودی و نزولی	نکات	توابع اکیداً یکنوا حتما یک به یک اند، اما عکس این مطلب همیشه صحیح نیست؛ مثل $f(x)=\frac{۱}{x}$ که یک تابع یک به یک است اما اکیداً یکنوا نیست.	
		توابع اکیداً یکنوا، یکنوا هم محسوب می‌شوند اما عکس این مطلب همیشه صحیح نیست.	
		وارون کردن تابع یکنوایی را عوض نمی‌کند.	
		دو تابع $f(x)=۲^x$ و $f^{-۱}(x)=\log_۲ x$ اکیداً صعودی اند.	
		تابع $f(x)=x+\sqrt{x}+۱$ روی دامنه‌اش اکیداً صعودی است اما تابع $g(x)=\frac{۱}{f(x)}=\frac{۱}{x+\sqrt{x}+۱}$ یک تابع اکیداً نزولی است.	
	اثر اعمال جبری	f + g	صعودی اکید + صعودی اکید = صعودی اکید / صعودی اکید + صعودی = صعودی اکید
			نزولی اکید + نزولی اکید = نزولی اکید / نزولی اکید + نزولی = نزولی اکید
		دو تابع $f(x)=x$ و $g(x)=\sqrt{x}$ اکیداً صعودی اند؛ پس مجموع آنها نیز اکیداً صعودی است.	
		fog	ترکیب دو تابع صعودی = تابع صعودی / ترکیب دو تابع نزولی = تابع صعودی
			ترکیب یک صعودی و نزولی = تابع نزولی
			دو تابع $f(x)=x+۱$ و $g(x)=\sqrt{x}$ اکیداً صعودی اند؛ پس $(fog)(x)=\sqrt{x}+۱$ نیز اکیداً صعودی است.

3. نمودار تابع پیوسته و اکیداً صعودی $y=f(x)$ با دامنه $\mathbb{R}$ از دو نقطه $A(-۱,۱)$ و $B(۳,۶)$ می‌گذرد. مجموعه جواب نامعادله $\frac{f^۲(x)-۷f(x)+۶}{x-۱}\geq ۰$ کدام است؟

۱) $[-۱,۱)\cup[۳,+\infty)$ ۲) $[۳,+\infty)$ ۳) $(۱,۳]$ ۴) $(-\infty,-۱]\cup[۳,+\infty)$

پاسخ: گزینه ۱

تابع f از نقاط A و B می‌گذرد، بنابراین:

$A(-۱,۱)\rightarrow f(-۱)=۱$

$B(۳,۶)\rightarrow f(۳)=۶$

$$\frac{f^۲(x)-۷f(x)+۶}{x-۱}\geq ۰\rightarrow \frac{(f(x)-۶)(f(x)-۱)}{x-۱}\geq ۰\rightarrow \begin{cases} f(x)-۶=۰\rightarrow f(x)=۶\rightarrow x=۳ \\ f(x)-۱=۰\rightarrow f(x)=۱\rightarrow x=-۱ \\ x-۱=۰\rightarrow x=۱ \end{cases}$$

x		-۱		۱		۳	
$f(x)-۶$	$-$		$-$		$-$	۰	$+$
$f(x)-۱$	$-$	۰	$+$		$+$		$+$
$x-۱$	$-$		$-$	۰	$+$		$+$
کل	$-$	۰	$+$	ت ن	$-$	۰	$+$

جواب: $[-۱,۱)\cup[۳,+\infty)$

4. دو عدد حقیقی a و b را در نظر بگیرید. اگر $f(x)=ax+b$ و $g(x)=bx-۶$ و $(f+g)(۲)=f(۲)$ و $(f+g)(-۱)=g(-۱)$ باشد، مقدار ab کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۳

از تساوی $(f+g)(۲)=f(۲)$ داریم:

$$f(۲)+g(۲)=f(۲)\Rightarrow g(۲)=۰$$

در ضمن می‌دانیم $g(x)=bx-۶$ است، پس:

$$g(۲)=۲b-۶=۰ \Rightarrow b=۳$$

حالا از تساوی $(f+g)(-۱)=g(-۱)$ داریم:

$$f(-۱)+g(-۱)=g(-۱) \Rightarrow f(-۱)=۰$$

از طرفی $f(x)=ax+۳$ است، پس:

$$f(-۱)=-a+۳=۰ \Rightarrow a=۳ \Rightarrow ab=۹$$

اعمال جبری روی توابع

عمل جبری	دامنه تابع	ضابطه تابع
مجموع دو تابع	$D_{f+g}=D_f \cap D_g$	$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$
تفاضل دو تابع	$D_{f-g}=D_f \cap D_g$	$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$
ضرب دو تابع	$D_{f\times g}=D_f \cap D_g$	$(f\times g)(x)=f(x)\times g(x)$
تقسیم دو تابع	$D_{\frac{f}{g}}=D_f \cap D_g-\{x \mid g(x)=۰\}$	$(\frac{f}{g})(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$

دو تابع $f(x)=\frac{۱}{x-۱}$ و $g(x)=\sqrt{x}$ را در نظر بگیرید. دامنه اعمال جبری بین این دو تابع برابر است با:

$$D_{f+g}=D_{f-g}=D_{f\times g}=D_f \cap D_g=(\mathbb{R}-\{۱\}) \cap [۰,+\infty)=[۰,+\infty)-\{۱\}$$

$$D_{\frac{f}{g}}=D_f \cap D_g-\{x \mid g(x)=۰\}=(\mathbb{R}-\{۱\}) \cap ([۰,+\infty))-\{۰\}=(۰,+\infty)-\{۱\}$$

اکنون ضابطه‌های این توابع را به دست می‌آوریم:

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x)=\frac{۱}{x-۱}+\sqrt{x} \qquad (f-g)(x)=f(x)-g(x)=\frac{۱}{x-۱}-\sqrt{x}$$

$$(f\times g)(x)=f(x)\times g(x)=\frac{\sqrt{x}}{x-۱} \qquad (\frac{f}{g})(x)=\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\frac{۱}{x-۱}}{\sqrt{x}}$$

می‌توانیم از روی ضابطه جدید، دامنه را حساب کنیم، به شرطی که اصلا ساده سازی انجام نشود.

در اعمال جبری روی توابع زوج مرتبی، باید در دامنه مشترک، عملیات جبری را روی برد (مولفه دوم) انجام دهیم.

دو تابع $f=\{(۱,۳),(۳,۳),(-۱,۱)\}$ و $g=\{(۱,۰),(۲,۱),(۳,۴)\}$ را در نظر بگیرید، داریم:

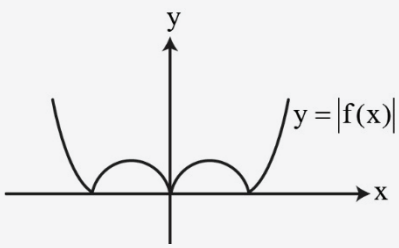
$$f+g=\{(۱,۳),(۳,۷)\} \qquad f-g=\{(۱,۳),(۳,-۱)\}$$

$$f\times g=\{(۱,۰),(۳,۱۲)\} \qquad \frac{f}{g}=\{(۳,\frac{۳}{۴})\}$$

نمودار

در رسم نمودار حاصل از عمل جبری روی توابع، پس از ساده کردن ضابطه، باید حواسمان به دامنه باشد. معمولا اختلاف اصلی گزینه‌ها در دامنه است که البته امکان استفاده از گزینه‌ها نیز فراهم است.

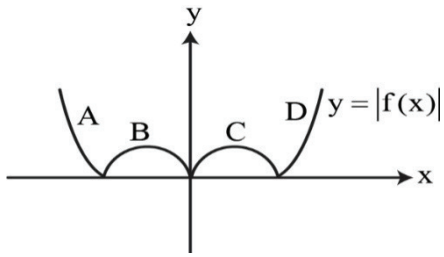
5. نمودار تابع $y=f(x)$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است و نمودار تابع $y=|f(x)|$ به صورت زیر است. نمودار تابع $y=f(x)$ چند حالت مختلف می‌تواند داشته باشد؟



۱) ۴
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۶

پاسخ: گزینه ۴

هر قسمت از منحنی را به صورت زیر نام‌گذاری می‌کنیم.



هریک از قسمت‌های C,B,A و D می‌تواند دو حالت بالای محور x و زیر محور x (قرینه نسبت به محور x) داشته باشد. بنابر اصل ضرب داریم:

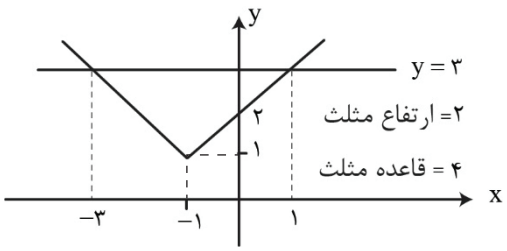
$$۲\times۲\times۲\times۲=۱۶$$

6. اگر $f(x)=\sqrt{x+۲\sqrt{x-۱}}$ و $g(x)=x^۲+۲x+۲$ باشند، مساحت محدود به نمودار تابع fog و خط $y=۳$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۲ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا تابع f و g را بازنویسی کرده و fog را تشکیل می‌دهیم.



$$f(x)=\sqrt{x+۲\sqrt{x-۱}}=\sqrt{(\sqrt{x-۱}+۱)^۲}=\sqrt{x-۱}+۱$$

$$g(x)=x^۲+۲x+۲=(x+۱)^۲+۱$$

$$(fog)(x)=\sqrt{(x+۱)^۲+۱-۱}+۱=|x+۱|+۱$$

$$|x+۱|+۱=۳\rightarrow|x+۱|=۲\rightarrow x=۱,-۳$$

$$\text{مساحت مثلث}=\frac{۲\times۴}{۲}=۴$$

ترکیب توابع	ضابطه	معنی $fog(x)=f(g(x))$ این است که جای های تابع $f(x)$ ، تابع $g(x)$ را قرار دهیم و سپس ضابطه حاصل را ساده کنیم.
		دو تابع $f(x)=\sqrt{x+۱}$ و $g(x)=\frac{۱}{x-۱}$ را در نظر بگیرید؛ ضابطه $(fog)(x)$ برابر است با: $(fog)(x)=f(g(x))=\sqrt{g(x)+۱}=\sqrt{\frac{۱}{x-۱}+۱}$
		اگر در گزینه ضابطه تابع مرکب را داده باشند، کافی است در یک عدد دلخواه، مقدار تابع مرکب را محاسبه کنیم و بعد در گزینه ها صدق دهیم.
	زوج مرتب	اگر نمایش دو تابع به صورت زوج مرتبی باشد، برای ترکیب آنها به صورت مقابل عمل می‌کنیم. در ساخت $f(g(x))$ داریم: $(a,b)\in g \text{ و } (b,c)\in f \Rightarrow (a,c)\in f(g(x))$
		دو تابع $f=\{(-۱,۲),(۳,۴),(۲,۱)\}$ و $g=\{(۵,-۱),(۰,۳),(۱,۱)\}$ را در نظر بگیرید؛ fog برابر است با: $fog=\{(۵,۲),(۰,۴)\}$
	مقدار $f(g(a))$	ابتدا مقدار تابع درونی را به ازای x داده شده محاسبه کرده و سپس این مقدار را به عنوان ورودی در تابع بیرونی قرار می‌دهیم.
		دو تابع $f(x)=\sqrt{x+۱}$ و $g(x)=\frac{۱}{x-۱}$ را در نظر بگیرید؛ مقدار $(fog)(x)$ در نقطه $x=۰$ برابر است با: $g(۰)=\frac{۱}{۰-۱}=-۱\rightarrow f(-۱)=\sqrt{-۱+۱}=۰\Rightarrow (fog)(۰)=۰$

7. اگر $f(x)=x+\sqrt{x}-\sqrt{8-x}-a$ باشد، به ازای چند مقدار صحیح a معادله‌ی $fof(x)=x$ دقیقاً دارای یک جواب است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۳

f تابعی اکیداً صعودی است. از $(fof)(x)=x$ می‌توان نتیجه گرفت $f=f^{-1}$ است. محل برخورد تابع f و f^{-1} را می‌توان از حل معادلهٔ $f(x)=x$ به دست آورد.

$$x+\sqrt{x}-\sqrt{8-x}-a=x\rightarrow\sqrt{x}-\sqrt{8-x}=a$$

$$g(x)=\sqrt{x}-\sqrt{8-x}\rightarrow D_g=[0,8]\quad (g\text{اکیداً صعودی‌است})$$

$$R_g=[g(0),g(8)]=[-2\sqrt{2},2\sqrt{2}]\rightarrow -2\sqrt{2}\le a\le 2\sqrt{2}$$

$$a\in\mathbb{Z}\rightarrow a=\{-2,-1,0,1,2\}$$

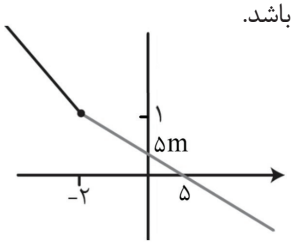
8. تابع $f(x)=\begin{cases}-x-1 & ; x\le -2\\ 5m-mx & ; x>-2\end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ وارون‌پذیر است. اگر f^{-1}، وارون تابع f به ازای بیشترین مقدار m باشد، مقدار $f^{-1}(-1)$ کدام است؟ آزمون وی آی پی

۱) ۱۲ ۲) ۱ ۳) ۱- ۴) ۱۲-

پاسخ: گزینه ۱

نمودار تابع f را رسم می‌کنیم، برای وارون‌پذیری تابع f باید $m>0$ باشد و اشتراک بردهای دو ضابطه برابر تهی باشد.

طبق نمودار باید $f(-2)$ضابطه‌ی بالایی$\le f(-2)$ضابطه‌ی پایینی باشد:



$$7m\le 1\rightarrow m\le\frac{1}{7}\rightarrow \max(m)=\frac{1}{7}$$

$$f^{-1}(-1)=a\rightarrow f(a)=-1\rightarrow 5m-am=-1$$

$$\rightarrow\frac{5}{7}-\frac{a}{7}=-1\rightarrow a=12=f^{-1}(-1)$$

وارون تابع	تعریف	اگر جای مولفه های اول و دوم تابع f را در نمایش زوج مرتبی عوض کنیم، وارون تابع را ساخته‌ایم. وارون تابع را با f^{-1} نشان می‌دهیم.
		تابع $f=\{(1,3),(3,-1),(4,2),(0,5)\}$ را در نظر بگیرید. وارون آن برابر است با: $f^{-1}=\{(3,1),(2,3),(-1,4),(5,0)\}$
	وارون‌پذیری	وارون تابع ممکن است تابع باشد یا نباشد. اگر f تابعی یک به یک باشد، f^{-1} تابع است.
	دامنه و برد تابع وارون	دامنه تابع f برابر با برد تابع وارون یعنی f^{-1} است و برد f برابر دامنه f^{-1} است. $D_{f^{-1}}=R_f$ و $D_f=R_{f^{-1}}$
		تابع $f=\{(1,3),(-1,4),(4,0)\}$ و وارون آن یعنی $f^{-1}=\{(3,1),(4,-1),(0,4)\}$ را در نظر بگیرید، داریم: $D_f=R_{f^{-1}}=\{1,-1,4\}$ $D_{f^{-1}}=R_f=\{3,4,0\}$
وارون تابع	ترکیب تابع با وارونش	اگر تابع f وارون پذیر باشد، ضابطه ترکیب توابع f و f^{-1} همواره برابر تابع همانی $(y=x)$ است. $(f^{-1}of)(x)=x\quad D=D_f$ $(fof^{-1})(x)=x\quad D=D_{f^{-1}}$ با توجه به تفاوت دامنه دو تابع بالا، درحالت کلی $fof^{-1}(x)$ و $f^{-1}of(x)$ باهم مساوی نیستند؛ مگر داشته باشیم: $D_f=R_f$
	نتیجه	اگر $gof(x)=x$ و $fog(x)=x$ باشد، آنگاه $g(x)$ و $f(x)$ وارون یکدیگر اند.

9. تابع $f(x)=\sqrt{x^۲+۴x+۴}-\sqrt{x^۲-۲x+۱}$ در بازه‌ای وارون‌پذیر است. ضابطه وارون آن، در این بازه کدام است؟

۱) $\frac{x+۱}{۲}\ ;\ x\geq ۱$ ۲) $\frac{x-۱}{۲}\ ;\ -۳\leq x\leq ۳$ ۳) $۲x+۱\ ;\ x\geq ۱$ ۴) $۲x+۱\ ;\ -۳\leq x\leq ۳$

پاسخ: گزینه ۲

$$f(x)=\sqrt{(x+۲)^۲}-\sqrt{(x-۱)^۲}=|x+۲|-|x-۱|\rightarrow f(x)=\begin{cases}-۳ & x<-۲\\ ۲x+۱ & -۲\leq x\leq ۱\\ ۳ & x>۱\end{cases}$$

تابع $f(x)$ در بازه‌ی $[-۲,۱]$ اکیداً صعودی و وارون‌پذیر است.

$$f(x)=۲x+۱\rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{x-۱}{۲}$$

$$D_f=[-۲,۱]\rightarrow R_f=D_{f^{-۱}}=[f(-۲),f(۱)]=[-۳,۳]$$

10. اگر $f(x)=۲^{x-۱}$ باشد، ضابطه تابع $g(x)=(fof^{-۱})(x)+(f^{-۱}of)(x)$ کدام است؟

۱) $۲x\ ;\ x>۰$ ۲) $۲^x\ ;\ x\in\mathbb{R}$ ۳) $۲x\ ;\ x\in\mathbb{R}$ ۴) $۲^x\ ;\ x>۰$

پاسخ: گزینه ۱

$$f(x)=۲^{x-۱}\rightarrow\begin{cases}D_f=\mathbb{R}\\ R_f=(۰,+\infty)\end{cases}$$

$$\begin{matrix}D_{fof^{-۱}}=D_{f^{-۱}}=R_f=(۰,+\infty)\\ D_{f^{-۱}of}=D_f=\mathbb{R}\end{matrix}\rightarrow D_g=(۰,+\infty)\cap\mathbb{R}=(۰,+\infty)$$

$$\begin{cases}(fof^{-۱})(x)=x\\ (f^{-۱}of)(x)=x\end{cases}\rightarrow g(x)=x+x=۲x\qquad ,x>۰$$

ریاضی دوازدهم | ۱۵ آبان ماه ۱۴۰۴

1. کدام‌یک از نقاط زیر، می‌تواند روی یک دایره‌ی مثلثاتی باشد؟

۱) $(\tan ۴۸^\circ, \sin x)$ ۲) $(-\frac{۳}{۴}, \frac{\sqrt{۶}}{۴})$ ۳) $(\cos x, \cot ۲۰^\circ)$ ۴) $(۱-\sin\frac{\pi}{۲}, \sin x)$

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم مختصات نقطه‌ی P روی دایره‌ی مثلثاتی به صورت زیر است:

$$P(\cos x, \sin x) \to \cos^۲ x + \sin^۲ x = ۱$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱ $\tan ۴۸^\circ > ۱ \to \tan^۲ ۴۸^\circ + \sin^۲ x > ۱$ ✗

۲ $(-\frac{۳}{۴})^۲ + (\frac{\sqrt{۶}}{۴})^۲ = \frac{۹}{۱۶} + \frac{۶}{۱۶} = \frac{۱۵}{۱۶} < ۱$ ✗

۳ $\cot ۲۰^\circ > ۱ \to \cos^۲ x + \cot^۲ ۲۰^\circ > ۱$ ✗

۴ $(۱-\sin\frac{\pi}{۲})^۲ + \sin^۲ x = ۱ \to ۰ + \sin^۲ x = ۱ \to x = \pm\frac{\pi}{۲}$ ✓

پس اگر $x = \pm\frac{\pi}{۲}$ باشد این نقطه روی دایره‌ی مثلثاتی قرار می‌گیرد.

2. اگر $\cos x \tan x < ۰$ و $\sin x \cot x > ۰$ باشد، کدام گزینه نادرست است؟

۱) $\sin(x-\frac{\pi}{۳}).\cos(x+\frac{\pi}{۲}) < ۰$ ۲) $\tan(\frac{x}{۲})\sin(۲x) > ۰$

۳) $\cot(x).\cot(\frac{x}{۳}) < ۰$ ۴) هیچ‌کدام

پاسخ: گزینه ۳

$\cos x \tan x < ۰ \to \cos x.\frac{\sin x}{\cos x} < ۰ \to \sin x < ۰$ ناحیه‌ی ۳ و ۴

$\sin x \cot x > ۰ \to \sin x.\frac{\cos x}{\sin x} > ۰ \to \cos x > ۰$ ناحیه‌ی ۱ و ۴

$\xrightarrow{\cap}$ ناحیه‌ی ۴

پس $\frac{۳\pi}{۲} < x < ۲\pi$ است.

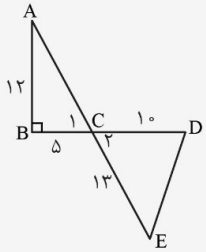
حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱ $\frac{۷\pi}{۶} < x - \frac{\pi}{۳} < \frac{۵\pi}{۳} \to \begin{cases} \sin(x-\frac{\pi}{۳}) < ۰ \\ \cos(x+\frac{\pi}{۲}) = \overbrace{-\sin x}^{\text{منفی}} > ۰ \end{cases} \to \sin(x-\frac{\pi}{۳})\cos(x+\frac{\pi}{۲}) < ۰$ ✓

۲ $\begin{cases} \frac{۳\pi}{۴} < \frac{x}{۲} < \pi \to \tan\frac{x}{۲} < ۰ \\ ۳\pi < ۲x < ۴\pi \to \sin ۲x < ۰ \end{cases} \to \tan\frac{x}{۲}\sin ۲x > ۰$ ✓

۳ $\begin{cases} \frac{۳\pi}{۲} < x < ۲\pi \to \cot x < ۰ \\ \frac{\pi}{۲} < \frac{x}{۳} < \frac{۲\pi}{۳} \to \cot\frac{x}{۳} < ۰ \end{cases} \to \cot x \cot\frac{x}{۳} > ۰$ ✗

3. با توجه به شکل مقابل، مساحت مثلث DEC کدام است؟



۱) ۳۰
۲) ۶۰
۳) ۵۰
۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینه ۲

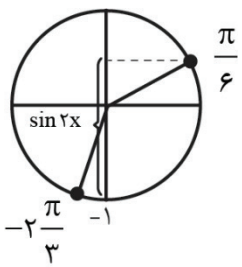
مثلث ABC، مثلث قائم‌الزاویه به طول وتر $AC=۱۳$ است. در این مثلث $\sin\hat{C}_۱=\frac{۱۲}{۱۳}$ است. از طرفی دو زاویه‌ی $C_۱$ و $C_۲$ متقابل به رأسند و با هم برابرند.

$$S_{DEC}=\frac{۱}{۲}CD\times CE\times\sin C_۲=\frac{۱}{۲}CD\times CE\sin C_۱=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۱۳\times\frac{۱۲}{۱۳}=۶۰$$

4. اگر $-\frac{\pi}{۳}<x<\frac{\pi}{۱۲}$ و $m=۱+۴\sin۲x$ باشد، مجموعه‌ی مقادیر m کدام است؟

۱) $[-۳,۳)$
۲) $(۱-۲\sqrt{۳},۳)$
۳) $(-\frac{\sqrt{۳}}{۲},\frac{۱}{۲})$
۴) $(-\frac{\sqrt{۳}}{۲},۱)$

پاسخ: گزینه ۱



$$۱+۴\sin۲x=m\rightarrow\sin۲x=\frac{m-۱}{۴}$$

$$-\frac{\pi}{۳}<x<\frac{\pi}{۱۲}\rightarrow-\frac{۲\pi}{۳}<۲x<\frac{\pi}{۶}$$

$$\rightarrow-۱\le\sin۲x<\frac{۱}{۲}\rightarrow-۱\le\frac{m-۱}{۴}<\frac{۱}{۲}\xrightarrow{\times۴}-۴\le m-۱<۲$$

$$\rightarrow-۳\le m<۳$$

5. اگر $m>۰$ و $m\sin\theta-\sin\theta=۴$ و $m\cos\theta-\cos\theta=۳$ باشد، حاصل $\frac{m}{\tan\theta}+\frac{m}{\cot\theta}$ کدام است؟ $(۰<\theta<\frac{\pi}{۲})$

۱) $\frac{۲۱}{۲}$
۲) $\frac{۲۳}{۲}$
۳) ۱۱
۴) $\frac{۲۵}{۲}$

پاسخ: گزینه ۴

$$m\sin\theta-\sin\theta=۴\rightarrow\sin\theta(m-۱)=۴\rightarrow\sin\theta=\frac{۴}{m-۱}$$

$$m\cos\theta-\cos\theta=۳\rightarrow\cos\theta(m-۱)=۳\rightarrow\cos\theta=\frac{۳}{m-۱}$$

$$\sin^۲\theta+\cos^۲\theta=۱\rightarrow\frac{۱۶}{(m-۱)^۲}+\frac{۹}{(m-۱)^۲}=۱\rightarrow(m-۱)^۲=۲۵$$

$$\rightarrow\begin{cases}m-۱=۵\rightarrow m=۶ & \checkmark\\ m-۱=-۵\rightarrow m=-۴ & \times\end{cases}$$

$$m=۶\rightarrow\begin{cases}\sin\theta=\frac{۴}{۵}\\ \cos\theta=\frac{۳}{۵}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\tan\theta=\frac{۴}{۳}\\ \cot\theta=\frac{۳}{۴}\end{cases}$$

$$\frac{m}{\tan\theta}+\frac{m}{\cot\theta}=m\cot\theta+m\tan\theta=۶(\frac{۳}{۴})+۶(\frac{۴}{۳})=\frac{۲۵}{۲}$$

6. اگر $\pi < x < 2\pi$ و $\sin(\frac{\pi}{2}+x)=\frac{1}{\sqrt{10}}$ باشد، حاصل $\frac{\frac{1}{\cos^2(3\pi-x)}-2}{\cot(\frac{7\pi}{2}+x)+1}$ کدام است؟

۱) $-\frac{10}{3}$ ۲) -2 ۳) $\frac{10}{3}$ ۴) 2

پاسخ: گزینه ۴

$$\sin(\frac{\pi}{2}+x)=\cos x=\frac{1}{\sqrt{10}} \xrightarrow{\pi<x<2\pi} \sin x=\frac{-3}{\sqrt{10}}$$

$$\cos^2(3\pi-x)=(-\cos x)^2=\cos^2 x=\frac{1}{10}$$

$$\cot(\frac{7\pi}{2}+x)=-\tan x=-\frac{\sin x}{\cos x}=-\frac{-\frac{3}{\sqrt{10}}}{\frac{1}{\sqrt{10}}}=3$$

$$\frac{\frac{1}{\cos^2(3\pi-x)}-2}{\cot(\frac{7\pi}{2}+x)+1}=\frac{\frac{1}{\frac{1}{10}}-2}{3+1}=\frac{10-2}{4}=2$$

7. اگر $f(x)=-2\cos^2(3x-\frac{\pi}{2})$ باشد، آن‌گاه دوره‌ی تناوب تابع $g(x)=|f(\frac{x}{6})-6|$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{3}$ ۲) $\frac{2\pi}{3}$ ۳) 2π ۴) 6π

پاسخ: گزینه ۳

$$\cos(3x-\frac{\pi}{2})=\cos(\frac{\pi}{2}-3x)=\sin 3x$$

$$f(x)=-2\cos^2(3x-\frac{\pi}{2})=-2\sin^2 3x$$

$$f(\frac{x}{6})=-2\sin^2(\frac{x}{2}) \rightarrow g(x)=|-2\sin^2(\frac{x}{2})-6|$$

عبارت داخل قدرمطلق همواره منفی است پس قرینه این عبارت از قدرمطلق خارج می‌شود.

$$g(x)=2\sin^2(\frac{x}{2})+6=1-\cos x+6=7-\cos x$$

انتقال‌های افقی و عمودی تأثیری روی دوره تناوب ندارند، بنابراین دوره‌ی تناوب تابع $g(x)$ برابر است با:

$$T=2\pi$$

8. اگر $\frac{\tan x}{\frac{1}{\cos x}-1}=k$ باشد، حاصل $(\frac{1}{\cos x}+1)\cot x$ بر حسب k کدام است؟

۱) $k-1$ ۲) $\frac{1}{k}$ ۳) k ۴) $k+1$

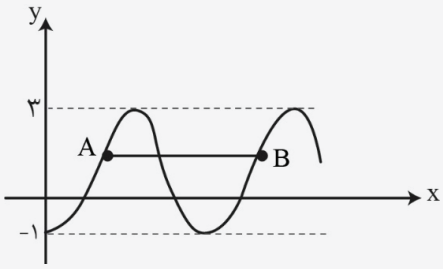
پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{\tan x}{\frac{1}{\cos x}-1}=k \rightarrow \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{1-\cos x}{\cos x}}=k \rightarrow \frac{\sin x}{1-\cos x}=k$$

$$(\frac{1}{\cos x}+1)\cot x=\frac{1+\cos x}{\cos x}\times\frac{\cos x}{\sin x}=\frac{1+\cos x}{\sin x}$$

$$=\frac{(1+\cos x)(1-\cos x)}{\sin x(1-\cos x)}=\frac{1-\cos^2 x}{\sin x(1-\cos x)}=\frac{\sin^2 x}{\sin x(1-\cos x)}=\frac{\sin x}{1-\cos x}=k$$

9. بخشی از نمودار تابع $f(x)=a+b\sin(\frac{\pi}{۲}+cx)$ به صورت مقابل است. اگر پاره‌خط AB موازی محور x ها باشد و طول آن برابر π باشد، مقدار $\frac{b\times c^۲}{a}$ کدام است؟



۱) ۴
۲) -۴
۳) ۸
۴) -۸

پاسخ: گزینه ۴

$f(x)=a+b\sin(\frac{\pi}{۲}+cx)=a+b\cos(cx)\rightarrow T=\frac{۲\pi}{|c|}$

دو نقطه‌ی A و B وضعیت یکسانی دارند و فاصله‌ی این دو نقطه برابر T است.

$AB=T=\pi=\frac{۲\pi}{|c|}\rightarrow |c|=۲\rightarrow c^۲=۴$

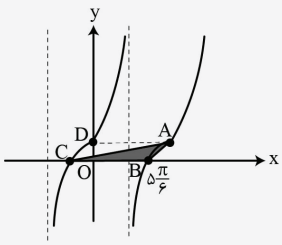
$(۰,-۱)\rightarrow -۱=a+b\cos ۰\rightarrow a+b=-۱$

$\max(f)=۳\rightarrow a+|b|=۳\xrightarrow{b<۰} a-b=۳$

$\rightarrow \begin{cases} a+b=-۱ \\ a-b=۳ \end{cases}\rightarrow a=۱, b=-۲$

$\rightarrow \frac{b\times c^۲}{a}=\frac{-۲(۴)}{۱}=-۸$

10. بخشی از نمودار تابع $y=b+a\tan x$ به صورت مقابل است. اگر مساحت مثلث ABC برابر π باشد، مقدار ab کدام است؟



۱) ۲
۲) $۲\sqrt{۳}$
۳) $۴\sqrt{۳}$
۴) $۸\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینه ۳

دو نقطه‌ی B و C وضعیت یکسانی دارند، پس $BC=T=\pi$ است.

$x=۰\rightarrow y_D=y_A=b$

$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}BC\times y_A=\pi\rightarrow \frac{T}{۲}\times b=\pi\rightarrow \frac{\pi}{۲}\times b=\pi\rightarrow b=۲$

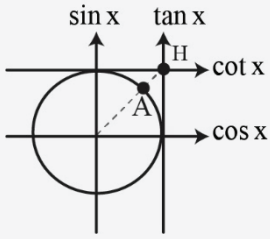
$(۵\frac{\pi}{۶},۰)\rightarrow ۰=۲+a\tan ۵\frac{\pi}{۶}=۲+a\tan(\pi-\frac{\pi}{۶})$

$\rightarrow ۲-a\tan\frac{\pi}{۶}=۰\rightarrow ۲-\frac{a\sqrt{۳}}{۳}=۰\rightarrow a=۲\sqrt{۳}$

$\rightarrow ab=۲\times ۲\sqrt{۳}=۴\sqrt{۳}$

ریاضی دوازدهم | ۲۹ آبان ماه ۱۴۰۴

۱. نقطه‌ی A روی دایره‌ی مثلثاتی مقابل را به اندازه‌ی 225° در جهت مثبت دایره مثلثاتی روی دایره جابه‌جا می‌کنیم تا به نقطه‌ی B برسیم کدام گزینه در مورد زاویه‌ی B به درستی بیان شده؟



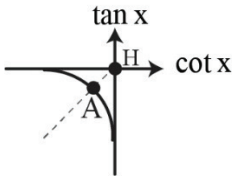
۱) $\sin\hat{B} > \cos\hat{B}$

۲) $\sin\hat{B} > \cot\hat{B}$

۳) $|\sin\hat{B}| > \sin^2\hat{B}$

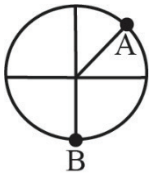
۴) $\cos\hat{B} > \sin\hat{B}$

پاسخ: گزینه ۴



با توجه به این‌که امتداد زاویه‌ی A از H می‌گذرد $\tan\hat{A} = \cot\hat{A}$ و با توجه به $0^\circ < \hat{A} < 90^\circ$ است پس $\hat{A} = 45^\circ$.

پس از انتقال 225° در جهت دایره مثلثاتی به نقطه‌ی B خواهیم رسید که معادل زاویه‌ی 270° است و گزینه‌ی (۴) گزینه‌ی صحیح است.



$\sin\hat{B} = -1$

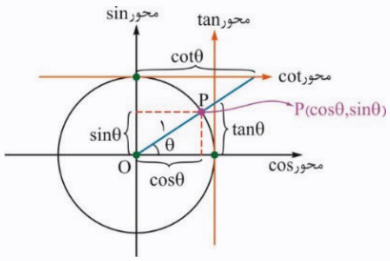
$\cos\hat{B} =$ صفر

$\cot\hat{B} =$ صفر

$\tan\hat{B} =$ تعریف نشده

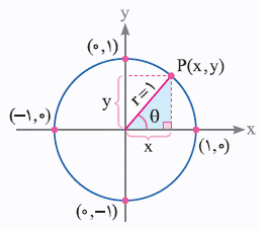
درسنامه

دایره مثلثاتی: دایره ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع واحد است.



ویژگی نقطه‌های روی دایره‌ی مثلثاتی

۱- با توجه به شکل زیر طول هر نقطه روی دایرهٔ مثلثاتی، برابر $\cos\theta$ و عرض آن برابر $\sin\theta$ است:

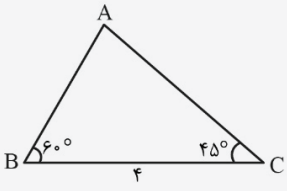


$P(\cos\theta, \sin\theta)$

۲- با توجه به رابطهٔ فیثاغورس در مثلث رنگ شده برای هر نقطه $P(x,y)$ خواهیم داشت:

$y^2 + x^2 = 1 \Leftrightarrow \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

۲. در شکل مقابل مساحت مثلث ABC کدام است؟



۱) $8(\sqrt{3}-1)$

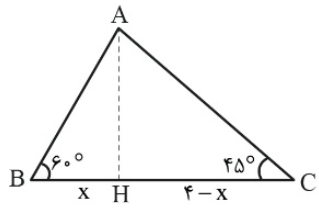
۲) $8(3-\sqrt{3})$

۳) $4(3-\sqrt{3})$

۴) $4(\sqrt{3}-1)$

پاسخ: گزینه ۳

ارتفاع رأس A را رسم می‌کنیم.



$$\tan ۴۵^\circ = \frac{AH}{HC} \to AH = HC$$

$$\tan ۶۰^\circ = \frac{AH}{BH} \to AH = \sqrt{۳}BH$$

$$\Rightarrow HC = \sqrt{۳}BH \to ۴ - x = \sqrt{۳}x$$

$$\Rightarrow (\sqrt{۳}+۱)x = ۴ \to x = \frac{۴}{\sqrt{۳}+۱} \xrightarrow{AH=HC} AH = ۴ - \frac{۴}{\sqrt{۳}+۱} = \frac{۴\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}+۱}$$

$$S_{ABC} = \frac{AH \times BC}{۲} = \frac{\frac{۴\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}+۱} \times ۴}{۲} = \frac{۸\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}+۱} \times \frac{\sqrt{۳}-۱}{\sqrt{۳}-۱} = \frac{۸\sqrt{۳}(\sqrt{۳}-۱)}{۲} = ۴(۳-\sqrt{۳})$$

۳. اگر $۱+\tan^۲ x = ۵\sin^۲ x$ باشد، حاصل $\sin^۴ x + \cos^۴ x$ کدام است؟

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۸ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۵

پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم $۱+\tan^۲ x = \frac{۱}{\cos^۲ x}$ است، پس:

$$۱+\tan^۲ x = ۵\sin^۲ x \Rightarrow \frac{۱}{\cos^۲ x} = ۵\sin^۲ x$$

$$\Rightarrow \sin^۲ x \cos^۲ x = \frac{۱}{۵} \quad (*)$$

از طرفی می‌دانیم:

$$\sin^۴ x + \cos^۴ x = ۱ - ۲\sin^۲ x \cos^۲ x \xrightarrow{(*)} ۱ - ۲ \times \frac{۱}{۵} = \frac{۳}{۵} = ۰/۶$$

درسنامه:

برخی روابط مثلثاتی مهم:

$\tan\theta \times \cot\theta = ۱$	$\sin^۲\theta + \cos^۲\theta = ۱$
$۱+\cot^۲\theta = \frac{۱}{\sin^۲\theta}$	$۱+\tan^۲\theta = \frac{۱}{\cos^۲\theta}$
$\sin^۲\theta = \frac{۱-\cos ۲\theta}{۲}$	$\cos^۲\theta = \frac{۱+\cos ۲\theta}{۲}$
$\cos ۲\theta = \cos^۲\theta - \sin^۲\theta$	$\sin ۲\theta = ۲\sin\theta\cos\theta$

۴. حاصل عبارت $\frac{\sin\frac{\pi}{۸}+\cos\frac{\pi}{۸}}{\sin\frac{\pi}{۱۲}-\cos\frac{\pi}{۱۲}}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲+\sqrt{۲}}$ ۲) $۲+\sqrt{۲}$ ۳) $-\sqrt{۲+\sqrt{۲}}$ ۴) $-(۲+\sqrt{۲})$

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم $(\sin\alpha \pm \cos\alpha)^۲ = ۱ \pm \sin ۲\alpha$ است. بنابراین:

$$A = \frac{\sin\frac{\pi}{۸}+\cos\frac{\pi}{۸}}{\sin\frac{\pi}{۱۲}-\cos\frac{\pi}{۱۲}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} A^۲ = \frac{(\sin\frac{\pi}{۸}+\cos\frac{\pi}{۸})^۲}{(\sin\frac{\pi}{۱۲}-\cos\frac{\pi}{۱۲})^۲}$$

$$\to A^۲ = \frac{۱+\sin\frac{\pi}{۴}}{۱-\sin\frac{\pi}{۶}} = \frac{۱+\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۱-\frac{۱}{۲}} = \frac{\frac{۲+\sqrt{۲}}{۲}}{\frac{۱}{۲}} = ۲+\sqrt{۲} \to A = \pm\sqrt{۲+\sqrt{۲}}$$

چون $\sin\frac{\pi}{۱۲}>\cos\frac{\pi}{۱۲}$ است، پس در کسر A، صورت کسر عبارتی مثبت و مخرج کسر عبارتی منفی است. بنابراین $A<۰$ و $A=-\sqrt{۲+\sqrt{۲}}$ می‌باشد.

۵. اگر $\log_{\sqrt[۳]{۲}}(\cos ۱۵^\circ)+\log_{\sqrt[۳]{۲}}(\sin ۱۵^\circ)=۳m-۱۲$ باشد، مقدار $\log_m(۳^m-۱)$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴- ۴) ۲-

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم $\log_c a+\log_c b=\log_c ab$ است. بنابراین:

$$\log_{\sqrt[۳]{۲}}(\cos ۱۵^\circ)+\log_{\sqrt[۳]{۲}}(\sin ۱۵^\circ)=۳m-۱۲$$

$$\rightarrow \log_{\sqrt[۳]{۲}}\cos ۱۵^\circ \sin ۱۵^\circ=\log_{\sqrt[۳]{۲}}\frac{۱}{۲}\sin ۳۰^\circ=۳m-۱۲$$

$$\rightarrow \log_{\sqrt[۳]{۲}}\frac{۱}{۴}=\log_{۲^{\frac{۱}{۳}}}۲^{-۲}=\frac{-۲}{\frac{۱}{۳}}\log_۲ ۲=-۶=۳m-۱۲$$

$$\rightarrow ۳m=۶\rightarrow m=۲$$

حال مقدار $\log_m(۳^m-۱)$ برابر است با:

$$\log_۲(۳^۲-۱)=\log_۲ ۸=\log_۲ ۲^۳=۳$$

۶. اگر $\frac{۱-\cos ۲x}{\sin x}+\frac{۱+\cos ۲x}{\cos x}=۱$ باشد، حاصل $\sin ۲x$ کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $-\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم $۱+\cos ۲x=۲\cos^۲ x$ و $۱-\cos ۲x=۲\sin^۲ x$ است.

بنابراین:

$$\frac{۱-\cos ۲x}{\sin x}+\frac{۱+\cos ۲x}{\cos x}=۱\rightarrow \frac{۲\sin^۲ x}{\sin x}+\frac{۲\cos^۲ x}{\cos x}=۱$$

$$\rightarrow ۲\sin x+۲\cos x=۱\rightarrow \sin x+\cos x=\frac{۱}{۲} \quad (۱)$$

حال طرفین رابطه (۱) را به توان ۲ می‌رسانیم:

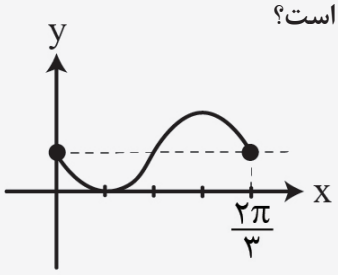
$$(\sin x+\cos x)^۲=\frac{۱}{۴}\rightarrow ۱+\sin ۲x=\frac{۱}{۴}\rightarrow \sin ۲x=-\frac{۳}{۴}$$

درسنامه

جمع بندی روابط ، دو برابر کمان با ۲α :

$\cos ۲\alpha=\cos^۲\alpha-\sin^۲\alpha=۱-۲\sin^۲\alpha=۲\cos^۲\alpha-۱=\frac{۱-\tan^۲\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$	۲α
$\sin ۲\alpha=۲\sin\alpha.\cos\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$	
$\sin\alpha.\cos\alpha=\frac{۱}{۲}\sin ۲\alpha$	
$\tan ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha}$	
$\cot ۲\alpha=\frac{\cot\alpha-\tan\alpha}{۲}$	

۷. شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y=1-\sin mx$ است، مقدار تابع در نقطه‌ی $x=\frac{m\pi}{6}$ کدام است؟



۱) صفر

۲) $\frac{1}{2}$

۳) ۱

۴) ۲

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به شکل، دوره‌ی تناوب تابع برابر $\frac{2\pi}{3}$ است، پس:

$$T=\frac{2\pi}{|m|}\Rightarrow \frac{2\pi}{3}=\frac{2\pi}{|m|}\Rightarrow |m|=3 \Rightarrow m=\pm 3$$

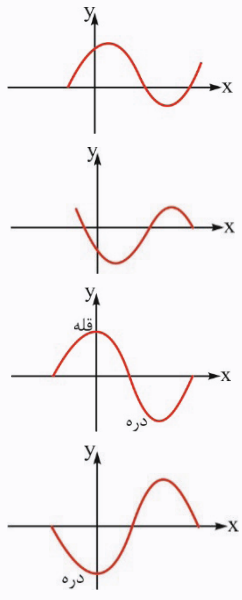
چون نمودار در آغاز رسم در مبدأ به طرف پایین می‌رود، باید ضریب سینوس و m مختلف‌العلامت باشند. چون ضریب سینوس منفی است، پس $m=3$ قابل‌قبول است؛ بنابراین:

$$x=\frac{m\pi}{6}=\frac{3\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$$

$$y=1-\sin 3x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{2}} y=1-\sin\frac{3\pi}{2}=1-(-1)=2$$

درسنامه

توابع $y=a\sin bx+c$ و $y=a\cos bx+c$:



$$\text{تابع } \max=|a|+c \quad \text{و} \quad \text{تابع } \min=-|a|+c$$

$$|a|=\frac{\max-\min}{2} \qquad c=\frac{\max+\min}{2}$$

$$y=a\sin bx+c\rightarrow\begin{cases} ab>0 & \text{نمودار در } x=0 \text{ صعودی} \\ ab<0 & \text{نمودار در } x=0 \text{ نزولی}\end{cases}$$

$$y=a\cos bx+c\rightarrow\begin{cases} a>0 & \text{قله روی محور } y\text{ها} \\ a<0 & \text{دره روی محور } y\text{ها}\end{cases}$$

نکته دوره تناوب توابع زیر را به خاطر بسپارید:

$$y=a\sin^n(bx+c)+d \\ y=a\cos^n(bx+c)+d \rightarrow \begin{cases} T=\frac{2\pi}{|b|} & n \text{ فرد باشد} \\ T=\frac{\pi}{|b|} & n \text{ زوج باشد}\end{cases}$$

$$y=|a\sin(bx+c)| \\ y=|a\cos(bx+c)| \rightarrow T=\frac{\pi}{|b|}$$

۸. تعداد جواب‌های معادله‌ی $\sin x-۲=\frac{۳}{\sin x}$ در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲

$$\sin x-۲=\frac{۳}{\sin x}\xrightarrow[\sin x\neq ۰]{\times \sin x}\sin^۲ x-۲\sin x-۳=۰$$

$$\rightarrow (\sin x-۳)(\sin x+۱)=۰\rightarrow \begin{cases}\sin x=۳ \text{ غ ق ق}\\ \sin x=-۱\rightarrow x=\frac{۳\pi}{۲}\end{cases}$$

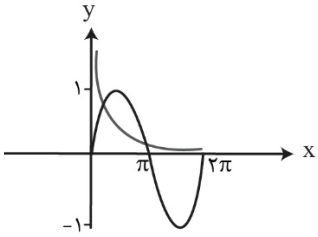
بنابراین معادله‌ی داده شده در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$ دارای یک جواب است.

۹. معادله‌ی مثلثاتی $x\sin ۲x-\cos x=۰$ در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$ دارای چند جواب است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم $\sin ۲x=۲\sin x\cos x$ است. بنابراین:



$$x\sin ۲x-\cos x=۰\rightarrow x۲\sin x\cos x-\cos x=۰$$

$$\rightarrow \cos x(۲x\sin x-۱)=۰$$

$$\rightarrow \begin{cases}\cos x=۰\rightarrow x=\frac{\pi}{۲},\frac{۳\pi}{۲}\\ ۲x\sin x-۱=۰\rightarrow \sin x=\frac{۱}{۲x}\end{cases}$$

با توجه به نمودارهای توابع $y=\sin x, y=\frac{۱}{۲x}$ در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$ مشخص است که معادله‌ی $\sin x=\frac{۱}{۲x}$ در این بازه دارای ۲ جواب است.

بنابراین معادله‌ی $x\sin ۲x-\cos x=۰$ در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$ دارای ۴ جواب است.

۱۰. نقاط پایانی کمان جواب‌های معادله‌ی $\sin^۳ x+\cos^۳ x=\cos x$ بر روی دایره‌ی مثلثاتی، رأس‌های کدام چندضلعی است؟

۱) مربع ۲) مستطیل ۳) لوزی ۴) مثلث

پاسخ: گزینه ۲

با استفاده از اتحاد چاق و لاغر داریم:

$$\sin^۳ x+\cos^۳ x=\cos x\Rightarrow (\sin x+\cos x)(\underbrace{\sin^۲ x+\cos^۲ x}_{۱}-\sin x\cos x)$$

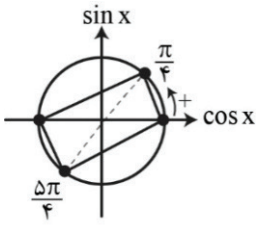
$$\Rightarrow (\sin x+\cos x)(۱-\sin x\cos x)=\cos x$$

$$\Rightarrow \sin x-\sin^۲ x\cos x+\cancel{\cos x}-\sin x\cos^۲ x=\cancel{\cos x}$$

$$\Rightarrow \sin x(۱-\sin x\cos x-\cos^۲ x)=۰\Rightarrow \sin x(\sin^۲ x-\sin x\cos x)=۰$$

$$\Rightarrow \sin^۲ x(\sin x-\cos x)=۰\Rightarrow \begin{cases}\sin^۲ x=۰\Rightarrow \sin x=۰\Rightarrow x=k\pi\\ \sin x-\cos x=۰\Rightarrow \sin x=\cos x\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۴}\end{cases}$$

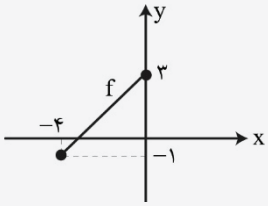
حالا جواب‌های موردنظر را روی دایره‌ی مثلثاتی نمایش می‌دهیم و نقاط پایانی کمان جواب‌ها را به هم وصل می‌کنیم.



$\Rightarrow$ شکل حاصل، مستطیل است

ریاضی دوازدهم | ۱۳ آذرماه ۱۴۰۴

۱. با توجه به نمودار تابع $y=f(x)$ در شکل مقابل، مساحت محدود به نمودار تابع $y=f(\frac{x}{2})$ و $y=f(-2x)$ و محور xها کدام است؟



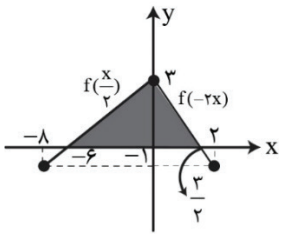
۱) $\frac{۲۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲۱}{۴}$

۳) $\frac{۴۵}{۲}$ ۴) $\frac{۴۵}{۴}$

پاسخ: گزینه ۴ متوسط | محاسباتی

ضابطه‌ی تابع f به صورت $f(x)=x+۳$ است و $x=-۳$ محل تلاقی نمودار f با محور xهاست.

برای رسم نمودار $f(\frac{x}{۲})$ کافی است طول نقاط تابع $f(x)$ را در ۲ ضرب کنیم و برای رسم نمودار $f(-۲x)$ کافی است طول نقاط تابع $f(x)$ را بر ۲- تقسیم کنیم.



ارتفاع مثلث $=۳$

قاعده‌ی مثلث $=\frac{۳}{۲}+۶=\frac{۱۵}{۲}$

مساحت مثلث $=\frac{۱}{۲}\times۳\times\frac{۱۵}{۲}=\frac{۴۵}{۴}$

نکته تبدیل نمودارهای $f(x)$ و $f(ax+b)$ به یک‌دیگر:

برای رسم نمودار تابع $y=f(ax+b)$ با کمک نمودار تابع $y=f(x)$، به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

۱- با توجه به علامت b، نمودار $y=f(x)$ را به اندازهٔ b واحد در راستای افقی جابه‌جا می‌کنیم.

۲- طول تمام نقاط نمودار را بر a تقسیم می‌کنیم.

۲. با فرض $f(x)=\log_{۲}(۳-x)+\log_{\frac{۱}{۲}}(۲x-۱)$ و $g=\{(-۱,۲),(۱,[a]),(\frac{۷}{۴},۴),(\frac{۷}{۹},۳)\}$ تابع $f+g$ اکیداً نزولی است. محدوده‌ی a کدام است؟

۱) $(۳,۴)$ ۲) $[۳,۴)$

۳) $[۲,۴]$ ۴) $(۲,۴)$

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

تابع $f(x)$ تابعی اکیداً نزولی با دامنه‌ی $(\frac{۱}{۲},۳)$ است، دقت کنید اگرچه مجموع دو تابع اکیداً نزولی، اکیداً نزولی است اما اگر مجموع دو تابع اکیداً نزولی باشد با این‌که $f(x)$ اکیداً نزولی است نمی‌توان به قطعیت اکیداً نزولی بودن g را نتیجه گرفت.

زوج‌مرتب $h(x)=f+g$ را تشکیل می‌دهیم:

$$D_{h(x)}=\{۱,\frac{۷}{۴},\frac{۷}{۹}\} \quad , \quad f(x)=\log_{۲}\frac{۳-x}{۲x-۱}$$

$$h=\{(\frac{۷}{۹},۲+۳),(۱,[a]+۱),(\frac{۷}{۴},-۱+۴)\}$$

با توجه به اکیداً نزولی بودن $h(x)$:

$$۵>[a]+۱>۳\rightarrow ۳<[a]+۱<۵ \Rightarrow ۲<[a]<۴ \Rightarrow ۳\le a<۴$$

تله‌تستی توجه کنید چون $[a]$ مقداری صحیح است، پس از $۲<[a]<۴$ نتیجه می‌گیریم $[a]=۳$ است.

۳. اگر $g(x)=۳x+۱۵$ و $(g^{-۱}of)(x)=x^۲-۱$ باشد، کم‌ترین مقدار تابع $y=f(x)$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۵ ۳) ۱ ۴) ۱۴

پاسخ: گزینه ۱ آسان | محاسباتی

$$g(x)=۳x+۱۵\rightarrow g^{-۱}(x)=\frac{x-۱۵}{۳}=\frac{x}{۳}-۵$$

$$(g^{-۱}of)(x)=\frac{f(x)}{۳}-۵=x^۲-۱\rightarrow f(x)=۳x^۲+۱۲$$

$$x^۲\geq ۰\rightarrow ۳x^۲\geq ۰\rightarrow ۳x^۲+۱۲\geq ۱۲\rightarrow f(x)\geq ۱۲$$

۴. اگر x زاویه‌ای در ربع اول و $\frac{۲\sin^۲x+\sin x\cos x-\cos^۲x}{۶\sin^۲x-\sin x\cos x-\cos^۲x}=\frac{۱}{۲}$ باشد، مقدار $\sin x\cos x$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

پاسخ: گزینه ۴ سخت | محاسباتی

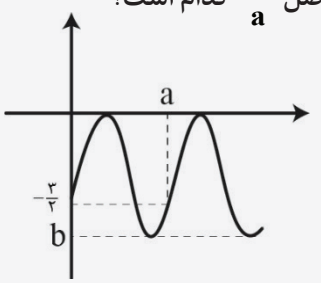
$$\frac{۲\sin^۲x+\sin x\cos x-\cos^۲x}{۶\sin^۲x-\sin x\cos x-\cos^۲x}=\frac{۱}{۲}$$

$$\rightarrow ۴\sin^۲x+۲\sin x\cos x-۲\cos^۲x=۶\sin^۲x-\sin x\cos x-\cos^۲x$$

$$\rightarrow ۲\sin^۲x-۳\sin x\cos x+\cos^۲x=۰\xrightarrow{\div\cos^۲x}۲\tan^۲x-۳\tan x+۱=۰$$

$$\rightarrow\begin{cases}\tan x=\frac{۱}{۲}\rightarrow \text{باعث صفر شدن مخرج کسر می‌شود.}\ \times\\ \tan x=۱\xrightarrow{x\text{ ربع اول}}x=۴۵^\circ\Rightarrow \sin x\cos x=\sin ۴۵^\circ\cos ۴۵^\circ=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{۱}{۲}\end{cases}$$

۵. بخشی از نمودار تابع $f(x)=۲\sin^۲(۳x+c)-۲$ به صورت مقابل است. اگر $۰<c<\frac{\pi}{۴}$ باشد، حاصل $\frac{bc}{a}$ کدام است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) -۱
۴) -۲

پاسخ: گزینه ۳ سخت | محاسباتی

با استفاده از فرمول $\cos ۲x=۱-۲\sin^۲x$ ضابطه‌ی صورت سوال را ساده‌تر می‌کنیم:

$$f=۲\sin^۲(۳x+c)-۲=۲\sin^۲(۳x+c)-۱-۱$$

$$=-(۱-۲\sin^۲(۳x+c))-۱$$

$$=-(\cos(۶x+۲c))-۱=-\cos(۶x+۲c)-۱$$

حالا با توجه به نمودار صورت سوال، واضح است بیشترین مقدار تابع برابر صفر و کم‌ترین مقدار آن -۲ است:

$$Max=|-۱|-۱=۰$$

$$Min=-|-۱|-۱=-۲\Rightarrow b=-۲$$

از طرفی دورهٔ تناوب برابر است با:

$$T=\frac{۲\pi}{|۶|}\Rightarrow T=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow a=\frac{\pi}{۳}$$

چون $f(0)=-\frac{3}{2}$ است، پس:

$$-\cos(0+2c)-1=-\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow -\cos(2c)=-\frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2c=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2c=\frac{\pi}{3} \Rightarrow c=\frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{bc}{a}=\frac{-2(\frac{\pi}{6})}{\frac{\pi}{3}}=-1$$

۶. اگر $f(x)=x^2+x+1$ و $g(x)=\cos^4 x-\sin^4 x$ باشد، معادله‌ی $(fog)(x)=3$ در بازه‌ی $[0,\pi]$ چند جواب دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

می‌دانیم $g(x)=\cos^4 x-\sin^4 x=\cos 2x$ است. حالا ضابطه‌ی $(fog)(x)$ را پیدا می‌کنیم و معادله را حل می‌کنیم:

$$(fog)(x)=3 \Rightarrow \cos^2 2x+\cos 2x+1=3 \Rightarrow \cos^2 2x+\cos 2x-2=0$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع ضرایب}=0} \begin{cases} \cos 2x=1 \Rightarrow 2x=2k\pi \Rightarrow x=k\pi \\ \cos 2x=-2 \ \times \end{cases}$$

پس در بازه‌ی $[0,\pi]$ این معادله دارای ۲ جواب $x=0$ و $x=\pi$ است.

معادلات مثلثاتی شامل کمان ۲α

در بعضی از معادلات مثلثاتی، علاوه بر $\sin x$ یا $\cos x$، نسبت‌های مثلثاتی دو برابر زاویه یعنی $\sin 2x$ یا $\cos 2x$ نیز وجود دارند. در این سوالات باید با استفاده از روابط نصف کمان و به کمک نسبت‌های مثلثاتی مانند $\sin 2x$ و $\cos 2x$ و ... معادلهٔ مثلثاتی را ساده کنیم.

اگر معادله، تبدیل به یک معادلهٔ درجهٔ دوم بر حسب یک نسبت مثلثاتی شود، در این صورت باید با استفاده از روش‌های حل معادلهٔ درجهٔ دوم، جواب معادله رابه دست آوریم.

۷. تابع چندجمله‌ای $P(x+2)=x^3+2x^2+mx-6$ را در نظر بگیرید. اگر $P(3-x)$ بر $x-4$ بخش‌پذیر باشد، m کدام است؟

۱) ۱ ۲) -5 ۳) ۵ ۴) -1

پاسخ: گزینه ۲ آسان | محاسباتی

$p(3-x)$ بر $x-4$ بخش‌پذیر است، پس با جای‌گذاری $x=4$ در $p(3-x)$ داریم:

$$p(3-x) \xrightarrow{x=4} p(3-4)=0 \Rightarrow p(-1)=0$$

حالا برای به دست آوردن $p(-1)$ باید در ضابطهٔ $p(x+2)$، به جای $x=-3$ قرار دهیم:

$$p(x+2)=x^3+2x^2+mx-6 \xrightarrow{x=-3} p(-1)=(-3)^3+2(-3)^2-3m-6=0$$

$$\Rightarrow -27+18-3m-6=0 \Rightarrow 3m=-15 \Rightarrow m=-5$$

تذکر: باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax+b$ برابر $f(-\frac{b}{a})$ است.

۸. اگر $f(x)=\frac{-2x^2+3x-1}{ax^2+bx+2}$ باشد و حاصل $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=1$ باشد حاصل $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $+\infty$ ۴) $-\infty$

پاسخ: گزینه ۳ متوسط | محاسباتی

روش اول:

$$\lim_{x\to 1}\frac{-2x^2+3x-1}{ax^2+bx+2}=1\xrightarrow{\div}\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(-2x+1)}{(x-1)(ax+a+b)}$$

$$\begin{cases} ax^2+bx+2=0\xrightarrow{x=1}a+b=-2 \\ \lim\limits_{x\to 1}\frac{-2x+1}{ax-2}=\frac{-1}{a-2}=1\to a-2=-1\to a=1\ ,\ b=-3 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 2^-}f(x)=\lim_{x\to 2^-}\frac{-2x^2+3x-1}{x^2-3x+2}=\frac{-3}{0^-}=+\infty$$

روش دوم:

$$\lim_{x\to 1}\frac{-2x^2+3x-1}{ax^2+bx+2}=1\xrightarrow[\text{HOP}]{\div}\begin{cases} ax^2+bx+2=0\xrightarrow{x=1}a+b=-2 \\ \lim\limits_{x\to 1}\frac{-4x+3}{2ax+b}=1\to 2a+b=-1 \end{cases}\to a=1\ ,\ b=-3$$

$$\lim_{x\to 2^-}f(x)=\lim_{x\to 2^-}\frac{-2x^2+3x-1}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to 2^-}\frac{-3}{0^-}=+\infty$$

درسنامه

$$\lim_{x\to a}f(x)=L \text{ و } \lim_{x\to a}g(x)=0$$

۱) اگر $L>0$ و g در همسایگی محذوف a مثبت باشد، داریم:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{L>0}{0^+}=+\infty$$

۲) اگر $L>0$ و g در همسایگی محذوف a منفی باشد، داریم:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{L>0}{0^-}=-\infty$$

۳) اگر $L<0$ و g در همسایگی محذوف a مثبت باشد، داریم:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{L<0}{0^+}=-\infty$$

۴) اگر $L<0$ و g در همسایگی محذوف a منفی باشد، داریم:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{L<0}{0^-}=+\infty$$

۹. اگر $\lim\limits_{x\to 1}\frac{2+a[\frac{-3}{x}]}{2x^2-7x+5}=-\infty$ باشد، $[-6a]$ کدام است؟

۱) -3 ۲) -4 ۳) ۳ ۴) ۴

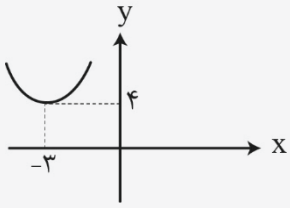
پاسخ: گزینه ۲ متوسط | محاسباتی

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{2+a[-\frac{3}{x}]}{(x-1)(2x-5)}=\frac{2+a(-3)}{0^-}=\frac{2-3a}{0^-}=-\infty\to\begin{cases} 2-3a>0 \\ a<\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{2+a[-\frac{3}{x}]}{(x-1)(2x-5)}=\frac{2+a(-4)}{0^+}=\frac{2-4a}{0^+}=-\infty\to\begin{cases} 2-4a<0 \\ a>\frac{1}{2} \end{cases}$$

اشتراک ۲ جواب: $\frac{1}{2}<a<\frac{2}{3}\xrightarrow{\times(-6)}-3>-6a>-4\to[-6a]=-4$

۱۰. نمودار سهمی $y=f(x)$ به صورت شکل مقابل است اگر $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{x^۲+۱}{a-f(x+b)}=-\infty$ باشد حاصل $a+b$ کدام است؟



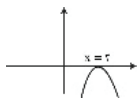
۱) -۱

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) -۲

۴) ۲

پاسخ: گزینه ۱ سخت | محاسباتی

اگر عبارت $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{x^۲+۱}{a-f(x+b)}=-\infty$ همواره برقرار باشد و جواب آن $-\infty$ شود با توجه به صورت که همواره عددی مثبت است مخرج در $x=۲$ باید دارای ریشه‌ی مضاعف باشد. یعنی مخرج در حوالی $x=۲$ به صورت  باشد. پس باید نمودار f را انتقال دهیم.

$$f(x)\xrightarrow{\text{۵ واحد به سمت راست}}f(x-۵)\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به x ها}}-f(x-۵)\xrightarrow{\text{۴ واحد بالا}}۴-f(x-۵)$$

$$\begin{cases}a-f(x+b)\\ ۴-f(x-۵)\end{cases}\rightarrow\begin{cases}a=۴\\ b=-۵\end{cases}\rightarrow a+b=-۱$$

پاسخنامه ریاضی ۲۹ آذر ماه ۱۴۰۳

۸۶. در تابع $f(x)=\sqrt{x+c}-b$. اگر $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f^{-1}(x)-4}{x^2+x-2}=2$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\frac{f(x)}{x+1}$ کدام است؟

۱) -2 ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $-\infty$ ۴) $+\infty$

پاسخ: گزینه ۲

پله اول: چون حد مخرج تابع در همسایگی $x=1$ برابر صفر است و حاصل حد عددی حقیقی است، پس باید صورت هم در همسایگی $x=1$ برابر صفر شود (حالت $\frac{0}{0}$) ، پس:

$$f^{-1}(1)-4=0\Rightarrow f(4)=1\Rightarrow\sqrt{4+c}-b=1$$

پله دوم: حد تابع بعد از رفع ابهام برابر عدد ۲ شده پس:

$$f(x)=\sqrt{x+c}-b\Rightarrow f^{-1}(x)=(x+b)^2-c;(x\geq -b)$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to 1}\frac{f^{-1}(x)-4}{x^2+x-2}=\lim_{x\to 1}\frac{(x+b)^2-c-4}{x^2+x-2}\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to 1}\frac{2(x+b)}{2x+1}=2\Rightarrow\frac{2(1+b)}{3}=2\Rightarrow 1+b=3\Rightarrow b=2\Rightarrow c=5$$

پس $f(x)=\sqrt{x+5}-2$ است.

حاصل حد خواسته شده را می یابیم:

$$\lim_{x\to(-1)^+}\frac{\sqrt{x+5}-2}{x-1}=\frac{0}{0}\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1}{2\sqrt{x+5}}=\frac{1}{4}$$

2. تابع $f(x)=\frac{g(x)-1}{x^3-4x}$ فقط در $x=-2$ دارای حد نامتناهی است، اگر g یک سهمی و $\lim\limits_{x\to -1}\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{1}{6}$ حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}xf(x)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) ۲ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۲

پله اول:

$$f(x)=\frac{g(x)-1}{x^3-4x}=\frac{g(x)-1}{x(x-2)(x+2)}\Rightarrow g(x)-1=ax(x-2)\Rightarrow g(x)=ax(x-2)+1$$

پله دوم:

$$\lim_{x\to -1}\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{1}{6}\to\lim_{x\to -1}\frac{ax(x-2)}{\left(ax(x-2)+1\right)(x^3-4x)}=\frac{3a}{3(3a+1)}=\frac{1}{6}\to a=\frac{1}{3}$$

پله سوم:

$$\to g(x)=\frac{1}{3}x(x-2)+1\to\lim_{x\to+\infty}xf(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{3}x^2(x-2)}{x^3-4x}=\frac{1}{3}$$

3. اگر $f(x)=\log_{\frac{1}{2}} x$ و $g(x)=\tan\left(\frac{\pi}{x}\right)$ باشند، حاصل $\lim\limits_{x\to(-1)^-} fog(x)$ و $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{4}\right)^+} gof(x)$ به ترتیب برابر کدام گزینه است؟

۱) $+\infty,+\infty$ ۲) $-\infty,+\infty$ ۳) $+\infty,-\infty$ ۴) $-\infty,-\infty$

پاسخ: گزینه ۲

تک پله: حاصل حدهای خواسته شده را حساب می کنیم:

$$\lim_{x\to(-1)^-} fog(x)=f\left(\tan\left(\frac{\pi}{(-1)^-}\right)\right)=f\left(\tan\left((-\pi)^+\right)\right)=f(0^+)=\log_{\frac{1}{2}}^{0^+}=+\infty$$

$$\lim_{x\to\frac{1}{4}^+} gof(x)=g\left(\log_{\frac{1}{2}}^{\left(\frac{1}{4}\right)^+}\right)=g(2^-)=\tan\left(\frac{\pi}{2^-}\right)=\tan\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)^+\right)=-\infty$$

4. حاصل $\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{x^2-2x-\left[-x^2+2x+1\right]}{\sqrt{x^2-6x+9}+x^2-9}$ کدام است؟

۱) $-\infty$ ۲) $\frac{5}{12}$ ۳) -1 ۴) $+\infty$

پاسخ: گزینه ۱

تک پله: ابتدا باید مقدار براکت را مشخص کنیم. چون مقدار مشتق در $x=3$ در تابع $-x^2+2x+1$ منفی است این یعنی تابع در آن نقطه نزولی است و خروجی آن به ازای $x=3^-$ برابر -2^+ است. داریم:

$$\lim_{x\to3^-}\frac{x^2-2x+2}{\sqrt{(x-3)^2}+x^2-9}=\lim_{x\to3^-}\frac{x^2-2x+2}{|x-3|+x^2-9}\xrightarrow{x\to3^-}\lim_{x\to3^-}\frac{x^2-2x+2}{x^2-x-6}=\frac{5}{0^-}=-\infty$$

5. اگر $f(x)=\dfrac{1-[6x]}{2x}$ و $g(x)=\dfrac{\left[\frac{1}{x}\right]-x}{x^2+x}$ باشد، آنگاه $\lim\limits_{x\to+\infty}(gof)(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{-1}{3}$ ۲) $\frac{-1}{2}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۳

سرنخ یادتون باشه بچه ها وقتی $x\to\pm\infty$ ، x و $[x]$ هم ارزن؛ یعنی می تونیم به جای همدیگه ازشون استفاده کنیم حالا توی حد اول این کار رو انجام بدید و بعد حل سوال رو شروع کنید.

پله اول:

$$t=\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{1-[6x]}{2x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1-6x}{2x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{2x}-3=(-3)^+$$

پله دوم:

$$\lim_{x\to+\infty}(gof)(x)=\lim_{x\to+\infty} g(f(x))=\lim_{t\to(-3)^+} g(t)=\lim_{t\to(-3)^+}\frac{\left[\frac{1}{t}\right]-t}{t^2+t}=\frac{\left[\frac{1}{(-3)^+}\right]-(-3)}{(-3)^2+(-3)}=\frac{-1+3}{6}=\frac{1}{3}$$

تذکر

$$t\to(-3)^+ : t>-3\to\frac{1}{t}<-\frac{1}{3}\to\left[\frac{1}{t}\right]=-1$$

6. اگر $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{-۲x+۳}{ax^۲+bx-۲}=-\infty$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{۳x-bx^۲+۲}{ax^۲+۲x-۱}$ کدام است؟

۱) -۴ ۲) ۴ ۳) $\frac{-۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

پاسخ: گزینه ۲

سرنخ حاصل حد بی نهایت شده پس مخرج دارای ریشهٔ مضاعف است.

پله اول:

$$\lim_{x\to ۲}\frac{-۲x+۳}{ax^۲+bx-۲}=-\infty\Rightarrow\begin{cases}x\to ۲^+=\lim\frac{-۱}{ax^۲+bx-۲}=-\infty\\ x\to ۲^-=\lim\frac{-۱}{ax^۲+bx-۲}=-\infty\end{cases}\Rightarrow y=ax^۲+bx-۲\ \text{ریشه مضاعف}\ x=۲$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\text{طول رأس سهمی}=۲\Rightarrow\frac{-b}{۲a}=۲\Rightarrow ۴a=-b\Rightarrow ۴a+b=۰\\ y(۲)=۰\Rightarrow ۴a+۲b-۲=۰\Rightarrow \overbrace{۴a+b}^{۰}+b-۲=۰\Rightarrow b-۲=۰\Rightarrow b=۲\end{cases}$$

$$b=۲\to a=\frac{-۱}{۲}$$

پله دوم:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{-bx^۲+۳x+۲}{ax^۲+۲x-۱}=\frac{-bx^۲}{ax^۲}=\frac{-b}{a}=\frac{-۲}{-\frac{۱}{۲}}=۴$$

درسنامه

تعیین مقدار پارامتر در حدود نامتناهی

اگر حاصل $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$ برابر $+\infty$ یا $-\infty$ باشد، اما مشخص نباشد که x از کدام جهت به a میل می کند، در این صورت، وقتی $x\to a$:

۱- حاصل حد مخرج برابر با صفر است.

۲- علامت حد مخرج همواره مثبت یا همواره منفی است.

(اگر مخرج کسر عبارتی درجهٔ دوم باشد، نتیجه می گیریم که عبارت مربع کامل است.)

8. اگر $f(x)=\frac{x^۲+[x]|x|-۸}{x^۳-۸}$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(۲-\frac{۱}{x}\right)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) -۲ ۳) $+\infty$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

پاسخ: گزینه ۱

سرنخ قدر مطلق را تعیین علامت کرده و مقدار جزء صحیح را در نقطهٔ موردنظر قرار دهید.

تک پله:

$$f(x)=\frac{x^۲+[x]|x|-۸}{x^۳-۸}\qquad \lim_{x\to-\infty}f\left(۲-\frac{۱}{x}\right)=f\left(۲-\frac{۱}{-\infty}\right)=f(۲-۰^-)=f(۲^+)=\lim_{x\to ۲^+}f(x)$$

$$\lim_{x\to ۲^+}f(x)=\lim_{x\to ۲^+}\frac{x^۲+|x|[x]-۸}{x^۳-۸}=\lim_{x\to ۲^+}\frac{x^۲+x[۲^+]-۸}{x^۳-۸}=$$

$$=\lim_{x\to ۲^+}\frac{x^۲+۲x-۸}{x^۳-۸}=\frac{۰}{۰}\xrightarrow{\text{تجزیه}}\lim_{x\to ۲^+}\frac{\cancel{(x-۲)}(x+۴)}{\cancel{(x-۲)}(x^۲+۲x+۴)}=\frac{۶}{۱۲}=\frac{۱}{۲}$$

درسنامه

حد توابع شامل جزء صحیح

برای محاسبه حد توابع جزء صحیح (براکتی) در $x=a$ ابتدا باید جزء صحیح را حذف کنیم و سپس از تابع حد بگیریم. در این مسائل با دو حالت کلی مواجه می شویم:

۱- اگر $x=a$ ، عبارت داخل براکت را صحیح نکند مقدار عبارت داخل براکت را به ازای $x=a$ مشخص کرده و براکت را حذف می کنیم، سپس حد تابع را محاسبه می کنیم.

$$\lim_{x\to ۳}\left(x+\left[\frac{x}{۲}\right]\right)=\lim_{x\to ۳}\left(x+\left[\frac{۳}{۲}\right]\right)=\lim_{x\to ۳}(x+۱)=۳+۱=۴$$

۲- اگر $x=a$ ، عبارت داخل براکت را صحیح کند، باید به طور مجزا حد چپ و راست تابع را در $x=a$ به دست آوریم:

حد توابع شامل قدرمطلق:

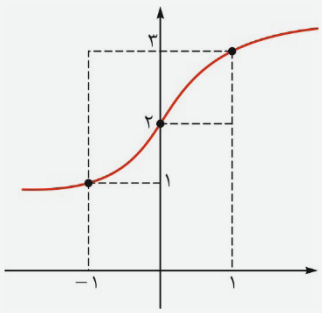
برای محاسبه حد توابع شامل قدرمطلق در $x=a$ ابتدا باید قدرمطلق را حذف کنیم و سپس از تابع حد بگیریم. در این مسائل با دو حالت کلی مواجه می شویم:

۱- اگر $x=a$ ریشهٔ عبارت داخل قدرمطلق نباشد، علامت عبارت داخل قدرمطلق را به ازای $x=a$ مشخص کرده و قدرمطلق را را حذف می کنیم.

$$\lim_{x\to ۰}\frac{\overbrace{|۳x-۱|}^{-}-\overbrace{|۲x+۱|}^{+}}{x}=\lim_{x\to ۰}\frac{-(۳x-۱)-(۲x+۱)}{x}=\lim_{x\to ۰}\frac{-۵\cancel{x}}{\cancel{x}}=-۵$$

۲- اگر $x=a$ ریشهٔ عبارت داخل قدرمطلق باشد، حد چپ و راست تابع را در $x=a$ به دست می آوریم. (یعنی علامت عبارت داخل قدرمطلق را به ازای مقادیر کوچک تر یا بزرگ تر از a مشخص می کنیم و قدرمطلق را برمی داریم، سپس به سراغ محاسبهٔ حد می رویم.)

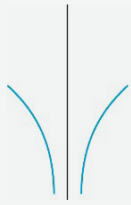
8. اگر نمودار تابع f به صورت مقابل باشد نمودار تابع $y=\frac{f(x-۱)+۱}{۲-f(x)}$ در اطراف $x=۰$ چگونه است؟



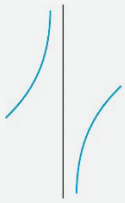
۱)



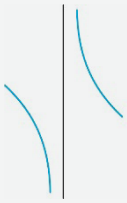
۲)



۳)



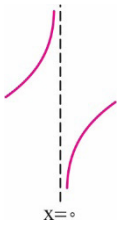
۴)



پاسخ: گزینه ۳

تک پله:

$$\left.\begin{aligned}\lim_{x\to ۰^+}\frac{f(x-۱)+۱}{۲-f(x)}&=\frac{f(-۱^+)+۱}{۲-f(۰^+)}=\frac{۱+۱}{۱-۲^+}=\frac{۲}{۰^-}=-\infty\\ \lim_{x\to ۰^-}\frac{f(x-۱)+۱}{۲-f(x)}&=\frac{f(-۱^-)+۱}{۲-f(۰^-)}=\frac{۱+۱}{۱-۲^-}=\frac{۲}{۰^+}=+\infty\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$



9. به ازای چند مقدار صحیح a تساوی $\lim\limits_{x\to ۶}\frac{a[x]-[-۲x]}{۱+۲\sin\left(\frac{۷\pi}{x}\right)}=+\infty$ برقرار است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) هیچ مقدار

پاسخ: گزینه ۴

سرنخ در حدهای شامل جزء صحیح ، مقدار جزء صحیح را در نقطهٔ داده شده قرار می دهیم. توجه کنید که حد چپ و راست هر دو باید برابر $+\infty$ شود.

پله اول:

$$x=۶^+:\frac{a[۶^+]-[(-۱۲)^-]}{۱+۲\sin\left(\frac{۷\pi}{x}\right)}=+\infty\Rightarrow\frac{۶a+۱۳}{۱+۲\left(\frac{-۱}{۲}\right)^+}=+\infty\Rightarrow\frac{۶a+۱۳}{۰^+}=+\infty\Rightarrow ۶a+۱۳>۰\Rightarrow a>\frac{-۱۳}{۶} \quad *$$

پله دوم:

$$x=۶^-:\frac{a[۶^-]-[(-۱۲)^+]}{۱+۲\sin\left(\frac{۷\pi}{x}\right)}=+\infty\Rightarrow\frac{۵a+۱۲}{۱+۲\left(\frac{-۱}{۲}\right)^-}=+\infty\Rightarrow\frac{۵a+۱۲}{۰^-}=+\infty \text{ ج}$$

$$\Rightarrow ۵a+۱۲<۰\Rightarrow a<\frac{-۱۲}{۵} \quad **$$

$*$ و $**$ اشتراک $\Rightarrow\varnothing\Rightarrow$ هیچ مقدار

10. اگر $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{x}-۱}{a\sqrt{x}+۱}-۲x+b\sqrt{x}+c=۴$ ، آنگاه حاصل $a+b+c$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۹}{۲}$ ۴) $-\frac{۹}{۲}$

پاسخ: گزینه ۱

سرنخ در عبارت کسری داده شده صورت کسر را بر مخرج تقسیم کنید.

روش اول:

پله اول: ابتدا عبارت $x\sqrt{x}-۱$ را بر $a\sqrt{x}+۱$ تقسیم کرد. و عبارت ها را ساده می کنیم.

$$\begin{array}{r|l} x\sqrt{x}-۱ & a\sqrt{x}+۱ \\ -x\sqrt{x}+\frac{x}{a} & \frac{x}{a}-\frac{۱}{a^۲}\sqrt{x}+\frac{۱}{a^۳} \\ \hline -\frac{x}{a}-۱ & \\ -\left(-\frac{۱}{a}x-\frac{۱}{a^۲}\sqrt{x}\right) & \\ \hline \frac{۱}{a^۲}\sqrt{x}-۱ & \\ -\left(\frac{۱}{a^۲}\sqrt{x}+\frac{۱}{a^۳}\right) & \\ \hline -\frac{۱}{a^۳}-۱ & \end{array}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{x}-۱}{a\sqrt{x}+۱}-۲x+b\sqrt{x}+c=۴$$

پله دوم:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(a\sqrt{x}+۱)\left(\frac{x}{a}-\frac{\sqrt{x}}{a^۲}+\frac{۱}{a^۳}\right)-\frac{۱}{a^۳}-۱}{a\sqrt{x}+۱}-۲x+b\sqrt{x}+c=۴$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{a}-\frac{\sqrt{x}}{a^۲}+\frac{۱}{a^۳}-\frac{\frac{۱}{a^۳}+۱}{a\sqrt{x}+۱}-۲x+b\sqrt{x}+c\right)=۴$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\left(\left(\frac{۱}{a}-۲\right)x+\left(\frac{-۱}{a^۲}+b\right)\sqrt{x}+\left(\frac{۱}{a^۳}+c\right)\right)-\underbrace{\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{۱}{a^۳}+۱}{a\sqrt{x}+۱}}_{۰}=۴$$

حاصل حد برابر ۴ شده، پس باید ضریب x و $\sqrt{x}$ برابر صفر شود.

$$\frac{۱}{a}-۲=۰\to a=\frac{۱}{۲} \qquad -\frac{۱}{a^۲}+b=۰\to b=\frac{۱}{a^۲}=۴$$

$$\frac{۱}{a^۳}+c=۴\to c=۴-\frac{۱}{a^۳}=۴-\frac{۱}{\left(\frac{۱}{۲}\right)^۳}=۴-۸=-۴$$

بنابراین حاصل $a+b+c$ برابر $\frac{۱}{۲}$ است.

روش دوم:

پله اول: ابتدا از عبارت های داده شده مخرج مشترک می گیریم:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{x}-۱-۲ax\sqrt{x}+abx+ac\sqrt{x}-۲x+b\sqrt{x}+c}{a\sqrt{x}+۱}=۴$$

پله دوم:

$$x\sqrt{x}-۲ax\sqrt{x}=۰\to x\sqrt{x}(۱-۲a)=۰\to a=\frac{۱}{۲} \qquad abx-۲x=۰\to ab=۲\xrightarrow{a=\frac{۱}{۲}}b=۴$$

$$\frac{ac\sqrt{x}+b\sqrt{x}}{a\sqrt{x}}=۴\to\frac{ac+b}{a}=۴\to\frac{c}{۲}+۴=۴\left(\frac{۱}{۲}\right)\to C=-۴$$

بنابراین حاصل $a+b+c=\frac{۱}{۲}$ است.

۱ اگر تابع $f=\{(۲,a^۲),(-۱,۱۷),(۳,۴),(۰,۲a+۸)\}$ اکیداً یکنوا باشد، مقدار $\left[\frac{a}{۲}\right]$ کدام است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) فقط ۱
۲) فقط ۲
۳) ۰ یا ۱
۴) ۱ یا ۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint تابع اکیداً یکنوا، یا اکیداً صعودیه یا اکیداً نزولی. هر دو حالت رو با توجه به مقادیر داده‌شده بررسی کن و ببین کدومش ممکنه.

درس Box

توابع یکنوا (صعودی و نزولی)

تعریف توابع صعودی و نزولی

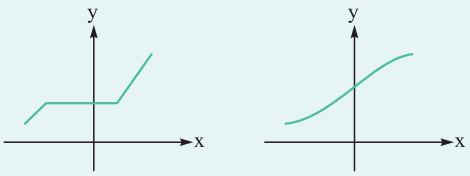
برای هر تابع f روی دامنهٔ A و برای هر دو عضو $a,b\in A$ که $a<b$ باشد، چهار حالت یکنوایی وجود دارد:

اکیداً صعودی: هرگاه ورودی بزرگ‌تر، خروجی بزرگ‌تری نیز تولید کند.

$$a<b \Rightarrow f(a)<f(b)$$

صعودی: خروجی با افزایش ورودی، کاهش نمی‌یابد (می‌تواند ثابت بماند).

$$a<b \Rightarrow f(a)\le f(b)$$

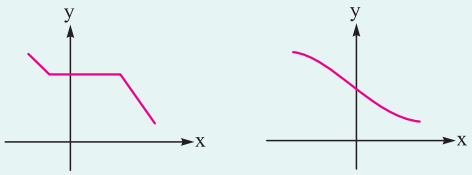


اکیداً نزولی: هرگاه ورودی بزرگ‌تر، خروجی کوچک‌تری تولید کند.

$$a<b \Rightarrow f(a)>f(b)$$

نزولی: خروجی با افزایش ورودی، افزایش نمی‌یابد (می‌تواند ثابت بماند).

$$a<b \Rightarrow f(a)\ge f(b)$$



تعریف تابع یکنوا

- به تابعی که اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد، تابع اکیداً یکنوا می‌گویند.
- به تابعی که صعودی (غیرنزولی) یا نزولی (غیرافزایشی) باشد، تابع یکنوا می‌گویند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: تابع f اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی است.

حالت اول اکیداً صعودی باشد:

$$f(-۱)<f(۰)<f(۲)<f(۳) \Rightarrow ۱۷<۲a+۸<a^۲<۴$$

که این حالت غیر قابل قبول است، زیرا $۱۷\not<۴$.

گام دوم: پس تابع f باید اکیداً نزولی باشد:

$$f(-۱)>f(۰)>f(۲)>f(۳) \Rightarrow ۱۷>۲a+۸>a^۲>۴$$

گام سوم: برای حل این نامعادله، سه نامعادلهٔ زیر را حل کرده و بین جواب‌های آن‌ها اشتراک می‌گیریم:

$$\left.\begin{array}{l} ۱۷ > ۲a + ۸ \Rightarrow a < \frac{۹}{۲} \\ ۲a + ۸ > a^۲ \Rightarrow a^۲ - ۲a - ۸ < ۰ \xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} -۲ < a < ۴ \\ a^۲ > ۴ \Rightarrow a > ۲ \text{ یا } a < -۲ \end{array}\right\} \xrightarrow{\cap} ۲ < a < ۴$$

گام چهارم: حال برای مشخص‌کردن $\left[\frac{a}{۲}\right]$ داریم:

$$۲ < a < ۴ \Rightarrow ۱ < \frac{a}{۲} < ۲ \Rightarrow \left[\frac{a}{۲}\right] = ۱$$

۲ کدام تابع غیریکنوا است؟

۱) $y=\sqrt{-x}+|x|$

۲) $y=x^{۲}+\sqrt{۱-x}-۲x$

۳) $y=\frac{x^{۲}-۱}{|x-۱|}$

۴) $y=\frac{x^{۳}}{|x|}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

تابع غیریکنوا یعنی یه جاهایی صعودیه و یه جاهایی نزولیه. نمودار هر گزینه رو به صورت تقریبی رسم کن یا بازه‌های صعودی و نزولی بودنشون رو بررسی کن.

درس Box

بررسی یکنوایی توابع ترکیبی

بهترین روش برای بررسی یکنوایی (صعودی یا نزولی بودن) یک تابع، رسم نمودار آن است. اما در حالاتی که ضابطهٔ تابع پیچیده است و رسم نمودار دشوار است، می‌توان از قوانین جبری زیر کمک گرفت. در استفاده از این قوانین، توجه به دامنهٔ مشترک توابع بسیار مهم است.

نکته

قوانین یکنوایی در اعمال روی توابع

فرض کنید توابع f و g روی یک دامنهٔ مشترک، یکنوا باشند. در این صورت:

یکنوایی مجموع توابع

- اگر f و g هر دو صعودی باشند، آن‌گاه تابع $f+g$ نیز صعودی است.
- اگر f و g هر دو نزولی باشند، آن‌گاه تابع $f+g$ نیز نزولی است.

یکنوایی حاصل‌ضرب توابع (با مقادیر مثبت)

- اگر f و g هر دو صعودی و مقادیرشان همگی مثبت باشند، آن‌گاه تابع $f.g$ نیز صعودی است.
- اگر f و g هر دو نزولی و مقادیرشان همگی مثبت باشند، آن‌گاه تابع $f.g$ نیز نزولی است.

یکنوایی قرینه و معکوس تابع

- اگر f صعودی باشد، آن‌گاه تابع $-f$ نزولی است.
- اگر f نزولی باشد، آن‌گاه تابع $-f$ صعودی است.
- اگر f صعودی و مقادیرش همگی مثبت باشند، آن‌گاه تابع $\frac{۱}{f}$ نزولی است.
- اگر f نزولی و مقادیرش همگی مثبت باشند، آن‌گاه تابع $\frac{۱}{f}$ صعودی است.

توجه تمام قوانین بالا برای توابع اکیداً یکنوا نیز برقرار هستند.

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به نکات و دامنه‌ها گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

(۱) گزینهٔ: $-x\geq ۰ \Rightarrow x\leq ۰ \xrightarrow{|x|=-x} y=\sqrt{-x}-x$: جمع دو تابع نزولی $\Rightarrow$ نزولی

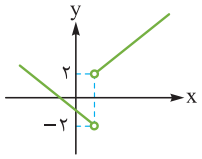
(۲) گزینهٔ: $۱-x\geq ۰ \Rightarrow x\leq ۱$

در بازهٔ $x\leq ۱$ سهمی $y=x^{۲}-۲x=(x-۱)^{۲}-۱$ نزولی است:

$y=x^{۲}-۲x+\sqrt{۱-x}$: جمع دو تابع نزولی $\Rightarrow$ نزولی

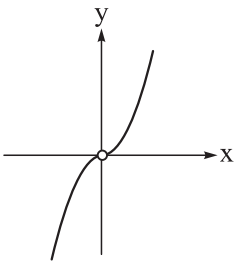
(۳) گزینهٔ: $y=\frac{x^{۲}-۱}{|x-۱|} \Rightarrow y=\begin{cases}\frac{(x-۱)(x+۱)}{x-۱} & ; \quad x>۱\\ \frac{(x-۱)(x+۱)}{-(x-۱)} & ; \quad x<۱\end{cases} \Rightarrow y=\begin{cases}x+۱ & ; \quad x>۱\\ -x-۱ & ; \quad x<۱\end{cases}$

نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



(۴) گزینهٔ: $y=\frac{x^{۳}}{|x|} \Rightarrow y=\begin{cases}\frac{x^{۳}}{x} & ; \quad x>۰ \\ \frac{x^{۳}}{-x} & ; \quad x<۰\end{cases} \Rightarrow y=\begin{cases}x^{۲} & ; \quad x>۰ \\ -x^{۲} & ; \quad x<۰\end{cases}$

نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



گام دوم: می‌بینیم که تابع گزینهٔ (۳) غیریکنوا است..

۳ نمودار تابع درجه‌دوم $y=f(x)$ بر محور طول‌ها مماس است و $(-1,+\infty)$ بزرگ‌ترین بازه‌ای است که تابع f روی آن اکیداً نزولی است. اگر تابع $2f+g$ همانی و تابع g روی بازهٔ $(-2,+\infty)$ صعودی و روی بازهٔ $(-\infty,-2)$ نزولی باشد، مقدار $f(3)$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) -4 ۳) ۳ ۴) -3

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint از شرط‌های یکنوایی و مماس‌بودن، ضابطهٔ $f(x)$ رو برحسب ضریب a پیدا کن. بعد ضابطهٔ $g(x)$ رو هم برحسب a به دست بیار و از نقطهٔ رأس g برای پیداکردن مقدار a استفاده کن.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با توجه به شرایط مسئله $x=-1$ طول رأس سهمی f است و چون بر محور طول‌ها مماس است، ضابطهٔ آن به صورت زیر است:

$$f(x)=a(x+1)^2$$

گام دوم: حال چون تابع $2f+g$ همانی است داریم:

$$(2f+g)(x)=x \Rightarrow 2f(x)+g(x)=x \Rightarrow g(x)=x-2f(x) \Rightarrow g(x)=x-2a(x+1)^2$$

$$\Rightarrow g(x)=x-2a(x^2+2x+1)=x-2ax^2-4ax-2a \Rightarrow g(x)=-2ax^2-(4a-1)x-2a$$

گام سوم: حال با توجه به شرایط تابع g و نکتهٔ سؤال، $x=-2$ طول رأس آن است.

$$x_s=\frac{4a-1}{-4a} \Rightarrow -2=\frac{4a-1}{-4a} \Rightarrow 8a=4a-1 \Rightarrow 4a=-1 \Rightarrow a=-\frac{1}{4}$$

گام چهارم: حالا با جای‌گذاری مقدار a، ضابطهٔ تابع f را بازنویسی کرده و مقدار $f(3)$ را مشخص می‌کنیم:

$$f(x)=-\frac{1}{4}(x+1)^2 \Rightarrow f(3)=-\frac{1}{4}\times 16=-4$$

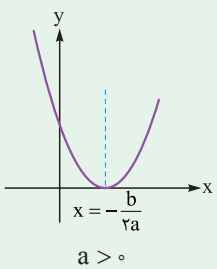
نکته **یکنوایی (صعودی و نزولی بودن) تابع درجه‌دوم**

تابع درجه‌دوم $f(x)=ax^2+bx+c$ بر روی کل دامنهٔ خود $(\mathbb{R})$ یکنوا نیست، اما می‌توان آن را به دو بازهٔ اکیداً یکنوا تقسیم کرد. نقطهٔ مرزی این بازه‌ها، طول رأس سهمی یعنی $x=-\frac{b}{2a}$ است.

حالت اول: $a>0$ (دهانهٔ سهمی رو به بالا)

در این حالت، تابع تا رأس نزولی و از رأس به بعد صعودی است.

- بازهٔ اکیداً نزولی: $(-\infty,-\frac{b}{2a}]$
- بازهٔ اکیداً صعودی: $[-\frac{b}{2a},+\infty)$

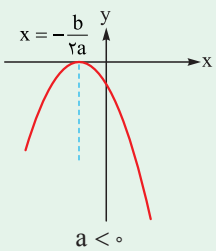


$a>0$

حالت دوم: $a<0$ (دهانهٔ سهمی رو به پایین)

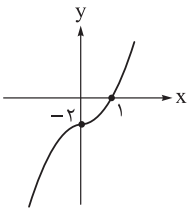
در این حالت، تابع تا رأس صعودی و از رأس به بعد نزولی است.

- بازهٔ اکیداً صعودی: $(-\infty,-\frac{b}{2a}]$
- بازهٔ اکیداً نزولی: $[-\frac{b}{2a},+\infty)$



$a<0$

۴ شکل مقابل مربوط به نمودار تابع $f(x)=ax^3+b$ است. اگر تابع $g(x)=\frac{f(x)}{bx+a}$ روی بازهٔ (α,β) یکنوا باشد، حداکثر مقدار $\beta-\alpha$ کدام است؟ $(\alpha<0<\beta)$



۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint اول با استفاده از نقطه‌های روی نمودار، ضابطهٔ تابع $f(x)$ رو کامل پیدا کن. بعدش این ضابطه رو بذار توی تابع $g(x)$ و تا جایی که می‌شه ساده‌اش کن.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا به کمک نقاط روی نمودار ضابطهٔ تابع f را مشخص می‌کنیم:

$$(0,-2)\in f \Rightarrow -2=b$$

$$(1,0)\in f \Rightarrow 0=a+b \Rightarrow a-2=0 \Rightarrow a=2 \Rightarrow f(x)=2x^3-2$$

گام دوم: حال ضابطهٔ تابع g را مشخص می‌کنیم:

$$g(x)=\frac{f(x)}{bx+a} \Rightarrow g(x)=\frac{2x^3-2}{-2x+2} \Rightarrow g(x)=\frac{2(x^3-1)}{-2(x-1)}$$

$$\Rightarrow g(x)=\frac{2(x-1)(x^2+x+1)}{-2(x-1)}=-(x^2+x+1)\ ;\ x\neq 1$$

گام سوم: پس تابع g یک تابع درجه‌دوم با دامنهٔ $\mathbb{R}-\{1\}$ است و می‌دانیم که توابع درجه‌دوم روی بازه‌ای از دامنه‌شان که طول رأس سهمی جزء نقاط درونی آن بازه است، یکنوا نیستند.

حالا با توجه به فرض بسیار مهم سؤال که $\alpha<0<\beta$ است، نتیجه می‌گیریم که کم‌ترین مقدار α برابر همین طول رأس سهمی است:

$$g(x)=-x^2-x-1\ ;\ x\neq 1 \xrightarrow{x_s=-\frac{b}{2a}} x_s=-\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha\geq -\frac{1}{2}$$

از طرفی $x=1$ جزء دامنهٔ تابع g نیست، پس بیشترین مقدار β نیز برابر ۱ است:

$$\beta\leq 1$$

از توضیحات بالا نتیجه می‌گیریم که بزرگ‌ترین بازه به فرم مفروض سؤال که روی آن تابع g یکنوا باشد، بازهٔ $(-\frac{1}{2},1)$ است، پس بیشترین مقدار $\beta-\alpha$ برابر $\frac{3}{2}$ است.

۵ اگر $y = ۲f(۲-x)$ تابعی اکیداً صعودی با دامنهٔ $[۵, -۴]$ باشد که محور x را فقط در نقطه‌ای به طول -۱ قطع کند، دامنهٔ تابع $g(x) = \sqrt{\frac{f(x)}{x^۲ - ۱}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

تأثیر توابع یکنوا بر نامعادلات

قانون کلی اعمال تابع بر نامعادله

هنگامی که طرفین یک نامعادله را به عنوان ورودی به یک تابع می‌دهیم، جهت نامعادله ممکن است ثابت بماند یا برعکس شود. این موضوع به صعودی یا نزولی بودن تابع بستگی دارد:

- اگر تابع f اکیداً صعودی باشد، جهت نامعادله حفظ می‌شود:

$$a < b \Leftrightarrow f(a) < f(b)$$

- اگر تابع f اکیداً نزولی باشد، جهت نامعادله برعکس می‌شود:

$$a < b \Leftrightarrow f(a) > f(b)$$

کاربرد در توابع معروف

نوع تابع	بازهٔ یکنوایی	تأثیر بر نامعادله
توان فرد $f(x) = x^{۲n+۱}$	$\mathbb{R}$	اکیداً صعودی ← جهت حفظ می‌شود.
توان زوج $f(x) = x^{۲n}$	$[۰, +\infty)$	اکیداً صعودی ← جهت حفظ می‌شود (برای اعداد نامنفی)
توان زوج $f(x) = x^{۲n}$	$(-\infty, ۰]$	اکیداً نزولی ← جهت برعکس می‌شود (برای اعداد نامثبت)
نمایی $f(x) = a^x$	$\mathbb{R}$	اگر $a > ۱$ صعودی (حفظ جهت) و اگر $۰ < a < ۱$ نزولی (برعکس‌شدن جهت) است.
لگاریتمی $f(x) = \log_a x$	$(۰, +\infty)$	اگر $a > ۱$ صعودی (حفظ جهت) و اگر $۰ < a < ۱$ نزولی (برعکس‌شدن جهت) است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا دامنهٔ تابع $y = f(x)$ و وضعیت یکنوایی و محل برخورد آن با محور xها را مشخص می‌کنیم:

$$-۴ \le x \le ۵ \Rightarrow -۵ \le -x \le ۴ \Rightarrow -۳ \le ۲ - x \le ۶ \Rightarrow D_f = [-۳, ۶]$$

$$(-۱, ۰) \in y = ۲f(۲-x) \Rightarrow ۰ = ۲f(۳) \Rightarrow f(۳) = ۰$$

هم‌چنین طبق نکات قبلی، اگر تابع $y = f(x)$ اکیداً صعودی باشد، تابع $y = f(-x)$ اکیداً نزولی است، پس:

$$y = ۲f(۲-x) \text{ اکیداً صعودی} \Rightarrow y = f(x) \text{ اکیداً نزولی}$$

گام دوم: حال چون تابع f اکیداً نزولی و $f(۳) = ۰$ در نتیجه:

$$-۳ \le x < ۳ \Rightarrow f(-۳) \ge f(x) > f(۳) \Rightarrow f(x) > ۰$$

$$۳ < x \le ۶ \Rightarrow f(۳) > f(x) \ge f(۶) \Rightarrow f(x) < ۰$$

گام سوم: حالا برای مشخص‌کردن دامنهٔ تابع g، مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $\frac{f(x)}{x^2-1} \geq 0$ را مشخص می‌کنیم:

x	-3		-1		1		3		6
$f(x)$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
x^2-1		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$g(x)$		$+$	تن	$-$	تن	$+$	0	$-$	

$$\Rightarrow D_g = [-3, -1) \cup (1, 3]$$

در نتیجه دامنهٔ تابع g شامل اعداد صحیح $\{3, 2, -2, -3\}$ است.

ریاضی

۶ فرض کنید $f(x)=a-x$ و $g(x)=\sqrt{x+2a}$ باشند. به ازای کدام مقدار غیرصفر a، توابع fog و gof روی محور xها متقاطع‌اند؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint دو تابع وقتی روی محور xها متقاطع‌اند که ریشه‌های یکسانی داشته باشن، پس $fog(x)=0$ و $gof(x)=0$ رو حل کن و ریشه‌هاشون رو مساوی هم قرار بده.

درس Box

تعریف ترکیب توابع

ترکیب دو تابع f و g، عملی است که در آن خروجی تابع اول (g) به عنوان ورودی برای تابع دوم (f) استفاده می‌شود. تابع ترکیبی حاصل را با نماد fog نمایش می‌دهیم و «اف اُ جی» می‌خوانیم.

ضابطهٔ تابع ترکیبی: ضابطهٔ تابع fog به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(fog)(x)=f(g(x))$$

برای محاسبه، ابتدا $g(x)$ را حساب کرده و سپس حاصل را در ضابطهٔ f جای‌گذاری می‌کنیم.

دامنهٔ ترکیبی: دامنهٔ fog شامل تمام ورودی‌های x است که دو شرط زیر برای آن‌ها به طور همزمان برقرار باشد:

۱) x باید در دامنهٔ تابع داخلی باشد، یعنی $(x\in D_g)$.

۲) خروجی تابع داخلی، یعنی $g(x)$، باید در دامنهٔ تابع خارجی باشد (یعنی $g(x)\in D_f$).

به زبان ریاضی، دامنهٔ تابع ترکیبی به صورت زیر است:

$$D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا معادلات $(gof)(x)=0$ و $(fog)(x)=0$ را حل می‌کنیم:

$$(gof)(x)=0 \Rightarrow g(f(x))=\sqrt{f(x)+2a}=0 \Rightarrow f(x)=-2a \Rightarrow a-x=-2a \Rightarrow x=3a$$

$$(fog)(x)=0 \Rightarrow f(g(x))=a-\sqrt{x+2a}=0 \Rightarrow \sqrt{x+2a}=a \xrightarrow{\text{توان ۲}} x+2a=a^2 \Rightarrow x=a^2-2a$$

گام دوم: حال چون می‌خواهیم این دو تابع روی محور xها متقاطع باشند، داریم:

$$a^2-2a=3a \Rightarrow a^2-5a=0 \xrightarrow{a\neq 0} a=5$$

کنکور اگر $f(x)=\sqrt{a-x}$ و $g(x)=3-x$ باشد، به ازای کدام مقدار a، توابع f و gof روی محور yها متقاطع‌اند؟

(سؤال ۱۱۷ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)

۱) ۱/۲۵ ۲) ۱/۵

۳) ۲/۲۵ ۴) ۲/۵

۷ اگر $f(x)=\begin{cases} x^2+x & ; \ x\geq 1 \\ x-x^2-1 & ; \ x<1 \end{cases}$ و $g(x)=\begin{cases} x+1 & ; \ f(x)<0 \\ x-3 & ; \ f(x)>0 \end{cases}$ باشند، مقدار $(fog)(1)+(gof)(-1)$ کدام است؟

۱) -10 ۲) -12 ۳) -11 ۴) -9

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint برای محاسبهٔ هر کدوم از این توابع ترکیبی، باید مرحله‌به‌مرحله پیش بری. اول تابع داخلی رو حساب کن، بعد جوابش رو بذار توی تابع خارجی.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با توجه به ضابطهٔ توابع f و g داریم:

$$f(1)=2>0 \Rightarrow (fog)(1)=f(g(1))=f(1-3)=f(-2)=-7$$

$$(gof)(-1)=g(f(-1))=g(-3)$$

$$\xrightarrow{f(-3)=-13<0} g(-3)=-3+1=-2 \Rightarrow (gof)(-1)=-2$$

گام دوم: مقدار عبارت خواسته‌شده برابر است با:

$$(fog)(1)+(gof)(-1)=-7-2=-9$$

۸ اگر $g(x) = ۳x - |x|$ باشد و نمودار تابع f محور افقی را در نقاط با طول‌های ۲ و -۳ قطع کند، مجموع طول نقاط برخورد تابع fog با محور xها کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۴}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

برای پیداکردن ریشه‌های fog اول باید ببینی ریشه‌های خود f چی هستن، فرض کن ریشه‌های f شدن $y_۱$ و $y_۲$، حالا باید بری معادله‌های $g(x) = y_۱$ و $g(x) = y_۲$ رو حل کنی.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: نقاط برخورد تابع (fog) با محور xها جواب‌های معادلهٔ $(fog)(x) = ۰$ می‌باشد:

$$f(g(x)) = ۰ \xrightarrow[f(-۳)=۰]{f(۲)=۰} \begin{cases} g(x) = ۲ \\ g(x) = -۳ \end{cases}$$

گام دوم: حال با توجه به ضابطهٔ تابع g داریم:

$$g(x) = ۲ \Rightarrow ۳x - |x| = ۲ \Rightarrow \begin{cases} x \geq ۰ \ ; \ ۲x = ۲ \Rightarrow x = ۱ \checkmark \\ x < ۰ \ ; \ ۴x = ۲ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲} \times \end{cases}$$

$$g(x) = -۳ \Rightarrow ۳x - |x| = -۳ \Rightarrow \begin{cases} x \geq ۰ \ ; \ ۲x = -۳ \Rightarrow x = -\frac{۳}{۲} \times \\ x < ۰ \ ; \ ۴x = -۳ \Rightarrow x = -\frac{۳}{۴} \checkmark \end{cases}$$

گام سوم: در نتیجه مجموع طول نقاط برخورد برابر است با:

$$۱ + (-\frac{۳}{۴}) = \frac{۱}{۴}$$

۹ توابع $f(x)=[x+1]+[3-x]$ و $g(x)=x^2+ax-a$ مفروض‌اند. اگر gof تابعی ثابت باشد، کم‌ترین مقدار تابع g کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است)

۱) $-5/25$ ۲) $-5/5$ ۳) $-6/5$ ۴) -7

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint اول برد تابع $f(x)$ رو پیدا کن. چون gof ثابته، یعنی g به ازای تمام مقادیر برد f باید به خروجی ثابت بده، از این تساوی برای پیداکردن a استفاده کن.

درس Box

تعریف تابع ثابت

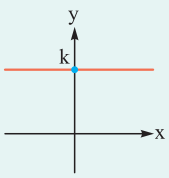
تابعی را ثابت می‌نامیم که برد آن تنها شامل یک عضو باشد. به عبارت دیگر، این تابع به ازای تمام ورودی‌های دامنهٔ خود، همواره یک خروجی یکسان و ثابت تولید می‌کند.

ضابطهٔ تابع: $f(x)=k$ که در آن k یک عدد حقیقی ثابت می‌باشد.

دامنه: معمولاً مجموعهٔ اعداد حقیقی $(\mathbb{R})$ در نظر گرفته می‌شود.

برد: مجموعهٔ تک‌عضوی (k) است.

نمودار تابع ثابت: نمودار تابع ثابت، یک خط افقی موازی با محور xهاست که محور yها را در نقطهٔ k قطع می‌کند.



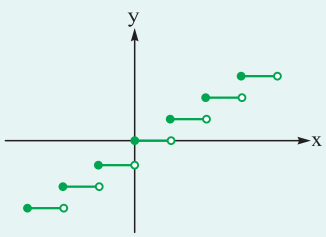
تابع جزء صحیح و نمودارهای مرتبط

تعریف تابع جزء صحیح

تابع جزء صحیح، به هر عدد حقیقی x، بزرگ‌ترین عدد صحیحی را نسبت می‌دهد که کوچک‌تر یا مساوی x باشد. این تابع را با نماد $y=[x]$ نمایش می‌دهیم.

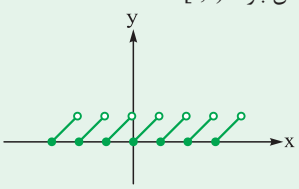
دامنه: مجموعهٔ اعداد حقیقی $(\mathbb{R})$

برد: مجموعهٔ اعداد صحیح $(\mathbb{Z})$

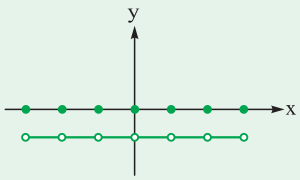


نکته **نمودار چند تابع معروف شامل جزء صحیح**

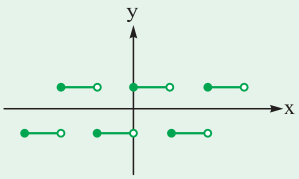
۱) **تابع جزء کسری** $y=x-[x]$: این تابع، بخش اعشاری اعداد را نمایش می‌دهد و برد آن بازهٔ $[0,1)$ است.



۲) **تابع** $y=[x]+[-x]$: مقدار این تابع برای اعداد صحیح صفر و برای اعداد غیرصحیح ۱− است.



۳) **تابع** $y=(-1)^{[x]}$: این تابع به صورت متناوب بین مقادیر ۱ و ۱− در بازه‌های صحیح تغییر می‌کند.



نکته

ویژگی‌های مهم تابع جزء صحیح

تابع جزء صحیح ($y=[x]$) دارای ویژگی‌های جبری متعددی است که در حل مسائل و ساده‌سازی عبارات به کار می‌روند، مهم‌ترین این ویژگی‌ها عبارت‌اند از:

- **تعریف اصلی:** اگر n یک عدد صحیح باشد، $[x]=n$ اگر و تنها اگر $n\le x<n+1$ باشد.

(یک نتیجهٔ مستقیم این است که اگر x خود عددی صحیح باشد، آن‌گاه $[x]=x$ است.)

- **نامساوی‌های مهم:** برای هر عدد حقیقی x همواره دو نامساوی زیر برقرار است:

$$[x]\le x<[x]+1\ ,\ x-1<[x]\le x$$

- **خاصیت جزء کسری:** اختلاف هر عدد با جزء صحیح آن $(x-[x])$ همواره در بازهٔ $[0,1)$ قرار دارد.

$$0\le x-[x]<1$$

- **جمع با عدد صحیح:** اگر k یک عدد صحیح باشد، می‌توان آن را از داخل جزء صحیح خارج کرد:

$$[x+k]=[x]+k\quad (k\in\mathbb{Z})$$

- **جزء صحیح قرینه:** رابطهٔ جزء صحیح x و $-x$ به صورت زیر است:

$$[-x]=\begin{cases}-[x] & x\in\mathbb{Z}\\ -[x]-1 & x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به نکات برای تابع f داریم:

$$f(x)=[x+1]+[-x-1+4]\Rightarrow f(x)=[x+1]+[-x-1]+4\Rightarrow f(x)=\begin{cases}0+4 & ;\ x\in\mathbb{Z}\\ -1+4 & ;\ x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x)=\begin{cases}4 & x\in\mathbb{Z}\\ 3 & x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$$

گام دوم: حال چون تابع gof ثابت است، برای $x_1\in\mathbb{Z}$ و $x_2\notin\mathbb{Z}$ داریم:

$$(gof)(x_1)=(gof)(x_2)\Rightarrow g(4)=g(3)\Rightarrow 16+4a-a=9+3a-a\Rightarrow a=-7$$

گام سوم: ضابطهٔ تابع g را بازنویسی کرده و کم‌ترین مقدار آن را به دست می‌آوریم:

$$g(x)=x^2-7x+7\xrightarrow{x_s=\frac{7}{2}}y_s=g\left(\frac{7}{2}\right)=\frac{49}{4}-\frac{49}{2}+7=-5/25$$

۱۰ توابع $f(x)=۳x+|x|$ و $g(x)=ax-|۲x|$ مفروض‌اند. اگر fog تابعی خطی باشد، مقدار a کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint اول تابع $g(x)$ رو به صورت دوضابطه‌ای بنویس. بعد ضابطهٔ $fog(x)$ رو برای $x\geq ۰$ و $x<۰$ تشکیل بده. برای این‌که این تابع خطی باشه، شیبش توی این دو حالت باید یکی باشه.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا ضابطهٔ توابع f و g را با توجه به تعریف قدرمطلق به صورت قطعه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x)=\begin{cases}۴x & ; \quad x\geq ۰\\ ۲x & ; \quad x<۰\end{cases},\quad g(x)=\begin{cases}(a-۲)x & ; \quad x\geq ۰\\ (a+۲)x & ; \quad x<۰\end{cases}$$

گام دوم: برای محاسبهٔ ضابطهٔ تابع fog باید خروجی تابع g را به عنوان ورودی تابع f در نظر بگیریم، این کار را دوباره انجام می‌دهیم.

الف) برای $x\geq ۰$: در این حالت $g(x)=(a-۲)x$ است. برای استفاده از ضابطهٔ مناسب تابع $f(x)$، باید علامت $g(x)$ را تعیین کنیم که به مقدار a بستگی دارد.

- اگر $a\geq ۲ \Rightarrow a-۲\geq ۰$، آن‌گاه $g(x)\geq ۰$ و از ضابطهٔ اول $f(x)$ استفاده می‌کنیم:

$$f(g(x))=۴(g(x))=۴(a-۲)x$$

- اگر $a<۲ \Rightarrow a-۲<۰$، آن‌گاه $g(x)<۰$ و از ضابطهٔ دوم $f(x)$ استفاده می‌کنیم:

$$f(g(x))=۲(g(x))=۲(a-۲)x$$

ب) برای $x<۰$: در این حالت $g(x)=(a+۲)x$ است.

- اگر $a+۲>۰ \Rightarrow a>-۲$، چون x منفی است، $g(x)<۰$ و از ضابطهٔ دوم $f(x)$ استفاده می‌کنیم:

$$f(g(x))=۲(g(x))=۲(a+۲)x$$

- اگر $a+۲\leq ۰ \Rightarrow a\leq -۲$، چون x منفی است، $g(x)\geq ۰$ و از ضابطهٔ اول $f(x)$ استفاده می‌کنیم:

$$f(g(x))=۴(g(x))=۴(a+۲)x$$

گام سوم: تابع $fog(x)$ زمانی خطی است که شیب آن برای $x\geq ۰$ و $x<۰$ یکسان باشد. سه حالت را برای a بررسی می‌کنیم.

حالت اول: $a\geq ۲$ در این حالت، شیب برای $x\geq ۰$ برابر $۴(a-۲)$ و برای $x<۰$ برابر $۲(a+۲)$ است:

$$۴(a-۲)=۲(a+۲) \Rightarrow ۴a-۸=۲a+۴ \Rightarrow ۲a=۱۲ \Rightarrow a=۶$$

مقدار $a=۶$ در شرط این حالت $(a\geq ۲)$ صدق می‌کند، پس قابل قبول است.

حالت دوم: $-۲<a<۲$ در این حالت، شیب برای $x\geq ۰$ برابر $۲(a-۲)$ و برای $x<۰$ برابر $۲(a+۲)$ است:

$$۲(a-۲)=۲(a+۲) \Rightarrow a-۲=a+۲ \Rightarrow -۲=۲$$

این تساوی یک تناقض است؛ بنابراین در این بازه هیچ مقداری برای a وجود ندارد.

حالت سوم: $a\leq -۲$ در این حالت، شیب برای $x\geq ۰$ برابر $۲(a-۲)$ و برای $x<۰$ برابر $۴(a+۲)$ است.

$$۲(a-۲)=۴(a+۲) \Rightarrow ۲a-۴=۴a+۸ \Rightarrow -۱۲=۲a \Rightarrow a=-۶$$

مقدار $a=-۶$ در شرط این حالت $(a\leq -۲)$ صدق می‌کند، پس قابل قبول است.

گام چهارم: با توجه به گزینه‌ها، به ازای $a=۶$ تابع fog خطی است.

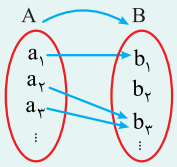
۱ در تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}۲x^۲+۸m & ; \ x\le\sqrt{۲}\\ x^۲+۴ & ; \ x\ge\sqrt{۲}\end{cases}$، مقدار m کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۴) $-۲\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

رابطه‌ای از اعضای مجموعهٔ A به اعضای مجموعهٔ B، تابع در نظر گرفته می‌شود که هر عضو مجموعهٔ A فقط و فقط به یک عضو از مجموعهٔ B نظیر شده باشد.



اعضای مجموعهٔ A را دامنهٔ تابع یا ورودی تابع (به عنوان ماشین) و اعضای نظیر در مجموعهٔ B (نه الزاماً همهٔ اعضای مجموعهٔ B) را برد تابع یا خروجی تابع می‌نامیم.

با این تعریف، یک رابطه هنگامی تابع است که به ازای هر مقدار قابل قبول ورودی، فقط و فقط یک مقدار خروجی داشته باشیم.

نکته

در تعریف توابع چندضابطه‌ای، دامنهٔ ضابطه‌ها هیچ اشتراکی ندارند، اما اگر در تعدادی نقطه خاص اشتراک داشته باشند، مقادیر ضابطه‌ها در این نقاط مشترک باید برابر باشند.

پاسخ خیلی تشریحی

طبق نکتهٔ بالا، دامنهٔ ضابطه‌ها در تابع f، یک نقطهٔ مشترک دارند و آن هم $x=\sqrt{۲}$ است. برای این‌که f تابع باشد، لازم است مقدار ضابطه‌ها در $x=\sqrt{۲}$ برابر باشند:

$$\left.\begin{array}{l}\xrightarrow{x=\sqrt{۲}} ۲x^۲+۸m=۴+۸m\\ \xrightarrow{x=\sqrt{۲}} x^۲+۴=۶\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{برابری}} ۴+۸m=۶ \Rightarrow m=\frac{۱}{۴}$$

۲ اگر در تابع $f=\{(a-b,۲b+c),(b+c-۶,a+b+۳)\}$ با دو عضو متمایز، مجموع اعضای دامنه با مجموع اعضای برد برابر باشد، کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟

۱) $a-۲b=c$

۲) $a-۲b\neq c$

۳) $a-۴b=c$

۴) $a-۴b\neq c$

هیچ‌کدام از مؤلفه‌های اول، برابر نیستند.

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته در نمایش زوج مرتبی تابع، مجموعهٔ مؤلفه‌های اول زوج‌های مرتب را دامنه و مجموعهٔ مؤلفه‌های دوم را برد می‌نامیم.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق نکتهٔ سادهٔ بالا، دامنه و برد تابع f را می‌نویسیم:

$$D_f=\{a-b,b+c-۶\}\ ,\ R_f=\{۲b+c,a+b+۳\}$$

و طبق فرض سؤال، مجموع اعضای این دو مجموعه را برابر قرار می‌دهیم:

$$a-b+b+c-۶=۲b+c+a+b+۳$$

$$\Rightarrow a+c-۶=a+۳b+c+۳ \Rightarrow ۳b+۳=-۶ \Rightarrow b=-۳$$

پس تابع f به صورت زیر است:

$$f=\{(a+۳,c-۶),(c-۹,a)\}$$

گام دوم: حالا طبق تعبیر نوشته‌شده، برای این‌که تابع f دو عضو متمایز داشته باشد، لازم است مؤلفه‌های اول زوج‌های مرتب، نابرابر باشند:

$$a+۳\neq c-۹ \Rightarrow a+۱۲\neq c$$

که چون طبق گام اول $b=-۳$ به دست آمد، می‌توانیم به جای ۱۲ عبارت $-۴b$ را قرار دهیم:

$$\Rightarrow a-۴b\neq c$$

ریاضی

۳ در تابع ثابت f، $f(۵) = ۲b - ۴a$ و $f(۱۱) = a^۲ + b^۲ + ۵$ است. مقدار $f(۶)$ کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: تابع f ثابت است، پس خروجی آن به ازای هر مقدار ورودی، یکسان و برابر است، پس باید $۲b - ۴a$ و $a^۲ + b^۲ + ۵$ را برابر قرار دهیم:

$$a^۲ + b^۲ + ۵ = ۲b - ۴a \Rightarrow a^۲ + ۴a + b^۲ - ۲b = -۵ \quad (*)$$

گام دوم: از اتحاد مربع دوجمله‌ای استفاده می‌کنیم:

$$a^۲ + ۴a = (a+۲)^۲ - ۴$$

$$b^۲ - ۲b = (b-۱)^۲ - ۱$$

$$\xrightarrow{(*)} (a+۲)^۲ - ۴ + (b-۱)^۲ - ۱ = -۵ \Rightarrow (a+۲)^۲ + (b-۱)^۲ = ۰$$

مجموع دو عبارت همواره نامنفی صفر شده است، پس تک‌تک عبارت‌ها صفر هستند و داریم:

$$a+۲ = ۰ \Rightarrow a = -۲$$

$$b-۱ = ۰ \Rightarrow b = ۱$$

گام سوم: این یعنی ضابطهٔ تابع f به صورت $f(x) = ۱۰$ و در نتیجه $f(۶) = ۱۰$ است.

۴ تابع f ثابت و تابع g همانی است. اگر $۲f(۲x-۱)+۳g(۲x+۱)=۶x$ باشد، حاصل $(\frac{g}{f})(۳)$ کدام است؟

تابع g همانی است ← $g(x)=x$

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $-\frac{۱}{۲}$
۳) ۲
۴) -۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ضابطهٔ تابع f را $f(x)=c$ و ضابطهٔ تابع g را $g(x)=x$ در نظر می‌گیریم. حالا طبق رابطهٔ مفروض داریم:

$$۲c+۳(۲x+۱)=۶x \Rightarrow ۶x+۲c+۳=۶x$$

برای این‌که تساوی بالا همواره برقرار باشد، لازم است $۲c+۳$ برابر صفر باشد:

$$c=-\frac{۳}{۲}$$

گام دوم: یعنی $f(x)=-\frac{۳}{۲}$ است و داریم:

$$(\frac{g}{f})(۳)=\frac{g(۳)}{f(۳)}=\frac{۳}{-\frac{۳}{۲}}=-۲$$

کنکور

اگر f تابعی همانی و g تابع ثابت بوده و $g(۳x)+۲f(۳+x)=۳+۲x$ باشد، مقدار $\frac{f(-۱)}{g(۴)}$ کدام است؟

(سؤال ۱۱۶ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)

۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $-\frac{۱}{۴}$
۴) $-\frac{۱}{۳}$

۵ به ازای $x > ۲$، اگر $f(x+\frac{۱}{x-۲}) = x^۲ + \frac{۱۲۱}{x^۲}$ باشد، مقدار $f(۵)$ کدام است؟

۱) ۴۹ ۲) ۳۶ ۳) ۳۳ ۴) ۲۷

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint داخل پرانتز رو برابر با ۵ قرار بده.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: برای محاسبهٔ مقدار $f(۵)$، باید عبارت $x+\frac{۱}{x-۲}$ را مساوی ۵ قرار دهیم:

$$x+\frac{۱}{x-۲}=۵ \Rightarrow x-۵=\frac{-۱}{x-۲} \Rightarrow x^۲-۷x+۱۰=-۱ \Rightarrow x^۲-۷x+۱۱=۰ \quad (*)$$

گام دوم: حالا با توجه به این که تساوی $x^۲+\frac{۱۲۱}{x^۲}=(x+\frac{۱۱}{x})^۲-۲۲$ را داریم، از تساوی $(*)$ عبارت $x+\frac{۱۱}{x}$ را ایجاد می‌کنیم:

$$\xrightarrow{(*)} x^۲+۱۱=۷x \xrightarrow[x\neq ۰]{\div x} x+\frac{۱۱}{x}=۷$$

گام سوم: دو تساوی $x+\frac{۱}{x-۲}=۵$ و $x+\frac{۱۱}{x}=۷$ معادل هم هستند، پس داریم:

$$f(x+\frac{۱}{x-۲})=(x+\frac{۱۱}{x})^۲-۲۲ \Rightarrow f(۵)=(۷)^۲-۲۲=۴۹-۲۲=۲۷$$

۶ اگر دامنهٔ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{ax|x|(x-2)}{x+a}$ مجموعهٔ $\mathbb{R}-\{2\}$ باشد، برد تابع f کدام عدد را شامل نمی‌شود؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) -4 ۴) -8

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

تابع کسری به صورت $\frac{\text{چندجمله‌ای}}{\text{چندجمله‌ای}}$ را تابع گویا می‌نامیم. دامنهٔ این تابع $\mathbb{R}-\{\text{ریشه‌های مخرج}\}$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق درس‌باکس سادهٔ بالا، $x=2$ باید ریشهٔ مخرج ضابطهٔ تابع گویای f باشد:

$$x+a=0 \xrightarrow{x=2} 2+a=0 \Rightarrow a=-2$$

گام دوم: با این مقدار a، ضابطهٔ تابع را بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{-2x|x|(x-2)}{x-2} \Rightarrow f(x)=-2x|x| \;;\; x\neq 2$$

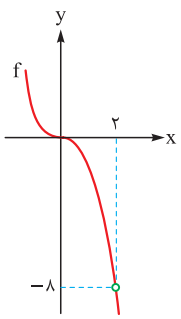
گام سوم: مقدار عبارت $-2x|x|$ را به ازای $x=2$ حساب می‌کنیم:

$$-2x|x|\Big|_{x=2}=-8$$

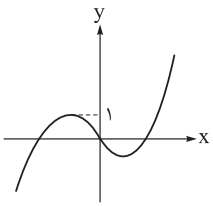
و این همان عددی است که در برد تابع f حضور ندارد؛ زیرا $x=2$ در دامنهٔ آن قرار ندارد:

$$R_f=\mathbb{R}-\{-8\}$$

برای درک بهتر نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:



۷ شکل زیر نمودار تابع f را نمایش می‌دهد. دامنهٔ تابع g با ضابطهٔ $g(x)=\frac{۲^x}{f^۲(x)-۳f(x)+۲}$ شامل چند عدد حقیقی نیست؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

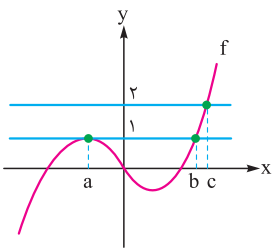
گام اول: ابتدا مخرج تابع g را تجزیه می‌کنیم:

$$f^۲(x)-۳f(x)+۲=(f(x)-۱)(f(x)-۲)$$

$$\Rightarrow g(x)=\frac{۲^x}{(f(x)-۱)(f(x)-۲)}$$

طبق این نکته که دامنهٔ تابع $y=۲^x$ همواره $\mathbb{R}$ است، دامنهٔ تابع g فقط صفرهای توابع $f-۱$ و $f-۲$ را شامل نمی‌شود.

گام دوم: برای این که تعداد این صفرها را پیدا کنیم، خط‌های $y=۱$ و $y=۲$ را در کنار نمودار تابع f رسم می‌کنیم:



مطابق شکل بالا، مخرج ضابطهٔ تابع g به ازای $x=a$ ، $x=b$ و $x=c$ صفر می‌شود؛ بنابراین این سه مقدار در دامنهٔ تابع g قرار ندارند.

ریاضی

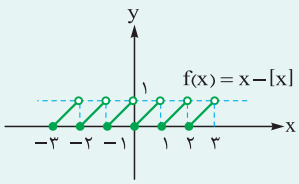
۸ برد تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{۱۲}{x-[x]+۳}$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) $(۲,۵]$
۲) $(۳,۴]$
۳) $[۴,۵]$
۴) $(۱,۲]$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

تابع ارّه‌ای یا چمن در باد $(f(x)=x-[x])$:



$$:۰\le x-[x]<۱$$

دامنهٔ این تابع $\mathbb{R}$ و برد آن بازهٔ $[۰,۱)$است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ از حدود عبارت $x-[x]$ شروع می‌کنیم تا ضابطهٔ تابع f و به تبع آن R_f را حساب کنیم:

$$۰\le x-[x]<۱ \xrightarrow{+۳} ۳\le x-[x]+۳<۴$$

$$\xrightarrow{\text{معکوس می‌کنیم}} \frac{۱}{۴}<\frac{۱}{x-[x]+۳}\le\frac{۱}{۳} \xrightarrow{\times ۱۲} ۳<\frac{۱۲}{x-[x]+۳}\le ۴$$

یعنی برد تابع f بازهٔ $(۳,۴]$ است.

۹ دامنهٔ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{۴^x}{\sqrt{۵-\text{Max}\{g(x),۵\}}}$ کدام است؟

۱) D_g

۲) $\varnothing$

۳) $\{x\in D_g \mid g(x)>۵\}$

۴) $\{x\in D_g \mid g(x)<۵\}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

دامنهٔ تابع $\sqrt{\ }$ مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ ≥ ۰ است و دامنهٔ تابع $\frac{۱}{\sqrt{\ }}$ مجموعه جواب‌های نامعادلهٔ > ۰ است.

دامنهٔ تابع نمایی، همواره $\mathbb{R}$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در ضابطهٔ تابع f، عبارت ۴^x همواره قابل تعریف است. به بیان دیگر دامنهٔ این عبارت $\mathbb{R}$ است، پس برای این که تابع f تعریف شود، لازم است عبارت زیر رادیکال در مخرج ضابطه مثبت باشد:

$$\Rightarrow ۵-\text{Max}\{g(x),۵\}>۰ \Rightarrow \text{Max}\{g(x),۵\}<۵$$

گام دوم: برای این‌که مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ بالا را پیدا کنیم، در دو حالت، عبارت $g(x)$ را در نظر می‌گیریم:

$$g(x)<۵ \Rightarrow \text{Max}\{g(x),۵\}=۵$$

که مشخص است، این حالت قابل قبول نیست؛ زیرا باید Max از ۵ کم‌تر باشد.

$$g(x)\geq ۵ \Rightarrow \text{Max}\{g(x),۵\}=g(x)$$

در این حالت باید نامعادلهٔ $g(x)<۵$ را حل کنیم که طبیعتاً با فرض اولیهٔ $g(x)\geq ۵$ در تناقض است. در نهایت نتیجه می‌گیریم که دامنهٔ تابع f، مجموعهٔ $\varnothing$ است.

۱۰ اگر دامنهٔ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{\sqrt{x-a}}{\sqrt{(b-۴)x^۲+(۳-b)x+۵}}$ بازهٔ $[۲,۵)$ باشد، دامنهٔ تابع g با ضابطهٔ $g(x)=\sqrt{(b-۱)-\frac{a}{۲}x}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: دامنهٔ تابع f از اشتراک مجموعه‌جواب‌های دو نامعادلهٔ زیر به دست می‌آید:

$$x-a\geq ۰$$

$$(b-۴)x^۲+(۳-b)x+۵>۰$$

یعنی ریشهٔ عبارت صورت، قابل قبول، اما ریشهٔ عبارت مخرج، غیر قابل قبول است. توجه به همین نکته و این که بازهٔ دامنه نیم‌بسته است، ما را به این نتیجه می‌رساند که $x=۲$ ریشهٔ صورت و $x=۵$ ریشهٔ مخرج است.

گام دوم: پس $x=۲$ را در صورت و $x=۵$ را در مخرج جای‌گذاری می‌کنیم و برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$x-a=۰ \xrightarrow{x=۲} ۲-a=۰ \Rightarrow a=۲$$

$$(b-۴)x^۲+(۳-b)x+۵=۰ \xrightarrow{x=۵} ۲۵b-۱۰۰+۱۵-۵b+۵=۰$$

$$\Rightarrow ۲۰b-۸۰=۰ \Rightarrow b=۴$$

گام سوم: حالا با جای‌گذاری $a=۲$ و $b=۴$ ضابطهٔ تابع g را تکمیل می‌کنیم:

$$g(x)=\sqrt{۳-x}$$

و دامنهٔ این تابع را به صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$۳-x\geq ۰ \Rightarrow x\leq ۳ : D_g=(-\infty,۳]$$

این بازه شامل ۳ عدد طبیعی است.

ریاضی

۱۱ دامنهٔ تابع $(\sqrt{۲})^{x+y} = (\sqrt{۲})^{x} + (\sqrt{۲})^{y}$ بازهٔ $(a,+\infty)$ است. مقدار a کدام است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) $\sqrt{۲}$
۴) ۲

مشاوره دقت کنید که رابطه نسبت به x و y متقارن است؛ پس فرقی نمی‌کند x را نسبت به y تابع بگیرید یا y را برحسب x. در ضمن دامنه و برد تابع برابر می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: y را برحسب x تابع در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم ضابطهٔ آن $y = f(x)$ باشد، پس داریم:

$$\sqrt{۲}^{x} + \sqrt{۲}^{f(x)} = \sqrt{۲}^{x+f(x)} \Rightarrow \sqrt{۲}^{x} + \sqrt{۲}^{f(x)} = \sqrt{۲}^{x}.\sqrt{۲}^{f(x)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{۲}^{x} = \sqrt{۲}^{x}.\sqrt{۲}^{f(x)} - \sqrt{۲}^{f(x)} \Rightarrow \sqrt{۲}^{x} = \sqrt{۲}^{f(x)}(\sqrt{۲}^{x} - ۱)$$

$$\Rightarrow \sqrt{۲}^{f(x)} = \frac{\sqrt{۲}^{x}}{\sqrt{۲}^{x} - ۱}$$

گام دوم: از طرفین تساوی بالا در مبنای $\sqrt{۲}$ لگاریتم می‌گیریم:

$$\Rightarrow f(x) = \log_{\sqrt{۲}} \sqrt{۲}^{x} - \log_{\sqrt{۲}}(\sqrt{۲}^{x} - ۱)$$

$$\Rightarrow f(x) = x - \log_{\sqrt{۲}}(\sqrt{۲}^{x} - ۱)$$

گام سوم: حالا وقت آن است که دامنهٔ تابع f را حساب کنیم:

$$\sqrt{۲}^{x} - ۱ > ۰ \Rightarrow \sqrt{۲}^{x} > ۱ \Rightarrow x > ۰ \quad \xrightarrow{\text{ویژگی‌های لگاریتم}}$$

این یعنی دامنه تابع بازهٔ $(۰,+\infty)$ و در نتیجه $a = ۰$ است.

۱۲ چند عدد طبیعی در دامنهٔ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\sqrt{(۳-۲[x])(۲x-۵)}$ قرار دارد؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

جزء صحیح یک عدد صحیح، برابر خودش و جزء صحیح یک عدد ناصحیح برابر بزرگ‌ترین عدد صحیح از میان اعداد کوچک‌تر از آن است؛ در واقع:

$$n\le x<n+۱ \xrightarrow{n\in\mathbb{Z}} [x]=n$$

ویژگی‌های جزء صحیح:

۱) $[\ ]=n \xrightarrow{n\in\mathbb{Z}} n\le \ <n+۱$

۲) $[\ ]\ge n \xrightarrow{n\in\mathbb{Z}} \ \ge n$

۳) $[\ ]\le n \xrightarrow{n\in\mathbb{Z}} \ <n+۱$

۴) $[\ ]>k \xrightarrow{k\notin\mathbb{Z}} \ \ge [k]+۱$

۵) $[\ ]<k \xrightarrow{k\notin\mathbb{Z}} \ <[k]+۱$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: می‌دانیم که دامنهٔ تابع f، مجموعه‌جواب‌های نامعادلهٔ $(۳-۲[x])(۲x-۵)\ge ۰$ است که می‌توانیم نامعادلهٔ زیر را نیز (که معادل همان است)، در نظر بگیریم:

$$(۲[x]-۳)(۲x-۵)\le ۰$$

این نامعادله، هنگامی برقرار است که عبارت‌های $۲[x]-۳$ و $۲x-۵$ غیرهم‌علامت باشند و یا حداقل یکی از آن‌ها صفر باشد.

گام دوم: پس در این گام، یکی از این عبارت‌ها را نامثبت و دیگری را نامنفی می‌گیریم و بین آن‌ها اشتراک می‌گیریم:

$$\begin{cases} ۲[x]-۳\le ۰ \Rightarrow [x]\le \frac{۳}{۲} \xrightarrow{\text{ویژگی‌های درس‌باکس}} x<۲ \\ ۲x-۵\ge ۰ \Rightarrow x\ge \frac{۵}{۲} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \varnothing$$

یا

$$\begin{cases} ۲[x]-۳\ge ۰ \Rightarrow [x]\ge \frac{۳}{۲} \xrightarrow{\text{ویژگی‌های درس‌باکس}} x\ge ۲ \\ ۲x-۵\le ۰ \Rightarrow x\le \frac{۵}{۲} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} ۲\le x\le \frac{۵}{۲}$$

گام سوم: پس دامنهٔ تابع f به صورت $\varnothing\cup[۲,\frac{۵}{۲}]$ یا همان بازهٔ $[۲,\frac{۵}{۲}]$ است. این بازه فقط یک عدد طبیعی در خود دارد.

تیزبازی

ما اعداد طبیعی را می‌خواهیم، پس به جای $[x]$ خود x را می‌گذاریم و دامنهٔ تابع $y=\sqrt{(۳-۲x)(۲x-۵)}$ را حساب می‌کنیم؛

$$۳\le ۲x\le ۵ \Rightarrow \frac{۳}{۲}\le x\le \frac{۵}{۲}$$

بازهٔ $[\frac{۳}{۲},\frac{۵}{۲}]$ فقط شامل یک عدد طبیعی است.

۱۳ برد تابع f با ضابطهٔ $f(x)=۲x\sqrt{\frac{۸}{x}-۱}$ کدام است؟

۱) $(-\infty,۸]$
۲) $(-\infty,۴]$
۳) $[۰,۴]$
۴) $[۰,۸]$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

x رو ببری تو رادیکال، یه تابع درجه‌دوم داری؛ فقط حواست به دامنه باشه.

درس Box

تابع چندجمله‌ای f به فرم $f(x)=ax^۲+bx+c$ و با شرط $a\neq ۰$، تابع درجه‌دوم نامیده می‌شود که دامنهٔ آن $\mathbb{R}$ و برد آن یکی از حالت‌های زیر است:

$$\begin{cases} a<۰ \;;\; R_f=(-\infty,-\frac{b^۲-۴ac}{۴a}] \\ a>۰ \;;\; R_f=[-\frac{b^۲-۴ac}{۴a},+\infty) \end{cases}$$

می‌توانیم ضابطهٔ تابع درجه‌دوم را به فرم مربع کامل به صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$f(x)=a(x-(-\frac{b}{۲a}))^۲-\frac{b^۲-۴ac}{۴a}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا دامنهٔ تابع f را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۸}{x}-۱\geq ۰ \Rightarrow \frac{۸}{x}\geq ۱ \xrightarrow{x>۰} ۸\geq x$$

یعنی دامنهٔ تابع f بازهٔ $(۰,۸]$ است.

گام دوم: حالا در این دامنه، ضابطهٔ تابع را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=۲\sqrt{x^۲(\frac{۸}{x}-۱)}=۲\sqrt{۸x-x^۲}$$

حالا طبق درس‌باکس می‌توانیم عبارت زیر رادیکال را به فرم مربع کامل بنویسیم:

$$f(x)=۲\sqrt{۱۶-(x-۴)^۲}$$

گام سوم: از محدودهٔ دامنه شروع می‌کنیم و ضابطهٔ تابع f را براساس آن می‌سازیم تا برد تابع به دست آید:

$$۰<x\leq ۸ \Rightarrow -۴<x-۴\leq ۴$$

$$\Rightarrow ۰\leq(x-۴)^۲\leq ۱۶ \Rightarrow -۱۶\leq -(x-۴)^۲\leq ۰$$

$$\Rightarrow ۰\leq ۱۶-(x-۴)^۲\leq ۱۶ \Rightarrow ۰\leq\sqrt{۱۶-(x-۴)^۲}\leq ۴$$

$$\Rightarrow ۰\leq ۲\sqrt{۱۶-(x-۴)^۲}\leq ۸$$

این یعنی $۰\leq f(x)\leq ۸$ است؛ در نتیجه $R_f=[۰,۸]$ است.

تیزبازی

$\frac{۸}{x}$ باید مساوی با ۱ یا از آن بزرگ‌تر باشد، یعنی x باید مثبت باشد؛ همین علامت x گزینه‌های (۱) و (۲) را رد می‌کند.

حالا اگر $x=۴$ را جای‌گذاری کنیم، می‌بینیم که $f(۴)=۸$ است، پس گزینهٔ (۴) درست است.

۱۴ برد تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\sqrt{x^2-4|x|+4}$ و دامنهٔ $D_f=[-m,m]$ شامل ۳ عدد صحیح است. مجموع مقادیر صحیح قابل قبول برای m کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۹ ۴) ۱۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint نمودار تابع رو رسم کن.

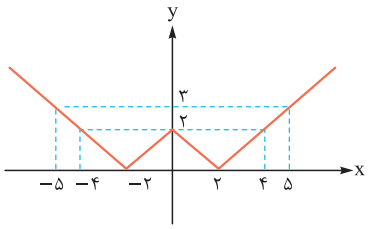
پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا ضابطهٔ تابع f را ساده می‌کنیم. از آن‌جا که $x^2=|x|^2$، داریم:

$$f(x)=\sqrt{|x|^2-4|x|+4}=\sqrt{(|x|-2)^2}$$

$$\Rightarrow f(x)=||x|-2|$$

گام دوم: نمودار این تابع را رسم می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases}-|x|+2 & ;\ |x|<2\\ |x|-2 & ;\ |x|\geq 2\end{cases}$$



گام سوم: دامنهٔ مفروض تابع، بازهٔ متقارن $[-m,m]$ است و برد تابع f فقط شامل ۳ عدد صحیح است. با توجه به دامنه، این اعداد صحیح باید ۰، ۱ و ۲ باشند.

حالا به نمودار دقت می‌کنیم؛ برای این‌که برد تابع شامل ۳ عدد صحیح شود، یا به بیان دیگر حداقل بازهٔ $[0,2)$ و حداکثر بازهٔ $[0,3)$ شود، لازم است حدود m در بازهٔ $[2,5)$ باشد.

مقادیر صحیح قابل قبول برای m عبارت‌اند از ۲، ۳ و ۴ که مجموع آن‌ها برابر ۹ است.

۱۵ دو تابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=\frac{[x]+a}{[x]+b}$ و $g(x)=\frac{[x+a]}{[x+b]}$ با شرط $a\neq b$ مساوی هستند. کدام گزینه کامل‌ترین ویژگی اعداد a و b را بیان می‌کند؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) هر دو صحیح هستند.
۲) هر دو ناصحیح هستند.
۳) فقط یکی از آن‌ها صحیح است.
۴) یکی مضرب صحیحی از دیگری است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

دو تابع f و g مساوی هستند؛ اگر و فقط اگر

۱) دامنه‌های دو تابع برابر باشند.

۲) به ازای هر عضو دامنه مقدار دو تابع برابر باشند.

در مورد شرط دوم، معمولاً به گونه‌ای است که با عملیات جبری درست، ضابطه‌ها باید به هم تبدیل شوند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا دامنهٔ دو تابع را برابر قرار می‌دهیم. هر دو تابع کسری هستند و مخرج‌ها نباید صفر باشند، بنابراین طبق ویژگی‌های جزء صحیح داریم:

ریشه‌های مخرج $f(x)$: $[x]+b=0 \Rightarrow [x]=-b$

ریشه‌های مخرج $g(x)$: $[x+b]=0 \Rightarrow 0\leq x+b<1 \Rightarrow -b\leq x<-b+1$

برای این‌که جواب معادلهٔ $[x]=-b$ نیز بازهٔ $[-b,-b+1)$ شود، لازم است که b عدد صحیح باشد.

گام دوم: حالا با شرط صحیح‌بودن b، ضابطه‌ها را برابر می‌کنیم:

$$\xrightarrow{f(x)=g(x)} \frac{[x]+a}{[x]+b}=\frac{[x+a]}{[x+b]}$$

$$\xrightarrow{b\in\mathbb{Z}\Rightarrow[x+b]=[x]+b} [x]+a=[x+a] \Rightarrow a\in\mathbb{Z}$$

یعنی هر دو عدد باید صحیح باشند.

۱۶ اگر $f=\{(۴,۱),(۳,۷),(۲,a)\}$، $g=\{(b,۴),(-۱,۳),(۲,۵)\}$ و $g-f=\{(۴,c),(d,۸)\}$ باشد، حاصل $ab+cd$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۶ ۳) -۱ ۴) -۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

جبر توابع: در عملیات جبری بین توابع، اولین کار محاسبهٔ دامنهٔ تابع نهایی است:

$$D_{f\pm g}=D_f\cap D_g$$
$$D_{f\times g}=D_f\cap D_g$$
$$D_{\frac{f}{g}}=D_f\cap D_g-\{x\mid g(x)=۰\}$$

پس از محاسبهٔ دامنه، به سادگی می‌توان عملیات جبری مورد نظر را بین مقادیر توابع برقرار کرد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا دامنهٔ دو تابع f و g و سپس دامنهٔ تابع $g-f$ را می‌یابیم:

$$\begin{cases}D_f=\{۲,۳,۴\}\\ D_g=\{-۱,۲,b\}\end{cases}$$

طبق فرض سؤال دامنهٔ تابع $g-f$ مجموعهٔ $\{۴,d\}$ است، پس داریم:

$$D_f\cap D_g=\{۲,b\}=\{۴,d\}\Rightarrow b=۴\ ,\ d=۲$$

گام دوم: حالا توابع f و g و پس از آن $g-f$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}f=\{(۲,a),(۳,۷),(۴,۱)\}\\ \xrightarrow{b=۴}\ g=\{(-۱,۳),(۲,۵),(۴,۴)\}\end{cases}\Rightarrow g-f=\{(۲,۵-a),(۴,۳)\}\quad (*)$$

که با جای‌گذاری $d=۲$ در فرض صورت سؤال داریم:

$$g-f=\{(۲,۸),(۴,c)\}\quad (**)$$

با مقایسهٔ (*) و (**) نتیجه می‌گیریم:

$$۵-a=۸\Rightarrow a=-۳$$
$$c=۳$$

گام سوم: در نهایت خواستهٔ سؤال را حساب می‌کنیم:

$$ab+cd=(-۳)(۴)+(۳)(۲)=-۱۲+۶=-۶$$

۱۷ دو تابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=\begin{cases}x^2-1 & ; \ -1\le x\le 1\\ x^2+x-16 & ; \ 1<x\le 3\end{cases}$ و $g(x)=\begin{cases}x & ; \ -1\le x<0\\ 3x-2 & ; \ 0\le x\le 3\end{cases}$ مفروض‌اند.

مجموعه‌جواب‌های نامعادلهٔ $(f-g)(x)\ge 1$ شامل چند عدد طبیعی است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) بی‌شمار

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا با توجه به بازه‌های مشترک بین دامنهٔ ضابطه‌های دو تابع، ضابطه‌ها را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases}x^2-1 & ; \ -1\le x<0\\ x^2-1 & ; \ 0\le x\le 1\\ x^2+x-16 & ; \ 1<x\le 3\end{cases}$$

$$g(x)=\begin{cases}x & ; \ -1\le x<0\\ 3x-2 & ; \ 0\le x\le 1\\ 3x-2 & ; \ 1<x\le 3\end{cases}$$

$$\Rightarrow (f-g)(x)=f(x)-g(x)=\begin{cases}x^2-x-1 & ; \ -1\le x<0\\ x^2-3x+1 & ; \ 0\le x\le 1\\ x^2-2x-14 & ; \ 1<x\le 3\end{cases}$$

گام دوم: حالا نامعادله‌ها را حل می‌کنیم:

- $\xrightarrow{-1\le x<0} x^2-x-1\ge 1 \Rightarrow x^2-x-2=(x-2)(x+1)\ge 0 \Rightarrow x\ge 2$ یا $x\le -1 \xrightarrow{-1\le x<0} x\in\{-1\}$
- $\xrightarrow{0\le x\le 1} x^2-3x+1\ge 1 \Rightarrow x^2-3x=x(x-3)\ge 0 \Rightarrow x\ge 3$ یا $x\le 0 \xrightarrow{0\le x\le 1} x\in\{0\}$
- $\xrightarrow{1<x\le 3} x^2-2x-14\ge 1 \Rightarrow x^2-2x-15=(x+3)(x-5)\ge 0 \Rightarrow x\le -3$ یا $x\ge 5 \xrightarrow{1<x\le 3} \varnothing$

پس مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ اصلی، مجموعهٔ $\{0,-1\}$ است که شامل هیچ عدد طبیعی‌ای نیست.

یه‌جور دیگه

دامنهٔ هر دو تابع، بازهٔ $[-1,3]$ است و ما تعداد اعداد طبیعی را می‌خواهیم، پس کافی است $x=1$ ، $x=2$ و $x=3$ را جای‌گذاری کنیم و نتیجه را چک کنیم:

- $\xrightarrow{x=1} f(1)=0 \ , \ g(1)=1 \Rightarrow (f-g)(1)=-1$ ×
- $\xrightarrow{x=2} f(2)=-10 \ , \ g(2)=4 \Rightarrow (f-g)(2)=-14$ ×
- $\xrightarrow{x=3} f(3)=-4 \ , \ g(3)=7 \Rightarrow (f-g)(3)=-11$ ×

۱۸ اگر $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{x}-۱$ و $g(x)=۳-\frac{۱}{\sqrt{x}}$ باشد، معادلهٔ $(f+g)(x)=|x-۲|$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: دامنهٔ هر دو تابع بازهٔ $(۰,+\infty)$ است.

$$\Rightarrow (f+g)(x)=f(x)+g(x)=\frac{\sqrt{x}}{x}-۱+۳-\frac{۱}{\sqrt{x}}=۲$$

پس تابع $f+g$ در دامنهٔ $(۰,+\infty)$، ثابتِ ۲ است.

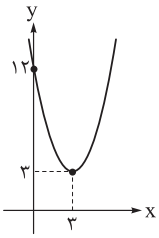
گام دوم: حالا معادله را حل می‌کنیم:

$$\xrightarrow{(f+g)(x)=|x-۲|} ۲=|x-۲| \Rightarrow \begin{cases} x-۲=-۲ \Rightarrow x=۰ \\ x-۲=۲ \Rightarrow x=۴ \end{cases}$$

$x=۰$ غیر قابل قبول است؛ بنابراین معادلهٔ مورد نظر، فقط یک جواب دارد.

ریاضی

۱۹ نمودار تابع درجه‌دوم f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع g با ضابطهٔ $g(x) = xf(x) + 1$ از کدام ناحیهٔ دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟



۱) اول

۲) دوم

۳) سوم

۴) چهارم

پاسخ: گزینهٔ ۴

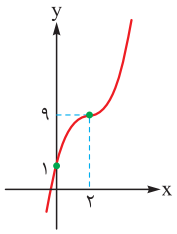
پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا ضابطهٔ تابع f را پیدا می‌کنیم:

$$\xrightarrow{x_S=۳,\ y_S=۳} f(x) = a(x-۳)^۲ + ۳$$

$$\xrightarrow{f(۰)=۱۲} ۱۲ = ۹a + ۳ \Rightarrow a = ۱ \Rightarrow f(x) = (x-۳)^۲ + ۳ = x^۲ - ۶x + ۱۲$$

گام دوم: در این صورت ضابطهٔ تابع درجه‌سوم g به صورت $g(x) = x^۳ - ۶x^۲ + ۱۲x + ۱ = (x-۲)^۳ + ۹$ خواهد بود. نمودار این تابع درجه‌سوم به صورت زیر است و مشخص است که از ناحیهٔ چهارم نمی‌گذرد:



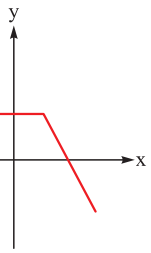
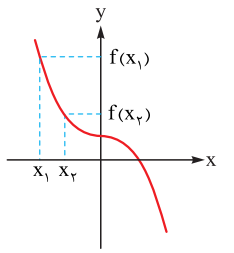
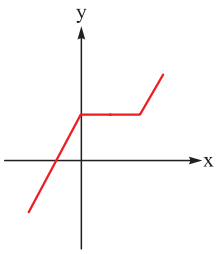
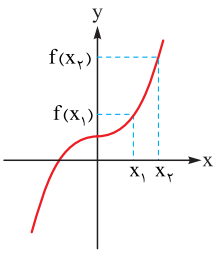
۲۰ نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x|x-2|$ روی بازهٔ (a,b) اکیداً نزولی است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint نمودار رو رسم کن.

درس Box مجموعهٔ A، $(A \subseteq D_f)$ را در نظر بگیرید. به ازای هر $x_۱$ و $x_۲$ متعلق به مجموعهٔ A، تابع f:

نزولی است.	اکیداً نزولی است.	صعودی است.	اکیداً صعودی است.
$x_۱<x_۲ \Rightarrow f(x_۱)\geq f(x_۲)$	$x_۱<x_۲ \Rightarrow f(x_۱)>f(x_۲)$	$x_۱<x_۲ \Rightarrow f(x_۱)\leq f(x_۲)$	$x_۱<x_۲ \Rightarrow f(x_۱)<f(x_۲)$
			
روی بازه‌ای که تابع f نزولی است، با حرکت روی نمودار از چپ به راست، رو به بالا نخواهیم رفت.	روی بازه‌ای که تابع f اکیداً نزولی است، با حرکت روی نمودار از چپ به راست، همواره رو به پایین خواهیم رفت.	روی بازه‌ای که تابع f صعودی است، با حرکت روی نمودار از چپ به راست، رو به پایین نخواهیم رفت.	روی بازه‌ای که تابع f اکیداً صعودی است، با حرکت روی نمودار از چپ به راست، همواره رو به بالا خواهیم رفت.

دقت کنید، اگر مجموعهٔ (A) برابر دامنهٔ تابع باشد، گوییم تابع f روی دامنهٔ خود صعودی (اکیداً صعودی) یا نزولی (اکیداً نزولی) است. هم‌چنین اگر تابعی روی دامنهٔ خود صعودی (نزولی) باشد، آن را یکنوا می‌نامیم.

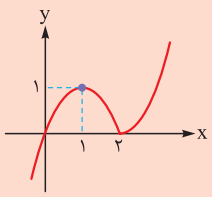
الف) هر تابع اکیداً صعودی، خود یک تابع صعودی است و به طریق مشابه هر تابع اکیداً نزولی، خود یک تابع نزولی است.

ب) تابع ثابت (روی یک بازه) را تابعی هم صعودی و هم نزولی در نظر می‌گیریم.

پ) اگر تابع f روی دامنهٔ خود صعودی یا نزولی نباشد، f را تابعی غیریکنوا می‌نامیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases}-x(x-۲) & ; \quad x<۲\\ x(x-۲) & ; \quad x\geq ۲\end{cases}$$



گام دوم: مطابق شکل بالا، تابع f روی بازهٔ $[۱,۲]$ و هر زیرمجموعه از آن مثل بازهٔ $(۱,۲)$ اکیداً نزولی است، پس بیشترین مقدار $b-a$ برابر $۱-۱=۲$ است.

کنکور تابع $y=(x-۱)|x|$ در بازهٔ (a,b) اکیداً نزولی است. مقدار $a+b$ کدام است؟

(سؤال ۱۱۵ کنکور تجربی ۱۴۰۳ ـ نوبت اول)

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

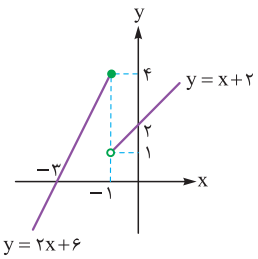
۲۱ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}2x+6 & ; \quad x\le -1\\ x+2 & ; \quad x>-1\end{cases}$ مفروض است. اگر تابع g با ضابطهٔ $g(x)=\begin{cases}x+2 & ; \quad f(x)<0\\ 2x+a & ; \quad f(x)\ge 0\end{cases}$ صعودی باشد، کم‌ترین مقدار a کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

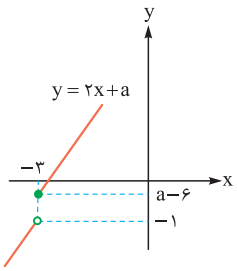
گام اول: ابتدا نمودار تابع f را رسم می‌کنیم، تا براساس آن ضابطهٔ تابع g تکمیل شود:



حالا با توجه به این‌که تابع f در بازهٔ $(-\infty,-3)$ منفی و در بازهٔ $[-3,+\infty)$ نامنفی است، داریم:

$$g(x)=\begin{cases}x+2 & ; \quad x<-3\\ 2x+a & ; \quad x\ge -3\end{cases}$$

گام دوم: نمودار تابع g باید مطابق شکل زیر باشد:

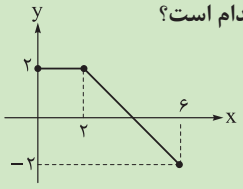


پس برای این‌که تابع g روی دامنه‌اش صعودی باشد، $a-6$ نباید از -1 کم‌تر باشد:

$$\Rightarrow a-6\ge -1 \Rightarrow a\ge 5$$

یعنی کم‌ترین مقدار a برابر ۵ است.

۲۲ نمودار تابع f مطابق شکل مقابل است. اگر $g(x)=f(2x)+1$ باشد، مقدار $(gof)(2)$ کدام است؟



۱) ۲

۲) ۱

۳) ۴

۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** در ابتدا اطلاعات نمودار تابع f را تکمیل می‌کنیم و به دست می‌آوریم که $f(۴)=۰$.

$$f(x)=\begin{cases}۲ & ; \quad ۰\le x\le ۲\\ -x+۴ & ; \quad ۲\le x\le ۶\end{cases} \Rightarrow f(۴)=۰$$

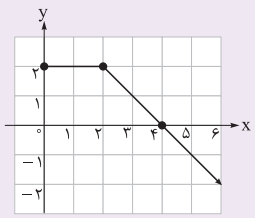
گام دوم: حالا خواستهٔ سؤال را حساب می‌کنیم:

$$(gof)(۲)=g(f(۲))=g(۲)=f(۴)+۱=۰+۱=۱$$

(f(۲)=۲)

امتحان نهایی

در شکل زیر تابع f رسم شده است. (سؤال ۴ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)



الف) نمودار تابع g با ضابطهٔ $g(x)=f(2x)$ را رسم کنید.

ب) مقدار $gof(۰)$ را به دست آورید.

۲۳ نقاط $(-۱,a)$، $(a,۳)$ و $(۱,۳a)$ روی نمودار تابع خطی f قرار دارند. اگر $g(x)=x-۲$ باشد، ضابطهٔ تابع fog کدام می‌تواند باشد؟

۱) $-x$
۲) $-x+۱$
۳) $-۳x$
۴) $-۳x+۱$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

در سؤالات رایج ترکیب توابع، دو ضابطه از سه ضابطهٔ $f(x)$، $g(x)$ و $(fog)(x)$ معلوم است و ضابطهٔ سوم را از ما می‌خواهند. جدول زیر روش‌های به دست آوردن ضابطهٔ سوم را به صورت خلاصه شرح می‌دهد:

ضابطه‌ها	$f(x)$	$g(x)$	$(fog)(x)$
روش	معلوم	معلوم	به جای هر xای که در ضابطهٔ $f(x)$ می‌بینیم، ضابطهٔ $g(x)$ را قرار می‌دهیم.
	ضابطهٔ $g(x)$ را مساوی متغیر t قرار می‌دهیم و x را برحسب t به دست می‌آوریم (همان ضابطهٔ $g^{-۱}(x)$) و سپس در ضابطهٔ $(fog)(x)$ جای‌گذاری می‌کنیم.	معلوم	معلوم
	معلوم	به جای هر x ضابطهٔ $f(x)$، عبارت $g(x)$ را قرار می‌دهیم. عبارت حاصل باید با ضابطهٔ $(fog)(x)$ برابر باشد. در این شرایط، معادله‌ای را باید حل کنیم که متغیر مجهول آن $g(x)$ است.	معلوم

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در ابتدا باید ضابطهٔ تابع f را پیدا کنیم و برای آن نیز لازم است، مقدار a را حساب کنیم.

سه نقطهٔ داده‌شده روی یک خط قرار دارند، پس شیب خط واصل آن‌ها باید برابر باشد:

$$\Rightarrow \frac{a-۳}{-۱-a}=\frac{۳-۳a}{a-۱} \Rightarrow a^۲-۴a+۳=۳a^۲-۳$$

$$\Rightarrow ۲a^۲+۴a-۶=۲(a+۳)(a-۱)=۰ \Rightarrow a=-۳ \text{ یا } ۱$$

گام دوم: در هر دو حالت ضابطهٔ تابع f را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} a=۱:(-۱,۱),(۱,۳)\in f \Rightarrow f(x)=x+۲ \\ a=-۳:(-۳,۳),(-۱,-۳),(۱,-۹)\in f \Rightarrow f(x)=-۳(x+۲) \end{cases}$$

گام سوم: حالا باید f را با g ترکیب کنیم، پس در هر حالت ضابطهٔ تابع fog را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} a=۱:(fog)(x)=f(g(x))=g(x)+۲=x \\ a=-۳:(fog)(x)=f(g(x))=-۳(g(x)+۲)=-۳x \end{cases}$$

مشابه کنکور

ریاضی

۲۴ اگر $f(x)=۲a-x$ و $g(x)=a-\sqrt{x+۱}$ باشد، نمودارهای دو تابع f و gof در نقطه‌ای با طول مثبت روی محور x متقاطع‌اند. طول این نقطه کدام است؟

عرض نقطه، صفر است.

۱) ۱
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: نقطهٔ مورد نظر را $(k,۰)$ در نظر می‌گیریم که $k>۰$.

این نقطه روی نمودارهای هر دو تابع f و gof قرار دارد؛ زیرا این دو در این نقطه متقاطع‌اند، پس داریم:

$$f(k)=۰ \Rightarrow ۲a-k=۰ \Rightarrow ۲a=k \quad (*)$$

$$(gof)(k)=g(f(k))=۰ \xrightarrow{f(k)=۰} g(۰)=۰$$

گام دوم: حالا $x=۰$ را در ضابطهٔ تابع g جای‌گذاری می‌کنیم و حاصل را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\Rightarrow a-\sqrt{۱}=۰ \Rightarrow a=۱ \xrightarrow{(*)} k=۲$$

پس نقطهٔ تقاطع $(۲,۰)$ است.

کنکور

اگر $f(x)=\sqrt{a-x}$ و $g(x)=۳-x$ باشد، به ازای کدام مقدار a، توابع f و gof روی محور yها متقاطع‌اند؟

(سؤال ۱۱۷ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)

۱) ۱/۲۵
۲) ۱/۵
۳) ۲/۲۵
۴) ۲/۵

۲۵ طول و عرض نقاط روی نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{۲x-۱}{x+۱}$ را دو برابر می‌کنیم، سپس نمودار حاصل را یک واحد به راست منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع g به دست آید. طول نقطهٔ تقاطع نمودارهای دو تابع f و g کدام است؟

۱) ۳/۵ ۲) −۳/۵

۳) ۰/۸ ۴) −۰/۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

ضابطهٔ تبدیل	توضیح تبدیل	اثر روی نقطهٔ (x,y)
$y=f(x)+k$ $y=f(x-k)$	انتقال عمودی: نمودار به اندازهٔ $\lvert k\rvert$ واحد به بالا (اگر $k>۰$) یا به پایین (اگر $k<۰$) منتقل می‌شود. انتقال افقی: نمودار به اندازهٔ $\lvert k\rvert$ واحد به راست (اگر $k>۰$) یا به چپ (اگر $k<۰$) منتقل می‌شود.	۱) انتقال‌ها $(x,y+k)$ $(x+k,y)$
$y=-f(x)$ $y=f(-x)$	تقارن نسبت به محور x: نمودار نسبت به محور x قرینه می‌شود. تقارن نسبت به محور y: نمودار نسبت به محور y قرینه می‌شود.	۲) تقارن‌ها $(x,-y)$ $(-x,y)$
$y=kf(x)$ $y=f(kx)$	انبساط/انقباض عمودی: نمودار در راستای عمودی با ضریب $\lvert k\rvert$ کشیده(اگر $\lvert k\rvert>۱$)یافشرده(اگر $\lvert k\rvert<۱$)می‌شود.(اگر $k<۰$ باشد، تقارن نسبت به محور x نیز رخ می‌دهد.) انبساط / انقباض افقی: نمودار در راستای افقی با ضریب $\frac{۱}{\lvert k\rvert}$ فشرده (اگر $\lvert k\rvert>۱$) یا کشیده (اگر $\lvert k\rvert<۱$) می‌شود. (اگر $k<۰$ باشد، تقارن نسبت به محور y نیز رخ می‌دهد.)	۳) انبساط و انقباض (x,ky) $(\frac{x}{k},y)$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا با ترتیب گفته‌شده در سؤال، تبدیلات لازم را روی نمودار تابع f اعمال می‌کنیم تا ضابطهٔ تابع g به دست آید:

$$y=f(x)=\frac{۲x-۱}{x+۱}\xrightarrow[x\to\frac{x}{۲},\,y\to\frac{y}{۲}]{\text{طول و عرض دو برابر}}y=۲\frac{۲(\frac{x}{۲})-۱}{\frac{x}{۲}+۱}=\frac{۴(x-۱)}{x+۲}$$

$$\xrightarrow[x\to x-۱]{\text{یک واحد به راست}}g(x)=\frac{۴(x-۱-۱)}{x-۱+۲}=\frac{۴(x-۲)}{x+۱}$$

گام دوم: حالا باید معادلهٔ $f(x)=g(x)$ را حل کنیم:

$$\Rightarrow\frac{۲x-۱}{x+۱}=\frac{۴x-۸}{x+۱}\xrightarrow{x\neq-۱}۲x-۱=۴x-۸\Rightarrow۲x=۷\Rightarrow x=\frac{۷}{۲}$$

۲۶ کدام تابع روی بازهٔ $(\frac{۳}{۲},+\infty)$ وارون‌پذیر نیست؟

۱) $f(x)=x^۲-۲x+۱$

۲) $g(x)=۵x-x^۲$

۳) $h(x)=\frac{x-۲}{|x-۱|}$

۴) $k(x)=x^۳-۳x+۱$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

یک تابع که در دامنه‌اش وارون‌ناپذیر است، می‌تواند در زیرمجموعه‌ای (غالباً بازه) از دامنه‌اش وارون‌پذیر باشد. به عنوان مثال تابع درجه‌دوم $f(x)=ax^۲+bx+c$ را در نظر بگیرید. این تابع مشخصاً روی $\mathbb{R}$ غیریک‌به‌یک یا وارون‌ناپذیر است، اما روی بازه‌های $(-\infty,x_s]$ یا $[x_s,+\infty)$ که $x_s=-\frac{b}{۲a}$ وارون‌پذیر است.

در حالت کلی یک تابع درجه‌دوم در بازه‌ای که طول رأس سهمی جزء نقاط درونی آن بازه نباشد، یک‌به‌یک و وارون‌پذیر است؛ در غیر این صورت وارون‌ناپذیر است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بازهٔ $(\frac{۳}{۲},+\infty)$ شامل طول رأس نمودار تابع g خواهد بود؛ زیرا:

$$x_s=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۵}{-۲}=\frac{۵}{۲}>\frac{۳}{۲}$$

بنابراین طبق درس‌باکس، این تابع غیر یک‌به‌یک و وارون‌ناپذیر است.

۲۷ نقطهٔ $(۲m, m-۱)$ روی نمودار وارون تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{x}{|x-۱|+m}$ واقع است. مقدار m کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $-\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $-\frac{۱}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: وارون تابع الزاماً تابع نیست و اتفاقاً در این سؤال هم تابع‌بودن وارون اصلاً مد نظر نیست. پس برای محاسبهٔ مقدار m کافی است $m-۱$ (یعنی عرض نقطه) را در ضابطهٔ تابع f جای‌گذاری کنیم و حاصل را برابر $۲m$ (یعنی طول نقطه) قرار دهیم:

$$f(m-۱)=۲m \Rightarrow \frac{m-۱}{|m-۲|+m}=۲m \quad (*)$$

گام دوم: معادلهٔ قدرمطلقی بالا را در دو حالت $m<۲$ و $m\geq ۲$ حل می‌کنیم:

$$m<۲: \frac{m-۱}{۲}=۲m \Rightarrow m-۱=۴m \Rightarrow m=-\frac{۱}{۳}$$

$$m\geq ۲: \frac{m-۱}{۲m-۲}=۲m \xrightarrow{m\neq ۱} \frac{۱}{۲}=۲m \Rightarrow m=\frac{۱}{۴}$$

اما می‌بینیم که $m=\frac{۱}{۴}$ در شرط $m\geq ۲$ صدق نمی‌کند و قابل قبول نیست.

کنکور اگر نقطهٔ $(-\frac{۳}{۵},-\frac{۱}{۸})$ روی تابع وارون تابع $y=\frac{x}{a+a|x|}$ باشد، مقدار a کدام است؟

(سؤال ۱۱۷ کنکور تجربی ۱۴۰۳ ـ نوبت دوم)

۱) $\frac{۵}{۲۷}$ ۲) ۵

۳) ۳ ۴) ۳/۵

۲۸ اگر $f(x)=\sqrt{x-3}$ باشد، دامنهٔ تابع fof^{-1} کدام است؟

۱) $\mathbb{R}$
۲) $[3,+\infty)$
۳) $[0,+\infty)$
۴) $[0,3]$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

ترکیب تابع با وارونش:

دو تابع fof^{-1} و $f^{-1}of$ هر دو همانی هستند، اما دامنه‌هایشان فرق می‌کند، دامنهٔ تابع fof^{-1}، R_f و دامنهٔ تابع $f^{-1}of$، D_f است:

$$(fof^{-1})(x)=x \;;\; x\in R_f$$

$$(f^{-1}of)(x)=x \;;\; x\in D_f$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق درس‌باکس دامنهٔ تابع fof^{-1} برد تابع f، یعنی بازهٔ $[0,+\infty)$ است.

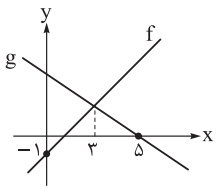
امتحان نهایی

اگر $f(x)=\sqrt{x-2}$ باشد، آن‌گاه: (سؤال ۵ (قسمت الف) ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۴)

الف) دامنهٔ تابع $f^{-1}of$ را به دست آورید.

ب) دامنهٔ $f^{-1}(5)$ را محاسبه کنید.

۲۹ نمودار توابع خطی f و g در شکل زیر رسم شده‌اند. اگر تابع h با ضابطهٔ $h(x)=\frac{f(x)-۴}{g(x)}$ در دامنه‌اش ثابت باشد، مقدار $(f^{-۱}og)(۲)$ کدام است؟



۱) ۳

۲) ۴

۳) $\frac{۳}{۲}$

۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته ضابطهٔ تابع وارون، تابع $f(x)=ax+b$ به صورت $f^{-۱}(x)=\frac{x-b}{a}$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: عرض از مبدأ تابع f برابر ۱− و طول از مبدأ تابع g برابر ۵ است، پس ضابطه‌های این دو را می‌توان $f(x)=ax-۱$ و $g(x)=b(x-۵)$ در نظر گرفت که $a>۰$ و $b<۰$ است.

برای این‌که تابع h ثابت باشد، باید $f(x)-۴$ همواره در هر x قابل قبول مضربی از $g(x)$ باشد، پس نتیجه می‌گیریم که باید $f(x)-۴$ به ازای $x=۵$ برابر صفر شود؛ زیرا باید ریشه‌های هر دو عبارت صورت و مخرج یکسان باشند:

$$f(۵)-۴=۰ \Rightarrow f(۵)=۴$$

$$\xrightarrow{f(x)=ax-۱} ۵a-۱=۴ \Rightarrow a=۱$$

گام دوم: حالا با توجه به این‌که مقدار این دو تابع در $x=۳$ برابر است، داریم:

$$\xrightarrow{f(۳)=g(۳)} ۳-۱=b(۳-۵) \Rightarrow b=-۱$$

گام سوم: در نهایت داریم:

$$\begin{cases} f(x)=x-۱ \Rightarrow f^{-۱}(x)=x+۱ \\ g(x)=۵-x \Rightarrow g^{-۱}(x)=۵-x \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f^{-۱}og)(۲)=f^{-۱}\big(g(۲)\big)=f^{-۱}(۳)=۴ \quad (g(۲)=۳)$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

مشابه امتحان نهایی

ریاضی

۳۰ اگر $f(x)=۱+\sqrt{x-۳}$ و $g(x)=۲-x^۳$ باشد، مقدار $(gof)^{-۱}(-۲۵)$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: حاصل مورد نظر سؤال را k در نظر می‌گیریم:

$$(gof)^{-۱}(-۲۵)=k$$

و طبق خواص وارون داریم:

$$(gof)(k)=-۲۵ \quad \text{یا} \quad g(f(k))=-۲۵$$

گام دوم: باید ببینیم، مقدار g در کدام نقطه برابر -۲۵ می‌شود:

$$g(x)=۲-x^۳=-۲۵ \Rightarrow x^۳=۲۷ \Rightarrow x=۳$$

یعنی $f(k)=۳$ است.

گام سوم: حالا در تابع f باید ببینیم که مقدار آن در چه نقطه‌ای برابر ۳ می‌شود:

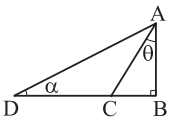
$$f(k)=۱+\sqrt{k-۳}=۳ \Rightarrow \sqrt{k-۳}=۲ \Rightarrow k-۳=۴ \Rightarrow k=۷$$

امتحان نهایی

فرض کنید $f(x)=۱+\sqrt{x-۲}$ و $g(x)=x^۳-۱$ باشند. در این صورت $(gof)^{-۱}(۷)$ را بیابید.

(سؤال ۵ امتحان نهایی شهریور ۱۴۰۳)

۱ در شکل زیر، اگر $\sin\alpha = \frac{۸}{۱۷}$ و $۲CD = ۳BC$ باشد، مقدار $\cos\theta$ کدام است؟

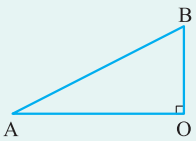


۱) $\frac{۴}{۵}$
۲) $\frac{۵}{۶}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

نسبت‌های مثلثاتی: در مثلث قائم‌الزاویهٔ AOB $(\hat{O} = ۹۰^\circ)$، نسبت‌های مثلثاتی به صورت زیر تعریف می‌شود:



$$\sin\hat{A} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{OB}{AB}$$

$$\cos\hat{A} = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{OA}{AB}$$

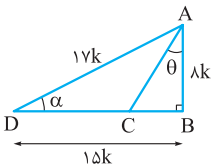
$$\tan\hat{A} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{OB}{OA}$$

$$\cot\hat{A} = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \frac{OA}{OB}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا از فرض $\sin\alpha = \frac{۸}{۱۷}$ استفاده می‌کنیم و می‌توانیم طول ضلع AB را $۸k$ و طول ضلع AD را $۱۷k$ در نظر بگیریم.

در این صورت طبق رابطهٔ فیثاغورس طول ضلع BD برابر است با $۱۵k$، زیرا:

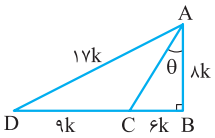


$$BD = \sqrt{AD^۲ - AB^۲} = \sqrt{(۱۷k)^۲ - (۸k)^۲} = \sqrt{۲۲۵k^۲} = ۱۵k$$

گام دوم: حالا از فرض دوم مسئله استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} ۲CD = ۳BC \\ CD + BC = ۱۵k \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} BC = ۶k \,,\, CD = ۹k$$

در نتیجه اندازه‌های روی شکل به صورت زیر تکمیل می‌شود:



گام سوم: مجدداً از قضیهٔ فیثاغورس استفاده می‌کنیم و در مثلث ABC طول وتر AC را حساب می‌کنیم:

$$AC = \sqrt{AB^۲ + BC^۲} = \sqrt{(۸k)^۲ + (۶k)^۲} = \sqrt{۱۰۰k^۲} = ۱۰k$$

در نتیجه $\cos\theta$ برابر است با:

$$\cos\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{۸k}{۱۰k} = \frac{۴}{۵}$$

۲ مربع اندازهٔ قطر بزرگ یک لوزی، $۲\sqrt{۳}$ برابر اندازهٔ مساحت آن است. اگر A و B دو زاویهٔ مجاور این لوزی باشند، مقدار مثبت $\tan(\frac{A-B}{۲})$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}-۱$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۳) ۱ ۴) $\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

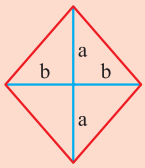
درس Box

نکات مربوط به لوزی:

- در لوزی قطرها عمودمنصف یکدیگر هستند.
- در لوزی قطرها نیمساز زوایای داخلی هستند.
- مساحت لوزی برابر نصف حاصل‌ضرب طول قطرها است.

پاسخ خیلی تشریحی

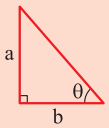
گام اول: شکل کلی زیر را برای لوزی مفروض سؤال در نظر می‌گیریم که طول قطر بزرگ آن $۲a$ و طول قطر کوچک آن $۲b$ است.



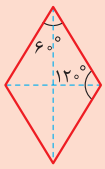
حالا رابطهٔ مفروض سؤال را می‌نویسیم تا نسبت a و b به دست آید:

$$\underbrace{(۲a)^۲}_{\text{مربع اندازهٔ قطر بزرگ لوزی}} = ۲\sqrt{۳} \times \underbrace{\frac{۲a \times ۲b}{۲}}_{\text{مساحت لوزی}} \Rightarrow ۴a^۲ = ۴\sqrt{۳}ab \xrightarrow{\div ۴a \neq ۰} a = \sqrt{۳}b$$

گام دوم: این یعنی در مثلث قائم‌الزاویهٔ مقابل، $\tan\theta$ برابر $\sqrt{۳}$ است، یعنی $\theta = ۶۰^\circ$ است.



پس زوایای مجاور لوزی، ۱۲۰° و ۶۰° هستند.



گام سوم: ما مقدار مثبت $\tan(\frac{A-B}{۲})$ را می‌خواهیم، پس $A = ۱۲۰^\circ$ و $B = ۶۰^\circ$ است و داریم:

$$|\tan(\frac{A-B}{۲})| = \tan\frac{۱۲۰^\circ - ۶۰^\circ}{۲} = \tan ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

کنکور

در یک لوزی، اندازهٔ هر ضلع برابر جذر حاصل‌ضرب طول قطرها است. اگر A و B دو زاویهٔ مجاور لوزی باشند، مقدار مثبت تانژانت $(\frac{A-B}{۲})$ کدام است؟ (سؤال ۱۱۹ کنکور تجربی ۱۴۰۳ ـ نوبت دوم)

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $\frac{۱}{\sqrt{۳}}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) ۳

۳ اگر $0 < x < \frac{\pi}{2}$ و $\frac{1+\sin x}{1-\sin x} = 4$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1+\cos x}{1-\cos x}$ کدام است؟

انتهای کمان x در ربع اول است و همهٔ نسبت‌ها مثبت هستند.

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

رابطهٔ بین نسبت‌های مثلثاتی:

- $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
- $\tan\theta \times \cot\theta = 1$
- $1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$
- $1 + \cot^2\theta = \frac{1}{\sin^2\theta}$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا مقدار $\sin x$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{1+\sin x}{1-\sin x} = 4 \Rightarrow 1+\sin x = 4-4\sin x \Rightarrow 5\sin x = 3 \Rightarrow \sin x = \frac{3}{5}$$

گام دوم: سپس با استفاده از اتحاد مهم $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$، مقدار $\cos x$ را حساب می‌کنیم:

$$\cos^2 x = 1-\sin^2 x = 1-\frac{9}{25} = \frac{16}{25} \xrightarrow{\cos x>0} \cos x = \frac{4}{5}$$

دقت کنید که انتهای کمان x در ربع اول است، پس $\cos x$ مثبت است.

گام سوم: حال خواستهٔ سؤال را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1+\cos x}{1-\cos x} = \frac{1+\frac{4}{5}}{1-\frac{4}{5}} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{1}{5}} = 9$$

۴ اگر $\frac{۱}{\cot x} - \frac{۱}{\tan x} = ۲$ باشد، حاصل عبارت $\tan^۲ x + \cot^۲ x$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint $\tan x$ و $\cot x$ معکوس هم هستن، عبارت $\tan^۲ x + \cot^۲ x$ هم ما رو یاد اتحاد مربع دوجمله‌ای می‌ندازه.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: از آن‌جایی که $\tan x$ و $\cot x$ معکوس یکدیگرند، عبارت مفروض سؤال را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\tan x - \cot x = ۲$$

گام دوم: حالا طرفین تساوی بالا را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\tan^۲ x + \cot^۲ x - ۲\underbrace{\tan x \times \cot x}_{\text{برابر ۱ است.}} = ۴$$

پس خواستهٔ سؤال را حساب می‌کنیم:

$$\tan^۲ x + \cot^۲ x = ۴ + ۲ = ۶$$

۵ اگر $\frac{\pi}{۲} < x < \pi$ و $۲\cos^۲ x - \sin x - ۱ = ۰$ باشد، مقدار $\frac{۱}{\cos x}$ کدام است؟

x در ربع دوم است و $\cos x$ منفی است، پس ۲ گزینه همین ابتدا رد می‌شوند.

۱) $-\sqrt{۳}$ ۲) $-\frac{۲}{\sqrt{۳}}$ ۳) $-\frac{۴}{\sqrt{۳}}$ ۴) $-\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

از اتحاد $\sin^۲ x + \cos^۲ x = ۱$ استفاده کن و با استفاده از تغییر متغیر، معادله رو حل کن.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: به جای $\cos^۲ x$ در معادله، $۱ - \sin^۲ x$ قرار می‌دهیم تا یک معادلهٔ درجه‌دوم برحسب $\sin x$ داشته باشیم:

$$۲(۱ - \sin^۲ x) - \sin x - ۱ = ۰ \Rightarrow ۲ - ۲\sin^۲ x - \sin x - ۱ = ۰ \Rightarrow ۲\sin^۲ x + \sin x - ۱ = ۰$$

گام دوم: با تجزیهٔ عبارت بالا به کمک اتحاد جمله‌مشترک داریم:

$$(۲\sin x - ۱)(\sin x + ۱) = ۰ \Rightarrow \sin x = \frac{۱}{۲} \text{ یا } \sin x = -۱$$

اما چون عبارت $\frac{۱}{\cos x}$ را می‌خواهیم حساب کنیم، $\sin x = -۱$ غیر قابل قبول خواهد شد؛ زیرا $\cos x = ۰$ می‌شود. هم‌چنین چون x حاده است، $\cos x$ باید مثبت باشد. البته طبق فرض انتهای کمان x در ناحیهٔ دوم دایرهٔ مثلثاتی است و مقدار $\sin x$ نباید منفی باشد.

گام سوم: پس $\sin x = \frac{۱}{۲}$ است و حالا می‌خواهیم $\cos x$ را حساب کنیم:

$$\xrightarrow{\cos^۲ x = ۱ - \sin^۲ x} \cos^۲ x = ۱ - \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \cos x = \pm\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

طبق تعبیر، $\cos x$ منفی است، پس $\cos x = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ و در نتیجه $\frac{۱}{\cos x} = -\frac{۲}{\sqrt{۳}}$ است.

۶ اگر $x+y=\frac{\pi}{۲}$ و $\sin(۲x+y)=\frac{۱}{۲}$ باشد، حاصل $\frac{\cos y}{\tan x}$ کدام است؟ (x و y هر دو حاده هستند.)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint $۲x+y$ رو این‌جوری ببین: $(x+y)+x$ یا $۲(x+y)-y$.

درس Box

نسبت‌های مثلثاتی $\frac{k\pi}{۲}+\alpha$ را در دو حالت زیر بررسی می‌کنیم:

۱) k عددی زوج است؛ به بیان دیگر مضرب صحیحی از π با α جمع شده است. در این حالت، نسبت مثلثاتی اولیه تغییر نمی‌کند.

۲) k عددی فرد است؛ به بیان دیگر مضرب فردی از $\frac{\pi}{۲}$ با α جمع شده است. در این حالت، sin به cos و برعکس و tan به cot و برعکس تبدیل می‌شود.

بعد از نوشتن نسبت مثلثاتی α، می‌رویم سراغ علامت و در این مرحله علامت نسبت مثلثاتی اولیه را برای کمان $\frac{k\pi}{۲}+\alpha$ مشخص می‌کنیم.

مثال

نسبت تغییر کرد، چون k فرد است.

$$\sin\left(\frac{۷\pi}{۲}+\frac{\pi}{۶}\right)=-\cos\frac{\pi}{۶}$$

کمان در ربع چهارم است و sin آن منفی است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا سعی می‌کنیم که نسبت‌های مثلثاتی کمان x را حساب کنیم، به خاطر همین $۲x+y$ را به صورت $(x+y)+x$ می‌نویسیم که در آن $x+y$ طبق فرض برابر $\frac{\pi}{۲}$ است:

$$\sin(۲x+y)=\sin(x+y+x)=\sin(\frac{\pi}{۲}+x)=\cos x=\frac{۱}{۲}$$

چون طبق فرض x حاده است، پس $x=\frac{\pi}{۳}$ است.

گام دوم: کمان‌های x و y متمم هستند، پس $y=\frac{\pi}{۶}$ و در نتیجه $\cos y=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ است، در نتیجه داریم:

$$\xrightarrow{\tan x=\tan\frac{\pi}{۳}=\sqrt{۳}} \frac{\cos y}{\tan x}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\sqrt{۳}}=\frac{۱}{۲}$$

۷ اگر $A=\sin^{۲}\frac{۳\pi}{۱۰}+\sin^{۲}\frac{\pi}{۵}$ و $B=\cot\frac{۵\pi}{۱۴}\cot\frac{\pi}{۷}$ باشد، حاصل $A+B$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint زاویه‌های $\frac{۳\pi}{۱۰}$ و $\frac{\pi}{۵}$ و زاویه‌های $\frac{۵\pi}{۱۴}$ و $\frac{\pi}{۷}$ متمم‌اند.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** اگر دقت کنیم، می‌بینیم که زوایای $\frac{۳\pi}{۱۰}$ و $\frac{\pi}{۵}$ متمم و زوایای $\frac{\pi}{۷}$ و $\frac{۵\pi}{۱۴}$ متمم‌اند؛ زیرا:

$$\frac{۳\pi}{۱۰}+\frac{\pi}{۵}=\frac{۳\pi}{۱۰}+\frac{۲\pi}{۱۰}=\frac{۵\pi}{۱۰}=\frac{\pi}{۲}$$

$$\frac{\pi}{۷}+\frac{۵\pi}{۱۴}=\frac{۲\pi}{۱۴}+\frac{۵\pi}{۱۴}=\frac{۷\pi}{۱۴}=\frac{\pi}{۲}$$

گام دوم: پس داریم:

$$\xrightarrow{\sin\frac{\pi}{۵}=\cos\frac{۳\pi}{۱۰}} A=\sin^{۲}\frac{۳\pi}{۱۰}+\cos^{۲}\frac{۳\pi}{۱۰}=۱$$

$$\xrightarrow{\cot\frac{۵\pi}{۱۴}=\tan\frac{\pi}{۷}} B=\cot\frac{\pi}{۷}\tan\frac{\pi}{۷}=۱$$

در نهایت $A+B=۲$ است.

۸ اگر $\sin(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha)$ و $\cos(\frac{۵\pi}{۲}-\alpha)$ جواب‌های معادلهٔ $(۳m+۱)x^۲+(m-۳)x-۱۲=۰$ باشد، حاصل $\sin\alpha\cos\alpha$ کدام است؟

۱) $۰/۴۸$
۲) $۰/۲۴$
۳) $-۰/۴۸$
۴) $-۰/۲۴$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint از مجموع مربعات جواب‌های معادله استفاده کن تا مقدار m به دست آید.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا جواب‌های معادله را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\sin(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha)=-\cos\alpha$$

ربع چهارم، مضرب فرد $\frac{\pi}{۲}$

$$\cos(\frac{۵\pi}{۲}-\alpha)=\sin\alpha$$

ربع اول، مضرب فرد $\frac{\pi}{۲}$

پس جواب‌های معادله $\sin\alpha$ و $-\cos\alpha$ هستند.

گام دوم: حالا برای این‌که جواب‌های معادلهٔ درجه‌دوم داده‌شده $\sin\alpha$ و $-\cos\alpha$ باشد، لازم است مجموع مربعات جواب‌ها برابر ۱ باشد:

$$\sin^۲\alpha+(-\cos\alpha)^۲=۱$$

حالا در معادلهٔ صورت سؤال (در صورت وجود دو جواب) مجموع جواب‌ها $S=-\frac{m-۳}{۳m+۱}$ و حاصل‌ضرب آن‌ها $P=-\frac{۱۲}{۳m+۱}$ است؛ باید $x_۱^۲+x_۲^۲=S^۲-۲P$ برابر ۱ شود:

$$\Rightarrow \frac{(m-۳)^۲}{(۳m+۱)^۲}+\frac{۲۴}{۳m+۱}=۱$$

$$\xrightarrow{\times(۳m+۱)^۲} (m-۳)^۲+۲۴(۳m+۱)=(۳m+۱)^۲$$

$$\Rightarrow m^۲-۶m+۹+۷۲m+۲۴=۹m^۲+۶m+۱ \Rightarrow ۸m^۲-۶۰m-۳۲=۰$$

$$\xrightarrow{\div۴} ۲m^۲-۱۵m-۸=(۲m+۱)(m-۸)=۰ \Rightarrow m=-\frac{۱}{۲}\ \text{یا}\ ۸$$

گام سوم: اما به ازای $m=-\frac{۱}{۲}$ معادلهٔ $-\frac{۱}{۲}x^۲-\frac{۷}{۲}x-۱۲=۰$ جواب ندارد، پس $m=۸$ قابل قبول است. در این شرایط معادلهٔ زیر را داریم:

$$۲۵x^۲+۵x-۱۲=۰ \xrightarrow{x_۱=\sin\alpha, x_۲=-\cos\alpha} x_۱x_۲=-\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{۱۲}{۲۵} \Rightarrow \sin\alpha\cos\alpha=\frac{۱۲}{۲۵}=۰/۴۸$$

۹ ساده‌شدهٔ عبارت $\frac{۱}{۱+\tan x}+\frac{۱}{۱+\tan(\frac{\pi}{۲}+x)}+\frac{۱}{۱+\tan(\pi+x)}+\cdots+\frac{۱}{۱+\tan(\frac{۱۱\pi}{۲}+x)}$ کدام است؟

۱) $۶+\frac{۱۲}{\tan x+\cot x}$

۲) $۶+\frac{۱۲}{\tan x-\cot x}$

۳) $۶-\frac{۱۲}{\tan x-\cot x}$

۴) $۶-\frac{۱۲}{\tan x+\cot x}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: عبارت داده‌شده شامل ۱۲ کسر است و داریم:

$$\tan x=\tan(\pi+x)=\tan(۲\pi+x)=\cdots=\tan(۵\pi+x)$$

$$\tan(\frac{\pi}{۲}+x)=\tan(\frac{۳\pi}{۲}+x)=\tan(\frac{۵\pi}{۲}+x)=\cdots=\tan(\frac{۱۱\pi}{۲}+x)=-\cot x$$

یعنی ۶ مخرج با هم برابر و ۶ مخرج دیگر نیز با هم برابرند.

گام دوم: پس عملاً عبارت صورت سؤال با عبارت زیر معادل است:

$$A=۶(\frac{۱}{۱+\tan x})+۶(\frac{۱}{۱-\cot x})$$

پس داریم:

$$A=\frac{۶}{۱+\tan x}+\frac{۶}{۱-\cot x}=\frac{۶(۱-\cot x)+۶(۱+\tan x)}{(۱+\tan x)(۱-\cot x)}=\frac{۱۲+۶(\tan x-\cot x)}{\tan x-\cot x}=۶+\frac{۱۲}{\tan x-\cot x}$$

۱۰ حاصل عبارت $\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}-\sqrt{1+\tan^2 x}$ به ازای $x=110^\circ$، با کدام عبارت برابر است؟

۱) $\tan 40^\circ$
۲) $\cot 40^\circ$
۳) $\tan 20^\circ$
۴) $\cot 20^\circ$

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: همان‌طور که می‌بینید، سؤال حاضر بسیار شبیه سؤال شاهد است. برای این‌که با یک تیر دو نشان بزنیم، ابتدا ساده‌شدهٔ عبارت صورت سؤال را که همان عبارت سؤال شاهد است، به دست می‌آوریم:

$$\sqrt{\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}-\sqrt{1+\tan^2\alpha}=\sqrt{\frac{(1+\sin\alpha)(1+\sin\alpha)}{(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)}}-\sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha}}=\frac{1+\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}-\frac{1}{\sqrt{\cos^2\alpha}}$$

$$=\frac{1+\sin\alpha}{|\cos\alpha|}-\frac{1}{|\cos\alpha|}=\frac{\sin\alpha}{|\cos\alpha|}$$

در صورت سؤال کنکور می‌بینیم که فرض این است که α در ناحیهٔ دوم باشد. در این سؤال نیز می‌بینیم که $x=110^\circ$ و در ناحیهٔ دوم قرار دارد.

حالا داریم:

$$\xrightarrow[\cos\alpha<0]{\alpha\text{ در ناحیهٔ دوم}}\sqrt{\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}-\sqrt{1+\tan^2\alpha}=-\tan\alpha$$

گام دوم: از حل سؤال شاهد نتیجه می‌گیریم که ساده‌شدهٔ عبارت $\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}-\sqrt{1+\tan^2 x}$ به ازای xهای ربع دوم برابر $-\tan x$ است. حالا اگر $x=110^\circ$ باشد، داریم:

$$\sqrt{\frac{1+\sin 110^\circ}{1-\sin 110^\circ}}-\sqrt{1+\tan^2 110^\circ}=-\tan 110^\circ=-\tan(90^\circ+20^\circ)=\cot 20^\circ$$

کنکور

اگر انتهای کمان α در ناحیهٔ دوم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $\sqrt{\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}-\sqrt{1+\tan^2\alpha}$ کدام است؟

(سؤال ۱۲ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ (خارج از کشور))

۱) $-\cot\alpha$
۲) $-\tan\alpha$
۳) $\cot\alpha$
۴) $\tan\alpha$

۱۱ حاصل عبارت $\frac{\sin ۷۵^\circ - \sin ۱۵^\circ}{\sin ۷۵^\circ + \sin ۱۵^\circ}$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

اتحاد مثلثاتی دو برابر کمان:

$$\sin ۲\theta = ۲\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos ۲\theta = \cos^۲\theta - \sin^۲\theta = ۲\cos^۲\theta - ۱ = ۱ - ۲\sin^۲\theta \Rightarrow \begin{cases} \sin^۲\frac{\theta}{۲} = \frac{۱-\cos\theta}{۲} \\ \cos^۲\frac{\theta}{۲} = \frac{۱+\cos\theta}{۲} \end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: از $\cos ۳۰^\circ$ استفاده می‌کنیم تا $\sin ۱۵^\circ$ را به دست آوریم:

$$\cos ۳۰^\circ = \cos ۲(۱۵^\circ) = ۱ - ۲\sin^۲ ۱۵^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \sin ۱۵^\circ = \frac{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}{۲}$$

با استفاده از اتحاد $\sin^۲\theta + \cos^۲\theta = ۱$ می‌توانیم $\cos ۱۵^\circ$ را که همان $\sin ۷۵^\circ$ است، حساب کنیم:

$$\cos ۱۵^\circ = \sqrt{۱ - (\frac{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}{۲})^۲} = \frac{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{۲} \Rightarrow \sin ۷۵^\circ = \frac{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{۲}$$

گام دوم: حالا می‌توانیم حاصل عبارت را حساب کنیم:

$$\frac{\sin ۷۵^\circ - \sin ۱۵^\circ}{\sin ۷۵^\circ + \sin ۱۵^\circ} = \frac{\sqrt{۲+\sqrt{۳}} - \sqrt{۲-\sqrt{۳}}}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}} + \sqrt{۲-\sqrt{۳}}}$$

صورت و مخرج کسر بالا را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\Rightarrow \frac{\sin ۷۵^\circ - \sin ۱۵^\circ}{\sin ۷۵^\circ + \sin ۱۵^\circ} = \frac{(\sqrt{۲+\sqrt{۳}} - \sqrt{۲-\sqrt{۳}})^۲}{(۲+\sqrt{۳}) - (۲-\sqrt{۳})} = \frac{۴ - ۲\sqrt{۱}}{۲\sqrt{۳}} = \frac{۱}{\sqrt{۳}}$$

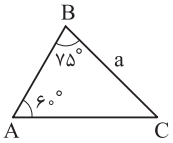
که همان $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ است.

یه‌جور دیگه

به جای $\sin ۷۵^\circ$ عبارت $\cos ۱۵^\circ$ قرار می‌دهیم:

$$A = \frac{\cos ۱۵^\circ - \sin ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ + \sin ۱۵^\circ} \xrightarrow{\cos ۱۵^\circ > \sin ۱۵^\circ} A = \sqrt{\frac{(\cos ۱۵^\circ - \sin ۱۵^\circ)^۲}{(\cos ۱۵^\circ + \sin ۱۵^\circ)^۲}} = \sqrt{\frac{۱ - \sin ۳۰^\circ}{۱ + \sin ۳۰^\circ}} = \sqrt{\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۲}}} = \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

۱۲ با توجه به شکل، مساحت مثلث ABC چند برابر a^2 است؟



۱) $\frac{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}{۴}$

۲) $\frac{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}{۶}$

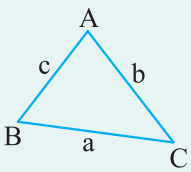
۳) $\frac{۳+\sqrt{۲}}{۸}$

۴) $\frac{۳+\sqrt{۳}}{۱۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint باید $\sin ۷۵^\circ$ رو حساب کنی، چون هر جوری فرمول مساحت رو بنویسی، $\sin ۷۵^\circ$ رو می‌خوای.

درس Box رابطهٔ مساحت مثلث به کمک مثلثات:



$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}ab\sin\hat{C}=\frac{۱}{۲}ac\sin\hat{B}=\frac{۱}{۲}bc\sin\hat{A}$$

از این روابط به قضیهٔ سینوس‌ها می‌رسیم:

$$\frac{\sin\hat{A}}{a}=\frac{\sin\hat{B}}{b}=\frac{\sin\hat{C}}{c}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا زاویهٔ C را حساب می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=۱۸۰^\circ} ۶۰^\circ+۷۵^\circ+\hat{C}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{C}=۴۵^\circ$$

و حالا از نتیجهٔ درس‌باکس که قضیهٔ معروف به قضیهٔ سینوس‌هاست، استفاده می‌کنیم تا طول اضلاع AB و AC را برحسب a به دست آوریم:

$$\Rightarrow \frac{\sin ۶۰^\circ}{a}=\frac{\sin ۷۵^\circ}{b}=\frac{\sin ۴۵^\circ}{c}$$

$$\xrightarrow{\sin ۶۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{۲},\sin ۴۵^\circ=\frac{\sqrt{۲}}{۲}} \frac{\sqrt{۳}}{۲a}=\frac{\sin ۷۵^\circ}{b}=\frac{\sqrt{۲}}{۲c} \Rightarrow c=\sqrt{\frac{۲}{۳}}a$$

گام دوم: در پاسخ سؤال ۱۲۱ مقدار $\sin ۷۵^\circ$ را حساب کرده‌ایم. حالا با جای‌گذاری آن می‌توانیم مساحت مثلث را حساب کنیم:

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}AB.BC.\sin ۷۵^\circ=\frac{۱}{۲}(\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}}a)(a)\frac{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{۲}=\frac{۱}{۴}a^۲\frac{\sqrt{۴+۲\sqrt{۳}}}{\sqrt{۳}}$$

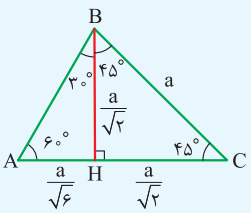
به کمک اتحاد مربع دوجمله‌ای می‌توانیم بگوییم:

$$\sqrt{۴+۲\sqrt{۳}}=\sqrt{۳+۲\sqrt{۳}+۱}=\sqrt{\sqrt{۳}^۲+۲\sqrt{۳}+۱}=\sqrt{(\sqrt{۳}+۱)^۲}=\sqrt{۳}+۱$$

پس داریم:

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۴}a^۲\frac{\sqrt{۳}+۱}{\sqrt{۳}} \xrightarrow{\text{گویا کردن مخرج}} S_{ABC}=\frac{۳+\sqrt{۳}}{۱۲}a^۲$$

یه‌جور دیگه اگر ارتفاع BH را رسم کنیم، داریم:



$$\Rightarrow S_{ABC}=\frac{۱}{۲}(\frac{a}{\sqrt{۲}}+\frac{a}{\sqrt{۶}})(\frac{a}{\sqrt{۲}})=\frac{۳+\sqrt{۳}}{۱۲}a^۲$$

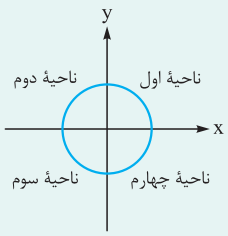
۱۳ اگر $\frac{۱}{۲}\sin ۲\alpha < \sin\alpha < \tan\alpha$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیهٔ دایرهٔ مثلثاتی است؟

۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

علامت نسبت‌های مثلثاتی در دایرهٔ مثلثاتی:



نسبت \ ناحیه	اول	دوم	سوم	چهارم
sin	+	+	−	−
cos	+	−	−	+
tan	+	−	+	−
cot	+	−	+	−

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا از اتحاد مثلثاتی سینوس دو برابر کمان استفاده می‌کنیم و نامساوی صورت سؤال را به گونه‌ای دیگر می‌نویسیم:

$$\frac{۱}{۲}(۲\sin\alpha\cos\alpha) < \sin\alpha < \tan\alpha$$

$$\xrightarrow{\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}} \sin\alpha\cos\alpha < \sin\alpha < \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

گام دوم: حالا هر کدام از نامساوی‌ها را در یک گام بررسی می‌کنیم:

$$\sin\alpha\cos\alpha < \sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha\cos\alpha - \sin\alpha = \sin\alpha(\cos\alpha - ۱) < ۰$$

عبارت $\cos\alpha - ۱$ منفی است؛ زیرا $\cos\alpha$ از یک کوچک‌تر است، پس نامساوی بالا زمانی برقرار است که $\sin\alpha$ مثبت باشد؛ یعنی انتهای کمان α در ناحیهٔ اول یا دوم باشد.

گام سوم: حالا می‌رویم سراغ نامساوی $\sin\alpha < \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$، با تقسیم طرفین این نامساوی بر $\sin\alpha$ داریم:

$$\xrightarrow[\sin\alpha>۰]{\div\sin\alpha} ۱ < \frac{۱}{\cos\alpha}$$

این رابطه نشان می‌دهد که $\cos\alpha$ باید مثبت باشد، یعنی انتهای کمان α در ناحیهٔ اول یا چهارم باشد.

گام چهارم: از اشتراک نتایج گام‌های دوم و سوم نتیجه می‌گیریم که انتهای کمان α در ناحیهٔ اول دایرهٔ مثلثاتی است.

کنکور

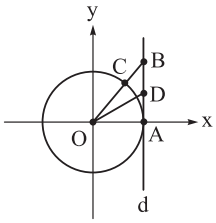
اگر $\frac{۱+\sin\alpha}{|\cos\alpha|} = \frac{۱}{\sqrt{\cos^۲\alpha}} - \text{tg}\alpha$ و $\frac{|\sin\alpha|}{\cos\alpha} = -\frac{۱}{\cot\alpha}$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیهٔ مثلثاتی است؟

(سؤال ۱۱۸ کنکور تجربی ۱۴۰۳ - نوبت دوم)

۱) چهارم ۲) سوم ۳) دوم ۴) اول

۱۴ مطابق شکل خط d در نقطهٔ A بر دایرهٔ مثلثاتی مماس و OD نیمساز زاویهٔ AOB است. اگر $BC = ۰/۵$ باشد، طول BD کدام است؟

محور تانژانت است.



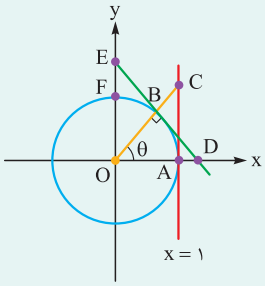
۱) $۰/۹$
۲) $۰/۸$
۳) $۰/۴\sqrt{۵}$
۴) $۰/۳\sqrt{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

پاره‌خط‌های معروف در دایرهٔ مثلثاتی:

در دایرهٔ مثلثاتی شکل مقابل، خط $x = ۱$ محور تانژانت است؛ بنابراین AC برابر $\tan\theta$ است.



در حالت کلی داریم:

$$AC = BD = \tan\theta$$

$$BE = \cot\theta$$

$$AD = BC = \frac{۱}{\cos\theta} - ۱$$

$$EF = \frac{۱}{\sin\theta} - ۱$$

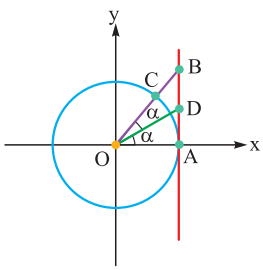
نکته

از اتحادهای دو برابر کمان، دو اتحاد مهم دیگر به دست می‌آید:

$$\sin ۲\theta = \frac{۲\tan\theta}{۱+\tan^۲\theta}\ ,\ \cos ۲\theta = \frac{۱-\tan^۲\theta}{۱+\tan^۲\theta}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: دو زاویهٔ برابر مفروض در مسئله را α در نظر می‌گیریم:



طبق درس‌باکس داریم:

$$BC = \frac{۱}{\cos ۲\alpha} - ۱ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \cos ۲\alpha = \frac{۲}{۳}$$

گام دوم: حالا از اتحادهای دو برابر کمان استفاده می‌کنیم تا $\cos\alpha$ را به دست آوریم:

$$۲\cos^۲\alpha - ۱ = \frac{۲}{۳} \Rightarrow ۲\cos^۲\alpha = \frac{۵}{۳} \Rightarrow \cos^۲\alpha = \frac{۵}{۶} \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{\frac{۵}{۶}}$$

و از اتحاد بنیادین $\sin^۲\theta + \cos^۲\theta = ۱$ استفاده می‌کنیم تا $\sin\alpha$ به دست آید:

$$\sin^۲\alpha = ۱ - \frac{۵}{۶} = \frac{۱}{۶} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{۱}{\sqrt{۶}}$$

گام سوم: از نسبت $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ به سادگی $\tan\alpha$ به دست می‌آید:

$$\tan\alpha = \frac{\frac{۱}{\sqrt{۶}}}{\frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۶}}} = \frac{۱}{\sqrt{۵}}$$

و طبق درس‌باکس داریم: $AD = \frac{۱}{\sqrt{۵}}$.

از طرفی از اتحادهای تکمیلی درس‌باکس استفاده می‌کنیم تا AB را به دست آوریم:

$$AB = \tan 2\alpha : \begin{cases} \cos 2\alpha = \frac{2}{3} \\ \sin 2\alpha = \sqrt{1-\cos^2 2\alpha} = \frac{\sqrt{5}}{3} \end{cases} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

در نتیجه خواستهٔ سؤال برابر است با:

$$BD = AB - AD = \frac{\sqrt{5}}{2} - \underbrace{\frac{\sqrt{5}}{5}}_{\frac{1}{\sqrt{5}}} = \frac{3}{10}\sqrt{5}$$

۱۵ اگر بیشترین و کم‌ترین مقدار تابع $f(x)=a\sin 8x+b$ به ترتیب ۹ و ۳ باشد، حاصل $|\frac{b}{a}|$ کدام است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲ ۳) ۲/۵ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

توابع مثلثاتی به فرم‌های استاندارد $y=a\sin bx+c$ و $y=a\cos bx+c$ متناوب هستند که دورهٔ تناوب آن‌ها برابر $T=\frac{2\pi}{|b|}$ است.

هم‌چنین مقادیر ماکزیمم و مینیمم این توابع برابر خواهند بود با:

$$y_{max}=c+|a|$$

$$y_{min}=c-|a|$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ کافی است از روابط درس‌باکس استفاده کنیم:

$$\begin{matrix}\max\{f(x)\}=b+|a|=9\\ \min\{f(x)\}=b-|a|=3\end{matrix}\Rightarrow b=6,\ |a|=3\Rightarrow |\frac{b}{a}|=2$$

امتحان نهایی

اگر بیشترین و کم‌ترین مقدار تابع $y=a\sin(8x)+c$ به ترتیب ۹ و ۳ باشد. *(سؤال ۶ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)*

الف) مقادیر $|a|$ و c را بیابید.

ب) دورهٔ تناوب تابع را به دست آورید.

۱۶ دورهٔ تناوب تابع $f(x)=\sin ۲x-\cos^۲(x+\frac{\pi}{۴})$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۲}$ ۲) $\frac{\pi}{۳}$ ۳) ۲π ۴) π

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint تنها فرم‌های استاندارد $y=a\sin bx+c$ و $y=a\cos bx+c$ هستن، پس از اتحادها استفاده کن تا به این فرم‌ها برسی.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** از اتحادهای مثلثاتی دو برابر کمان استفاده می‌کنیم:

$$\cos^۲(x+\frac{\pi}{۴})=\frac{۱+\cos(۲x+\frac{\pi}{۲})}{۲}=\frac{۱-\sin ۲x}{۲}$$

گام دوم: پس ضابطهٔ تابع f به صورت زیر خواهد بود:

$$f(x)=\sin ۲x-(\frac{۱-\sin ۲x}{۲})=\frac{۳}{۲}\sin ۲x-\frac{۱}{۲}$$

طبق روابط درس‌باکس پاسخ سؤال قبل، دورهٔ تناوب این تابع برابر است با:

$$T=\frac{۲\pi}{۲}=\pi$$

ریاضی

۱۷ اگر $m = ۲(۵ - \sin\theta\cos\theta)$ و $n = ۸ + \sin ۲\theta$ باشد، بیشترین مقدار $m \times n$ کدام است؟

۱) ۷۷ ۲) ۸۸ ۳) ۸۱ ۴) ۷۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا هر دو عبارت را برحسب $\sin ۲\theta$ می‌نویسیم:

$$m = ۱۰ - ۲\sin\theta\cos\theta \Rightarrow m = ۱۰ - \sin ۲\theta$$

و سپس در هم ضرب می‌کنیم:

$$m \times n = (۱۰ - \sin ۲\theta)(۸ + \sin ۲\theta) = -\sin^۲ ۲\theta + ۲\sin ۲\theta + ۸۰$$

گام دوم: حالا عبارت بالا را به فرم مربع کامل می‌نویسیم:

$$m \times n = -(\sin ۲\theta - ۱)^۲ + ۸۱$$

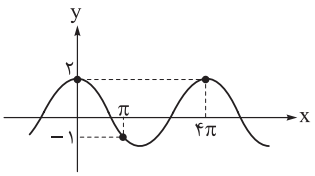
گام سوم: حالا با در نظر گرفتن محدودهٔ $\sin ۲\theta$، محدودهٔ عبارت $m \times n$ را تعیین می‌کنیم:

$$-۱ \le \sin ۲\theta \le ۱ \Rightarrow -۲ \le \sin ۲\theta - ۱ \le ۰ \Rightarrow ۰ \le (\sin ۲\theta - ۱)^۲ \le ۴ \Rightarrow -۴ \le -(\sin ۲\theta - ۱)^۲ \le ۰$$

$$\Rightarrow ۷۷ \le ۸۱ - (\sin ۲\theta - ۱)^۲ \le ۸۱$$

این یعنی کم‌ترین و بیشترین مقدار $m \times n$ به ترتیب ۷۷ و ۸۱ است.

۱۸ بخشی از نمودار تابع $f(x)=a\cos bx-c$ در شکل زیر، رسم شده است. اگر b مثبت باشد، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

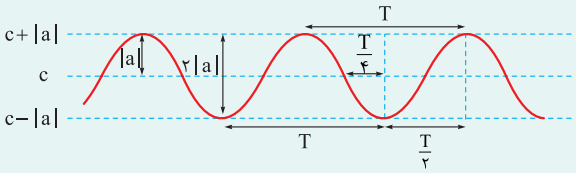


۱) ۵/۵
۲) ۲/۵
۳) ۳/۵
۴) ۴/۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

نمودار توابع $y=a\sin bx+c$ و $y=a\cos bx+c$ به صورت زیر است:



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مطابق نمودار، فاصلهٔ دو ماکزیمم افقی که برابر دورهٔ تناوب است، برابر 4π شده است:

$$T=\frac{2\pi}{|b|}=4\pi \Rightarrow |b|=\frac{1}{2} \xrightarrow{b>0} b=\frac{1}{2}$$

گام دوم: پس تا این‌جا ضابطهٔ تابع $f(x)=a\cos\frac{x}{2}-c$ است. حالا با استفاده از مقدار ماکزیمم و هم‌چنین مختصات نقطهٔ $(\pi,-1)$ مقادیر a و c را پیدا می‌کنیم:

$$\xrightarrow{f(\pi)=-1} a\cos\frac{\pi}{2}-c=0-c=-1\Rightarrow c=1 \quad \max\{f(x)\}=-c+|a|=2 \xrightarrow{c=1} |a|=3\Rightarrow a=\pm 3$$

اما چون مقدار ماکزیمم تابع کسینوسی در $x=0$ رخ داده است، ضریب cos باید مثبت باشد و مقدار $a=3$ قابل قبول است.

گام سوم: در نهایت خواستهٔ سؤال برابر است با:

$$a+b+c=3+0/5+1=4/5$$

۱۹ نمودار تابع $f(x)=2\cos x|\sin x|$ در یک دورهٔ تناوب خودش دارای m نقطهٔ ماکزیمم و n نقطهٔ مینیمم است. حاصل $m+n$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

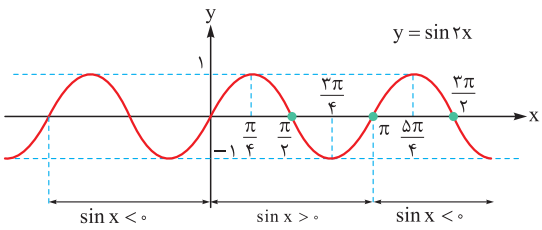
پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

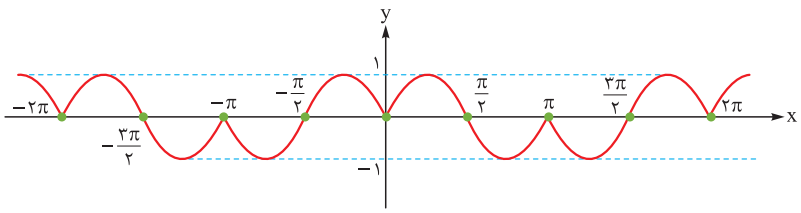
گام اول: چاره‌ای جز رسم نمودار نداریم:

$$f(x)=\begin{cases}-2\sin x\cos x & ; \quad \sin x<0\\ 2\sin x\cos x & ; \quad \sin x\geq 0\end{cases}\Rightarrow f(x)=\begin{cases}-\sin 2x & ; \quad \sin x<0\\ \sin 2x & ; \quad \sin x\geq 0\end{cases}$$

گام دوم: برای رسم نمودار تابع f، کافی است طول نقاط روی نمودار تابع $y=\sin x$ را بر ۲ تقسیم کنیم:



پس نمودار تابع f مطابق شکل زیر خواهد شد:



گام سوم: مطابق شکل بالا، اگر نمودار بازهٔ $[0,2\pi)$ را تکرار کنیم، نمودار کلی تابع حاصل می‌شود، پس دورهٔ تناوب آن $T_f=2\pi$ است.

در بازهٔ $(0,2\pi)$ تابع دارای ۲ ماکزیمم و ۲ مینیمم است، پس داریم:

$$m=n=2\Rightarrow m+n=4$$

۲۰ مثلث ABC با اضلاع $AB = ۲$ و $AC = ۶$ و مساحت ۳ مفروض است. اختلاف مقادیر قابل قبول برای اندازهٔ زاویهٔ A کدام است؟

۱) ۳۰° ۲) ۶۰° ۳) ۹۰° ۴) ۱۲۰°

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

معادلهٔ مثلثاتی، معادله‌ای است که متغیر مجهول ما در کمان یک نسبت مثلثاتی قرار دارد. مثل $\sin(x^۲ - ۱) = \frac{۵}{۷}$ یا $\tan\sqrt{۲x} = x^۲ + ۱$.

ساده‌ترین و ابتدایی‌ترین معادله‌های مثلثاتی و جواب‌های آن‌ها را به شرح زیر می‌بینید:

$$\sin\square = \sin\theta_\circ \Rightarrow \square = \begin{cases} ۲k\pi + \theta_\circ \\ ۲k\pi + \pi - \theta_\circ \end{cases}$$

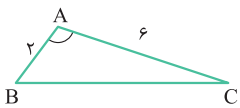
$$\cos\square = \cos\theta_\circ \Rightarrow \square = ۲k\pi \pm \theta_\circ$$

$$\tan\square = \tan\theta_\circ \Rightarrow \square = k\pi + \theta_\circ$$

که در آن‌ها k عددی صحیح و $\square$ یک چندجمله‌ای درجه‌اول (خطی) برحسب x است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: مثلث مفروض را رسم می‌کنیم:



مساحت مثلث را برحسب سینوس زاویهٔ A می‌نویسیم:

$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲}AB \cdot AC \cdot \sin\hat{A} = \frac{۱}{۲}(۲)(۶)\sin\hat{A} = ۳ \Rightarrow \sin\hat{A} = \frac{۱}{۲}$$

گام دوم: حالا معادلهٔ بالا را در بازهٔ $(۰^\circ, ۱۸۰^\circ)$ حل می‌کنیم:

$$\sin\hat{A} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \hat{A}_۱ = ۳۰^\circ \\ \hat{A}_۲ = ۱۵۰^\circ \end{cases} \Rightarrow |\hat{A}_۱ - \hat{A}_۲| = ۱۲۰^\circ$$

۲۱ تابع $f(x)=۲\sin(\frac{\pi}{۳}-۲x)-۱$ را در نظر بگیرید. اگر نقطهٔ A نزدیک‌ترین صفر تابع به محور y و نقطهٔ B نزدیک‌ترین نقطهٔ ماکزیمم به این محور باشد، اختلاف طول‌های نقاط A و B کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۶}$ ۲) $\frac{\pi}{۳}$ ۳) $\frac{\pi}{۲}$ ۴) $\frac{۲\pi}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: از آن‌جا که $f(x)=-(۲\sin(۲x-\frac{\pi}{۳})+۱)$ است، نقطهٔ ماکزیمم نمودار تابع f، قرینهٔ نقطهٔ مینیمم نمودار تابع $g(x)=۲\sin(۲x-\frac{\pi}{۳})+۱$ نسبت به محور طول‌ها است، این یعنی طول این دو نقطه برابر است و کافی است طول نقطهٔ مینیمم تابع g را پیدا کنیم.

نقاط مینیمم تابع g، در نقاطی رخ می‌دهد که $\sin(۲x-\frac{\pi}{۳})$ برابر -۱ شود:

$$\xrightarrow{\sin(۲x-\frac{\pi}{۳})=-۱} ۲x-\frac{\pi}{۳}=۲k\pi-\frac{\pi}{۲} \Rightarrow x=k\pi-\frac{\pi}{۱۲}$$

گام دوم: اولین نقطهٔ ماکزیمم تابع f با طول مثبت، نقطهٔ $(\frac{۱۱\pi}{۱۲},۱)$ و اولین نقطهٔ ماکزیمم با طول منفی، نقطهٔ $(-\frac{\pi}{۱۲},۱)$ است که نشان می‌دهد نقطهٔ دوم (یعنی $(-\frac{\pi}{۱۲},۱)$) فاصلهٔ کم‌تری از محور y دارد.

گام سوم: حالا می‌رویم سراغ محاسبهٔ صفرهای تابع f:

$$\xrightarrow{f(x)=۰} ۲\sin(۲x-\frac{\pi}{۳})=-۱ \Rightarrow \sin(۲x-\frac{\pi}{۳})=-\frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} ۲x-\frac{\pi}{۳}=۲k\pi-\frac{\pi}{۶} \Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۱۲} \\ ۲x-\frac{\pi}{۳}=۲k\pi+\frac{۷\pi}{۶} \Rightarrow x=k\pi+\frac{۳\pi}{۴} \end{cases}$$

گام چهارم: از بین صفرهای تابع f، نزدیک‌ترین صفر به محور y، نقطهٔ $A(\frac{\pi}{۱۲},۰)$ است.

حالا خواستهٔ سؤال را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} A(\frac{\pi}{۱۲},۰) \\ B(-\frac{\pi}{۱۲},۱) \end{cases} \Rightarrow |x_B-x_A|=\frac{\pi}{۶}$$

۲۲ مجموع جواب‌های معادلهٔ $\cos x(2\cos x - 9) = 5$ در بازهٔ $(-\pi, 2\pi)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{2\pi}{3}$ ۳) $\frac{4\pi}{3}$ ۴) 2π

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint تغییر متغیر واضحه؟

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا معادله را به فرم زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$2\cos^2 x - 9\cos x - 5 = 0$$

حالا با تغییر متغیر $t = \cos x$ معادلهٔ درجه‌دوم زیر را داریم:

$$2t^2 - 9t - 5 = 0$$

باید حواسمان باشد که $-1 \le t \le 1$ است.

گام دوم: معادلهٔ درجه‌دوم را حل می‌کنیم:

$$2t^2 - 9t - 5 = 0 \xrightarrow{\Delta=(-9)^2-4(2)(-5)=121} t = \frac{9 \pm 11}{4} \Rightarrow t_1 = -\frac{1}{2}, t_2 = 5$$

اما بدیهی است که جواب $t_2 = 5$ قابل قبول نیست.

گام سوم: حالا معادلهٔ مثلثاتی $\cos x = -\frac{1}{2}$ را حل می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\cos x=\cos(\frac{2\pi}{3})} x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{-\pi<x<2\pi} x \in \{-\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\}$$

در نتیجه مجموع جواب‌ها برابر $-\frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$ است.

۲۳ معادلهٔ $\sqrt{۱+\sin x}=\cos x$ در بازهٔ $(۰,۲\pi)$ چند جواب دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint به توان ۲ برسون و از اتحاد مزدوج استفاده کن.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا باید بگوییم که $\cos x$ باید نامنفی باشد، پس با توجه به فرض جواب در بازهٔ $(۰,۲\pi)$، بازه‌های قابل قبول برای جواب معادله، بازه‌های $[۰,\frac{\pi}{۲}]$ و $[\frac{۳\pi}{۲},۲\pi]$ است.

حالا با این شرط، طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\Rightarrow \underbrace{۱-\cos^۲ x}_{\sin^۲ x}+\sin x=۰ \Rightarrow \sin x(\sin x+۱)=۰$$

گام دوم: حالا معادلهٔ بالا را حل می‌کنیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x=۰ \xrightarrow{۰<x<۲\pi} x=\pi \\ \sin x+۱=۰ \Rightarrow \sin x=-۱ \xrightarrow{۰<x<۲\pi} x=\frac{۳\pi}{۲} \end{cases}$$

اما $x=\pi$ در معادلهٔ اصلی صدق نمی‌کند، بنابراین معادله فقط یک جواب دارد.

۲۴ مجموع جواب‌های معادلهٔ $\sin ۳x - \cos ۲x = ۲$ در بازهٔ $(-۲\pi, ۵\pi)$ کدام است؟

۱) $\frac{۳\pi}{۲}$ ۲) ۳π ۳) $\frac{۹\pi}{۲}$ ۴) ۶π

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint به محدودهٔ sin و cos فکر کن.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** از آن‌جا که حدود هر دو عبارت $\sin ۳x$ و $\cos ۲x$ بازهٔ $[-۱,۱]$ است، معادله زمانی برقرار است که $\sin ۳x$ برابر ۱ و $\cos ۲x$ برابر ۱− باشد.

گام دوم: حالا این دو معادلهٔ ساده را حل می‌کنیم:

$$\sin ۳x = ۱ \Rightarrow ۳x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۶}; k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos ۲x = -۱ \Rightarrow ۲x = ۲k'\pi + \pi \Rightarrow x = k'\pi + \frac{\pi}{۲}; k' \in \mathbb{Z}$$

گام سوم: حالا باید جواب‌های مشترک بین دو دسته جواب بالا را پیدا کنیم:

$$k'\pi + \frac{\pi}{۲} = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۶} \xrightarrow{\times ۶} ۶k'\pi + ۳\pi = ۴k\pi + \pi \Rightarrow ۶k' = ۴k - ۲ \Rightarrow k' = \frac{۲k-۱}{۳}$$

برای این‌که k' هم عدد صحیح شود، لازم است باقی‌ماندهٔ عدد صحیح k بر ۳ برابر ۲ شود.

$$k \in \{\cdots, -۴, -۱, ۲, ۵, ۸, \cdots\} \Leftrightarrow k = ۳i + ۲; i \in \mathbb{Z}$$

گام چهارم: حالا می‌توانیم دسته جواب کلی معادله را پیدا کنیم:

$$x = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۶} \xrightarrow{k=۳i+۲} x = \frac{۲(۳i+۲)\pi}{۳} + \frac{\pi}{۶} = ۲i\pi + \frac{۳\pi}{۲}; i \in \mathbb{Z}$$

گام پنجم: در این مرحله باید جواب‌های بازهٔ $(-۲\pi, ۵\pi)$ را پیدا کنیم:

$$\Rightarrow -۲\pi < ۲i\pi + \frac{۳\pi}{۲} < ۵\pi \Rightarrow -۲ < ۲i + \frac{۳}{۲} < ۵ \Rightarrow -\frac{۷}{۲} < ۲i < \frac{۷}{۲} \Rightarrow -\frac{۷}{۴} < i < \frac{۷}{۴} \xrightarrow{i \in \mathbb{Z}} i = -۱, ۰, ۱$$

پس جواب‌های بازهٔ مذکور عبارت‌اند از $\frac{۳\pi}{۲}$، $-۲\pi + \frac{۳\pi}{۲}$ و $۲\pi + \frac{۳\pi}{۲}$ که مجموع آن‌ها برابر $\frac{۹\pi}{۲}$ است.

۲۵ انتهای جواب‌های $2+3\sin x=\cos 2x$ روی دایرهٔ مثلثاتی، رأس‌های یک چندضلعی محدب هستند. طول بزرگ‌ترین ضلع این چندضلعی کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $\sqrt{3}$ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint $\cos 2x$ رو برحسب $\sin x$ بنویس و مثل چند سؤال قبل، از تغییر متغیر استفاده کن.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مطابق hint و نکته، $\cos 2x$ را برحسب $\sin x$ می‌نویسیم:

$$\xrightarrow{\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta} 2+3\sin x=1-2\sin^2 x \Rightarrow 2\sin^2 x+3\sin x+1=0$$

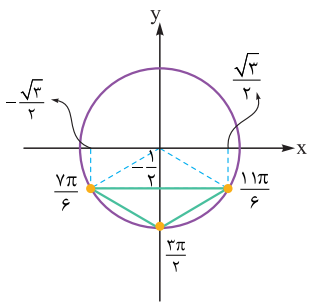
گام دوم: حالا با تغییر متغیر $t=\sin x$، معادلهٔ بالا به یک معادلهٔ درجه‌دوم تبدیل می‌شود:

$$2t^2+3t+1=0 \xrightarrow{a+c=b} t_1=-1, t_2=-\frac{1}{2}$$

گام سوم: در این گام جواب‌های معادلهٔ اصلی را در بازهٔ $(0,2\pi)$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_1=\sin x=-1 \xrightarrow{0<x<2\pi} x=\frac{3\pi}{2} \\ t_2=\sin x=-\frac{1}{2} \xrightarrow{0<x<2\pi} x=\frac{7\pi}{6},\frac{11\pi}{6} \end{cases}$$

گام چهارم: انتهای کمان‌های به‌دست‌آمده را روی دایرهٔ مثلثاتی مشخص می‌کنیم:



مطابق شکل بالا، یک مثلث متساوی‌الساقین داریم که طول بزرگ‌ترین ضلع آن برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}-(-\frac{\sqrt{3}}{2})=\sqrt{3}$ است.

۲۶ جواب کلی معادلهٔ $۲\sin^۲ x - \log_{\sin x} \cos x = ۰$ کدام است؟ $(k \in \mathbb{Z})$

۱) $x = \frac{۲k\pi}{۳}$

۲) $x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۳}$

۳) $x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴}$

۴) $x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲}$

مشاوره در سؤالات معادلهٔ مثلثاتی که دسته جواب کلی در گزینه‌ها حضور دارد، بهترین راه و آسان‌ترین راه جای‌گذاری مقادیر مختلف k و چک‌کردن زاویهٔ به‌دست‌آمده در معادله است؛ به شرط آن‌که زاویهٔ به‌دست‌آمده جزء زوایای آشنا باشد که بتوانیم نسبت‌های آن زاویه را حساب کنیم. معادلهٔ این سؤال خود مؤید این است که باید از این روش استفاده کنیم؛ زیرا معادلهٔ $\sin x^{۲\sin^۲ x} = \cos x$ روشی جز حدس جواب ندارد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint اصلاً کاری به حل معادله نداشته باش و از خود گزینه‌ها استفاده کن.

پاسخ خیلی تشریحی معادلهٔ زیر را داریم:

$$۲\sin^۲ x = \log_{\sin x} \cos x \Leftrightarrow \sin x^{۲\sin^۲ x} = \cos x$$

این معادله به روش جبری و در چارچوب محتوای درسی دبیرستان حل نمی‌شود، پس چاره‌ای نداریم که از خود گزینه‌ها استفاده کنیم.

با جای‌گذاری $k = ۰$، گزینه‌های (۱) و (۴) رد می‌شوند؛ زیرا در این صورت آرگومان لگاریتم یا مبنای آن صفر می‌شود که غیر قابل قبول است، پس می‌ماند گزینه‌های (۲) و (۳).

گزینهٔ (۲): $\xrightarrow{k=۰} x = \frac{\pi}{۳} \xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} (\frac{\sqrt{۳}}{۲})^{\frac{۳}{۲}} \neq \frac{۱}{۲}$ ✗

گزینهٔ (۳): $\xrightarrow{k=۰} x = \frac{\pi}{۴} \xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} (\frac{\sqrt{۲}}{۲})^{۱} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ✓

۲۷ اگر $\sin^{۲}(\alpha-\frac{\pi}{۳})+\sin^{۲}(\beta+\frac{\pi}{۴})=۱$ باشد، حاصل $\alpha+\beta$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\frac{۵\pi}{۱۲}$ ۲) $\frac{۷\pi}{۱۲}$ ۳) $\frac{۳\pi}{۴}$ ۴) $\frac{۲\pi}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint از اتحاد $\sin^{۲}\theta+\cos^{۲}\theta=۱$ استفاده کن.

نکته اگر $\sin x=\cos y$ باشد، دو حالت داریم: یا $x+y=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}$ یا $x-y=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}$.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا $\sin^{۲}(\beta+\frac{\pi}{۴})$ را به طرف راست تساوی می‌بریم:

$$\sin^{۲}(\alpha-\frac{\pi}{۳})=۱-\sin^{۲}(\beta+\frac{\pi}{۴})=\cos^{۲}(\beta+\frac{\pi}{۴})\Rightarrow\begin{cases}\sin(\alpha-\frac{\pi}{۳})=\cos(\beta+\frac{\pi}{۴})\\ \text{یا}\\ \sin(\alpha-\frac{\pi}{۳})=-\cos(\beta+\frac{\pi}{۴})=\cos(\beta+\frac{۵\pi}{۴})\end{cases}$$

گام دوم: حالا در هر حالت بالا از نکتهٔ سؤال استفاده می‌کنیم:

$$\sin(\alpha-\frac{\pi}{۳})=\cos(\beta+\frac{\pi}{۴})\Rightarrow\begin{cases}\alpha-\frac{\pi}{۳}+\beta+\frac{\pi}{۴}=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow\alpha+\beta=۲k\pi+\frac{۷\pi}{۱۲}\\ \text{یا}\\ \alpha-\frac{\pi}{۳}-\beta-\frac{\pi}{۴}=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow\alpha-\beta=۲k\pi+\frac{۱۳\pi}{۱۲}\end{cases};\ k\in\mathbb{Z}$$

$$\sin(\alpha-\frac{\pi}{۳})=\cos(\beta+\frac{۵\pi}{۴})\Rightarrow\begin{cases}\alpha-\frac{\pi}{۳}+\beta+\frac{۵\pi}{۴}=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow\alpha+\beta=۲k\pi-\frac{۵\pi}{۱۲}\\ \text{یا}\\ \alpha-\frac{\pi}{۳}-\beta-\frac{۵\pi}{۴}=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow\alpha-\beta=۲k\pi+\frac{\pi}{۱۲}\end{cases};\ k\in\mathbb{Z}$$

گام سوم: نتیجه می‌گیریم $\alpha+\beta$ به دسته جواب‌های $۲k\pi+\frac{۷\pi}{۱۲}$ یا $۲k\pi-\frac{۵\pi}{۱۲}$ تعلق دارد که با توجه به گزینه‌ها $\alpha+\beta$ می‌تواند برابر $\frac{۷\pi}{۱۲}$ باشد:

$$\alpha+\beta=۲k\pi+\frac{۷\pi}{۱۲}\xrightarrow{k=۰}\alpha+\beta=\frac{۷\pi}{۱۲}$$

۲۸ کدام گزینه درست نیست؟

۱) نمودار تابع $y=3f(x)$ با انبساط نمودار تابع $y=f(x)$ در امتداد محور y به دست می‌آید.

۲) نمودار تابع $y=f(3x)$ با انبساط نمودار تابع $y=f(x)$ در امتداد محور x به دست می‌آید.

۳) نمودار تابع $y=f(x)+3$ با سه واحد انتقال نمودار تابع $y=f(x)$ به بالا به دست می‌آید.

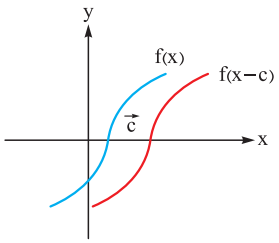
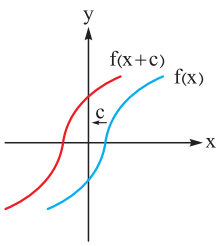
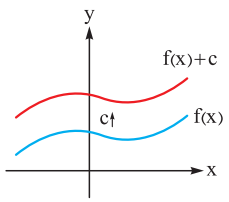
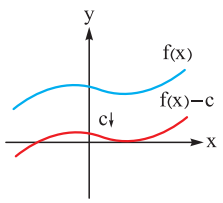
۴) نمودار تابع $y=f(x+3)$ با سه واحد انتقال نمودار تابع $y=f(x)$ به سمت چپ به دست می‌آید.

پاسخ: گزینهٔ ۲

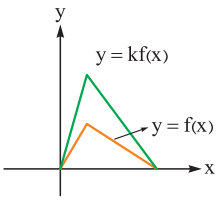
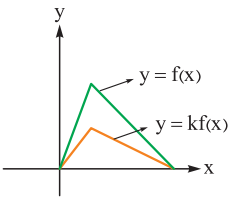
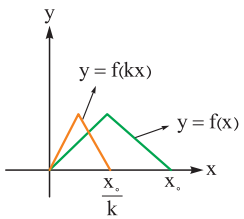
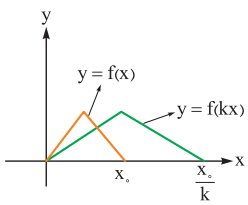
درس Box

تبدیل نمودار توابع

انتقال

ویژگی	نمودار	توضیح	تابع	نوع انتقال
نقطهٔ $A(x_0,y_0)$ روی نمودار تابع f به نقطهٔ $A'(x_0+c,y_0)$ روی نمودار تابع $y=f(x-c)$ تبدیل می‌شود. برد ثابت است، ولی دامنه تغییر می‌کند.		نمودار تابع f را c واحد به راست انتقال می‌دهیم.	$y=f(x-c)$	افقی
نقطهٔ $A(x_0,y_0)$ روی نمودار تابع f به نقطهٔ $A'(x_0-c,y_0)$ روی نمودار تابع $y=f(x+c)$ تبدیل می‌شود. برد ثابت است، ولی دامنه تغییر می‌کند.		نمودار تابع f را c واحد به چپ انتقال می‌دهیم.	$y=f(x+c)$	
نقطهٔ $A(x_0,y_0)$ روی نمودار تابع f به نقطهٔ $A'(x_0,y_0+c)$ روی نمودار تابع $y=f(x)+c$ تبدیل می‌شود. دامنه ثابت است، ولی برد تغییر می‌کند.		نمودار تابع f را c واحد به بالا انتقال می‌دهیم.	$y=f(x)+c$	عمودی
نقطهٔ $A(x_0,y_0)$ روی نمودار تابع f به نقطهٔ $A'(x_0,y_0-c)$ روی نمودار تابع $y=f(x)-c$ تبدیل می‌شود. دامنه ثابت است، ولی برد تغییر می‌کند.		نمودار تابع f را c واحد به پایین انتقال می‌دهیم.	$y=f(x)-c$	

انبساط / انقباض:

ویژگی‌ها	روش ترسیم	نمودار	تابع خواسته‌شده	
نقطهٔ $A(x_\circ, y_\circ)$ روی تابع f به نقطهٔ $A'(x_\circ, ky_\circ)$ روی تابع kf تبدیل می‌شود. در انبساط و انقباض عمودی، دامنهٔ تابع ثابت است، ولی برد تابع تغییر می‌کند. اگر دامنه و برد تابع f به ترتیب بازه‌های $[a,b]$ و $[c,d]$ باشند، آن‌گاه: $D_{kf} = D_f = [a,b]$ $R_{kf} = [kc, kd]$	عرض نقاط در k ضرب می‌شود.		$y = kf(x), k > 1$	انبساط و انقباض عمودی
			$y = kf(x), 0 < k < 1$	
نقطهٔ $A(x_\circ, y_\circ)$ روی تابع f به نقطهٔ $A'(\frac{x_\circ}{k}, y_\circ)$ روی تابع $y = f(kx)$ تبدیل می‌شود.	طول نقاط بر k تقسیم می‌شود.		$y = f(kx), k > 1$	انبساط و انقباض افقی
در انبساط و انقباض افقی، برد ثابت است ولی دامنهٔ تابع تغییر می‌کند. $D_{y=f(kx)} = [\frac{a}{k}, \frac{b}{k}]$ $R_{y=f(kx)} = R_f$			$y = f(kx), 0 < k < 1$	

پاسخ خیلی تشریحی ✔ جدول‌های درس‌باکس را مفصل بخوانید.

۲۹ اگر $(x \neq ۰, ۱)$ $f(x)(x-۱)(۲x-۲) = (x-۱)^۳ + (۲x-۲)^۳ + (۳-۳x)^۳$ باشد، ضابطهٔ وارون تابع f کدام است؟

۱) $x - \frac{۱}{۹}$ ۲) $۳(x-۱)^۳$ ۳) $\frac{x}{۹} - ۱$ ۴) $۱ - \frac{x}{۹}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ضابطهٔ f رو به دست بیار، خطیه.

نکته وارون تابع خطی $f(x) = ax + b$ تابع $f^{-۱}(x) = \frac{x-b}{a}$ است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا از تساوی داده‌شده، ضابطهٔ $f(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$f(x) \times (x-۱) \times ۲(x-۱) = (x-۱)^۳ + ۸(x-۱)^۳ - ۲۷(x-۱)^۳$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{-۱۸(x-۱)^۳}{۲(x-۱)^۲} = -۹(x-۱) \Rightarrow f(x) = -۹x + ۹$$

گام دوم: طبق نکته داریم:

$$f^{-۱}(x) = \frac{x-۹}{-۹} \Rightarrow f^{-۱}(x) = ۱ - \frac{x}{۹}$$

۳۰ دو تابع $f(x)=\cos x$ و $g(x)=\cos x+\frac{۱}{\cos x}$ با دامنه‌های $(۰,\frac{\pi}{۲})$ مفروض‌اند. ضابطهٔ تابع $g^{-۱}$ کدام است؟

۱) $f^{-۱}(\frac{x+\sqrt{x^۲-۴}}{۲})$

۲) $f^{-۱}(\frac{x-\sqrt{x^۲-۴}}{۲})$

۳) $f^{-۱}(\frac{x-\sqrt{x^۲+۴}}{۲})$

۴) $f^{-۱}(\frac{x+\sqrt{x^۲+۴}}{۲})$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

برای محاسبهٔ ضابطهٔ وارون تابع f به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱) تساوی $y=f(x)$ را می‌نویسیم و x را برحسب y به دست می‌آوریم.

۲) جای x و y را عوض می‌کنیم تا تساوی $y=f^{-۱}(x)$ به دست آید.

۳) در انتها، برد تابع f را که همان دامنهٔ تابع $f^{-۱}$ است، به دست می‌آوریم.

نکته اگر توابع f و g وارون‌پذیر باشند، داریم:

$$(fog)^{-۱}=g^{-۱}of^{-۱}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: هدف سؤال محاسبهٔ ضابطهٔ تابع h است به طریقی که در تساوی $g^{-۱}(x)=f^{-۱}(h(x))$ صدق کند.

اگر از نکتهٔ بالا استفاده کنیم، داریم:

$$g(x)=h^{-۱}(f(x))$$

حالا با توجه به ضابطه‌ها، اگر تابع $h^{-۱}$ را به صورت $x+\frac{۱}{x}$ در نظر بگیریم، تساوی بالا برقرار می‌شود؛ زیرا:

$$g(x)=f(x)+\frac{۱}{f(x)}$$

گام دوم: پس عملاً هدف سؤال محاسبهٔ ضابطهٔ وارون تابع $h^{-۱}(x)=x+\frac{۱}{x}$ است؛ البته با شرط $۰<x<۱$.

$$y=h^{-۱}(x)=\frac{x^۲+۱}{x}\Rightarrow x^۲+۱=yx\Rightarrow x^۲-yx+۱=۰\xrightarrow{\text{روش }\Delta}x=\frac{y\pm\sqrt{y^۲-۴}}{۲}$$

به عنوان مثال اگر $x=\frac{۱}{۲}$ و $y=\frac{۵}{۲}$ را در تساوی بالا صدق دهیم، می‌بینیم که علامت منفی قابل قبول است، پس داریم:

$$x=\frac{y-\sqrt{y^۲-۴}}{۲}\xrightarrow{\text{تعویض جای }x\text{ و }y}h(x)=\frac{x-\sqrt{x^۲-۴}}{۲}$$

تیزبازی

اگر $x=\frac{\pi}{۳}$ را در ضابطهٔ تابع g جای‌گذاری کنیم، داریم:

$$g(\frac{\pi}{۳})=\frac{۵}{۲}\Rightarrow g^{-۱}(\frac{۵}{۲})=\frac{\pi}{۳}$$

حالا در گزینه‌ها، $x=\frac{۵}{۲}$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

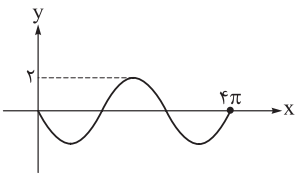
گزینهٔ (۱): $f^{-۱}(\frac{\frac{۵}{۲}+\frac{۳}{۲}}{۲})=f^{-۱}(۲)$ ✖

برد تابع f بازهٔ $(۰,۱)$ است.

گزینهٔ (۲): $f^{-۱}(\frac{\frac{۵}{۲}-\frac{۳}{۲}}{۲})=f^{-۱}(\frac{۱}{۲})\xrightarrow{\cos\frac{\pi}{۳}=\frac{۱}{۲}}f^{-۱}(\frac{۱}{۲})=\frac{\pi}{۳}$ ✓

گزینه‌های دیگر از آن‌جا که $\sqrt{x^۲+۴}=\frac{\sqrt{۴۱}}{۲}$ است، قطعاً ما را به جواب $\frac{\pi}{۳}$ نمی‌رسانند.

۱ نمودار تابع $y = a\sin bx$ رسم شده است. دورهٔ تناوب تابع $y = \cos(\frac{a}{b}x)$ کدام است؟



۱) $\frac{۳\pi}{۴}$

۲) $\frac{۳\pi}{۲}$

۳) $\frac{۴\pi}{۳}$

۴) $\frac{۲\pi}{۳}$

مشاوره نمودارهای مثلثاتی از مباحث پرتکرار در کنکورهای مختلف بوده است.

Hint با توجه به دورهٔ تناوب و ماکزیمم از روی شکل ابتدا به ترتیب $|b|$ و $|a|$ را پیدا کنید و سپس از رابطهٔ دورهٔ تناوب خواستهٔ سؤال را به دست آورید.

درس Box

نمودار توابع مثلثاتی:

ماکزیمم و مینیمم توابع مثلثاتی به فرم $y = a\sin(bx)+c$ و $y = a\cos(bx)+c$ از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند:

$\max = |a|+c$

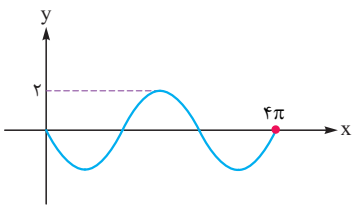
$\min = -|a|+c$

دورهٔ تناوب این توابع نیز از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$T = \frac{۲\pi}{|b|}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: می‌دانیم که در تابع به فرم $y = a\sin(bx)+c$، ماکزیمم برابر $|a|+c$ است. در تابع داده‌شده $c = ۰$ و از روی نمودار ماکزیمم تابع ۳ است، در نتیجه:



$$|a|+۰ = ۲ \Rightarrow |a| = ۲$$

گام دوم: می‌دانیم که یک دورهٔ تناوب تابع سینوس به صورت  می‌باشد. در نمودار داده‌شده یک‌ونیم دورهٔ تناوب از تابع آورده شده است؛ پس دورهٔ تناوب آن برابر می‌شود با:

$$۱/۵T = ۴\pi \Rightarrow ۳T = ۸\pi \Rightarrow T = \frac{۸\pi}{۳}$$

از روی فرمول دورهٔ تناوب توابع سینوسی، $|b|$ را پیدا می‌کنیم:

$$T = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{۸\pi}{۳} = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{۳}{۴}$$

گام سوم: باز هم از فرمول دورهٔ تناوب استفاده می‌کنیم تا دورهٔ تناوب تابع $y = \cos(\frac{a}{b}x)$ را به دست آوریم:

$$T = \frac{۲\pi}{|\frac{a}{b}|} \xrightarrow[|\frac{a}{b}| = \frac{|a|}{|b|}]{|a|=۲,\ |b|=\frac{۳}{۴}} T = \frac{۲\pi}{\frac{۸}{۳}} = \frac{۳\pi}{۴}$$

۲ تابع $f(x)=\frac{\tan ۳x}{۱-\tan^۲ ۳x}$ در بازهٔ $(\frac{۲\pi}{۳},\alpha)$ اکیداً صعودی است، حداکثر مقدار α کدام است؟

۱) $\frac{۳\pi}{۴}$ ۲) $\frac{۱۳\pi}{۳}$ ۳) $\frac{۲۵\pi}{۶}$ ۴) $\frac{۵۳\pi}{۱۲}$

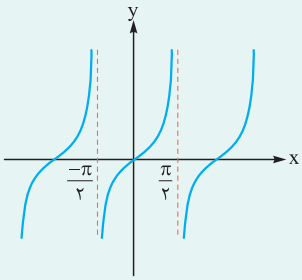
مشاوره برای حل این سؤال نیاز به یک تحلیل خوب از نمودار tan دارید. بر روی نمودارها مسلط باشید.

Hint تابع را با توجه به رابطهٔ بین $\tan ۳x$ و $\tan ۶x$ بازنویسی کنید و حدود $۶x$ را از روی حدود x پیدا کنید و سپس با توجه به یکنوایی تانژانت در یک بازه جواب را به دست آورید.

درس Box

تابع تانژانت:

تابع $y=\tan x$ به صورت زیر است، دورهٔ تناوب این تابع برابر π است. این تابع در یک دورهٔ تناوب خود اکیداً صعودی است.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به رابطهٔ $\tan ۲\alpha$ می‌دانیم که $\tan ۶x$ به صورت $\frac{۲\tan ۳x}{۱-\tan^۲ ۳x}$ نوشته می‌شود، با توجه به این موضوع تابع f را بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{\tan ۳x}{۱-\tan^۲ ۳x} \Rightarrow f(x)=\frac{۱}{۲}\underbrace{(\frac{۲\tan ۳x}{۱-\tan^۲ ۳x})}_{\tan ۶x} \Rightarrow f(x)=\frac{۱}{۲}\tan ۶x$$

دقت کنید که:

$$\frac{۲\tan ۳x}{۱-\tan^۲ ۳x}=\frac{۲\frac{\sin ۳x}{\cos ۳x}}{۱-\frac{\sin^۲ ۳x}{\cos^۲ ۳x}}=\frac{۲\frac{\sin ۳x}{\cos ۳x}}{\frac{\cos^۲ ۳x-\sin^۲ ۳x}{\cos^۲ ۳x}}=\frac{۲\sin ۳x\cos ۳x}{\cos^۲ ۳x-\sin^۲ ۳x}=\frac{\sin ۶x}{\cos ۶x}=\tan ۶x$$

گام دوم: اگر x در بازهٔ $(\frac{۲\pi}{۳},\alpha)$ باشد، $۶x$ در بازهٔ $(۴\pi,۶\alpha)$ است.

$$\frac{۲\pi}{۳}<x<\alpha \xrightarrow{\times ۶} ۴\pi<۶x<۶\alpha$$

می‌دانیم که توابع به فرم $y=a\tan x$ در بازه‌های $(k\pi-\frac{\pi}{۲},k\pi+\frac{\pi}{۲})$ یکنوا هستند؛ پس حداکثر α برابر می‌شود با:

$$۶\alpha=۴\pi+\frac{\pi}{۲}=\frac{۹\pi}{۲} \Rightarrow \alpha=\frac{۹\pi}{۱۲}=\frac{۳\pi}{۴}$$

۳ اگر $۴\sin^۲\alpha+۹\cos^۲\alpha=۱۲\sin\alpha\cos\alpha$، آن‌گاه مقدار $\cos۲\alpha$ کدام است؟

۱) $-\frac{۶}{۱۳}$ ۲) $\frac{۶}{۱۳}$ ۳) $-\frac{۵}{۱۳}$ ۴) $\frac{۵}{۱۳}$

مشاوره ایدهٔ اولیهٔ این سؤال در حل بعضی از سؤالات مثلثات بسیار کارساز است، حتماً پاسخ را ببینید.

Hint دو طرف رابطه را بر $\cos^۲\alpha$ تقسیم کنید و سپس $\tan\alpha$ را به دست آورید و از رابطهٔ $\cos۲\alpha$ استفاده کنید.

درس Box

روابط مثلثاتی کمان α:

	رابطهٔ مثلثاتی	به‌جور دیگه
۱	$\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha=۱$	$\sin^۲\alpha=۱-\cos^۲\alpha$ $\cos^۲\alpha=۱-\sin^۲\alpha$
۲	$\tan\alpha=\frac{۱}{\cot\alpha}$, $\cot\alpha=\frac{۱}{\tan\alpha}$	$\tan\alpha\cot\alpha=۱$
۳	$۱+\tan^۲\alpha=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}$	—
۴	$۱+\cot^۲\alpha=\frac{۱}{\sin^۲\alpha}$	—

روابط مثلثاتی ۲α:

	رابطهٔ مثلثاتی	به‌جور دیگه
۱	$\sin۲\alpha=۲\sin\alpha\cos\alpha$	$\sin\alpha\cos\alpha=\frac{۱}{۲}\sin۲\alpha$
۲	$\cos۲\alpha=\cos^۲\alpha-\sin^۲\alpha$	$\cos۲\alpha=۲\cos^۲\alpha-۱$ $\cos۲\alpha=۱-۲\sin^۲\alpha$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: دو طرف رابطهٔ داده‌شده را بر $\cos^۲\alpha$ تقسیم می‌کنیم تا $\tan\alpha$ را به دست آوریم:

$$۴\sin^۲\alpha+۹\cos^۲\alpha=۱۲\sin\alpha\cos\alpha \xrightarrow{\text{دو طرف تقسیم بر } \cos^۲\alpha} \frac{۴\sin^۲\alpha}{\cos^۲\alpha}+\frac{۹\cos^۲\alpha}{\cos^۲\alpha}=\frac{۱۲\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^۲\alpha}$$

$$\Rightarrow ۴\tan^۲\alpha+۹=۱۲\tan\alpha \Rightarrow ۴\tan^۲\alpha-۱۲\tan\alpha+۹=۰$$

$$\xrightarrow{\text{تجزیه به کمک اتحاد مربع دوجمله‌ای}} (۲\tan\alpha-۳)^۲=۰ \Rightarrow ۲\tan\alpha-۳=۰ \Rightarrow \tan\alpha=\frac{۳}{۲}$$

گام دوم: می‌دانیم که $۱+\tan^۲\alpha=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}$، با توجه به این‌که $\tan\alpha=\frac{۳}{۲}$ داریم:

$$۱+\tan^۲\alpha=\frac{۱}{\cos^۲\alpha} \Rightarrow ۱+(\frac{۳}{۲})^۲=\frac{۱}{\cos^۲\alpha} \Rightarrow ۱+\frac{۹}{۴}=\frac{۱}{\cos^۲\alpha} \Rightarrow \cos^۲\alpha=\frac{۴}{۱۳}$$

گام سوم:

$$\cos۲\alpha=۲\cos^۲\alpha-۱=۲(\frac{۴}{۱۳})-۱=\frac{۸}{۱۳}-\frac{۱۳}{۱۳}=\frac{-۵}{۱۳}$$

۴ اگر $\frac{\cos ۲x}{\tan x - \cot x} = \frac{۳}{۸}$ باشد، مقدار $۳\tan x + ۴$ کدام است؟

۱) $\pm\sqrt{۳}$
۲) $\pm\sqrt{۷}$
۳) $\pm\sqrt{۵}$
۴) $\pm۲\sqrt{۲}$

Hint $\tan x - \cot x$ را ساده‌تر کنید و سپس از روی $\sin ۲x$، $\tan x$ را به دست آورید.

نکته رابطهٔ زیر را برای سرعت بیشتر در بعضی از سؤالات بلد باشید:

$$\sin ۲\alpha = \frac{۲\tan\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** در تساوی داده‌شده $\tan x - \cot x$ را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\tan x - \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^۲ x - \cos^۲ x}{\sin x \cos x} \xrightarrow[\sin x\cos x = \frac{۱}{۲}\sin ۲x]{\sin^۲ x - \cos^۲ x = -\cos ۲x} \tan x - \cot x = \frac{-\cos ۲x}{\frac{۱}{۲}\sin ۲x}$$

گام دوم: حال عبارت به‌دست‌آمده را در تساوی صورت سؤال جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{\cos ۲x}{\tan x - \cot x} = \frac{۳}{۸} \Rightarrow \frac{\cos ۲x}{\frac{-\cos ۲x}{\frac{۱}{۲}\sin ۲x}} = \frac{۳}{۸} \Rightarrow \frac{\frac{۱}{۲}\sin ۲x \cancel{\cos ۲x}}{\cancel{-\cos ۲x}} = \frac{۳}{۸}$$

$$\Rightarrow -\frac{۱}{۲}\sin ۲x = \frac{۳}{۸} \Rightarrow \sin ۲x = \frac{-۳}{۴}$$

گام سوم: می‌دانیم که $\sin ۲x = \frac{۲\tan x}{۱+\tan^۲ x}$، خواهیم داشت:

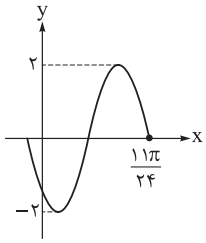
$$\sin ۲x = \frac{۲\tan x}{۱+\tan^۲ x} \Rightarrow \frac{-۳}{۴} = \frac{۲\tan x}{۱+\tan^۲ x} \Rightarrow -۳ - ۳\tan^۲ x = ۸\tan x \Rightarrow ۳\tan^۲ x + ۸\tan x + ۳ = ۰$$

$$\xrightarrow{\Delta = ۲۸} \tan x = \frac{-۸ \pm ۲\sqrt{۷}}{۶} = \frac{-۴ \pm \sqrt{۷}}{۳}$$

پس خواستهٔ سؤال که $۳\tan x + ۴$ است، برابر می‌شود با:

$$۳\tan x + ۴ = ۳\left(\frac{-۴ \pm \sqrt{۷}}{۳}\right) + ۴ = \cancel{-۴} \pm \sqrt{۷} + \cancel{۴} = \pm\sqrt{۷}$$

۵ قسمتی از نمودار تابع $f(x)=c+a\cos^{۲}(bx+\frac{\pi}{۶})$ رسم شده است. حاصل $c+ab$ کدام است؟



۱) $-\frac{۳۴}{۱۱}$

۲) $\frac{۲۳}{۱۱}$

۳) -۶

۴) ۱۰

مشاوره با یکی از سؤالات چالشی این آزمون مواجه هستید، اگر آن را در آزمون پاسخ نداده‌اید، نگران نباشید.

Hint از اتحادهای طلایی استفاده کنید تا توان ۲ حذف شود و سپس به کمک فرمول‌های ماکزیمم و مینیمم و جای‌گذاری نقطه‌ها a، b و c را به دست آورید.

درس Box

اتحادهای طلایی:

از اتحادهای زیر برای حذف‌کردن توان ۲ استفاده می‌کنیم:

$$\sin^{۲}\alpha=\frac{۱-\cos ۲\alpha}{۲}$$

$$\cos^{۲}\alpha=\frac{۱+\cos ۲\alpha}{۲}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به اتحادهای طلایی که در درس‌باکس گفتیم $\cos^{۲}(bx+\frac{\pi}{۶})$ را به صورت زیر می‌نویسیم تا از شرّ توان ۲ خلاص شویم:

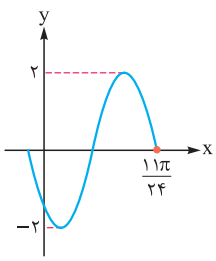
$$\cos^{۲}\alpha=\frac{\cos ۲\alpha+۱}{۲}\Rightarrow\cos^{۲}(bx+\frac{\pi}{۶})=\frac{۱}{۲}\cos(۲(bx+\frac{\pi}{۶}))+\frac{۱}{۲}\Rightarrow\cos^{۲}(bx+\frac{\pi}{۶})=\frac{۱}{۲}\cos(۲bx+\frac{\pi}{۳})+\frac{۱}{۲}$$

تابع f را طبق تساوی به‌دست‌آمده بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=c+a\cos^{۲}(bx+\frac{\pi}{۶})\xrightarrow{\cos^{۲}(bx+\frac{\pi}{۶})=\frac{۱}{۲}\cos(۲bx+\frac{\pi}{۳})+\frac{۱}{۲}}f(x)=c+a(\frac{۱}{۲}\cos(۲bx+\frac{\pi}{۳})+\frac{۱}{۲})$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{a}{۲}+\frac{a}{۲}\cos(۲bx+\frac{\pi}{۳})+c$$

گام دوم: می‌دانیم در توابع به فرم $a\cos(bx)+c$، $max=|a|+c$ و $min=-|a|+c$، هم‌چنین از روی نمودار واضح است که ماکزیمم و مینیمم تابع برابر ۲ و -۲ است؛ پس:



$$max:\left|\frac{a}{۲}\right|+\frac{a}{۲}+c=۲$$

$$min:-\left|\frac{a}{۲}\right|+\frac{a}{۲}+c=-۲$$

دو طرف رابطه‌های به‌دست‌آمده را یک بار با هم جمع می‌کنیم و یک بار از هم کم می‌کنیم تا به روابط زیر برسیم:

$$\begin{matrix}\left|\frac{a}{۲}\right|+\frac{a}{۲}+c=۲\\ -\left|\frac{a}{۲}\right|+\frac{a}{۲}+c=-۲\end{matrix}\xrightarrow{\begin{matrix}(+)\\(-)\end{matrix}}\begin{cases}a+۲c=۰\\ ۲\left|\frac{a}{۲}\right|=۴\Rightarrow\left|\frac{a}{۲}\right|=۲\Rightarrow\frac{|a|}{۲}=۲\Rightarrow|a|=۴\end{cases}$$

گام سوم: برای این‌که علامت a را معلوم کنیم، نقطهٔ $x=۰$ را در تابع جای‌گذاری می‌کنیم. با توجه به نمودار واضح است که $f(۰)$ منفی است، هم‌چنین $a+۲c=۰$، در نتیجه $c=-\frac{a}{۲}$؛ پس:

$$f(x)=\frac{a}{۲}+\frac{a}{۲}\cos(۲bx+\frac{\pi}{۳})+c\xrightarrow{x=۰}f(۰)=\frac{a}{۲}+\frac{a}{۲}\underbrace{(\cos\frac{\pi}{۳})}_{\frac{۱}{۲}}+c$$

$$\Rightarrow f(۰)=\frac{۳a}{۴}+c\xrightarrow{c=-\frac{a}{۲}}f(۰)=\frac{a}{۴}\xrightarrow{f(۰)\text{ منفی است.}}\frac{a}{۴}<۰\Rightarrow a<۰$$

پس $a<0$. در گام سوم دیدیم که $|a|=4$، در نتیجه:

$$|a|=4 \Rightarrow a=-4 \xrightarrow{c=-\frac{a}{2}} c=2$$

گام چهارم: حال‌که a و c را داریم، نقطهٔ $(\frac{11\pi}{24},0)$ که روی نمودار قرار دارد را در ضابطهٔ f قرار می‌دهیم تا b به دست آید:

$$f(x)=\frac{a}{2}+\frac{a}{2}\cos(2bx+\frac{\pi}{3})+c \xrightarrow[c=2]{a=-4} f(x)=-2\cos(2bx+\frac{\pi}{3}) \Rightarrow f(\frac{11\pi}{24})=-2\cos(2b(\frac{11\pi}{24})+\frac{\pi}{3})$$

$$\xrightarrow{f(\frac{11\pi}{24})=0} 0=-2\cos(\frac{11b\pi}{12}+\frac{\pi}{3}) \Rightarrow \cos(\frac{11b\pi}{12}+\frac{\pi}{3})=0 \xrightarrow[y=-\cos x \text{ تابع تناوب اولین}]{\text{دومین نقطه از}} \frac{11b\pi}{12}+\frac{\pi}{3}=-\frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{11b\pi+4\pi}{12}=\frac{-3\pi}{2} \Rightarrow b=-2$$

دقت کنید که b باید منفی باشد؛ زیرا اگر $b>0$ باشد، تابع در $x=0$ صعودی خواهد شد؛ درحالی‌که نمودار رسم‌شده غیر از این را نشان می‌دهد.

پس خواستهٔ سؤال برابر می‌شود با:

$$c+ab=2+(-4)(-2)=2+8=10$$

ریاضی

۶ اگر α و β کوچک‌ترین ریشه‌های مثبت معادلهٔ $\sin x - ۲\cos x = ۱$ باشند، به طوری که $\alpha > \beta$، آن‌گاه حاصل $\sin(\alpha-\beta)$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۵}$ ۲) $-\frac{۴}{۵}$

۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $-\frac{۳}{۵}$

مشاوره این سؤال نیز یکی دیگر از سؤالات چالشی آزمون است.

Hint به کمک توان ۲ رسانی $\sin\alpha$ و $\sin\beta$ را پیدا کنید.

درس Box

نسبت‌های مثلثاتی زوایا به فرم $\frac{k\pi}{۲}\pm\alpha$ (k فرد):

α را حاده در نظر می‌گیریم، اگر sin داشتیم در آن طرف مساوی می‌نویسیم $\cos\alpha$ (و بالعکس)، اگر tan داشتیم در آن طرف مساوی می‌نویسیم $\cot\alpha$ (و بالعکس) و سپس تعیین می‌کنیم که $\frac{k\pi}{۲}\pm\alpha$ در کدام ربع مثلثاتی قرار می‌گیرد. اگر **نسبت اولیه** در این ربع مثبت بود، پشت نسبت مثلثاتی حاصل مثبت قرار می‌دهیم و اگر منفی بود، پشت حاصل منفی قرار می‌دهیم. نگاه کنید:

$\sin(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha) = -\cos\alpha$ (ربع چهارم ($\sin<۰$))

$\cos(\frac{\pi}{۲}+\alpha) = -\sin\alpha$ (ربع دوم ($\cos<۰$))

$\tan(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha) = +\cot\alpha$ (ربع سوم ($\tan>۰$))

$\cot(\frac{\pi}{۲}+\alpha) = -\tan\alpha$ (ربع دوم ($\cot<۰$))

خلاصه بگم! $k\pi$ نسبت رو عوض نمی‌کنه، ولی $\frac{k\pi}{۲}$ (k فرد) نسبت رو عوض می‌کنه، برای تعیین علامت هم کافیه ببینی که عبارت داخل پرانتز در کدوم ربع قرار می‌گیره.

نکته

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$ $\quad$ $\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$

$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$ $\quad$ $\cot(-\alpha) = -\cot\alpha$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: معادله را به صورت $\sin x - ۱ = ۲\cos x$ نوشته و طرفین آن را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} ۴\cos^۲ x = (\sin x - ۱)^۲ \Rightarrow ۴(۱-\sin^۲ x) = (۱-\sin x)^۲$$

در همین‌جا از رابطهٔ $۲\cos x = (\sin x - ۱)$ نتیجه می‌گیریم که $\cos x \le ۰$؛ چراکه $\sin x - ۱ \le ۰$.

گام دوم: به کمک اتحاد مزدوج رابطهٔ به‌دست‌آمده را ساده می‌کنیم:

$$۴(۱-\sin x)(۱+\sin x) = (۱-\sin x)(۱-\sin x)$$

دو حالت به وجود می‌آید:

حالت اول: $۱-\sin x = ۰ \Rightarrow \sin x = ۱$

حالت دوم: $۱-\sin x \neq ۰ \Rightarrow ۴(۱-\sin x)(۱+\sin x) = (۱-\sin x)(۱-\sin x)$

$$\Rightarrow ۴(۱+\sin x) = ۱-\sin x \Rightarrow ۵\sin x = -۳ \Rightarrow \sin x = -\frac{۳}{۵}$$

پس $\sin\beta = ۱$، در نتیجه $\beta = \frac{\pi}{۲}$ و $\sin\alpha = \frac{-۳}{۵}$. (توجه کنید کوچک‌ترین زاویهٔ مثبتی که سینوس آن $\frac{-۳}{۵}$ می‌شود، از $\frac{\pi}{۲}$ بزرگ‌تر است؛ پس β مساوی $\frac{\pi}{۲}$ است.)

گام سوم: دیدیم که $\sin\alpha = -\frac{۳}{۵}$ و قبلاً نتیجه گرفته بودیم که $\cos\alpha < ۰$ است، در نتیجه $\cos\alpha = \frac{-۴}{۵}$؛ بنابراین خواستهٔ سؤال برابر می‌شود با:

$$\sin(\alpha-\beta) = \sin(\alpha-\frac{\pi}{۲}) = -\sin(\frac{\pi}{۲}-\alpha) = -\cos\alpha = -(-\frac{۴}{۵}) = \frac{۴}{۵}$$

۷ بزرگ‌ترین ریشهٔ معادلهٔ $\cos ۲x = ۳\sin x + ۱$ در بازهٔ $(۰,۲\pi)$ چند برابر کوچک‌ترین ریشهٔ آن در این بازه است؟

۱) ۷ ۲) ۵

۳) ۱۱ ۴) ۳

مشاوره معادلات مثلثاتی به فرم معادلات درجه‌دوم از آن دسته سؤالات آسان است که اتفاقاً در کنکور نیز پرتکرار است.

Hint $\cos ۲x$ را به صورت $۱-۲\sin^۲ x$ بنویسید تا به یک معادلهٔ درجه‌دوم برحسب $\sin x$ برسید.

درس Box

معادلات مثلثاتی:

$$\sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \alpha \\ x = ۲k\pi + \pi - \alpha \end{cases}$$

$$\cos x = \cos \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \alpha \\ x = ۲k\pi - \alpha \end{cases}$$

$$\tan x = \tan \alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

$$\cot x = \cot \alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: به جای $\cos ۲x$ در معادلهٔ داده‌شده می‌نویسیم $۱-۲\sin^۲ x$ تا به یک معادلهٔ درجه‌دوم برحسب $\sin x$ برسیم:

$$۱+\cos ۲x = ۳\sin x \Rightarrow ۱+۱-۲\sin^۲ x = ۳\sin x \Rightarrow ۲\sin^۲ x + ۳\sin x - ۲ = ۰$$

$$\xrightarrow{\Delta = ۹-(-۱۶) = ۲۵} \sin x = \frac{-۳ \pm \sqrt{۲۵}}{۴} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -۲ \text{ غ ق ق} \\ \sin x = \frac{۱}{۲} \end{cases}$$

چون $-۱ \le \sin x \le ۱$، پس $\sin x = -۲$ قابل قبول نیست و $\sin x = \frac{۱}{۲}$ می‌باشد.

گام دوم: در بازهٔ $(۰,۲\pi)$ می‌دانیم که در $x = \frac{\pi}{۶}$ و $x = \frac{۵\pi}{۶}$، $\sin x = \frac{۱}{۲}$ است؛ پس معلوم می‌کنیم که ریشهٔ بزرگ‌تر چند برابر ریشهٔ کوچک‌تر است تا خواستهٔ سؤال به دست آید:

$$\sin x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{۶} \\ x = \frac{۵\pi}{۶} \end{cases} \xrightarrow{\text{خواستهٔ سؤال}} \frac{\frac{۵\pi}{۶}}{\frac{\pi}{۶}} = ۵$$

۸ معادلهٔ $\sin ۲nx + \cos nx = ۰$ در بازهٔ $(۰,\pi)$، ۵ ریشه دارد. عدد طبیعی **n** کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به رابطهٔ $\sin ۲nx = ۲\sin nx\cos nx$، معادله را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\sin ۲nx + \cos nx = ۰ \Rightarrow ۲\sin nx\cos nx + \cos nx = ۰$$

$$\xrightarrow{\text{از } \cos nx \text{ فاکتور می‌گیریم.}} \cos nx(۲\sin nx + ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \cos nx = ۰ \\ ۲\sin nx + ۱ = ۰ \Rightarrow \sin nx = -\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

گام دوم: جواب‌های کلی معادله را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \cos nx = ۰ \Rightarrow nx = k\pi + \frac{\pi}{۲} \\ \sin nx = \frac{-۱}{۲} \Rightarrow \sin nx = \sin\frac{-\pi}{۶} \Rightarrow \begin{cases} nx = ۲k\pi - \frac{\pi}{۶} \\ nx = ۲k\pi + \frac{۷\pi}{۶} \end{cases} \end{cases}$$

گام سوم: با توجه به این‌که می‌خواهیم جواب‌ها در بازهٔ $(۰,\pi)$ باشد، به ازای x مناسب چندتا از جواب‌ها را می‌نویسیم:

$$nx = k\pi + \frac{\pi}{۲} \Rightarrow nx = \frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۲}, \frac{۵\pi}{۲}, \ldots \Rightarrow x = \frac{\pi}{۲n}, \frac{۳\pi}{۲n}, \frac{۵\pi}{۲n}, \ldots$$

$$\begin{cases} nx = ۲k\pi - \frac{\pi}{۶} \\ nx = ۲k\pi + ۷\frac{\pi}{۶} \end{cases} \Rightarrow nx = \frac{۷\pi}{۶}, \frac{۱۱\pi}{۶}, \frac{۱۹\pi}{۶}, \ldots \Rightarrow x = \frac{۷\pi}{۶n}, \frac{۱۱\pi}{۶n}, \frac{۱۹\pi}{۶n}$$

حال جواب‌ها را به ترتیب مرتب می‌کنیم:

$$\frac{\pi}{۲n}, \frac{۷\pi}{۶n}, \frac{۳\pi}{۲n}, \frac{۱۱\pi}{۶n}, \frac{۵\pi}{۲n}, \frac{۱۹\pi}{۶n}, \ldots$$

گام چهارم: برای این‌که ۵ جواب داشته باشیم، باید π از $\frac{۱۹\pi}{۶n}$ کوچک‌تر و از $\frac{۵\pi}{۲n}$ بزرگ‌تر باشد؛ پس:

$$\frac{۵\pi}{۲n} < \pi < \frac{۱۹\pi}{۶n} \xrightarrow{\text{تقسیم بر } \pi} \frac{۵}{۲n} < ۱ < \frac{۱۹}{۶n} \xrightarrow{\times n} \frac{۵}{۲} < n < \frac{۱۹}{۶}$$

$\Rightarrow$ مقدار طبیعی $n = ۳$:

ریاضی

۹ باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $۲x^۳ + ۵x^۲ - ۳x - ۱۵$ بر چندجمله‌ای $x + ۲$ کدام است؟

۱) ۵

۲) -۵

۳) -۱۵

۴) ۱۵

مشاوره این سؤال مشابه یکی از سؤالات امتحان نهایی شهریور ۱۴۰۳ در درس ریاضی ۳ است که براساس فعالیت صفحهٔ ۵۰ کتاب درسی طرح شده است.

درس Box

باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax + b$ عبارت است از:

$$r(x) = f(-\frac{b}{a})$$

یعنی برای پیداکردن باقی‌ماندهٔ این تقسیم، ابتدا عبارت $ax + b$ را مساوی صفر قرار می‌دهیم و سپس ریشهٔ حاصل را در چندجمله‌ای $f(x)$ جای‌گذاری می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: عبارت $x + ۲$ را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$x + ۲ = ۰ \Rightarrow x = -۲$$

گام دوم: ریشهٔ به‌دست‌آمده را در چندجمله‌ای $۲x^۳ + ۵x^۲ - ۳x - ۱۵$ جای‌گذاری می‌کنیم تا باقی‌ماندهٔ تقسیم پیدا شود:

$$۲(-۲)^۳ + ۵(-۲)^۲ - ۳(-۲) - ۱۵ = -۱۶ + ۲۰ + ۶ - ۱۵ = -۵$$

۱۰ حاصل $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$ کدام است؟

۱) ۳
۲) $\frac{1}{3}$
۳) $\frac{2}{3}$
۴) $\frac{3}{2}$

مشاوره این سؤال مشابه سؤالی از امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۲ در درس ریاضی ۳ و براساس مثالی از صفحهٔ ۵۲ کتاب درسی طراحی شده است.

Hint صورت و مخرج کسر را در عبارت سه‌جمله‌ای اتحاد چاق و لاغر ضرب کنید.

درس Box برای رفع ابهام $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ در مواردی‌که صورت یا مخرج کسر، عبارتی رادیکالی باشد:

۱) در صورتی‌که عبارت رادیکالی به فرم $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ یا $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ باشد، صورت و مخرج کسر را در مزدوج این عبارت ضرب می‌کنیم.

۲) در صورتی‌که عبارت رادیکالی به فرم $\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}$ یا $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}$ باشد، صورت و مخرج کسر را در سه‌جمله‌ای مربوط به اتحاد چاق و لاغر ضرب می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** صورت و مخرج کسر را در سه‌جمله‌ای اتحاد چاق و لاغر مربوط به مخرج کسر ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)}{(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)}$$

گام دوم: مخرج کسر را به کمک اتحاد چاق و لاغر ساده کرده و حاصل حد را محاسبه می‌کنیم:

$$=\lim_{x\to 1}\frac{\cancel{(x-1)}(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)}{\cancel{x-1}}=1+1+1=3$$

ریاضی

۱۱ حاصل $\lim\limits_{x\to ۳^+}\frac{۳-[x]}{x-۳}$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) صفر
۲) -۱
۳) $+\infty$
۴) $-\infty$

مشاوره این سؤال مشابه سؤالی از امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳ در درس ریاضی ۳ و براساس تمرین‌های صفحهٔ ۵۷ کتاب درسی طرح شده است.

Hint ابتدا مقدار جزء صحیح را محاسبه و در کسر جای‌گذاری کنید.

درس Box

فرض کنیم $\lim\limits_{x\to a} f(x)=L\neq ۰$ و $\lim\limits_{x\to a} g(x)=۰$، در این صورت:

۱) اگر $L>۰$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a مثبت باشد، آن‌گاه $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=+\infty$.

۲) اگر $L>۰$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a منفی باشد، آن‌گاه $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=-\infty$.

۳) اگر $L<۰$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a مثبت باشد، آن‌گاه $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=-\infty$.

۴) اگر $L<۰$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a منفی باشد، آن‌گاه $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=+\infty$.

نکته حاصل تقسیم صفر مطلق بر صفر حدی همواره برابر صفر است.

پاسخ خیلی تشریحی

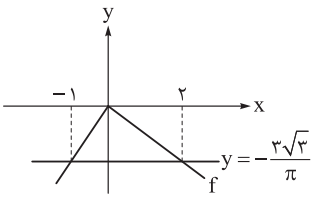
گام اول: در محاسبهٔ حدهای شامل جزء صحیح، ابتدا باید مقدار جزء صحیح را پیدا کرده و در حد جای‌گذاری کنیم:

$$[۳^+]=۳$$

گام دوم: حد داده‌شده به صورت زیر درمی‌آید:

$$\lim_{x\to ۳^+}\frac{۳-۳}{x-۳}=\lim_{x\to ۳^+}\frac{۰}{x-۳}=۰$$

۱۲ با توجه به نمودار تابع f، حاصل $\lim\limits_{x\to(-\frac{\pi}{۶})^+}\frac{|f(x)|}{\cos x}+\lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{۶})^-}\frac{\cos x}{|f(x)|}$ کدام است؟



۱) ۶

۲) ۱/۵

۳) ۳

۴) ۴/۵

مشاوره این سؤال مشابه سؤال ۱۲۲ کنکور تجربی داخل تیر ۱۴۰۳ طراحی شده است.

Hint ضابطهٔ تابع f را در دو حالت $x>۰$ و $x<۰$ به کمک نمودار تعیین کنید.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ضابطهٔ تابع f را تعیین می‌کنیم. هر دو ضابطهٔ تابع f خطی هستند و هر دو خط از مبدأ مختصات عبور می‌کنند:

$$x<۰: f(x)=ax \xrightarrow{(-۱,-\frac{۳\sqrt{۳}}{\pi})} -\frac{۳\sqrt{۳}}{\pi}=a(-۱) \Rightarrow a=\frac{۳\sqrt{۳}}{\pi}$$

$$x>۰: f(x)=bx \xrightarrow{(۲,-\frac{۳\sqrt{۳}}{\pi})} -\frac{۳\sqrt{۳}}{\pi}=b\times ۲ \Rightarrow b=-\frac{۳\sqrt{۳}}{۲\pi}$$

با توجه به مقادیر به‌دست‌آمده، ضابطهٔ تابع f به صورت زیر است:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{۳\sqrt{۳}}{\pi}x & ; x\le ۰\\ -\frac{۳\sqrt{۳}}{۲\pi}x & ; x\ge ۰\end{cases}$$

گام دوم: با توجه به ضابطهٔ تابع f، حد داده‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to(\frac{\pi}{۶})^-}\frac{\cos x}{|f(x)|}+\lim_{x\to(-\frac{\pi}{۶})^+}\frac{|f(x)|}{\cos x}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{|-\frac{۳\sqrt{۳}}{۲\pi}\times\frac{\pi}{۶}|}+\frac{|\frac{۳\sqrt{۳}}{\pi}\times(-\frac{\pi}{۶})|}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۴}}+\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=۲+۱=۳$$

ریاضی

۱۳ حاصل $\lim\limits_{x\to -\frac{\pi}{۲}} \frac{\sin ۲x + ۲\cos x}{\cos^۳ x}$ کدام است؟

۱) ۱

۲) -۱

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $-\frac{۱}{۲}$

مشاوره این سؤال مشابه مثال‌های صفحهٔ ۱۳۵ کتاب درسی ریاضی ۲ طراحی شده است. توانایی شما در حل حدهای مثلثاتی به طور مستقیم وابسته به تسلط شما بر روابط و فرمول‌های مثلثاتی کتاب‌های ریاضی پایهٔ دهم تا دوازدهم است.

Hint ابتدا از جای‌گذاری فرمول $\sin ۲x$ شروع کنید و عبارت را تا حد ممکن ساده کنید.

درس Box یادآوری مهم‌ترین فرمول‌های مثلثاتی مربوط به $\sin x$ و $\cos x$:

$$۱)\ \sin^۲ x + \cos^۲ x = ۱ \Rightarrow \begin{cases} \sin^۲ x = ۱ - \cos^۲ x = (۱ - \cos x)(۱ + \cos x) \\ \cos^۲ x = ۱ - \sin^۲ x = (۱ - \sin x)(۱ + \sin x) \end{cases}$$

$$۲)\ \sin ۲x = ۲\sin x \cos x$$

$$۳)\ \cos ۲x = \cos^۲ x - \sin^۲ x = ۲\cos^۲ x - ۱ = ۱ - ۲\sin^۲ x$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: از فرمول $\sin ۲x = ۲\sin x \cos x$ استفاده کرده و عبارت را تا حد ممکن ساده می‌کنیم:

$$\lim_{x\to -\frac{\pi}{۲}} \frac{\sin x + ۲\cos x}{\cos^۳ x} = \lim_{x\to -\frac{\pi}{۲}} \frac{۲\sin x \cos x + ۲\cos x}{\cos^۳ x} = \lim_{x\to -\frac{\pi}{۲}} \frac{۲\cos x(\sin x + ۱)}{\cos^۳ x} = ۲ \lim_{x\to -\frac{\pi}{۲}} \frac{\sin x + ۱}{\cos^۲ x}$$

گام دوم: از اتحاد $\cos^۲ x = ۱ - \sin^۲ x$ استفاده می‌کنیم:

$$۲\lim_{x\to -\frac{\pi}{۲}} \frac{\sin x + ۱}{۱ - \sin^۲ x} = ۲\lim_{x\to -\frac{\pi}{۲}} \frac{\cancel{۱ + \sin x}}{\cancel{(۱ + \sin x)}(۱ - \sin x)} = ۲\lim_{x\to -\frac{\pi}{۲}} \frac{۱}{۱ - \sin x} = ۲\left(\frac{۱}{۱ - (-۱)}\right) = ۱$$

۱۴ تابع $f(x)=۴x-x^۲$ مفروض است. اگر $\lim\limits_{x\to ۳}\frac{۱}{a-f(x+b)}=+\infty$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) -۳ ۳) ۴ ۴) -۴

Hint $x+b$ را در f جای‌گذاری کنید و از آن‌جا که مخرج به فرم $m(x-۳)^۲$ است، $a-f(x+b)$ را با $m(x-۳)^۲$ برابر قرار دهید و m را پیدا کنید.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** حاصل حد $+\infty$ شده است، با توجه به ضابطهٔ f، مخرج یک عبارت درجه‌دوم است؛ پس $x=۳$ ریشهٔ مضاعف مخرج است و مخرج به فرم $m(x-۳)^۲$ می‌باشد. در نتیجه:

مخرج کسر: $a-f(x+b)=m(x-۳)^۲ \xrightarrow{f(x)=۴x-x^۲} a-(۴(x+b)-(x+b)^۲)=m(x-۳)^۲$

$$\Rightarrow a-۴x-۴b+(x+b)^۲=m(x^۲-۶x+۹)$$

$$\Rightarrow a-۴x-۴b+x^۲+۲bx+b^۲=mx^۲-۶mx+۹m \xrightarrow{\text{ضرایب } x^۲ \text{ برابر}} m=۱$$

گام دوم: $m=۱$ را در تساوی به‌دست‌آمده جای‌گذاری می‌کنیم:

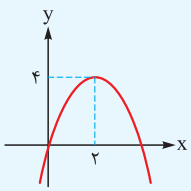
$$m=۱ \rightarrow a-۴x-۴b+x^۲+۲bx+b^۲=x^۲-۶x+۹$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -۴+۲b=-۶ \Rightarrow b=-۱ \\ a-۴b+b^۲=۹ \xrightarrow{b=-۱} a+۴+۱=۹ \Rightarrow a=۴ \end{cases}$$

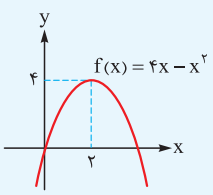
پس حاصل $a+b$ برابر می‌شود با $۴+(-۱)=۳$.

نکته ریشهٔ مضاعف یک سهمی برابر است با طول رأس آن.

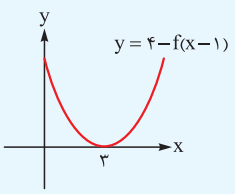
یه‌جور دیگه **گام اول:** نمودار سهمی f به صورت زیر است:



گام دوم: مخرج حد عبارت $a-f(x+b)$ است، $x=۳$ ریشهٔ مضاعف آن است. در نتیجه، مختصات رأس این سهمی $(۳,۰)$ است. برای این‌که f را به $a-f(x+b)$ تبدیل کنیم ابتدا باید بر روی محور افقی جابه‌جا شویم، سپس سهمی را نسبت به محور yها قرینه کنیم و بعد از آن جابه‌جایی عمودی داشته باشیم. برای این‌که مطابق این انتقال رأس f که $(۲,۴)$ است به $(۳,۰)$ منتقل شود، جابه‌جایی افقی یک واحد به راست است. پس $b=-۱$ و بعد از این‌که نمودار را قرینه کردیم آن را باید چهار واحد به بالا ببریم. پس مقدار a برابر ۴ است.



یک واحد به راست، قرینه نسبت به محور xها و ۴ واحد به بالا



۱۵ اگر $\lim\limits_{x\to b}\dfrac{bx-۲}{ax^۲-۴x+\frac{۱}{۴}a}=+\infty$ مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) ۳/۵ ۲) ۴/۵

۳) −۴/۵ ۴) −۳/۵

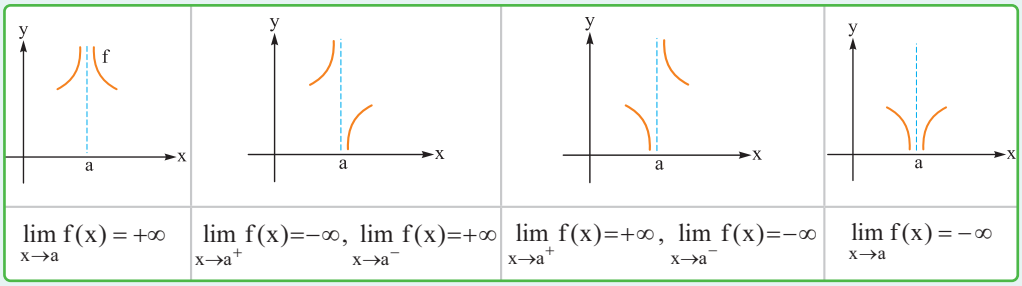
مشاوره بارها در کنکورهای مختلف این سبک سؤال را دیده‌ایم که با یک حد بی‌نهایت مواجه هستیم و مخرج دارای ریشهٔ مضاعف است.

Hint با توجه به این‌که مخرج دارای ریشهٔ مضاعف $x=b$ است و این‌که ضریب $x^۲$ برابر a است، a و b را پیدا کنید و با توجه به حاصل حد، گزینهٔ درست را انتخاب کنید.

درس Box

حد بی‌نهایت

گاهی اوقات، وقتی که $x\to a$، می‌بینیم که مقادیر تابع f به هیچ عددی نزدیک نمی‌شوند، بلکه یا همواره در حال افزایش هستند و یا همواره در حال کاهش هستند، به عبارت دیگر به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ می‌روند.



حد بی‌نهایت در توابع کسری

در محاسبهٔ حد توابع کسری $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ اگر جواب به صورت $\dfrac{\text{عددغیرصفر}}{\text{صفر حدی}}$ (منظور از صفر حدی، مقداری بسیار نزدیک به صفر است.) شود، حاصل کسر $+\infty$ یا $-\infty$ است، برای تشخیص علامت بی‌نهایت به جدول زیر توجه کنید:

نمایش	$\frac{\text{عدد منفی}}{۰^-}$	$\frac{\text{عدد منفی}}{۰^+}$	$\frac{\text{عدد مثبت}}{۰^-}$	$\frac{\text{عدد مثبت}}{۰^+}$
حاصل حد	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$

ریشهٔ مضاعف یا مرتبهٔ زوج در مخرج

می‌دانیم عبارات مخالف صفری که به توان زوج برسند همواره مثبت هستند، به عنوان مثال حاصل حدهای $\lim\limits_{x\to ۲}\dfrac{۲}{(x-۲)^۲}$ و $\lim\limits_{x\to ۴}\dfrac{۵}{۲(x-۴)^۲}$ برابر $+\infty$ می‌شود.

پس اگر حاصل حد یک تابع کسری در دو طرف $x=a$ برابر $+\infty$ یا $-\infty$ شود، مخرج دارای ریشهٔ مضاعف یا مرتبهٔ زوج $x=a$ است، چراکه علامت صورت به ازای $x=a$ ثابت است و حاصل مخرج نیز به ازای آن ۰^+ می‌باشد.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مخرج یک عبارت درجه‌دوم است و حاصل حد وقتی $x\to b$، برابر $+\infty$ شده است، پس مخرج دارای ریشهٔ مضاعف $x=b$ است، چون ضریب $x^۲$ برابر a است به فرم زیر نوشته می‌شود:

$$ax^۲-۴x+\frac{a}{۴}=a\underbrace{(x-b)^۲}_{x^۲-۲bx+b^۲}\Rightarrow ax^۲-۴x+\frac{a}{۴}=ax^۲-۲abx+ab^۲$$

گام دوم: عبارت‌های متشابه در تساوی به‌دست‌آمده را برابر هم قرار می‌دهیم:

$$ax^۲\underline{-۴x}+\frac{a}{\underline{\underline{۴}}}=ax^۲\underline{-۲abx}+\underline{ab^۲}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{a}{۴}=ab^۲\xrightarrow{a\neq ۰}\dfrac{۱}{۴}=b^۲\Rightarrow\begin{cases}b=\frac{۱}{۲}\\b=-\frac{۱}{۲}\end{cases}\\ -۴=-۲ab\begin{cases}\xrightarrow{b=\frac{۱}{۲}}۲=\frac{۱}{۲}a\Rightarrow a=۴\\\xrightarrow{b=-\frac{۱}{۲}}۲=-\frac{۱}{۲}a\Rightarrow a=-۴\end{cases}\end{cases}$$

گام سوم: حاصل حد $\lim\limits_{x\to b}\dfrac{bx-2}{ax^2-4x+\frac{a}{4}}$ را یک‌بار به‌ازای $a=4$ و $b=\frac{1}{2}$ یک‌بار به‌ازای $a=-4$ و $b=-\frac{1}{2}$ محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x\to b}\frac{bx-2}{ax^2-4x+\frac{a}{4}}=\lim_{x\to b}\frac{bx-2}{a(x-b)^2}\begin{cases}\xrightarrow{b=\frac{1}{2},a=4}\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\dfrac{\frac{1}{2}x-2}{4(x-\frac{1}{2})^2}=\dfrac{\frac{1}{4}-2}{4(0^+)}=\dfrac{\text{عدد منفی}}{0^+}=-\infty\\ \xrightarrow{b=-\frac{1}{2},a=-4}\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}}\dfrac{-\frac{1}{2}x-2}{-4(x+\frac{1}{2})^2}=\dfrac{\frac{1}{4}-2}{-4(0^+)}=\dfrac{\text{عدد منفی}}{0^-}=+\infty\end{cases}$$

حاصل حد به ازای $a=4$ و $b=\frac{1}{2}$ مساوی $-\infty$ و به ازای $a=-4$ و $b=-\frac{1}{2}$ مساوی $+\infty$ می‌شود، پس $a=-4$ و $b=-\frac{1}{2}$ قابل قبول هستند و خواستهٔ سؤال برابر می‌شود با:

$$a+b=-\frac{1}{2}-4=-\frac{9}{2}=-4/5$$

پاسخ تشریحی آزمون ۲۵ مهر ۱۴۰۴

1- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ **مشخصات سؤال: * ساده * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۲)**

خوبه اینو بدونی

- اگر f و g دو تابع باشند به‌طوری که برد تابع f و دامنهٔ تابع g اشتراک ناتهی داشته باشند، تابع $g(f(x))$ را با نماد $(gof)(x)$ نمایش می‌دهیم و تابع gof را تابع مرکب می‌نامیم، به عبارت دیگر: $(gof)(x) = g(f(x))$

جوابش اینه

با توجه به نکته و فرض سؤال، داریم:

$(fof)(۲) = f(f(۲)) = f(۳)$ ✖ تعریف‌نشده است.

$(fof)(۴) = f(f(۴)) = f(-۱) = ۵$

$(fof)(۵) = f(f(۵)) = f(۲) = ۳$

$(fof)(-۴) = f(f(-۴)) = f(-۷)$ ✖ تعریف‌نشده است.

$(fof)(۶) = f(f(۶)) = f(۶) = ۶$

$(fof)(-۱) = f(f(-۱)) = f(۵) = ۲$

بنابراین نمایش زوج‌مرتبی تابع fof به‌صورت زیر است:

$$fof = \{(۴,۵),(۵,۳),(۶,۶),(-۱,۲)\}$$

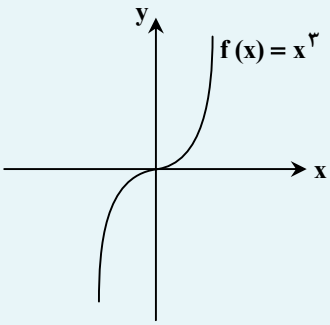
مجموع اعضای برد این تابع برابر است با:

$$۵+۳+۶+۲=۱۶$$

2- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- نمودار تابع $f(x)=x^3$، به‌صورت زیر است:



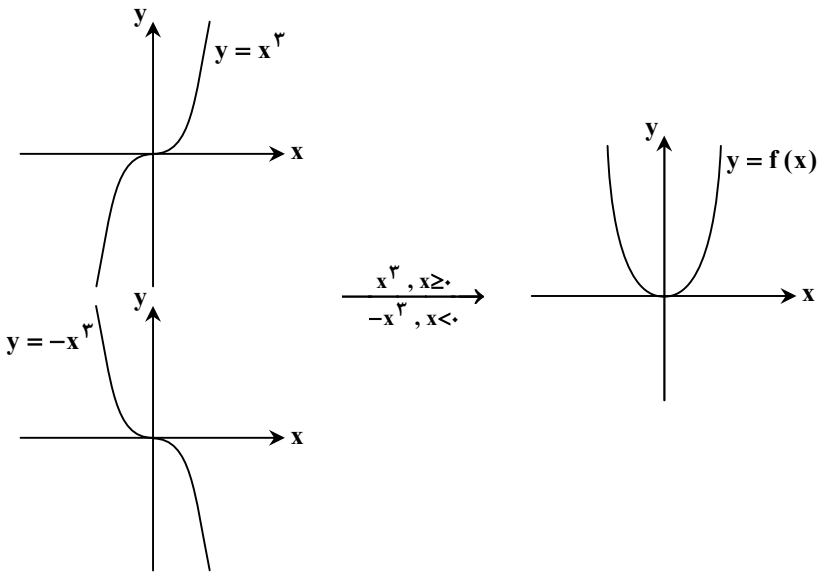
$$\begin{cases} D_f = \mathbb{R} \\ R_f = \mathbb{R} \end{cases}$$

جوابش اینه

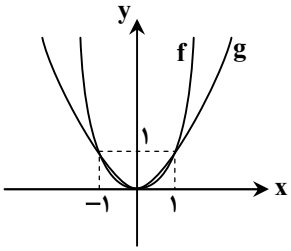
ضابطهٔ تابع f را بدون قدرمطلق بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=x^2|x|=\begin{cases} x^2(x) & x\geq 0 \\ x^2(-x) & x<0 \end{cases} \Rightarrow f(x)=\begin{cases} x^3 & x\geq 0 \\ -x^3 & x<0 \end{cases}$$

اکنون نمودار f را رسم می‌کنیم:



اکنون نمودار f و $g(x)=x^2$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. بنابراین در بازهٔ $[-1,1]$، $f(x)\leq g(x)$ است و نمودار f بالاتر از g قرار نمی‌گیرد:



3- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- تابع f را در یک بازه ثابت می‌گوییم، اگر برای تمام مقادیر x در این بازه، مقدار f ثابت باشد. بنابراین تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می‌شود.
- اگر برای هر دو نقطهٔ x_1 و x_2 از مجموعهٔ $A\ (A\subseteq D_f)$ که $x_1<x_2$، داشته باشیم $f(x_1)<f(x_2)$، آنگاه f را تابعی اکیداً صعودی می‌نامیم.

جوابش اینه

تابع f، هم صعودی و هم نزولی است، پس تابع f روی $\mathbb{R}$ ثابت است. همچنین تابع g روی $\mathbb{R}$ اکیداً صعودی است، پس قرینهٔ آن نسبت به محور طول‌ها، یعنی $-g$ روی $\mathbb{R}$ اکیداً نزولی است. بنابراین تابع $f-g$ مجموع تابع ثابت f با تابع اکیداً نزولی $-g$ است. پس نمودار تابع $f-g$ همان نمودار تابع $-g$ است که به‌اندازهٔ مقدار ثابت تابع f به بالا یا پایین منتقل شده است. بنابراین تابع $f-g$ تابعی اکیداً نزولی است.

4- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

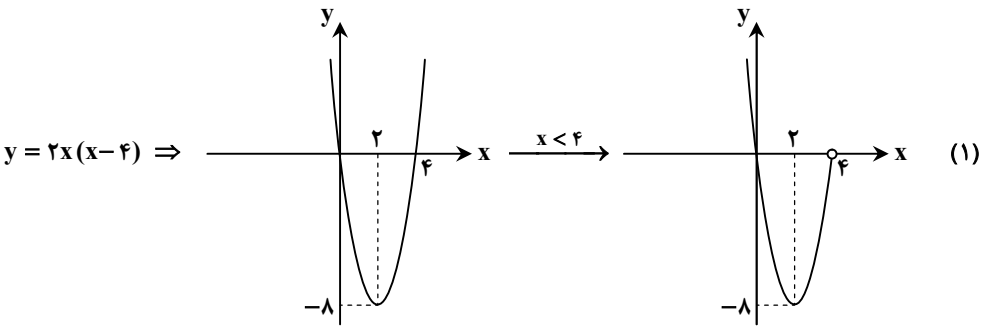
- اگر برای هر دو نقطهٔ x_1 و x_2 از مجموعهٔ $A\ (A \subseteq D_f)$ که $x_1 < x_2$، داشته باشیم $f(x_1) < f(x_2)$، آنگاه f را تابعی اکیداً صعودی می‌نامیم.

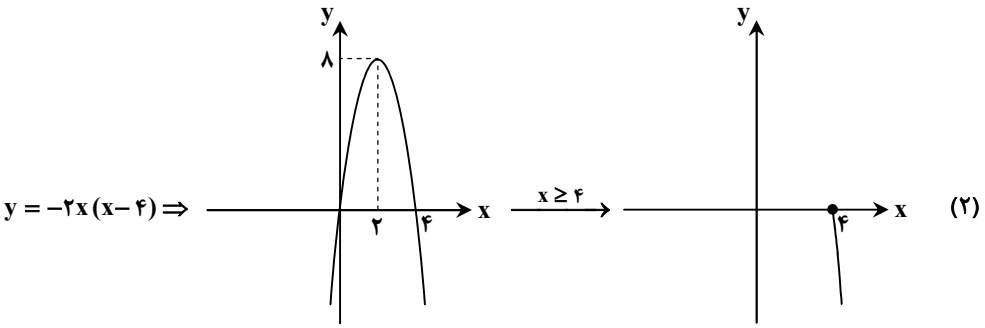
جوابش اینه

ابتدا با بازه‌بندی، ضابطهٔ تابع f را بدون قدرمطلق می‌نویسیم:

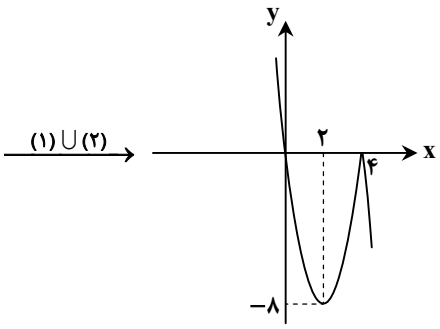
$$f(x) = -2x|x-4| \Rightarrow \begin{cases} x < 4 \Rightarrow |x-4| = -(x-4) \\ x \geq 4 \Rightarrow |x-4| = x-4 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x(x-4) & x < 4 \\ -2x(x-4) & x \geq 4 \end{cases}$$

اکنون نمودار دو ضابطهٔ به‌دست آمده را رسم می‌کنیم و محدودهٔ موردنظر را انتخاب می‌کنیم:





پس نمودار تابع f به‌شکل زیر است و تابع f در بازهٔ $[2,4]$ اکیداً صعودی است؛ پس حداکثر مقدار $\beta - \alpha$ برابر ۲ است.



5- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- اگر برای هر دو نقطهٔ x_1 و x_2 از مجموعهٔ $A\ (A \subseteq D_f)$ که $x_1 < x_2$، داشته باشیم $f(x_1) \geq f(x_2)$، آنگاه f را تابعی نزولی می‌نامیم.

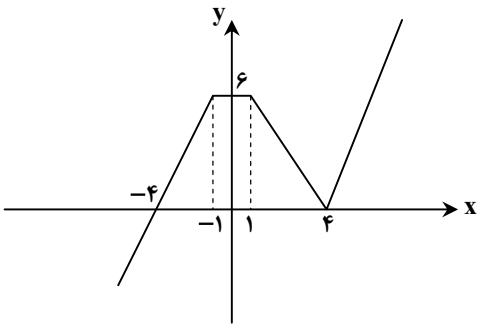
جوابش اینه

ضابطهٔ تابع را بدون قدرمطلق بازنویسی می‌کنیم:

$$y=2x+|2x-8|-|x-1|-|x+1|=\begin{cases}2x+(2x-8)-(x-1)-(x+1) & x\geq 4\\ 2x-(2x-8)-(x-1)-(x+1) & 1\leq x<4\\ 2x-(2x-8)+(x-1)-(x+1) & -1\leq x<1\\ 2x-(2x-8)+(x-1)+(x+1) & x<-1\end{cases}=\begin{cases}2x-8 & x\geq 4\\ -2x+8 & 1\leq x<4\\ 6 & -1\leq x<1\\ 2x+8 & x<-1\end{cases}$$

تابع در بازهٔ $x\geq 4$ و $1\leq x<4$، یک تابع خطی با شیب منفی و اکیداً نزولی است. همچنین در بازهٔ $-1\leq x<1$، یک تابع ثابت است که می‌توان آن را نزولی در نظر گرفت. پس با توجه به پیوسته بودن تابع در $x=1$، تابع مورد نظر در بازهٔ $[-1,4]$ نزولی است. همچنین در محدودهٔ $x>4$ یا $x<-1$، تابع خطی با شیب مثبت و اکیداً صعودی است. پس بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع در آن نزولی است، همان $[-1,4]$ است که طول آن برابر است با: $4-(-1)=5$

توجه کنید نمودار این تابع به‌صورت زیر است:



6- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- اگر f و g دو تابع باشند به‌طوری که برد تابع f و دامنهٔ تابع g اشتراک ناتهی داشته باشند، تابع $g(f(x))$ را با نماد $(gof)(x)$ نمایش می‌دهیم و تابع gof را تابع مرکب می‌نامیم، به عبارت دیگر: $(gof)(x)=g(f(x))$

جوابش اینه

ابتدا مقدار $fog(1)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$fog(1)=f(g(1))\xrightarrow[g(1)=1]{g(x)=3-2x} f(g(1))=f(1)\xrightarrow{f(x)=2ax+a} f(1)=3a$$

اکنون مقدار $gof(2)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$gof(2)=g(f(2))\xrightarrow[f(2)=5a]{f(x)=2ax+a} g(f(2))=g(5a)\xrightarrow{g(x)=3-2x} g(5a)=3-10a$$

بنابراین:

$$3a=3-10a\Rightarrow 13a=3\Rightarrow a=\frac{3}{13}$$

7- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- دامنهٔ تابع مرکب gof، مجموعهٔ xهایی است که هم‌زمان در دو شرط زیر صدق کنند:

۱- x در دامنهٔ f قرار داشته باشد.

۲- $f(x)$ در دامنهٔ g قرار داشته باشد.

بنابراین دامنهٔ تابع gof را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}$$

جوابش اینه

ابتدا دامنهٔ توابع f و g را به‌دست می‌آوریم:

$$f(x)=x+\sqrt{4-x^2} \Rightarrow 4-x^2\geq 0 \Rightarrow x^2\leq 4 \Rightarrow -2\leq x\leq 2 \Rightarrow D_f=[-2,2]$$
$$g(x)=-3+\sqrt{x-2} \Rightarrow x-2\geq 0 \Rightarrow x\geq 2 \Rightarrow D_g=[2,+\infty)$$

اکنون دامنهٔ تابع fog را به‌دست می‌آوریم:

$$D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}=\{x\in \underbrace{[2,+\infty)}_{(1)} \mid -2\leq g(x)\leq 2\}$$

حال نامعادلهٔ $-2\leq g(x)\leq 2$ را حل می‌کنیم:

$$-2\leq -3+\sqrt{x-2}\leq 2 \xrightarrow{+3} 1\leq \sqrt{x-2}\leq 5 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1\leq x-2\leq 25 \xrightarrow{+2} 3\leq x\leq 27 \quad (2)$$

بنابراین دامنهٔ تعریف تابع $(fog)(x)$، برابر است با:

$$(1)\cap(2) \Rightarrow x\in[3,27] \Rightarrow D_{fog}=[3,27]$$

بازهٔ $[3,27]$، شامل $27-3+1=25$ عدد صحیح است.

8- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- اگر f و g دو تابع باشند به‌طوری که برد تابع f و دامنهٔ تابع g اشتراک ناتهی داشته باشند، تابع $g(f(x))$ را با نماد $(gof)(x)$ نمایش می‌دهیم و تابع gof را تابع مرکب می‌نامیم، به عبارت دیگر: $(gof)(x)=g(f(x))$

جوابش اینه

نامعادلهٔ $(fog)(x)<g(x)$ را حل می‌کنیم:

$$(fog)(x)<g(x) \Rightarrow f(g(x))<g(x) \Rightarrow (2x-3)^2-3(2x-3)-77<2x-3 \Rightarrow 4x^2-12x+9-6x+9-77<2x-3$$
$$\Rightarrow 4x^2-20x-56<0 \Rightarrow 4(x^2-5x-14)<0 \Rightarrow (x-7)(x+2)<0 \Rightarrow$$

x		-2		7	
$(x-7)(x+2)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$$\Rightarrow -2<x<7$$

پس نمودار تابع fog در بازهٔ $(-2,7)$ پایین‌تر از نمودار تابع g قرار دارد.

اینجوری هم میشه

برای حل نامعادلهٔ $(fog)(x)<g(x)$، ابتدا نامعادلهٔ زیر را حل می‌کنیم:

$$f(x)<x \Rightarrow x^2-3x-77<x \Rightarrow x^2-4x-77<0 \Rightarrow (x+7)(x-11)<0 \Rightarrow -7<x<11$$

اکنون نامعادلهٔ $-7<g(x)<11$ را حل می‌کنیم:

$$-7<g(x)<11 \Rightarrow -7<2x-3<11 \Rightarrow -4<2x<14 \Rightarrow -2<x<7$$

پس نمودار تابع fog در بازهٔ $(-2,7)$ پایین‌تر از نمودار تابع g قرار دارد.

9- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- اگر f و g دو تابع باشند به‌طوری که برد تابع f و دامنهٔ تابع g اشتراک ناتهی داشته باشند، تابع $g(f(x))$ را با نماد $(gof)(x)$ نمایش می‌دهیم و تابع gof را تابع مرکب می‌نامیم، به عبارت دیگر: $(gof)(x)=g(f(x))$

جوابش اینه

نمودار تابع g، محور طول‌ها را در نقاط $x=2$ و $x=16$ قطع می‌کند؛ بنابراین:

$$g(2)=0 \ , \ g(16)=0$$

برای پیدا کردن محل برخورد نمودار تابع gof با محور طول‌ها، باید معادلهٔ $gof(x)=0$ را حل کنیم؛ بنابراین داریم:

$$\begin{cases} g(f(x))=0 \\ g(2)=0 \end{cases} \Rightarrow f(x)=2 \Rightarrow 2x\sqrt{x}=2 \Rightarrow x\sqrt{x}=1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^3=1 \Rightarrow x=1$$

$$\begin{cases} g(f(x))=0 \\ g(16)=0 \end{cases} \Rightarrow f(x)=16 \Rightarrow 2x\sqrt{x}=16 \Rightarrow x\sqrt{x}=8 \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^3=64 \Rightarrow x=4$$

پس $x=1$ و $x=4$ جواب‌های معادلهٔ $gof(x)=0$ هستند و اختلاف آن‌ها برابر ۳ است.

10- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- اگر f و g دو تابع باشند به‌طوری که برد تابع f و دامنهٔ تابع g اشتراک ناتهی داشته باشند، تابع $g(f(x))$ را با نماد $(gof)(x)$ نمایش می‌دهیم و تابع gof را تابع مرکب می‌نامیم، به عبارت دیگر: $(gof)(x)=g(f(x))$

جوابش اینه

با توجه به فرض سؤال، داریم:

$$f=\{(2,-3),(b,2),(c,b)\}$$
$$g=\{(a,1),(3,2),(1,-c)\}$$
$$fog(2)=2 \Rightarrow x=2\in D_g \Rightarrow a=2 \Rightarrow g(2)=1$$
$$gof(3)=-3 \Rightarrow g(f(3))=-3$$

چون $g(2)=1$ و $g(3)=2$، پس $g(1)$ باید برابر -3 باشد؛ یعنی:

$$g(f(3))=-3 \xrightarrow{g(1)=-c} \begin{cases} -c=-3 \Rightarrow c=3 \\ f(3)=1 \Rightarrow b=1 \end{cases}$$

حال با بازنویسی f و g، داریم:

$$f=\{(2,-3),(1,2),(3,1)\}$$
$$g=\{(2,1),(3,2),(1,-3)\}$$

پس مقدار خواسته‌شده برابر است با:

$$fogof(1)=f(g(\underbrace{f(1)}_{2}))=f(\underbrace{g(2)}_{1})=f(1)=2$$

11- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- اگر برای هر دو نقطهٔ x_1 و x_2 از مجموعهٔ A $(A\subseteq D_f)$ که $x_1<x_2$، داشته باشیم $f(x_1)<f(x_2)$، آنگاه f را تابعی اکیداً صعودی می‌نامیم.

جوابش اینه

اگر $m=0$ باشد، تابع f یک تابع خطی با شیب ۱۲ بوده و روی هر بازه‌ای اکیداً صعودی است. در حالت $m\neq 0$، نمودار f یک سهمی است. برای آنکه این سهمی از عددی به قبل اکیداً صعودی باشد، باید دهانهٔ سهمی رو به پایین باشد، پس ضریب x^2 باید منفی باشد، یعنی $m<0$ است. همچنین برای آنکه سهمی f روی بازهٔ $(-\infty,2)$ اکیداً صعودی باشد، رأس سهمی نباید در این بازه قرار گیرد، پس باید طول رأس سهمی بزرگ‌تر یا مساوی ۲ باشد:

$$\frac{-b}{2a}\geq 2 \Rightarrow \frac{-12}{2m}\geq 2 \Rightarrow \frac{-6}{m}\geq 2 \xrightarrow{m<0} -6\leq 2m \Rightarrow -3\leq m$$

از اشتراک دو محدودهٔ به‌دست آمده، داریم: $-3\leq m<0$؛ پس به‌ازای چهار عدد صحیح ۰، -1، -2 و -3، تابع f روی بازهٔ $(-\infty,2)$ اکیداً صعودی است.

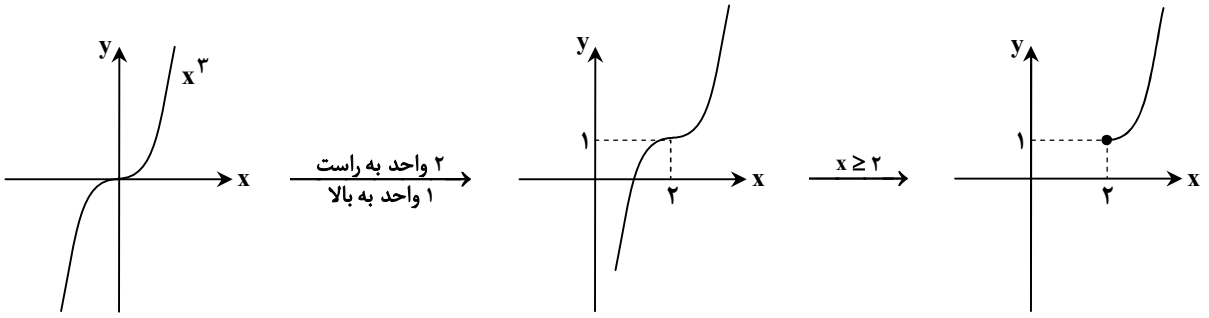
12- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * ریاضی ۳ (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

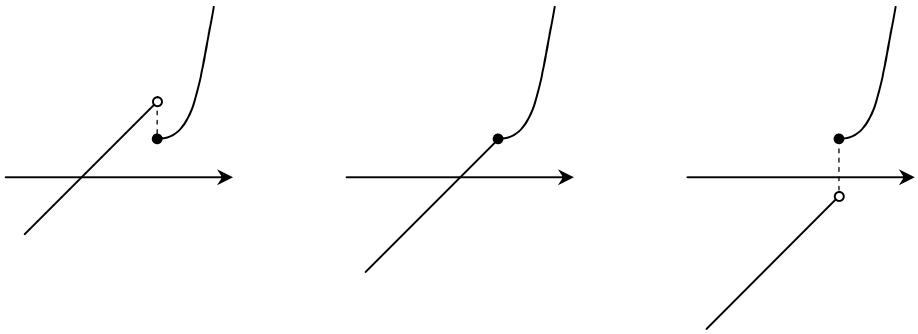
- اگر برای هر دو نقطهٔ x_1 و x_2 از مجموعهٔ A $(A\subseteq D_f)$ که $x_1<x_2$، داشته باشیم $f(x_1)<f(x_2)$، آنگاه f را تابعی اکیداً صعودی می‌نامیم.

جوابش اینه

ابتدا نمودار $y=(x-2)^3+1$ را رسم می‌کنیم. برای این کار، نمودار $y=x^3$ را دو واحد به راست و یک واحد به بالا می‌بریم:



تابع f روی R صعودی اکید است، پس باید شیب خط $y=mx+4m-11$ مثبت باشد و همچنین مقدار ضابطهٔ دوم به‌ازای $x=2$، بیشتر از یک نباشد. به شکل‌های زیر دقت کنید:



پس داریم:

$$\begin{cases} m>0 \\ y(2)\le 1 \Rightarrow 2m+4m-11\le 1 \Rightarrow 6m\le 12 \Rightarrow m\le 2 \end{cases} \xrightarrow{\cap} m\in(0,2]$$

پس $\beta-\alpha=2$ است.

13- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ **مشخصات سؤال: * دشوار * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۱)**

خوبه اینو بدونی

- اگر برای هر دو نقطهٔ x_1 و x_2 از مجموعهٔ $A\ (A\subseteq D_f)$ که $x_1<x_2$، داشته باشیم $f(x_1)>f(x_2)$، آنگاه f را تابعی اکیداً نزولی می‌نامیم.

جوابش اینه

تابع f اکیداً نزولی است و با توجه به تعریف، داریم:

$$a,b\in D_f\ ,\ f(a)\le f(b) \xrightarrow{f\text{ اکیداً نزولی}} a\ge b$$

بنابراین:

$$f(3x-3)\ge f(-2x+b) \xrightarrow{f\text{ اکیداً نزولی}} 3x-3\le -2x+b \Rightarrow 5x\le b+3 \Rightarrow x\le \frac{b+3}{5} \quad (1)$$

از طرفی $3x-3$ و $-2x+b$ باید عضو دامنهٔ تابع f باشند؛ یعنی:

$$D_f=[-1,3] \Rightarrow \begin{cases} -1\le 3x-3\le 3 \xrightarrow{+3} 2\le 3x\le 6 \xrightarrow{\div 3} \frac{2}{3}\le x\le 2 \quad (2) \\ -1\le -2x+b\le 3 \xrightarrow{-b} -1-b\le -2x\le 3-b \xrightarrow{\div(-2)} \frac{b-3}{2}\le x\le \frac{1+b}{2} \quad (3) \end{cases}$$

چون جواب نامعادله فقط شامل یک عضو است، پس دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

حالت اول: $\frac{b+3}{5}=\frac{2}{3} \Rightarrow 3b+9=10 \Rightarrow b=\frac{1}{3}$

که در این صورت:

$$\begin{cases}(۱) \Rightarrow x \le \frac{۲}{۳} \\ (۲) \Rightarrow \frac{۲}{۳} \le x \le ۲ \\ (۳) \Rightarrow -\frac{۴}{۳} \le x \le \frac{۲}{۳}\end{cases} \xrightarrow{\cap} \left\{\frac{۲}{۳}\right\}$$

حالت دوم : $\frac{b+۳}{۵} = \frac{b-۳}{۲} \Rightarrow ۲b+۶ = ۵b-۱۵ \Rightarrow ۳b = ۲۱ \Rightarrow b = ۷$

که در این صورت:

$$\begin{cases}(۱) \Rightarrow x \le ۲ \\ (۲) \Rightarrow \frac{۲}{۳} \le x \le ۲ \\ (۳) \Rightarrow ۲ \le x \le ۴\end{cases} \xrightarrow{\cap} \{۲\}$$

پس مجموع مقادیر ممکن برای b برابر $\frac{۲۲}{۳} = ۷ + \frac{۱}{۳}$ است.

پاسخ تشریحی آزمون ۱۶ آبان ۱۴۰۴

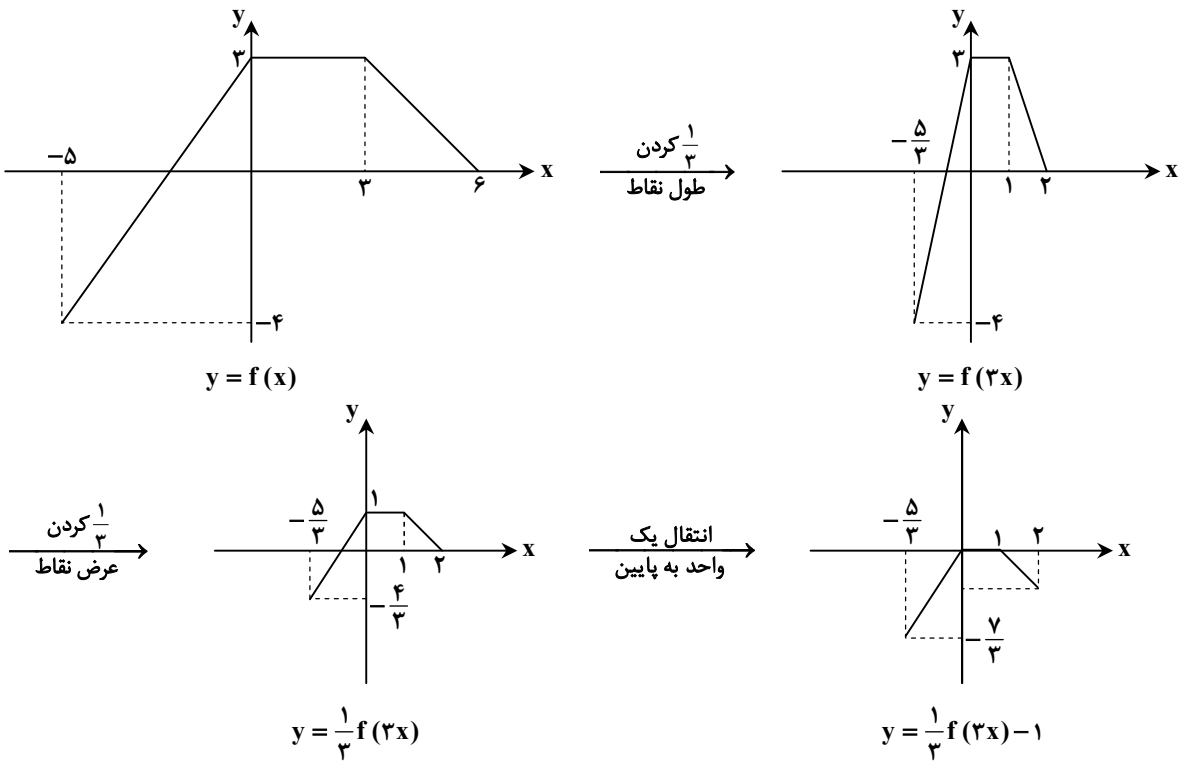
1- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ **مشخصات سؤال: * ساده * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۲)**

خوبه اینو بدونی

- اگر برای هر دو نقطهٔ x_1 و x_2 از مجموعهٔ $A (A \subseteq D_f)$ که $x_1 < x_2$، داشته باشیم $f(x_1) \le f(x_2)$، آنگاه f را «تابعی صعودی» می‌نامیم.
- برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم.
اگر $k > 0$، نمودار $y = f(kx)$ را می‌توان با انبساط یا انقباض نمودار $y = f(x)$ در امتداد محور xها به‌دست آورد.
اگر $k < 0$، ابتدا نمودار f نسبت به محور yها قرینه می‌شود، سپس با ضریب $\left|\frac{1}{k}\right|$ به‌طور افقی منبسط یا منقبض می‌شود.
- برای رسم نمودار تابع $y = kf(x)$، کافی است عرض نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در k ضرب کنیم.
اگر $k > 0$، نمودار $y = kf(x)$ را می‌توان با انبساط یا انقباض نمودار $y = f(x)$ در امتداد محور عرض‌ها به‌دست آورد.
اگر $k < 0$، ابتدا نمودار f نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌شود، سپس با ضریب $|k|$ به‌طور عمودی منبسط یا منقبض می‌شود.

جوابش اینه

مطابق قواعد تبدیل نمودار توابع، نمودار تابع $y = \frac{1}{3}f(3x) - 1$ را با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ رسم می‌کنیم:



مشخص است که نمودار به‌دست آمده در بازهٔ $\left[-\frac{5}{3}, 1\right]$ صعودی است.

2- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۳)

خوبه اینو بدونی

- اگر f تابعی وارون‌پذیر باشد، آنگاه:

$$(a,b)\in f \Leftrightarrow (b,a)\in f^{-1}$$

- اگر f و g دو تابع باشند به‌طوری که برد تابع f و دامنهٔ تابع g اشتراک ناتهی داشته باشند، تابع $g(f(x))$ را با نماد $(gof)(x)$ نمایش می‌دهیم و تابع gof را تابع مرکب می‌نامیم، به عبارت دیگر: $(gof)(x)=g(f(x))$

جوابش اینه

برای یافتن مقدار $(f^{-1}og^{-1})(۱۲۵)$ که همان $f^{-1}(g^{-1}(۱۲۵))$ است، ابتدا مقدار $g^{-1}(۱۲۵)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$g^{-1}(۱۲۵)=a \Rightarrow g(a)=۱۲۵ \Rightarrow ۲a-۵=۱۲۵$$
$$\Rightarrow ۲a=۱۳۰ \Rightarrow a=۶۵ \Rightarrow g^{-1}(۱۲۵)=۶۵$$

اکنون مقدار $f^{-1}(۶۵)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$f^{-1}(۶۵)=b \Rightarrow f(b)=۶۵ \Rightarrow b^{۳}+۱=۶۵$$
$$\Rightarrow b^{۳}=۶۴ \Rightarrow b=۴ \Rightarrow f^{-1}(۶۵)=۴$$

بنابراین مقدار خواسته‌شدهٔ سؤال برابر است با: $(f^{-1}og^{-1})(۱۲۵)=f^{-1}(g^{-1}(۱۲۵))=f^{-1}(۶۵)=۴$

اینجوری هم میشه

با توجه به اینکه $(f^{-1}og^{-1})(x)=(gof)^{-1}(x)$ است؛ داریم:

$$(f^{-1}og^{-1})(۱۲۵)=a \Rightarrow (gof)^{-1}(۱۲۵)=a \Rightarrow (gof)(a)=۱۲۵ \Rightarrow g(f(a))=g(a^{۳}+۱)=۲(a^{۳}+۱)-۵=۱۲۵$$
$$\Rightarrow a^{۳}+۱=۶۵ \Rightarrow a^{۳}=۶۴ \Rightarrow a=۴$$

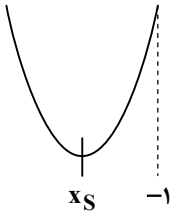
3- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۳)

خوبه اینو بدونی

- تابع درجهٔ دوم $f(x)=ax^{۲}+bx+c$، در بازه‌های $\left(-\infty,-\frac{b}{۲a}\right]$ و $\left[-\frac{b}{۲a},+\infty\right)$ و زیرمجموعه‌های آن‌ها یک‌به‌یک است.

جوابش اینه

با توجه به شکل، طول رأس سهمی f نباید کمتر از -۱ باشد؛ بنابراین:



$$x_S \geq -۱ \Rightarrow \frac{۲m}{۶} \geq -۱ \Rightarrow \frac{m}{۳} \geq -۱ \Rightarrow m \geq -۳$$

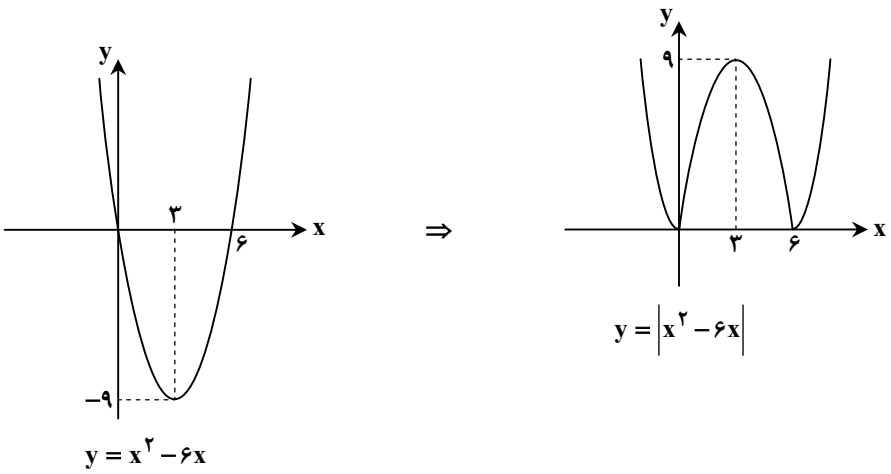
4- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

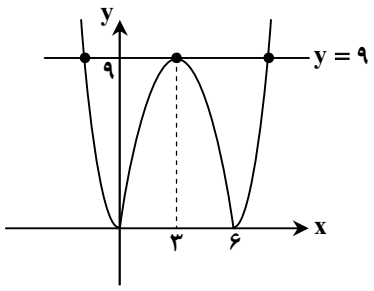
- برای رسم نمودار $y=|f(x)|$، کافی است نمودار $y=f(x)$ را رسم کنیم و در قسمت‌هایی که نمودار f زیر محور xهاست، قرینهٔ نمودار f را نسبت به محور xها رسم کنیم.

جوابش اینه

به کمک نمودار تابع $y=x^{۲}-۶x$، نمودار تابع $f(x)=|x^{۲}-۶x|$ را رسم می‌کنیم. نمودار $y=x^{۲}-۶x$ یک سهمی رو به بالا بوده که از مبدأ مختصات می‌گذرد و رأس آن نقطهٔ $(۳,-۹)$ است:



همچنین نمودار تابع $y=k$، یک خط افقی با عرض از مبدأ k است. برای آنکه خط افقی $y=k$ با تابع فوق در سه نقطه مشترک باشد، باید k برابر ۹ باشد.



5- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- اگر برای هر دو نقطهٔ x_1 و x_2 از مجموعهٔ $A\ (A\subseteq D_f)$ که $x_1<x_2$، داشته باشیم $f(x_1)>f(x_2)$، آنگاه f را تابعی «اکیداً نزولی» می‌نامیم.

جوابش اینه

برای یافتن دامنهٔ تابع $y=\sqrt{f(x^2+x)-20}$، دو محدودیت زیر را در نظر می‌گیریم:

محدودیت اول: مقدار ورودی تابع f باید عددی مثبت باشد؛ زیرا دامنهٔ f برابر $(0,+\infty)$ است؛ پس:

$$x^2+x>0 \Rightarrow x(x+1)>0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccccc} x & & -1 & & 0 & \\ \hline x^2+x & + & 0 & - & 0 & + \end{array} \Rightarrow x>0 \text{ یا } x<-1 \quad (1)$$

محدودیت دوم: عبارت زیر رادیکال باید نامنفی باشد؛ پس:

$$f(x^2+x)-20\geq 0 \Rightarrow f(x^2+x)\geq 20 \xrightarrow{f(12)=20} f(x^2+x)\geq f(12)$$

تابع f، تابعی اکیداً نزولی است؛ پس نامعادلهٔ فوق به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$x^2+x\leq 12 \Rightarrow x^2+x-12\leq 0 \Rightarrow (x+4)(x-3)\leq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccccc} x & & -4 & & 3 & \\ \hline x^2+x-12 & + & 0 & - & 0 & + \end{array} \Rightarrow -4\leq x\leq 3 \quad (2)$$

بنابراین دامنهٔ تابع مورد نظر که برابر اشتراک دو محدودهٔ (۱) و (۲) است، به‌صورت زیر است:

$$((-\infty,-1)\cup(0,+\infty))\cap[-4,3]=[-4,-1)\cup(0,3]=[-4,3]-[-1,0]$$

6- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- دامنهٔ تابع مرکب gof، مجموعهٔ xهایی است که هم‌زمان در دو شرط زیر صدق کنند:

۱- x در دامنهٔ f قرار داشته باشد.

۲- $f(x)$ در دامنهٔ g قرار داشته باشد.

بنابراین دامنهٔ تابع gof را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}$$

جوابش اینه

ابتدا دامنهٔ دو تابع f و g را به‌دست می‌آوریم. دامنهٔ تابع g برابر با $\mathbb{R}$ است. عبارت زیر رادیکال در تابع f باید نامنفی باشد:

$$\frac{1}{x}-\frac{5}{x^2}\geq 0 \Rightarrow \frac{x-5}{x^2}\geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccccc} x & & 0 & & 5 & \\ \hline \frac{x-5}{x^2} & - & \text{ت ن} & - & 0 & + \end{array} \Rightarrow x\geq 5 \Rightarrow D_f=[5,+\infty)$$

دامنهٔ تابع $(fog)(x)$ طبق تعریف برابر است با:

$$D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}=\{x\in\mathbb{R}\mid 9-x^2\geq 5\}=\{x\in\mathbb{R}\mid x^2\leq 4\}=\{x\in\mathbb{R}\mid -2\leq x\leq 2\}=[-2,2]$$

بازهٔ به‌دست آمده شامل ۵ عدد صحیح $-2,-1,0,1,2$ است.

7- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- اگر f و g دو تابع باشند به‌طوری که برد تابع f و دامنهٔ تابع g اشتراک ناتهی داشته باشند، تابع $g(f(x))$ را با نماد $(gof)(x)$ نمایش می‌دهیم و تابع gof را «تابع مرکب» می‌نامیم، به عبارت دیگر: $(gof)(x)=g(f(x))$

جوابش اینه

ابتدا برد تابع f را به‌دست می‌آوریم:

$$f(x)=\begin{cases}2x+3 & x>1\\ -3x+4 & x\leq 1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x>1 \Rightarrow 2x>2 \Rightarrow 2x+3>5 \Rightarrow y>5\\ x\leq 1 \Rightarrow -3x\geq -3 \Rightarrow -3x+4\geq 1 \Rightarrow y\geq 1\end{cases}$$

پس مقادیر $f(x)$ همواره بزرگ‌تر مساوی یک هستند؛ بنابراین فقط ضابطهٔ اول $g(x)$ مطلوب است؛ یعنی: $g(x)=4x+1$

حال مقدار خواسته‌شدهٔ سؤال را به‌دست می‌آوریم:

$$fog(-2)=f(g(-2))=f(-7)\xrightarrow{-7\leq 1} f(-7)=-3(-7)+4=21+4=25$$

8- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- اگر f و g دو تابع باشند به‌طوری که برد تابع f و دامنهٔ تابع g اشتراک ناتهی داشته باشند، تابع $g(f(x))$ را با نماد $(gof)(x)$ نمایش می‌دهیم و تابع gof را «تابع مرکب» می‌نامیم، به عبارت دیگر: $(gof)(x)=g(f(x))$

جوابش اینه

باید معادلهٔ $f(f(x))=0$ را حل کنیم؛ ابتدا معادلهٔ $f(x)=0$ را حل می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases}2x-x^2 & 0<x\leq 2\\ x+1 & -2\leq x\leq 0\end{cases} \xrightarrow{f(x)=0} \begin{cases}2x-x^2=0 \xrightarrow{0<x\leq 2} \begin{cases}x=0 \ \text{✗}\\ x=2 \ \text{✓}\end{cases}\\ x+1=0 \xrightarrow{-2\leq x\leq 0} x=-1 \ \text{✓}\end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\begin{cases}f(2)=0\\ f(-1)=0\end{cases} \xrightarrow{f(f(x))=0} \begin{cases}f(x)=2\\ f(x)=-1\end{cases}$$

حال دو معادلهٔ $f(x)=2$ و $f(x)=-1$ را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases}2x-x^2=2 \Rightarrow x^2-2x+2=0 \xrightarrow{\Delta<0} \text{معادله ریشهٔ حقیقی ندارد.}\\ x+1=2 \Rightarrow x=1 \xrightarrow{-2\leq x\leq 0} \text{معادله در این بازه جواب ندارد.}\end{cases}$$

$$\begin{cases}2x-x^2=-1 \Rightarrow x^2-2x-1=0 \xrightarrow{\Delta=8} x=\frac{2\pm 2\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{0<x\leq 2} \begin{cases}x=1+\sqrt{2} \ \text{✗}\\ x=1-\sqrt{2} \ \text{✗}\end{cases}\\ x+1=-1 \Rightarrow x=-2 \xrightarrow{-2\leq x\leq 0} x=-2 \text{ جواب معادله است.}\end{cases}$$

پس معادلهٔ $(fof)(x)=0$

9- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- دامنهٔ تابع مرکب gof، مجموعهٔ xهایی است که هم‌زمان در دو شرط زیر صدق کنند:

۱- x در دامنهٔ f قرار داشته باشد.

۲- $f(x)$ در دامنهٔ g قرار داشته باشد.

بنابراین دامنهٔ تابع gof را می‌توان به‌صورت زیر نوشت: $D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}$

جوابش اینه

فرض می‌کنیم $D_f=[\alpha,\beta]$، در این صورت ورودی‌های تابع f در این بازه هستند؛ بنابراین:

$$g(x)=2-3f(2-\frac{x}{3}) \Rightarrow \alpha\le 2-\frac{x}{3}\le\beta \Rightarrow 2-\beta\le\frac{x}{3}\le 2-\alpha \Rightarrow 6-3\beta\le x\le 6-3\alpha$$

$$D_g=[-3,9] \Rightarrow \begin{cases}6-3\alpha=9 \Rightarrow \alpha=-1\\ 6-3\beta=-3 \Rightarrow \beta=3\end{cases} \Rightarrow D_f=[-1,3]$$

برای آنکه تابع $h(x)=1+2f(2x-1)$ تعریف‌شده باشد، باید $2x-1$ در بازهٔ $[-1,3]$ باشد؛ بنابراین:

$$-1\le 2x-1\le 3 \Rightarrow 0\le x\le 2$$

بنابراین ۳ عدد صحیح $0,1,2$ در دامنهٔ تابع h وجود دارند.

10- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- برای رسم نمودار تابع $y=f(kx)$، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم.

اگر $k>0$، نمودار $y=f(kx)$ را می‌توان با انبساط یا انقباض نمودار $y=f(x)$ در امتداد محور xها به‌دست آورد.

اگر $k<0$، ابتدا نمودار f نسبت به محور yها قرینه می‌شود، سپس با ضریب $\left|\frac{1}{k}\right|$ به‌طور افقی منبسط یا منقبض می‌شود.

- برای رسم نمودار تابع $y=f(-x)$، کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم.

جوابش اینه

با استفاده از اتحاد مربع دوجمله‌ای داریم: $f(x)=4x-2x^2 \Rightarrow y=-2(x^2-2x)=-2(x-1)^2+2$

اکنون تبدیلات بیان‌شده را روی تابع f انجام می‌دهیم:

$$y=-2(x-1)^2+2 \xrightarrow[x\to x+2]{\text{۲ واحد به چپ}} y=-2(x+1)^2+2 \xrightarrow[x\to -x]{\text{قرینه نسبت به محور عرض‌ها}} y=-2(-x+1)^2+2$$

$$\xrightarrow[x\to\frac{x}{2}]{\text{طول نقاط دو برابر}} y=-2(-\frac{x}{2}+1)^2+2$$

تابع به‌دست آمده در بازهٔ (α,β) بالای محور طول‌ها قرار دارد؛ بنابراین داریم:

$$y>0 \Rightarrow -2(-\frac{x}{2}+1)^2+2>0 \xrightarrow{\div(-2)} (-\frac{x}{2}+1)^2<1 \Rightarrow -1<-\frac{x}{2}+1<1 \xrightarrow{-1} -2<-\frac{x}{2}<0$$

$$\xrightarrow{\times(-2)} 0<x<4 \Rightarrow x\in(0,4) \xrightarrow[\beta=4]{\alpha=0} \beta-\alpha=4$$

11- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۳)

خوبه اینو بدونی

- با جابه‌جا کردن مؤلفه‌های زوج‌مرتب (a,b)، می‌توان زوج‌مرتب (b,a) را به دست آورد. حال اگر مؤلفه‌های همهٔ زوج‌های مرتب تابع f را جابه‌جا کنیم، رابطهٔ جدیدی به دست می‌آید که آن را وارون تابع f می‌گوییم و با f^{-1} نشان می‌دهیم.

جوابش اینه

ابتدا وارون تابع f را به‌دست می‌آوریم: $f=\{(1,3),(2,-1),(3,1)\} \Rightarrow f^{-1}=\{(3,1),(-1,2),(1,3)\}$

با توجه به فرض سؤال، داریم: $g(x)=2-f^{-1}(1-2x)$

$$\begin{cases}1-2x=3 \Rightarrow x=-1\\ 1-2x=-1 \Rightarrow x=1\\ 1-2x=1 \Rightarrow x=0\end{cases} \xrightarrow{g(x)=2-f^{-1}(1-2x)} \begin{cases}x=-1 \Rightarrow g(-1)=2-f^{-1}(3)=2-1=1\\ x=1 \Rightarrow g(1)=2-f^{-1}(-1)=2-2=0\\ x=0 \Rightarrow g(0)=2-f^{-1}(1)=2-3=-1\end{cases}$$

بنابراین تابع g به‌صورت زیر است: $g=\{(-1,1),(1,0),(0,-1)\}$

12- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ **مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۳)**

خوبه اینو بدونی

- اگر f تابعی وارون‌پذیر باشد، آنگاه: $(a,b)\in f \Leftrightarrow (b,a)\in f^{-1}$
- اگر f و g دو تابع باشند به‌طوری که برد تابع f و دامنهٔ تابع g اشتراک ناتهی داشته باشند، تابع $g(f(x))$ را با نماد $(gof)(x)$ نمایش می‌دهیم و تابع gof را تابع مرکب می‌نامیم، به عبارت دیگر: $(gof)(x)=g(f(x))$

جوابش اینه

نقطهٔ $A(2,4)$ روی تابع داده‌شده قرار دارد، پس مختصات آن در تابع صدق می‌کند:

$$y=3-f(\frac{x}{2}) \xrightarrow{A(2,4)\in y} 4=3-f(1) \Rightarrow f(1)=-1$$

بنابراین:

$$f(1)=-1 \Rightarrow f^{-1}(-1)=1$$

حال داریم:

$$\begin{cases}y=4-f^{-1}(1-3x)\\ 1-3x=-1 \Rightarrow x=\frac{2}{3}\end{cases} \xrightarrow{x=\frac{2}{3}} y=4-f^{-1}(-1)=4-1=3$$

بنابراین نقطهٔ $M(\frac{2}{3},3)$ روی تابع $y=4-f^{-1}(1-3x)$ است؛ پس $\alpha=\frac{2}{3}$، $\beta=3$ و $\alpha\beta=2$.

13- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ **مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۳)**

خوبه اینو بدونی

- برای به‌دست آوردن ضابطهٔ تابع وارون یک تابع یک‌به‌یک مانند f، در معادلهٔ $y=f(x)$ در صورت امکان x را برحسب y محاسبه می‌کنیم، سپس با تبدیل y به x، $f^{-1}(x)$ را به‌دست می‌آوریم.

جوابش اینه

اگر ضابطهٔ تابع f^{-1} را وارون کنیم، باید به ضابطهٔ تابع f برسیم:

$$f^{-1}: y=a-\sqrt{x+10} \Rightarrow \sqrt{x+10}=a-y$$

$a-y$ برابر با حاصل یک رادیکال است، پس مقداری نامنفی است؛ یعنی $a-y\geq 0$، پس $y\leq a$. حال داریم:

$$\sqrt{x+10}=a-y \xrightarrow{\text{توان ۲}} x+10=a^2+y^2-2ay \Rightarrow x=y^2-2ay+(a^2-10)$$

با تعویض جای x و y، ضابطهٔ تابع f به‌صورت $y=x^2-2ax+(a^2-10)$ با دامنهٔ $x\leq a$ است.

با تطبیق ضابطهٔ به‌دست آمده با $f(x)=x^2+bx+6$، داریم:

$$a^2-10=6 \Rightarrow a^2=16 \Rightarrow a=\pm 4$$

طبق فرض سؤال، a عددی طبیعی است؛ پس $a=4$ و دامنهٔ تابع به‌صورت $x\leq 4$ است.

14- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس‌های ۲ و ۳)

خوبه اینو بدونی

- اگر f تابعی وارون‌پذیر باشد، آنگاه: $(a,b)\in f \Leftrightarrow (b,a)\in f^{-1}$

جوابش اینه

ابتدا انتقال‌های بیان‌شده را انجام می‌دهیم:

$$f(x)=\sqrt{4-2x} \xrightarrow[x\to x-3]{\text{سه واحد به راست}} y=\sqrt{4-2(x-3)} \xrightarrow[y-k]{k\text{ واحد به پایین}} y=\sqrt{-2x+10}-k \quad , \quad k>0$$

پس ضابطهٔ جدید به‌صورت $g(x)=\sqrt{-2x+10}-k$ است. طبق فرض سؤال، نمودار دو تابع $g(x)$ و $f^{-1}(x)$ در $x=\frac{1}{2}$ متقاطع‌اند؛ بنابراین:

$$g(\tfrac{1}{2})=f^{-1}(\tfrac{1}{2}) \Rightarrow \sqrt{-2(\tfrac{1}{2})+10}-k=f^{-1}(\tfrac{1}{2}) \Rightarrow 3-k=f^{-1}(\tfrac{1}{2}) \Rightarrow f(3-k)=\frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{f(x)=\sqrt{4-2x}} \sqrt{4-2(3-k)}=\frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{-2+2k}=\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} -2+2k=\frac{1}{4} \Rightarrow 2k=\frac{9}{4} \Rightarrow k=\frac{9}{8}$$

15- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۳)

خوبه اینو بدونی

- محل تلاقی هر تابع اکیداً یکنوا با وارون خود، روی خط $y=x$ است.

جوابش اینه

تابع f با ضابطهٔ داده‌شده یک تابع وارون‌پذیر است؛ زیرا از انتقال، انقباض و انبساط تابع یک‌به‌یک $y=\sqrt{x}$ به‌دست می‌آید. دو نقطهٔ A و B محل تلاقی تابع fof با خط $y=x$ هستند؛ پس طول نقاط A و B، جواب‌های معادلهٔ زیر هستند:

$$(fof)(x)=x \Rightarrow f(f(x))=x \Rightarrow f(x)=f^{-1}(x)$$

بنابراین نقاط A و B محل تلاقی تابع f با وارون آن یعنی f^{-1} هستند.

تابع f تابعی اکیداً صعودی است و محل تلاقی هر تابع اکیداً صعودی با وارون خود، حتماً روی خط $y=x$ است. پس به‌جای حل معادله $f(x)=f^{-1}(x)$، معادلهٔ زیر را حل می‌کنیم:

$$f(x)=x \Rightarrow 2\sqrt{2x-1}-1=x \Rightarrow 2\sqrt{2x-1}=x+1 \xrightarrow[\text{توان ۲}]{x\geq -1} 4(2x-1)=x^2+2x+1 \Rightarrow 8x-4=x^2+2x+1$$

$$\Rightarrow x^2-6x+5=0 \Rightarrow (x-5)(x-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=5 \end{cases}$$

بنابراین طول نقاط A و B برابر ۱ و ۵ است. چون این دو نقطه روی نیمساز ربع اول و سوم هستند، پس مختصات آن‌ها به‌صورت $(1,1)$ و $(5,5)$ بوده و فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر برابر است با:

$$AB=\sqrt{(5-1)^2+(5-1)^2}=\sqrt{16+16}=4\sqrt{2}$$

16- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس‌های ۱، ۲ و ۳)

خوبه اینو بدونی

- اگر برای هر دو نقطهٔ x_1 و x_2 از مجموعهٔ A $(A\subseteq D_f)$ که $x_1<x_2$، داشته باشیم $f(x_1)<f(x_2)$، آنگاه f را «تابعی اکیداً صعودی» می‌نامیم.
- برای رسم نمودار تابع $y=f(kx)$، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم.

اگر $k>0$، نمودار $y=f(kx)$ را می‌توان با انبساط یا انقباض نمودار $y=f(x)$ در امتداد محور xها به‌دست آورد.

اگر $k<0$، ابتدا نمودار f نسبت به محور yها قرینه می‌شود، سپس با ضریب $\left|\frac{1}{k}\right|$ به‌طور افقی منبسط یا منقبض می‌شود.

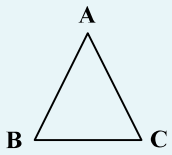
- برای رسم نمودار تابع $y=f(-x)$، کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم.

پاسخ ریاضی گزینه دو ۱۴۰۴/۹/۷

۱ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- مساحت مثلث ABC از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



$$\text{مساحت } \overset{\triangle}{ABC} = \frac{1}{2}AB\times BC\times\sin\hat{B} = \frac{1}{2}AC\times BC\times\sin\hat{C} = \frac{1}{2}AC\times AB\times\sin\hat{A}$$

جوابش اینه

با توجه به نکتهٔ بالا، داریم:

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{1}{2}\times 12\times 15\times\sin 60^\circ = \frac{1}{2}\times 12\times 15\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 45\sqrt{3}$$

۲ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۳)

خوبه اینو بدونی

- اگر α زاویهٔ دلخواهی باشد، همواره داریم:

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \begin{cases}\sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha\\ \text{یا}\\ \cos^2\alpha = 1-\sin^2\alpha\end{cases}$$

در رابطه‌های فوق، علامت نسبت مثلثاتی زاویهٔ α با توجه به ناحیه‌ای که زاویهٔ α در آن قرار دارد، تعیین می‌شود.

جوابش اینه

با توجه به فرض سؤال، داریم:

$$A = \sin x(\sin x-\cos x) = \sin^2 x-\sin x\cos x$$

$$B = \cos x(\cos x+\sin x) = \cos^2 x+\cos x\sin x$$

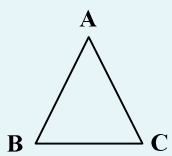
با جمع رابطه‌های بالا، داریم:

$$A+B = \sin^2 x-\sin x\cos x+\cos^2 x+\cos x\sin x \Rightarrow A+B = \sin^2 x+\cos^2 x \Rightarrow A+B = 1 \Rightarrow B = 1-A$$

۳ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

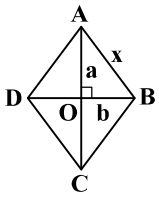
- مساحت مثلث ABC از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



$$\text{مساحت } \overset{\triangle}{ABC} = \frac{1}{2}AB\times BC\times\sin\hat{B} = \frac{1}{2}AC\times BC\times\sin\hat{C} = \frac{1}{2}AC\times AB\times\sin\hat{A}$$

جوابش اینه

با رسم شکل و با فرض $AC = ۲a$ ، $BD = ۲b$ و $AB = x$ ، داریم:



$$S_{\triangle ABD} = \frac{۱}{۲} AB \times AD \times \sin \hat{A} = \frac{۱}{۲} x^۲ \sin \hat{A}$$

$$S_{ABCD} = ۲S_{\triangle ABD} = x^۲ \sin \hat{A} \quad (۱)$$

از طرفی می‌دانیم مساحت لوزی برابر با نصف حاصل‌ضرب قطرهاست:

$$S_{ABCD} = \frac{۱}{۲} AC \times BD \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{۱}{۲} \times ۲a \times ۲b = ۲ab \quad (۲)$$

بنابراین با توجه به روابط (۱) و (۲)، داریم:

$$(۱),(۲) \Rightarrow x^۲ \sin \hat{A} = ۲ab$$

اکنون طبق فرض سؤال، داریم:

$$x^۲ = ۲a \times ۲b \Rightarrow x^۲ = ۴ab \quad (*)$$

بنابراین:

$$x^۲ \sin \hat{A} = ۲ab \xrightarrow{(*)} ۴ab \sin \hat{A} = ۲ab \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = ۳۰^\circ \\ \text{یا} \\ \hat{A} = ۱۵۰^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{مقدار کوچک‌تر } A} A = ۳۰^\circ$$

۴ - پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ **مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۲)**

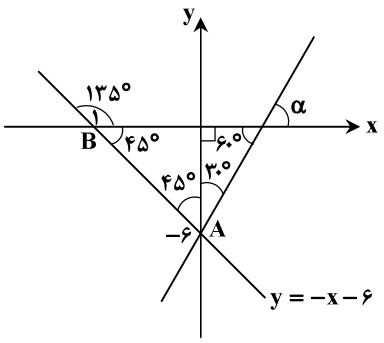
خوبه اینو بدونی

- شیب هر خط که محور افقی را قطع می‌کند، برابر است با تانژانت زاویهٔ بین آن خط و جهت مثبت محور طول‌ها. به عبارت دیگر، اگر α زاویه‌ای باشد که خط با جهت مثبت محور طول‌ها می‌سازد، آنگاه: شیب خط $= \tan \alpha$

جوابش اینه

شیب خط $y = -x - ۶$، برابر -۱ است. این مقدار برابر با تانژانت زاویهٔ $\hat{B}_۱$ است، پس:

$$\tan \hat{B}_۱ = -۱ \Rightarrow \hat{B}_۱ = ۱۳۵^\circ$$



پس خط $y = -x - ۶$ با جهت مثبت محور عرض‌ها در نقطهٔ $\hat{A}$، زاویهٔ ۴۵° می‌سازد. بنابراین وقتی این خط را حول نقطهٔ A، ۷۵° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران دهیم، خط به‌دست آمده با جهت مثبت محور عرض‌ها در نقطهٔ A، زاویهٔ ۳۰° و در نتیجه با جهت مثبت محور طول‌ها زاویهٔ $\alpha = ۶۰^\circ$ می‌سازد و شیب این خط برابر است با:

$$m = \tan \alpha = \tan ۶۰^\circ = \sqrt{۳}$$

معادلهٔ خطی با شیب $\sqrt{۳}$ که از نقطهٔ $A(۰,-۶)$ می‌گذرد، به‌صورت $y = \sqrt{۳}x - ۶$ بوده و برای به‌دست آوردن محل تلاقی آن با محور طول‌ها، کافی است مقدار y را برابر صفر قرار دهیم:

$$\sqrt{۳}x - ۶ = ۰ \Rightarrow \sqrt{۳}x = ۶ \Rightarrow x = \frac{۶}{\sqrt{۳}} \Rightarrow x = ۲\sqrt{۳}$$

بنابراین خط به‌دست آمده، محور طول‌ها را در نقطهٔ $(۲\sqrt{۳}, ۰)$ قطع می‌کند.

۵ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ **مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۳)**

خوبه اینو بدونی

- اگر α زاویهٔ دلخواهی باشد، همواره داریم:

$$\sin^۲ \alpha + \cos^۲ \alpha = ۱ \Rightarrow \begin{cases} \sin^۲ \alpha = ۱ - \cos^۲ \alpha \\ \text{یا} \\ \cos^۲ \alpha = ۱ - \sin^۲ \alpha \end{cases}$$

جوابش اینه

سمت چپ معادله را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$\frac{۱-\cos\alpha-\cos^۲\alpha+\cos^۳\alpha}{\sin^۴\alpha}=\frac{(۱-\cos\alpha)-\cos^۲\alpha(۱-\cos\alpha)}{\sin^۴\alpha}=\frac{(۱-\cos\alpha)(۱-\cos^۲\alpha)}{\sin^۲\alpha\times\sin^۲\alpha}=\frac{(۱-\cos\alpha)\times\sin^۲\alpha}{(۱-\cos^۲\alpha)\times\sin^۲\alpha}$$

$$=\frac{۱-\cos\alpha}{(۱-\cos\alpha)(۱+\cos\alpha)}=\frac{۱}{۱+\cos\alpha}$$

حال با توجه به فرض سؤال، داریم:

$$\frac{۱}{۱+\cos\alpha}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow ۱+\cos\alpha=\frac{۳}{۴}\Rightarrow \cos\alpha=-\frac{۱}{۴}$$

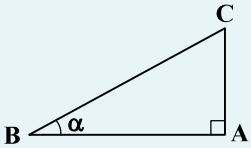
۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ **مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۳)**

خوبه اینو بدونی

- اگر α زاویهٔ دلخواهی باشد، همواره داریم:

$$\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha=۱\Rightarrow\begin{cases}\sin^۲\alpha=۱-\cos^۲\alpha\\ \text{یا}\\ \cos^۲\alpha=۱-\sin^۲\alpha\end{cases}$$

- مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یکی از زوایای حادّهٔ آن α باشد را در نظر بگیرید. نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ α به‌صورت زیر تعریف می‌شود:



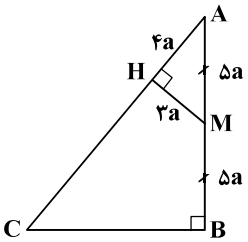
$$\text{سینوس}:\sin\alpha=\frac{AC}{BC}=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}\qquad \text{کسینوس}:\cos\alpha=\frac{AB}{BC}=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}$$

$$\text{تانژانت}:\tan\alpha=\frac{AC}{AB}=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}\qquad \text{کتانژانت}:\cot\alpha=\frac{AB}{AC}=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}}$$

جوابش اینه

$\sin\hat{A}=۰/۶=\frac{۳}{۵}$ است، پس مقدار $\cos\hat{A}$ برابر است با:

$$\sin^۲\hat{A}+\cos^۲\hat{A}=۱\Rightarrow(\frac{۳}{۵})^۲+\cos^۲\hat{A}=۱\Rightarrow\cos^۲\hat{A}=\frac{۱۶}{۲۵}\xrightarrow{\hat{A}<۹۰^\circ}\cos\hat{A}=\frac{۴}{۵}$$



بنابراین اگر در مثلث قائم‌الزاویهٔ AHM، طول وتر را برابر $۵a$ در نظر بگیریم، طول ضلع مقابل به زاویهٔ $\hat{A}$ برابر $۳a$ و طول ضلع مجاور به زاویهٔ $\hat{A}$ برابر $۴a$ است:

$$\sin\hat{A}=\frac{HM}{AM}\Rightarrow\frac{۳}{۵}=\frac{HM}{۵a}\Rightarrow HM=۳a$$

$$\cos\hat{A}=\frac{AH}{AM}\Rightarrow\frac{۴}{۵}=\frac{AH}{۵a}\Rightarrow AH=۴a$$

با توجه به اینکه نقطهٔ M وسط پاره‌خط AB است، پس $AM=BM$؛ یعنی BM نیز برابر $۵a$ است. اکنون با توجه به نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، داریم:

$$\cos\hat{A}=\frac{AB}{AC}\Rightarrow\frac{۴}{۵}=\frac{۵a+۵a}{AC}\Rightarrow AC=\frac{۵\times۱۰a}{۴}=\frac{۲۵}{۲}a$$

$$\Rightarrow ۴a+CH=\frac{۲۵}{۲}a\Rightarrow CH=\frac{۱۷}{۲}a$$

$$\tan\hat{A}=\frac{BC}{AB}\Rightarrow\frac{\sin\hat{A}}{\cos\hat{A}}=\frac{BC}{۵a+۵a}\Rightarrow\frac{۰/۶}{۰/۸}=\frac{BC}{۱۰a}\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{BC}{۱۰a}\Rightarrow BC=\frac{۱۵}{۲}a$$

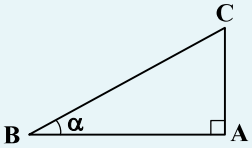
بنابراین مقدار خواسته‌شدهٔ سؤال برابر است با:

$$\frac{CH}{BC}=\frac{\frac{۱۷}{۲}a}{\frac{۱۵}{۲}a}=\frac{۱۷}{۱۵}$$

۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یکی از زوایای حادّهٔ آن α باشد را در نظر بگیرید. نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ α به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

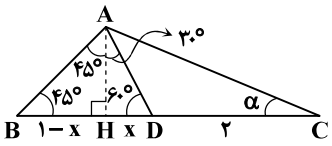


$$\text{کسینوس}: \cos\alpha = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{AB}{BC} \qquad \text{سینوس}: \sin\alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\text{کتانژانت}: \cot\alpha = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}} = \frac{AB}{AC} \qquad \text{تانژانت}: \tan\alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{AC}{AB}$$

جوابش اینه

ابتدا ارتفاع AH را رسم می‌کنیم و با فرض $DH = x$، داریم:



$$\overset{\triangle}{AHD}: \tan 60^\circ = \frac{AH}{HD} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AH}{x} \Rightarrow AH = \sqrt{3}x \quad (1)$$

$$\overset{\triangle}{ABH}: \hat{A} = \hat{B} = 45^\circ \Rightarrow AH = BH \xrightarrow{(1)} \sqrt{3}x = 1 - x \Rightarrow (\sqrt{3}+1)x = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{3}+1} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

اکنون در مثلث قائم‌الزاویهٔ AHC، داریم:

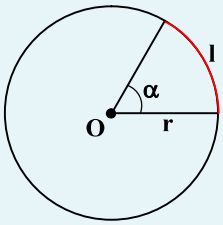
$$\overset{\triangle}{AHC}: \tan\alpha = \frac{AH}{HC} \xrightarrow{(1)} \tan\alpha = \frac{\sqrt{3}x}{x+2} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)}{\frac{\sqrt{3}-1}{2}+2} = \frac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{(3-\sqrt{3})^2}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{12-6\sqrt{3}}{6} = 2-\sqrt{3}$$

۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * ریاضی ۲ (فصل ۴، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- اگر l طول کمان روبه‌روی زاویه، r اندازهٔ شعاع دایره و α اندازهٔ زاویه برحسب رادیان باشد، آنگاه رابطهٔ مقابل بین آن‌ها برقرار است:



$$\alpha = \frac{l}{r}$$

در رابطهٔ بالا l و r هم واحدند.

- اگر D اندازهٔ زاویهٔ α برحسب درجه و R اندازهٔ زاویهٔ α برحسب رادیان باشد، آنگاه:

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi \text{ رادیان}}$$

جوابش اینه

ابتدا زاویهٔ 72° را به رادیان تبدیل می‌کنیم:

$$1^\circ = \left(\frac{\pi}{180}\right)^{rad} \Rightarrow 72^\circ = \left(\frac{72\pi}{180}\right)^{rad} \Rightarrow 72^\circ = \frac{2\pi}{5} \text{ رادیان}$$

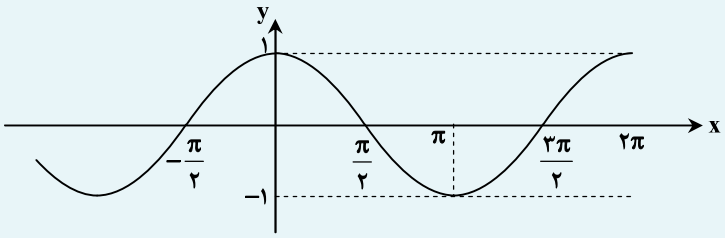
اکنون با توجه به نکته و فرض سؤال، داریم:

$$\alpha = \frac{l}{r} \Rightarrow \frac{2\pi}{5} = \frac{4\pi}{r} \Rightarrow r = 10$$

۹ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * ریاضی ۲ (فصل ۴، درس ۳)

خوبه اینو بدونی

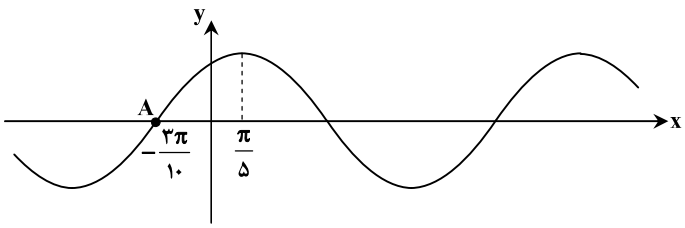
- نمودار تابع $y = \cos x$، به‌صورت زیر است:



- برای رسم نمودار تابع $f(x+k)$، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را $|k|$ واحد در امتداد محور طول‌ها انتقال دهیم. اگر $k > ۰$، انتقال در جهت منفی و اگر $k < ۰$، انتقال در جهت مثبت خواهد بود.

جوابش اینه

برای رسم تابع $y = \cos(x - \frac{\pi}{۵})$، کافی است نمودار تابع $y = \cos x$ را $\frac{\pi}{۵}$ واحد به سمت راست انتقال دهیم.



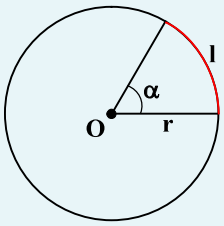
بنابراین طول نقطهٔ A برابر است با:

$$x_A = -\frac{\pi}{۲} + \frac{\pi}{۵} = -\frac{۳\pi}{۱۰}$$

۱۰ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۲ (فصل ۴، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- اگر l طول کمان روبه‌روی زاویه، r اندازهٔ شعاع دایره و α اندازهٔ زاویه برحسب رادیان باشد، آنگاه رابطهٔ مقابل بین آن‌ها برقرار است:



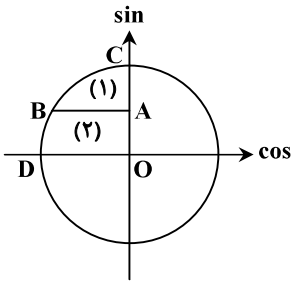
$$\alpha = \frac{l}{r}$$

در رابطهٔ بالا l و r هم واحدند.

جوابش اینه

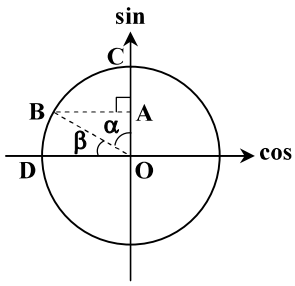
محیط شکل (۱) را با $P_۱$ و محیط شکل (۲) را با $P_۲$ نمایش می‌دهیم. پس مقدار خواسته‌شده برابر است با:

$$P_۲ - P_۱ = (AO + OD + AB + \overset{\frown}{BD}) - (AC + AB + \overset{\frown}{BC})$$
$$= AO - AC + OD + \overset{\frown}{BD} - \overset{\frown}{BC} = OD + \overset{\frown}{BD} - \overset{\frown}{BC}$$



نقطهٔ A وسط پاره‌خط OC واقع شده است، پس $AO = AC$. ضمناً در دایرهٔ مثلثاتی، شعاع برابر یک است؛ پس $OD = ۱$.

با توجه به اینکه در مثلث قائم‌الزاویهٔ OAB، طول OA نصف طول OB است، پس $\cos\alpha = \frac{OA}{OB} = \frac{۱}{۲}$؛ یعنی $\alpha = \frac{\pi}{۳}$ است؛ بنابراین β که متمم زاویهٔ α است، برابر $\frac{\pi}{۶}$ رادیان می‌باشد. بنابراین در دایره به شعاع یک، اندازهٔ کمان‌های $\overset{\frown}{BD}$ و $\overset{\frown}{BC}$ به‌ترتیب برابر $\frac{\pi}{۶}$ و $\frac{\pi}{۳}$ می‌باشد و مقدار خواسته‌شده برابر است با:



$$P_۲ - P_۱ = ۱ + \overset{\frown}{BD} - \overset{\frown}{BC} = ۱ + \frac{\pi}{۶} - \frac{\pi}{۳} = ۱ - \frac{\pi}{۶}$$

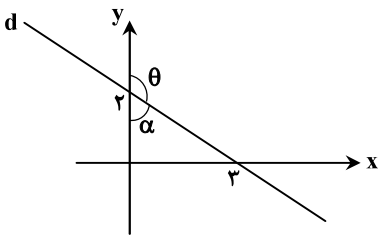
۱۱ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۲ (فصل ۴، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- $\tan(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-\cot\alpha$ ، $\tan(\pi+\alpha)=\tan\alpha$ ، $\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$

جوابش اینه

با توجه به شکل، داریم:



$$\tan\alpha=\frac{۳}{۲}$$

$$\alpha+\theta=۱۸۰^\circ \Rightarrow \theta=۱۸۰^\circ-\alpha \Rightarrow \tan\theta=\tan(۱۸۰^\circ-\alpha)$$

$$\Rightarrow \tan\theta=-\tan\alpha \Rightarrow \tan\theta=-\frac{۳}{۲}$$

بنابراین مقدار خواسته‌شدهٔ سؤال، برابر است با:

$$\tan(\frac{\pi}{2}+\theta)=-\cot\theta \Rightarrow \tan(\frac{\pi}{2}+\theta)=-\frac{۱}{\tan\theta}=-\frac{۱}{-\frac{۳}{۲}}=\frac{۲}{۳}$$

۱۲ - پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۲ (فصل ۴، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- $\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$
- $\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$

جوابش اینه

مقدار $\alpha=\frac{۷\pi}{۶}$ را در عبارت داده‌شده جایگذاری می‌کنیم:

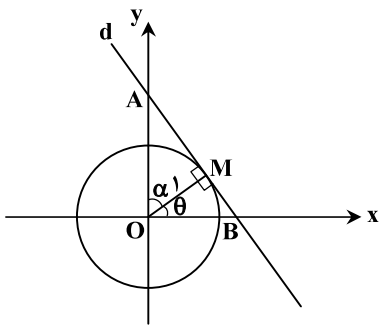
$$A=\frac{۲\sin(\frac{۷\pi}{۶}+\frac{\pi}{۶})}{\tan(\frac{۷\pi}{۶}-\frac{\pi}{۳})}=\frac{۲\sin\frac{۴\pi}{۳}}{\tan\frac{۵\pi}{۶}}=\frac{۲\sin(\pi+\frac{\pi}{۳})}{\tan(\pi-\frac{\pi}{۶})}=\frac{-۲\sin\frac{\pi}{۳}}{-\tan\frac{\pi}{۶}}=\frac{-۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{-\frac{\sqrt{۳}}{۳}}=۳$$

۱۳ - پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۲ (فصل ۴، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- اگر α و β، دو زاویهٔ متمم باشند، آنگاه $\tan\alpha=\cot\beta$ است.
- $\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$

جوابش اینه



خط d در نقطهٔ M بر دایرهٔ مثلثاتی $(OM=۱)$ مماس است؛ بنابراین $\hat{M}=۹۰^\circ$ و داریم:

$$\overset{\triangle}{MBO}: \tan\theta=\frac{MB}{OM}=\frac{MB}{۱} \Rightarrow \tan\theta=MB \quad (۱)$$

$$\overset{\triangle}{AMO}: \tan\alpha=\frac{AM}{OM}=\frac{AM}{۱} \Rightarrow \tan\alpha=AM \quad (۲)$$

حال با تقسیم رابطهٔ (۱) بر رابطهٔ (۲)، داریم:

$$\frac{\tan\theta}{\tan\alpha}=\frac{MB}{AM} \xrightarrow{AM=۳MB} \frac{\tan\theta}{\tan\alpha}=\frac{MB}{۳MB}=\frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow \tan\alpha=۳\tan\theta \quad (*)$$

$\alpha+\theta=\frac{\pi}{2}$ است، یعنی α و θ دو زاویهٔ متمم هستند؛ بنابراین داریم:

$$\tan\theta=\cot\alpha \Rightarrow \tan\theta=\frac{1}{\tan\alpha} \xrightarrow{(*)} \tan\theta=\frac{1}{3\tan\theta} \Rightarrow \tan^2\theta=\frac{1}{3} \xrightarrow{\theta \text{ در ربع اول}} \tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta=\frac{\pi}{6}$$

بنابراین مقدار خواسته‌شدهٔ سؤال، برابر است با:

$$\sin^3(\frac{43\pi}{6}+4\theta)=\sin^3(\frac{43\pi}{6}+\frac{4\pi}{6})=\sin^3(\frac{47\pi}{6})=\sin^3(8\pi-\frac{\pi}{6})=\sin^3(-\frac{\pi}{6})=-\sin^3(\frac{\pi}{6})=-\frac{1}{8}$$

۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * ریاضی ۲ (فصل ۴، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- اگر α و β، دو زاویهٔ متمم باشند، آنگاه $\sin\alpha=\cos\beta$ خواهد بود.
- $\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-\sin\alpha$

جوابش اینه

زوایای $\frac{3\pi}{8}-x$ و $x+\frac{\pi}{8}$، متمم هستند؛ پس داریم:

$$(\frac{3\pi}{8}-x)+(x+\frac{\pi}{8})=\frac{4\pi}{8}=\frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos(\frac{3\pi}{8}-x)=\sin(x+\frac{\pi}{8}) \quad (*)$$

حال با توجه به فرض سؤال، داریم:

$$3\sin(x+\frac{\pi}{8})+2\cos(\frac{3\pi}{8}-x)=4 \xrightarrow{(*)} 3\sin(x+\frac{\pi}{8})+2\sin(x+\frac{\pi}{8})=4 \Rightarrow 5\sin(x+\frac{\pi}{8})=4 \Rightarrow \sin(x+\frac{\pi}{8})=\frac{4}{5}$$

بنابراین مقدار خواسته‌شدهٔ سؤال، برابر است با:

$$\cos(\frac{5\pi}{8}+x)=\cos(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{8}+x)=-\sin(\frac{\pi}{8}+x)=-\frac{4}{5}=-0/8$$

۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * ریاضی ۲ (فصل ۴، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- $\tan(\frac{3\pi}{2}+\alpha)=-\cot\alpha$
- $\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=\cos\alpha$

جوابش اینه

با فرض $x=\frac{\pi}{5}+\alpha$ و $y=\frac{17\pi}{10}+\alpha$، داریم:

$$y-x=(\frac{17\pi}{10}+\alpha)-(\frac{\pi}{5}+\alpha)=\frac{17\pi}{10}+\alpha-\frac{2\pi}{10}-\alpha=\frac{15\pi}{10}=\frac{3\pi}{2} \Rightarrow y=\frac{3\pi}{2}+x$$

همچنین با فرض $a=\frac{\pi}{7}-\alpha$ و $b=\frac{9\pi}{14}-\alpha$، داریم:

$$b-a=(\frac{9\pi}{14}-\alpha)-(\frac{\pi}{7}-\alpha)=\frac{9\pi}{14}-\alpha-\frac{2\pi}{14}+\alpha=\frac{7\pi}{14}=\frac{\pi}{2} \Rightarrow b=\frac{\pi}{2}+a$$

اکنون تساوی داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$\tan y+\sin b+\cot x+\cos a=2 \Rightarrow \tan(x+\frac{3\pi}{2})+\cot x+\sin(\frac{\pi}{2}+a)+\cos a=2 \Rightarrow -\cot x+\cot x+\cos a+\cos a=2$$

$$\Rightarrow 2\cos a=2 \Rightarrow \cos a=1 \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{7}-\alpha)=1$$

اگر $\frac{\pi}{7}-\alpha$ برابر صفر باشد، تساوی داده‌شده برقرار است؛ پس $\alpha=\frac{\pi}{7}$، کوچک‌ترین زاویهٔ مثبتی است که در این تساوی صدق می‌کند.

۱۶ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * ریاضی ۳ (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- توابع به فرم $y=a\sin bx+c$ و $y=a\cos bx+c$، دارای مقدار ماکزیمم $|a|+c$، مقدار مینیمم $-|a|+c$ و دورهٔ تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

جواب اینه

با توجه به نکته، دورهٔ تناوب هر یک از گزینه‌ها را محاسبه می‌کنیم:

گزینهٔ ۱: $y=\pi\cos(2x)-1 \Rightarrow T=\frac{2\pi}{2} \Rightarrow T=\pi$ ✗ گنگ

گزینهٔ ۲: $y=-3\sin(\frac{x}{2})+\pi \Rightarrow T=\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} \Rightarrow T=4\pi$ ✗ گنگ

گزینهٔ ۳: $y=3\cos(\frac{3\pi}{2}x)+4 \Rightarrow T=\frac{2\pi}{\frac{3\pi}{2}} \Rightarrow T=\frac{4}{3}$ ✓ گویا

گزینهٔ ۴: $y=-\sin(\frac{x}{\pi})+1 \Rightarrow T=\frac{2\pi}{\frac{1}{\pi}} \Rightarrow T=2\pi^2$ ✗ گنگ

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۱۷ - پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * ریاضی ۳ (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- توابع به فرم $y=a\sin bx+c$ و $y=a\cos bx+c$، دارای مقدار ماکزیمم $|a|+c$، مقدار مینیمم $-|a|+c$ و دورهٔ تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

جواب اینه

با توجه به نکته و ضابطهٔ تابع $y=3\sin(\frac{2\pi}{3}x)-4$، داریم:

$$\begin{cases}\max=|a|+c=3-4=-1\\ \min=-|a|+c=-3-4=-7\end{cases} \Rightarrow \max-\min=-1-(-7)=6$$

$$T=\frac{2\pi}{|b|}=\frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}}=3$$

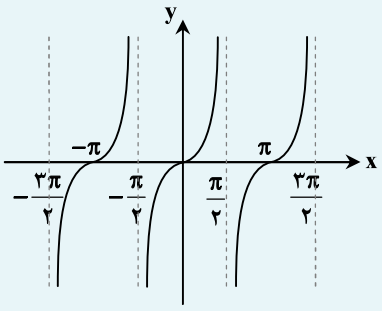
$$\frac{\max-\min}{T}=\frac{6}{3}=2$$

بنابراین مقدار خواسته‌شدهٔ سؤال، برابر است با:

۱۸ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * ریاضی ۳ (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- دامنهٔ تابع $y=\tan x$، مجموعهٔ $D=\left\{x\in\mathbb{R}\mid x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$ است و برد آن مجموعهٔ اعداد حقیقی است.
- نمودار تابع $y=\tan x$، به‌صورت زیر است:



جوابش اینه

تابع $y=\tan x$، روی هر بازه که در آن تعریف‌شده باشد، اکیداً صعودی است. دامنهٔ تابع $y=\tan x$، شامل مضارب فرد $\frac{\pi}{2}$ نیست؛ یعنی:

$$D=\left\{x\in\mathbb{R}\mid x\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$$

با توجه به نمودار تابع $y=\tan x$، این تابع در بازهٔ $(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ تعریف‌شده است؛ پس در این بازه اکیداً صعودی است.

۱۹ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- با داشتن نمودار تابعی مانند $y=f(x)$، می‌توان نمودار تابع $y=f(x)+k$ را با انتقال نمودار $y=f(x)$ به اندازهٔ k واحد در امتداد محور عرض‌ها به‌دست آورد. اگر $k>0$، انتقال در جهت مثبت و اگر $k<0$، انتقال در جهت منفی خواهد بود.
- برای رسم نمودار تابع $y=f(x+k)$، کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد در امتداد محور طول‌ها انتقال دهیم. اگر $k>0$، انتقال در جهت منفی و اگر $k<0$، انتقال در جهت مثبت خواهد بود.
- برای رسم نمودار تابع $y=-f(x)$، کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را نسبت به محور طول‌ها قرینه کنیم.
- برای رسم نمودار تابع $y=f(kx)$، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم.

اگر $k>0$، نمودار $y=f(kx)$ را می‌توان با انبساط یا انقباض نمودار $y=f(x)$ در امتداد محور xها به‌دست آورد.

اگر $k<0$، ابتدا نمودار f نسبت به محور yها قرینه می‌شود، سپس با ضریب $\left|\frac{1}{k}\right|$ به‌طور افقی منبسط یا منقبض می‌شود.

جوابش اینه

نقطهٔ A روی نمودار تابع داده شده است؛ پس در آن صدق می‌کند:

$$y=3-f(x)\xrightarrow{A(1,2)}2=3-f(1)\Rightarrow f(1)=1\quad(*)$$

حال مختصات نقطهٔ A' را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{x}{2}+1=1\Rightarrow x=0\Rightarrow y=f(1)-4\xrightarrow{(*)}y=1-4=-3\Rightarrow A'(0,-3)$$

بنابراین مجموع طول و عرض نقطهٔ A' برابر -3 است.

اینجوری هم میشه

با توجه به نکته و فرض سؤال، داریم:

$$\begin{cases}y=3-f(x)\\A(1,2)\end{cases}\xrightarrow{\text{۳ واحد به پایین}}\begin{cases}y=-f(x)\\A(1,-1)\end{cases}\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور طول‌ها}}\begin{cases}y=f(x)\\A(1,1)\end{cases}\xrightarrow{\text{۱ واحد به چپ}}\begin{cases}y=f(x+1)\\A(0,1)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{طول نقاط ۲ برابر}}\begin{cases}y=f(\frac{x}{2}+1)\\A(0,1)\end{cases}\xrightarrow{\text{۴ واحد به پایین}}\begin{cases}y=f(\frac{x}{2}+1)-4\\A'(0,-3)\xrightarrow{x+y}-3\end{cases}$$

۲۰ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- با داشتن نمودار تابعی مانند $f(x)$، می‌توان نمودار تابع $f(x)+k$ را با انتقال نمودار $f(x)$ به اندازهٔ k واحد در امتداد محور عرض‌ها به‌دست آورد. اگر $k>0$، انتقال در جهت مثبت و اگر $k<0$، انتقال در جهت منفی خواهد بود.
- برای رسم نمودار تابع $f(x+k)$، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در امتداد محور طول‌ها انتقال دهیم. اگر $k>0$، انتقال در جهت منفی و اگر $k<0$، انتقال در جهت مثبت خواهد بود.

جوابش اینه

مراحل انتقال را روی تابع $f(x)$ انجام می‌دهیم:

$$f(x)=\sqrt{2x} \xrightarrow[y-a]{\text{a واحد پایین}} y=\sqrt{2x}-a \xrightarrow[x\to x+2a]{\text{2a واحد به چپ}} y=\sqrt{2(x+2a)}-a \Rightarrow g(x)=\sqrt{2x+4a}-a$$

توابع $f(x)$ و $g(x)$، یکدیگر را در نقطه‌ای به طول $x=\frac{1}{2}$ قطع می‌کنند؛ پس داریم:

$$f(\frac{1}{2})=g(\frac{1}{2}) \quad 1=\sqrt{1+4a}-a \Rightarrow 1+a=\sqrt{1+4a} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1+2a+a^2=1+4a \Rightarrow a^2-2a=0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=2 \end{cases}$$

با توجه به شرط $a>0$، مقدار $a=2$ قابل قبول است.

۲۱ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۳)

خوبه اینو بدونی

- اگر f و g دو تابع باشند به‌طوری که برد تابع f و دامنهٔ تابع g اشتراک ناتهی داشته باشند، تابع $g(f(x))$ را با نماد $(gof)(x)$ نمایش می‌دهیم و تابع gof را تابع مرکب می‌نامیم؛ به عبارت دیگر: $(gof)(x)=g(f(x))$
- اگر f تابعی وارون‌پذیر باشد، آنگاه:

$$(a,b)\in f \Leftrightarrow (b,a)\in f^{-1}$$

جوابش اینه

با فرض $f^{-1}(8)=\alpha$، داریم:

$$f^{-1}(8)=\alpha \Rightarrow f(\alpha)=8$$

$$f(x)=\frac{4x+3}{4x-4} \xrightarrow{f(\alpha)=8} \frac{4\alpha+3}{4\alpha-4}=8 \Rightarrow 4\alpha+3=32\alpha-32 \Rightarrow 28\alpha=35 \Rightarrow \alpha=\frac{5}{4}$$

در نتیجه $f^{-1}(8)=\frac{5}{4}$ است. حال با فرض $g^{-1}of^{-1}(8)=g^{-1}(f^{-1}(8))=\beta$، داریم:

$$g^{-1}(f^{-1}(8))=\beta \xrightarrow{f^{-1}(8)=\frac{5}{4}} g^{-1}(\frac{5}{4})=\beta \Rightarrow g(\beta)=\frac{5}{4}$$

$$g(x)=\frac{2^x+1}{4} \Rightarrow g(\beta)=\frac{2^\beta+1}{4}=\frac{5}{4} \Rightarrow 2^\beta+1=5 \Rightarrow 2^\beta=2^2 \Rightarrow \beta=2$$

بنابراین $g^{-1}(f^{-1}(8))=2$ است.

۲۲ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۳)

خوبه اینو بدونی

- برای به‌دست آوردن ضابطهٔ تابع وارون یک تابع یک‌به‌یک مانند f، در معادلهٔ $y=f(x)$ در صورت امکان x را برحسب y محاسبه می‌کنیم، سپس با تبدیل y به x، $f^{-1}(x)$ را به‌دست می‌آوریم.

جوابش اینه

ابتدا ضابطهٔ وارون تابع $f(x)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$y=x+\sqrt{x^2+1} \Rightarrow y-x=\sqrt{x^2+1} \xrightarrow[\text{توان ۲}]{y\geq x} y^2+x^2-2xy=x^2+1 \Rightarrow 2xy=y^2-1$$

$$\Rightarrow x=\frac{y^2-1}{2y} \Rightarrow x=\frac{y}{2}-\frac{1}{2y} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2x}$$

بنابراین ضابطهٔ تابع $f^{-1}(x)$، به‌صورت $f^{-1}(x)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\times\frac{1}{x}$ است و با توجه به اینکه $f^{-1}(x)=ax+\frac{b}{x}$؛ پس $a=\frac{1}{2}$ و $b=-\frac{1}{2}$

مقدار خواسته‌شدهٔ سؤال برابر است با:

$$ab=\frac{1}{2}\times(-\frac{1}{2})=-\frac{1}{4}$$

۲۳ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس‌های ۲ و ۳)

خوبه اینو بدونی

- برای رسم نمودار تابع $y=f(x+k)$، کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد در امتداد محور طول‌ها انتقال دهیم. اگر $k>0$، انتقال در جهت منفی و اگر $k<0$، انتقال در جهت مثبت خواهد بود.
- برای رسم نمودار تابع $y=-f(x)$، کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را نسبت به محور طول‌ها قرینه کنیم.
- برای به‌دست آوردن ضابطهٔ تابع وارون یک تابع یک‌به‌یک مانند f، در معادلهٔ $y=f(x)$ در صورت امکان x را برحسب y محاسبه می‌کنیم، سپس با تبدیل y به x، $f^{-1}(x)$ را به‌دست می‌آوریم.
- برای رسم نمودار تابع $y=f(-x)$، کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم.

جوابش اینه

ابتدا داریم:

$$f(x)=\frac{x+2}{2x}=\frac{1}{2}+\frac{1}{x}$$

اکنون تبدیلات بیان‌شده را روی تابع f انجام می‌دهیم: (دقت شود که برای قرینه کردن نمودار تابع نسبت به مبدأ مختصات، می‌توان آن را نسبت به محور عرض‌ها و سپس نسبت به محور طول‌ها قرینه کرد.)

$$f(x)=\frac{1}{2}+\frac{1}{x} \xrightarrow[x\to -x]{\text{قرینه نسبت به محور عرض‌ها}} y=\frac{1}{2}+\frac{1}{-x} \xrightarrow[-y]{\text{قرینه نسبت به محور طول‌ها}} y=-\frac{1}{2}+\frac{1}{x}$$

$$\xrightarrow[x\to x-k]{k\text{ واحد به راست}} y=-\frac{1}{2}+\frac{1}{x-k}$$

حال ضابطهٔ وارون تابع f را به‌دست می‌آوریم:

$$y=\frac{1}{2}+\frac{1}{x} \Rightarrow y-\frac{1}{2}=\frac{1}{x} \Rightarrow \frac{2y-1}{2}=\frac{1}{x} \Rightarrow x=\frac{2}{2y-1} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{2}{2x-1}$$

تابع y و f^{-1}، یکدیگر را روی محور عرض‌ها قطع می‌کنند؛ بنابراین داریم:

$$f^{-1}(0)=y(0) \Rightarrow -2=-\frac{1}{2}+\frac{1}{-k} \Rightarrow \frac{1}{k}=\frac{3}{2} \Rightarrow k=\frac{2}{3}$$

اینجوری هم میشه

با فرض $f^{-1}(0)=\alpha$، داریم:

$$f^{-1}(0)=\alpha \Rightarrow f(\alpha)=0 \Rightarrow \frac{\alpha+2}{2\alpha}=0 \Rightarrow \alpha=-2 \Rightarrow f^{-1}(0)=-2$$

در نتیجه داریم:

$$f^{-1}(0)=y(0) \Rightarrow -2=-\frac{1}{2}+\frac{1}{-k} \Rightarrow k=\frac{2}{3}$$

۲۴ - پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- تابع f را متناوب می‌نامیم، هرگاه یک عدد حقیقی مثبت مانند T موجود باشد، به‌طوری که برای هر $x\in D_f$ داشته باشیم: $x\pm T\in D_f$ و $f(x\pm T)=f(x)$. کوچک‌ترین عدد مثبت T با این خاصیت را دورهٔ تناوب f می‌نامیم.

جوابش اینه

دورهٔ تناوب تابع f برابر ۴ است. حال مقادیر $f(123)$ و $f(-123)$ را با توجه به نکته، به‌دست می‌آوریم:

$$f(123)=f(120+3)=f(30\times 4+3)=f(3)$$

$$f(-123)=f(-124+1)=f(-31\times 4+1)=f(1)$$

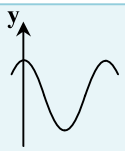
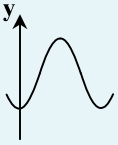
با توجه به نمودار داده‌شده، $f(3)=1$ و $f(1)=0$ است؛ بنابراین مقدار خواسته‌شده برابر است با:

$$f(123)+f(-123)=f(3)+f(1)=1+0=1$$

توجه: مقدار $f(-123)$ با $f(-3)$ نیز برابر است که مقدار $f(-3)$ با توجه به شکل، برابر صفر است.

۲۵ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- در تابع $y=a\cos(bx)+c$، اگر $a>0$ باشد، آنگاه با شروع از $x=0$، نمودار تابع به‌صورت  است. (یعنی ماکزیمم تابع روی محور عرض‌ها قرار دارد.) و اگر $a<0$ باشد، آنگاه با شروع از $x=0$، نمودار تابع به‌صورت  خواهد بود. (یعنی مینیمم تابع روی محور عرض‌ها قرار دارد.)
- توابع $y=a\sin bx+c$ و $y=a\cos bx+c$، دارای مقدار ماکزیمم $|a|+c$، مقدار مینیمم $-|a|+c$ و دورهٔ تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

جوابش اینه

نمودار تابع داده‌شده، برخلاف نمودار تابع $y=\cos x$، در محل تلاقی با محور عرض‌ها در نقطهٔ مینیمم قرار دارد. پس ضریب cos در تابع باید منفی باشد؛ پس $a<0$ است.

همچنین مطابق نمودار، مقدار ماکزیمم تابع $y=a\cos(2x)+a+6$، سه برابر مقدار مینیمم آن است؛ بنابراین داریم:

$$\max=3\min \Rightarrow a+6+|a|=3(a+6-|a|) \xrightarrow{a<0} a+6-a=3(a+6+a) \Rightarrow 6=3(2a+6) \Rightarrow 2a+6=2$$
$$\Rightarrow a=-2$$

بنابراین مینیمم تابع برابر $2a+6=2$ و ماکزیمم تابع برابر ۶ است؛ پس $k=2$، $a=-2$ و $a+k=0$ است.

۲۶ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- توابع $y=a\sin bx+c$ و $y=a\cos bx+c$، دارای مقدار ماکزیمم $|a|+c$، مقدار مینیمم $-|a|+c$ و دورهٔ تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

جوابش اینه

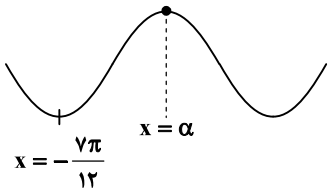
ابتدا مقادیر ماکزیمم، مینیمم و دورهٔ تناوب تابع $f(x)=2\sin(-2x+\frac{\pi}{3})$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\max=|a|+c=2+0=2 \ , \ \min=-|a|+c=-2+0=-2 \ , \ T=\frac{2\pi}{|b|}=\frac{2\pi}{|-2|}=\pi$$

اکنون مقدار $f(-\frac{7\pi}{12})$ را به‌دست می‌آوریم:

$$f(-\frac{7\pi}{12})=2\sin(\frac{7\pi}{6}+\frac{\pi}{3})=2\sin(\frac{3\pi}{2})=-2$$

تابع در $x=-\frac{7\pi}{12}$، در مینیمم خود قرار می‌گیرد؛ پس در بازهٔ $(-\frac{7\pi}{12},\alpha)$ صعودی اکید است:



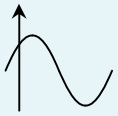
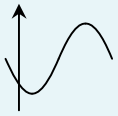
با توجه به شکل بالا، تابع $f(x)=2\sin(-2x+\frac{\pi}{3})$، در نصف دورهٔ تناوب خود اکیداً یکنوا است؛ بنابراین حداکثر مقدار α برابر است با:

$$\max(\alpha)=-\frac{7\pi}{12}+\frac{T}{2} \xrightarrow{T=\pi} \max(\alpha)=-\frac{7\pi}{12}+\frac{\pi}{2}=-\frac{\pi}{12}$$

۲۷ - پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- توابع $y=a\sin bx+c$ و $y=a\cos bx+c$، دارای مقدار ماکزیمم $|a|+c$، مقدار مینیمم $-|a|+c$ و دورهٔ تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

- در تابع $y=a\sin(bx)+c$، اگر a و b هم‌علامت باشند، آنگاه با شروع از $x=0$، نمودار تابع به‌صورت  است و اگر a و b غیر هم‌علامت باشند، آنگاه با شروع از $x=0$، نمودار تابع به‌صورت  خواهد بود.

جوابش اینه

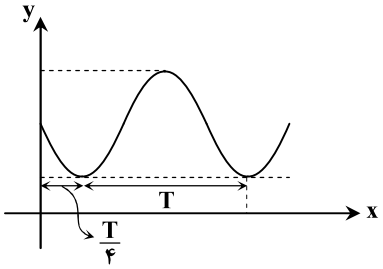
با توجه به نمودار، مقدار ماکزیمم تابع برابر $2b-2$ است؛ پس داریم:

$$y=|2a|+a\sin(\frac{\pi}{b}x) \Rightarrow \max=|a|+|2a|=2b-2 \Rightarrow 3|a|=2b-2 \ (*)\ ,\ 2b-2>0 \Rightarrow b>1$$

نمودار تابع در حوالی $x=0$ نزولی است؛ پس ضریب x و ضریب sin مختلف‌العلامت هستند؛ یعنی $a\cdot b<0$ و چون $b>1$ است؛ پس $a<0$ است. بنابراین:

$$(*) \Rightarrow -3a=2b-2 \Rightarrow 3a+2b=2 \quad (1)$$

از طرفی نمودار تابع f جابه‌جایی افقی ندارد؛ پس $4-3a$ برابر با $\frac{5}{4}$ دورهٔ تناوب است؛ یعنی:



$$\frac{5}{4}T=4-3a \Rightarrow T=\frac{4}{5}(4-3a) \Rightarrow \frac{2\pi}{|\frac{\pi}{b}|}=\frac{4}{5}(4-3a)$$

$$\xrightarrow{b>1} b=\frac{2}{5}(4-3a) \xrightarrow{\times 5} 5b=8-6a \Rightarrow 6a+5b=8 \quad (2)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲)، داریم:

$$\begin{cases}3a+2b=2\\6a+5b=8\end{cases} \Rightarrow b=4\ ,\ a=-2 \Rightarrow a+b=2$$

۲۸ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- برای رسم نمودار تابع $y=f(kx)$، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم.

اگر $k>0$، نمودار $y=f(kx)$ را می‌توان با انبساط یا انقباض نمودار $y=f(x)$ در امتداد محور xها به‌دست آورد.

اگر $k<0$، ابتدا نمودار f نسبت به محور yها قرینه می‌شود؛ سپس با ضریب $|\frac{1}{k}|$ به‌طور افقی منبسط یا منقبض می‌شود.

جوابش اینه

می‌دانیم دامنهٔ هر تابع، برابر با محدودهٔ x در ضابطهٔ آن تابع است؛ پس می‌توانیم با توجه به دامنهٔ تابع $y=f(3x+1)$، دامنهٔ تابع $y=f(x)$ را محاسبه کنیم. با توجه به شکل، دامنهٔ $y=f(3x+1)$، برابر $[-2,4]$ است؛ پس داریم:

$$-2\le x\le 4 \Rightarrow -6\le 3x\le 12 \Rightarrow -5\le 3x+1\le 13$$

یعنی دامنهٔ تابع $y=f(x)$، برابر $[-5,13]$ است. اکنون برای محاسبهٔ دامنهٔ تابع $y=f(-6x-2)$، داریم:

$$-5\le -6x-2\le 13 \Rightarrow -3\le -6x\le 15 \Rightarrow \frac{-3}{-6}\ge x\ge -\frac{15}{6} \Rightarrow -\frac{5}{2}\le x\le \frac{1}{2}$$

پس دامنهٔ تابع $y=f(-6x-2)$، برابر $[-2/5,0/5]$ است.

اینجوری هم میشه

می‌توانیم با انتقال نمودار تابع $y=f(3x+1)$، به نمودار تابع $y=f(-6x-2)$ برسیم و در هر مرحله دامنهٔ تابع را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} y=f(3x+1) \\ D_{f(3x+1)}=[-2,4] \end{cases} \xrightarrow[x\to x-1]{\text{یک واحد به راست}} \begin{cases} y=f(3(x-1)+1)=f(3x-2) \\ D_{f(3x-2)}=[-1,5] \end{cases}$$

$$\xrightarrow[x\to -x]{\text{قرینه نسبت به محور عرض‌ها}} \begin{cases} y=f(-3x-2) \\ D_{f(-3x-2)}=[-5,1] \end{cases} \xrightarrow[x\to 2x]{\text{نصف کردن طول نقاط}} \begin{cases} y=f(-3(2x)-2)=f(-6x-2) \\ D_{f(-6x-2)}=\left[-\frac{5}{2},\frac{1}{2}\right] \end{cases}$$

۲۹ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۳)

خوبه اینو بدونی

- برای رسم نمودار تابع $y=kf(x)$، کافی است عرض نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در k ضرب کنیم.

اگر $k>0$، نمودار $y=kf(x)$ را می‌توان با انبساط یا انقباض نمودار $y=f(x)$ در امتداد محور عرض‌ها به‌دست آورد.

اگر $k<0$، ابتدا نمودار f نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌شود؛ سپس با ضریب $|k|$ به‌طور عمودی منبسط یا منقبض می‌شود.

- برای رسم نمودار تابع $y=f(kx)$، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم.

اگر $k>0$، نمودار $y=f(kx)$ را می‌توان با انبساط یا انقباض نمودار $y=f(x)$ در امتداد محور طول‌ها به‌دست آورد.

اگر $k<0$، ابتدا نمودار f نسبت به محور yها قرینه می‌شود؛ سپس با ضریب $\left|\frac{1}{k}\right|$ به‌طور افقی منبسط یا منقبض می‌شود.

جوابش اینه

تبدیل‌های گفته‌شده را روی تابع f اعمال می‌کنیم:

$$y=f(x) \xrightarrow[x\to \frac{x}{2}]{\text{دو برابر کردن طول نقاط}} y=f(\frac{x}{2}) \xrightarrow[x\leftrightarrow y]{\text{قرینه نسبت به } y=x} x=f(\frac{y}{2}) \Rightarrow y=2f^{-1}(x)$$

$$\xrightarrow{\text{نصف کردن عرض نقاط}} y=\frac{1}{2}\times 2f^{-1}(x) \Rightarrow y=f^{-1}(x)$$

پس تابع g همان تابع وارون f است.

تابع f با ضابطهٔ $y=\sqrt{x+2}+4$، یک تابع اکیداً صعودی است و محل تلاقی تابع اکیداً صعودی f با وارون خود، حتماً روی خط $y=x$ قرار دارد؛ پس محل تلاقی تابع f را با خط $y=x$ به‌دست می‌آوریم:

$$f(x)=x \Rightarrow \sqrt{x+2}+4=x \Rightarrow \sqrt{x+2}=x-4 \xrightarrow[\text{توان ۲}]{x\geq 4} x+2=x^2-8x+16 \Rightarrow x^2-9x+14=0$$

$$\Rightarrow (x-7)(x-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \text{ غ ق ق} \\ x=7 \end{cases}$$

با توجه به شرط $x\geq 4$، فقط جواب $x=7$ قابل قبول است.

۳۰ - پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * ریاضی ۳ (فصل ۱، درس ۳)

خوبه اینو بدونی

- اگر f تابعی وارون‌پذیر و f^{-1} وارون آن باشد، همواره داریم:

$$f(f^{-1}(x))=x \;;\; x\in D_{f^{-1}}$$
$$f^{-1}(f(x))=x \;;\; x\in D_f$$

جوابش اینه

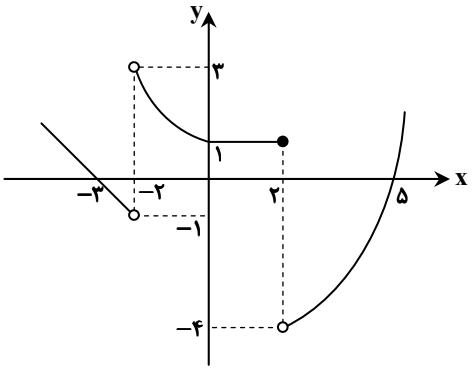
ابتدا ضابطهٔ تابع f را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x)=x+2\sqrt{x-1}+4=x-1+2\sqrt{x-1}+1+4=(\sqrt{x-1}+1)^2+4$$

حال برد تابع f را به‌دست می‌آوریم:

$$\sqrt{x-1}\geq 0 \Rightarrow \sqrt{x-1}+1\geq 1 \Rightarrow (\sqrt{x-1}+1)^2\geq 1 \Rightarrow (\sqrt{x-1}+1)^2+4\geq 5$$
$$\Rightarrow f(x)\geq 5 \Rightarrow R_f=[5,+\infty)=D_{f^{-1}}$$

۱ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۲ (فصل ۶، درس‌های ۱ و ۲)



نکته: اگر n عددی صحیح باشد، داریم: $\lim\limits_{x\to n^+}[x]=n \quad , \quad \lim\limits_{x\to n^-}[x]=n-1$

با توجه به نمودار تابع و نکتهٔ بالا داریم:

$$\lim_{x\to(-2)^+}[f(x)]-2\lim_{x\to 2^-}f(x)+\lim_{x\to 2^+}[f(x)]$$
$$=[3^-]-2\times 1+[(-4)^+]=2-2+(-4)=-4$$

۲ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۲ (فصل ۶، درس ۲)

نکتهٔ ۱: حد یک تابع چندجمله‌ای در یک نقطه با مقدار تابع در آن نقطه برابر است.

نکتهٔ ۲: اگر در محاسبهٔ $\lim\limits_{x\to a}\frac{P(x)}{Q(x)}$ داشته باشیم $\lim\limits_{x\to a}P(x)=\lim\limits_{x\to a}Q(x)=0$، ابتدا $P(x)$ و $Q(x)$ را تجزیه می‌کنیم و عامل $x-a$ را از صورت و مخرج ساده می‌نماییم؛ سپس از قضیهٔ حد تقسیم استفاده می‌نماییم.

از آنجایی که در همسایگی چپ $x=3$، عدد جزء صحیح دقیقاً ۲ می‌باشد، مقدار آن را در حد جای‌گذاری می‌کنیم و داریم:

$$\text{حد خواسته‌شده}=\lim_{x\to 3^-}\frac{2x-6}{x^3-3x^2}=\lim_{x\to 3^-}\frac{2(x-3)}{x^2(x-3)}=\frac{2}{9}$$

۳ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۲ (فصل ۶، درس ۲)

نکته: $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$, $|x|=\begin{cases}x & x\geq 0\\ -x & x<0\end{cases}$

حد راست و چپ تابع را با توجه به تعریف قدرمطلق در $x=-2$ محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x\to -2^+}\frac{a(x^3+8)}{|x+2|}=\lim_{x\to -2^+}\frac{a(x+2)(x^2-2x+4)}{(x+2)}=a\times(4+4+4)=12a$$

$$\lim_{x\to -2^-}\frac{a(x^3+8)}{|x+2|}=\lim_{x\to -2^-}\frac{a(x+2)(x^2-2x+4)}{-(x+2)}=-a(4+4+4)=-12a$$

اختلاف دو حد برابر ۶ است؛ پس: $|12a-(-12a)|=6 \Rightarrow |24a|=6 \Rightarrow 24a=\pm 6 \Rightarrow a=\pm\frac{1}{4}$

۴ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۲ (فصل ۶، درس ۲)

نکته: $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=L$، اگر و تنها اگر: $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=L$

با توجه به نکتهٔ بالا، باید حد چپ و راست تابع $f(x)$ در $x=2$ با هم برابر باشند:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to 2^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}(2m[x]-(m+1)[-x])=2m(2)-(m+1)(-3)=4m+3m+3=7m+3\\ \lim\limits_{x\to 2^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}(2m[x]-(m+1)[-x])=2m(1)-(m+1)(-2)=2m+2m+2=4m+2\end{cases}$$

از تساوی این دو مقدار داریم:

$$7m+3=4m+2 \Rightarrow 3m=-1 \Rightarrow m=-\frac{1}{3}$$

۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۲ (فصل ۶، درس ۳)

نکته: تابع $f(x)=[x]$ در نقاطی که $x\in\mathbb{Z}$ باشد ناپیوسته است.

اگر فرض کنیم $g(x)=۲\sqrt{۲x}$، آن‌گاه $g(۲)=۴$ و وقتی $g(x)=۵$ شود، آن‌گاه اولین نقطهٔ ناپیوستگی برای f ایجاد می‌شود؛ پس:

$$۲\sqrt{۲x}=۵ \Rightarrow \sqrt{۲x}=\frac{۵}{۲} \Rightarrow ۲x=\frac{۲۵}{۴} \Rightarrow x=\frac{۲۵}{۸}$$

پس $\frac{۲۵}{۸}$ طول اولین نقطهٔ ناپیوستگی f بعد از $x=۲$ است؛ بنابراین:

$$۲+\alpha=\frac{۲۵}{۸} \Rightarrow \alpha=\frac{۲۵}{۸}-۲=\frac{۹}{۸}$$

۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۲ (فصل ۶، درس ۳)

نکته: تابع $f(x)=[x]$ در نقاطی که $x\in\mathbb{Z}$ باشد ناپیوسته است.

به‌ازای $x=\frac{\pi}{۶},\frac{\pi}{۲},\frac{۵\pi}{۶},\pi,\frac{۷\pi}{۶},\frac{۳\pi}{۲},\frac{۱۱\pi}{۶}$ عبارت داخل جزء صحیح، یعنی $۲\sin x$ عددی صحیح می‌شود. تابع در تمامی این اعداد به‌جز $x=\frac{۳\pi}{۲}$ ناپیوسته است؛ زیرا:

$$f(\frac{۳\pi}{۲})=[-۲]=-۲ \qquad \lim_{x\to\frac{۳\pi^-}{۲}}[۲\sin x]=[-۲^+]=-۲ \qquad \lim_{x\to\frac{۳\pi^+}{۲}}[۲\sin x]=[-۲^+]=-۲$$

در سایر نقاط حد راست و چپ یک واحد اختلاف دارند. مجموع طول ۶ نقطهٔ ناپیوستگی برابر است با:

$$\frac{\pi}{۶}+\frac{\pi}{۲}+\frac{۵\pi}{۶}+\pi+\frac{۷\pi}{۶}+\frac{۱۱\pi}{۶}=\pi+\frac{\pi}{۲}+\pi+۳\pi=\frac{۱۱\pi}{۲}$$

۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۳ (فصل ۲، درس ۲)

نکته: جواب‌های کلی معادلهٔ $\cos x=\cos\alpha$ به‌صورت $x=۲k\pi\pm\alpha$ می‌باشند که $k\in\mathbb{Z}$.

$$\cos^۲x-۳\cos x-۴=۰ \Rightarrow (\cos x+۱)(\cos x-۴)=۰ \Rightarrow \begin{cases}\cos x=-۱ & \text{قق}\\ \cos x=۴ & \text{غ‌ق‌ق}\end{cases} \Rightarrow \cos x=-۱ \Rightarrow x=۲k\pi\pm\pi$$

۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۳ (فصل ۳، درس ۱)

نکته: باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax+b$ برابر با $f(-\frac{b}{a})$ است.

چون چندجمله‌ای $f(x)=kx^۳-x^۲+۳$ بر $x+۱$ بخش‌پذیر است، داریم:

$$x+۱=۰ \Rightarrow x=-۱ \Rightarrow f(-۱)=۰ \Rightarrow -k-۱+۳=۰ \Rightarrow k=۲ \Rightarrow f(x)=۲x^۳-x^۲+۳$$

حال باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x+۱)$ بر $x-۱$ را می‌یابیم:

$$x-۱=۰ \Rightarrow x=۱ \Rightarrow \text{باقی‌مانده}=f(۱+۱)=f(۲)=۲\times۲^۳-۲^۲+۳=۱۶-۴+۳=۱۵$$

۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۳ (فصل ۳، درس ۱)

نکته: فرض کنیم $\lim_{x\to a}f(x)=L\neq۰$ و $\lim_{x\to a}g(x)=۰$، در این صورت:

الف) اگر $L>۰$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a مثبت باشد، آن‌گاه $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=+\infty$.

ب) اگر $L>۰$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a منفی باشد، آن‌گاه $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=-\infty$.

پ) اگر $L<۰$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a مثبت باشد، آن‌گاه $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=-\infty$.

ت) اگر $L<۰$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a منفی باشد، آن‌گاه $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=+\infty$.

با توجه به نمودار $f(۱)=-۱$ و برای xهای اطراف $x=۱$، $f(x)>-۱$؛ لذا: $f(x)+۱>۰$

پس داریم:

$$\lim_{x\to۱}g(x)=\lim_{x\to۱}\frac{-۱}{f(x)+۱}=\frac{-۱}{۰^+}=-\infty$$

۱۰ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۲، درس ۲)

نکتهٔ ۱ : $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

نکتهٔ ۲ : $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$

$$\tan x + \cot x = 4 \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = 4 \Rightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x\cos x} = 4 \Rightarrow 4\sin x\cos x = 1 \Rightarrow 2\sin 2x = 1 \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$\cos 4x = 1 - 2\sin^2 2x = 1 - 2(\frac{1}{2})^2 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۱۱ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۲، درس ۲)

نکتهٔ ۱ : $\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha) = -\sin\alpha \quad , \quad \sin(-\alpha) = -\sin\alpha$

نکتهٔ ۲ : $\cos x = \cos\alpha \Rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha$

با استفاده از روابط بالا داریم:

$$\sin(\frac{\pi}{3}+2x) + \cos 3x = 0 \Rightarrow \cos 3x = -\sin(\frac{\pi}{3}+2x) = \cos(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}+2x)$$

$$\Rightarrow \cos 3x = \cos(2x+\frac{5\pi}{6}) \Rightarrow 3x = 2k\pi \pm (2x+\frac{5\pi}{6})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + 2x + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \\ 3x = 2k\pi - 2x - \frac{5\pi}{6} \Rightarrow 5x = 2k\pi - \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

جواب‌های واقع در بازهٔ $[0,\pi]$ عبارتند از:

$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} \\ x = \frac{2\pi}{5} - \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{30} \end{cases} , \quad x = \frac{4\pi}{5} - \frac{\pi}{6} = \frac{19\pi}{30}$$

بنابراین ۳ جواب در بازهٔ $[0,\pi]$ وجود دارد.

۱۲ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۳، درس ۱)

صورت و مخرج به‌ازای $x = 2$ برابر صفر هستند؛ بنابراین با تقسیم‌کردن صورت و مخرج بر $x-2$، کسر را ساده می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 3x - 2 & x - 2 \\ \hline -(x^3 - 2x^2) & x^2 + 2x + 1 \\ \hline 2x^2 - 3x - 2 & \\ -(2x^2 - 4x) & \\ \hline x - 2 & \\ -(x - 2) & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -x^2 + x + 2 & x - 2 \\ \hline -(-x^2 + 2x) & -x - 1 \\ \hline -x + 2 & \\ -(-x + 2) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

بنابراین:

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{-x^2 + x + 2} = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x^2+2x+1)}{(x-2)(-x-1)} = \lim_{x\to 2} \frac{x^2+2x+1}{-x-1} = \frac{9}{-3} = -3$$

۱۳ - پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۳، درس ۱)

نکته: فرض کنیم $\lim\limits_{x\to a} f(x)=L\neq 0$ و $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$ ، در این صورت:

الف) اگر $L>0$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a مثبت باشد، آن‌گاه $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=+\infty$.

ب) اگر $L>0$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a منفی باشد، آن‌گاه $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=-\infty$.

پ) اگر $L<0$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a مثبت باشد، آن‌گاه $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=-\infty$.

ت) اگر $L<0$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a منفی باشد، آن‌گاه $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=+\infty$.

صورت کسر یک چندجمله‌ای است و حد راست و چپ تابع در $x=\frac{1}{2}$ برابر $+\infty$ است؛ پس مخرج کسر در $x=\frac{1}{2}$ تغییر علامت نداده است و $x=\frac{1}{2}$ ریشهٔ مضاعف مخرج است، اما ریشهٔ صورت نیست؛ بنابراین:

$$\text{مخرج}=b(x-\tfrac{1}{2})^2=b(x^2-x+\tfrac{1}{4})=bx^2-bx+\tfrac{b}{4}$$

از مقایسهٔ مخرج با عبارت به‌دست آمده داریم:

$$bx^2-bx+\frac{b}{4}=bx^2-(a+3)x+a \Rightarrow b=a+3 \Rightarrow a-b=-3$$

۱۴ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۳، درس ۱)

نکتهٔ ۱: فرض کنیم $\lim\limits_{x\to a} f(x)=L\neq 0$ و $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$ ،

در این‌صورت اگر $L<0$ و تابع $g(x)$ در همسایگی

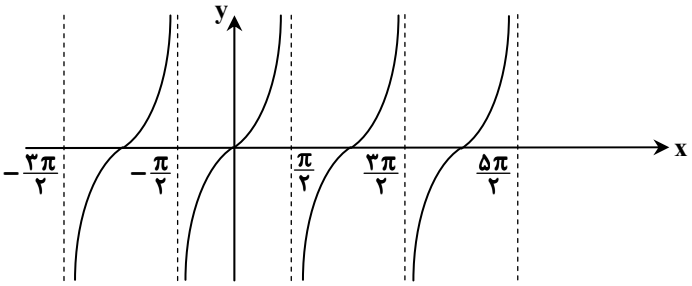
محذوفی از a مثبت باشد، آن‌گاه $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=-\infty$

نکتهٔ ۲: فرض کنیم $\lim\limits_{x\to a} f(x)=L\neq 0$ و $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$ ،

در این‌صورت اگر $L>0$ و تابع $g(x)$ در همسایگی

محذوفی از a مثبت باشد، آن‌گاه $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=+\infty$

نکتهٔ ۳: نمودار تابع $y=\tan x$ به‌شکل زیر است:



هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ ۱: نادرست- $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}^+}\tan x=-\infty$

گزینهٔ ۲: درست- $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}^-}\tan x=+\infty$

گزینهٔ ۳: نادرست- $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{-x}{|x-2|}=\dfrac{-2}{0^+}=-\infty$

گزینهٔ ۴: نادرست- $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{1}{(x+1)^2}=\dfrac{1}{0^+}=+\infty=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x+1}{(x+1)^3}=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x+1}{x^3+3x^2+3x+1}$

بنابراین گزینهٔ ۲ پاسخ صحیح است.

۱۵ - پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۳، درس ۱)

نکته: گاهی صورت یا مخرج تابع $\frac{f}{g}$ شامل یک عبارت رادیکالی است و $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} g(x) = ۰$. در این حالت برای محاسبهٔ حد در نقطهٔ a لازم است ابتدا صورت و مخرج را در یک عبارت رادیکالی ضرب کنیم تا عامل $(x-a)$ یا عبارتی که موجب صفرشدن f و g شده است، در صورت و مخرج ظاهر شود تا با ساده‌کردن آن از صورت و مخرج، بتوانیم مقدار حد را در صورت وجود به‌دست آوریم.

$$\lim_{x\to -۳} \frac{۲a(x+۳)}{۱-\sqrt{۳x+۱۰}} = \frac{۰}{۰}$$

$$\lim_{x\to -۳} \frac{۲a(x+۳)}{۱-\sqrt{۳x+۱۰}} \times \frac{۱+\sqrt{۳x+۱۰}}{۱+\sqrt{۳x+۱۰}} = \lim_{x\to -۳} \frac{۲a(x+۳)(۱+\sqrt{۳x+۱۰})}{۱-۳x-۱۰} = \lim_{x\to -۳} \frac{۲a(\cancel{x+۳})(۲)}{-۳(\cancel{x+۳})} = \frac{۴a}{-۳} = ۳ \Rightarrow a = \frac{-۹}{۴}$$

۱۶ - پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۳، درس ۱)

نکتهٔ ۱: اگر $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = L$ (L عدد حقیقی) و $\lim_{x\to a} g(x) = ۰$، آن‌گاه: $\lim_{x\to a} f(x) = ۰$

نکتهٔ ۲: $(a+b)(a^۲-ab+b^۲) = a^۳+b^۳$

چون با جای‌گذاری $x=-۱$ در کسر، مخرج صفر است، پس صورت هم به ازای $x=-۱$ برابر صفر است و داریم:

$$\sqrt[۳]{-۱}+a = ۰ \Rightarrow a = ۱$$

حال برای به‌دست‌آوردن حاصل حد (یعنی b) داریم:

$$\lim_{x\to -۱} \frac{\sqrt[۳]{x}+۱}{x^۲+۳x+۲} \times \frac{\sqrt[۳]{x^۲}-\sqrt[۳]{x}+۱}{\sqrt[۳]{x^۲}-\sqrt[۳]{x}+۱} = \lim_{x\to -۱} \frac{(x+۱)}{(x+۱)(x+۲)(۳)} = \frac{۱}{۳}$$

پس $b = \frac{۱}{۳}$؛ بنابراین: $a-b = \frac{۲}{۳}$

۱۷ - پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۳، درس ۱)

نکته: گاهی صورت یا مخرج تابع $\frac{f}{g}$ شامل یک عبارت رادیکالی است و $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} g(x) = ۰$. در این حالت برای محاسبهٔ حد در نقطهٔ a لازم است ابتدا صورت و مخرج را در یک عبارت رادیکالی ضرب کنیم تا عامل $(x-a)$ یا عبارتی که موجب صفرشدن f و g شده است، در صورت و مخرج ظاهر شود تا با ساده‌کردن آن از صورت و مخرج، بتوانیم مقدار حد را در صورت وجود به‌دست آوریم.

حد موردنظر از نوع صفر صفرم و مبهم است. برای رفع ابهام، صورت و مخرج کسر را در عبارت مناسب ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۲} \frac{۱+\sqrt[۳]{\sqrt{۲x}-۳}}{x-۲} \times \frac{۱-\sqrt[۳]{\sqrt{۲x}-۳}+\sqrt[۳]{(\sqrt{۲x}-۳)^۲}}{۱-\sqrt[۳]{\sqrt{۲x}-۳}+\sqrt[۳]{(\sqrt{۲x}-۳)^۲}} = \lim_{x\to ۲} \frac{۱+\sqrt{۲x}-۳}{(x-۲)\times(۱-(-۱)+۱)} = \lim_{x\to ۲} \frac{\sqrt{۲x}-۲}{(x-۲)\times ۳} \times \frac{\sqrt{۲x}+۲}{\sqrt{۲x}+۲}$$

$$\lim_{x\to ۲} \frac{۲x-۴}{۳(x-۲)\times(۲+۲)} = \lim_{x\to ۲} \frac{۲(x-۲)}{۳(x-۲)\times ۴} = \frac{۲}{۱۲} = \frac{۱}{۶}$$

۱۸ - پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۳ (فصل ۳، درس ۱)

نکته: اگر در محاسبهٔ $\lim_{x\to a} \frac{P(x)}{Q(x)}$ که $P(x)$ و $Q(x)$ دو چندجمله‌ای‌اند، داشته باشیم:

$P(a) = Q(a) = ۰$ دیگر با قانون تقسیم نمی‌توان حد را محاسبه کرد. در این حالت به روش زیر عمل می‌کنیم:

اگر $P(a) = Q(a) = ۰$ در این صورت $P(x)$ و $Q(x)$ بر $x-a$ بخش‌پذیرند.

ابتدا عبارت $\frac{P(x)}{Q(x)}$ را با تقسیم $P(x)$ و $Q(x)$ بر $x-a$ ساده می‌کنیم و سپس امکان استفاده از قانون تقسیم حدها را بررسی می‌کنیم.

f یک سهمی است به‌طوری که:

$$f(x) = k(x-۱)^۲ - ۲$$

از طرفی $f(۰) = ۰$، پس:

$$k-۲ = ۰ \Rightarrow k = ۲ \Rightarrow f(x) = ۲(x-۱)^۲ - ۲$$

از طرفی ضابطهٔ تابع خطی g با داشتن ۲ نقطه معلوم است؛ پس:

$$g(x) = x-۲$$

اکنون داریم:

$$\lim_{x\to ۲} \frac{g(x)-f(x)}{(x+۲)(x-۲)} = \lim_{x\to ۲} \frac{x-۲-۲(x-۱)^۲+۲}{۴(x-۲)} = \lim_{x\to ۲} \frac{-۲x^۲+۵x-۲}{۴(x-۲)} = \lim_{x\to ۲} \frac{(x-۲)(-۲x+۱)}{۴(x-۲)} = -\frac{۳}{۴}$$

۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۳ (فصل ۳، درس ۱)

نکته: فرض کنیم $\lim\limits_{x\to a} f(x)=L\neq 0$ و $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$. در این‌صورت اگر $L<0$ و g در همسایگی محذوفی از a منفی باشد، آن‌گاه $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=+\infty$. این حکم برای حد چپ و راست هم برقرار است.

ابتدا حد صورت و مخرج را جداگانه بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x\to(-3)^-}(x-\sqrt{x^4-72})=-3-\sqrt{81-72}=-6$$

$$\lim_{x\to(-3)^-}(9-x^2)=9-(-3)^2=9-9=0$$

بنابراین حد صورت برابر عددی منفی و حد مخرج برابر صفر است. با توجه به اینکه $x\to(-3)^-$ (یعنی x در همسایگی چپ -3 قرار دارد) عبارت $9-x^2=(3-x)(3+x)$ عبارتی منفی است؛ پس:

$$\lim_{x\to(-3)^-}\frac{x-\sqrt{x^4-72}}{9-x^2}=\frac{-6}{0^-}=+\infty$$

۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۳ (فصل ۲، درس ۲)

نکته: از روابط $\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$ و $\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2}$ می‌توانیم نسبت‌های مثلثاتی 15°، $22/5^\circ$ و... را محاسبه کنیم.

با توجه به نکتهٔ بالا از رابطهٔ $\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2}$ می‌توان نتیجه گرفت:

$$\alpha=15^\circ\Rightarrow\cos^2 15^\circ=\frac{1+\cos 30^\circ}{2}=\frac{2+\sqrt{3}}{4}\xrightarrow{\cos 15^\circ>0}\cos 15^\circ=\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

$$\alpha=22/5^\circ\Rightarrow\cos^2 22/5^\circ=\frac{1+\cos 45^\circ}{2}=\frac{2+\sqrt{2}}{4}\xrightarrow{\cos 22/5^\circ>0}\cos 22/5^\circ=\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$$

اکنون با جای‌گذاری مقادیر بالا، حاصل عبارت A را محاسبه می‌کنیم:

$$A=(\sqrt{2-\sqrt{2}})(\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}})+(\sqrt{2-\sqrt{3}})(\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}})=\frac{\sqrt{4-2}}{2}+\frac{\sqrt{4-3}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}+1}{2}$$

۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۳ (فصل ۲، درس ۱)

نکتهٔ ۱: توابع $y=a\sin bx+c$ و $y=a\cos bx+c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a|+c$، مقدار مینیمم $-|a|+c$ و دورهٔ تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

نکتهٔ ۲: $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

نکتهٔ ۳: $\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$

ابتدا ضابطهٔ f را ساده می‌کنیم:

$$f(x)=a\sin^2 x\cos^2 x=a(\sin x\cos x)^2=a\times(\frac{1}{2}\sin 2x)^2=\frac{a}{4}\sin^2 2x=\frac{a}{4}(\frac{1-\cos 4x}{2})=\frac{a}{8}(1-\cos 4x)$$

$$=\frac{-a}{8}\cos 4x+\frac{a}{8}$$

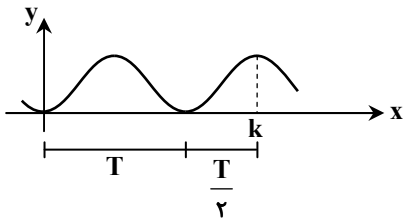
با توجه به نمودار تابع، $-\frac{a}{8}<0$ است، پس a حتماً عددی مثبت است. از آنجا که ماکزیمم تابع برابر ۳ است، داریم:

$$\left|\frac{-a}{8}\right|+\frac{a}{8}=3\Rightarrow\frac{a}{8}+\frac{a}{8}=3\Rightarrow\frac{a}{4}=3\Rightarrow a=12$$

دورهٔ تناوب این تابع برابر است با:

$$T=\frac{2\pi}{|4|}=\frac{\pi}{2}$$

با توجه به نمودار، تابع در بازهٔ $[۰,k]$، $\frac{۳}{۲}$ دورهٔ تناوب خود را طی کرده است؛ زیرا:



بنابراین:

$$k=\frac{T}{۲}+T=\frac{۳T}{۲}=۳\times\frac{\pi}{۴}$$

پس مقدار خواسته‌شده برابر است با:

$$a\times k=۱۲\times\frac{۳\pi}{۴}=۹\pi$$

۲۲ - پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۳ (فصل ۲، درس ۲)

نکتهٔ ۱: جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\text{Sin}\,x=\text{Sin}\,\alpha$ به‌صورت $x=۲k\pi+\alpha$ و $x=۲k\pi+\pi-\alpha$ می‌باشند که $k\in\mathbb{Z}$.

نکتهٔ ۲: جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\text{Cos}\,x=\text{Cos}\,\alpha$ به‌صورت $x=۲k\pi\pm\alpha$ می‌باشند که $k\in\mathbb{Z}$.

چون $x=\frac{\pi}{۳}$ یکی از جواب‌های معادله است، پس در معادله صدق می‌کند؛ یعنی:

$$\text{Sin}\frac{\pi}{۳}+k\,\text{Cos}\frac{\pi}{۳}=۱+\text{Sin}\frac{۲\pi}{۳}$$

با توجه به آنکه $\text{Sin}\frac{\pi}{۳}=\text{Sin}\frac{۲\pi}{۳}$؛ پس:

$$k\,\text{Cos}\frac{\pi}{۳}=۱\Rightarrow\frac{k}{۲}=۱\Rightarrow k=۲$$

به این ترتیب معادله به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\text{Sin}\,x+۲\text{Cos}\,x-۲\text{Sin}\,x\,\text{Cos}\,x-۱=۰\Rightarrow\text{Sin}\,x-۱+۲\text{Cos}\,x(۱-\text{Sin}\,x)=۰$$

$$(۱-\text{Sin}\,x)(۲\text{Cos}\,x-۱)=۰\Rightarrow\begin{cases}\text{Sin}\,x=۱\\ \text{Cos}\,x=\frac{۱}{۲}\end{cases}$$

$$\text{Sin}\,x=۱\Rightarrow x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow x=\frac{\pi}{۲}$$

$$\text{Cos}\,x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{\pi}{۳}\\ \\ x=۲k\pi-\frac{\pi}{۳}\end{cases}\Rightarrow x=\frac{\pi}{۳}\,,\,\frac{۵\pi}{۳}$$

اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین جواب در بازهٔ $(۰,۲\pi)$ برابر $\frac{۴\pi}{۳}$ است.