کدکنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۱۲/۲۴

گروه آموزشی ماز

آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی ـ مرحله ۱۳

آزمون اختصاصی ـ دفترچه ۱

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

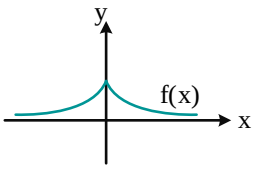
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سوالات آزمون ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱- طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $f(x)=\frac{x^4}{x^3-2}$ روی آن نزولی است، کدام است؟

۱) $\sqrt[3]{2}$ ۲) ۲ ۳) $2-\sqrt[3]{2}$ ۴) ۴

۲- نمودار تابع $f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است. کدام گزینه در مورد وضعیت یکنوایی تابع $g(x)=\frac{f(x)}{x^2+1}$ درست است؟



۱) روی $\mathbb{R}$ اکیداً صعودی است.
۲) روی $\mathbb{R}$ اکیداً نزولی است.
۳) روی $(-\infty,0]$ اکیداً صعودی و روی $[0,+\infty)$ اکیداً نزولی است.
۴) روی $(-\infty,0]$ اکیداً نزولی و روی $[0,+\infty)$ اکیداً صعودی است.

۳- کدام تابع روی دامنه‌اش اکیداً یکنوا می‌باشد؟

۱) $f(x)=\frac{x}{x^2-1}$ ۲) $f(x)=\frac{1}{x^3-1}$ ۳) $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$ ۴) $f(x)=\frac{x^3}{x^2+1}$

۴- تابع $f(x)=\begin{cases} x^3-6x & x\geq 1 \\ -x^2-x & x<1 \end{cases}$، چند نقطهٔ بحرانی دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵- تابع $f(x)=x+|x|-|x^2+x|$ چند نقطهٔ بحرانی دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۶- تابع $f(x)=6x^5+mx^4+10x^3$ اکسترمم نسبی ندارد. m چند مقدار صحیح را می‌تواند اختیار کند؟

۱) ۳۲ ۲) ۳۱ ۳) ۳۰ ۴) ۲۹

۷- تابع $f(x)=\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{(x-1)^2}$، چند نقطهٔ اکسترمم نسبی دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸- اگر $A(m,2)$ نقطهٔ max نسبی تابع $f(x)=\begin{cases} x^3-6x^2+n+4 & x\geq 1 \\ x^3+3x^2+n-5 & x\leq 1 \end{cases}$ باشد، $m+n$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱ یا ۴ ۳) ۱ یا ۲۵- ۴) ۲- یا ۲۵-

۹- به ازای کدام مقدار m، مجموع کمترین و بیشترین مقدار تابع $f(x)=x^3-3x^2+m$ در بازهٔ $[-1,3]$ برابر ۲ است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

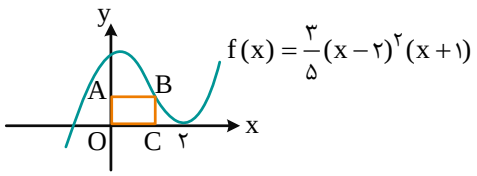
محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰- بیشترین مقدار تابع $f(x)=\sqrt{6\sqrt[3]{x}-3\sqrt{x}}$ کدام است؟

۱) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ ۲) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ۴) $\frac{5\sqrt{2}}{4}$

۱۱- مستطیلی مطابق شکل زیر، طوری قرار گرفته است که یک رأس آن روی نمودار تابع $f(x)$ و دو ضلع آن، روی محورهای مختصات قرار دارد. کدام گزینه در مورد محیط مستطیل درست است؟



۱) کمترین مقدار آن $\frac{166}{45}$ است.

۲) بیشترین مقدار آن $\frac{166}{45}$ است.

۳) کمترین مقدار آن $\frac{47}{9}$ است.

۴) بیشترین مقدار آن $\frac{47}{9}$ است.

۱۲- خط $y=mx+\frac{1}{4}$ نمودار تابع $f(x)=x^2-x$ را در دو نقطهٔ A و B قطع می‌کند. به ازای کدام مقدار m، طول پاره‌خط AB کمترین مقدار ممکن می‌شود؟

۱) ۱ ۲) $2-\sqrt{2}$ ۳) $\sqrt{2}-1$ ۴) $-\frac{1}{2}$

۱۳- جهت تقعر نمودار تابع $f(x)=\sqrt[3]{x}(35-x^3)$ در بازهٔ (a,b) به سمت بالاست. بیشترین مقدار ممکن برای $b-a$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) ۳

۱۴- تابع $f(x)=\cos^2 x+2\cos x$ در بازهٔ $(0,2\pi)$ چند نقطهٔ عطف دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۵- به ازای کدام مقدار m، تابع $f(x)=\frac{x-|x|+m}{|x|+1}$ نقطهٔ عطف دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -1 ۴) -2

۱۶- نمودار تابع $f(x)=x^8-3x^4-4x$ در همسایگی نقطهٔ $x=-1$ به کدام گزینه شبیه است؟

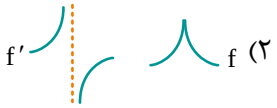
۱) ۲) ۳) ۴)

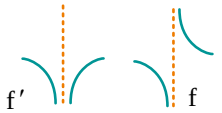
محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷- در کدام مورد، نمودار f و f' در همسایگی نقطه‌ای مانند $x=a$ درست رسم نشده است؟

۱)

۲) 

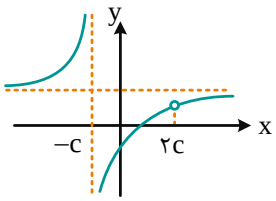
۳) 

۴)

۱۸- نقطهٔ برخورد مجانب‌های تابع هموگرافیک $f(x)=ax+b+\frac{2x^2+3}{x-1}$ روی نیمساز ربع اول و سوم مختصات است. مقدار $f(0)$ کدام است؟

۱) -1 ۲) -2 ۳) -3 ۴) -4

۱۹- نمودار تابع $f(x)=\frac{3x^2-7x+b}{x^2-ax-2}$ در شکل مقابل رسم شده است. تابع $g(x)=xf(x)$ چند اکسترمم نسبی دارد؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

۲۰- معادلهٔ $x^3-3x|x|=m$ سه جواب حقیقی و متمایز دارد. حدود m کدام است؟

۱) $-1\le m\le 1$ ۲) $0\le m\le 2$ ۳) $-4<m<4$ ۴) $-3\le m\le 3$

۲۱- اگر بردارهای $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ در رابطهٔ $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ صدق کنند و $|\vec{a}|=4$، $|\vec{b}|=5$ و $|\vec{c}|=6$ باشد، حاصل $(2\vec{a}-\vec{b}).(\vec{a}+3\vec{b})$ کدام است؟

۱) -43 ۲) $-55/5$ ۳) 107 ۴) صفر

۲۲- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

ـ شرط لازم و کافی برای آن که دو بردار ناصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمود باشند، این است که $\vec{a}.\vec{b}=0$ باشد.

ـ اگر $\vec{a}'$ تصویر بردار $\vec{a}$ روی بردار $\vec{b}$ باشد، همواره $\vec{a}.\vec{a}'\ge 0$ است.

ـ اگر $m\ne 0$ و $\vec{a}=(2,-1,m)$ و $\vec{b}=(m+1,3,4)$ باشد، به ازای دو مقدار حقیقی m، حاصل $(3\vec{a}-2\vec{b}).(m\vec{a}\times\vec{b})$ همواره برابر صفر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۲۳- اگر $3x+2y-4z=27$ و عبارت $9x^2+y^2+4z^2$ کمترین مقدار خود را داشته باشد، زاویهٔ بین بردارهای $\vec{m}=(x+z,y-6,-2)$ و $\vec{n}=(x+1,z+1,0)$ کدام است؟

۱) 45° ۲) 60° ۳) 120° ۴) 150°

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۴- اگر تصویر قائم بردار $\vec{a}=(3,-2,1)$ روی برداری که با جهت مثبت محورهای مختصات زوایای حاده مساوی می‌سازد، بردار $\vec{a}'$ باشد، جمع مولفه‌های بردار $\vec{a}'$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۲ ۴) ۴

۲۵- اگر $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}$ و $\vec{b}=3\vec{i}+\vec{k}$ و $\vec{c}=\vec{i}+\vec{k}$ باشد، مساحت متوازی‌الاضلاعی که بردارهای $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})$ و $\vec{a}+\vec{c}$ اضلاع آن هستند، کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) $4\sqrt{2}$

۲۶- اگر بردارهای غیرصفر $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ و $\vec{d}$ در رابطهٔ $\vec{a}\times\vec{d}=\vec{c}\times\vec{b}$ و $\vec{a}\times\vec{c}=\vec{d}\times\vec{b}$ صدق کنند، کدام دو بردار الزاماً موازی هستند؟

۱) $\vec{a}+\vec{d}$ و $\vec{b}+\vec{c}$ ۲) $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{c}+\vec{d}$ ۳) $\vec{a}+\vec{c}$ و $\vec{c}+\vec{d}$ ۴) $\vec{b}+\vec{c}$ و $\vec{c}+\vec{d}$

۲۷- در مثلثی با ۳ رأس $A(1,2,-1)$ و $B(3,4,2)$ و $C(-1,0,3)$ طول ارتفاع وارد بر ضلع BC چند برابر معکوس $\sqrt{33}$ است؟

۱) ۱۴ ۲) $14\sqrt{2}$ ۳) ۷ ۴) $3\sqrt{2}$

۲۸- اگر برای دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ رابطهٔ $\sqrt{3}\vec{b}.(\vec{a}\times\vec{b}+\vec{a})+2|\vec{a}\times\vec{b}|=3\sqrt{3}\vec{a}.(\vec{a}\times\vec{b}+\vec{b})$ برقرار باشد، زاویهٔ بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کدام است؟

۱) 30° ۲) 45° ۳) 60° ۴) 135°

۲۹- اگر $|\vec{a}|=2$ و بردار $\vec{b}$ به صورت $\vec{b}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$ باشد، حاصل $|\vec{a}\times\vec{b}|^2+(\vec{a}.\vec{b})^2$ چند برابر حاصل $|\vec{a}+\vec{b}|^2+|\vec{a}-\vec{b}|^2$ است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{12}{13}$ ۳) $\frac{18}{13}$ ۴) $\frac{4}{9}$

۳۰- اگر $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ بردارهایی در فضای سه بعدی باشند، به طوری که حجم متوازی‌السطوح ساخته شده توسط این سه بردار، برابر ۱۰ باشد، حجم متوازی‌السطوحی که توسط بردارهای $\vec{a}+2\vec{c}$، $\vec{a}-2\vec{b}$ و $3\vec{a}+\vec{b}$ ساخته می‌شود کدام است؟

۱) ۳۵ ۲) ۷۰ ۳) ۱۴۰ ۴) ۲۱۰

۳۱- دو مربع لاتین متعامد مرتبه‌ی سوم A و B را در نظر گرفته و درایه‌های نظیر آن‌ها را در هم ضرب کرده و در مربع جدید و خالی C قرار می‌دهیم. میانگین درایه‌های مربع C کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۲- اگر با اعمال جایگشت روی مربع لاتین

			۱
۲			
		۴	
	x		

به مربع لاتین

			m
n			
			n

برسیم، x کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۳- با جایگشت حروف کلمه (synonyms) چند کلمه هشت حرفی می توان نوشت که s ها کنار هم باشند و n ها کنار هم نباشند یا n ها کنار هم باشند و s ها کنار هم نباشند؟

۱) ۱۸۰۰ ۲) ۲۱۶۰ ۳) ۲۵۴۰ ۴) ۳۱۰۰

۳۴- چهار فیلم بابیلون، منو، بعد از خورشید و شناگران را به چند حالت می‌توان در ۵ سینما $\{1,2,3,4,5\}$ اکران کرد به طوری که منو در سینما شماره ۳ و شناگران در سینما شماره ۵ اکران نشوند؟

۱) ۴۰۰ ۲) ۴۲۵ ۳) ۵۰۰ ۴) ۶۰۰

۳۵- ۵ جایزه متمایز را به چند حالت بین نازنین، محدثه و مریم می‌توان تقسیم کرد به طوری که به هر نفر حداقل یک جایزه برسد و جایزه آخر در دست کسی باشد که جایزه اول به او تعلق گرفته است؟

۱) ۳۶ ۲) ۳۹ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۱۰

۳۶- علی، صادق، نیما و امیر در یک شبکه اجتماعی عضو هستند. اگر بودن در فهرست دوستان به این صورت باشد که هر دو نفر، یا هر دو در فهرست دوستان هم هستند و یا هیچ‌کدام در فهرست دیگری نیست. در این صورت چند حالت مختلف می‌تواند وجود داشته باشد به طوری که امیر و علی حتماً دوستی داشته باشند؟

۱) ۳۵ ۲) ۴۵ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

۳۷- ۳ نفر به چند حالت در ۶ ایستگاه می‌توانند پیاده شوند، به طوری که در هر ایستگاه حداکثر ۱ نفر پیاده شود و نفر اول در ایستگاه اول و نفر دوم در ایستگاه دوم پیاده نشوند؟

۱) ۲۴۳ ۲) ۱۶ ۳) ۴۲ ۴) ۸۴

۳۸- در مراسم تقدیر از رتبه‌های برتر سال گذشته ماز، ۵۰۰۰ نفر دختر و پسر از سه رشته مختلف حضور دارند. حداقل چند نفر از این افراد، ماه تولد، رشته و جنسیت یکسانی دارند؟

۱) ۷۰ ۲) ۱۰۱ ۳) ۷۳ ۴) ۶۸

۳۹- مجموعه $\{2,5,8,11,\ldots,92,95,98\}$ که به صورت تصاعد عددی مرتب شده‌اند را در نظر بگیرید. از این مجموعه حداقل چند عضو انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل دو عدد وجود دارد که جمعشان ۱۰۳ است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۶ ۳) ۱۷ ۴) ۱۸

۴۰- ۳ خودکار $\{a,b,c\}$ را به چند طریق می‌توان بین علی، احمد، رضا، بهرام و امیر توزیع کرد به طوری که خودکار c به علی برسد و خودکار b به احمد نرسد؟

۱) ۱۰ ۲) ۸۰ ۳) ۲۰ ۴) ۶۰

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

کدکنترل

122

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۱۲/۲۴

گروه آموزشی ماز

آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی ـ مرحله ۱۳

آزمون اختصاصی ـ دفترچه ۲

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۲۵	۴۱	۶۵	۳۳ دقیقه	۵۰ سوال ۵۸ دقیقه
۲	شیمی	۲۵	۶۶	۹۰	۲۵ دقیقه	

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با اثر فوتوالکتریک، درست است؟

الف: بنا به دیدگاه فیزیک کلاسیک، پدیدهٔ فوتوالکتریک باید با هر بسامدی رخ دهد.

ب: اگر بسامد نور تابیده‌شده بر سطح یک فلز از بسامد آستانه بیشتر باشد، کاهش شدت نور (با ثابت ماندن بسامد)، سبب کاهش انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها می‌شود.

ج: اگر بسامد نور تابیده‌شده بر سطح یک فلز از بسامد آستانهٔ آن فلز کمتر باشد، با افزایش شدت نور (با ثابت ماندن بسامد)، ممکن است پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ دهد.

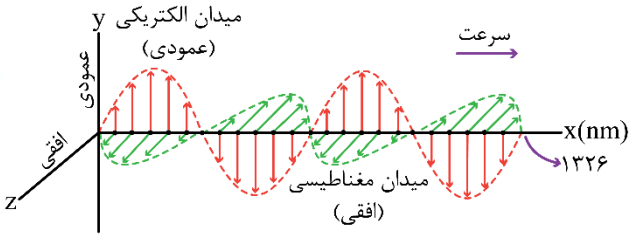
د: اگر بسامد نور تابیده‌شده بر سطح یک فلز از بسامد آستانهٔ آن فلز بیشتر باشد، با افزایش بسامد نور (بدون تغییر در تعداد فوتون‌ها)، تندی فوتوالکترون‌ها افزایش می‌یابد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۲- مجموع انرژی دو فوتون A و B، برابر با $۱/۹۲\times۱۰^{-۱۸}\,J$ است. اگر طول موج فوتون A، ۸۰ درصد کمتر از طول موج فوتون B باشد، بسامد فوتون B چند هرتز است؟ $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C\,,\,h=۴\times۱۰^{-۱۵}eV.s)$

۱) $۲/۵\times۱۰^{۱۵}$ ۲) $۲/۵\times۱۰^{۱۴}$ ۳) ۵×۱۰^{۱۴} ۴) ۵×۱۰^{۱۵}

۴۳- شکل زیر، تصویر لحظه‌ای از نوری را نشان می‌دهد که از یک لامپ رشته‌ای با توان ورودی ۹۰W منتشر شده است؛ به طوری که این لامپ از فاصلهٔ ۳ کیلومتری دیده می‌شود. فرض کنید نور لامپ به طور یکنواخت در فضای اطراف آن منتشر می‌شود و بازده لامپ ۴۰ درصد است. در مدت زمان ۳s چه تعداد فوتون وارد هر دو مردمک چشم‌های ناظری می‌شود که در فاصلهٔ ۳ کیلومتری از لامپ قرار دارد؟ ($h=۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}\,J.s$ و $c=۳\times۱۰^{۸}\,\frac{m}{s}$ و ۲mm = قطر مردمک)



۱) $۱۰^{۷}$

۲) ۴×۱۰^{۷}

۳) ۲×۱۰^{۷}

۴) ۸×۱۰^{۷}

۴۴- کدام گزینه نادرست است؟

۱) همهٔ اجسام در هر دمایی که باشند، از خود امواج الکترومغناطیسی گسیل (نشر) می‌کنند.

۲) تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از برهم‌کنش قوی بین اتم‌های سازندهٔ آن است.

۳) در تابشی که از خورشید گسیل می‌شود و به زمین می‌رسد، بعضی از طول موج‌ها وجود ندارند.

۴) طیف گسیلی برخلاف طیف جذبی برای هیچ دو گازی همانند یکدیگر نیست.

۴۵- در اتم هیدروژن، طول‌موج سومین خط طیفی در رشتهٔ لیمان $(n'=۱)$، چند نانومتر کوتاه‌تر از طول‌موج دومین خط طیفی در رشتهٔ بالمر $(n'=۲)$ است؟ $(R=\frac{۱}{۱۰۰}(nm)^{-۱})$

۱) $\frac{۱۳۰۰}{۳}$ ۲) $\frac{۱۲۸۰}{۳}$ ۳) $\frac{۱۶۰۰}{۳}$ ۴) $\frac{۴۰۰}{۳}$

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

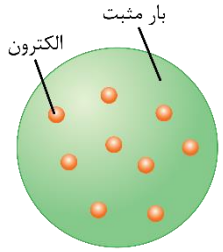
۴۶- اگر کوتاه‌ترین طول موج در یک رشته از اتم هیدروژن، ۹۰۰nm باشد، اختلاف بسامد اولین و سومین خط طیفی در این رشته از اتم هیدروژن، چند هرتز است؟ $(R=\frac{1}{100}(nm)^{-1}\ ,\ c=3\times10^{8}\frac{m}{s})$

۱) $\frac{1}{192}\times10^{16}$ ۲) $\frac{1}{96}\times10^{15}$ ۳) $\frac{1}{192}\times10^{15}$ ۴) $\frac{1}{96}\times10^{16}$

۴۷- در اتم هیدورژن، الکترون در تراز $n=6$ قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، اگر تعداد فوتون‌های گسیلی با انرژی‌های متفاوت را با A و تعداد فوتون‌های گسیلی با انرژی‌های متفاوت که در محدودهٔ فروسرخ قرار دارند را با B نشان دهیم، $A-B$ کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۸ ۳) ۷ ۴) ۶

۴۸- به ترتیب از راست به چپ، شکل زیر نشان‌دهندهٔ مدل اتمی ..... است و یکی از نارسایی‌های این مدل اتمی این بود که .....



۱) تامسون ـ بسامدهای تابش گسیل‌شده از اتم، که این مدل پیش‌بینی می‌کرد با نتایج تجربی سازگار نبود.
۲) تامسون ـ بار الکتریکی اتم خنثی نبود.
۳) رادرفورد ـ بار الکتریکی اتم خنثی نبود.
۴) رادرفورد ـ بسامدهای تابش گسیل‌شده از اتم، که این مدل پیش‌بینی می‌کرد با نتایج تجربی سازگار نبود.

۴۹- در اتم هیدروژن، الکترون در چهارمین حالت برانگیخته قرار دارد. اگر در طی انتقال این الکترون، فوتونی با کمترین انرژی تابش شود، به ترتیب از راست به چپ، شعاع مدار حرکت الکترون چند برابر می‌شود و بسامد فوتون تابش‌شده، چند هرتز است؟ $(h=4\times10^{-15}eV.s\ ,\ E_R=13/6eV)$

۱) $\frac{9}{16}$ ، $7/65\times10^{13}$ ۲) $\frac{16}{25}$ ، $1/65\times10^{14}$
۳) $\frac{16}{25}$ ، $7/65\times10^{13}$ ۴) $\frac{9}{16}$ ، $1/65\times10^{14}$

۵۰- در اتم هیدروژن، الکترونی در حالت پایه قرار دارد. چه تعداد از فوتون‌های جدول زیر توسط این الکترون در حالت پایه می‌توانند جذب شوند؟ $(E_R=13/6eV\ ,\ h=4\times10^{-15}eV.s)$

A	فوتون نور مرئی قرمز
B	فوتون موج فروسرخ
C	فوتون با بسامد ۳۱۸۷/۵THz
D	فوتون فرابنفش با انرژی ۱۰/۲eV

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۵۱- کدام‌یک از گزینه‌های زیر، در ارتباط با موفقیت‌ها و نارسایی‌های مدل اتمی بور درست است؟

۱) مدل اتمی بور در محاسبهٔ انرژی یونش همه اتم‌ها با موفقیت همراه است.
۲) مدل اتمی بور نمی‌تواند چگونگی ایجاد طیف‌های گسیلی و جذبی هیدروژن اتمی را توصیف کند.
۳) مدل اتمی بور نمی‌تواند توضیح دهد که چرا شدت خط قرمز با شدت خط آبی در طیف گسیلی هیدروژن اتمی متفاوت است.
۴) مدل اتمی بور در تبیین پایداری اتم، با موفقیت همراه نیست.

۵۲- در اتم هیدروژن، اگر الکترون از مداری که شعاع آن $16a_0$ است به مداری با شعاع $4a_0$ برود، فوتونی با بسامد f تابش می‌کند و اگر الکترون از مداری با شعاع $25a_0$ به مداری با شعاع $9a_0$ برود، فوتونی با بسامد f' تابش می‌کند. نسبت $\frac{f'}{f}$ کدام است؟

(a_0 شعاع بور است.)

۱) $\frac{256}{675}$ ۲) $\frac{16}{25}$ ۳) $\frac{256}{525}$ ۴) $\frac{16}{7}$

۵۳- کدام گزینه نادرست است؟

۱) در گسیل القایی، یک چشمهٔ انرژی خارجی باید وجود داشته باشد تا الکترون‌ها را به ترازهای انرژی بالاتر برانگیخته کند.
۲) در گسیل القایی، فوتون گسیل‌شده در جهت فوتون ورودی حرکت می‌کند.
۳) مدت زمانی که الکترون‌ها در ترازهای شبه پایدار باقی می‌مانند، کوتاه‌تر از مدت زمانی است که الکترون‌ها در حالت برانگیختهٔ معمولی باقی می‌مانند.
۴) وارونی جمعیت الکترون‌ها در یک محیط لیزری مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در ترازهای شبه پایدار نسبت به تراز پایین‌تر بسیار بیشتر باشند.

۵۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر، درست است؟ $(e=1/6\times10^{-19}C)$

الف: نوترون بار الکتریکی ندارد و جرمش اندکی بیشتر از جرم پروتون است.
ب: در هستهٔ ^{103}Rh، اگر عدد نوترونی برابر ۵۸ باشد، بار الکتریکی خالص هسته، $14/8\times10^{-18}C$ است.
ج: ویژگی‌های هستهٔ یک اتم را، فقط تعداد پروتون‌های هسته تعیین می‌کند.
د: ایزوتوپ $^{47}_{22}X$ را با روش شیمیایی، می‌توان از ایزوتوپ $^{49}_{22}X$ جدا کرد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

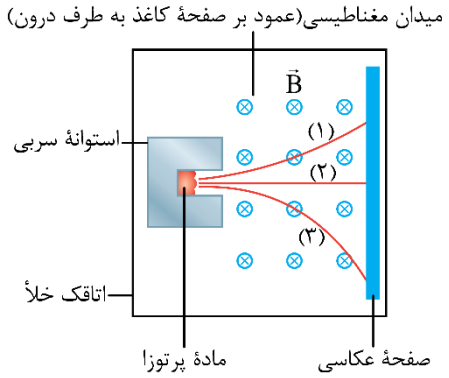
۵۵- کدام گزینه نادرست است؟

۱) بیشتر جرم یک اتم در هستهٔ آن متمرکز شده است.
۲) نیروی هسته‌ای، کوتاه‌برد است و تنها در فاصله‌ای کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند.
۳) جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده‌اش اندکی بیشتر است.
۴) هسته‌ها در واکنش شیمیایی برانگیخته نمی‌شوند.

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۵۶- شکل مقابل، طرح آزمایش ساده‌ای را نشان می‌دهد، که در آن مسیر پرتوهای گسیل‌شده (پرتوهای آلفا، بتای منفی و گاما) از یک مادهٔ پرتوزای طبیعی مشخص شده، و این پرتوها از یک میدان مغناطیسی عبور می‌کنند. چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟



الف: میزان نفوذ پرتوی شمارهٔ (۲) در یک ورقه سربی، بیشتر از میزان نفوذ پرتوی شمارهٔ (۱) در همان ورقه سربی است.

ب: جرم ذرات پرتوی شمارهٔ (۳)، از جرم ذرات پرتوی شمارهٔ (۱)، بیشتر است.

ج: واپاشی ذرات پرتوی شمارهٔ (۱)، متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌ها است.

د: در واپاشی ذرات پرتوی شمارهٔ (۳)، یک نوترون درون هسته به یک پروتون و یک الکترون تبدیل می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

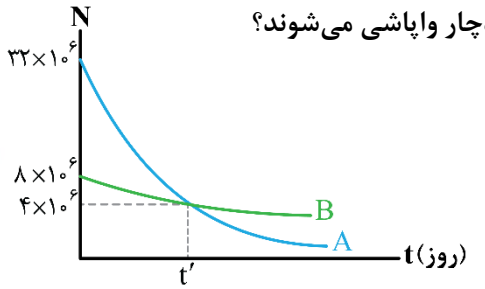
۵۷- حاصل واپاشی هستهٔ مادر $^{۲۳۲}_{۹۰}Th$، یک هستهٔ دختر A، n ذرهٔ آلفا و ۴ ذرهٔ الکترون است و حاصل واپاشی هستهٔ مادر $^{۹۹}_{۴۸}Cd$، یک هستهٔ دختر B، m ذرهٔ آلفا و ۱ ذرهٔ پوزیترون است. اگر تعداد نوترون‌های هستهٔ دختر A و هسته دختر B، به‌ترتیب ۱۲۶ و ۵۰ تا باشد، m+n کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۵۸- تعداد هسته‌های مادر اولیه در یک نمونه مادهٔ پرتوزا، برابر ۲۵۶ است. اگر پس از گذشت ۱۸۰ دقیقه، تعداد هسته‌های اولیه، ۹۳/۷۵ درصد کاهش یابد، پس از چند دقیقه از ابتدای واپاشی مادهٔ پرتوزا، تعداد هسته‌های واپاشی‌شدهٔ مادهٔ پرتوزا برابر ۲۲۴ می‌شود؟

۱) ۴۵ ۲) ۱۳۵ ۳) ۹۰ ۴) ۲۷۰

۵۹- نمودار تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده، برای دو مادهٔ پرتوزا A و B، برحسب زمان مطابق شکل زیر است. اگر نیمه‌عمر مادهٔ پرتوزا A، ۲ روز باشد، در ۶ روز سوم از ابتدای واپاشی مادهٔ B، چند هستهٔ آن دچار واپاشی می‌شوند؟



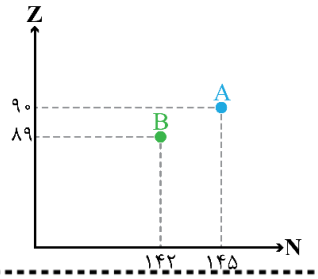
۱) ۲×۱۰^{۶}

۲) $۲/۵\times۱۰^{۵}$

۳) ۵×۱۰^{۵}

۴) $۱۰^{۶}$

۶۰- هستهٔ A با انجام کدام‌یک از واپاشی‌های زیر به هستهٔ B تبدیل می‌شود؟



۱) یک واپاشی β^{+} و یک واپاشی α

۲) یک واپاشی β^{-} و یک واپاشی α

۳) یک واپاشی β^{+} و دو واپاشی α

۴) یک واپاشی β^{-} و دو واپاشی α

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۶۱- تابع کار فلزهای A و B به ترتیب $1/6eV$ و $2/4\times10^{-19}J$ است. اختلاف بسامد قطع این دو فلز چند تراهرتز است؟

$(h=4\times10^{-15}eV.s\ ,\ e=1/6\times10^{-19}C)$

۱) ۲۵ ۲) ۷۵ ۳) ۳۷۵ ۴) ۱۰

۶۲- به فلز A با طول موج قطع $600nm$، یک بار نوری با طول موج $500nm$ می‌تابانیم و بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌ها v_1 می‌شود. بار دیگر نوری با طول موج $400nm$ به این فلز می‌تابانیم و بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌ها v_2 می‌شود. نسبت $\frac{v_2}{v_1}$ کدام است؟

۱) $\frac{5}{2}$ ۲) ۵ ۳) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

۶۳- به ترتیب از راست به چپ، کلمات کدام‌یک ازگزینه‌ها متن زیر را به درستی تکمیل می‌کنند؟

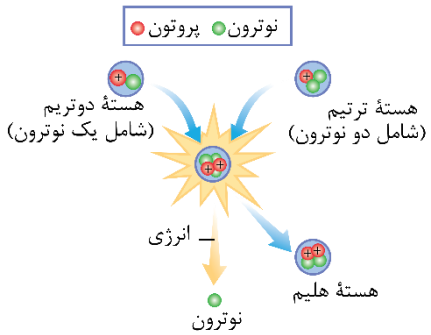
تجربه نشان می‌دهد اگر بتوان نوترون‌های تند را به نحوی کُند ساخت که انرژی جنبشی آن‌ها به حدود $0/04eV$ یا کمتر از آن برسد، احتمال جذب آن‌ها توسط ایزوتوپ‌های $^{235}_{92}U$ ..... می‌یابد. آب معمولی (H_2O)، آب سنگین (D_2O) و گرافیت (اتم‌های کربن) از جمله موادی هستند که به عنوان کُندساز نوترون‌ها در واکنش‌های ..... هسته‌ای استفاده می‌شوند.

۱) افزایش ـ گداخت ۲) کاهش ـ گداخت
۳) افزایش ـ شکافت ۴) کاهش ـ شکافت

۶۴- در یک واکنش هسته‌ای، جرم محصولات $0/02u$ کمتر از هسته‌های اولیه است. انرژی آزادشده در این واکنش چند مگاالکترون‌ولت است؟ ($e=1/6\times10^{-19}C$ ، $c=3\times10^{8}\frac{m}{s}$ و هر واحد جرم اتمی معادل $1/6\times10^{-27}kg$ فرض شود.)

۱) ۱۸ ۲) ۱/۸ ۳) ۲۸/۸ ۴) ۲۸۸

۶۵- کدام‌یک از عبارت‌های زیر در مورد شکل مقابل صحیح است؟

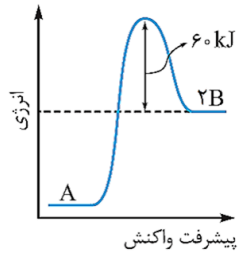


۱) این شکل فرایند شکافت هسته‌ای را نشان می‌دهد.
۲) مجموع جرم محصولات فرایند، برابر با مجموع جرم هسته‌های اولیه است.
۳) نوترون به‌دست آمده در پایان فرایند، انرژی جنبشی زیادی دارد.
۴) این آزمایش می‌تواند در دمایی حدود $1000°C$ انجام شود.

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۶- نمودار مقابل، روند تغییر انرژی در یک واکنش را نشان می‌دهد. با توجه به معادله واکنش‌های زیر، مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش انجام شده برابر با چند کیلوژول خواهد بود؟



$I)\ B + C \rightarrow ۲D \quad ; \Delta H = -۴۵kJ$
$II)\ B + A + D \rightarrow ۲C \quad ; \Delta H = +۸۲kJ$
$III)\ ۲A \rightarrow D + C \quad ; \Delta H = +۱۱۷kJ$

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۰۰
۳) ۱۶۰ ۴) ۱۴۰

۶۷- یک خودروی دیزلی به ازای طی هر کیلومتر مسافت، مخلوط ۳/۸ گرمی از گازهای NO و $NO_۲$ با نسبت مولی برابر را وارد هوا می‌کند. برای حذف ۸۰٪ از اکسیدهای نیتروژن تولید شده در طول مسافت ۲۵۰۰ کیلومتر توسط این خودرو، به چند کیلوگرم آمونیاک نیاز بوده و طی این فرایند، درصد جرمی فراورده قطبی در میان مواد تولید شده به تقریب چقدر می‌شود؟
($H = ۱$ و $N = ۱۴$ و $O = ۱۶ : g.mol^{-۱}$)

(معادله واکنش را موازنه کنید.) $NO(g) + NO_۲(g) + NH_۳(g) \rightarrow N_۲(g) + H_۲O(g)$

۱) ۳/۴ ـ ۴۹ ۲) ۳/۴ ـ ۵۸ ۳) ۳/۸ ـ ۴۹ ۴) ۳/۸ ـ ۵۸

۶۸- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) انرژی فعال‌سازی واکنش تولید متانول از $H_۲$ و CO در دماهای ۳۰۰°C و ۵۰۰°C برابر با هم است.
۲) انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن فسفر سفید، کمتر از انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن هیدروژن است.
۳) کاتالیزگر موجود در سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، ΔH واکنش انجام شده در این سلول را کاهش می‌دهد.
۴) در دمای اتاق، واکنش بین گازهای هیدروژن و اکسیژن در حضور توری پلاتینی، به صورت انفجاری انجام می‌شود.

۶۹- از میان گازهای اوزون، نیتروژن مونوکسید و نیتروژن دی‌اکسید، گازی که حداکثر غلظت آن در هوای شهرهای آلوده بیشتر از سایر گازها است، همانند مولکول ..... ساختار ..... داشته و عدد اکسایش اتم مرکزی در آن، مشابه عدد اکسایش اتم مرکزی در مولکول ..... است.

۱) هیدروژن سولفید ـ خمیده ـ گوگرد دی‌اکسید ۲) کربونیل سولفید ـ خطی ـ کربن دی‌اکسید
۳) کربن دی‌اکسید ـ خطی ـ گوگرد تری‌اکسید ۴) گوگرد دی‌اکسید ـ خمیده ـ اکسیژن دی‌فلوئورید

۷۰- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست است؟

آ: در سطح سرامیک به‌کاررفته در ساختار مبدل کاتالیستی، توده‌هایی با قطر چند میکرومتر از سه فلز دسته d وجود دارد.
ب: اغلب واکنش‌های مربوط به حذف انواع آلاینده‌ها در مبدل‌های کاتالیستی خودروها، از نوع اکسایش-کاهش نیستند.
پ: کاتالیزگرها در واکنش‌های شیمیایی شرکت نکرده و در طول انجام شدن واکنش نیز جرم آن‌ها ثابت باقی می‌ماند.
ت: پس از استفاده از مبدل کاتالیستی، مقدار گاز NO خارج‌شده از اگزوز خودرو کمتر از C_xH_y خارج‌شده می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۱- مقدار ۲/۲ مول گاز فلوئور و ۷۵/۶ گرم بخار آب را در یک ظرف دو لیتری مخلوط کرده و گرما می‌دهیم تا تعادل گازی زیر برقرار شود. اگر در حالت تعادل ۸ گرم هیدروژن فلوئورید در مخلوط تعادلی وجود داشته باشد، ثابت تعادل این واکنش شیمیایی بر حسب $mol.L^{-۱}$ کدام است؟ ($H = ۱$ و $O = ۱۶$ و $F = ۱۹ : g.mol^{-۱}$)

(معادله موازنه شود.) $F_۲(g) + H_۲O(g) \leftrightharpoons O_۲(g) + HF(g)$

۱) ۲×۱۰^{-۵} ۲) ۲×۱۰^{-۴} ۳) ۴×۱۰^{-۵} ۴) ۴×۱۰^{-۴}

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۷۲- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) پس از افزودن گاز ناقطبی کلر به ظرف تعادل $Cl_2(g) + PCl_3(g) \rightleftharpoons PCl_5(g)$، غلظت گاز PCl_3 کاهش می‌یابد.
۲) تغییر حجم، تاثیری بر جابه‌جایی تعادل $H_2S(g) + I_2(s) \rightleftharpoons 2HI(g) + S(s)$ و سرعت انجام واکنش رفت ندارد.
۳) افزودن مقداری سدیم فلوئورید به محلول آبی از HF، باعث کاهش درجه یونش اسید و افزایش pH محلول می‌شود.
۴) با کاهش حجم ظرف در تعادل $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$، مخلوط گازی ابتدا پررنگ و سپس کم‌رنگ‌تر می‌شود.

۷۳- مقدار ۱/۶ مول گاز گوگرد تری‌اکسید را وارد یک ظرف ۴ لیتری می‌کنیم تا تعادل $2SO_3(g) \rightleftharpoons 2SO_2(g) + O_2(g)$ برقرار شود. اگر تا لحظهٔ برقراری تعادل ۸۰٪ گوگرد تری‌اکسید تجزیه شده باشد، غلظت O_2 در حالت تعادل برحسب مول بر لیتر و ثابت تعادل (به ترتیب از راست به چپ) کدام است؟

۱) $2/56 mol.L^{-1}$ ـ $0/16$
۲) $2/56 mol.L^{-1}$ ـ $0/32$
۳) $5/12 mol.L^{-1}$ ـ $0/16$
۴) $5/12 mol.L^{-1}$ ـ $0/32$

۷۴- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست است؟

آ: در سامانه $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$، سرعت تولید گاز H_2 از نگاه ذره‌ای با سرعت تولید گاز NH_3 برابر است.
ب: با افزودن $CaO(s)$ به ظرف واکنش $CaSO_4(s) \rightleftharpoons CaO(s) + SO_3(g)$، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.
پ: در واکنش $2X(g) \rightleftharpoons Y(g) + Q$، مقدار ثابت تعادل در دمای ۷۵۰ کلوین نسبت به دمای ۶۰۰°C بیشتر خواهد بود.
ت: اگر پیشرفت واکنش تجزیه گاز NO برابر ۸۰٪ باشد، K تعادل $2NO(g) \rightleftharpoons O_2(g) + N_2(g)$ برابر ۴ می‌شود.
ث: خارج کردن گاز اوزون از ظرف، همانند کاهش دما، ثابت تعادل واکنش $2O_3(g) \rightleftharpoons 3O_2(g)$ را کاهش می‌دهد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۵- تعادل $Q + MgCO_3(s) \rightleftharpoons MgO(s) + CO_2(g)\ ;\ K = 0/02 mol.L^{-1}$، در یک مخزن ۱۵ لیتری برقرار است. اگر حجم ظرف واکنش را به ۶۰ لیتر رسانده و با افزایش دمای محیط، مقدار ثابت تعادل واکنش را به اندازه ۵۰٪ تغییر بدهیم، مجموع جرم مواد جامد موجود در ظرف واکنش به اندازه چند گرم تغییر خواهد کرد؟
($Mg = 24$ و $O = 16$ و $C = 12$: $g.mol^{-1}$)

۱) ۲۲ ۲) ۸۸ ۳) ۴۴ ۴) ۶۶

۷۶- تعادل $PCl_5(g) \rightleftharpoons Cl_2(g) + PCl_3(g)\ ;\ K = 10^{-2}$، با ورود مقداری گاز PCl_5 به یک ظرف ۱۰ لیتری آغاز شده است. اگر در حالت تعادل $1/204 \times 10^{23}$ مولکول کلر در ظرف واکنش وجود داشته باشد، مقدار اولیه گاز PCl_5 وارد شده به ظرف واکنش برابر با چند گرم بوده است؟ ($Cl = 35/5$ و $P = 31$: $g.mol^{-1}$)

۱) ۶۸/۷۵ ۲) ۸۲/۵ ۳) ۱۰۴/۲۵ ۴) ۱۲۵/۱

۷۷- کدام موارد از مطالب زیر دربارهٔ تعادل $2SO_3(g) \rightleftharpoons 2SO_2(g) + O_2(g)$ که در ظرفی به حجم ۱ لیتر برقرار است، درست‌اند؟

آ: بر اثر نصف شدن حجم ظرف واکنش، غلظت مواد گازی شرکت کننده در تعادل، در طول زمان تغییر نخواهد کرد.
ب: اگر این واکنش گرماگیر باشد، با افزایش دما در حجم ثابت، غلظت گاز گوگرد دی‌اکسید افزایش پیدا می‌کند.
پ: اگر مقداری از گاز اکسیژن تولید شده را از ظرف واکنش خارج کنیم، تعادل به سمت راست جابه‌جا می‌شود.
ت: اگر در دمای ثابت، فشار وارد شده به گازها افزایش یابد، سرعت واکنش رفت کاهش پیدا خواهد کرد.

۱) آ و ب ۲) آ و ت ۳) ب و پ ۴) پ و ت

۷۸- به منظور افزایش درصد پیشرفت واکنش $NH_4HS(s) \rightleftharpoons NH_3(g) + H_2S(g)\ ,\ \Delta H > 0$، از کدام تغییر زیر می‌توان استفاده کرد؟

۱) کاهش دمای محیط انجام واکنش
۲) افزودن مقداری گاز آمونیاک به ظرف واکنش
۳) افزایش حجم ظرف محتوی مواد شرکت‌کننده
۴) افزودن کاتالیزگر X به سامانه این واکنش

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۷۹- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست است؟

آ: در دمای اتاق، با ایجاد جرقه در مخلوطی از گازهای نیتروژن و هیدروژن، این گازها با یکدیگر واکنش می‌دهند.

ب: در فناوری مربوط به فرایند هابر، دمای سردکننده کمتر از نقطه جوش آمونیاک و بیشتر از نقطه جوش H_2 است.

پ: در سامانه واکنش مربوط به فرایند هابر، در حالت تعادل، غلظت آمونیاک حتما ۲ برابر غلظت گاز نیتروژن خواهد بود.

ت: شرایط بهینه فرایند هابر شامل کاتالیزگر فلزی حاوی ۶ الکترون با $n + l = 4$، دمای ۴۵۰°C و فشار $200atm$ است.

۱) آ و ب ۲) آ و پ ۳) ب و ت ۴) فقط ب

۸۰- مقدار ۵۶ گرم گاز CO و ۳۶ گرم بخار آب در یک ظرف دو لیتری مخلوط شده‌اند تا واکنش تعادلی زیر انجام شود. درصد پیشرفت واکنش مورد نظر و مجموع شمار مولکول‌های فراورده‌های واکنش پس از برقراری تعادل در ظرف واکنش به تقریب کدام است؟ ($H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$: $g.mol^{-1}$) ; $K = 4$ $CO(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons CO_2(g) + H_2(g)$

۱) ۷۵ _ $1/2 \times 10^{24}$ ۲) ۶۶/۷ _ $1/2 \times 10^{24}$

۳) ۷۵ _ $1/6 \times 10^{24}$ ۴) ۶۶/۷ _ $1/6 \times 10^{24}$

۸۱- کدام‌یک از مطالب زیر در رابطه با واکنش میان گاز اتن با آب در حضور سولفوریک اسید درست است؟

۱) برای تولید نوعی الکل، این واکنش نسبت به واکنش تخمیر گلوکز، از دیدگاه اتمی به‌صرفه‌تر است.

۲) فراورده این واکنش، نوعی فراورده پتروشیمیایی بوده و در مقایسه با نفت خام قیمت پایین‌تری دارد.

۳) از فراورده تولید شده در این واکنش شیمیایی می‌توان در واکنش تولید برخی از پلی‌استرها استفاده کرد.

۴) از واکنش فراورده این فرایند با پروپانوئیک اسید، ترکیبی بدست می‌آید که شمار اتم‌های H آن با نفتالن برابر است.

۸۲- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست است؟ ($H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$: $g.mol^{-1}$)

آ: درصد جرمی کربن در فراورده واکنش ۲-بوتن با آب، از درصد جرمی کربن در اتیلن گلیکول کمتر است.

ب: چگالی کم، نفوذناپذیری در مقابل هوا، ارزانی و مقاومت در برابر خوردگی، از جمله خواص پلاستیک‌ها هستند.

پ: نیم مول از دی‌الکل مصرف شده برای سنتز PET، در واکنش با ۲۸ لیتر گاز O_2 در شرایط استاندارد می‌سوزد.

ت: به کمک فناوری‌های شیمیایی، ترکیب‌های آمینی از جمله متیل‌آمین را می‌توان مستقیما به کمک آلکن‌ها تولید کرد.

ث: با اکسایش پارازایلن توسط محلول پتاسیم پرمنگنات، نوعی اسید دو پروتون‌دار به نام ترفتالیک اسید ایجاد می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۳- در واکنش ۴۱/۵ گرم ترفتالیک اسید با خلوص ۵۰٪ با مقدار کافی متیل آمین، به شرطی که بازده درصدی واکنش انجام شده برابر با ۸۰٪ باشد، چند گرم ترکیب آلی تولید می‌شود؟ ($H = 1$ و $C = 12$ و $N = 14$ و $O = 16$: $g.mol^{-1}$)

۱) ۱۴/۴ ۲) ۳۸/۴ ۳) ۱۲/۸ ۴) ۱۹/۲

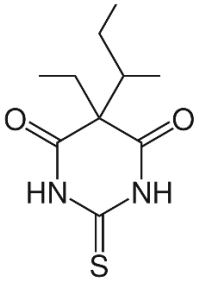
۸۴- در روش تولید غیرمستقیم متانول از گاز متان، مقداری بخار متانول با حجم مولی $23L.mol^{-1}$ تولید شده‌است. اگر هیدروژن اضافی تولید شده در این واکنش، ۹۶ گرم نفتالن را بطور کامل سیر کند، حجم متانول تولید شده بر حسب میلی‌لیتر کدام است؟ ($H = 1$ و $C = 12$: $g.mol^{-1}$)

۱) ۲۸۷۵۰ ۲) ۵۷۵۰۰ ۳) ۴۳۱۲۵ ۴) ۸۶۲۵۰

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

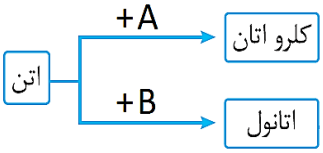
۸۵- در رابطه با تصویر مقابل که ساختار نوعی داروی شیمیایی ضدتشنج را نشان می‌دهد، چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست است؟



آ: عدد اکسایش اتم‌های نیتروژن در این ترکیب با عدد اکسایش نیتروژن در متیل آمین برابر است.
ب: گروه عاملی موجود در ساختار مولکول پلی‌اتیلن ترفتالات، در ساختار این ماده یافت می‌شود.
پ: نیمی از اتم‌های کربن موجود در ساختار این ماده آلی، به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده‌اند.
ت: پیوند $C = S$ موجود در آن نسبت به سایر پیوندهای اشتراکی، آنتالپی پیوند بیشتری دارد.
ث: در ساختار این ماده، همانند ساختار ویتامین کا، حلقه‌های شش‌ضلعی کربنی وجود دارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۶- تصویر زیر، نمایی از فرایند تبدیل گاز اتن به دو فراورده پتروشیمیایی را نشان می‌دهد:



با توجه به اطلاعات داده شده، ترکیب A در ترکیب B، ..... بوده و در صورت قرار گرفتن مولکول‌های این ماده در یک میدان الکتریکی، ..... ماده B، ذرات سازنده این ماده جهت‌گیری پیدا ..... .

۱) محلول ـ برخلاف ـ نمی‌کند ۲) محلول ـ همانند ـ می‌کند
۳) نامحلول ـ برخلاف ـ نمی‌کند ۴) نامحلول ـ همانند ـ می‌کند

۸۷- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) هریک از اتم‌های کربن موجود در ترفتالیک اسید، توسط یک پیوند دوگانه و دو پیوند یگانه به سایر اتم‌ها متصل شده‌اند.
۲) برای افزایش ایمنی در میادین گازی، بخش زیادی از ماده‌ای که جزء اصلی گاز طبیعی به شمار می‌رود را می‌سوزانند.
۳) نفت خام، یک مایع غلیظ سیاه‌رنگ بوده و اتن، بنزن و پارازایلن، از جمله هیدروکربن‌های موجود در آن هستند.
۴) ساده‌ترین عضو خانواده الکل‌ها، یک ماده زردرنگ بوده و در واکنش با PET، آن را به مواد مفید تبدیل می‌کند.

۸۸- برای سنتز دی‌اسید مورد نیاز جهت تولید یک نمونه از پلی‌اتیلن ترفتالات به جرم ۴۸ گرم، به چند گرم پارازایلن با خلوص ۵۳٪ نیاز داریم؟ ($H = ۱$ و $C = ۱۲$ و $O = ۱۶$: $g.mol^{-1}$)

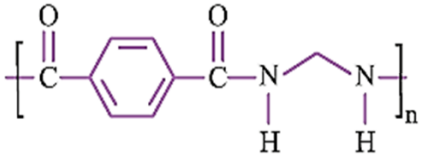
۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۴۰ ۴) ۸۰

۸۹- مقدار ۴۸۰ گرم از یک استر با خلوص ۹۰٪، در شرایط مناسب در محیط اسیدی با آب واکنش داده و نوعی اسید به همراه ۱۳۸ گرم اتانول تولید می‌کند. در ساختار استر اولیه چند پیوند اشتراکی وجود داشته و با استفاده از اسید تولید شده، چند کیلوگرم محلول ۲/۵ درصد جرمی می‌توان تهیه کرد؟ ($H = ۱$ و $C = ۱۲$ و $O = ۱۶$: $g.mol^{-1}$)

معادله واکنش انجام شده : $C_nH_{۲n}O_۲ + H_۲O \xrightarrow{H^+} A + C_۲H_۵OH$

۱) ۲۶ ، ۹/۲۸ ۲) ۲۶ ، ۱۳/۹۲ ۳) ۲۳ ، ۹/۲۸ ۴) ۲۳ ، ۱۳/۹۲

۹۰- با توجه به ساختار پلیمر زیر، کدام عبارت درست است؟ ($H = ۱$ و $C = ۱۲$ و $N = ۱۴$ و $O = ۱۶$: $g.mol^{-1}$)



۱) همانند پلی‌اتیلن ترفتالات، نیروی بین مولکولی غالب در این پلیمر نیز از نوع پیوند هیدروژنی خواهد بود.
۲) نسبت شمار اتم‌ها به عناصر در دی‌آمین سازنده این پلیمر، نصف این نسبت در بنزوئیک اسید است.
۳) در ۷۹/۲ گرم از این پلیمر، تقریبا تعداد $۱/۶۲ \times ۱۰^{۲۴}$ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.
۴) این پلیمر مشابه کولار، یک پلی‌آمید بوده و سرعت آبکافت آن در طبیعت بسیار زیاد است.

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

بودجه‌بندی آزمون مرحله ۱۴ دوازدهم ریاضی

۶ فروردین	مرور و جمع‌بندی پایه دهم و یازدهم

حسابان		هندسه		گسسته	
دوازدهم + پایه مرتبط	پایه	دوازدهم	پایه	دوازدهم	آمار و احتمال
-	حسابان ۱: کل کتاب صفحه‌های ۱ تا ۱۵۱ ریاضی ۱: کل کتاب صفحه‌های ۱ تا ۱۷۰	-	هندسه ۱ و ۲: کل کتاب	-	آمار و احتمال: کل کتاب

فیزیک		شیمی	
دوازدهم	پایه	دوازدهم	پایه
-	فیزیک ۱ و ۲: کل کتاب	-	شیمی ۱ و ۲: کل کتاب

گروه آموزشی ماز
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

کدکنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۱۲/۲۴

گروه آموزشی ماز

پاسخنامه آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی ـ مرحله ۱۳

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	محدثه شیخعلی	کاظم اجلالی ـ سوگند روشنی	مهرداد اسپیدکار ـ حمیدرضا ولی‌پور
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده	سجاد صادقی‌زاده ـ مجید میرزایی	محمدجواد سورچی ـ نرجس تیمناک مروارید شاه‌حسینی ـ علیرضا ملک‌حسینی پویا هدایتی گودرزی
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد	فرشاد هادیان‌فرد ـ علی ترابی ـ مهسا بایمانی‌نژاد عالیه میرزایی	فرهنگ امیری ـ سجاد سیف‌اللهی محمد داوودآبادی فراهانی ـ سعیده محبی
مدیر آزمون: رسول خنجری			

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

گروه آموزشی ماز

دوست مازی من، سلام!

برای اینکه ما نظرت رو در رابطه با آزمون بدونیم نیاز هست که در نظرسنجی شرکت کنی.

برای شرکت در نظرسنجی فقط کافیه روی لینک زیر بزنی یا QR کد زیر رو اسکن کنی تا صفحهٔ نظرسنجی برات باز بشه!

ممنون که نظرت رو به ما میگی و بهمون برای بهتر شدن آزمون‌ها کمک می‌کنی :)

https://B2n.ir/d79939

مازی‌ها؛ میدونین که جلوی هر سوال ما براتون ویژگی و آدرس اون سوال رو میذاریم، حالا واسه اینکه کامل یادش بگیرید میخوام براتون بگم که چجوری اینا رو براتون چیدیم:

(سطح سوال ـ سبک سوال ـ آدرس سوال)

آسان ـ متوسط ـ سخت

مفهومی ـ مساله و ...

مثلا: ۱۱۰۱ یعنی فصل ۱ پایه یازدهم

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

در کنکور سراسری هر سال بیش از یک میلیون نفر شرکت کرده و برای به‌دست آوردن صندلی دانشگاه‌های برتر با هم رقابت می‌کنند.

یکی از وظایف کنکور، متمایز کردن این افراد از هم می‌باشد. متمایز کردن به این معناست که کنکور باید طوری طراحی شود که تا جای ممکن، دو نفر از داوطلبان رتبهٔ یکسانی کسب نکنند. همین ماجرا باعث می‌شود که طراحان کنکور سراسری مجبور شوند هر سال سؤالات خود را از سال گذشته سخت‌تر طراحی کنند. به همین دلیل هست که هر سال شاهد نوآوری‌های جدیدی در کنکور هستیم.

یکی از ویژگی‌های ثابت کنکور در سالیان اخیر، سخت شدن یک دفعه‌ای بعضی درس‌هاست. به این معنی که در هر سال به صورت تصادفی، تعدادی از دروس سخت‌تر از حد معمول طراحی می‌شوند.

ما در آزمون‌های ماز نیز تا کنکور همین کار را خواهیم کرد و روند طراحی سؤالات ما دقیقاً به همین صورت خواهد بود. در هر آزمون به صورت تصادفی چند درس سخت‌تر از حد معمول طراحی خواهند شد تا بتوانیم شما را به چالش بکشیم و کنکور را دقیق‌تر از هر جای دیگری، برای شما شبیه‌سازی کنیم.

در این آزمون درس شیمی سخت‌تر طراحی شد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱- طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $f(x)=\frac{x^4}{x^3-2}$ روی آن نزولی است، کدام است؟

۱) $\sqrt[3]{2}$ ۲) ۲ ۳) $2-\sqrt[3]{2}$ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

یکنوایی:

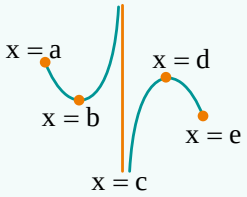
برای تشخیص این که تابع در چه بازه‌ای صعودی یا نزولی است از تابع مشتق می‌گیریم. در هر بازه‌ای که $f'(x)\ge 0$ باشد، تابع صعودی و در هر بازه‌ای که $f'(x)\le 0$ باشد، تابع نزولی است. به شرطی که درون بازه‌ها، مجانب قائم نداشته باشیم.

$[a,b)\to f'(x)\le 0\to$ نزولی $f(x)$

$[b,c)\to f'(x)\ge 0\to$ صعودی $f(x)$

$(c,d]\to f'(x)\ge 0\to$ صعودی $f(x)$

$[d,e]\to f'(x)\le 0\to$ نزولی $f(x)$



از مشتق‌گیری برای تشخیص یکنوایی توابع چندجمله‌ای، گویا، مثلثاتی و ... استفاده می‌کنیم. بهتر است برای تشخیص یکنوایی توابعی مانند براکتی، قدرمطلقی و چندضابطه‌ای، از رسم نمودار کمک بگیریم.

پاسخ تشریحی:

از تابع مشتق می‌گیریم:

$$f'(x)=\frac{4x^3(x^3-2)-3x^2(x^4)}{(x^3-2)^2}=\frac{4x^6-8x^3-3x^6}{(x^3-2)^2}\Rightarrow f'(x)=\frac{x^3(x^3-8)}{(x^3-2)^2}$$

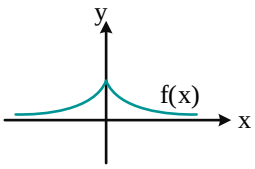
توجه داریم $D_f=\mathbb{R}-\{\sqrt[3]{2}\}$ و $x=\sqrt[3]{2}$ مجانب قائم است.

x	$-\infty$	0		$\sqrt[3]{2}$		2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$
$f(x)$	صعودی		نزولی	مجانب قائم	نزولی		صعودی

بزرگ‌ترین بازه‌ای که $f(x)$ روی آن نزولی است $(0,\sqrt[3]{2})$ می‌باشد که طول آن $\sqrt[3]{2}$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۲- نمودار تابع $f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است. کدام گزینه در مورد وضعیت یکنوایی تابع $g(x)=\frac{f(x)}{x^2+1}$ درست است؟



۱) روی $\mathbb{R}$ اکیداً صعودی است.

۲) روی $\mathbb{R}$ اکیداً نزولی است.

۳) روی $(-\infty,0]$ اکیداً صعودی و روی $[0,+\infty)$ اکیداً نزولی است.

۴) روی $(-\infty,0]$ اکیداً نزولی و روی $[0,+\infty)$ اکیداً صعودی است.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

پاسخ تشریحی:

تابع $f(x)$ همواره مثبت است و در بازهٔ $(-\infty,0]$ اکیداً صعودی و در بازهٔ $[0,+\infty)$ اکیداً نزولی است. بنابراین:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$-$
$f(x)$	صعودی		نزولی

از تابع $g(x)$ مشتق می‌گیریم تا یکنوایی آن را مشخص کنیم. پس:

$$g'(x)=\frac{f'(x)(x^2+1)-2xf(x)}{(x^2+1)^2}$$

برای تعیین علامت $g(x)$ دو حالت $x>0$ و $x<0$ را در نظر می‌گیریم:

$$1)\ x\ge 0\xrightarrow[f'(x)<0]{f(x)>0} g'(x)=\frac{\overbrace{f'(x)(x^2+1)}^{\text{منفی}}\overbrace{-2xf(x)}^{\text{منفی}}}{\underbrace{(x^2+1)^2}_{\text{مثبت}}}<0$$

پس تابع در بازهٔ $[0,+\infty)$ اکیداً نزولی است.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$۲)\ x \le ۰ \xrightarrow[f'(x)>۰]{f(x)>۰} g'(x) = \frac{\overbrace{f'(x)(x^۲+۱)}^{\text{مثبت}} \overbrace{-۲xf(x)}^{\text{مثبت}}}{\underbrace{(x^۲+۱)^۲}_{\text{مثبت}}} > ۰$$

بنابراین تابع در بازهٔ $(-\infty, ۰]$ اکیداً صعودی است.

گروه آموزشی ماز

۳- کدام تابع روی دامنه‌اش اکیداً یکنوا می‌باشد؟

۱) $f(x) = \frac{x}{x^۲-۱}$ ۲) $f(x) = \frac{۱}{x^۳-۱}$ ۳) $f(x) = \frac{x}{x^۲+۱}$ ۴) $f(x) = \frac{x^۳}{x^۲+۱}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

پاسخ تشریحی:

$x=۱$ مجانب قائم توابع موجود در گزینه‌های ۱ و ۲ می‌باشد. پس این توابع، اکیداً یکنوا نمی‌باشند. نمودار گزینه‌های ۱ و ۲ در اطراف مجانب قائم $(x=۱)$ به صورت زیر است.

$f(x) = \frac{x}{x^۲-۱}$

$f(x) = \frac{۱}{x^۳-۱}$

پس گزینه‌های ۳ و ۴ را بررسی می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{x}{x^۲+۱} \Rightarrow f'(x) = \frac{۱(x^۲+۱) - ۲x \times x}{(x^۲+۱)^۲} = \frac{۱-x^۲}{(x^۲+۱)^۲}$$

بنابراین تابع موجود در گزینهٔ ۳ اکیداً یکنوا نمی‌باشد.

x	$-\infty$		-۱		۱		$+\infty$
$f'(x) = \frac{۱-x^۲}{(x^۲+۱)^۲}$		$-$	۰	$+$	۰	$-$	
f(x)		↘ نزولی		↗ صعودی		↘ نزولی	

$$f(x) = \frac{x^۳}{x^۲+۱} \Rightarrow f'(x) = \frac{۳x^۲(x^۲+۱) - ۲x \times x^۳}{(x^۲+۱)^۲} = \frac{x^۴+۳x^۲}{(x^۲+۱)^۲} = \frac{x^۲(x^۲+۳)}{(x^۲+۱)^۲}$$

x	$-\infty$		۰		$+\infty$
$f'(x) = \frac{x^۲(x^۲+۳)}{(x^۲+۱)^۲}$		$+$	۰	$+$	
f(x)		↗ صعودی		↗ صعودی	

بنابراین تابع موجود در گزینهٔ ۴ اکیداً صعودی می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۴- تابع $f(x) = \begin{cases} x^۳ - ۶x & x \ge ۱ \\ -x^۲ - x & x < ۱ \end{cases}$، چند نقطهٔ بحرانی دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

نقاط بحرانی:

نقطهٔ $x = c$ را بحرانی می‌گوییم هرگاه این نقطه عضو دامنهٔ تابع باشد و مشتق تابع در این نقطه یا صفر باشد و یا وجود نداشته باشد.

$c \in D_f \Rightarrow f'(c) = ۰$ یا $f'(c) =$ وجود نداشته باشد

با تعریف فوق، تمام نقاطی که در دامنهٔ تابع هستند و تابع در آن نقاط ناپیوسته و یا مشتق‌ناپذیر (نقاط مشتق‌ناپذیر مانند زاویه‌دار، بازگشتی، عطف قائم) باشد، بحرانی هستند. همچنین نقاطی که در آن‌ها، خط مماس، افقی باشد نیز بحرانی هستند . همچنین اگر نقاط بحرانی تابع $f(x)$ را در بازهٔ $[a, b]$ بخواهند نقاط ابتدا و انتهای بازه یعنی $x = a$ و $x = b$ بحرانی هستند.

نکته:

برای مشخص کردن نقاط بحرانی تابع چندضابطه‌ای، نقطهٔ بحرانی تک‌تک ضابطه‌ها را به دست می‌آوریم. فقط باید نقطهٔ بحرانی در محدودهٔ x قرار داشته باشد. در مرحلهٔ بعد، سراغ نقطهٔ مرزی می‌رویم و پیوستگی و مشتق‌پذیری تابع را در آن نقطه بررسی می‌کنیم.

اگر تابع در نقطهٔ مرزی، ناپیوسته و یا مشتق‌ناپذیر باشد، آن‌گاه نقطهٔ مرزی نیز بحرانی است.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی:

$$f'(x)=\begin{cases}3x^2-6 & x>1\\ -2x-1 & x<1\end{cases}$$

چون توابع داده شده در هر ضابطه، چندجمله‌ای هستند، پس نقطهٔ مشتق‌ناپذیر ندارند و باید مشتق آن‌ها را برابر صفر قرار دهیم.

$3x^2-6=0 \Rightarrow x=\pm\sqrt{2} \Rightarrow$ $x=\sqrt{2}$ در بازهٔ $x>1$ قرار دارد. پس بحرانی است. اما $x=-\sqrt{2}$ بحرانی نمی‌باشد.

$-2x-1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2} \Rightarrow$ $x=-\frac{1}{2}$ در بازهٔ $x<1$ قرار دارد. پس بحرانی است.

تابع $f(x)$ در $x=1$ ناپیوسته و مشتق‌ناپذیر است، پس $x=1$ نیز بحرانی می‌باشد.

بنابراین در کل تابع $f(x)$ سه نقطهٔ بحرانی دارد. مجموعهٔ نقاط بحرانی $=\left\{-\frac{1}{2},1,\sqrt{2}\right\}$

گروه آموزشی ماز

۵- تابع $f(x)=x+|x|-|x^2+x|$ چند نقطهٔ بحرانی دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

پاسخ تشریحی:

تمامی عبارت‌های درون قدرمطلق‌ها را، در یک جدول، تعیین علامت می‌کنیم و تابع را به صورت چندضابطه‌ای می‌نویسیم:

	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
x	$-$	$-$	0	$+$
x^2+x	$+$	0	$-$	0	$+$

$$\Rightarrow f(x)=\begin{cases}x-x-(x^2+x) & x\le -1\\ x-x+(x^2+x) & -1\le x\le 0\\ x+x-(x^2+x) & x\ge 0\end{cases} \Rightarrow f(x)=\begin{cases}-x^2-x & x\le -1\\ x^2+x & -1\le x\le 0\\ x-x^2 & x\ge 0\end{cases}$$

از تابع $f(x)$ مشتق می‌گیریم و مشتق تک‌تک ضابطه‌ها را برابر صفر قرار می‌دهیم، زیرا توابع موجود در ضابطه‌ها، نقطهٔ مشتق‌ناپذیری ندارند.

$$f'(x)=\begin{cases}-2x-1 & x<-1 & -2x-1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}\ \times & \text{در بازهٔ } x<-1 \text{ قرار ندارد.}\\ 2x+1 & -1<x<0 & 2x+1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}\ \checkmark & \text{در بازهٔ } -1<x<0 \text{ قرار دارد.}\\ 1-2x & x>0 & 1-2x=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}\ \checkmark & \text{در بازهٔ } x>0 \text{ قرار دارد.}\end{cases}$$

حال به سراغ نقاط مرزی $x=-1$ و $x=0$ می‌رویم. تابع در این دو نقطه پیوسته بوده، پس فقط، مشتق‌پذیری را در این ۲ نقطه بررسی می‌کنیم:

$\left.\begin{matrix}f'_-(0)=1\\ f'_+(0)=1\end{matrix}\right\} \Rightarrow f'(0)=1 \Rightarrow$ تابع در $x=0$ مشتق‌پذیر بوده و مشتق آن غیرصفر است، پس $x=0$ نقطهٔ بحرانی محسوب نمی‌شود.

$\left.\begin{matrix}f'_-(-1)=-2(-1)-1=1\\ f'_+(-1)=2(-1)+1=-1\end{matrix}\right\} \Rightarrow$ تابع در $x=-1$ مشتق‌پذیر نمی‌باشد، زیرا مشتق‌های راست و چپ در $x=-1$ برابر نیستند. بنابراین $x=-1$ نقطهٔ بحرانی است.

بنابراین تابع $f(x)$ دارای ۳ نقطهٔ بحرانی $\left\{-1,-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\}$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۶- تابع $f(x)=6x^5+mx^4+10x^3$ اکسترمم نسبی ندارد. m چند مقدار صحیح را می‌تواند اختیار کند؟

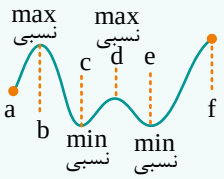
۱) ۳۲ ۲) ۳۱ ۳) ۳۰ ۴) ۲۹

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

اکسترمم نسبی:

تابع $f(x)$ در $x=c$ ماکزیمم نسبی دارد، اگر یک همسایگی شامل نقطهٔ c (مانند (a,b)) موجود باشد که برای هر $x\in(a,b)$، $f(c)\ge f(x)$ باشد. همچنین تابع $f(x)$ در $x=c$ مینیمم نسبی دارد. اگر یک همسایگی شامل نقطهٔ c (مانند (a,b)) موجود باشد که برای هر $x\in(a,b)$، $f(c)\le f(x)$ باشد.

نقاط ابتدا و انتهای بازه نمی‌توانند اکسترمم نسبی باشند.



برای تعیین نقاط اکسترمم نسبی تابع پیوستهٔ $f(x)$، کافی است از تابع مشتق گرفته و بعد مشتق را تعیین علامت کنیم. اگر علامت مشتق از چپ به راست از مثبت به منفی تغییر کند نقطه max نسبی بوده و اگر علامت مشتق از چپ به راست از منفی به مثبت تغییر کند، نقطه min نسبی می‌باشد. اگر علامت مشتق در یک نقطه تغییر نکند، آن نقطه، اکسترمم نسبی نیست.

پاسخ تشریحی:

زمانی تابع $f(x)$ اکسترمم نسبی ندارد که $f'(x)$ تغییر علامت ندهد.

از تابع $f(x)$ مشتق می‌گیریم. ببینید:

$$f'(x)=30x^4+4mx^3+30x^2=2x^2(15x^2+2mx+15)$$

$x=0$ ریشه است. علامت $f'(x)$ در $x=0$ تغییر نمی‌کند. چرا؟

بنابراین عبارت $15x^2+2mx+15$ نباید تغییر علامت بدهد، پس یا ریشه ندارد $(\Delta<0)$ و یا ریشهٔ مضاعف دارد $(\Delta=0)$. بنابراین:

$$15x^2+2mx+15\Rightarrow\Delta\le0\Rightarrow(2m)^2-4\times15\times15\le0\Rightarrow4m^2-900\le0\Rightarrow4m^2\le900\xrightarrow{\text{جذر}}|2m|\le30$$

$$\Rightarrow-30\le2m\le30\xrightarrow{\div2}-15\le m\le15\Rightarrow\text{تعداد اعداد صحیح در بازه}=15-(-15)+1=31$$

گروه آموزشی ماز

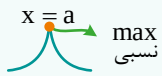
۷- تابع $f(x)=\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{(x-1)^2}$، چند نقطهٔ اکسترمم نسبی دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

نقاط بازگشتی:

توابع $f(x)=\sqrt[n]{(x-a)^m}$ (m زوج و n فرد) در $x=a$ نقطهٔ بازگشتی دارند که این نقطه می‌تواند max نسبی یا min نسبی باشد.



$f'_+(a)=-\infty$

$f'_-(a)=+\infty$

$f'_+(a)=+\infty$

$f'_-(a)=-\infty$

پاسخ تشریحی:

توجه داریم $D_f=\mathbb{R}$. با توجه به درسنامه $x=0$ و $x=1$ اکسترمم نسبی هستند. برای پیدا کردن سایر نقاط اکسترمم نسبی، از تابع $f(x)$ مشتق گرفته و $f'(x)$ را تعیین علامت می‌کنیم.

$$f'(x)=\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}-\frac{4}{3\sqrt[3]{x-1}}=\frac{2\sqrt[3]{x-1}-4\sqrt[3]{x}}{3\sqrt[3]{x}\times\sqrt[3]{x-1}}\Rightarrow\begin{cases}2\sqrt[3]{x-1}-4\sqrt[3]{x}=0\Rightarrow\sqrt[3]{x-1}=2\sqrt[3]{x}\xrightarrow{\text{توان ۳}}x-1=8x\Rightarrow x=-\frac{1}{7}\\ \sqrt[3]{x}=0\Rightarrow x=0\\ \sqrt[3]{x-1}=0\Rightarrow x=1\end{cases}$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

x	$-\infty$	$-\frac{1}{7}$		0		1	$+\infty$
$2\sqrt[3]{x-1}-4\sqrt[3]{x}$	$+$	0	$-$		$-$		$-$
$\sqrt[3]{x}$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$\sqrt[3]{x-1}$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	وجود ندارد	$+$	وجود ندارد	$-$
	↗	max نسبی	↘	min نسبی	↗	max نسبی	↘

گروه آموزشی ماز

۸- اگر $A(m,2)$ نقطهٔ max نسبی تابع $f(x)=\begin{cases} x^3-6x^2+n+4 & x\geq 1 \\ x^3+3x^2+n-5 & x\leq 1 \end{cases}$ باشد، $m+n$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱ یا ۴ ۳) ۱ یا ۲۵- ۴) ۲- یا ۲۵-

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

پاسخ تشریحی:

از تابع $f(x)$ مشتق می‌گیریم. ببینید:

$$f'(x)=\begin{cases} 3x^2-12x & x>1 \\ 3x^2+6x & x<1 \end{cases} \Rightarrow f'(x)=0 \Rightarrow \begin{cases} 3x^2-12x=0 \Rightarrow x=4 \\ 3x^2+6x=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=0 \end{cases} \end{cases}$$

x	$-\infty$	-2		0		1		4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	وجود ندارد	$-$	0	$+$
$f(x)$	صعودی		نزولی		صعودی		نزولی		صعودی
	↗	max نسبی	↘	min نسبی	↗	max نسبی	↘	min نسبی	↗

$f(x)=x^3+3x^2+n-5$ $\quad$ $f(x)=x^3-6x^2+n+4$

توجه داریم که تابع $f(x)$ در $x=1$ پیوسته و مشتق‌ناپذیر است. نقاط به طول $x=1$ و $x=-2$ طول نقاط ماکزیمم نسبی تابع $f(x)$ هستند. پس m می‌تواند ۱ یا ۲- باشد.

$$f(1)=1-6+n+4=2 \Rightarrow n=3 \xrightarrow[n=3]{m=1} m+n=4$$

$$f(-2)=-8+12+n-5=2 \Rightarrow n=3 \xrightarrow[n=3]{m=-2} m+n=1$$

گروه آموزشی ماز

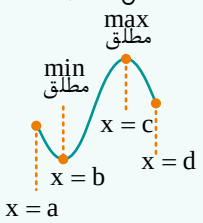
۹- به ازای کدام مقدار m، مجموع کمترین و بیشترین مقدار تابع $f(x)=x^3-3x^2+m$ در بازهٔ $[-1,3]$ برابر ۲ است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۵)

نقاط اکسترمم مطلق:

برای به دست آوردن نقاط max و min مطلق تابع پیوستهٔ $f(x)$ در بازهٔ $[a,b]$ کافی است نقاط بحرانی تابع $f(x)$ را در این بازه به دست آوریم و عرض نقاط بحرانی که شامل $x=a$ و $x=b$ نیز می‌شود را محاسبه کرده و با هم مقایسه کنیم. هر کدام بیشتر بود max مطلق و هر کدام کمتر بود min مطلق است.



www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی:

نقاط بحرانی تابع $f(x)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x)=3x^2-6x=0 \Rightarrow 3x(x-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 & \text{بحرانی} \\ x=2 & \text{بحرانی} \end{cases}$$

$$\text{نقاط بحرانی}=\{-1,0,2,3\}$$

$$f(-1)=m-4 \Rightarrow \min \text{ مطلق} \quad f(0)=m \Rightarrow \max \text{ مطلق} \quad f(2)=m-4 \Rightarrow \min \text{ مطلق} \quad f(3)=m \Rightarrow \max \text{ مطلق}$$

بنابراین:

$$\min(f)=m-4 \text{ و } \max(f)=m \Rightarrow \min(f)+\max(f)=2 \Rightarrow m-4+m=2 \Rightarrow m=3$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- بیشترین مقدار تابع $f(x)=\sqrt{6\sqrt[3]{x}-3\sqrt{x}}$ کدام است؟

۱) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ ۲) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ۴) $\frac{5\sqrt{2}}{4}$

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

باز هم نقاط بحرانی:

معمولاً در تعیین نقاط اکسترمم مطلق یا نقاط بحرانی، بازه می‌دهند. اگر بازه در سوال نداشتیم، دامنهٔ تابع را به عنوان بازه برای تعیین نقاط اکسترمم مطلق یا نقاط بحرانی در نظر می‌گیریم.

امان از نقاط بحرانی: اگر مشتق تابع، کسری باشد، ریشه‌های صورت و مخرج مشتق، به شرطی که در دامنهٔ تابع باشند، نقطهٔ بحرانی هستند.

پاسخ تشریحی:

ابتدا دامنهٔ تابع $f(x)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$x \geq 0 \quad (I)$$

$$6\sqrt[3]{x}-3\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow 2\sqrt[3]{x} \geq \sqrt{x} \xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۶}} 64x^2 \geq x^3 \xrightarrow[(x>0)]{\text{دو طرف بر } x^2 \text{ تقسیم}} 64 \geq x \quad (II)$$

$$D_f=(I)\cap(II) \Rightarrow D_f=[0,64]$$

از تابع $f(x)$ مشتق می‌گیریم تا نقاط بحرانی تابع به دست آید.

$$f'(x)=\frac{\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}-\frac{3}{2\sqrt{x}}}{2\sqrt{6\sqrt[3]{x}-3\sqrt{x}}}=\frac{\frac{4\sqrt[3]{x}-3\sqrt{x}}{2x}}{2\sqrt{6\sqrt[3]{x}-3\sqrt{x}}}=\frac{4\sqrt[3]{x}-3\sqrt{x}}{4x\sqrt{6\sqrt[3]{x}-3\sqrt{x}}}$$

$$4\sqrt[3]{x}-3\sqrt{x}=0 \Rightarrow 4\sqrt[3]{x}=3\sqrt{x} \xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۶}} 4^6x^2=3^6x^3 \xrightarrow[x\neq 0]{\text{دو طرف تقسیم بر } x^2} (\frac{4}{3})^6=x$$

$$4x\sqrt{6\sqrt[3]{x}-3\sqrt{x}}=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ \sqrt{6\sqrt[3]{x}-3\sqrt{x}}=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=64 \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین $x=0$، $x=(\frac{4}{3})^6$ و $x=64$ نقاط بحرانی هستند.

$$f(0)=0$$

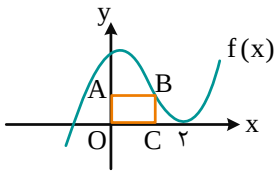
$$f((\frac{4}{3})^6)=\sqrt{6\times\sqrt[3]{(\frac{4}{3})^6}-3\times\sqrt{(\frac{4}{3})^6}}=\sqrt{6\times\frac{16}{9}-3\times\frac{64}{27}}=\sqrt{\frac{32}{3}-\frac{64}{9}}=\sqrt{\frac{32}{9}}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$$f(64)=\sqrt{6\times\sqrt[3]{64}-3\times\sqrt{64}}=\sqrt{6\times 4-3\times 8}=0$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۱- مستطیلی مطابق شکل زیر، طوری قرار گرفته است که یک رأس آن روی نمودار تابع $f(x)$ و دو ضلع آن، روی محورهای مختصات قرار دارد. کدام گزینه در مورد محیط مستطیل درست است؟



$f(x)=\frac{۳}{۵}(x-۲)^۲(x+۱)$

۱) کمترین مقدار آن $\frac{۱۶۶}{۴۵}$ است.

۲) بیشترین مقدار آن $\frac{۱۶۶}{۴۵}$ است.

۳) کمترین مقدار آن $\frac{۴۷}{۹}$ است.

۴) بیشترین مقدار آن $\frac{۴۷}{۹}$ است.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

پاسخ تشریحی:

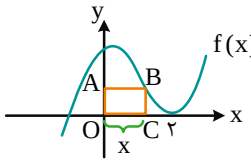
اگر طول نقطهٔ B را x بنامیم، عرض آن $\frac{۳}{۵}(x-۲)^۲(x+۱)$ می‌شود. پس محیط مستطیل برابر است با:

$$P=۲(x+\frac{۳}{۵}(x-۲)^۲(x+۱))\quad ۰\le x\le ۲$$

بنابراین محیط مستطیل به صورت $P(x)=۲x+\frac{۶}{۵}(x-۲)^۲(x+۱)$ است. برای محاسبهٔ بیشترین با کمترین مقدار محیط، از $P(x)$ مشتق می‌گیریم. ببینید:

$$P(x)=۲x+\frac{۶}{۵}(x^۳-۳x^۲+۴)\Rightarrow P'(x)=\frac{۱۸}{۵}x^۲-\frac{۳۶}{۵}x+۲\Rightarrow P'(x)=۰\Rightarrow \frac{۱۸}{۵}x^۲-\frac{۳۶}{۵}x+۲=۰\xrightarrow{\times ۵}$$

$$۱۸x^۲-۳۶x+۱۰=۰\xrightarrow{\div ۲}۹x^۲-۱۸x+۵=۰\Rightarrow(۳x-۱)(۳x-۵)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{۱}{۳}\\ x=\frac{۵}{۳}\end{cases}$$



$f(x)=\frac{۳}{۵}(x-۲)^۲(x+۱)$

$$P(\frac{۱}{۳})=\frac{۲}{۳}+\frac{۶}{۵}(\frac{۱}{۲۷}-\frac{۱}{۳}+۴)=\frac{۴۶}{۹}\qquad P(\frac{۵}{۳})=\frac{۱۰}{۳}+\frac{۶}{۵}(\frac{۱۲۵}{۲۷}-\frac{۲۵}{۳}+۴)=\frac{۱۶۶}{۴۵}$$

گروه آموزشی ماز

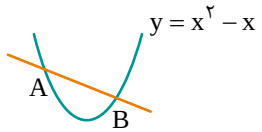
۱۲- خط $y=mx+\frac{۱}{۴}$ نمودار تابع $f(x)=x^۲-x$ را در دو نقطهٔ A و B قطع می‌کند. به ازای کدام مقدار m، طول پاره‌خط AB کمترین مقدار ممکن می‌شود؟

۱) ۱ ۲) $۲-\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}-۱$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ ترکیبی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

پاسخ تشریحی:

شکل فرضی زیر را در نظر بگیرید:



ابتدا معادلهٔ تلاقی خط و منحنی را می‌نویسیم:

$$x^۲-x=mx+\frac{۱}{۴}\Rightarrow x^۲-(m+۱)x-\frac{۱}{۴}=۰\Rightarrow\Delta=(m+۱)^۲+۱$$

اختلاف ریشه‌های معادله را به دست می‌آوریم:

$$|x_A-x_B|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}\Rightarrow|x_A-x_B|=\frac{\sqrt{(m+۱)^۲+۱}}{۱}\Rightarrow|x_A-x_B|=\sqrt{(m+۱)^۲+۱}$$

حال اختلاف عرض دو نقطه را به دست می‌آوریم:

$$|y_A-y_B|=\left|mx_A+\frac{۱}{۴}-(mx_B+\frac{۱}{۴})\right|\Rightarrow|y_A-y_B|=|m||x_A-x_B|\Rightarrow|y_A-y_B|=|m|\sqrt{(m+۱)^۲+۱}$$

اکنون فاصلهٔ ۲ نقطهٔ A و B را محاسبه می‌کنیم:

$$d=\sqrt{(x_B-x_A)^۲+(y_B-y_A)^۲}=\sqrt{(m^۲+۲m+۲)+m^۲(m^۲+۲m+۲)}=\sqrt{(m^۲+۲m+۲)(m^۲+۱)}$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

زمانی d کمترین مقدار می‌شود که عبارت زیر رادیکال min شود، عبارت زیر رادیکال را k می‌نامیم. ببینید:

$$k=(m^2+2m+2)(m^2+1)\Rightarrow k'=(2m+2)(m^2+1)+2m(m^2+2m+2)\Rightarrow k'=4m^3+6m^2+6m+2$$

$$k'=0\xrightarrow{\div 2}2m^3+3m^2+3m+1=0\Rightarrow(2m+1)\underbrace{(m^2+m+1)}_{\Delta<0}=0\Rightarrow m=-\frac{1}{2}$$

بنابراین به ازای $m=-\frac{1}{2}$ طول پاره‌خط d کمترین مقدار ممکن می‌شود.

گروه آموزشی ماز

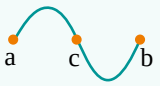
۱۳- جهت تقعر نمودار تابع $f(x)=\sqrt[3]{x}(35-x^3)$ در بازهٔ (a,b) به سمت بالاست. بیشترین مقدار ممکن برای $b-a$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

تقعر تابع:

اگر تابع $f(x)$ در بازهٔ (a,b) مشتق‌پذیر باشد، در این صورت برای تعیین وضعیت تقعر تابع در این فاصله، مشتق دوم را محاسبه و تعیین علامت می‌کنیم. در هر فاصله‌ای که تقعر تابع $f(x)$ رو به بالا باشد، $f''(x)>0$ و در هر فاصله‌ای که تقعر تابع $f(x)$ رو به پایین باشد، $f''(x)<0$ است.



تقعر تابع در بازهٔ (a,c) رو به پایین است. $\Rightarrow f''(x)<0$

تقعر تابع در بازهٔ (c,b) رو به بالا است. $\Rightarrow f''(x)>0$

پاسخ تشریحی:

مشتق دوم تابع $f(x)$ را به دست آورده و آن را تعیین علامت می‌کنیم:

$$f(x)=x^{\frac{1}{3}}(35-x^3)=35x^{\frac{1}{3}}-x^{\frac{10}{3}}\Rightarrow f'(x)=\frac{35}{3}x^{-\frac{2}{3}}-\frac{10}{3}x^{\frac{7}{3}}\Rightarrow f''(x)=-\frac{70}{9}x^{-\frac{5}{3}}-\frac{70}{9}x^{\frac{4}{3}}$$

$$f''(x)=-\frac{70}{9}(x^{-\frac{5}{3}}+x^{\frac{4}{3}})=-\frac{70}{9}(\frac{1}{\sqrt[3]{x^5}}+\sqrt[3]{x^4})=-\frac{70}{9}(\frac{1+x^3}{\sqrt[3]{x^5}})$$

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$1+x^3$	$-$	$+$	$+$	
$\sqrt[3]{x^5}$	$-$	$-$	$+$	
$f''(x)=-\frac{70}{9}(\frac{1+x^3}{\sqrt[3]{x^5}})$	$-$	موجود نیست $+$	$-$	
وضعیت تقعر تابع $f(x)$	∩	∪	∩	

بنابراین بزرگ‌ترین بازه‌ای که در آن تقعر تابع $f(x)$ رو به بالاست، بازهٔ $(-1,0)$ می‌باشد که طول آن $0-(-1)=1$ است.

گروه آموزشی ماز

۱۴- تابع $f(x)=\cos^2 x+2\cos x$ در بازهٔ $(0,2\pi)$ چند نقطهٔ عطف دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

نقطهٔ عطف:

نقطهٔ $(c,f(c))$ را نقطهٔ عطف تابع $f(x)$ می‌گوییم هرگاه:

۱) تابع در این نقطه پیوسته باشد.

۲) در این نقطه بتوان خط مماس بر تابع رسم کرد. (خط مماس از تابع می‌گذرد.)

۳) جهت تقعر در این نقطه عوض شود.

عطف نیست. زیرا نمی‌توان در این نقطه یک خط بر منحنی مماس رسم کرد.

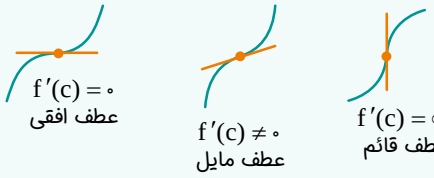
عطف است.

عطف نیست. زیرا تقعر تابع در این نقطه عوض نشده است.

عطف نیست. زیرا تابع در این نقطه پیوسته نیست.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

انواع نقطهٔ عطف:



مشتق دوم در نقطهٔ عطف یا صفر است و یا وجود ندارد. برای به دست آوردن نقطهٔ عطف، مشتق دوم را تعیین علامت می‌کنیم. اگر علامت مشتق دوم در نقطه‌ای عوض شود، آن نقطه عطف است در صورتی که شرایط نقطهٔ عطف در آن نقطه رعایت شود.

پاسخ تشریحی:

$$f(x)=\cos^2 x+2\cos x \Rightarrow f'(x)=\underbrace{-2\cos x\sin x}_{\sin 2x}-2\sin x \Rightarrow f'(x)=-\sin 2x-2\sin x$$

$$f''(x)=-2\cos 2x-2\cos x \Rightarrow f''(x)=-2(\cos 2x+\cos x)=0 \Rightarrow \underbrace{\cos 2x}_{2\cos^2 x-1}+\cos x=0 \Rightarrow 2\cos^2 x+\cos x-1=0$$

$$(2\cos x-1)(\cos x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases}\cos x=\frac{1}{2} \Rightarrow x=\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{3}\\ \cos x=-1 \Rightarrow x=\pi\end{cases}$$

برای تعیین علامت $f''(x)$ از عددگذاری استفاده می‌کنیم:

x	0		$\frac{\pi}{3}$		π		$\frac{5\pi}{3}$		2π
$f''(x)$		+	0	−	0	−	0	+	

در نقاط به طول $x=\frac{\pi}{3}$ و $x=\frac{5\pi}{3}$ جهت تقعر تابع عوض می‌شود و تابع در این نقاط پیوسته و مشتق‌پذیر است و شرایط رسم خط مماس بر تابع در این نقاط وجود دارد، پس تابع دو نقطهٔ عطف دارد.

گروه آموزشی ماز

۱۵- به ازای کدام مقدار m، تابع $f(x)=\frac{x-|x|+m}{|x|+1}$ نقطهٔ عطف دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۱− ۴) ۲−

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۵)

روش اول:

تابع را به صورت دوضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{m}{x+1} & x\geq 0\\ \frac{2x+m}{-x+1} & x\leq 0\end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases}\frac{-m}{(x+1)^2} & x>0\\ \frac{2+m}{(-x+1)^2} & x<0\end{cases} \Rightarrow f''(x)=\begin{cases}\frac{2m}{(x+1)^3} & x>0\\ \frac{2(2+m)}{(-x+1)^3} & x<0\end{cases}$$

تنها نقطه‌ای که $f''(x)$ می‌تواند در آن تغییر علامت بدهد، فقط $x=0$ است. بنابراین چون در $f''(x)$ مخرج کسرها مثبت است، پس باید صورت کسرها مختلف‌العلامت باشند. پس:

$$2\times(2+m)\times 2m<0 \Rightarrow -2<m<0$$

از طرف دیگر، باید بتوانیم در $x=0$ خط مماس رسم کنیم، یعنی تابع باید در این نقطه مشتق‌پذیر باشد. بنابراین:

$$\begin{matrix}f'_-(0)=2+m\\ f'_+(0)=-m\end{matrix} \Rightarrow f'_+(0)=f'_-(0) \Rightarrow 2+m=-m \Rightarrow m=-1$$

روش دوم:

با توجه به تابع دوضابطه‌ای $f(x)$، در می‌یابیم که هر دو ضابطه، تابع هموگرافیک را نشان می‌دهند و تابع هموگرافیک، نقطهٔ عطف ندارد، پس فقط، نقطهٔ مرزی $x=0$ می‌تواند عطف باشد.

گروه آموزشی ماز

۱۶- نمودار تابع $f(x)=x^8-3x^4-4x$ در همسایگی نقطهٔ $x=-1$ به کدام گزینه شبیه است؟

۱)
۲)
۳)
۴)

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۵)

تحلیل نقطه‌ای در نمودار:

اگر بخواهیم وضعیت نمودار تابع را در نقطه‌ای مانند $x = a$ بررسی کنیم باید $f'(a)$ و $f''(a)$ را محاسبه کنیم تا شکل تقریبی نمودار در $x = a$ مشخص شود.

پاسخ تشریحی:

$$f'(x) = ۸x^{۷} - ۱۲x^{۳} - ۴ \Rightarrow f'(-۱) = -۸ + ۱۲ - ۴ = ۰$$

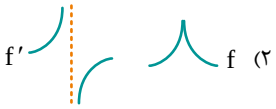
$$f''(x) = ۵۶x^{۶} - ۳۶x^{۲} \Rightarrow f''(-۱) = ۵۶ - ۳۶ = ۲۰$$

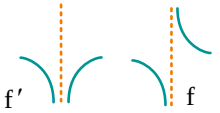
پس شیب خط مماس بر نمودار در $x = -۱$ برابر صفر است و تقعر نمودار در $x = -۱$ رو به بالا می‌باشد. بنابراین نمودار تابع در این نقطه به صورت می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۱۷- در کدام مورد، نمودار f و f′ در همسایگی نقطه‌ای مانند x=a درست رسم نشده است؟

۱)

۲) 

۳) 

۴)

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۵)

پاسخ تشریحی:

می‌دانیم تعبیر هندسی مشتق همان شیب خط مماس بر منحنی تابع است. در هر گزینه می‌توان شیب خط مماس بر f را با نمودار f′ مطابقت داد اما در گزینه ۴ شیب خطوط مماس بر نمودار f با نمودار f′ تطابق ندارد. در شاخه سمت چپ نمودار f، نمودار تابع صعودی اکید بوده و چون تعقر نمودار رو به پایین است شیب خطوط مماس رفته رفته کم می‌شود ولی علامت مثبت دارد ( ) در صورتی که در همسایگی چپ این نقطه در نمودار f′، به $-\infty$ میل می‌کند و با نمودار f تطابق ندارد. پس می‌توان گفت گزینه ۴ پاسخ تست می‌باشد. (به طریق مشابه می‌توان شیب نمودار f را با نمودار f′ در سایر گزینه‌ها تطابق داد.)

گروه آموزشی ماز

۱۸- نقطهٔ برخورد مجانب‌های تابع هموگرافیک $f(x) = ax + b + \frac{۲x^{۲} + ۳}{x - ۱}$ روی نیمساز ربع اول و سوم مختصات است. مقدار f(۰) کدام است؟

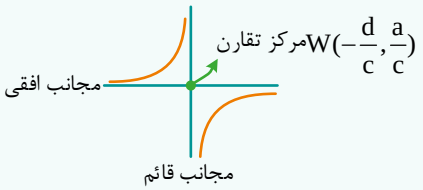
۱) -۱ ۲) -۲ ۳) -۳ ۴) -۴

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۵)

تابع هموگرافیک

تابع $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ با شرط $\frac{a}{c} \neq \frac{b}{d}$ و $c \neq ۰$ را تابع هموگرافیک می‌گوییم. برای رسم نمودار تابع، مجانب‌های افقی و قائم را به دست می‌آوریم و با مشتق‌گیری، وضعیت یکنوایی تابع را مشخص می‌کنیم. برای رسم دقیق‌تر از نقاط کمکی نیز می‌توانیم استفاده کنیم:

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \Rightarrow \begin{cases} cx + d = ۰ \Rightarrow x = -\frac{d}{c} \text{ مجانب قائم} & \Rightarrow f'(x) = \frac{a(cx + d) - c(ax + b)}{(cx + d)^{۲}} \\ y = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{ax + b}{cx + d} \Rightarrow y = \frac{a}{c} \text{ مجانب افقی} & \Rightarrow f'(x) = \frac{ad - bc}{(cx + d)^{۲}} \end{cases}$$



www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی:

ابتدا تابع را مرتب می‌کنیم. ببینید:

$$f(x)=\frac{(ax+b)(x-1)+2x^2+3}{x-1}=\frac{ax^2-ax+bx-b+2x^2+3}{x-1}\Rightarrow f(x)=\frac{(a+2)x^2+(b-a)x+3-b}{x-1}$$

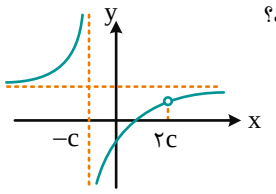
چون تابع هموگرافیک است، پس ضریب x^2 در صورت باید صفر شود. بنابراین: $a+2=0\Rightarrow a=-2$

مجانب قائم تابع خط $x=1$ است و مجانب افقی خط $y=b-a$ یعنی $y=b+2$ است. محل برخورد مجانب‌ها $W(1,b+2)$ است که چون روی نیمساز ربع اول و سوم قرار دارد، پس: $b+2=1\Rightarrow b=-1$

$$f(x)=\frac{x+4}{x-1}\Rightarrow f(0)=-4$$

گروه آموزشی ماز

۱۹- نمودار تابع $f(x)=\frac{3x^2-7x+b}{x^2-ax-2}$ در شکل مقابل رسم شده است. تابع $g(x)=xf(x)$ چند اکسترمم نسبی دارد؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

پاسخ تشریحی:

تابع $f(x)$ در $x=2c$ و $x=-c$ تعریف نمی‌شود.($x=-c$ مجانب قائم است) بنابراین مخرج $f(x)$ به صورت $(x+c)(x-2c)$ است. بنابراین:

$$x^2-ax-2=x^2-cx-2c^2\Rightarrow\begin{cases}-2c^2=-2\Rightarrow c=1\\-a=-c\Rightarrow a=1\end{cases}$$

با توجه به نمودار $c=-1$ نمی‌تواند باشد.

تابع $f(x)$ در $x=2c$ تعریف نمی‌شود اما حد دارد، پس $x=2c$ علاوه بر آن که ریشهٔ مخرج $f(x)$ است، ریشهٔ صورت نیز می‌باشد. پس:

$$\xrightarrow[\text{صورت کسر را هم صفر می‌کند}]{x=2c=2}3\times2^2-7\times2+b=0\Rightarrow12-14+b=0\Rightarrow b=2$$

بنابراین ضابطهٔ تابع $f(x)$ برابر است با:

$$f(x)=\frac{3x^2-7x+2}{x^2-x-2}=\frac{(3x-1)(x-2)}{(x+1)(x-2)}\Rightarrow f(x)=\frac{3x-1}{x+1}$$

ضابطهٔ تابع $g(x)$ برابر است با:

$$g(x)=xf(x)\Rightarrow g(x)=\frac{3x^2-x}{x+1}\Rightarrow g'(x)=\frac{(6x-1)(x+1)-1(3x^2-x)}{(x+1)^2}$$

$$\Rightarrow g'(x)=\frac{6x^2+6x-x-1-3x^2+x}{(x+1)^2}\Rightarrow g'(x)=\frac{3x^2+6x-1}{(x+1)^2}\Rightarrow g'(x)=0\Rightarrow 3x^2+6x-1=0$$

معادلهٔ بالا دو جواب دارد، پس $g'(x)$ در دو نقطه تغییر علامت می‌دهد. بنابراین تابع $g(x)$ دو نقطهٔ اکسترمم نسبی دارد.

گروه آموزشی ماز

۲۰- معادلهٔ $x^3-3x|x|=m$ سه جواب حقیقی و متمایز دارد. حدود m کدام است؟

۱) $-1\le m\le 1$
۲) $0\le m\le 2$
۳) $-4<m<4$
۴) $-3\le m\le 3$

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ ترکیبی / مفهومی ـ ۱۲۰۵)

پاسخ تشریحی:

تابع $f(x)$ را به صورت دوضابطه‌ای می‌نویسیم:

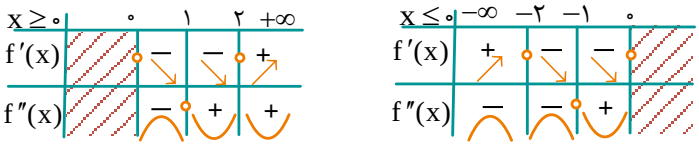
$$f(x)=\begin{cases}x^3-3x^2 & x\ge0\\x^3+3x^2 & x\le0\end{cases}$$

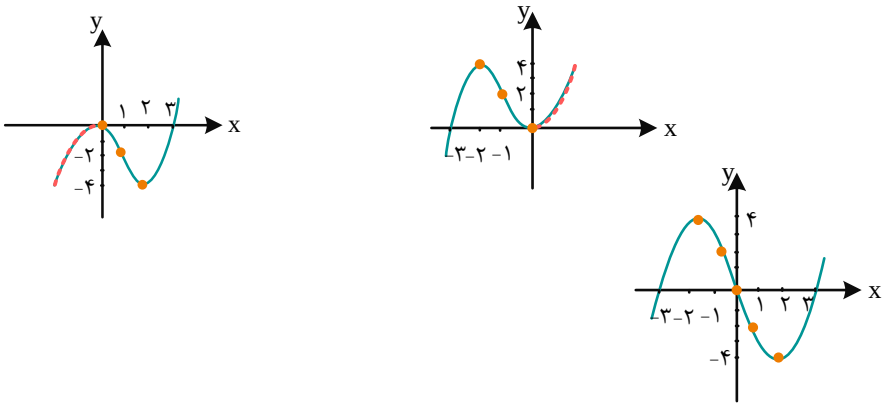
www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$f'(x)=\begin{cases}3x^2-6x & x\ge 0\\ 3x^2+6x & x\le 0\end{cases}\Rightarrow f''(x)=\begin{cases}6x-6 & x>0\\ 6x+6 & x<0\end{cases}$$

$x=2$ ، $x=-2, x=0$ ، $x=1$ ، $x=-1$

نمودار هر کدام از ۲ ضابطه را رسم می‌کنیم و بعد نمودار $f(x)$ را می‌کشیم:





بنابراین نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است:

خط $y=m$ با شرط $-4<m<4$ در ۳ نقطه نمودار تابع $f(x)$ را قطع می‌کند و در نتیجه معادلهٔ $x^3-3x|x|=m$ سه جواب متمایز دارد.

گروه آموزشی ماز

۲۱- اگر بردارهای $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ در رابطهٔ $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ صدق کنند و $|\vec{a}|=4$ ، $|\vec{b}|=5$ و $|\vec{c}|=6$ باشد، حاصل $(2\vec{a}-\vec{b}).(\vec{a}+3\vec{b})$ کدام است؟

۱) -43 ۲) $-55/5$ ۳) 107 ۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

ضرب داخلی ۲ بردار:

ضرب داخلی ۲ بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر یک عدد می‌شود و از ۲ رابطه به دست می‌آید:

$\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$

روش اول: $\vec{a}.\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$

روش دوم: $\vec{a}.\vec{b}=|a||b|\cos\alpha$ ، α: زاویهٔ بین بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$

$\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$

$\vec{a}.\vec{a}=|a|^2$

پاسخ تشریحی:

$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}\Rightarrow\vec{a}+\vec{b}=-\vec{c}\Rightarrow(\vec{a}+\vec{b}).(\vec{a}+\vec{b})=(-\vec{c}).(-\vec{c})\Rightarrow|a|^2+|b|^2+2\vec{a}.\vec{b}=|c|^2$$

$$4^2+5^2+2\vec{a}.\vec{b}=6^2\Rightarrow 41+2\vec{a}.\vec{b}=36\Rightarrow\vec{a}.\vec{b}=-\frac{5}{2}$$

حال به محاسبهٔ $(2\vec{a}-\vec{b}).(\vec{a}+3\vec{b})$ می‌پردازیم:

$$(2a-b).(\vec{a}+3\vec{b})=2|\vec{a}|^2+6\vec{a}.\vec{b}-\vec{a}.\vec{b}-3|\vec{b}|^2=2|\vec{a}|^2+5\vec{a}.\vec{b}-3|\vec{b}|^2=2\times4^2+5(-\frac{5}{2})-3\times5^2=32-\frac{25}{2}-75=-55/5$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۲- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

ـ شرط لازم و کافی برای آن که دو بردار ناصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمود باشند، این است که $\vec{a}.\vec{b}=0$ باشد.

ـ اگر $\vec{a}'$ تصویر بردار $\vec{a}$ روی بردار $\vec{b}$ باشد، همواره $\vec{a}.\vec{a}'\geq 0$ است.

ـ اگر $m\neq 0$ و $\vec{a}=(2,-1,m)$ و $\vec{b}=(m+1,3,4)$ باشد، به ازای دو مقدار حقیقی m، حاصل $(3\vec{a}-2\vec{b}).(m\vec{a}\times\vec{b})$ همواره برابر صفر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

بررسی موارد:

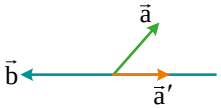
گزارهٔ اول: این گزاره درست است، زیرا:

اگر $\vec{a}.\vec{b}=0$ باشد، آن‌گاه:

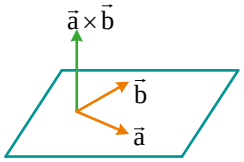
$$\vec{a}.\vec{b}=0\Rightarrow |a||b|\cos\theta=0\xrightarrow[|\vec{b}|\neq 0]{|\vec{a}|\neq 0}\cos\theta=0\Rightarrow\theta=90^\circ$$

گزارهٔ دوم: این گزاره درست است، زیرا:

$$\vec{a}.\vec{a}'=\underbrace{|\vec{a}||\vec{a}'|}_{|\vec{a}'|}\cos\theta\xrightarrow{|\vec{a}'|=|a|\cos\theta}\vec{a}.\vec{a}'=|\vec{a}'|^2\geq 0$$



گزارهٔ سوم: این گزاره نادرست است، زیرا $k_1\vec{a}\pm k_2\vec{b}$ همواره بر $m\vec{a}\times\vec{b}$ عمود است. پس به ازای بی‌شمار عدد حقیقی و غیرصفر m این رابطه برقرار است.



گروه آموزشی ماز

۲۳- اگر $3x+2y-4z=27$ و عبارت $9x^2+y^2+4z^2$ کمترین مقدار خود را داشته باشد، زاویهٔ بین بردارهای $\vec{m}=(x+z,y-6,-2)$ و $\vec{n}=(x+1,z+1,0)$ کدام است؟

۱) 45° ۲) 60° ۳) 120° ۴) 150°

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

زاویهٔ بین دو بردار:

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

نامساوی کوشی-شوارتز

$$|\vec{a}.\vec{b}|\leq|\vec{a}||\vec{b}|$$

پاسخ تشریحی:

بردارهای $\vec{a}=(3x,y,2z)$ و $\vec{b}=(1,2,-2)$ را در نظر می‌گیریم. با توجه به نامساوی کوشی- شوارتز چون عبارت $9x^2+y^2+4z^2$ حداقل مقدار خود را دارد، پس باید بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با هم موازی باشند، بنابراین:

$$\frac{3x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{2z}{-2}=t\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{t}{3}\\ y=2t\\ z=-t\end{cases}\Rightarrow 3(\frac{t}{3})+2(2t)-4(-t)=27\Rightarrow 9t=27\Rightarrow t=3\Rightarrow\begin{cases}x=1\\ y=6\\ z=-3\end{cases}$$

حال بردارهای $\vec{m}$ و $\vec{n}$ را می‌نویسیم و زاویهٔ بین دو بردار را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{matrix}\vec{m}=(-2,0,-2)\\ \vec{n}=(2,-2,0)\end{matrix}\Rightarrow\cos\theta=\frac{-4+0+0}{\sqrt{4+0+4}\times\sqrt{4+4+0}}=-\frac{4}{8}=-\frac{1}{2}\Rightarrow\theta=120^\circ$$

پس زاویهٔ بین دو بردار $\vec{m}$ و $\vec{n}$ برابر 120° است.

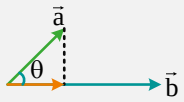
www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۴- اگر تصویر قائم بردار $\vec{a}=(3,-2,1)$ روی برداری که با جهت مثبت محورهای مختصات زوایای حاده مساوی می‌سازد، بردار $\vec{a}'$ باشد، جمع مولفه‌های بردار $\vec{a}'$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

تصویر بردار $\vec{a}$ روی امتداد بردار $\vec{b}$:



$$\begin{cases}\vec{a}=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\vec{b}\\ |\vec{a}'|=|a|\cos\theta\end{cases}$$

پاسخ تشریحی:

فرم کلی برداری که با جهت مثبت محورهای مختصات، زوایای حاده مساوی می‌سازد به صورت $\vec{b}=(x,x,x)$ $(x>0)$ است.

$$\begin{matrix}\vec{a}=(3,-2,1)\\ \vec{b}=(x,x,x)\end{matrix}\Rightarrow \vec{a}'=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\vec{b}=\frac{3x-2x+x}{3x^2}(x,x,x)\Rightarrow \vec{a}'=\frac{2}{3x}(x,x,x)\Rightarrow \vec{a}'=(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3})$$

جمع مولفه‌های بردار $\vec{a}'=\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=2$

گروه آموزشی ماز

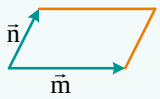
۲۵- اگر $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}$ و $\vec{b}=3\vec{i}+\vec{k}$ و $\vec{c}=\vec{i}+\vec{k}$ باشد، مساحت متوازی‌الاضلاعی که بردارهای $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})$ و $\vec{a}+\vec{c}$ اضلاع آن هستند، کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) $4\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

مساحت متوازی‌الاضلاع:

مساحت متوازی‌الاضلاعی که توسط دو بردار $\vec{m}$ و $\vec{n}$ ساخته می‌شود، از رابطهٔ $S=|\vec{m}\times\vec{n}|$ به دست می‌آید.



$$S=|\vec{m}\times\vec{n}|$$

ضرب خارجی دو بردار:

ضرب خارجی ۲ بردار $(\vec{a}=a_1,a_2,a_3)$ و $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$ از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}i & j & k\\ a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\end{vmatrix}\Rightarrow$$ حاصل این دترمینان همان بردار ضرب خارجی می‌باشد.

پاسخ تشریحی:

بردار $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})$ را ابتدا محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{b}\times\vec{c}=\begin{vmatrix}i & j & k\\ 3 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{vmatrix}=-2\vec{j}\Rightarrow \vec{b}\times\vec{c}=(0,-2,0)\Rightarrow \vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})=\begin{vmatrix}i & j & k\\ 1 & -2 & 0\\ 0 & -2 & 0\end{vmatrix}=-2\vec{k}\Rightarrow \vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})=(0,0,-2)$$

بردار $\vec{a}+\vec{c}$ را هم محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{a}+\vec{c}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}\Rightarrow \vec{a}+\vec{c}=(2,-2,1)$$

حال مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته شده توسط دو بردار $\vec{d}=\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})$ و $\vec{e}=\vec{a}+\vec{c}$ را محاسبه می‌کنیم. ببینید:

$$\vec{d}\times\vec{e}=\begin{vmatrix}i & j & k\\ 0 & 0 & -2\\ 2 & -2 & 1\end{vmatrix}=-4\vec{i}-4\vec{j}\Rightarrow S=|\vec{d}\times\vec{e}|=\sqrt{(-4)^2+(-4)^2+0^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۶- اگر بردارهای غیرصفر $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ و $\vec{d}$ در رابطهٔ $\vec{a}\times\vec{d}=\vec{c}\times\vec{b}$ و $\vec{a}\times\vec{c}=\vec{d}\times\vec{b}$ صدق کنند، کدام دو بردار الزاماً موازی هستند؟

۱) $\vec{a}+\vec{d}$ و $\vec{b}+\vec{c}$ ۲) $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{c}+\vec{d}$ ۳) $\vec{a}+\vec{c}$ و $\vec{c}+\vec{d}$ ۴) $\vec{b}+\vec{c}$ و $\vec{c}+\vec{d}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

ضرب خارجی:

ضرب خارجی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ خاصیت جابه‌جایی ندارد.

$$\vec{a}\times\vec{b}\neq\vec{b}\times\vec{a}\Rightarrow\vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}$$

دو بردار موازی:

اگر ضرب خارجی دو بردار غیرصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر صفر باشد، یعنی دو بردار موازی‌اند و بالعکس. $\vec{a}\times\vec{b}=0\Leftrightarrow\vec{a}\parallel\vec{b}$

پاسخ تشریحی:

کافی است ضرب خارجی بردارهای داده شده را به دست آوریم. ضرب خارجی هر دو برداری که صفر شود یعنی دو بردار با هم موازی‌اند.

۱) $(\vec{a}+\vec{d})\times(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\times\vec{b}+\underbrace{\vec{a}\times\vec{c}}_{\vec{d}\times\vec{b}}+\vec{d}\times\vec{b}+\vec{d}\times\vec{c}\neq 0$

۲) $(\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{c}+\vec{d})=\underbrace{\vec{a}\times\vec{c}}_{\vec{d}\times\vec{b}}+\underbrace{\vec{a}\times\vec{d}}_{\vec{c}\times\vec{b}}+\vec{b}\times\vec{c}+\vec{b}\times\vec{d}=\vec{0}$ پس بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{c}+\vec{d}$ با هم موازی‌اند.

۳) $(\vec{a}+\vec{c})\times(\vec{c}+\vec{d})=\underbrace{\vec{a}\times\vec{c}}_{\vec{d}\times\vec{b}}+\vec{a}\times\vec{d}+\underbrace{\vec{c}\times\vec{c}}_{\vec{0}}+\vec{c}\times\vec{d}\neq 0$

۴) $(\vec{b}+\vec{c})\times(\vec{c}+\vec{d})=\vec{b}\times\vec{c}+\vec{b}\times\vec{d}+\underbrace{\vec{c}\times\vec{c}}_{\vec{0}}+\vec{c}\times\vec{d}\neq 0$

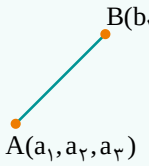
گروه آموزشی ماز

۲۷- در مثلثی با ۳ رأس $A(1,2,-1)$ و $B(3,4,2)$ و $C(-1,0,3)$ طول ارتفاع وارد بر ضلع BC چند برابر معکوس $\sqrt{33}$ است؟

۱) ۱۴ ۲) $14\sqrt{2}$ ۳) ۷ ۴) $3\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

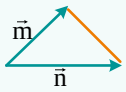
فاصلهٔ ۲ نقطهٔ A و B:



$$AB=\sqrt{(a_1-b_1)^2+(a_2-b_2)^2+(a_3-b_3)^2}$$

مساحت مثلث:

مساحت مثلث ساخته شده توسط ۲ بردار $\vec{m}$ و $\vec{n}$ از رابطهٔ $S=\frac{1}{2}|\vec{m}\times\vec{n}|$ به دست می‌آید:



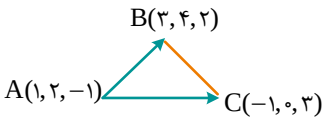
$$S=\frac{1}{2}|\vec{m}\times\vec{n}|$$

پاسخ تشریحی:

بردارهای $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ را تشکیل می‌دهیم. ببینید:

$$\overrightarrow{AB}=(2,2,3)\qquad \overrightarrow{AC}=(-2,-2,4)$$

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix} i & j & k\\ 2 & 2 & 3\\ -2 & -2 & 4\end{vmatrix}=14\vec{i}-14\vec{j}$$



شکل فرضی

$$S=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|=\frac{1}{2}\times 14\sqrt{2}=7\sqrt{2}$$

حال طول ضلع BC را محاسبه می‌کنیم:

$$BC=\sqrt{(-1-3)^2+(0-4)^2+(3-2)^2}=\sqrt{16+16+1}=\sqrt{33}$$

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}}=\frac{1}{2}AH\times BC\Rightarrow 7\sqrt{2}=\frac{1}{2}\times AH\times\sqrt{33}\Rightarrow AH=\frac{14\sqrt{2}}{\sqrt{33}}\Rightarrow AH=14\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{33}}\Rightarrow \text{جواب}=14\sqrt{2}$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۸- اگر برای دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ رابطهٔ $\sqrt{3}\vec{b}.(\vec{a}\times\vec{b}+\vec{a})+2|\vec{a}\times\vec{b}|=3\sqrt{3}\vec{a}.(\vec{a}\times\vec{b}+\vec{b})$ برقرار باشد، زاویهٔ بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کدام است؟

۱) 30° ۲) 45° ۳) 60° ۴) 135°

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

یک پند برداری:

بردار $\vec{a}\times\vec{b}$ بر هر دو بردار $\vec{b}$ و $\vec{a}$ عمود است، در نتیجه: $\vec{b}.(\vec{a}\times\vec{b})=0$ $\quad$ $\vec{a}.(\vec{a}\times\vec{b})=0$

پاسخ تشریحی:

رابطهٔ داده شده را ساده می‌کنیم. ببینید:

$$\sqrt{3}\vec{b}.(\vec{a}\times\vec{b}+\vec{a})+2|\vec{a}\times\vec{b}|=3\sqrt{3}\vec{a}.(\vec{a}\times\vec{b}+\vec{b}) \Rightarrow \sqrt{3}(\underbrace{\vec{b}.(\vec{a}\times\vec{b})}_{0}+\vec{b}.\vec{a})+2|\vec{a}\times\vec{b}|=3\sqrt{3}(\underbrace{\vec{a}.(\vec{a}\times\vec{b})}_{0}+\vec{a}.\vec{b})$$

$$\Rightarrow 2|\vec{a}\times\vec{b}|=2\sqrt{3}(\vec{a}.\vec{b}) \Rightarrow \frac{|\vec{a}\times\vec{b}|}{\vec{a}.\vec{b}}=\sqrt{3} \Rightarrow \frac{|a||b|\sin\theta}{|a||b|\cos\theta}=\sqrt{3} \Rightarrow \tan\theta=\sqrt{3} \Rightarrow \theta=60^\circ$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- اگر $|\vec{a}|=2$ و بردار $\vec{b}$ به صورت $\vec{b}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$ باشد، حاصل $|\vec{a}\times\vec{b}|^2+(\vec{a}.\vec{b})^2$ چند برابر حاصل $|\vec{a}+\vec{b}|^2+|\vec{a}-\vec{b}|^2$ است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{12}{13}$ ۳) $\frac{18}{13}$ ۴) $\frac{4}{9}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

این شما و این بردارها:

$$|\vec{a}\times\vec{b}|^2+(\vec{a}.\vec{b})^2=|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2$$

$$|\vec{a}+\vec{b}|^2+|\vec{a}-\vec{b}|^2=2(|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2)$$

$$|\vec{a}+\vec{b}|^2-|\vec{a}-\vec{b}|^2=4\vec{a}.\vec{b}$$

پاسخ تشریحی:

اندازهٔ بردار $\vec{b}$ برابر است با:

$$\vec{b}=(2,-2,1) \Rightarrow |\vec{b}|=\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}=3$$

$$|\vec{a}\times\vec{b}|^2+(\vec{a}.\vec{b})^2=|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2=2^2\times3^2=36$$

$$|\vec{a}+\vec{b}|^2+|\vec{a}-\vec{b}|^2=2(|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2)=2(2^2+3^2)=26$$

بنابراین، جواب برابر است با :

$$\frac{|\vec{a}\times\vec{b}|^2+(\vec{a}.\vec{b})^2}{|\vec{a}+\vec{b}|^2+|\vec{a}-\vec{b}|^2}=\frac{36}{26}=\frac{18}{13}$$

گروه آموزشی ماز

۳۰- اگر $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ بردارهایی در فضای سه بعدی باشند، به طوری که حجم متوازی‌السطوح ساخته شده توسط این سه بردار، برابر ۱۰ باشد، حجم متوازی‌السطوحی که توسط بردارهای $\vec{a}+2\vec{c}$، $\vec{a}-2\vec{b}$ و $3\vec{a}+\vec{b}$ ساخته می‌شود کدام است؟

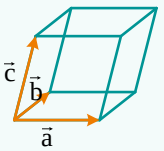
۱) ۳۵ ۲) ۷۰ ۳) ۱۴۰ ۴) ۲۱۰

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ ترکیبی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

حجم متوازی‌السطوح:

حجم متوازی‌السطوح ساخته شده توسط بردارهای $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر است با:

$$V=|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})|$$



www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی:

طبق گفته سوال، حجم متوازی‌السطوح ساخته شده توسط بردارهای $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ برابر ۱۰ است. یعنی: $V=|\vec{c}.(\vec{a}\times\vec{b})|=10$

حال حجم متوازی‌السطوح ساخته شده توسط سه بردار $\vec{a}+2\vec{c}$، $\vec{a}-2\vec{b}$ و $3\vec{a}+\vec{b}$ را محاسبه می‌کنیم. بنابراین:

$$V'=|(\vec{a}+2\vec{c}).(\underbrace{(\vec{a}-2\vec{b})\times(3\vec{a}+\vec{b})}_{3\underbrace{\vec{a}\times\vec{a}}_{0}+\vec{a}\times\vec{b}-6\underbrace{\vec{b}\times\vec{a}}_{-\vec{a}\times\vec{b}}-2\underbrace{\vec{b}\times\vec{b}}_{0}})|\Rightarrow V'=|(\vec{a}+2\vec{c}).(7\vec{a}\times\vec{b})|=|7\underbrace{\vec{a}.(\vec{a}\times\vec{b})}_{0}+14\underbrace{\vec{c}.(\vec{a}\times\vec{b})}_{10}|\Rightarrow V'=140$$

گروه آموزشی ماز

۳۱- دو مربع لاتین متعامد مرتبه‌ی سوم A و B را در نظر گرفته و درایه‌های نظیر آن‌ها را در هم ضرب کرده و در مربع جدید و خالی C قرار می‌دهیم. میانگین درایه‌های مربع C کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

دو مربع لاتین متعامد مثال می‌زنیم که درایه‌های آن‌ها به طور نظیر کنار هم قرار بگیرند، به اعداد زیر می‌رسیم:

۱۱	۱۲	۱۳
۲۱	۲۲	۲۳
۳۱	۳۲	۳۳

$\Rightarrow$ درایه‌های C

۱	۲	۳
۲	۴	۶
۳	۶	۹

$\Rightarrow$ میانگین درایه‌ها $\bar{x}=\frac{36}{9}=4$

گروه آموزشی ماز

۳۲- اگر با اعمال جایگشت روی مربع لاتین

			۱
۲			
		۴	
	x		

به مربع لاتین

			m
n			
			n

برسیم، x کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

فرض کنید n' درایه‌ای از مربع لاتین اولیه باشد:

			۱
۲			
n'		۴	
	x		n'

$\Rightarrow$

			m
n			
			n

با توجه به مربع لاتین اولیه، n' نمی‌تواند اعداد ۱، ۲ و ۴ را اختیار کند پس $n'=3$ است. مربع را تکمیل می‌کنیم. ببینید:

بنابراین $x=4$ است.

۴	۲	۳	۱
۲	۳	۱	۴
۳	۱	۴	۲
۱	x	۲	۳

گروه آموزشی ماز

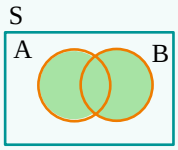
www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۳- با جایگشت حروف کلمه (synonyms) چند کلمه هشت حرفی می توان نوشت که s ها کنار هم باشند و n ها کنار هم نباشند یا n ها کنار هم باشند و s ها کنار هم نباشند؟

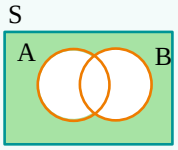
۱) ۱۸۰۰ ۲) ۲۱۶۰ ۳) ۲۵۴۰ ۴) ۳۱۰۰

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

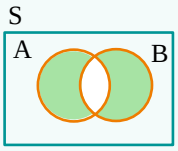
اصل شمول و عدم شمول:



$|A\cup B|=|A|+|B|-|A\cap B|$ تعداد عضوهایی از S که حداقل به یکی از ۲ مجموعه‌ی A و B تعلق دارند.



$|A'\cap B'|=|(A\cup B)'|=|S|-|A\cup B|$ تعداد عضوهایی از S که در هیچ‌یک از مجموعه‌های A و B قرار ندارند.



$|A\Delta B|=|A\cup B|-|A\cap B|=|A|+|B|-۲|A\cap B|$ تعداد عضوهایی از S که فقط در یکی از ۲ مجموعه‌ی A و B قرار دارند.

پاسخ تشریحی:

توجه کنید در بین ۸ حرف، ۲ حرف s، ۲ حرف n و ۲ حرف y وجود دارد. بنابراین:

$\boxed{s\ s}\ \underset{y}{y}\ \underset{n}{n}\ o\ m$ $|A|=\frac{۷!}{۲!\times ۲!}=۱۲۶۰$ تعداد حالاتی که ۲ حرف s کنار هم باشند.

$\boxed{n\ n}\ \underset{s}{s}\ \underset{y}{y}\ o\ m$ $|B|=\frac{۷!}{۲!\times ۲!}=۱۲۶۰$ تعداد حالاتی که ۲ حرف n کنار هم باشند.

$\boxed{s\ s}\ \boxed{n\ n}\ \underset{y}{y}\ o\ m$ $|A\cap B|=\frac{۶!}{۲!}=۳۶۰$ تعداد حالاتی که هم دو حرف s و هم دو حرف n کنار هم باشند.

پاسخ سؤال $|A\Delta B|$ است. ببینید:

$$\text{جواب}=|A|+|B|-۲|A\cap B|=۱۲۶۰+۱۲۶۰-۲\times ۳۶۰=۱۸۰۰$$

گروه آموزشی ماز

۳۴- چهار فیلم بابیلون، منو، بعد از خورشید و شناگران را به چند حالت می‌توان در ۵ سینما $\{۱,۲,۳,۴,۵\}$ اکران کرد به طوری که منو در سینما شماره ۳ و شناگران در سینما شماره ۵ اکران نشوند؟

۱) ۴۰۰ ۲) ۴۲۵ ۳) ۵۰۰ ۴) ۶۰۰

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

طبق اصل شمول و عدم شمول، تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

(شناگران در سینما شماره ۵ اکران شود $\cup$ منو در سینما شماره ۳ اکران شود) - کل حالات

کل حالات مشابه تعداد توابع تعریف شده از یک مجموعه‌ی ۴ عضوی به مجموعه‌ی ۵ عضوی است که برابر $۵^۴$ یا همان ۶۲۵ است.

$|A|=۵\times ۱\times ۵\times ۵=۱۲۵$ تعداد حالاتی که فیلم منو در سینما شماره ۳ اکران شود

$|B|=۱\times ۵\times ۵\times ۵=۱۲۵$ تعداد حالاتی که فیلم شناگران در سینما شماره ۵ اکران شود.

$|A\cap B|=۱\times ۱\times ۵\times ۵=۲۵$ تعداد حالاتی که فیلم منو در سینما شماره ۳ و فیلم شناگران در سینما شماره ۵ اکران شوند.

بنابراین جواب برابر است با:

$$\text{جواب}=|S|-|A\cup B|=۶۲۵-(۱۲۵+۱۲۵-۲۵)=۴۰۰$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۵- ۵ جایزه متمایز را به چند حالت بین نازنین، محدثه و مریم می‌توان تقسیم کرد به طوری که به هر نفر حداقل یک جایزه برسد و جایزه آخر در دست کسی باشد که جایزه اول به او تعلق گرفته است؟

۱) ۳۶ ۲) ۳۹ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۱۰

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

تابع:

تعداد توابع تعریف شده از مجموعه‌ی m عضوی A به مجموعه‌ی n عضوی B $(f: A \to B)$ برابر n^m است.

تابع پوشا:

زمانی می‌توان از مجموعه‌ی m عضوی A به مجموعه‌ی n عضوی B تابعی پوشا تعریف کرد که $m \geq n$ باشد و اگر $m < n$ باشد هیچ تابع پوشایی از A به B وجود ندارد.

محاسبه‌ی تعداد توابع پوشا از یک مجموعه‌ی m عضوی به یک مجموعه‌ی ۳ عضوی:

$$۳^m - ۳ \times ۲^m + ۳$$

پاسخ تشریحی:

مسئله‌ی فوق مشابه تعداد توابع پوشا از یک مجموعه‌ی ۵ عضوی $A = \{a_۱, a_۲, a_۳, a_۴, a_۵\}$ به مجموعه‌ی ۳ عضوی $B = \{b_۱, b_۲, b_۳\}$ است که در آن $f(a_۱) = f(a_۵)$ است.

می‌توانیم $a_۵$ را از دامنه حذف کنیم. بنابراین:

$$A' = \{a_۱, a_۲, a_۳, a_۴\}$$
$$B = \{b_۱, b_۲, b_۳\}$$

بنابراین جواب برابر است با:

$$۳^۴ - ۳ \times ۲^۴ + ۳ = ۸۱ - ۴۸ + ۳ = ۳۶$$

گروه آموزشی ماز

۳۶- علی، صادق، نیما و امیر در یک شبکه اجتماعی عضو هستند. اگر بودن در فهرست دوستان به این صورت باشد که هر دو نفر، یا هر دو در فهرست دوستان هم هستند و یا هیچ‌کدام در فهرست دیگری نیست. در این صورت چند حالت مختلف می‌تواند وجود داشته باشد به طوری که امیر و علی حتماً دوستی داشته باشند؟

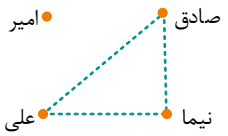
۱) ۳۵ ۲) ۴۵ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

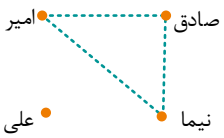
پاسخ تشریحی:

بودن این ۴ دوست در یک شبکه‌ی اجتماعی را به یک گراف ۴ رأسی تشبیه می‌کنیم. بنابراین:

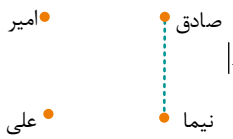
$|A| = ۲^۳$ تعداد گراف‌هایی که در آن امیر ایزوله است.



$|B| = ۲^۳$ تعداد گراف‌هایی که در آن علی ایزوله است.



$|A \cap B| = ۲$ تعداد گراف‌هایی که هم امیر و هم علی ایزوله هستند.



بنابراین جواب برابر است با:

$$\text{تعداد کل گراف‌های با ۴ رأس} = ۲^{\binom{۴}{۲}} = ۲^۶ = ۶۴$$

$$\text{جواب} = |S| - |A \cup B| = ۶۴ - (۸ + ۸ - ۲) = ۵۰$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۷- ۳ نفر به چند حالت در ۶ ایستگاه می‌توانند پیاده شوند، به طوری که در هر ایستگاه حداکثر ۱ نفر پیاده شود و نفر اول در ایستگاه اول و نفر دوم در ایستگاه دوم پیاده نشوند؟

۱) ۲۴۳ ۲) ۱۶ ۳) ۴۲ ۴) ۸۴

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

تابع یک به یک:

تعداد توابع یک به یک تعریف شده از مجموعه‌ی m عضوی A به مجموعه‌ی n عضوی B با شرط $m \le n$ برابر $P(n,m)$ است.

پاسخ تشریحی:

اگر A حالت‌های پیاده شدن نفر اول در ایستگاه اول و B حالت‌های پیاده شدن نفر دوم در ایستگاه دوم باشد. آن‌گاه:

$|A| = ۱\times۵\times۴ = ۲۰$ نفر اول در ایستگاه اول پیاده شود.

$|B| = ۵\times۱\times۴ = ۲۰$ نفر دوم در ایستگاه دوم پیاده شود.

$|A\cap B| = ۱\times۱\times۴ = ۴$ نفر اول در ایستگاه اول و نفر دوم در ایستگاه دوم پیاده شوند.

$|S| = P(۶,۳) = \frac{۶!}{۳!} = ۶\times۵\times۴ = ۱۲۰$ تعداد کل حالت‌ها (تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه‌ی ۳ عضوی به مجموعه ۶ عضوی)

بنابراین جواب برابر است با:

جواب $|A'\cap B'| = |(A\cup B)'| = |S| - |A\cup B| = ۱۲۰-(۲۰+۲۰-۴) = ۸۴$

گروه آموزشی ماز

۳۸- در مراسم تقدیر از رتبه‌های برتر سال گذشته ماز، ۵۰۰۰ نفر دختر و پسر از سه رشته مختلف حضور دارند. حداقل چند نفر از این افراد، ماه تولد، رشته و جنسیت یکسانی دارند؟

۱) ۷۰ ۲) ۱۰۱ ۳) ۷۳ ۴) ۶۸

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

ابتدا تعداد لانه‌ها را بدست می‌آوریم و بعد از اصل لانه‌ی کبوتری استفاده می‌کنیم. ببینید:

تعداد لانه‌ها : $\underset{\text{دختر}}{۲} \times \underset{\text{رشته ریاضی}}{۳} \times \underset{\text{فروردین}}{۱۲} = ۷۲$

پسر — رشته تجربی — اردیبهشت

رشته انسانی — ⋮

اسفند

۵۰۰۰ کبوتر داریم. پس حداقل کبوترهایی که در یک لانه قرار می‌گیرند. برابر است با:

$$\begin{array}{r|l} ۵۰۰۰ & ۷۲ \\ \hline ۶۹ & \\ \hline ۳۲ & \end{array}$$

حداقل تعداد افرادی که دارای رشته جنسیت و ماه تولد یکسان هستند $= ۶۹+۱ = ۷۰$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۹- مجموعه $\{۲,۵,۸,۱۱,...,۹۲,۹۵,۹۸\}$ که به صورت تصاعد عددی مرتب شده‌اند را در نظر بگیرید. از این مجموعه حداقل چند عضو انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل دو عدد وجود دارد که جمعشان ۱۰۳ است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۶ ۳) ۱۷ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

اگر مجموعه داده شده را به صورت زیر دسته‌بندی کنیم:

$\{۲\}\{۵,۹۸\}\{۸,۹۵\}\{۱۱,۹۲\}...\{۵۰,۵۳\}$

در نتیجه اگر این دسته‌ها را ۱۷ لانه در نظر بگیریم، طبق اصل لانه کبوتری در صورتی که ۱۸ کبوتر داشته باشیم لانه‌ای وجود دارد که حداقل ۲ کبوتر در آن باشد و یا با انتخاب ۱۸ عدد، حداقل ۲ عدد مجموعشان ۱۰۳ است.

گروه آموزشی ماز

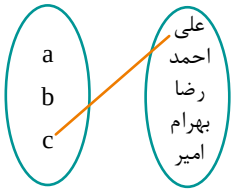
۴۰- ۳ خودکار $\{a,b,c\}$ را به چند طریق می‌توان بین علی، احمد، رضا، بهرام و امیر توزیع کرد به طوری که خودکار c به علی برسد و خودکار b به احمد نرسد؟

۱) ۱۰ ۲) ۸۰ ۳) ۲۰ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

خودکارها را مجموعه‌ی مبدأ و افراد را مجموعه‌ی مقصد در نظر می‌گیریم. بنابراین:



خودکار a را به هر کدام از ۵ نفر و خودکار b را به ۴ نفر (همه به‌جز احمد) و خودکار c را فقط به ۱ نفر (علی) می‌توان داد پس جواب برابر است با:

$۵ \times ۴ \times ۱ = ۲۰$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با اثر فوتوالکتریک، درست است؟

الف: بنا به دیدگاه فیزیک کلاسیک، پدیدهٔ فوتوالکتریک باید با هر بسامدی رخ دهد.

ب: اگر بسامد نور تابیده‌شده بر سطح یک فلز از بسامد آستانه بیشتر باشد، کاهش شدت نور (با ثابت ماندن بسامد)، سبب کاهش انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها می‌شود.

ج: اگر بسامد نور تابیده‌شده بر سطح یک فلز از بسامد آستانهٔ آن فلز کمتر باشد، با افزایش شدت نور (با ثابت ماندن بسامد)، ممکن است پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ دهد.

د: اگر بسامد نور تابیده‌شده بر سطح یک فلز از بسامد آستانهٔ آن فلز بیشتر باشد، با افزایش بسامد نور (بدون تغییر در تعداد فوتون‌ها)، تندی فوتوالکترون‌ها افزایش می‌یابد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

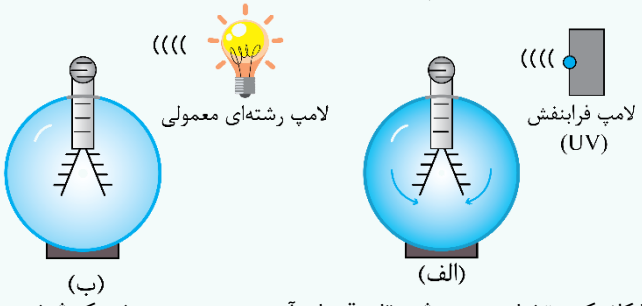
پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۵)

بچه‌ها در هیچ درسی از متن کتاب درسی غافل نشین. حالا منطبق بر متن کتاب درسی، درسنامه زیر رو بخون

تا دهه‌های پایانی قرن نوزدهم، بیشتر حوزه‌های فیزیک، از جمله مکانیک نیوتونی، ترمودینامیک و نظریهٔ الکترومغناطیس ماکسول که امروزه با نام فیزیک کلاسیک از آن‌ها یاد می‌شود به صورت‌بندی نهایی خود رسیده بود و به نظر می‌رسید که در توصیف گسترهٔ وسیعی از پدیده‌های فیزیکی کاملاً موفق‌اند. با این حال در آن سال‌ها، پدیده‌هایی مشاهده و آزمایش‌هایی انجام شد که تبیین کامل و درست آن‌ها با نظریه‌های فیزیک کلاسیک ممکن نبود و سبب تغییرات بنیادی در دیدگاه فیزیک‌دانان نسبت به توضیح رفتار برخی از پدیده‌های فیزیکی شد. به‌طوری که در سه دههٔ آغازین قرن بیستم، نتایج این تلاش‌ها به نظریهٔ نسبیت خاص (مربوط به مطالعهٔ پدیده‌ها در تندی‌های بسیار زیاد و قابل مقایسه با تندی نور)، نظریهٔ نسبیت عام (مربوط به مطالعهٔ هندسهٔ فضا ـ زمان و گرانش) و نظریهٔ کوانتومی (مربوط به مطالعهٔ پدیده‌ها در مقیاس‌های بسیار کوچک، مانند اتم‌ها و ذره‌های سازندهٔ آن‌ها) منجر شد که امروزه به آن فیزیک جدید می‌گویند. اندکی پس از ظهور این نظریه‌ها، شاخه‌های دیگری مانند فیزیک هسته‌ای، فیزیک ذرات بنیادی و کیهان‌شناسی به تدریج به وجود آمدند.

اثر فوتوالکتریک و فوتون

اگر بر کلاهک برق‌نمایی با بار منفی، نور فرابنفشی تابیده شود، مشاهده می‌شود که انحراف ورقه‌های آن کاهش می‌یابد (شکل ۱ ـ الف) در حالی که با تابش نور مرئی، تغییری در انحراف ورقه‌های برق‌نما رخ نمی‌دهد (شکل ۲ ـ ب). چرا این پدیده‌ها اتفاق می‌افتد؟ آزمایش نشان می‌دهد وقتی نوری با بسامد مناسب مانند نور فرابنفش به سطحی فلزی بتابد الکترون‌هایی از آن گسیل می‌شوند (شکل ۲). این پدیدهٔ فیزیک را، اثر فوتوالکتریک و الکترون‌های جدا شده از سطح فلز را فوتوالکترون می‌نامند.



شکل ۱ـ الف: برهم‌کنش نور فرودی فرابنفش با کلاهک برق‌نما سبب می‌شود تا ورقه‌های آن به سرعت به هم نزدیک شوند. ب: در حالی که برهم‌کنش نور مرئی گسیل شده از یک لامپ رشته‌ای تغییری در انحراف ورقه‌های برق‌نما به وجود نمی‌آورد.

شکل ۲ـ الکترون‌ها، انرژی نور فرودی را جذب می‌کنند و از سطح فلز خارج می‌شوند.

همان‌طور که در فصل ۳ دیدیم، نور، موجی الکترومغناطیسی است، بنابراین می‌توان انتظار داشت هنگام برهم‌کنش موج الکترومغناطیسی (نور فرودی) با سطح فلز، میدان الکتریکی این موج، نیروی $\vec{F} = -e\vec{E}$ به الکترون‌های فلز وارد کند و آن‌ها را به نوسان وادارد. به این ترتیب، وقتی دامنهٔ نوسان برخی از الکترون‌ها به قدر کافی بزرگ شود انرژی جنبشی لازم را برای جدا شدن از سطح فلز پیدا می‌کنند. بنابه این دیدگاه کلاسیکی، این پدیده باید با هر بسامدی رخ دهد در حالی که این نتیجه با تجربه سازگار نیست.

یکی دیگر از پیامدهای نظریهٔ الکترومغناطیسی ماکسول این است که شدت نور با مربع دامنهٔ میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی متناسب است $(I \propto E^2)$. به این ترتیب انتظار می‌رود به ازای یک بسامد معین، اگر شدت نور فرودی بر سطح فلز را افزایش دهیم باید الکترون‌ها با انرژی جنبشی بیشتری از فلز خارج شوند، نتیجه‌ای که تجربه آن را تایید نمی‌کند.

شکست مدل موج الکترومغناطیسی در توضیح برخی پدیده‌ها مانند اثر فوتوالکتریک به این معنی نیست که مدل موجی نور باید کنار گذاشته شود. ولی باید متوجه باشیم که مدل موجی، تمام ویژگی‌های نور را در برندارد و به همین دلیل قادر نیست توجیه درستی از تمامی پدیده‌های فیزیکی مرتبط با برهم‌کنش نور با ماده را ارائه کند.

پس از نزدیک به ۲۰ سال که تلاش بسیاری از دانشمندان برای توجیه اثر فوتوالکتریک به کمک مفاهیم و قانون‌های فیزیک کلاسیک به نتیجه نرسیده بود در سال ۱۹۰۵ اینشتین توضیحی قانع‌کننده در مورد این اثر ارائه داد و جایزهٔ نوبل فیزیک سال ۱۹۲۱ میلادی را به خاطر تبیین آن دریافت کرد. اینشتین در نظریهٔ فوتوالکتریک خود با

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

توجه به کارهای قبلی پلانک در زمینهٔ تابش گرمایی اجسام، فرض کرد که نور با بسامد f را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از بسته‌های انرژی در نظر گرفت. هر بستهٔ انرژی، که بعدها فوتون نامیده شد، دارای انرژی‌ای است که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$E = hf$$

در این رابطه h ثابت پلانک نامیده می‌شود و به‌طور تجربی معلوم شده است که مقدار آن $h = ۶/۶۳ \times ۱۰^{-۳۴}\ J.s$ است.

بنا بر نظر اینشتین، وقتی نوری تکفام بر سطح فلزی می‌تابد، هر فوتون صرفاً با یکی از الکترون‌های فلز برهم‌کنش می‌کند. اگر فوتون انرژی کافی داشته باشد تا فرایند خارج کردن الکترون از فلز را انجام دهد، الکترون به طور آنی از آن گسیل می‌شود. در این صورت بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون از فلز می‌شود و مابقی آن به انرژی جنبشی الکترون خارج‌شده تبدیل می‌شود.

نکته:

هنگامی که نوری با بسامد f به فلزی با بسامد آستانهٔ $f_۰$ (بسامد آستانه به جنس فلز بستگی دارد.) می‌تابد، سه حالت زیر رخ می‌دهد.

۱ـ $f > f_۰$: در این حالت فوتون‌های تابیده‌شده حداقل انرژی لازم برای خارج کردن الکترون از فلز را دارند و پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ می‌دهد. در این حالت خوب است که نکات زیر را بدانید:

الف: اگر بدون تغییر در تعداد فوتون‌ها، بسامد موج (f) را افزایش دهیم، انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها افزایش می‌یابد.

ب: اگر بدون تغییر در بسامد نور (f)، تعداد فوتون‌ها را افزایش دهیم، یعنی شدت نور را زیاد کنیم، انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها تغییر نمی‌کند ولی تعداد الکترون‌های جداشده از فلز افزایش می‌یابد.

۲ـ $f < f_۰$: در این حالت فوتون‌های تابیده‌شده حداقل انرژی لازم برای خارج کردن الکترون از فلز را ندارند و پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد. در این حالت خوب است که نکات زیر را بدانید:

الف: اگر بدون تغییر در تعداد فوتون‌ها، بسامد موج (f) را افزایش دهیم، ممکن است پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ بدهد یا ندهد. اگر بسامد نور از بسامد آستانهٔ فلز بیشتر شود یا با آن برابر شود، پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ می‌دهد.

ب: اگر بدون تغییر در بسامد نور (f)، تعداد فوتون‌ها را افزایش دهیم، یعنی شدت نور را زیاد کنیم، با توجه به این‌که اصلاً پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد، هیچ تغییری صورت نمی‌گیرد و همچنان هیچ الکترونی از فلز جدا نمی‌شود.

۳ـ $f = f_۰$: در این حالت پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ می‌دهد و کل انرژی هر فوتون صرف کنده شدن الکترون از سطح فلز می‌شود، ولی انرژی جنبشی الکترون‌های جداشده صفر می‌شود.

بررسی موارد:

الف: بنابه دیدگاه فیزیک کلاسیک، پدیدهٔ فوتوالکتریک باید با هر بسامدی رخ دهد در حالی که این نتیجه با تجربه سازگار نیست. (در واقع بنابه دیدگاه فیزیک جدید، اگر بسامد نور تابیده‌شده بر سطح فلز از بسامدی موسوم به بسامد آستانه (که به جنس فلز بستگی دارد) کمتر باشد، فوتون‌ها، حداقل انرژی لازم برای خارج کردن الکترون از فلز را ندارند و پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد.) (✓)

ب: اگر بسامد نور تابیده‌شده بر سطح یک فلز از بسامد آستانهٔ آن فلز بیشتر باشد، کاهش شدت نور (با ثابت ماندن بسامد)، تعداد فوتون‌ها را کاهش می‌دهد و در نتیجه تعداد الکترون‌های جداشده از فلز (تعداد فوتوالکترون‌ها) کاهش می‌یابد، اما انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها تغییر نمی‌کند. (✗)

ج: اگر بسامد نور تابیده‌شده بر سطح یک فلز از بسامد آستانهٔ آن فلز کمتر باشد، با افزایش شدت نور (با ثابت ماندن بسامد)، به هیچ عنوان، پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد، زیرا بسامد نور تابیده‌شده، ثابت مانده است و همچنان کمتر از بسامد آستانه می‌باشد. (✗)

د: اگر بسامد نور تابیده‌شده بر سطح یک فلز از بسامد آستانهٔ آن فلز بیشتر باشد، با افزایش بسامد نور (بدون تغییر در تعداد فوتون‌ها)، انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها افزایش می‌یابد و در نتیجه بر طبق رابطهٔ انرژی جنبشی، یعنی $K = \frac{۱}{۲}mv^۲$، تندی فوتوالکترون‌ها نیز افزایش می‌یابد. (✓)

گروه آموزشی ماز

۴۲- مجموع انرژی دو فوتون A و B، برابر با $۱/۹۲ \times ۱۰^{-۱۸}\ J$ است. اگر طول موج فوتون A، ۸۰ درصد کمتر از طول موج فوتون B باشد، بسامد فوتون B چند هرتز است؟ $(e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\ C\ ,\ h = ۴ \times ۱۰^{-۱۵}\ eV.s)$

۱) $۲/۵ \times ۱۰^{۱۵}$ ۲) $۲/۵ \times ۱۰^{۱۴}$ ۳) ۵×۱۰^{۱۴} ۴) ۵×۱۰^{۱۵}

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

فوتون

اینشتین فرض کرد که نور با بسامد f را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از بسته‌های انرژی در نظر گرفت. هر بستهٔ انرژی، فوتون نام دارد که دارای انرژی‌ای است که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$E = hf \xrightarrow{f = \frac{c}{\lambda}} E = \frac{hc}{\lambda}$$

E : انرژی فوتون (J)

h : ثابت پلانک (J.s)

f : بسامد نور فرودی (Hz)

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

c : تندی انتشار نور در خلأ $(\frac{m}{s})$

λ : طول موج نور فرودی (m)

✓ تندی انتشار نور در خلأ، $c = ۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}$ است.

✓ h ثابت پلانک نامیده می‌شود که مقدار آن در SI، $h = ۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}\,J.s$ است.

الکترون ـ ولت: ژول واحد بسیار بزرگی است، بنابراین برای بیان انرژی فوتون از واحد کوچک‌تری به نام الکترون‌ولت (eV) استفاده می‌کنیم.

یک الکترون‌ولت، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک الکترون در جابه‌جایی بین دو نقطه با اختلاف پتانسیل یک ولت است:

$$|\Delta V| = \left|\frac{\Delta U}{q}\right| \rightarrow ۱eV = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J$$

تبدیل ژول و الکترون‌ولت به هم:

$$J \underset{\times ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}{\overset{\div ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}{\rightleftarrows}} eV$$

گام اول:

طول موج فوتون A، ۸۰ درصد کمتر از طول موج فوتون B می‌باشد، پس داریم:

$$\lambda_A = \lambda_B - \frac{۸۰}{۱۰۰}\lambda_B \rightarrow \lambda_A = \frac{۲۰}{۱۰۰}\lambda_B \rightarrow \lambda_A = \frac{۲}{۱۰}\lambda_B$$

$$\xrightarrow{\lambda=\frac{c}{f}} \frac{c}{f_A} = \frac{۲}{۱۰}(\frac{c}{f_B}) \rightarrow \frac{۱}{f_A} = \frac{۲}{۱۰}(\frac{۱}{f_B}) \rightarrow \frac{۱}{f_A} = \frac{۲}{۱۰f_B} \rightarrow ۲f_A = ۱۰f_B$$

$$\rightarrow f_A = ۵f_B$$

گام دوم:

مجموع انرژی دو فوتون A و B، برابر با $۱/۹۲\times۱۰^{-۱۸}J$ است. این میزان انرژی برحسب ژول را به الکترون‌ولت (eV) تبدیل می‌کنیم:

$$E_A + E_B = ۱/۹۲\times۱۰^{-۱۸}J = \frac{۱/۹۲\times۱۰^{-۱۸}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = ۱۲eV$$

می‌دانیم انرژی هر فوتون از رابطهٔ $E = hf$ به‌دست می‌آید، پس داریم:

$$E_A + E_B = ۱۲ \rightarrow hf_A + hf_B = ۱۲ \rightarrow h(f_A + f_B) = ۱۲$$

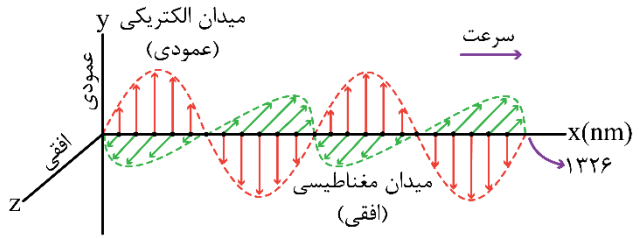
$$\xrightarrow{h=۴\times۱۰^{-۱۵}eV.s} ۴\times۱۰^{-۱۵}(f_A + f_B) = ۱۲ \rightarrow f_A + f_B = \frac{۱۲}{۴\times۱۰^{-۱۵}} = ۳\times۱۰^{۱۵}$$

$$\xrightarrow{f_A=۵f_B} ۵f_B + f_B = ۳\times۱۰^{۱۵}$$

$$\rightarrow ۶f_B = ۳\times۱۰^{۱۵} \rightarrow f_B = \frac{۳\times۱۰^{۱۵}}{۶} = ۵\times۱۰^{۱۴}Hz$$

گروه آموزشی ماز

۴۳- شکل زیر، تصویر لحظه‌ای از نوری را نشان می‌دهد که از یک لامپ رشته‌ای با توان ورودی ۹۰W منتشر شده است؛ به طوری که این لامپ از فاصلهٔ ۳ کیلومتری دیده می‌شود. فرض کنید نور لامپ به طور یکنواخت در فضای اطراف آن منتشر می‌شود و بازده لامپ ۴۰ درصد است. در مدت زمان ۳s چه تعداد فوتون وارد هر دو مردمک چشم‌های ناظری می‌شود که در فاصلهٔ ۳ کیلومتری از لامپ قرار دارد؟ ($h=۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}J.s$ و $c=۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}$ و قطر مردمک = ۲mm)



۱) $۱۰^{۷}$

۲) ۴×۱۰^{۷}

۳) ۲×۱۰^{۷}

۴) ۸×۱۰^{۷}

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ نموداری ـ ۱۲۰۵)

کمیت کوانتومی (گسسته)

کمیتی است که مضرب درستی از مقدار پایه یا کوانتوم آن کمیت است. یادتان هست که در فیزیک یازدهم، بار الکتریکی (q) کمیتی کوانتومی بود و کوانتوم آن (مقدار پایه) برابر با بار الکتریکی یک الکترون ($e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$) بود. در مورد انرژی موج الکترومغناطیسی هم می‌توان گفت که کمیتی کوانتومی است و مضرب درستی از انرژی یک فوتون (hf) می‌باشد:

$$E = nhf = nh\frac{c}{\lambda}$$

E : انرژی موج الکترومغناطیسی n : تعداد فوتون‌ها hf : انرژی هر فوتون

نکته: توان تابشی یک نور تکفام با بسامد f را به کمک رابطهٔ زیر به‌دست می‌آوریم:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{nhf}{t} = \frac{nhc}{\lambda t}$$

P : توان تابشی E : انرژی موج الکترومغناطیسی t : مدت‌زمان

حالا که توان تابشی رو بلد شدی، شدت تابشی یک نور تکفام رو هم یاد بگیر:

$$(\frac{W}{m^۲})\ \text{شدت تابشی}\ I = \frac{P}{A} = \frac{E}{At} \rightarrow I = \frac{nhf}{At} = \frac{nhc}{\lambda At}$$

گام اول:

بازده لامپ ۴۰ درصد است، اکنون توان خروجی لامپ را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times۱۰۰ \rightarrow ۴۰ = \frac{P_{\text{خروجی}}}{۹۰}\times۱۰۰ \rightarrow P_{\text{خروجی}} = ۳۶W$$

گام دوم:

مساحت جبههٔ موج که در فاصلهٔ ۳km از چشمهٔ موج (لامپ) قرار دارد را به‌دست می‌آوریم: (در واقع مساحت کره‌ای به شعاع ۳km را به‌دست می‌آوریم.)

$$A = ۴\pi r^۲ \xrightarrow{r=۳km=۳\times۱۰^۳m} A = ۴\times\pi\times(۳\times۱۰^۳)^۲ = ۳۶\pi\times۱۰^۶ m^۲$$

اکنون، شدت نور در فاصلهٔ ۳km از چشمهٔ موج (لامپ) را به‌دست می‌آوریم:

$$I = \frac{P}{A} \xrightarrow[A=۳۶\pi\times۱۰^۶m^۲]{P=۳۶W} I = \frac{۳۶}{۳۶\pi\times۱۰^۶} = \frac{۱}{\pi}\times۱۰^{-۶}\frac{W}{m^۲}$$

گام سوم:

مساحت هر مردمک چشم ناظر، که همان مساحت یک دایره است، برابر است با:

$$A_{\text{مردمک}} = \pi r^۲ \xrightarrow{r=\frac{D}{۲}\ \xrightarrow[\text{D:قطر مردمک}]{D=۲mm=۲\times۱۰^{-۳}m}\ r=\frac{۲\times۱۰^{-۳}}{۲}=۱۰^{-۳}m} A_{\text{مردمک}} = \pi(۱۰^{-۳})^۲ = \pi\times۱۰^{-۶}m^۲$$

شدت نوری که در فاصلهٔ ۳km از چشمه موج (لامپ) وجود دارد، همان شدت نوری است که به هر مردمک چشم ناظر وارد می‌شود.

اکنون مقدار انرژی که به هر مردمک چشم ناظر وارد می‌شود را به‌دست می‌آوریم:

$$I = \frac{E}{tA_{\text{مردمک}}} \xrightarrow[t=۳s\ ,\ A_{\text{مردمک}}=\pi\times۱۰^{-۶}m^۲]{I=\frac{۱}{\pi}\times۱۰^{-۶}\frac{W}{m^۲}} \frac{۱}{\pi}\times۱۰^{-۶} = \frac{E}{۳\times\pi\times۱۰^{-۶}}$$

$$\rightarrow E = \frac{۱}{\pi}\times۱۰^{-۶}\times۳\times\pi\times۱۰^{-۶} = ۳\times۱۰^{-۱۲}J$$

روش تستی:

با یک تناسب ساده هم می‌توانستیم انرژی که به هر مردمک وارد می‌شود را محاسبه کنیم.

$$\begin{array}{c|c} ۳۶W & ۴\pi\times(۳۰۰۰)^۲ \\ \hline P_{\text{مردمک}} & \pi\times(۱۰^{-۳})^۲ \end{array} \Rightarrow P_{\text{مردمک}} = \frac{۳۶\times\pi\times۱۰^{-۶}}{۴\pi\times۹\times۱۰^۶} = ۱۰^{-۱۲}W$$

در هر ثانیه $۱۰^{-۱۲}J$ انرژی به هر مردمک می‌رسد، پس در مدت ۳s، $۳\times۱۰^{-۱۲}J$ انرژی به هر مردمک می‌رسد.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

با توجه به تصویر لحظه‌ای نور منتشرشده، که در صورت سؤال آمده است، $۲\lambda = ۱۳۲۶nm$ است، پس داریم:

$$۲\lambda = ۱۳۲۶nm \rightarrow \lambda = \frac{۱۳۲۶}{۲} = ۶۶۳nm = ۶۶۳\times۱۰^{-۹}m$$

پس طول موج نور منتشر شده $۶۶۳\times۱۰^{-۹}m$ است.

اکنون تعداد فوتون‌های ورودی به هر مردمک چشم ناظر را به‌دست می‌آوریم:

$$E = nhf \xrightarrow{f=\frac{c}{\lambda}} E = nh\frac{c}{\lambda} \xrightarrow[h=۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}J.s\ ,\ c=۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}]{E=۳\times۱۰^{-۱۲}J\ ,\ \lambda=۶۶۳\times۱۰^{-۹}m}$$

$$۳\times۱۰^{-۱۲} = n\times۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}\times\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۶۶۳\times۱۰^{-۹}} \rightarrow n = ۱۰^{۷}$$

دقت کنید که به هر مردمک چشم ناظر $۱۰^{۷}$ فوتون وارد می‌شود پس به هر دو مردمک چشم ناظر ۲×۱۰^{۷} فوتون وارد می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۴۴- کدام گزینه نادرست است؟

۱) همهٔ اجسام در هر دمایی که باشند، از خود امواج الکترومغناطیسی گسیل (نشر) می‌کنند.
۲) تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از برهم‌کنش قوی بین اتم‌های سازندهٔ آن است.
۳) در تابشی که از خورشید گسیل می‌شود و به زمین می‌رسد، بعضی از طول موج‌ها وجود ندارند.
۴) طیف گسیلی برخلاف طیف جذبی برای هیچ دو گازی همانند یکدیگر نیست.

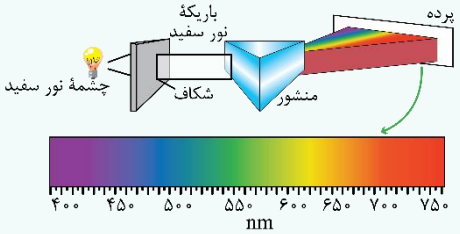
پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی و خط‌به‌خط کتاب درسی ـ ۱۲۰۵)

انواع طیف‌های اتمی

در این قسمت، انواع طیف‌های اتمی را بررسی می‌کنیم.

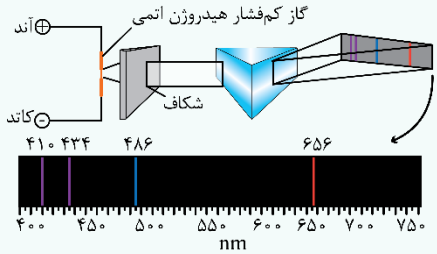
۱ـ طیف گسیلی پیوسته

همهٔ اجسام در هر دمایی که باشند، از خود امواج الکترومغناطیسی گسیل (نشر) می‌کنند که به آن تابش گرمایی گفته می‌شود. (اجسام در دماهای بالا از سطح خود نور مرئی گسیل می‌کنند. در دماهای معمولی، بیشتر تابش گسیل‌شده از سطح اجسام در ناحیهٔ فروسرخ قرار دارد.) برای یک جسم جامد، نظیر رشتهٔ داغ یک لامپ روشن، این امواج شامل گسترهٔ پیوسته‌ای از طول‌موج‌هاست. به همین دلیل طیف ایجادشده در این شرایط را طیف گسیلی پیوسته یا به اختصار طیف پیوسته می‌نامند. در شکل زیر، طیف گسیلی پیوستهٔ نور سفید از رشته داغ یک لامپ روشن نشان داده شده است. در این شکل تنها بخش مرئی طیف نشان داده شده است که گسترهٔ طول موج آن از حدود ۴۰۰nm (نور بنفش) تا حدود ۷۵۰nm (نور قرمز) است:



۲ـ طیف گسیلی خطی

تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از برهم‌کنش قوی بین اتم‌های سازندهٔ آن است. حال آن‌که گازهای کم‌فشار و رقیق، که اتم‌های منفرد آن‌ها از برهم‌کنش‌های قوی موجود در جسم جامد آزادند به جای طیف پیوسته، طیفی گسسته را گسیل می‌کنند که شامل طول‌موج‌های معینی است. این طیف گسسته را معمولاً طیف گسیلی خطی یا به اختصار طیف خطی می‌نامند و طول‌موج‌های ایجادشده در آن، برای اتم‌های هر گاز منحصر به فرد هستند و سرنخ‌های مهمی را دربارهٔ نوع و ساختار اتم‌های آن گاز به دست می‌دهند. طیف خطی گاز هیدروژن اتمی در ناحیهٔ مرئی، شامل یک رشتهٔ منظم از خط‌هایی است که محل آن‌ها در شکل زیر نشان داده‌شده است:

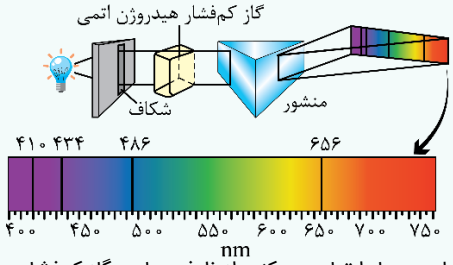


۳ـ طیف جذبی خطی

در سال ۱۸۱۴ میلادی فرانهوفر، با مشاهدهٔ دقیق طیف خورشید، خط‌های تاریک نازکی را در آن کشف کرد (خط‌های تاریکی که در طیف خورشید دیده می‌شود، به افتخار کشف‌کنندهٔ آن، خط‌های فرانهوفر نامیده می‌شوند.) این تجربه نشان می‌داد در تابشی که از خورشید گسیل می‌شود و به زمین می‌رسد بعضی از طول‌موج‌ها وجود ندارند. امروزه می‌دانیم بسیاری از خط‌های تاریکی که فرانهوفر در طیف خورشید کشف کرد، ناشی از جذب طول‌موج‌های مربوط به این خط‌ها توسط گازهای جو خورشید است. خط‌های دیگر به سبب جذب نور در گازهای جو زمین پدید می‌آیند.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

شکل زیر اسباب آزمایشی را به‌صورت طرح‌وار نشان می‌دهد که در آن باریکهٔ نور سفید قبل از عبور از منشور، از گاز کم‌فشار هیدروژن می‌گذرد. با انجام این آزمایش پی می‌بریم یک طیف پیوسته (مشابه طیف رنگین‌کمان) با خط‌هایی تاریک درون آن مشاهده می‌شود که در آن بعضی از طول‌موج‌ها از نور سفید جذب شده‌اند.



شکل بالا روشی برای مشاهدهٔ طیف‌های جذبی است. یک چشمهٔ نور سفید که گستره‌ای پیوسته از طول‌موج‌ها را تولید می‌کند، از ظرفی حاوی گاز کم‌فشار هیدروژن اتمی می‌گذرد و توسط منشور پاشیده می‌شود و طیف آن روی پرده تشکیل می‌شود. خط‌های تاریک روی طیف، به طول‌موج‌هایی از نور سفید مربوط است که توسط اتم‌های گاز جذب شده‌اند.

در مورد رابطهٔ طیف گسیلی خطی و طیف جذبی خطی به دو نکتهٔ زیر توجه کنید:

الف: هم در طیف گسیلی و هم در طیف جذبی اتم‌های گاز هر عنصر، طول‌موج‌های معینی وجود دارد که از مشخصه‌های آن عنصر است. یعنی طیف گسیلی و طیف جذبی هیچ دو گازی همانند یکدیگر نیست.

ب: اتم‌های هر گاز دقیقاً همان طول‌موج‌هایی را از نور سفید جذب می‌کنند که اگر دمای آن‌ها به اندازهٔ کافی بالا رود و یا به هر صورت دیگر برانگیخته شوند، آن‌ها را تابش می‌کنند.

بررسی گزینه‌ها:

۱) همه اجسام در هر دمایی که باشند، از خود امواج الکترومغناطیسی گسیل (نشر) می‌کنند که به آن تابش گرمایی گفته می‌شود. (✓)

۲) تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از برهم‌کنش قوی بین اتم‌های سازنده آن است. (✓)

۳) در سال ۱۸۱۴ میلادی فرانهوفر، با مشاهدهٔ دقیق طیف خورشید، خط‌های تاریک نازکی را در آن کشف کرد. (خط‌های تاریکی که در طیف خورشید دیده می‌شود، به افتخار کشف‌کنندهٔ آن، خط‌های فرانهوفر نامیده می‌شوند) این تجربه نشان می‌داد در تابشی که از خورشید گسیل می‌شود و به زمین می‌رسد بعضی از طول‌موج‌ها وجود ندارند. امروزه می‌دانیم بسیاری از خط‌های تاریکی که فرانهوفر در طیف خورشید کشف کرد، ناشی از جذب طول موج‌های مربوط به این خط‌ها توسط گازهای جو خورشید است. خط‌های دیگر به سبب جذب نور در گازهای جو زمین پدید می‌آیند. (✓)

۴) هم در طیف گسیلی و هم در طیف جذبی اتم‌های گاز هر عنصر، طول‌موج‌های معینی وجود دارد که از مشخصه‌های آن عنصر است، یعنی طیف گسیلی و طیف جذبی هیچ دو گازی همانند یکدیگر نیست. (✗)

گروه آموزشی ماز

۴۵- در اتم هیدروژن، طول‌موج سومین خط طیفی در رشتهٔ لیمان $(n'=1)$، چند نانومتر کوتاه‌تر از طول‌موج دومین خط طیفی در رشتهٔ بالمر $(n'=2)$ است؟

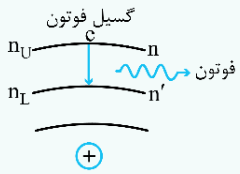
$$(R=\frac{1}{100}(nm)^{-1})$$

۱) $\frac{1300}{3}$ ۲) $\frac{1280}{3}$ ۳) $\frac{1600}{3}$ ۴) $\frac{400}{3}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

فوتون گسیل‌شده

مطابق شکل زیر هنگامی که در یک اتم، الکترون از لایه‌ای به لایه پایین‌تر منتقل می‌شود، فوتونی با بسامد f و طول‌موج λ گسیل می‌کند. برای به‌دست آوردن طول‌موج فوتون گسیل‌شده در اتم هیدروژن می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:



معادلهٔ ریدبرگ

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}) \quad \text{یا} \quad \frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n_L^2}-\frac{1}{n_U^2})$$

λ ← طول‌موج فوتون گسیل‌شده

R ← ثابت ریدبرگ $\left(R=0/01(nm)^{-1}\right)$

n_L یا n' ← شمارهٔ لایهٔ مقصد (لایه پایین‌تر)

n_U یا n ← شمارهٔ لایه مبدأ (لایه بالاتر)

نکته: در رابطهٔ ریدبرگ اگر R برحسب $(nm)^{-1}$ جای‌گذاری شود، λ برحسب (nm) به‌دست می‌آید که معمولاً در سؤالات کنکور طول‌موج برحسب نانومتر خواسته می‌شود و نیازی به تبدیل واحد نیست.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

بر مبنای لایهٔ مقصد، فوتون‌های گسیلی از اتم هیدروژن گروه‌بندی می‌شوند. به هر گروه در اصطلاح یک رشتهٔ اتمی گفته می‌شود و هر رشته را با نام یک دانشمند نام‌گذاری می‌کنند. به طور مثال اگر الکترون‌ها از لایهٔ بالاتر به لایهٔ شماره (۱) منتقل شوند، رشتهٔ مورد نظر را رشتهٔ لیمان می‌نامند و به الکترون‌ها و فوتون‌های مورد نظر به‌ترتیب الکترون لیمان و فوتون لیمان می‌گویند. در جدول زیر نام رشته‌های مختلف به همراه پرتو گسیل‌شده، مشخص است.

نام طیف	مقدار n'	رابطهٔ ریدبرگ مربوط به رشته	مقدارهای n	ناحیهٔ طیف
لیمان	۱	$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{n^2})$	۲,۳,۴,...	فرابنفش
بالمر	۲	$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n^2})$	۳,۴,۵,...	فرابنفش و مرئی
پاشن	۳	$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{n^2})$	۴,۵,۶,...	فروسرخ
براکت	۴	$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{n^2})$	۵,۶,۷,...	فروسرخ
پفوند	۵	$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{5^2}-\frac{1}{n^2})$	۶,۷,۸,...	فروسرخ

نکته۱:

با توجه به جدول بالا، به نکات زیر توجه کنید:

۱ـ همهٔ فوتون‌های رشتهٔ لیمان $(n'=1)$ در ناحیهٔ فرابنفش قرار دارند، یعنی طول‌موج آن‌ها کمتر از $400\,nm$ است.

۲ـ چهار خط طیفی اول رشتهٔ بالمر $(n'=2)$ در ناحیهٔ مرئی قرار دارند و خط‌های طیفی بعدی آن در ناحیهٔ فرابنفش قرار دارند.

۳ـ همهٔ فوتون‌های رشته‌های پاشن $(n'=3)$، براکت $(n'=4)$ و پفوند $(n'=5)$ در ناحیهٔ فروسرخ قرار دارند، یعنی طول‌موج آن‌ها از $700\,nm$ بیشتر است.

۴ـ با توجه به چند نکتهٔ بالا می‌توان به نتایج زیر رسید:

الف: اگر اتم هیدروژن فوتونی فرابنفش تابش کند، این فوتون ممکن است به رشتهٔ لیمان $(n'=1)$ یا رشتهٔ بالمر $(n'=2)$ تعلق داشته باشد.

ب: اگر اتم هیدروژن فوتونی مرئی تابش کند، این فوتون قطعاً مربوط به رشتهٔ بالمر $(n'=2)$ است.

نکته۲:

در رابطهٔ $\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)$، با داشتن n'، مقدار n از $n'+1$ (اولین خط طیفی رشتهٔ n') شروع شده و تا بی‌نهایت ادامه پیدا می‌کند. مثلاً اولین خط طیفی رشتهٔ براکت $(n'=4)$، $n=5$ است. یا مثلاً سومین خط طیفی رشتهٔ بالمر $(n'=2)$، $n=5$ است. پس وقتی شمارهٔ یک خط طیفی از یک رشته را داریم، مقدار n از رابطهٔ $n=n'+$ شماره خط طیفی به‌دست می‌آید.

چهارمین خط طیفی رشتهٔ پاشن $\xrightarrow{n'=3} n=3+4=7$

اولین خط طیفی رشتهٔ پفوند $\xrightarrow{n'=5} n=5+1=6$

گام اول:

طبق نکات مطرح‌شده در این سؤال، در اتم هیدروژن، وقتی شمارهٔ یک خط طیفی از یک رشته را داریم، مقدار n از رابطهٔ $n=n'+$ شماره خط طیفی به‌دست می‌آید، پس داریم:

سومین خط طیفی در رشته لیمان $(n'=1)$ $\xrightarrow[\text{شماره خط طیفی}=3]{n'=1} n=1+3=4$

پس سومین خط طیفی در رشتهٔ لیمان $(n'=1)$، مربوط به گذار الکترون از مدار $n=4$ به مدار $n'=1$ است.

حال، با توجه به رابطهٔ ریدبرگ، طول‌موج سومین خط طیفی در رشتهٔ لیمان $(n'=1)$، که آن را با λ_1 نشان می‌دهیم، محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)\xrightarrow[n'=1,\ n=4]{R=\frac{1}{100}(nm)^{-1}}\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{100}\left(\frac{1}{(1)^2}-\frac{1}{(4)^2}\right)$$

$$\rightarrow\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{100}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{16}\right)\rightarrow\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{100}\left(\frac{16-1}{1\times16}\right)$$

$$\rightarrow\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{100}\left(\frac{15}{16}\right)\rightarrow\frac{1}{\lambda}=\left(\frac{1\times15}{100\times16}\right)\rightarrow\frac{1}{\lambda}=\left(\frac{15}{1600}\right)$$

$$\rightarrow\lambda=\frac{1600}{15}=\frac{320}{3}\,nm$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

گام دوم:

دومین خط طیفی رشتهٔ بالمر برابر است با:

$$(n'=۲)\ \text{دومین خط طیفی در رشته بالمر} \xrightarrow[\text{شماره خط طیفی}=۲]{n'=۲} n=۲+۲=۴$$

پس دومین خط طیفی در رشتهٔ بالمر $(n'=۲)$، مربوط به گذار الکترون از مدار $n=۴$ به مدار $n'=۲$ است.

حال، با توجه به رابطهٔ ریدبرگ، طول‌موج دومین خط طیفی در رشتهٔ بالمر $(n'=۲)$، که آن را با $\lambda_۲$ نشان می‌دهیم، محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{۱}{\lambda}=R\left(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲}\right)\xrightarrow[n'=۲\,,\,n=۴]{R=\frac{۱}{۱۰۰}(nm)^{-۱}}\frac{۱}{\lambda}=\frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{(۲)^۲}-\frac{۱}{(۴)^۲}\right)$$

$$\rightarrow\frac{۱}{\lambda}=\frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۱۶}\right)\rightarrow\frac{۱}{\lambda}=\frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۴-۱}{۱۶}\right)$$

$$\rightarrow\frac{۱}{\lambda}=\frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۳}{۱۶}\right)\rightarrow\frac{۱}{\lambda}=\left(\frac{۱\times۳}{۱۰۰\times۱۶}\right)\rightarrow\frac{۱}{\lambda}=\left(\frac{۳}{۱۶۰۰}\right)$$

$$\rightarrow\lambda=\frac{۱۶۰۰}{۳}nm$$

گام سوم:

طول موج سومین خط طیفی در رشتهٔ لیمان $(n'=۱)$، یعنی $\lambda_۱$ را از طول موج دومین خط طیفی در رشتهٔ بالمر $(n'=۲)$، یعنی $\lambda_۲$ کم می‌کنیم:

$$\Delta\lambda=\lambda_۲-\lambda_۱\xrightarrow[\lambda_۱=\frac{۳۲۰}{۳}nm]{\lambda_۲=\frac{۱۶۰۰}{۳}nm}\Delta\lambda=\frac{۱۶۰۰}{۳}-\frac{۳۲۰}{۳}=\frac{۱۲۸۰}{۳}nm$$

پس طول موج سومین خط طیفی در رشت لیمان $(n'=۱)$، یعنی $\lambda_۱$، $\frac{۱۲۸۰}{۳}nm$ از طول موج دومین خط طیفی در رشتهٔ بالمر $(n'=۲)$، یعنی $\lambda_۲$، کوتاه‌تر است.

گروه آموزشی ماز

۴۶- اگر کوتاه‌ترین طول موج در یک رشته از اتم هیدروژن، ۹۰۰nm باشد، اختلاف بسامد اولین و سومین خط طیفی در این رشته از اتم هیدروژن، چند هرتز است؟ $(R=\frac{۱}{۱۰۰}(nm)^{-۱}\ ,\ c=۳\times۱۰^۸\frac{m}{s})$

۱) $\frac{۱}{۱۹۲}\times۱۰^{۱۶}$ ۲) $\frac{۱}{۹۶}\times۱۰^{۱۵}$ ۳) $\frac{۱}{۱۹۲}\times۱۰^{۱۵}$ ۴) $\frac{۱}{۹۶}\times۱۰^{۱۶}$

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

نکته۱:

۱ـ اگر بیشترین بسامد یا انرژی مربوط به یک رشتهٔ اتم هیدروژن (مثلاً رشتهٔ لیمان) را از ما خواستند، الکترون باید از مدار $n=\infty$ به مدار مقصد برود.

رشتهٔ لیمان : $n'=۱\ ,\ n=\infty$

رشتهٔ بالمر : $n'=۲\ ,\ n=\infty$

رشتهٔ پاشن : $n'=۳\ ,\ n=\infty$

رشتهٔ براکت : $n'=۴\ ,\ n=\infty$

رشتهٔ پفوند : $n'=۵\ ,\ n=\infty$

دقت کنید که بیشترین بسامد یا انرژی، هم‌معنی کوتاه‌ترین طول‌موج است.

۲ـ اگر کمترین بسامد یا انرژی مربوط به یک رشتهٔ اتم هیدروژن (مثلاً رشتهٔ لیمان) را از ما خواستند، الکترون باید از نزدیک‌ترین مدار به مدار مقصد برود.

رشتهٔ لیمان : $n'=۱\ ,\ n=۲$

رشتهٔ بالمر : $n'=۲\ ,\ n=۳$

رشتهٔ پاشن : $n'=۳\ ,\ n=۴$

رشتهٔ براکت : $n'=۴\ ,\ n=۵$

رشتهٔ پفوند : $n'=۵\ ,\ n=۶$

دقت کنید که کمترین بسامد یا انرژی، هم‌معنی بلندترین طول‌موج است.

۳ـ اختلاف کوتاه‌ترین و بلندترین طول موج در هر رشته از اتم هیدروژن را، گسترهٔ طول موج‌های آن رشته می‌گویند.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۰:

در اتم هیدروژن در رشتهٔ بالمر $(n'=۲)$، بلندترین طول موج گسیل‌شده، چند نانومتر بیشتر از کوتاه‌ترین طول موج گسیل‌شده در این رشته است؟ $(R=۰/۰۱(nm)^{-۱})$

۱) ۲۴۰ ۲) ۳۲۰ ۳) ۴۰۰ ۴) ۵۰۰

پاسخ: گزینه ۲

بلندترین طول موج برای انتقال از $n=۳$ به $n'=۲$ است و کوتاه‌ترین طول موج برای انتقال از $n=\infty$ و $n'=۲$ می‌باشد:

$$\frac{۱}{\lambda_{max}}=\frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۲^۲}-\frac{۱}{۳^۲}\right)\rightarrow \lambda_{max}=\frac{۳۶۰۰}{۵}=۷۲۰nm$$

$$\frac{۱}{\lambda_{min}}=\frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۲^۲}-\frac{۱}{\infty^۲}\right)\rightarrow \lambda_{min}=۴۰۰nm$$

$$\lambda_{max}-\lambda_{min}=۳۲۰nm$$

نکته ۲:

۱ـ در اتم هیدروژن، هنگامی که الکترون از مدار برانگیختهٔ n به مدار n' می‌آید و $n'<n$ است، فوتونی تابش می‌کند که طول‌موج آن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{۱}{\lambda}=R\left(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲}\right)$$

$$R\simeq ۰/۰۱(nm)^{-۱}$$

۲ـ با ضرب کردن دو طرف رابطهٔ فوق در سرعت نور (c)، بسامد فوتون تابش‌شده به‌دست می‌آید.

$$\frac{c}{\lambda}=Rc(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\xrightarrow{f=\frac{c}{\lambda}}f=Rc(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})$$

دقت کنید که در رابطهٔ بالا برای محاسبهٔ بسامد بر حسب هرتز (Hz)، باید R بر حسب $m^{-۱}$ جای‌گذاری شود.

$$R=۰/۰۱(nm)^{-۱}=۰/۰۱\times ۱۰^۹m^{-۱}=۱۰^۷m^{-۱}$$

۳ـ فرض کنید در اتم هیدروژن، الکترون یک بار از مدار $n_۱$ به مدار n' می‌رود و فوتونی با بسامد $f_۱$ تابش می‌کند و بار دوم از مدار $n_۲$ به مدار n' می‌رود و فوتونی با بسامد $f_۲$ تابش می‌کند. اختلاف این دو بسامد برابر است با:

$$\begin{cases} f_۱=Rc(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n_۱^۲}) \\ f_۲=Rc(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n_۲^۲}) \end{cases}\rightarrow \Delta f=f_۲-f_۱=Rc(\frac{۱}{n_۱^۲}-\frac{۱}{n_۲^۲})$$

دقت کنید که در رابطهٔ بالا نیز برای محاسبهٔ اختلاف بسامد بر حسب هرتز (Hz)، باید R بر حسب $m^{-۱}$ جای‌گذاری شود.

کنکور سراسری تجربی دی ۱۴۰۱:

اختلاف بسامد اولین و دومین خط طیف اتم هیدروژن در یک رشتهٔ معین $\frac{۳۵}{۲۴}\times ۱۰^{۱۴}Hz$ است. این رشته کدام است؟ $(R=\frac{۱}{۱۰۰}(nm)^{-۱}\ ,\ c=۳\times ۱۰^۸\frac{m}{s})$

۱) براکت $(n'=۴)$ ۲) لیمان $(n'=۱)$

۳) پاشن $(n'=۳)$ ۴) بالمر $(n'=۲)$

پاسخ: گزینه ۴

فرض کنیم شمارهٔ رشتهٔ مورد نظر، n' باشد، پس برای اولین خط طیف $n=n'+۱$ و برای دومین خط طیف، $n=n'+۲$ است.

پس اولین خط طیف در این رشته، مربوط به گذار الکترون از مدار $n_۱=n'+۱$ به مدار n' است و دومین خط طیف در این رشته، مربوط به گذار الکترون از مدار $n_۲=n'+۲$ به مدار n' است.

با استفاده از نکتهٔ بالا می‌توان نوشت:

$$\text{اختلاف بسامدها}:\ \Delta f=Rc(\frac{۱}{n_۱^۲}-\frac{۱}{n_۲^۲})\rightarrow \frac{۳۵}{۲۴}\times ۱۰^{۱۴}=\underbrace{\frac{۱}{۱۰۰}\times ۱۰^۹}_{\text{R بر حسب } m^{-۱}}\times ۳\times ۱۰^۸(\frac{۱}{(n'+۱)^۲}-\frac{۱}{(n'+۲)^۲})$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$\rightarrow \frac{۷}{۱۴۴}=\frac{۱}{(n'+۱)^۲}-\frac{۱}{(n'+۲)^۲} \xrightarrow{\frac{۷}{۱۴۴}=\frac{۷}{۹\times۱۶}=\frac{۱۶-۹}{۹\times۱۶}=\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{۱۶}}$$

$$\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{۱۶}=\frac{۱}{(n'+۱)^۲}-\frac{۱}{(n'+۲)^۲} \rightarrow \frac{۱}{(۲+۱)^۲}-\frac{۱}{(۲+۲)^۲}=\frac{۱}{(n'+۱)^۲}-\frac{۱}{(n'+۲)^۲}$$

$\rightarrow n'=۲ \rightarrow$ رشتهٔ مورد نظر، رشتهٔ بالمر است.

گام اول:

طبق نکات مطرح‌شده در این سؤال، کوتاه‌ترین طول موج (λ_{min}) در یک رشته از اتم هیدورژن، زمانی اتفاق می‌افتد که، الکترون از مدار $n=\infty$ به مدار مقصد برود. به دلیل اینکه، شمارهٔ رشتهٔ مورد نظر یا همان شمارهٔ مدار مقصد (یعنی همان مقدار n') را نداریم، با استفاده از معادلهٔ ریدبرگ، شمارهٔ رشته مورد نظر یا همان شمارهٔ مدار مقصد (یعنی مقدار n') را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{۱}{\lambda}=R\left(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲}\right) \xrightarrow[\lambda=\lambda_{min}=۹۰۰nm\ ,\ n=\infty]{R=\frac{۱}{۱۰۰}(nm)^{-۱}} \frac{۱}{۹۰۰}=\frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{\infty^۲}\right)$$

$$\rightarrow \frac{۱}{۹۰۰}=\frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{n'^۲}\right) \rightarrow \frac{۱}{n'^۲}=\frac{\frac{۱}{۹۰۰}}{\frac{۱}{۱۰۰}} \rightarrow \frac{۱}{n'^۲}=\frac{۱۰۰}{۹۰۰} \rightarrow \frac{۱}{n'^۲}=\frac{۱}{۹} \rightarrow n'^۲=۹ \rightarrow n'=۳$$

پس رشتهٔ مورد نظر، رشتهٔ پاشن $(n'=۳)$ است.

گام دوم:

طبق نکات مطرح‌شده در سؤال قبل دیدیم، در اتم هیدروژن، وقتی شماره یک خط طیفی از یک رشته را داریم، مقدار n از رابطهٔ $n=n'+$ شماره خط طیفی به‌دست می‌آید، پس داریم:

اولین خط طیفی در رشتهٔ پاشن $(n'=۳)$ $\xrightarrow[\text{شمارهٔ خط طیفی}=۱]{n'=۳} n_۱=۳+۱=۴$

سومین خط طیفی در رشتهٔ پاشن $(n'=۳)$ $\xrightarrow[\text{شمارهٔ خط طیفی}=۳]{n'=۳} n_۲=۳+۳=۶$

پس اولین خط طیفی در رشتهٔ پاشن $(n'=۳)$، مربوط به گذار الکترون از مدار $n_۱=۴$ به مدار $n'=۳$ است و سومین خط طیفی در رشتهٔ پاشن $(n'=۳)$، مربوط به گذار الکترون از مدار $n_۲=۶$ به مدار $n'=۳$ است.

با استفاده از نکتهٔ ۲ مطرح‌شده در این سؤال، اختلاف بسامد (Δf) اولین و سومین خط طیفی در رشته پاشن $(n'=۳)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{اختلاف بسامدها}:\ \Delta f=Rc\left(\frac{۱}{n_۱^۲}-\frac{۱}{n_۲^۲}\right) \xrightarrow[n_۱=۴\ ,\ n_۲=۶]{R=\frac{۱}{۱۰۰}(nm)^{-۱}=۱۰^۷m^{-۱}\ ,\ c=۳\times۱۰^۸\frac{m}{s}}$$

$$\Delta f=۱۰^۷\times۳\times۱۰^۸\left(\frac{۱}{(۴)^۲}-\frac{۱}{(۶)^۲}\right) \rightarrow \Delta f=۳\times۱۰^{۱۵}\left(\frac{۱}{۱۶}-\frac{۱}{۳۶}\right)$$

$$\rightarrow \Delta f=۳\times۱۰^{۱۵}\left(\frac{۳۶-۱۶}{۱۶\times۳۶}\right) \rightarrow \Delta f=۳\times۱۰^{۱۵}\left(\frac{۲۰}{۵۷۶}\right)$$

$$\rightarrow \Delta f=\frac{۱}{۹۶}\times۱۰^{۱۶}Hz$$

گروه آموزشی ماز

۴۷- در اتم هیدورژن، الکترون در تراز $n=۶$ قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، اگر تعداد فوتون‌های گسیلی با انرژی‌های متفاوت را با A و تعداد فوتون‌های گسیلی با انرژی‌های متفاوت که در محدودهٔ فروسرخ قرار دارند را با B نشان دهیم، $A-B$ کدام است؟

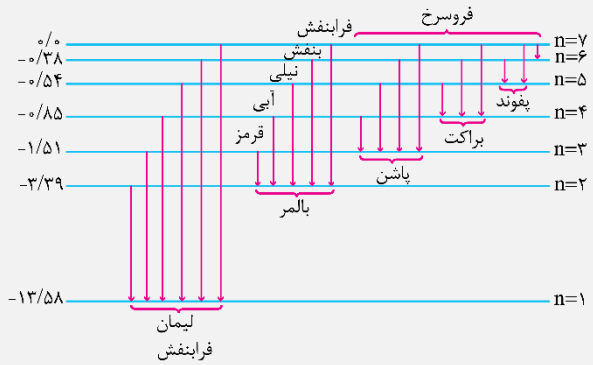
۱) ۹ ۲) ۸ ۳) ۷ ۴) ۶

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۵)

نکته ۱:

با توجه به شکل زیر در گذارهای الکترون در مدل اتمی بور برای اتم هیدروژن داریم:



نکته ۲:

اگر الکترون در تراز n اُم اتم هیدروژن باشد، با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، تعداد فوتون‌هایی که با انرژی‌های متفاوت می‌تواند گسیل کند از رابطهٔ $\binom{n}{۲} = \frac{n(n-۱)}{۲}$ به‌دست می‌آید.

کنکور سراسری ریاضی ۸۶:

در اتم هیدروژن، الکترون در تراز $n = ۴$ قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، چند نوع فوتون با انرژی‌های متفاوت ممکن است گسیل شود؟

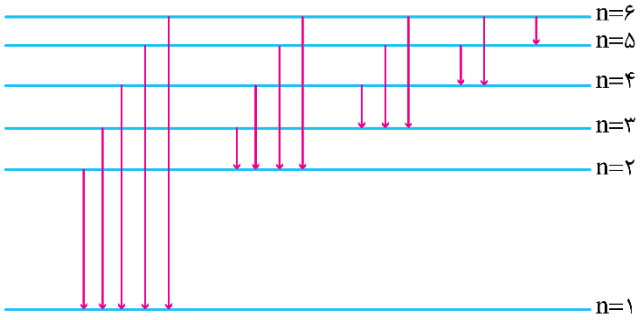
۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۳

با توجه به رابطهٔ $\frac{n(n-۱)}{۲}$ تعداد فوتون‌ها با انرژی‌های متفاوت را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۴(۳)}{۲} = ۶$$

گام اول:



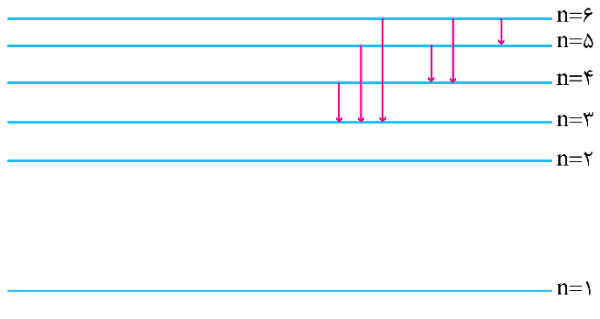
در گذارهایی که در شکل مقابل نشان داده‌شده است، فوتون‌هایی با انرژی‌های متفاوت گسیل می‌شود. طبق شکل، تعداد این فوتون‌ها ۱۵ تا است. پس مقدار A، ۱۵ خواهد شد. $(A = ۱۵)$

البته تعداد فوتون‌های گسیل‌شده با انرژی‌های متفاوت را (A)، می‌توانستیم از رابطهٔ $\binom{n}{۲} = \frac{n(n-۱)}{۲}$ نیز به‌دست بیاوریم، ببینید:

$$A = \binom{n}{۲} = \frac{n(n-۱)}{۲} \xrightarrow{n=۶} A = \binom{۶}{۲} = \frac{۶(۶-۱)}{۲} = \frac{۶(۵)}{۲} = ۱۵$$

گام دوم:

در گذارهایی که در شکل زیر نشان داده شده است، فوتون‌هایی با انرژی‌های متفاوت گسیل می‌شود که در محدودهٔ فروسرخ قرار دارند. طبق شکل، تعداد این فوتون‌ها ۶ تا است، پس مقدار B، ۶ خواهد شد. $(B = ۶)$



www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

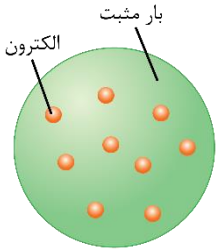
دقت کنید که در تمام گذارهای مربوط به رشته‌های پاشن $(n' = ۳)$، براکت $(n' = ۴)$ و پفوند $(n' = ۵)$، فوتون‌هایی با انرژی‌های متفاوت گسیل می‌شود که در محدودهٔ فروسرخ قرار دارند.

گام سوم:

$$A - B \xrightarrow[B=۶]{A=۱۵} ۱۵ - ۶ = ۹$$

گروه آموزشی ماز

۴۸- به ترتیب از راست به چپ، شکل زیر نشان‌دهندهٔ مدل اتمی ..... است و یکی از نارسایی‌های این مدل اتمی این بود که .....

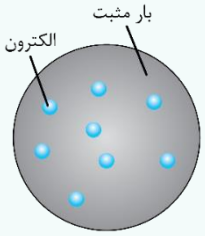


۱) تامسون ـ بسامدهای تابش گسیل‌شده از اتم، که این مدل پیش‌بینی می‌کرد با نتایج تجربی سازگار نبود.
۲) تامسون ـ بار الکتریکی اتم خنثی نبود.
۳) رادرفورد ـ بار الکتریکی اتم خنثی نبود.
۴) رادرفورد ـ بسامدهای تابش گسیل‌شده از اتم، که این مدل پیش‌بینی می‌کرد با نتایج تجربی سازگار نبود.

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مفهومی و خط‌به‌خط کتاب درسی ـ ۱۲۰۵)

مدل اتمی تامسون

تامسون اولین شخصی بود که موفق به کشف الکترون و اندازه‌گیری نسبت بار به جرم آن $\frac{e}{m}$ شد. طبق مدل اتمی تامسون، اتم همچون کره‌ای است که بار مثبت به طور همگن در سرتاسر آن گسترده شده است و الکترون‌ها که سهم ناچیزی در جرم اتم دارند، در جاهای مختلف آن پراکنده شده‌اند. این مدل را گاهی کیک کشمشی هم می‌گویند، زیرا الکترون‌ها مانند دانه‌های کشمش در آن پخش شده‌اند.

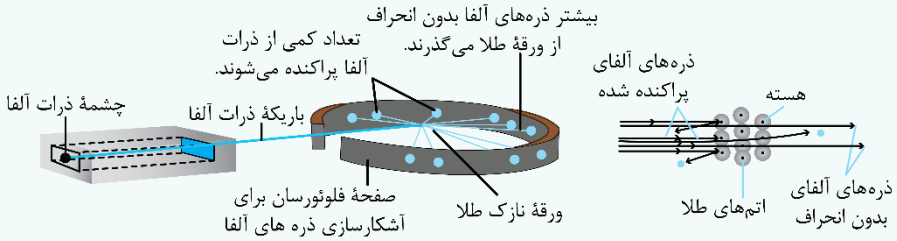


نارسایی مدل تامسون:

در مدل تامسون، الکترون‌ها با بسامدهای معینی حول وضع تعادلشان نوسان می‌کنند و این نوسان سبب تابش امواج الکترومغناطیسی از اتم می‌شود، یکی از ناکامی‌های مدل تامسون این بود که بسامدهای تابش‌شده از اتم که این مدل پیش‌بینی می‌کرد با نتایج تجربی سازگار نبود. نارسایی دیگر مدل تامسون این بود که نمی‌توانست نتایج حاصل از آزمایش ورقهٔ طلای رادرفورد را توجیه کند.

مدل اتمی رادرفورد:

رادرفورد برای بررسی مدل اتمی تامسون آزمایشی را انجام داد. در این آزمایش، باریکه‌ای از ذرات آلفا (هسته اتم هلیم) به سطح ورقهٔ بسیار نازکی از طلا تابانده می‌شود. همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید تعداد زیادی از ذره‌ها بدون انحراف و یا با انحراف کم از ورقهٔ طلا عبور می‌کنند و در برخورد با صفحهٔ فلوئورسان، در پشت ورقهٔ نازک طلا جرقه‌های نورانی تولید می‌کنند. اما برخی از ذره‌های آلفا در هنگام خروج از ورقهٔ طلا در زاویه‌های بزرگ منحرف و پراکنده می‌شوند و حتی تعدادی از آن‌ها به عقب برمی‌گردند. رادرفورد از این آزمایش نتیجه گرفت که اتم دارای یک هستهٔ بسیار چگال و کوچک $(۱۰^{-۱۵}\,m \simeq$ شعاع$)$ با بار مثبت است که با تعدادی الکترون در فاصله‌هایی به نسبت دور احاطه شده است. مدل اتمی را در فورد را مدل اتم هسته‌ای یا مدل هسته‌ای اتم می‌نامند.



نارسایی مدل رادرفورد:

۱ـ عدم توجیه پایداری اتم: اگر الکترون نسبت به هسته ساکن باشد، باید تحت اثر نیروی ربایشی الکتریکی بین هسته و الکترون، روی هسته سقوط کند و در نتیجه اتم باید ناپایدار باشد که با واقعیت مطابقت ندارد و اگر الکترون مانند سیاره‌های منظومهٔ خورشیدی که به دور خورشید می‌چرخند، به دور هسته بچرخد باز هم حرکت الکترون ناپایدار خواهد بود. زیرا در این حالت حرکت الکترون شتابدار است و بنابر فیزیک کلاسیک، حرکت شتابدار الکترون باعث تابش امواج الکترومغناطیسی می‌شود که بسامد آن با بسامد حرکت مداری الکترون برابر است. با تابش امواج الکترومغناطیسی، انرژی الکترون به تدریج کاهش یافته و شعاع چرخش آن نیز به تدریج کم شده و باز هم الکترون بر روی هسته سقوط می‌کند.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲ـ عدم توجیه طیف گسستهٔ اتم: همان‌طور که گفتیم طبق مدل رادرفورد اگر الکترون به‌صورت شتابدار به دور هسته بچرخد، امواج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند، با کاهش انرژی الکترون، شعاع چرخش آن به تدریج کمتر شده و بسامد امواج الکترومغناطیسی گسیل‌شده به تدریج افزایش می‌یابد و به این ترتیب باید طیف امواج الکترومغناطیسی گسیل‌شده، پیوسته باشد که با واقعیت ناسازگار است. به شکل زیر دقت کنید:

پاسخ تشریحی:

شکل صورت سؤال، نشان‌دهندهٔ مدل اتمی تامسون است. طبق مدل اتمی تامسون، اتم همچون کره‌ای است که بار مثبت به طور همگن در سرتاسر آن گسترده شده است و الکترون‌ها که سهم ناچیزی در جرم اتم دارند، در جاهای مختلف آن پراکنده شده‌اند. این مدل را گاهی مدل کیک کشمشی هم می‌گویند، زیرا الکترون‌ها مانند دانه‌های کشمش در آن پخش شده‌اند.

در مدل اتمی تامسون، وقتی الکترون‌ها با بسامدهای معینی حول وضع تعادلشان نوسان می‌کنند، این نوسان سبب تابش امواج الکترومغناطیسی از اتم می‌شود. یکی از ناکامی‌های (نارسایی‌های) مدل تامسون این بود که بسامدهای تابش گسیل‌شده از اتم، که این مدل پیش‌بینی می‌کرد، با نتایج تجربی سازگار نبود.

گروه آموزشی ماز

۴۹- در اتم هیدروژن، الکترون در چهارمین حالت برانگیخته قرار دارد. اگر در طی انتقال این الکترون، فوتونی با کمترین انرژی تابش شود، به ترتیب از راست به چپ، شعاع مدار حرکت الکترون چند برابر می‌شود و بسامد فوتون تابش‌شده، چند هرتز است؟ $(h = ۴\times۱۰^{-۱۵} eV.s \ , \ E_R = ۱۳/۶eV)$

۱) $\frac{۹}{۱۶}$ ، $۷/۶۵\times۱۰^{۱۳}$

۲) $\frac{۱۶}{۲۵}$ ، $۱/۶۵\times۱۰^{۱۴}$

۳) $\frac{۱۶}{۲۵}$ ، $۷/۶۵\times۱۰^{۱۳}$

۴) $\frac{۹}{۱۶}$ ، $۱/۶۵\times۱۰^{۱۴}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

مدل بور

بور مدل اتمی خود را بر مبنای سه اصل زیر مطرح کرد:

اصل ۱: مدارها و انرژی‌های الکترون‌ها در هر اتم کوانتیده‌اند؛ یعنی فقط مدارها و انرژی‌های گسستهٔ معینی مجاز هستند. طبق مدل بور، شعاع مدارها در اتم هیدروژن به کمک رابطهٔ مقابل به‌دست می‌آید:

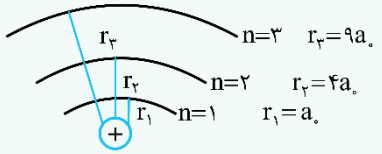
$$r_n = n^۲ a_۰$$

r_n ← شعاع مدارهای الکترون برای اتم هیدروژن

$a_۰$ ← شعاع کوچک‌ترین مدار در اتم هیدروژن (به ازای $n = ۱$) که به آن شعاع بور نیز می‌گویند. $(a_۰ = ۵/۲۹\times۱۰^{-۱۱} m)$

n ← شمارهٔ مداری که الکترون روی آن قرار دارد.

نکته: با توجه به مدل بور، شعاع لایه‌های مختلف اتم هیدروژن به‌صورت شکل زیر است، همان‌طور که می‌بینید با افزایش n فاصلهٔ شعاع لایه‌ها افزایش می‌یابد.



نکته: طبق مدل بور، انرژی الکترون در مدارهای اتم هیدروژن به کمک رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^۲}$$

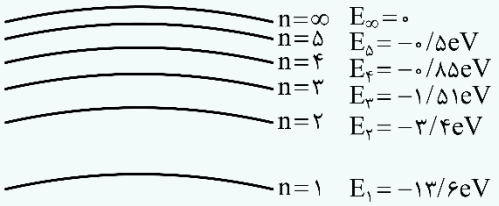
E_n ← انرژی الکترون در هر لایه از اتم هیدروژن

E_R ← انرژی الکترون در اولین مدار اتم هیدروژن (انرژی الکترون در $n = ۱$ برابر $E_۱ = -۱۳/۶eV$ است که اندازه آن را معمولاً یک ریدبرگ می‌نامند و با نماد E_R نشان می‌دهند $(E_R = ۱۳/۶eV)$

n ← شماره مداری که الکترون روی آن قرار دارد.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

نکته: با توجه به مدل بور انرژی الکترون در لایه‌های مختلف اتم هیدروژن به‌صورت شکل زیر است. همان‌طور که می‌بینید با افزایش n فاصلهٔ انرژی لایه‌ها کاهش می‌یابد.

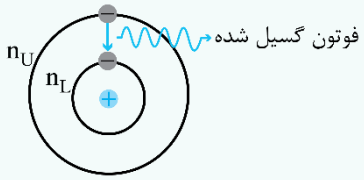


نکته: توصیه می‌کنیم برای سرعت در پاسخ‌گویی به سؤالات این قسمت، انرژی الکترون در پنج لایهٔ اول را به خاطر بسپارید.

اصل ۲: وقتی یک الکترون در یکی از مدارهای مجاز است، هیچ نوع تابش الکترومغناطیسی گسیل نمی‌شود. از این رو گفته می‌شود الکترون در مدار مانا یا حالت مانا قرار دارد.

اصل ۳: الکترون می‌تواند از یک حالت مانا به حالت مانای دیگر برود. هنگام گذار الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر E_U به یک حالت مانا با انرژی کمتر E_L ، یک فوتون تابش می‌شود. در این صورت انرژی فوتون تابش‌شده برابر اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و مدار نهایی است و داریم:

$E_U - E_L = hf$ (معادلهٔ گسیل فوتون از اتم)



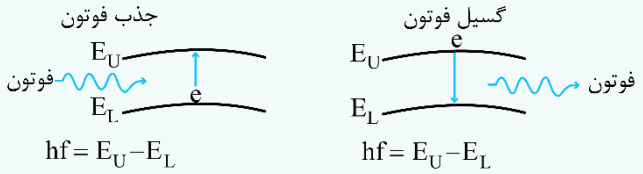
E_U ← انرژی الکترون در لایهٔ بالاتر

E_L ← انرژی الکترون در لایهٔ پایین‌تر

hf ← انرژی فوتون گسیل‌شده

هنگامی که الکترون در پایین‌ترین تراز انرژی $(n=۱)$ قرار گرفته است، در اصطلاح می‌گویند الکترون در حالت پایه قرار دارد و هنگامی که الکترون در ترازهای انرژی بالاتر $(n=۲,۳,...)$ قرار می‌گیرد، در اصطلاح می‌گویند الکترون برانگیخته شده است.

هنگامی که الکترون از یک لایه با انرژی بیشتر (E_U) به لایه‌ای با انرژی کمتر (E_L) منتقل می‌شود، فوتون گسیل می‌کند و برای این‌که الکترون از لایه‌ای با انرژی کمتر (E_L) به لایه‌ای با انرژی بیشتر (E_U) منتقل شود باید فوتون جذب کند. به عبارت دیگر داریم:



در اتم هیدروژن انرژی مورد نیاز برای انتقال الکترون از حالت پایه $(n=۱)$ به بالاترین حالت برانگیخته $(n=\infty)$ برابر $۱۳/۶eV$ است. صرف این مقدار انرژی باعث جدا شدن الکترون از اتم می‌شود و یون مثبت هیدروژن (H^+) تشکیل می‌شود. این کمترین انرژی لازم برای خارج کردن الکترون از حالت پایه، انرژی یونش الکترون نامیده می‌شود. برای به دست آوردن انرژی یونش الکترون‌هایی که در لایه‌های مختلف اتم هیدروژن قرار می‌گیرند می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم:

$$\begin{cases} E_n = \dfrac{-E_R}{n^۲} \\ E_\infty = ۰ \end{cases} \rightarrow \Delta E = E_\infty - E_n = \frac{E_R}{n^۲}$$

نکته: مقدار پیش‌بینی شده توسط مدل بور برای انرژی یونش اتم هیدروژن، توافق بسیار خوبی با مقدار تجربی دارد.

کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۰:

الکترون در اتم هیدروژن در حالت پایه قرار دارد. انرژی لازم برای اینکه الکترون از حالت پایه به اولین حالت برانگیخته جهش کند، چند ژول است؟

$(e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C\ ,\ E_R = ۱۳/۶eV)$

۱) $۱/۶۳۲\times۱۰^{-۱۸}$ ۲) $۳/۱۷۶\times۱۰^{-۱۸}$

۳) $۴/۷۲\times۱۰^{-۱۹}$ ۴) $۵/۴۴\times۱۰^{-۱۹}$

پاسخ: گزینه ۱

اولین حالت برانگیخته همان لایه $n=۲$ می‌باشد، بنابراین:

$$\Delta E = -E_R\left(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}\right) = -۱۳/۶\left(\frac{۱}{۲^۲} - \frac{۱}{۱^۲}\right)$$

$$\rightarrow \Delta E = -۱۳/۶\times -\frac{۳}{۴} = ۱۰/۲eV\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹} = ۱۶/۳۲\times۱۰^{-۱۹}J = ۱/۶۳۲\times۱۰^{-۱۸}J$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

گام اول:

در اتم هیدروژن، اولین حالت برانگیخته، مدار $n=۲$ است. در این سؤال، الکترون در چهارمین حالت برانگیخته قرار دارد. منظور از چهارمین حالت برانگیخته، مدار $n=۵$ است. حال برای اینکه فوتونی با کمترین انرژی تابش شود، الکترون باید به مدار $n=۴$ منتقل شود.

گام دوم:

می‌دانیم شعاع مدارهای الکترون برای اتم هیدروژن از رابطه $r_n = n^۲a_۰$ به دست می‌آید، حال شعاع مدارهای $n=۴$ و $n=۵$ را به دست می‌آوریم و سپس شعاع مدار $n=۴$ را تقسیم بر شعاع مدار $n=۵$ می‌کنیم، تا ببینیم شعاع مدار حرکت الکترون در طی انتقال الکترون از مدار $n=۵$ به مدار $n=۴$ چند برابر شده است:

$$r_n = n^۲a_۰ \xrightarrow{n=۴} r_۴ = (۴)^۲a_۰ \rightarrow r_۴ = ۱۶a_۰$$
$$r_n = n^۲a_۰ \xrightarrow{n=۵} r_۵ = (۵)^۲a_۰ \rightarrow r_۵ = ۲۵a_۰$$
$$\rightarrow \frac{r_۴}{r_۵} = \frac{۱۶a_۰}{۲۵a_۰} \rightarrow \frac{r_۴}{r_۵} = \frac{۱۶}{۲۵}$$

پس شعاع مدار حرکت الکترون در طی انتقال الکترون از مدار $n=۵$ به مدار $n=۴$، $\frac{۱۶}{۲۵}$ برابر شده است.

گام سوم:

در اتم هیدروژن، انرژی الکترون در مدارهای $n=۴$ و $n=۵$، برابر است با: (البته ممکن است بعضی‌ها، انرژی الکترون در مدارهای اتمی هیدروژن را حفظ باشند.)

$$E_n = \frac{-E_R}{n^۲} \xrightarrow[n=۴]{E_R=۱۳/۶eV} E_۴ = \frac{-۱۳/۶}{(۴)^۲} = \frac{-۱۳/۶}{۱۶} = -۰/۸۵eV$$
$$E_n = \frac{-E_R}{n^۲} \xrightarrow[n=۵]{E_R=۱۳/۶eV} E_۵ = \frac{-۱۳/۶}{(۵)^۲} = \frac{-۱۳/۶}{۲۵} = -۰/۵۴۴eV$$

الکترون از مدار $n=۵$ به مدار $n=۴$ رفته است، در این صورت، انرژی فوتون تابش‌شده برابر اختلاف انرژی مدار $n=۴$ و مدار $n=۵$ است. پس با استفاده از رابطهٔ (معادله گسیل فوتون از اتم) $E_U - E_L = hf$، که در آن، E_U، انرژی الکترون در مدار $n=۵$ $(E_U = E_۵)$ و E_L، انرژی الکترون در مدار $n=۴$ است $(E_L = E_۴)$، بسامد فوتون تابش‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$E_U - E_L = hf \xrightarrow[E_L=E_۴]{E_U=E_۵} E_۵ - E_۴ = hf \xrightarrow[h=۴\times۱۰^{-۱۵}eV.s]{E_۵=-۰/۵۴۴eV\ ,\ E_۴=-۰/۸۵eV}$$
$$-۰/۵۴۴-(-۰/۸۵) = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times f$$
$$\rightarrow -۰/۵۴۴+۰/۸۵ = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times f \rightarrow ۰/۳۰۶ = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times f$$
$$\rightarrow f = \frac{۰/۳۰۶}{۴\times۱۰^{-۱۵}} = ۷/۶۵\times۱۰^{۱۳}Hz$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- در اتم هیدروژن، الکترونی در حالت پایه قرار دارد. چه تعداد از فوتون‌های جدول زیر توسط این الکترون در حالت پایه می‌توانند جذب شوند؟

$(E_R = ۱۳/۶eV\ ,\ h = ۴\times۱۰^{-۱۵}eV.s)$

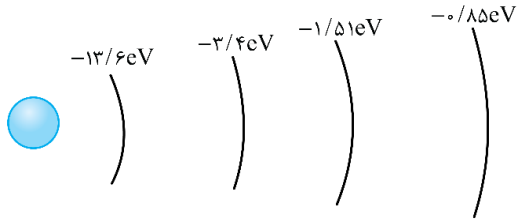
A	فوتون نور مرئی قرمز
B	فوتون موج فروسرخ
C	فوتون با بسامد $۳۱۸۷/۵THz$
D	فوتون فرابنفش با انرژی $۱۰/۲eV$

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی و محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

پاسخ تشریحی:

برای آن‌که الکترون بتواند فوتون را جذب کند، انرژی فوتون باید برابر اختلاف انرژی الکترون در تراز پایه با ترازهای بالایی باشد. شکل زیر ترازهای انرژی اتم هیدروژن را نشان می‌دهد.



www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

همان‌طور که می‌بینید، اختلاف انرژی ترازهای اول و دوم برابر $۱۰/۲eV$ است، پس فوتون D می‌تواند جذب شود. از طرفی کمترین انرژی مورد نیاز برابر $۱۰/۲eV$ است که در محدودهٔ فرابنفش قرار دارد، پس فوتون‌های مرئی و فروسرخ به اندازهٔ کافی بزرگ نیستند تا الکترون بتواند آن‌ها را جذب کند و به مدار دوم برود، بنابراین فوتون‌های A و B جذب نمی‌شوند.

برای بررسی فوتون C، کافی است انرژی آن را محاسبه کنیم.

$$E_C = hf = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳۱۸۷/۵\times۱۰^{۱۲} = ۱۲/۷۵eV$$

این انرژی برابر اختلاف انرژی تراز اول و چهارم است، بنابراین فوتون C نیز می‌تواند جذب شود.

گروه آموزشی ماز

۵۱- کدام‌یک از گزینه‌های زیر، در ارتباط با موفقیت‌ها و نارسایی‌های مدل اتمی بور درست است؟

۱) مدل اتمی بور در محاسبهٔ انرژی یونش همه اتم‌ها با موفقیت همراه است.
۲) مدل اتمی بور نمی‌تواند چگونگی ایجاد طیف‌های گسیلی و جذبی هیدروژن اتمی را توصیف کند.
۳) مدل اتمی بور نمی‌تواند توضیح دهد که چرا شدت خط قرمز با شدت خط آبی در طیف گسیلی هیدرورژن اتمی متفاوت است.
۴) مدل اتمی بور در تبیین پایداری اتم، با موفقیت همراه نیست.

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مفهومی و خط‌به‌خط کتاب درسی ـ ۱۲۰۵)

موفقیت‌های مدل بور

۱ـ توضیح چگونگی حرکت الکترون‌ها در اتم
۲ـ توضیح پایداری اتم و توضیح چگونگی ایجاد طیف‌های گسیلی و جذبی اتم هیدروژن
۳ـ محاسبهٔ انرژی یونش اتم هیدروژن که توافق بسیار خوبی با مقدار تجربی دارد.
۴ـ مدل اتمی بور علاوه بر هیدروژن برای اتم‌هایی که تنها یک الکترون دارند نیز صادق است، مانند $Li^{۲+}$. به این اتم‌ها در اصطلاح اتم‌های هیدروژن‌گونه می‌گویند.

نارسایی‌های مدل بور:

۱ـ مدل بور برای اتم‌هایی با بیش از یک الکترون کاربرد ندارد.
۲ـ مدل بور نمی‌تواند متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را توضیح دهد.

کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۰:

کدام‌یک از موارد زیر را نمی‌توان برای اتم‌های هیدروژن‌گونه، با استفاده از مدل اتمی بور توجیه کرد؟

۱) تبیین پایداری اتم
۲) طول موج‌های گسیلی طیف اتم
۳) گسسته بودن ترازهای انرژی الکترون در اتم
۴) متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی اتم

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به توضیحات بالا، گزینهٔ ۴ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

۱ـ مدل اتمی بور فقط در محاسبه انرژی یونش اتم‌های هیدرژون‌گونه با موفقیت همراه است. (✗)
۲ـ مدل اتمی بور می‌تواند چگونگی ایجاد طیف‌های گسیلی و جذبی هیدروژن اتمی را توصیف کند. (✗)
۳ـ مدل اتمی بور نمی‌تواند متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را توضیح دهد. برای مثال مدل اتمی بور نمی‌تواند توضیح دهد که چرا شدت خط قرمز با شدت خط آبی در طیف گسیلی گاز هیدروژن اتمی متفاوت است. (✓)
۴ـ مدل اتمی بور در تبیین پایداری اتم، با موفقیت همراه است. (✗)

گروه آموزشی ماز

۵۲- در اتم هیدروژن، اگر الکترون از مداری که شعاع آن $۱۶a_۰$ است به مداری با شعاع $۴a_۰$ برود، فوتونی با بسامد f تابش می‌کند و اگر الکترون از مداری با شعاع $۲۵a_۰$ به مداری با شعاع $۹a_۰$ برود، فوتونی با بسامد f' تابش می‌کند. نسبت $\frac{f'}{f}$ کدام است؟ ($a_۰$ شعاع بور است.)

۱) $\frac{۲۵۶}{۶۷۵}$
۲) $\frac{۱۶}{۲۵}$
۳) $\frac{۲۵۶}{۵۲۵}$
۴) $\frac{۱۶}{۷}$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی و محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

پاسخ تشریحی:

با توجه به رابطهٔ $r_n = n^2 a$، در حالت اول، الکترون از مدار $n = 4$ به مدار $n = 2$ رفته و در حالت دوم از مدار $n = 5$ به $n = 3$ رفته است. انرژی فوتون تابش‌شده در هر حالت برابر است با:

$$\begin{cases} n = 3 \rightarrow E_3 = \dfrac{-E_R}{3^2} = \dfrac{-E_R}{9} \\ n = 5 \rightarrow E_5 = \dfrac{-E_R}{5^2} = \dfrac{-E_R}{25} \end{cases} \rightarrow hf' = E_R\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{25}\right) \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

$$\begin{cases} n = 2 \rightarrow E_3 = \dfrac{-E_R}{3^2} = \dfrac{-E_R}{4} \\ n = 4 \rightarrow E_5 = \dfrac{-E_R}{4^2} = \dfrac{-E_R}{16} \end{cases} \rightarrow hf = E_R\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16}\right) \quad \text{رابطهٔ (۲)}$$

با تقسیم رابطهٔ (۱) بر رابطهٔ (۲) داریم:

$$\frac{f'}{f} = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{25}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{16}} = \frac{\frac{16}{225}}{\frac{3}{16}} = \frac{256}{675}$$

گروه آموزشی ماز

۵۳- کدام گزینه نادرست است؟

۱) در گسیل القایی، یک چشمهٔ انرژی خارجی باید وجود داشته باشد تا الکترون‌ها را به ترازهای انرژی بالاتر برانگیخته کند.

۲) در گسیل القایی، فوتون گسیل‌شده در جهت فوتون ورودی حرکت می‌کند.

۳) مدت زمانی که الکترون‌ها در ترازهای شبه پایدار باقی می‌مانند، کوتاه‌تر از مدت زمانی است که الکترون‌ها در حالت برانگیختهٔ معمولی باقی می‌مانند.

۴) وارونی جمعیت الکترون‌ها در یک محیط لیزری مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در ترازهای شبه پایدار نسبت به تراز پایین‌تر بسیار بیشتر باشند.

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مفهومی و خط‌به‌خط کتاب درسی ـ ۱۲۰۵)

لیزر

لیزر یکی از مهم‌ترین اختراعات قرن بیستم است، که کاربردهای زیادی در صنعت و پزشکی دارد. از جمله مهم‌ترین این کاربردها عبارتند از:

۱ـ استفاده در چاپگرها (پرینتر لیزری) در کپی اطلاعات روی CD و DVD و خواندن اطلاعات

۲ـ شبکه‌های کابل نوری

۳ـ اندازه‌گیری دقیق طول

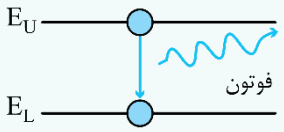
۴ـ در جوشکاری و برش‌کاری فلزات

۵ـ در پزشکی برای جراحی، برداشتن لکه‌های پوستی، اصلاح دید چشم و دندان‌پزشکی

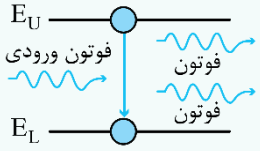
چگونگی ایجاد لیزر

همان‌طور که می‌دانید هنگامی که الکترون از تراز انرژی بالاتر (E_U) به تراز انرژی پایین‌تر (E_L) می‌آید، فوتون گسیل می‌کند. به طور کلی انتقال الکترون به دو صورت می‌تواند باعث گسیل فوتون شود:

الف: گسیل خودبه‌خودی: هنگامی که الکترون به صورت خودبه‌خودی از تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین‌تر می‌آید، گسیل خودبه‌خودی صورت می‌گیرد. در گسیل خودبه‌خودی، فوتون در جهتی کاتوره‌ای گسیل می‌شود.



ب: گسیل القایی: اگر به الکترونی که در حالت برانگیخته قرار دارد، فوتونی با انرژی مناسب بتابد، الکترون تحریک شده و به مدار انرژی پایین‌تر می‌رود و فوتونی گسیل می‌کند که به آن گسیل القایی می‌گویند. برای روی دادن گسیل القایی باید انرژی فوتون ورودی دقیقاً برابر اختلاف انرژی دو تراز باشد.

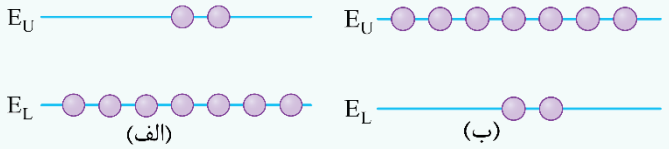


در گسیل القایی سه ویژگی اصلی وجود دارد:

۱ـ یک فوتون جذب و دو فوتون خارج می‌شود. به این ترتیب تعداد فوتون‌ها افزایش یافته و نور تقویت می‌شود.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

نکته: در گسیل القایی یک چشمهٔ انرژی خارجی مناسب باید وجود داشته باشد تا الکترون‌ها را به ترازهای انرژی بالاتر برانگیخته کند. این انرژی می‌تواند به روش‌های متعددی از جمله درخش‌های شدید نور معمولی و یا تخلیه‌های ولتاژ بالا فراهم شود. اگر انرژی کافی به اتم‌ها داده شود، الکترون‌های بیشتری به تراز انرژی بالاتر برانگیخته خواهند شد که به آن وارونی جمعیت گفته می‌شود. وارونی جمعیت الکترون‌ها در یک محیط لیزری مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در ترازهایی موسوم به ترازهای شبه پایدار نسبت به تراز پایین‌تر بسیار بیشتر باشند. در این ترازها الکترون‌ها مدت‌زمان بسیار طولانی‌تری $(10^{-3}s)$ نسبت به حالت برانگیخته معمولی $(10^{-8}s)$ باقی می‌مانند. این زمان طولانی‌تر، فرصت بیشتری برای افزایش وارونی جمعیت و در نتیجه تقویت نور لیزر فراهم می‌کند. به شکل‌های زیر دقت کنید.



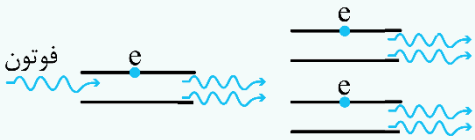
الف: به طور معمول و در دمای اتاق، بیشتر الکترون‌ها در تراز انرژی پایین‌تر قرار دارند.

ب: در وضعیتی که وارونی جمعیت به وجود آید بیشتر الکترون‌ها در تراز بالاتری (در مقایسه با تراز پایین‌تر) قرار دارند.

۲ـ فوتون گسیل‌شده در همان جهت فوتون ورودی حرکت می‌کند.

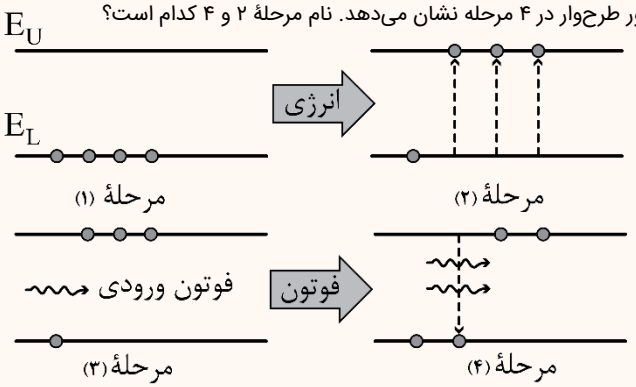
۳ـ فوتون گسیل‌شده با فوتون ورودی هم‌گام یا هم‌فاز است.

اساس کار لیزرها گسیل القایی است. فرض کنید مطابق شکل زیر، به یک اتم برانگیخته فوتونی با انرژی مناسب بتابانیم، همان‌طور که گفتیم در این فرایند دو فوتون مشابه به وجود می‌آید. حال اگر هر یک از این فوتون‌ها به دو اتم برانگیختهٔ دیگر بتابند، ۴ فوتون مشابه ایجاد می‌شود و اگر این فرایند ادامه پیدا کند، مجموعه‌ای از فوتون‌هایی هم‌بسامد، هم‌فاز و هم‌جهت به وجود می‌آیند که باریکهٔ لیزر را تشکیل می‌دهند.



کنکور سراسری تجربی ۱۴۰۲:

شکل زیر، فرایند ایجاد باریکهٔ لیزری را به طور طرح‌وار در ۴ مرحله نشان می‌دهد. نام مرحلهٔ ۲ و ۴ کدام است؟



۱) وارونی جمعیت و فرایند گسیل القایی
۲) برانگیختهٔ معمولی و فرایند گسیل القایی
۳) وارونی جمعیت و فرایند گسیل خودبه‌خود
۴) برانگیختهٔ معمولی و فرایند گسیل خودبه‌خود

پاسخ: گزینه ۱

مرحلهٔ (۲) وارونی جمعیت را نشان می‌دهد که در آن بیشتر الکترون‌ها در حالت برانگیخته قرار دارند.

مرحلهٔ (۴) گسیل القایی را نشان می‌دهد که در آن، تابش یک فوتون ورودی باعث گسیل فوتون جدیدی می‌شود و در نهایت دو فوتون خارج می‌شوند.

بررسی گزینه‌ها:

۱ـ در گسیل القایی، یک چشمهٔ انرژی خارجی باید وجود داشته باشد تا الکترون‌ها را به ترازهای انرژی بالاتر برانگیخته کند. این انرژی می‌تواند به روش‌های متعددی از جمله درخش‌های شدید نور معمولی و یا تخلیه‌های ولتاژ بالا فراهم شود. اگر انرژی کافی به اتم‌ها داده شود، الکترون‌های بیشتری به تراز انرژی بالاتر برانگیخته خواهند شد که به آن وارونی جمعیت گفته می‌شود. (✓)

۲ـ در گسیل القایی، سه ویژگی اصلی وجود دارد، یکی از این ویژگی‌ها، این است که، فوتون گسیل‌شده در همان جهت فوتون ورودی حرکت می‌کند. (✓)

۳ـ مدت زمانی که الکترون‌ها در ترازهای شبه پایدار باقی می‌مانند $(10^{-3}s)$، بسیار طولانی‌تر از مدت زمانی است که الکترون‌ها در حالت برانگیختهٔ معمولی باقی می‌مانند $(10^{-8}s)$. (✗)

۴ـ وارونی جمعیت الکترون‌ها در یک محیط لیزری، مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در ترازهایی موسوم به ترازهای شبه پایدار نسبت به تراز پایین‌تر بسیار بیشتر باشند. (✓)

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر، درست است؟ $(e=1/6\times10^{-19}C)$

الف: نوترون بار الکتریکی ندارد و جرمش اندکی بیشتر از جرم پروتون است.

ب: در هستهٔ ^{103}Rh، اگر عدد نوترونی برابر ۵۸ باشد، بار الکتریکی خالص هسته، $14/8\times10^{-18}C$ است.

ج: ویژگی‌های هستهٔ یک اتم را، فقط تعداد پروتون‌های هسته تعیین می‌کند.

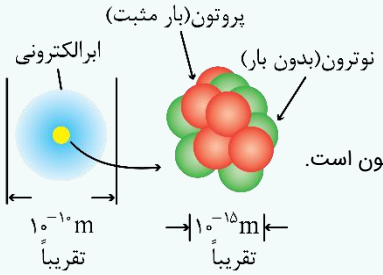
د: ایزوتوپ $^{47}_{22}X$ را با روش شیمیایی، می‌توان از ایزوتوپ $^{49}_{22}X$ جدا کرد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی و خط‌به‌خط کتاب درسی ـ ۱۲۰۶)

ساختار هسته

با ساختار هسته در درس شیمی آشنا شدین، ما اینجا بیشتر از جنبهٔ درس فیزیک بررسیش می‌کنیم ولی خب اگر شیمیتون خوب باشه، حسابی بهتون کمک می‌کنه. یادتان هست که گفتیم در فیزیک هسته‌ای با ساختار، برهم‌کنش‌ها و واپاشی هسته‌های اتمی سروکار داریم. با توجه به شکل زیر، اتم از دو قسمت هسته و ابر الکترونی تشکیل شده است که هستهٔ اتم در مرکز آن واقع شده است. ابعاد اتم تقریباً از مرتبهٔ $10^{-10}m$ ابعاد هستهٔ اتم تقریباً از مرتبهٔ $10^{-15}m$ است. پس شعاع هستهٔ اتم، تقریباً $\frac{1}{100000}$ شعاع اتم است.



با دقت در شکل مقابل می‌توان فهمید که حجم کل هسته بسیار کوچک‌تر از حجم کل اتم است.

نوکلئون: هستهٔ اتم از نوترون‌ها و پروتون‌ها تشکیل شده است که به طور کلی نوکلئون نامیده می‌شوند.

نوترون که توسط جیمز چادویک، فیزیک‌دان انگلیسی کشف شد، بار الکتریکی ندارد و جرمش اندکی بیشتر از جرم پروتون است.

جرم اتم‌ها و همچنین اجزای تشکیل‌دهندهٔ اتم را، افزون بر یکای کیلوگرم با یکای جرم اتمی نیز بیان می‌کنند.

یکای جرم اتمی را با u یا amu نشان می‌دهند که برابر با $\frac{1}{12}$ جرم اتم کربن ۱۲ است.

برخی از ویژگی‌های فیزیکی ذرات تشکیل‌دهندهٔ اتم:

ذره	بار الکتریکی (C)	جرم	
		کیلوگرم (kg)	یکای جرم اتمی (u)
الکترون	$-1/6\times10^{-19}$	$9/109389\times10^{-31}$	$5/4858\times10^{-4}$
پروتون	$+1/6\times10^{-19}$	$1/672622\times10^{-27}$	۱/۰۰۷۲۷۶
نوترون	۰	$1/674929\times10^{-27}$	۱/۰۰۸۶۶۴

اندکی اختلاف

$$1amu = 1/66\times10^{-27}kg$$

تعداد پروتون‌های هسته را عدد اتمی (Z) می‌نامند و در عنصرهای مختلف متفاوت است. در یک اتم خنثی، تعداد پروتون‌های هسته با تعداد الکترون‌های دور هسته برابر است. تعداد نوترون‌های هسته، عدد نوترونی (N) نامیده می‌شود. همچنین مجموع تعداد کل پروتون‌ها و نوترون‌ها را عدد جرمی (A) می‌نامند.

$$\underbrace{A}_{\text{تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها (عدد جرمی)}} = \underbrace{Z}_{\text{تعداد پروتون‌ها (عدد اتمی)}} + \underbrace{N}_{\text{تعداد نوترون‌ها (عدد نوترونی)}}$$

برای یک عنصر با نماد شیمیایی X، نماد هسته به‌صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$^{A}_{Z}X_{N}$$

A ← عدد جرمی، Z ← عدد اتمی، X ← نماد عنصر، N ← عدد نوترونی

ایزوتوپ‌ها:

ویژگی‌های هسته را تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آن (عدد جرمی (A)) تعیین می‌کند. خواص شیمیایی هر اتم را تعداد پروتون‌های هسته (عدد اتمی Z) تعیین می‌کند. به همین سبب هسته‌هایی که تعداد پروتون مساوی ولی تعداد نوترون متفاوت دارند خواص شیمیایی یکسانی دارند، در نتیجه این هسته‌ها در جدول تناوبی عناصر هم‌مکان هستند و بنابراین ایزوتوپ (هم‌مکان) نامیده می‌شوند. به طور مثال، کربن به دو صورت پایدار و با درصدهای فراوانی بسیار متفاوتی در طبیعت یافت می‌شود که یکی از ۶ پروتون و ۶ نوترون $(^{12}_{6}C)$، و دیگری از آن‌ها از ۶ پروتون و ۷ نوترون $(^{13}_{6}C)$ تشکیل شده است. این دو هسته، ایزوتوپ‌های کربن هستند. جرم‌های اتمی درج‌شده در جدول تناوبی عناصر، میانگین جرم‌های اتمی ایزوتوپ‌های مختلف هر عنصر است که با توجه به درصد فراوانی آن‌ها حساب شده‌اند. به‌جز هیدروژن، ایزوتوپ‌های مختلف یک هسته را با نام همان هسته مشخص می‌کنند. حواستان باشد که ایزوتوپ‌ها با روش‌های شیمیایی قابل جداسازی نیستند.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ایزوتوپ‌های مختلف چند عنصر و درصد فراوانی آن‌ها در طبیعت

نام عنصر	نماد	Z	N	درصد فراوانی در طبیعت	نام عنصر	نماد	Z	N	درصد فراوانی در طبیعت
هیدروژن ۱	H	۱	۰	۹۹/۹۸۸۵	کربن ۱۳	^{۱۳}C	۶	۷	۱/۰۷
دوتریم (هیدروژن ۲، ^{۲}H)	D	۱	۱	۰/۰۱۱۵	کربن ۱۴	^{۱۴}C	۶	۸	یافت نمی‌شود
تریتیم (هیدروژن ۳، ^{۳}H)	T	۱	۲	بسیار نادر	اورانیم ۲۳۵	^{۲۳۵}U	۹۲	۱۴۳	۰/۷۱۶
کربن ۱۲	^{۱۲}C	۶	۶	۹۸/۹۳	اورانیم ۲۳۸	^{۲۳۸}U	۹۲	۱۴۶	۹۹/۲۸۴

بررسی موارد:

الف: نوترون بدون بار الکتریکی است و جرمش اندکی بیشتر از جرم پروتون است. (✓)

ب:

$$^{۱۰۳}Rh \rightarrow A=۱۰۳ \rightarrow Z+N=۱۰۳$$ (A) عدد جرمی

عدد نوترونی اتم، که همان تعداد نوترون‌های (N) هستهٔ اتم است، برابر با ۵۸ است، با جایگذاری در رابطهٔ $Z+N=۱۰۳$، تعداد پروتون‌های (Z) هستهٔ اتم (عدد اتمی) را به دست می‌آوریم:

$$Z+N=۱۰۳ \xrightarrow{N=۵۸} Z+۵۸=۱۰۳ \rightarrow Z=۱۰۳-۵۸=۴۵$$

هستهٔ اتم از نوترون‌ها و پروتون‌ها تشکیل شده است، نوترون بدون بار الکتریکی است اما پروتون دارای بار الکتریکی است و بار الکتریکی هر پروتون برابر با $+۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$ است. پس بار الکتریکی خالص هسته از رابطهٔ $q=+Ze$، به‌دست می‌آید:

$$q=+Ze \xrightarrow[e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C=۱۶\times۱۰^{-۲۰}C]{Z=۴۵} q=+۴۵\times۱۶\times۱۰^{-۲۰}=\frac{۹۰}{۲}\times۱۶\times۱۰^{-۲۰}=۷۲۰\times۱۰^{-۲۰}=۷/۲\times۱۰^{-۱۸}C$$ (✗)

ج: (✗)

این دو جمله را با هم اشتباه نگیرید:

۱- ویژگی‌های هستهٔ یک اتم را تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های اتم (عدد جرمی (A)) تعیین می‌کند.

۲- خواص شیمیایی هر اتم را تعداد پروتون‌های هسته (عدد اتمی (Z)) تعیین می‌کند.

د: تنها عناصری را می‌توان با روش شیمیایی از یکدیگر جدا کرد که عدد اتمی (Z) متفاوتی از یکدیگر داشته باشند و در واقع خواص شیمیایی‌شان متفاوت از یکدیگر باشد. ایزوتوپ‌ها (مانند $^{۴۷}_{۲۲}X$ و $^{۴۹}_{۲۲}X$) به دلیل اینکه عدد اتمی (Z) برابر دارند، پس خواص شیمیایی‌شان یکسان است و نمی‌توان به روش شیمیایی، آن‌ها را از یکدیگر جدا کرد. (✗)

پس ۱ مورد از مطالب داده‌شده، درست است.

گروه آموزشی ماز

۵۵- کدام گزینه نادرست است؟

۱) بیشتر جرم یک اتم در هستهٔ آن متمرکز شده است.

۲) نیروی هسته‌ای، کوتاه‌برد است و تنها در فاصله‌ای کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند.

۳) جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده‌اش اندکی بیشتر است.

۴) هسته‌ها در واکنش شیمیایی برانگیخته نمی‌شوند.

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مفهومی و خط‌به‌خط کتاب درسی ـ ۱۲۰۶)

بررسی گزینه‌ها:

۱ـ بیشتر جرم یک اتم (بیش از ۹۹/۹ درصد آن) در هستهٔ اتم متمرکز شده است. (✓)

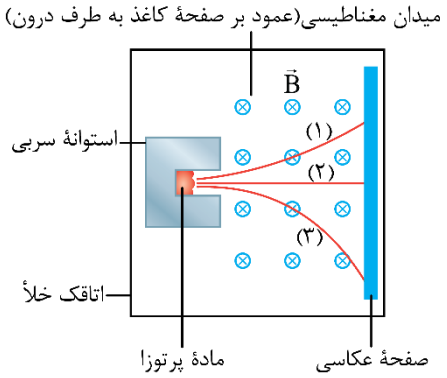
۲ـ نیروی هسته‌ای، کوتاه‌برد است و تنها در فاصله‌ای کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند. (✓)

۳ـ جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده‌اش (پروتون‌ها و نوترون‌ها) اندکی کمتر است. (✗)

۴ـ هسته‌ها در واکنش شیمیایی برانگیخته نمی‌شوند. (✓)

گروه آموزشی ماز
www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۵۶- شکل مقابل، طرح آزمایش ساده‌ای را نشان می‌دهد، که در آن مسیر پرتوهای گسیل‌شده (پرتوهای آلفا، بتای منفی و گاما) از یک مادهٔ پرتوزای طبیعی مشخص شده، و این پرتوها از یک میدان مغناطیسی عبور می‌کنند. چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟



الف: میزان نفوذ پرتوی شمارهٔ (۲) در یک ورقه سربی، بیشتر از میزان نفوذ پرتوی شمارهٔ (۱) در همان ورقه سربی است.

ب: جرم ذرات پرتوی شمارهٔ (۳)، از جرم ذرات پرتوی شمارهٔ (۱)، بیشتر است.

ج: واپاشی ذرات پرتوی شمارهٔ (۱)، متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌ها است.

د: در واپاشی ذرات پرتوی شمارهٔ (۳)، یک نوترون درون هسته به یک پروتون و یک الکترون تبدیل می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی و خط‌به‌خط کتاب درسی ـ ۱۲۰۶)

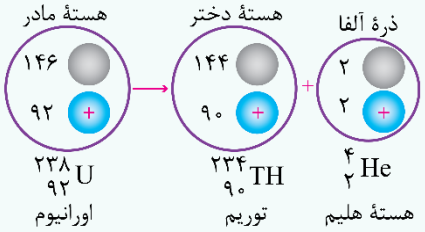
واپاشی الفا

۱ـ این واپاشی در هسته‌های سنگین روی می‌دهد.

۲ـ پرتوهای α ذرات باردار مثبت از جنس هستهٔ اتم هلیم ($^{4}_{2}He$) هستند و از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده‌اند.

۳ـ برد پرتوهای α کوتاه است. این ذرات پس از طی مسافتی کوتاه در حدود ۱cm تا ۲cm در هوا یا هنگام عبور از لایه‌ای نازک از مواد جذب می‌شوند. پرتوهای α کمترین نفوذ را دارند و با ورقهٔ نازک سربی با ضخامت ناچیز (۰/۰۱mm) متوقف می‌شوند.

۴ـ اگر ذره‌های α از راه تنفس یا دستگاه گوارش وارد بدن شوند، باعث آسیب‌های شدید به بدن خواهند شد. به معادلهٔ این واپاشی و مثالی که مطرح شده است توجه کنید:



$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$$ (واپاشی α)

واپاشی β^-

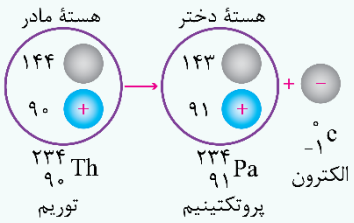
۱ـ این واپاشی، متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌ها است.

۲ـ پرتوهای β^- در واقع همان الکترون‌ها هستند.

۳ـ پرتوهای β^- مسافت خیلی بیشتری را نسبت به پرتوهای α در سرب نفوذ می‌کنند. تقریباً پرتوهای β^- می‌توانند مسافتی در حدود (۰/۱mm) در سرب نفوذ کنند.

۴ـ الکترون گسیل‌شده در این واپاشی یکی از الکترون‌های مداری اتم نیست؛ این الکترون وقتی به وجود می‌آید که نوترونی درون هسته، به یک پروتون و یک الکترون تبدیل شود.

به معادلهٔ این واپاشی و مثالی که مطرح شده است، توجه کنید:



$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e^-$$ (واپاشی β^{-1})

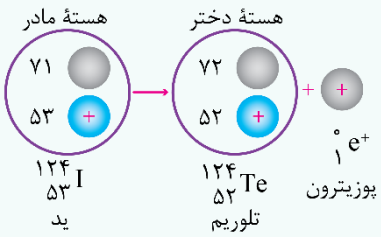
واپاشی β^+

۱ـ در این واپاشی ذرهٔ گسیل‌شده توسط هسته، جرم یکسانی با الکترون دارد ولی به جای بار $-e$ دارای بار الکتریکی $+e$ است. به این الکترون مثبت، پوزیترون می‌گویند و با نماد β^+ یا e^+ نمایش داده می‌شود.

۲ـ مسافتی که پرتوهای β^+ در سرب نفوذ می‌کنند مانند β^- در حدود (۰/۱mm) است.

۳ـ هنگام واپاشی β^+ یکی از پروتون‌های درون هسته به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود.

به معادلهٔ این واپاشی و مثالی که مطرح شده است، توجه کنید:



$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{1}e^+$$ (واپاشی β^+)

واپاشی γ

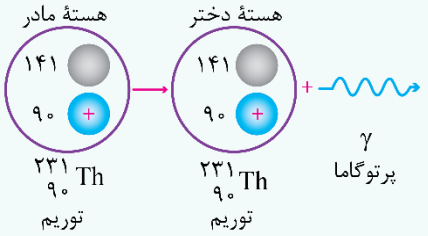
۱ـ اغلب هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا، در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل پرتوی گاما به حالت پایه می‌رسند.

۲ـ پرتوهای گاما از جنس امواج الکترومغناطیسی هستند و دارای بار الکتریکی و جرم نمی‌باشند و از فوتون‌های پرانرژی تشکیل شده‌اند.

۳ـ پرتوهای گاما بیشترین نفوذ را دارند و می‌توانند از ورقهٔ سربی به ضخامت (۱۰۰mm) عبور کنند.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

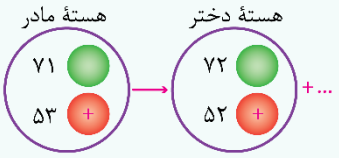
به معادلهٔ این واپاشی و مثالی که مطرح شده است، توجه کنید:



$^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}X + \gamma$ (واپاشی γ)

مثال:

شکل مقابل، واپاشی ید ۱۲۴ را نشان می‌دهد. نام ذرهٔ گسیل‌شده، در کدام گزینه به درستی آمده است؟



۱) آلفا

۲) گاما

۳) پوزیترون

۴) الکترون

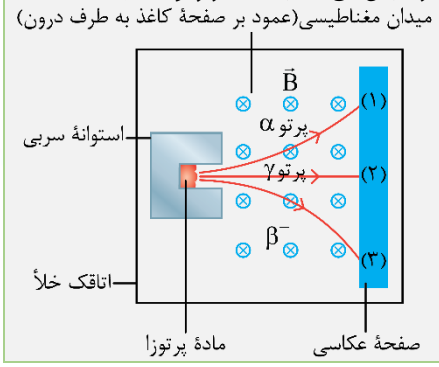
پاسخ: ۳

با توجه به واپاشی انجام‌شده می‌توان نوشت:

$$^{124}_{53}I \rightarrow {}^{124}_{52}Te + {}^{A}_{Z}X \rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ Z = 1 \end{cases} \rightarrow {}^{0}_{+1}X = {}^{0}_{+1}\beta = \text{پوزیترون}$$

نکته:

در شکل مقابل یک مادهٔ پرتوزا در محفظه‌ای قرار گرفته است و سه پرتوی آلفا (α)، بتای منفی (β^-) و گاما (γ) را تابش می‌کند. به نکات زیر توجه کنید.



۱ـ پرتو γ از جنس امواج الکترومغناطیسی است و بار الکتریکی ندارد، بنابراین در میدان مغناطیسی منحرف نمی‌شود و در مسیر مستقیم حرکت می‌کند.

۲ـ پرتوی α از جنس هستهٔ اتم هلیم است و دارای بار مثبت می‌باشد، بنابراین طبق قاعدهٔ دست راست، در میدان مغناطیسی نشان داده‌شده به طرف بالا منحرف می‌شود.

۳ـ پرتوی β^- از جنس الکترون است و دارای بار منفی می‌باشد، بنابراین در میدان مغناطیسی نشان داده‌شده به سمت پایین منحرف می‌شود.

۴ـ جرم ذرات α بسیار بیشتر از جرم ذرات β^- است، به همین دلیل میزان انحراف α کمتر از انحراف β^- می‌باشد.

بررسی موارد:

طبق نکات درسنامه، پرتوهای شمارهٔ (۱)، (۲) و (۳) به ترتیب، پرتوهای آلفا (α)، بتای منفی (β^-) و گاما (γ) هستند.

الف: میزان نفوذ پرتوی گاما (γ) (پرتوی شمارهٔ۲) در یک ورقه سربی، بیشتر از میزان نفوذ پرتوی آلفا (α) (پرتوی شمارهٔ ۱) در همان ورقه سربی است. (✓)

ب: جرم ذرات آلفا (α) (ذرات پرتوی شمارهٔ۱)، بسیار بیشتر از جرم ذرات بتای منفی (β^-) (ذرات پرتو شمارهٔ۳) است. (✗)

ج: واپاشی بتای منفی (β^-) (ذرات پرتوی شمارهٔ ۳) متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌ها است. (✗)

د: در واپاشی بتای منفی (β^-) (ذرات پرتوی شمارهٔ۳)، یک نوترون درون هسته، به یک پروتون و یک الکترون تبدیل می‌شود و الکترون از هسته خارج می‌شود. (گسیل می‌شود) (✓)

گروه آموزشی ماز

۵۷- حاصل واپاشی هستهٔ مادر $^{232}_{90}Th$، یک هستهٔ دختر A، n ذرهٔ آلفا و ۴ ذرهٔ الکترون است و حاصل واپاشی هستهٔ مادر $^{99}_{48}Cd$، یک هستهٔ دختر B، m ذرهٔ آلفا و ۱ ذرهٔ پوزیترون است. اگر تعداد نوترون‌های هستهٔ دختر A و هسته دختر B، به‌ترتیب ۱۲۶ و ۵۰ تا باشد، m+n کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۶)

گام اول:

معادلهٔ واپاشی هستهٔ مادر $^{232}_{90}Th$ را می‌نویسیم:

$$^{232}_{90}Th \rightarrow {}^{A_1}_{Z_1}A + n\,{}^{4}_{2}\alpha + 4\,{}^{0}_{-1}e$$

پایستگی عدد جرمی : $232 = A_1 + n(4) + 4(0) \rightarrow 232 = A_1 + 4n$

پایستگی عدد اتمی : $90 = Z_1 + n(2) + 4(-1) \rightarrow 90 = Z_1 + 2n - 4 \rightarrow 94 = Z_1 + 2n$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

سؤال گفته تعداد نوترون‌های هستهٔ دختر A، ۱۲۶ تا است، پس $N_1 = 126$ است. حال داریم:

$$A_1 = N_1 + Z_1 \rightarrow N_1 = A_1 - Z_1 \rightarrow A_1 - Z_1 = 126$$

$$\begin{cases} 232 = A_1 + 4n \\ 94 = Z_1 + 2n \end{cases} \xrightarrow[\text{پایین کم می‌کنیم}]{\text{معادله بالا را از معادله}} 138 = (A_1 - Z_1) + (4n - 2n)$$

$$\xrightarrow{A_1 - Z_1 = 126} 138 = 126 + 2n \rightarrow 12 = 2n \rightarrow n = 6$$

گام دوم:

معادلهٔ واپاشی $^{99}_{48}Cd$ را می‌نویسیم:

$$^{99}_{48}Cd \rightarrow {}^{A_2}_{Z_2}B + m\,{}^{4}_{2}\alpha + {}^{0}_{-1}e$$

پایستگی عدد جرمی : $99 = A_2 + m(4) + 0 \rightarrow 99 = A_2 + 4m$

پایستگی عدد اتمی : $48 = Z_2 + m(2) + 1 \rightarrow 48 = Z_2 + 2m + 1 \rightarrow 47 = Z_2 + 2m$

سؤال گفته تعداد نوترون‌های هستهٔ دختر B، ۵۰ تا است، پس $N_2 = 50$ است. حال داریم:

$$A_2 = Z_2 + N_2 \rightarrow N_2 = A_2 - Z_2 \rightarrow A_2 - Z_2 = 50$$

$$\begin{cases} 99 = A_2 + 4m \\ 47 = Z_2 + 2m \end{cases} \xrightarrow[\text{پایین کم می‌کنیم}]{\text{معادله بالا را از معادله}} 52 = (A_2 - Z_2) + (4m - 2m)$$

$$\xrightarrow{A_2 - Z_2 = 50} 52 = 50 + 2m \rightarrow 2 = 2m \rightarrow m = 1$$

گام سوم:

خواستهٔ سوال برابر است با:

$$m + n = 1 + 6 = 7$$

گروه آموزشی ماز

۵۸- تعداد هسته‌های مادر اولیه در یک نمونه مادهٔ پرتوزا، برابر ۲۵۶ است. اگر پس از گذشت ۱۸۰ دقیقه، تعداد هسته‌های اولیه، ۹۳/۷۵ درصد کاهش یابد، پس از چند دقیقه از ابتدای واپاشی مادهٔ پرتوزا، تعداد هسته‌های واپاشی‌شدهٔ مادهٔ پرتوزا برابر ۲۲۴ می‌شود؟

۱) ۴۵ ۲) ۱۳۵ ۳) ۹۰ ۴) ۲۷۰

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۶)

پرتوزایی و نیمه‌عمر

۱ـ مدت زمانی که طول می‌کشد تا نیمی از یک مادهٔ پرتوزا واپاشیده شود را «نیمه‌عمر» آن ماده می‌گویند و آن را با T نشان می‌دهند.

۲ـ اگر تعداد هسته‌های اولیه برابر N_0 باشد، پس از گذشت هر نیمه‌عمر، تعداد هسته‌های باقی‌مانده نصف می‌شود.

$$N_0 \xrightarrow{T_{\frac{1}{2}}} \frac{N_0}{2} \xrightarrow{T_{\frac{1}{2}}} \frac{N_0}{4} \xrightarrow{T_{\frac{1}{2}}} \frac{N_0}{8} \cdots$$

۳ـ تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده (N) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$N = N_0 (\frac{1}{2})^n \quad , \quad n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$$

N_0 : تعداد هسته‌های مادر اولیه در نمونهٔ پرتوزا

n : تعداد نیمه‌عمرها

t : زمان

$T_{\frac{1}{2}}$: نیمه‌عمر

۴ـ اختلاف تعداد هسته‌های مادر اولیه در نمونهٔ پرتوزا و هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده برابر تعداد هسته‌های واپاشی شده است.

$$N_{\text{واپاشیده}} = N_0 - N_{\text{پرتوزای باقی‌مانده}}$$

$$\rightarrow N_{\text{واپاشیده}} = N_0 - \frac{N_0}{\frac{t}{2T_{\frac{1}{2}}}} = N_0 (1 - \frac{1}{\frac{t}{2T_{\frac{1}{2}}}})$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

گام اول:

تعداد هسته‌های اولیهٔ یک نمونه مادهٔ پرتوزا (N_0) پس از گذشت $t_1 = 180\,min$، ۹۳/۷۵ درصد کاهش یافته است. پس تعداد هسته‌های فعال باقی مانده برابر است با:

$$N = N_0 - \frac{93/75}{100}N_0 \rightarrow N = \frac{6/25}{100}N_0$$

گام دوم:

نیمه‌عمر (T) مادهٔ پرتوزا را بر حسب دقیقه (min) به دست می‌آوریم:

$$N = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^n \xrightarrow{n=\frac{t}{T}} N = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \xrightarrow[t=t_1=180\,min]{N=\frac{6/25}{100}N_0}$$

$$\frac{6/25}{100}N_0 = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{180}{T}} \rightarrow \frac{6/25}{100} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{180}{T}} \rightarrow$$

$$\frac{\frac{625}{100}}{100} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{180}{T}} \rightarrow \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{180}{T}}$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{180}{T}} \rightarrow 4 = \frac{180}{T} \rightarrow T = \frac{180}{4} = 45\,min$$

گام سوم:

با توجه به اینکه پس از گذشت مدت زمان t_2، تعداد هسته‌های واپاشی شده ماده پرتوزا ($N_{واپاشیده}$)، ۲۲۴ تا است، تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده ($N_{پرتوزای\,باقی‌مانده}$) را پس از گذشت مدت زمان t_2، به‌دست می‌آوریم:

$$N_{واپاشیده} = N_0 - N_{پرتوزای\,باقی‌مانده} \xrightarrow[N_0=256]{N_{واپاشیده}=224} 224 = 256 - N_{پرتوزای\,باقی‌مانده} \rightarrow N_{پرتوزای\,باقی‌مانده} = 256 - 224 = 32$$

گام چهارم:

پس از گذشت مدت زمان t_2، تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده ($N_{پرتوزای\,باقی‌مانده}$)، برابر ۳۲ است، بنابراین:

$$N = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^n \xrightarrow{n=\frac{t}{T}} N = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

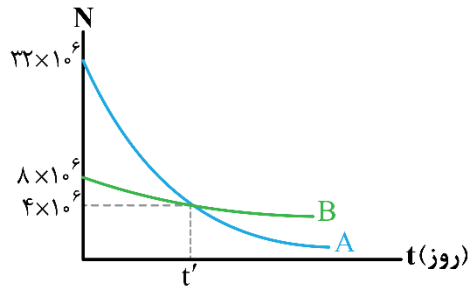
$$\xrightarrow[N_0=256\,,\ t=t_2\,,\ T=45\,min]{N=32} 32 = 256\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t_2}{45}} \rightarrow$$

$$\frac{32}{256} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t_2}{45}} \xrightarrow[\text{مخرج کسر را تقسیم بر ۳۲ می‌کنیم}]{\text{در سمت چپ تساوی صورت و}} \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t_2}{45}}$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t_2}{45}} \rightarrow 3 = \frac{t_2}{45} \rightarrow t = 3 \times 45 = 135\,min$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- نمودار تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده، برای دو مادهٔ پرتوزا A و B، برحسب زمان مطابق شکل زیر است. اگر نیمه‌عمر مادهٔ پرتوزا A، ۲ روز باشد، در ۶ روز سوم از ابتدای واپاشی مادهٔ B، چند هستهٔ آن دچار واپاشی می‌شوند؟



۱) 2×10^6

۲) $2/5\times10^5$

۳) 5×10^5

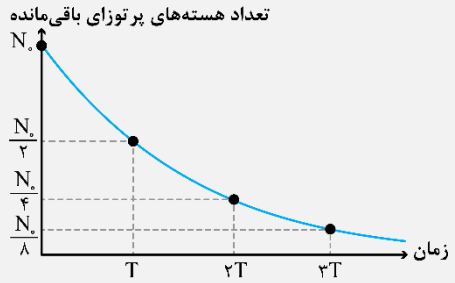
۴) 10^6

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

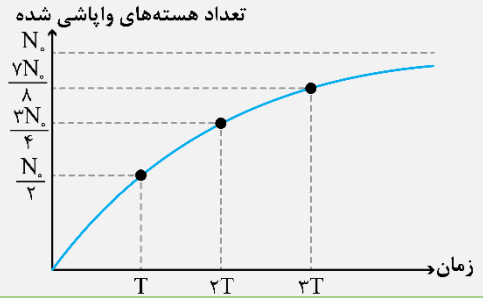
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۶)

نکته:

۱ـ نمودار تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌ماندهٔ یک مادهٔ پرتوزا برحسب زمان مطابق شکل مقابل است.



۲ـ نمودار تعداد هسته‌های واپاشی‌شده برحسب زمان مطابق شکل زیر است. دقت کنید که در هر لحظه مجموع تعداد هسته‌های واپاشی‌شده و هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده برابر تعداد هسته‌های مادر اولیه است.



گام اول:

در زمان t'، تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده (N) در مادهٔ پرتوزای A، 4×10^6 تا است. با توجه به اینکه، تعداد هسته‌های مادر اولیه (N_0) در مادهٔ پرتوزای A، 32×10^6 تا است و همچنین، نیمه‌عمر ماده پرتوزا A (T_A) برابر ۲ روز است، زمان t' را برحسب روز به دست می‌آوریم:

$$N = N_0(\frac{1}{2})^n \xrightarrow{n=\frac{t}{T}} N = N_0(\frac{1}{2})^{\frac{t}{T}} \xrightarrow[N_0=32\times10^6\ ,\ t=t'\ ,\ T_A=2\text{ روز}]{N=4\times10^6}$$

$$4\times10^6 = 32\times10^6(\frac{1}{2})^{\frac{t'}{2}} \rightarrow \frac{4\times10^6}{32\times10^6} = (\frac{1}{2})^{\frac{t'}{2}} \rightarrow \frac{4}{32} = (\frac{1}{2})^{\frac{t'}{2}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{8} = (\frac{1}{2})^{\frac{t'}{2}} \rightarrow (\frac{1}{2})^3 = (\frac{1}{2})^{\frac{t'}{2}} \rightarrow 3 = \frac{t'}{2} \rightarrow t' = 6\text{ روز}$$

گام دوم:

در زمان $t' = 6$ روز، تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده (N) در ماده پرتوزای B، 4×10^6 تا است. با توجه به اینکه تعداد هسته‌های مادر اولیه (N_0) در ماده پرتوزای B، 8×10^6 تا است، می‌توان فهمید در مدت ۶ روز، تعداد هسته‌های مادهٔ B نصف شده است، بنابراین نیمه‌عمر ماده پرتوزای B (T_B) برابر روز $T_B = 6$ است.

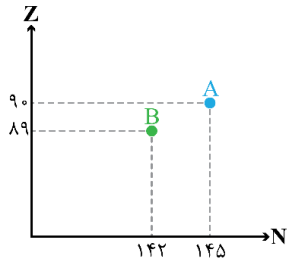
گام سوم:

با توجه به شکل زیر، تعداد هسته‌های باقی ماندهٔ B در ۶ روز سوم، از 2×10^6 به 10^6 رسیده است و به اندازهٔ 10^6 هستهٔ آن دچار واپاشی می‌شوند.

$$8\times10^6 \xrightarrow{\text{۶ روز اول}} 4\times10^6 \xrightarrow{\text{۶ روز دوم}} \underbrace{2\times10^6 \xrightarrow{\text{۶ روز سوم}} 10^6}_{\text{در این بازه } 10^6 \text{ هسته دچار واپاشی شده‌اند}}$$

گروه آموزشی ماز

۶۰- هستهٔ A با انجام کدام‌یک از واپاشی‌های زیر به هستهٔ B تبدیل می‌شود؟



۱) یک واپاشی β^+ و یک واپاشی α

۲) یک واپاشی β^- و یک واپاشی α

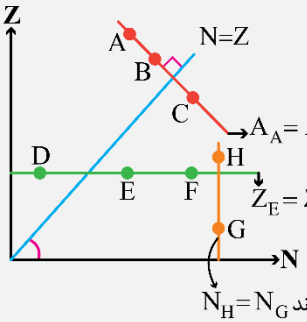
۳) یک واپاشی β^+ و دو واپاشی α

۴) یک واپاشی β^- و دو واپاشی α

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۶)

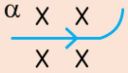
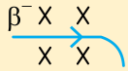
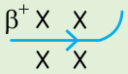
نکته:



تمام نقاط روی این خط، عدد جرمی یکسان دارند $A_A = A_B = A_C$

تمام نقاط روی این خط، عدد اتمی یکسانی دارند(ایزوتوپ هستند) $Z_E = Z_F = Z_D$

تمام نقاط روی این خط، عدد نوترونی یکسان دارند $N_H = N_G$

نام واپاشی	ذره یا پرتوی تابش شده	هستهٔ مادر	هستهٔ دختر	تغییر مکان در جدول تناوبی عنصرها	معادلهٔ واکنش	انحراف در میدان مغناطیسی	نفوذپذیری در سرب	اتفاقات واکنش
آلفازا	${}^{4}_{2}He$	${}^{A}_{Z}X$	${}^{A-4}_{Z-2}Y$	دو خانه به عقب	${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + \alpha$		۰/۰۱mm	هسته دو پروتون و دو نوترون از دست می‌دهد
بتازای منفی	${}^{0}_{-1}e^{-}$	${}^{A}_{Z}X$	${}^{A}_{Z+1}Y$	یک خانه به جلو	${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + \beta^{-}$		۰/۱mm	یک نوترون به یک پروتون و یک الکترون تبدیل می‌شود و عدد اتمی هسته یک واحد افزایش می‌یابد.
بتازای مثبت	${}^{0}_{+1}e^{+}$	${}^{A}_{Z}X$	${}^{A}_{Z-1}Y$	یک خانه به عقب	${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \beta^{+}$		۰/۱mm	یک پروتون به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود و عدد اتمی هسته یک واحد کاهش می‌یابد.

پاسخ تشریحی:

هستهٔ A باید واپاشی انجام دهد که سه نوترون آن کم شود و یک پروتون آن نیز کاهش یابد. فرض کنیم n ذرهٔ α و m ذرهٔ β^{-} تابش شده باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$${}^{235}_{90}A \rightarrow {}^{231}_{89}B + n\,{}^{4}_{2}\alpha + m\,{}^{0}_{-1}e^{-}$$

پایستگی عدد جرمی : $235 = 231 + 4n \rightarrow n = 1$

پایستگی عدد اتمی : $90 = 89 + 2n - m \xrightarrow{n=1} m = 1$

بنابراین با تابش یک ذرهٔ α و یک ذرهٔ β^{-}، هستهٔ A به هستهٔ B تبدیل می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۱- تابع کار فلزهای A و B به ترتیب $1/6\,eV$ و $2/4\times10^{-19}\,J$ است. اختلاف بسامد قطع این دو فلز چند تراهرتز است؟

$(h = 4\times10^{-15}\,eV.s\ ,\ e = 1/6\times10^{-19}\,C)$

۱) ۲۵ ۲) ۷۵ ۳) ۳۷۵ ۴) ۱۰

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

یادآوری

برای به‌دست آوردن بسامد قطع فلز از رابطهٔ کمک می‌گیریم:

$$hf_0 = W_0 \rightarrow f_0 = \frac{W_0}{h}$$

پاسخ تشریحی:

با توجه به نکتهٔ فوق به راحتی می‌توان نوشت:

$$f_{0A} = \frac{W_{0A}}{h} = \frac{1/6}{4\times10^{-15}} = 4\times10^{14}\,Hz = 400\,THz$$

$$f_{0B} = \frac{W_{0B}}{h} \xrightarrow{W_{0B}=\frac{2/4\times10^{-19}}{1/6\times10^{-19}}=1/5eV} f_{0B} = \frac{1/5}{4\times10^{-15}} = 3/75\times10^{14}\,Hz = 375\,THz$$

$$\rightarrow f_{0A} - f_{0B} = 400 - 375 = 25\,THz$$

گروه آموزشی ماز

۶۲- به فلز A با طول موج قطع ۶۰۰nm، یک بار نوری با طول موج ۵۰۰nm می‌تابانیم و بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌ها v_1 می‌شود. بار دیگر نوری با طول موج ۴۰۰nm به این فلز می‌تابانیم و بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌ها v_2 می‌شود. نسبت $\frac{v_2}{v_1}$ کدام است؟

۱) $\frac{5}{2}$ ۲) ۵ ۳) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

گام اول:

مقایسهٔ بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها در دو حالت:

$$K_{max} = hf - W_0 \xrightarrow[f=\frac{c}{\lambda}]{W_0=\frac{hc}{\lambda_0}} K_{max} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{K_{max_2}}{K_{max_1}} = \frac{\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_0}}{\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0}} = \frac{\frac{1}{400} - \frac{1}{600}}{\frac{1}{500} - \frac{1}{600}} = \frac{\frac{1}{1200}}{\frac{1}{3000}} = \frac{5}{2}$$

گام دوم:

مقایسهٔ بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌ها:

$$K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \Rightarrow \frac{K_{max_2}}{K_{max_1}} = \left(\frac{v_{max_2}}{v_{max_1}}\right)^2 \rightarrow \frac{5}{2} = \left(\frac{v_{max_2}}{v_{max_1}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{v_{max_2}}{v_{max_1}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۶۳- به ترتیب از راست به چپ، کلمات کدام‌یک از گزینه‌ها متن زیر را به درستی تکمیل می‌کنند؟

تجربه نشان می‌دهد اگر بتوان نوترون‌های تند را به نحوی کُند ساخت که انرژی جنبشی آن‌ها به حدود ۰/۰۴eV یا کمتر از آن برسد، احتمال جذب آن‌ها توسط ایزوتوپ‌های $^{235}_{92}U$ ..... می‌یابد. آب معمولی (H_2O)، آب سنگین (D_2O) و گرافیت (اتم‌های کربن) از جمله موادی هستند که به عنوان کُندساز نوترون‌ها در واکنش‌های ..... هسته‌ای استفاده می‌شوند.

۱) افزایش ـ گداخت
۲) کاهش ـ گداخت
۳) افزایش ـ شکافت
۴) کاهش ـ شکافت

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مفهومی و خط‌به‌خط کتاب درسی ـ ۱۲۰۶)

پاسخ تشریحی:

نوترون‌های آزاد شده در فرایند شکافت ایزوتوپ $^{235}_{92}U$، انرژی جنبشی زیادی دارند (به طور متوسط حدود ۲MeV) و به نوترون‌های تُند معروف‌اند. این نوترون‌ها، با احتمال بسیار بیشتری جذب ایزوتوپ $^{238}_{92}U$ می‌شوند. تجربه نشان می‌دهد اگر بتوان نوترون‌های تند را به نحوی کُند ساخت که انرژی جنبشی آن‌ها به حدود ۰/۰۴eV یا کمتر از آن برسد، احتمال جذب آن‌ها توسط ایزوتوپ‌های $^{235}_{92}U$ افزایش می‌یابد. این افزایش احتمال می‌تواند برای ایجاد واکنش زنجیری شکافت کافی باشد. آب معمولی (H_2O)، آب سنگین (D_2O) و گرافیت (اتم‌های کربن) از جمله موادی هستند که به عنوان کُندساز نوترون‌ها در واکنش‌های شکافت هسته‌ای استفاده می‌شوند.

گروه آموزشی ماز

۶۴- در یک واکنش هسته‌ای، جرم محصولات ۰/۰۲u کمتر از هسته‌های اولیه است. انرژی آزادشده در این واکنش چند مگاالکترون‌ولت است؟

($e=1/6\times10^{-19}C$ ، $c=3\times10^{8}\frac{m}{s}$ و هر واحد جرم اتمی معادل $1/6\times10^{-27}kg$ فرض شود.)

۱) ۱۸ ۲) ۱/۸ ۳) ۲۸/۸ ۴) ۲۸۸

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۶)

نکته:

اگر در یک واکنش، مجموع جرم محصولات به اندازهٔ Δm کمتر از مجموع جرم هسته‌های اولیه باشد، انرژی آزاد شده در این واکنش برابر $E=\Delta mc^2$ است.

گام اول:

محاسبهٔ جرم برحسب کیلوگرم:

$$\Delta m=0/02u=0/02\times1/6\times10^{-27}=3/2\times10^{-29}kg$$

گام دوم:

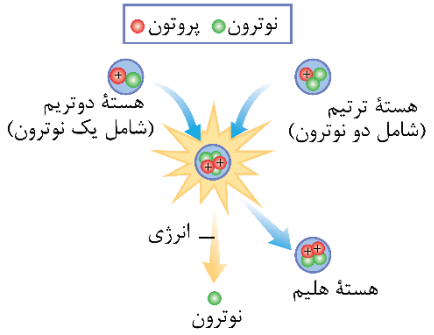
محاسبهٔ انرژی آزادشده:

$$E=\Delta mc^2=3/2\times10^{-29}\times(3\times10^{8})^2=2/88\times10^{-12}J$$

$$\Rightarrow E=\frac{2/88\times10^{-12}}{1/6\times10^{-19}}eV=1/8\times10^{7}eV=18MeV$$

گروه آموزشی ماز

۶۵- کدام‌یک از عبارت‌های زیر در مورد شکل مقابل صحیح است؟



۱) این شکل فرایند شکافت هسته‌ای را نشان می‌دهد.
۲) مجموع جرم محصولات فرایند، برابر با مجموع جرم هسته‌های اولیه است.
۳) نوترون به‌دست آمده در پایان فرایند، انرژی جنبشی زیادی دارد.
۴) این آزمایش می‌تواند در دمایی حدود ۱۰۰۰°C انجام شود.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی و خط‌به‌خط کتاب درسی ـ ۱۲۰۶)

پاسخ تشریحی:

شکل نشان داده شده، فرایند گداخت یا همجوشی هسته‌ای نام دارد. در فرایند گداخت هسته‌ای، دو هستهٔ سبک با یکدیگر ترکیب می‌شوند و هستهٔ سنگین‌تری به وجود می‌آورند. مثلاً در این شکل، واکنش گداخت زیر رخ داده است:

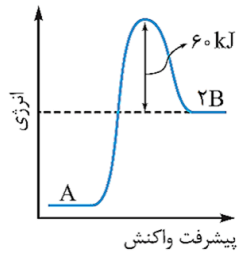
$$D+T\rightarrow{}^{4}_{2}He+{}^{1}n$$

در این واکنش با همجوشی هسته‌های دو ایزوتوپ هیدروژن یعنی دوتریم و تریتیم، هستهٔ هلیم و یک نوترون پرانرژی تولید می‌شود. در واکنش گداخت، مجموع جرم محصولات فرایند، کمتر از مجموع جرم هسته‌های اولیه است. در اینجا نیز این اختلاف جرم با توجه به رابطهٔ $E=mc^2$، سبب آزاد شدن مقدار زیادی انرژی می‌شود.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

در فرایند گداخت، دو هستهٔ کم‌جرم باید به قدر کافی به هم نزدیک شوند تا نیروی کوتاه‌بُرد هسته‌ای بتواند آن‌ها را کنار هم نگه دارد و واکنش گداخت انجام شود. ولی، هر هسته، بار مثبت دارد و هستهٔ دیگر را دفع می‌کند، برای آن‌که هسته‌ها با وجود این نیروی رانشی بسیار قوی، بتوانند به هم گداخته شوند، باید دما بسیار بالا باشد تا هسته‌ها با انرژی جنبشی زیادی به یکدیگر برخورد کنند. به طور مثال، برای شروع واکنش دوتریم ـ تریتیم، به دمایی حدود ده‌ها میلیون درجهٔ سلسیوس نیاز است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir



۶۶- نمودار مقابل، روند تغییر انرژی در یک واکنش را نشان می‌دهد. با توجه به معادله واکنش‌های زیر، مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش انجام شده برابر با چند کیلوژول خواهد بود؟

$I)\ B + C \rightarrow ۲D \quad ; \Delta H = -۴۵kJ$
$II)\ B + A + D \rightarrow ۲C \quad ; \Delta H = +۸۲kJ$
$III)\ ۲A \rightarrow D + C \quad ; \Delta H = +۱۱۷kJ$

۱) ۱۲۰
۲) ۱۰۰
۳) ۱۶۰
۴) ۱۴۰

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مساله ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

با استفاده از قانون هس، می‌توانیم مقدار ΔH برخی از واکنش‌ها را به طور دقیق محاسبه کنیم. بر اساس این قانون، اگر معادله واکنشی را بتوان از جمع معادله دو یا چند واکنش دیگر به دست آورد، مقدار ΔH آن واکنش نیز از جمع جبری ΔH همان واکنش‌ها بدست می‌آید. ابتدا با استفاده از قانون هس، آنتالپی واکنش شیمیایی $A \longrightarrow ۲B$ را بدست می‌آوریم. در واکنش موردنظر، گونه B در سمت راست با ضریب دو است. پس واکنش اول و دوم را در (۱-) ضرب می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$۱)\ B + C \rightarrow ۲D \quad . \Delta H = -۴۵kJ$
$\xrightarrow{\times(-۱)} ۲D \rightarrow B + C \quad . \Delta H = +۴۵kJ$
$۲)\ B + A + D \rightarrow ۲C \quad . \Delta H = +۸۲kJ$
$\xrightarrow{\times(-۱)} ۲C \rightarrow B + A + D \quad . \Delta H = -۸۲kJ$

گونه A در واکنش اصلی، در سمت چپ با ضریب ۱ وجود دارد، پس معادله واکنش سوم را تغییر نمی‌دهیم. در این حالت، با جمع واکنش سوم با دو واکنش قبلی، معادله واکنش کلی بدست می‌آید. در این حالت، معادله واکنش سوم به صورت زیر باقی می‌ماند:

$۳)\ ۲A \rightarrow D + C \quad . \Delta H = +۱۱۷kJ$

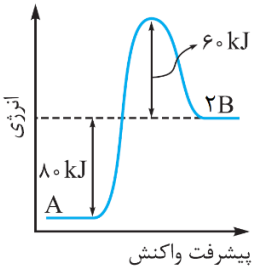
معادله واکنش‌های نهایی ایجاد شده به صورت زیر خواهد بود:

$۲D \rightarrow B + C . \Delta H = +۴۵kJ \qquad ۲C \rightarrow B + A + D . \Delta H = -۸۲kJ \qquad ۲A \rightarrow D + C . \Delta H = +۱۱۷kJ$

بنابراین آنتالپی واکنش $A \longrightarrow ۲B$ برابر است با:

$\Delta H = ۴۵ + (-۸۲) + ۱۱۷ = ۸۰kJ$

پس مقدار ΔH واکنش مورد نظر برابر با ۸۰ کیلوژول خواهد بود. همانطور که می‌دانیم، انرژی فعال‌سازی معادل با حداقل انرژی موردنیاز برای شروع‌شدن یک واکنش شیمیایی است. در نمودار انرژی-پیشرفت واکنش، تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها با قله نمودار، انرژی فعال‌سازی واکنش رفت را نشان می‌دهد. همچنین تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها، معادل با مقدار ΔH است. بنابراین نمودار انرژی-پیشرفت واکنش به صورت زیر خواهد بود:



با توجه به توضیحات ذکرشده، انرژی فعال‌سازی واکنش(تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده با قله نمودار) را محاسبه می‌کنیم:

$E_a = ۸۰ + ۶۰ = ۱۴۰kJ$

بنابراین انرژی فعال‌سازی واکنش $A \longrightarrow ۲B$ برابر با ۱۴۰ کیلوژول است.

به حداقل مقدار انرژی مورد نیاز برای شروع‌شدن یک واکنش شیمیایی، انرژی فعال‌سازی گفته می‌شود. به عبارت دیگر، برای آغازشدن یک واکنش شیمیایی، واکنش‌دهنده‌ها باید مقدار معینی انرژی داشته باشند. بر این اساس، می‌توان گفت واکنش‌ها صرف نظر از علامت ΔH خود، برای آغاز شدن به مقداری انرژی نیاز دارند که با نماد E_a مشخص می‌شود. کاتالیزگرها باید در شرایط انجام واکنش، پایداری شیمیایی و گرمایی مناسبی داشته باشند. توجه داریم که استفاده از کاتالیزگرها در صنایع گوناگون می‌تواند سبب کاهش آلودگی محیط زیست شود. برای مثال، با استفاده از کاتالیزگرها می‌توان واکنش‌ها را در دماهای پایین‌تر و با سرعت مناسب انجام داد و درنتیجه میزان مصرف سوخت‌های فسیلی را کاهش داد. همانطور که می‌دانیم، کاتالیزگرها هیچ تأثیری بر روی مقدار نهایی فراورده‌های واکنش، مقدار ΔH واکنش و سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها ندارند و فقط با کاهش مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها، سرعت انجام شدن آن‌ها را افزایش می‌دهند.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۷- یک خودروی دیزلی به ازای طی هر کیلومتر مسافت، مخلوط ۳/۸ گرمی از گازهای NO و NO_2 با نسبت مولی برابر را وارد هوا می‌کند. برای حذف ۸۰٪ از اکسیدهای نیتروژن تولید شده در طول مسافت ۲۵۰۰ کیلومتر توسط این خودرو، به چند کیلوگرم آمونیاک نیاز بوده و طی این فرایند، درصد جرمی فراورده قطبی در میان مواد تولید شده به تقریب چقدر می‌شود؟

$(O = 16$ و $N = 14$ و $H = 1 : g.mol^{-1})$

$NO(g) + NO_2(g) + NH_3(g) \rightarrow N_2(g) + H_2O(g)$ (معادله واکنش را موازنه کنید.)

۱) ۳/۴ ـ ۴۹ ۲) ۳/۴ ـ ۵۸ ۳) ۳/۸ ـ ۴۹ ۴) ۳/۸ ـ ۵۸

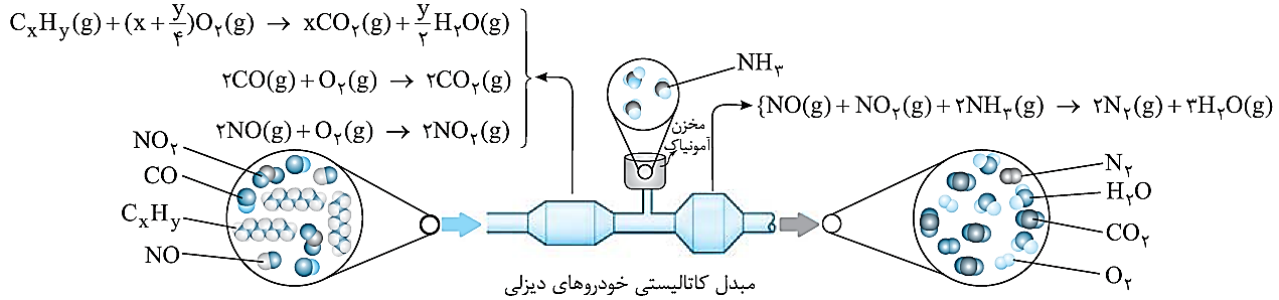
پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مساله ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

مبدل کاتالیستی موجود در ساختار خودروهای بنزینی، توانایی حذف اکسیدهای نیتروژن تولید شده در خودروهای دیزلی را ندارند. واکنش انجام شده در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی به منظور حذف اکسیدهای نیتروژن، به صورت زیر است:

$$NO(g) + NO_2(g) + 2NH_3(g) \rightarrow 2N_2(g) + 3H_2O(g)$$

در این مبدل‌های کاتالیستی، اکسیدهای نیتروژن(گازهای نیتروژن مونوکسید و نیتروژن دی‌اکسید) با آمونیاک واکنش داده و به مواد کم‌خطرتر مثل نیتروژن و بخار آب تبدیل می‌شوند. توجه داریم که آمونیاک، از یک منبع خارجی وارد ساختار این مبدل شده و چون در ساختار آمونیاک اتم نیتروژن وجود دارد، پس می‌توان گفت طی این فرایند شمار اتم‌های نیتروژن موجود در مخلوط گازی افزایش پیدا کرده است. معادله واکنش‌های شیمیایی انجام شده در این مبدل‌ها به صورت زیر است:



با توجه به معادله بالا، به ازای مصرف هر ۲ مول آمونیاک، از ورود ۲ مول گاز آلاینده(مجموعی از اکسیدهای نیتروژن که ۷۶ گرم جرم دارند) به هوا جلوگیری می‌شود. در قدم اول، حساب می‌کنیم به ازای طی هر کیلومتر، چند مول آلاینده تولید می‌شود:

$$?\,mol\ \text{آلاینده} = 1\,km \times \frac{3/8\,g\ \text{آلاینده}}{1\,km} \times \frac{2\,mol\ \text{آلاینده}}{76\,g\ \text{آلاینده}} = 0/1\,mol$$

بنابراین به ازای طی هر کیلومتر مسافت، مقدار ۰/۰۵ مول از هر یک از گازهای NO و NO_2 آزاد می‌شود. حالا حساب می‌کنیم گازهای آلاینده آزاد شده حین طی کردن مسافت ۲۵۰۰ کیلومتری با چند کیلوگرم آمونیاک واکنش می‌دهند:

$$?\,kg\,NH_3 = 2500\,km \times \frac{0/05\,mol\,NO}{1\,km} \times \frac{2\,mol\,NH_3}{1\,mol\,NO} \times \frac{17\,g\,NH_3}{1\,mol\,NH_3} \times \frac{1\,kg}{1000\,g} = 4/25\,kg$$

می‌خواهیم ۸۰٪ از اکسیدهای نیتروژن تولید شده در موتور این خودرو را حذف کنیم، پس مقدار آمونیاک مورد نیاز معادل با ۰/۸ برابر مقدار آمونیاک بدست آمده از محاسبات بالا می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$\text{جرم آمونیاک لازم} = 4/25\,kg\,NH_3 \times 0/8 = 3/4\,kg$$

در ادامه، جرم آب (فراورده با $\mu > 0$) و جرم N_2(فراورده با $\mu = 0$) را حساب می‌کنیم:

$$?\,g\,H_2O = \underbrace{3/4\,kg\,NH_3 \times \frac{1000\,g\,NH_3}{1\,kg\,NH_3} \times \frac{1\,mol\,NH_3}{17\,g\,NH_3}}_{250\,mol\,NH_3} \times \frac{3\,mol\,H_2O}{2\,mol\,NH_3} \times \frac{18\,g\,H_2O}{1\,mol\,H_2O} = 5400\,g$$

$$?\,g\,N_2 = \underbrace{3/4\,kg\,NH_3 \times \frac{1000\,g\,NH_3}{1\,kg\,NH_3} \times \frac{1\,mol\,NH_3}{17\,g\,NH_3}}_{250\,mol\,NH_3} \times \frac{2\,mol\,N_2}{2\,mol\,NH_3} \times \frac{28\,g\,N_2}{1\,mol\,N_2} = 5600\,g$$

در نهایت، درصد جرمی H_2O را در میان فراورده‌های تولید شده حساب می‌کنیم:

$$H_2O\ \text{درصد جرمی} = \frac{H_2O\ \text{جرم}}{H_2O\ \text{جرم} + N_2\ \text{جرم}} \times 100 = \frac{5400}{5400 + 5600} \times 100 \simeq 49\ \text{درصد}$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۶۸- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) انرژی فعال‌سازی واکنش تولید متانول از H_2 و CO در دماهای ۳۰۰°C و ۵۰۰°C برابر با هم است.
۲) انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن فسفر سفید، کمتر از انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن هیدروژن است.
۳) کاتالیزگر موجود در سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، ΔH واکنش انجام شده در این سلول را کاهش می‌دهد.
۴) در دمای اتاق، واکنش بین گازهای هیدروژن و اکسیژن در حضور توری پلاتینی، به صورت انفجاری انجام می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

کاتالیزگر موجود در آند و کاتد سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، همانند کاتالیزگر استفاده شده در سایر واکنش‌ها، انرژی فعال‌سازی واکنش انجام شده در این سلول را کاهش داده و موجب افزایش سرعت انجام شدن واکنش می‌شود، اما تاثیری در ΔH واکنش ندارد. توجه داریم که کاتالیزگرها هم در آند و هم در کاتد سلول‌های سوختی وجود دارند.

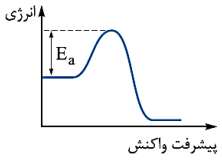
سلول سوختی، نوعی سلول گالوانی است که توسط شیمی‌دان‌ها و برای گذر از تنگنای تولید انرژی و کاهش آلودگی محیط زیست پیشنهاد می‌شود. این سلول‌ها ردپای گاز کربن دی‌اکسید را کاهش می‌دهند. رایج‌ترین سلول سوختی، سلول هیدروژن-اکسیژن است که در آن گاز هیدروژن به آرامی و تحت یک شرایط کنترل‌شده با گاز اکسیژن وارد واکنش شده و اکسید می‌شود. طی این فرایند، بخش زیادی از انرژی شیمیایی ذخیره‌شده در مولکول‌های هیدروژن به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

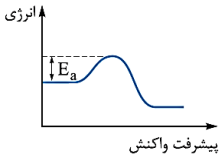
۱) انرژی فعالسازی واکنش‌ها به دمای محیط واکنش ربطی ندارد و در دماهای مختلف یکسان است. افزایش دما از ۳۰۰°C به ۵۰۰°C، تنها باعث تامین انرژی فعالسازی شده و مقدار آن را تغییر نمی‌دهد. توجه داریم که تنها کاتالیزگر می‌تواند مقدار انرژی فعالسازی واکنش را با استفاده از تغییر مسیر انجام شدن آن واکنش کاهش دهد.

۲) فسفر سفید برخلاف هیدروژن، در هوا و در دمای اتاق می‌سوزد. نمودارهای زیر، مربوط به واکنش سوختن هیدروژن و فسفر سفید هستند:

واکنش سوختن گاز هیدروژن:



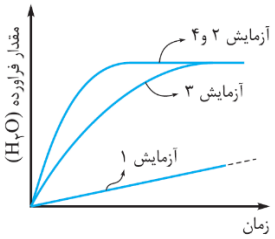
واکنش سوختن فسفر سفید:

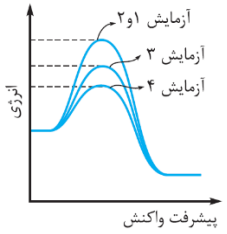


چون مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن فسفر سفید کمتر است، این واکنش با سرعت بیشتری انجام می‌شود. به همین خاطر است که برای نگهداری فسفر سفید، یک نمونه از آن را در زیر آب نگه می‌دارند. تصویر زیر، نمونه‌ای از فسفر سفید در زیر آب را نشان می‌دهد:

۴) گازهای هیدروژن و اکسیژن در دمای اتاق با هم واکنش نمی‌دهند؛ اما در حضور توری پلاتینی به عنوان کاتالیزگر، واکنش این گازها به صورت انفجاری انجام می‌شود. جدول زیر، شرایط واکنش این گازها با یکدیگر در دمای اتاق را نشان می‌دهد:

آزمایش	شرایط آزمایش	سرعت واکنش	ΔH واکنش
۱	بدون حضور کاتالیزگر	ناچیز	−۵۷۲ kJ
۲	ایجاد جرقه در مخلوط	انفجاری	−۵۷۲ kJ
۳	در حضور پودر روی	سریع	−۵۷۲ kJ
۴	در حضور توری پلاتینی	انفجاری	−۵۷۲ kJ





با توجه به تصویر فوق، فلز روی در مقایسه با فلز پلاتین، انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن H_2 را به مقدار کمتری کاهش می‌دهد. به همین خاطر، واکنش مورد نظر در حضور فلز روی، با سرعت کمتری انجام می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۹- از میان گازهای اوزون، نیتروژن مونوکسید و نیتروژن دی‌اکسید، گازی که حداکثر غلظت آن در هوای شهرهای آلوده بیشتر از سایر گازها است، همانند مولکول ..... ساختار ..... داشته و عدد اکسایش اتم مرکزی در آن، مشابه عدد اکسایش اتم مرکزی در مولکول ..... است.

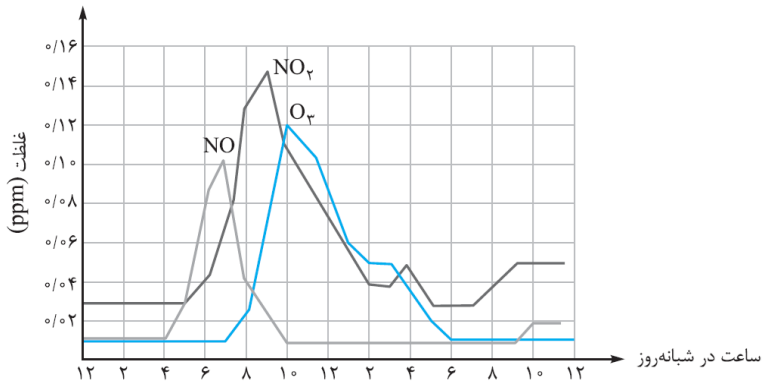
۱) هیدروژن سولفید ـ خمیده ـ گوگرد دی‌اکسید
۲) کربونیل سولفید ـ خطی ـ کربن دی‌اکسید
۳) کربن دی‌اکسید ـ خطی ـ گوگرد تری‌اکسید
۴) گوگرد دی‌اکسید ـ خمیده ـ اکسیژن دی‌فلوئورید

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

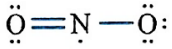
پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

نمودار زیر، روند تغییر غلظت سه مورد از گازهای آلاینده موجود در هواکره را نشان می‌دهد:



همانطور که مشخص است، حداکثر غلظت گاز $NO_۲$ در هوای شهرهای بزرگ بیشتر از حداکثر غلظت گاز اوزون در هوای این شهرها بوده و حداکثر غلظت گاز اوزون نیز بیشتر از حداکثر غلظت گاز NO است. گازهای NO و $NO_۲$، از جمله گونه‌های رادیکال آزاد موجود در هوای آلوده هستند که باعث ایجاد بیماری‌های تنفسی می‌شوند. ساختار مولکولی گاز $NO_۲$ به صورت زیر است:



چون روی اتم مرکزی این مولکول یک عدد الکترون ناپیوندی وجود دارد، این مولکول ساختار خمیده پیدا کرده و اتم‌های سازنده آن روی یک خط راست قرار نمی‌گیرند. ساختار مولکول گوگرد دی‌اکسید و هیدروژن سولفید نیز به صورت زیر است:

چون روی اتم مرکزی این دو مولکول نیز تعدادی الکترون ناپیوندی وجود دارد، این مولکول‌ها هم ساختار خمیده پیدا کرده و اتم‌های سازنده آن‌ها نیز روی یک خط راست قرار نمی‌گیرند. ساختار مولکولی کربن دی‌اکسید و کربونیل سولفید(SCO) نیز به صورت زیر است:

چون روی اتم مرکزی این دو مولکول هیچ الکترون ناپیوندی وجود ندارد، این مولکول‌ها ساختار خطی پیدا کرده و اتم‌های سازنده آن‌ها روی یک خط راست قرار می‌گیرند. در قدم بعد، عدد اکسایش اتم نیتروژن در مولکول $NO_۲$ را محاسبه می‌کنیم:

$NO_۲ : N$ عدد اکسایش اتم + ۲ × (−۲) = ۰ ⟹ N عدد اکسایش اتم = +۴

در نهایت، عدد اکسایش اتم مرکزی را گوگرد دی‌اکسید و اکسیژن دی‌فلوئورید محاسبه می‌کنیم.

$SO_۲ : S$ عدد اکسایش اتم + ۲ × (−۲) = ۰ ⟹ S عدد اکسایش اتم = +۴

$OF_۲ : O$ عدد اکسایش اتم + ۲ × (−۱) = ۰ ⟹ O عدد اکسایش اتم = +۲

گروه آموزشی ماز

۷۰- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست است؟

آ: در سطح سرامیک به‌کاررفته در ساختار مبدل کاتالیستی، توده‌هایی با قطر چند میکرومتر از سه فلز دسته d وجود دارد.

ب: اغلب واکنش‌های مربوط به حذف انواع آلاینده‌ها در مبدل‌های کاتالیستی خودروها، از نوع اکسایش-کاهش نیستند.

پ: کاتالیزگرها در واکنش‌های شیمیایی شرکت نکرده و در طول انجام شدن واکنش نیز جرم آن‌ها ثابت باقی می‌ماند.

ت: پس از استفاده از مبدل کاتالیستی، مقدار گاز NO خارج‌شده از اگزوز خودرو کمتر از C_xH_y خارج‌شده می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

فقط عبارت (ت) درست است.

بررسی موارد:

آ: شیمی‌دان‌ها با قراردادن کاتالیزگرهای مناسب بر سر راه گازهای خروجی از موتور خودروها، توانستند واکنش‌های مربوط به حذف آلاینده‌های تولیدشده در موتور خودروها را با سرعت بالاتری به انجام برسانند و با این روش، مقدار زیادی(نه همه!) از گازهای آلاینده را به فراورده‌های بی‌خطر یا کم‌خطرتر مثل گاز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

کربن دی‌اکسید و ... تبدیل کنند. در سطح سرامیک‌های به کار رفته در ساختار مبدل کاتالیستی، توده‌هایی از سه فلز دسته d یعنی عناصر Pt، Rh و Pd با قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر به کار می‌روند.

کارایی مبدل‌های کاتالیستی، به نوع کاتالیزگرهای موجود در آن‌ها و شرایط استفاده از کاتالیزگرها بستگی دارد. به عنوان مثال، این مبدل‌ها را می‌توان به شکل یک قطعه سرامیکی ساخت که به شکل توری درآمده و فلزهای رودیم، پالادیم و پلاتین بر روی آن‌ها نشانده شده است. در نقطه مقابل، سرامیک موجود در این مبدل‌ها را می‌توان به شکل مش(دانه)های ریز درآورده و کاتالیزگرهای فلزی را بر روی سطح دانه‌ها پخش کرد. بدیهی است که در حالت دوم(ساختن سرامیک به صورت مش)، سطح تماس کاتالیزگرها با گازهای آلاینده افزایش پیدا کرده و مقدار بیشتری از گازهای آلاینده توسط مبدل کاتالیستی حذف می‌شوند و در نتیجه کارایی مبدل افزایش پیدا می‌کند. کاتالیزگرهای موجود در مبدل‌های کاتالیستی، بارها و بارها در واکنش‌های مربوط به حذف آلاینده‌ها شرکت می‌کنند ولی مصرف نمی‌شوند. توجه داریم که این کاتالیزگرها گاهی با برخی از مواد افزودنی موجود در سوخت‌ها وارد واکنش شده و کارایی خود را از دست می‌دهند. در این شرایط، کارایی مبدل کاتالیستی کاهش پیدا کرده و این مبدل دیگر قابل استفاده نیست.

ب: در واکنش‌های مربوط به حذف آلاینده‌های CO، NO و C_xH_y در خودروهای بنزینی، دست کم یک عنصر آزاد وجود دارد؛ بنابراین همه این واکنش‌ها از نوع اکسایش-کاهش هستند.

پ: کاتالیزگرها در واکنش‌های شیمیایی شرکت می‌کنند و مسیر انجام شدن آن واکنش شیمیایی را دچار تغییر می‌کنند، اما چون میزان تولید و مصرف آن‌ها در واکنش مورد نظر با هم برابر است، در طول انجام شدن واکنش جرم آن‌ها ثابت و بدن تغییر باقی می‌ماند. به همین خاطر، از کاتالیزگرها می‌توان بارها و بارها در واکنش‌ها استفاده کرد.

ت: گازهای کربن مونوکسید، نیتروژن مونوکسید و هیدروکربن‌های نسوخته(C_xH_y) از جمله آلاینده‌های تولیدشده در موتور خودروها هستند که باعث آلودگی هواکره می‌شوند. با استفاده از مبدل‌های کاتالیستی، می‌توان مقدار این آلاینده‌ها را به طور قابل توجهی کاهش داد. پس از به کار بردن مبدل‌های کاتالیستی، همانند زمان عدم استفاده از این مبدل‌ها، مقدار گاز NO خارج شده از اگزوز خودروها کمتر از مقدار C_xH_y خارج شده است. جدول زیر، میزان آلاینده‌های خروجی از اگزوز خودروها را در حضور و غیاب مبدل‌های کاتالیستی نشان می‌دهد:

فرمول شیمیایی آلاینده		CO	C_xH_y	NO
مقدار آلاینده برحسب گرم به ازای طی یک کیلومتر	در غیاب مبدل کاتالیستی	۵/۹۹	۱/۶۷	۱/۰۴
	در حضور مبدل کاتالیستی	۰/۶۱	۰/۰۷	۰/۰۴

در غیاب مبدل‌های کاتالیستی، مقدار گاز CO نسبت به سایر آلاینده‌ها بیشتر است. با استفاده از مبدل مناسب، مقدار این گاز نسبت به سایر گازها به مقدار بیشتری کاهش پیدا می‌کند اما در این شرایط نیز مقدار گاز CO خروجی از اگزوز خودرو، در مقایسه با سایر گازهای آلاینده بیشتر است.

گروه آموزشی ماز

۷۱- مقدار ۲/۲ مول گاز فلوئور و ۷۵/۶ گرم بخار آب را در یک ظرف دو لیتری مخلوط کرده و گرما می‌دهیم تا تعادل گازی زیر برقرار شود. اگر در حالت تعادل ۸ گرم هیدروژن فلوئورید در مخلوط تعادلی وجود داشته باشد، ثابت تعادل این واکنش شیمیایی بر حسب $mol.L^{-1}$ کدام است؟

($g.mol^{-1}$: $H = 1$ و $O = 16$ و $F = 19$)

$$F_2(g) + H_2O(g) \leftrightharpoons O_2(g) + HF(g)$$ **(معادله موازنه شود.)**

۱) 2×10^{-5} ۲) 2×10^{-4} ۳) 4×10^{-5} ۴) 4×10^{-4}

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مساله ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:

	$2F_2(g)$	+ $2H_2O(g)$	$\rightleftharpoons$ $O_2(g)$	+ $4HF(g)$
شمار مول اولیه:	۲/۲	$\frac{75/6}{18} = 4/2$	۰	۰
شمار مول در لحظه تعادل:	$2/2 - 2x$	$4/2 - 2x$	x	$4x$

در حالت تعادل $\frac{8}{20} = 0/4$ مول هیدروژن فلوئورید در مخلوط گازها وجود دارد، بنابراین داریم:

$$4x = 0/4 \Rightarrow x = 0/1$$

در قدم بعد، غلظت تعادلی گونه‌های شرکت کننده در واکنش را حساب می‌کنیم:

$$[F_2] = \frac{2/2 - (2\times0/1)}{2} = 1mol.L^{-1} \quad \text{و} \quad [H_2O] = \frac{4/2 - (2\times0/1)}{2} = 2mol.L^{-1}$$

$$[HF] = \frac{0/4}{2} = 0/2\ mol.L^{-1} \quad \text{و} \quad [O_2] = \frac{0/1}{2} = 0/05\ mol.L^{-1}$$

در نهایت ثابت تعادل این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{[O_2]\times[HF]^4}{[F_2]^2\times[H_2O]^2} = \frac{(0/05)\times(0/2)^4}{1^2\times2^2} = \frac{5\times10^{-2}\times2^4\times10^{-4}}{2^2} = 2\times10^{-5}mol.L^{-1}$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

هر واکنش تعادلی، در دمای مشخص، بر حسب مقدار پیشرفت خود دارای یک ثابت تعادل است که با نماد K نشان داده می‌شود. برای محاسبهٔ ثابت تعادل واکنش $aA + bB \rightleftharpoons cC + dD$، می‌توانیم از رابطهٔ زیر هم استفاده کنیم:

$$K = \frac{n_C^c \times n_D^d}{n_A^a \times n_B^b} \times (\frac{1}{V})^{\Delta n} \quad \text{و} \quad \Delta n = (c + d) - (a + b)$$

در رابطه فوق، مولفه n تعداد مول‌های تعادلی هر ماده را نشان می‌دهد. دقت کنید که در محاسبه Δn صرفاً ضرایب مواد گازی و در حالت محلول را در نظر بگیرید. اگر مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌های گازی یا محلول با مجموع ضرایب فراورده‌های گازی یا محلول برابر باشد، Δn برابر صفر شده و مقدار ثابت تعادل مستقل از حجم ظرف می‌شود:

$$K = \frac{n_C^c \times n_D^d}{n_A^a \times n_B^b}$$

گروه آموزشی ماز

۷۲- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) پس از افزودن گاز ناقطبی کلر به ظرف تعادل $Cl_2(g) + PCl_3(g) \rightleftharpoons PCl_5(g)$، غلظت گاز PCl_3 کاهش می‌یابد.
۲) تغییر حجم، تاثیری بر جابه‌جایی تعادل $H_2S(g) + I_2(s) \rightleftharpoons 2HI(g) + S(s)$ و سرعت انجام واکنش رفت ندارد.
۳) افزودن مقداری سدیم فلوئورید به محلول آبی از HF، باعث کاهش درجه یونش اسید و افزایش pH محلول می‌شود.
۴) با کاهش حجم ظرف در تعادل $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$، مخلوط گازی ابتدا پررنگ و سپس کم‌رنگ‌تر می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

تغییر حجم ظرف، بر واکنش‌هایی تاثیر دارد که در آن‌ها حداقل یک جزء گازی وجود داشته باشد و مجموع ضرایب مواد گازی بین فراورده‌ها و واکنش‌دهنده‌ها نیز در آن‌ها برابر نباشد. چون در تعادل $H_2S(g) + I_2(s) \rightleftharpoons 2HI(g) + S(s)$ تعداد مول‌های گازی در سمت فراورده‌ها بیشتر است، تغییر حجم ظرف موجب جابه‌جایی این تعادل می‌شود. برای مثال، با افزایش حجم ظرف در تعادل مورد نظر، واکنش در جهت رفت جابه‌جا شده و مقدار مول گاز هیدروژن فلوئورید در ظرف افزایش پیدا می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) کلر، از مولکول‌های دواتمی جورهسته تشکیل شده است، پس می‌توان گفت ذرات سازنده این ماده ناقطبی هستند. پس از افزودن مقداری گاز ناقطبی کلر به ظرف تعادل $Cl_2(g) + PCl_3(g) \rightleftharpoons PCl_5(g)$، تعادل مورد نظر در جهت مصرف این ماده(در جهت رفت) جابه‌جا شده و بر این اساس، مقداری گاز PCl_3 مصرف می‌شود. با مصرف گاز PCl_3 در ظرف واکنش، غلظت این گاز کاهش می‌یابد.

۳) با انحلال سدیم فلوئورید در محلول، یون‌های سدیم و فلوئورید وارد محلول می‌شوند. بر این اساس، می‌توان گفت با افزودن یون F^- به سامانه تعادلی هیدروفلوئوریک اسید، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و در نتیجه مقدار درجه یونش اسید در محلول مورد نظر کاهش می‌یابد. از طرفی با انجام این فرایند، غلظت یون H^+ نیز در محلول مورد نظر کاهش یافته و مقدار pH محلول افزایش می‌یابد.

۴) گاز NO_2 اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن بوده و عامل اصلی رنگ قهوه‌ای هوای آلوده است. با کاهش حجم ظرف در تعادل $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$، در لحظه اعمال تغییر ابتدا غلظت همه مواد افزایش یافته و به همین خاطر، رنگ مخلوط گازی پررنگ می‌شود. در مرحله بعد، تعادل مورد نظر با توجه به کاهش حجم ظرف، به سمت رفت(به سمتی که دارای تعداد مول‌های گازی کمتری باشد) جابه‌جا شده و گاز NO_2 را مصرف می‌کند. با مصرف گاز NO_2، شدت رنگ مخلوط کم‌تر می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۷۳- مقدار ۱/۶ مول گاز گوگرد تری‌اکسید را وارد یک ظرف ۴ لیتری می‌کنیم تا تعادل $2SO_3(g) \leftrightharpoons 2SO_2(g) + O_2(g)$ برقرار شود. اگر تا لحظهٔ برقراری تعادل ۸۰٪ گوگرد تری‌اکسید تجزیه شده باشد، غلظت O_2 در حالت تعادل برحسب مول بر لیتر و ثابت تعادل (به ترتیب از راست به چپ) کدام است؟

۱) $2/56 mol.L^{-1}$ ـ ۰/۱۶
۲) $2/56 mol.L^{-1}$ ـ ۰/۳۲
۳) $5/12 mol.L^{-1}$ ـ ۰/۱۶
۴) $5/12 mol.L^{-1}$ ـ ۰/۳۲

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مساله ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

از آنجا که ۸۰ درصد گاز SO_3 اولیه وارد شده به ظرف واکنش تجزیه شده است، بنابراین داریم:

$$\text{مول } SO_3 \text{ تجزیه شده} = 1/6 \times \frac{80}{100} = 1/28\ mol$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

بر این اساس، در طول واکنش ۱/۲۸ مول گاز SO_3 تجزیه شده و به ترتیب ۱/۲۸ مول گاز SO_2 و ۰/۶۴ مول گاز اکسیژن تولید شده است. بر این اساس، غلظت‌های تعادلی مواد در ظرف واکنش برابر است با:

$$[SO_2] = \frac{\text{مول}}{\text{حجم ظرف}} = \frac{1/28}{4} = 0/32\ mol.L^{-1} \qquad [SO_3] = \frac{\text{مول}}{\text{حجم ظرف}} = \frac{1/6 - 1/28}{4} = 0/08\ mol.L^{-1}$$

$$[O_2] = \frac{\text{مول}}{\text{حجم ظرف}} = \frac{\frac{1/28}{2}}{4} = 0/16\ mol.L^{-1}$$

در نهایت ثابت تعادل واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{[SO_2]^2[O_2]}{[SO_3]^2} = \frac{(0/32)^2 \times (0/16)}{(0/08)^2} = \frac{(10^{-4} \times 2^{10}) \times (10^{-2} \times 2^4)}{(10^{-4} \times 2^6)} = 2^{10+4-6} \times 10^{-4-2+4} = \frac{2^8}{10^2} = 2/56\ mol.L^{-1}$$

گروه آموزشی ماز

۷۴- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست است؟

آ: در سامانه $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$، سرعت تولید گاز H_2 از نگاه ذره‌ای با سرعت تولید گاز NH_3 برابر است.

ب: با افزودن $CaO(s)$ به ظرف واکنش $CaSO_4(s) \rightleftharpoons CaO(s) + SO_3(g)$، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.

پ: در واکنش $2X(g) \rightleftharpoons Y(g) + Q$، مقدار ثابت تعادل در دمای ۷۵۰ کلوین نسبت به دمای ۶۰۰°C بیشتر خواهد بود.

ت: اگر پیشرفت واکنش تجزیه گاز NO برابر ۸۰٪ باشد، K تعادل $2NO(g) \rightleftharpoons O_2(g) + N_2(g)$ برابر ۴ می‌شود.

ث: خارج کردن گاز اوزون از ظرف، همانند کاهش دما، ثابت تعادل واکنش $2O_3(g) \rightleftharpoons 3O_2(g)$ را کاهش می‌دهد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی و مساله ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: در سامانه تعادلی $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$، مثل سایر سامانه‌های تعادلی، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت با هم برابر است. از طرفی، می‌دانیم که سرعت تولید یا مصرف هر ماده در یک واکنش شیمیایی، متناسب با ضریب استوکیومتری آن ماده است. با توجه به برابر بودن سرعت واکنش‌های رفت و برگشت و ضریب استوکیومتری مواد در معادله واکنش مورد نظر، می‌توان گفت سرعت تولید گاز H_2، ۱/۵ برابر سرعت تولید NH_3 است.

ب: براساس اصل لوشاتلیه، در صورت افزایش غلظت یکی از گونه‌های شرکت‌کننده در یک تعادل شیمیایی، تعادل در جهتی پیش می‌رود که تا حد امکان مقداری از آن ماده را مصرف کند و سامانه مجدداً به حالت تعادل برسد. در نقطه مقابل، در صورت کاهش غلظت یکی از گونه‌های شرکت‌کننده در یک تعادل شیمیایی، تعادل در جهتی پیش می‌رود که تا حد امکان مقداری از آن ماده را تولید کند و سامانه مجدداً به حالت تعادل برسد. توجه داریم که در این جابه‌جایی، مقدار K ثابت باقی می‌ماند. با توجه به توضیحات داده شده، عبارت ثابت تعادل واکنش مورد نظر به صورت $K = [SO_3]$ است. چون کلسیم اکسید یک ماده جامد بوده و تغییر مقدار، تاثیری در غلظت آن ندارد، افزودن یا خارج کردن کلسیم اکسید به سامانه واکنش، تعادل را جابه‌جا نمی‌کند.

پ: دمای ۷۵۰ کلوین معادل با ۴۷۷°C می‌شود. واکنش $2X(g) \rightleftharpoons Y(g) + Q$، گرماده است، پس با افزایش دما از ۴۷۷°C به ۶۰۰°C، این تعادل در جهت مصرف گرما(در جهت برگشت) جابه‌جا شده و مقدار ثابت تعادل آن کاهش پیدا می‌کند.

ت: معادله واکنش تعادلی برقرار شده به صورت مقابل است: $2NO(g) \rightleftharpoons O_2(g) + N_2(g)$

اگر در ابتدای کار x مول گاز NO وارد ظرف واکنش شده باشد، با توجه به اینکه بازده واکنش انجام شده برابر با ۸۰٪ است، $0/8x$ مول از این گاز مصرف شده و $0/2x$ مول از این گاز باقی می‌ماند. از طرفی، طی این فرایند $0/4x$ مول از هر یک از گازهای اکسیژن و نیتروژن نیز تولید می‌شود. توجه داریم که مجموع شمار مول‌های گازی در دو سمت واکنش یکسان بوده و نیاز به تاثیر دادن حجم ظرف نداریم. بر این اساس، ثابت تعادل واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{[N_2][O_2]}{[NO]^2} = \frac{(N_2\ \text{مول}) \times (O_2\ \text{مول})}{(NO\ \text{مول})^2} = \frac{0/4 \times 0/4}{(0/2)^2} = 4$$

ث: معادله واکنش تعادلی انجام شده به صورت $2O_3(g) \rightleftharpoons 3O_2(g) + Q$ است. توجه داریم که گاز اوزون در مقایسه با گاز اکسیژن سطح انرژی بالاتری داشته و به همین خاطر، می‌توان گفت این واکنش شیمیایی گرماده است. با افزایش دما، تعادل مورد نظر در جهت برگشت جابه‌جا شده و مقدار ثابت تعادل واکنش نیز کاهش پیدا می‌کند. این در حالی است که افزودن و یا خارج کردن مواد مختلف به ظرف واکنش، تغییری در ثابت تعادل واکنش ایجاد نکرده و مقدار ثابت تعادل فقط تابع دما است.

گروه آموزشی ماز
www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۷۵- تعادل $Q + MgCO_۳(s) \rightleftharpoons MgO(s) + CO_۲(g)\ ;\ K = ۰/۰۲ mol.L^{-۱}$، در یک مخزن ۱۵ لیتری برقرار است. اگر حجم ظرف واکنش را به ۶۰ لیتر رسانده و با افزایش دمای محیط، مقدار ثابت تعادل واکنش را به اندازه ۵۰٪ تغییر بدهیم، مجموع جرم مواد جامد موجود در ظرف واکنش به اندازه چند گرم تغییر خواهد کرد؟

$(Mg = ۲۴$ و $O = ۱۶$ و $C = ۱۲ :\ g.mol^{-۱})$

۱) ۲۲ ۲) ۸۸ ۳) ۴۴ ۴) ۶۶

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مساله ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

معادله موازنه‌شده واکنش به صورت مقابل است: $Q + MgCO_۳(s) \rightleftharpoons MgO(s) + CO_۲(g)$

در این واکنش، گاز کربن دی‌اکسید در سمت فراورده‌ها وجود دارد و کاهش جرم مواد جامد موجود در ظرف واکنش نیز به علت تولید این گاز است. بنابراین برای محاسبه تغییرات جرم مواد جامد موجود در ظرف، کافیست مقدار گاز کربن دی‌اکسید را قبل و بعد از افزایش حجم ظرف و تغییر دمای محیط حساب کنیم. برای این منظور، ابتدا باید مقدار گاز کربن دی‌اکسید را در شرایطی که ثابت تعادل برابر با ۰/۰۲ مول بر لیتر و حجم ظرف برابر با ۱۵ لیتر است، بدست بیاوریم. توجه داریم که ثابت تعادل این واکنش، فقط معادل با غلظت گاز کربن دی‌اکسید بوده و با استفاده از رابطه کلی $K = [CO_۲]$ قابل محاسبه است. بر این اساس، داریم:

$$K = [CO_۲] = ۰/۰۲\ mol.L^{-۱} \Longrightarrow n_{CO_۲} = [CO_۲] \times V = ۰/۰۲ \times ۱۵ = ۰/۳\ mol$$

پس مقدار گاز کربن دی‌اکسید اولیه برابر با ۰/۳ مول است. با افزایش دما در این واکنش، ثابت تعادل افزایش یافته و تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود. طبق فرض سوال، مقدار ثابت تعادل به اندازه ۵۰٪ افزایش پیدا کرده است، پس می‌توان گفت مقدار این مولفه از ۰/۰۲ مول بر لیتر به ۰/۰۳ مول بر لیتر رسیده است. بنابراین مقدار گاز کربن دی‌اکسید را در شرایطی که ثابت تعادل برابر با ۰/۰۳ مول بر لیتر و حجم ظرف برابر با ۶۰ لیتر است، محاسبه می‌کنیم.

$$K = [CO_۲] = ۰/۰۳\ mol.L^{-۱} \Longrightarrow n_{CO_۲} = [CO_۲] \times V = ۰/۰۳ \times ۶۰ = ۱/۸\ mol$$

در نتیجه مقدار گاز کربن دی‌اکسید به اندازه ۱/۵ مول افزایش یافته و از ۰/۳ مول اولیه به ۱/۸ مول در تعادل نهایی رسیده است. در نهایت مقدار افزایش جرم این گاز را حساب می‌کنیم:

$$?\ g\ CO_۲ = ۱/۵\ mol\ CO_۲ \times \frac{۴۴\ g\ CO_۲}{۱\ mol\ CO_۲} = ۶۶\ g$$

با توجه به محاسبات بالا، نتیجه می‌گیریم مجموع جرم مواد جامد موجود در ظرف واکنش به اندازه ۶۶ گرم کاهش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۷۶- تعادل $PCl_۵(g) \rightleftharpoons Cl_۲(g) + PCl_۳(g)\ ;\ K = ۱۰^{-۲}$، با ورود مقداری گاز $PCl_۵$ به یک ظرف ۱۰ لیتری آغاز شده است. اگر در حالت تعادل $۱/۲۰۴ \times ۱۰^{۲۳}$ مولکول کلر در ظرف واکنش وجود داشته باشد، مقدار اولیه گاز $PCl_۵$ وارد شده به ظرف واکنش برابر با چند گرم بوده است؟

$(Cl = ۳۵/۵$ و $P = ۳۱ :\ g.mol^{-۱})$

۱) ۶۸/۷۵ ۲) ۸۲/۵ ۳) ۱۰۴/۲۵ ۴) ۱۲۵/۱

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مساله ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

ابتدا شمار مول‌های گاز کلر در ظرف واکنش را در لحظه تعادل محاسبه می‌کنیم. از آنجا که هر مول گاز کلر شامل $۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}$ مولکول از این گاز می‌شود، مقدار گاز کلر را در نمونه‌ای که دارای $۱/۲۰۴ \times ۱۰^{۲۳}$ مولکول کلر است، محاسبه می‌کنیم:

$$?\ mol\ Cl_۲ = ۱/۲۰۴ \times ۱۰^{۲۳}\ molecule\ Cl_۲ \times \frac{۱\ mol\ Cl_۲}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ molecule\ Cl_۲} = ۰/۲\ mol$$

بنابراین مقدار گاز کلر در لحظه تعادل برابر با ۰/۲ مول است. معادله موازنه‌شده واکنش و روند تغییرات شمار مول‌های مواد به صورت زیر است:

	$PCl_۵(g)$	$\longrightarrow Cl_۲(g)$	$+ PCl_۳(g)$
در ابتدای واکنش :	x	۰	۰
در لحظه تعادل :	$x - ۰/۲$	۰/۲	۰/۲

از آنجا که حجم سامانه در حالت تعادل برابر با ۱۰ لیتر است، ثابت تعادل واکنش را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$K = \frac{[Cl_۲][PCl_۳]}{[PCl_۵]} = \frac{(۰/۲)^۲}{x - ۰/۲} \times (\frac{۱}{۱۰})^{۲-۱} = ۱۰^{-۲} \Longrightarrow \frac{۰/۰۴}{x - ۰/۲} = ۰/۱ \Longrightarrow x - ۰/۲ = ۰/۴ \Longrightarrow x = ۰/۶\ mol$$

در نتیجه، شمار مول‌های اولیه گاز $PCl_۵$ وارد شده به ظرف واکنش برابر با ۰/۶ مول بوده است. در مرحله آخر، جرم اولیه این گاز را حساب می‌کنیم:

$$?\ g\ PCl_۵ = ۰/۶\ mol\ PCl_۵ \times \frac{۲۰۸/۵\ g\ PCl_۵}{۱\ mol\ PCl_۵} = ۱۲۵/۱\ g$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

با توجه به محاسبات بالا، نتیجه می‌گیریم که مقدار اولیه گاز PCl_5 وارد شده به ظرف واکنش برابر با ۱۲۵/۱ گرم بوده است.

گروه آموزشی ماز

۷۷- کدام موارد از مطالب زیر دربارهٔ تعادل $2SO_3(g) \leftrightharpoons 2SO_2(g) + O_2(g)$ که در ظرفی به حجم ۱ لیتر برقرار است، درست‌اند؟

آ: بر اثر نصف شدن حجم ظرف واکنش، غلظت مواد گازی شرکت کننده در تعادل، در طول زمان تغییر نخواهد کرد.

ب: اگر این واکنش گرماگیر باشد، با افزایش دما در حجم ثابت، غلظت گاز گوگرد دی‌اکسید افزایش پیدا می‌کند.

پ: اگر مقداری از گاز اکسیژن تولید شده را از ظرف واکنش خارج کنیم، تعادل به سمت راست جابه‌جا می‌شود.

ت: اگر در دمای ثابت، فشار وارد شده به گازها افزایش یابد، سرعت واکنش رفت کاهش پیدا خواهد کرد.

۱) آ و ب ۲) آ و ت ۳) ب و پ ۴) پ و ت

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (ب) و (پ) درست‌اند.

بررسی موارد:

آ: معادله واکنش انجام شده به صورت $2SO_3(g) \leftrightharpoons 2SO_2(g) + O_2(g)$ است. از آنجا که تعداد مول گازها در سمت فراورده‌ها بیشتر است، با کاهش حجم ظرف واکنش، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و در نتیجه غلظت مواد گازی شرکت‌کننده در تعادل تغییر می‌کند. توجه داریم که در لحظه اعمال تغییر(کاهش حجم)، غلظت همه گازها افزایش می‌یابد ولی در ادامه این فرایند و با جابجایی تعادل، غلظت‌ها تغییر خواهد کرد.

ب: با توجه به گرماگیر بودن این واکنش، با افزایش دمای ظرف در حجم ثابت، تعادل به سمت راست(در جهت مصرف گرما) جابه‌جا شده و غلظت فراورده‌ها از جمله گاز گوگرد دی‌اکسید افزایش می‌یابد.

براساس قانون لوشاتلیه، اگر تغییری موجب بر هم زدن حالت تعادل در یک سامانه تعادلی شود، تعادل در جهتی جابه‌جا می‌شود که تا حد امکان اثر آن تغییر را جبران کند. تغییر دمای سامانه تعادلی، یکی از روش‌های مورد استفاده برای جابه‌جا کردن تعادل‌های شیمیایی است. تغییر دما افزون بر جابه‌جا کردن تعادل، مقدار ثابت تعادل واکنش را نیز تغییر می‌دهد. اثر تغییر دما بر تعادل‌های گوناگون یکسان نیست و به گرماده یا گرماگیر بودن آن واکنش‌ها بستگی دارد. با افزایش دمای یک سامانه در حال تعادل، واکنش در جهت مصرف گرما پیش می‌رود تا دمای سامانه را مجدداً کاهش دهد. اگر این واکنش گرماگیر باشد، تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و مقدار فراورده‌ها افزایش پیدا می‌کند. در نقطه مقابل، اگر این واکنش گرماده باشد، با افزایش دما در جهت برگشت پیش رفته و مقدار واکنش‌دهنده‌ها افزایش می‌یابد. با کاهش دمای یک سامانه در حال تعادل، واکنش در جهت تولید گرما پیش می‌رود تا دمای سامانه را دوباره افزایش دهد. اگر این واکنش گرماگیر باشد، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و مقدار واکنش‌دهنده‌ها افزایش پیدا می‌کند. در نقطه مقابل، اگر این واکنش گرماده باشد، با کاهش دما در جهت رفت پیش می‌رود و مقدار فراورده‌ها افزایش می‌یابد.

پ: بر اثر خارج کردن مقداری گاز اکسیژن از ظرف واکنش، تعادل به سمت راست و تولید گاز O_2 بیشتر جابه‌جا می‌شود تا بنا بر اصل لوشاتلیه، تغییر اعمال شده بر تعادل را تا حد امکان جبران کند.

ت: در دمای ثابت، حجم یک سامانه گازی با فشار آن سامانه رابطه عکس دارد. اگر در دمای ثابت، در این واکنش فشار وارد شده به گازها افزایش یابد(حجم مخلوط گازی شرکت‌کننده در واکنش کاهش پیدا کند)، تعادل به سمت مول‌های گازی کمتر یعنی در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود و از آنجا که برخورد ذرات موجود در ظرف واکنش با هم بیشتر می‌شود، سرعت واکنش رفت و برگشت هر دو افزایش می‌یابد. توجه داریم که میزان افزایش سرعت برای واکنش برگشت، بیشتر از واکنش رفت خواهد بود.

از تغییر حجم سامانه واکنش می‌توان برای تغییر غلظت مواد گازی شرکت‌کننده در واکنش کمک گرفت. یکی از راه‌های تغییر حجم سامانه‌های گازی، تغییر فشار است. در واقع، با افزایش فشار اعمال‌شده بر یک تعادل گازی، حجم اشغال‌شده توسط گازها کاهش پیدا می‌کند و با کاهش فشار اعمال‌شده بر یک تعادل گازی نیز حجم اشغال‌شده توسط گازها افزایش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۷۸- به منظور افزایش درصد پیشرفت واکنش $\Delta H > 0$ ، $NH_4HS(s) \leftrightharpoons NH_3(g) + H_2S(g)$، از کدام تغییر زیر می‌توان استفاده کرد؟

۱) کاهش دمای محیط انجام واکنش
۲) افزودن مقداری گاز آمونیاک به ظرف واکنش
۳) افزایش حجم ظرف محتوی مواد شرکت‌کننده
۴) افزودن کاتالیزگر X به سامانه این واکنش

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

معادله واکنش گرماگیر انجام شده به صورت زیر است:

$$Q + NH_4HS(s) \leftrightharpoons NH_3(g) + H_2S(g)$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

اگر حجم ظرف واکنش در سامانه مورد نظر افزایش پیدا کند، تعادل گازی داده شده به سمت تعداد مول‌های گازی بیشتر(در جهت رفت) جابه‌جا شده و درصد پیشرفت آن افزایش پیدا خواهد کرد. توجه داریم که کاهش دمای محیط و یا افزودن گاز آمونیاک به سامانه واکنش، تعادل را در جهت برگشت جابه‌جا کرده و منجر به کاهش درصد پیشرفت واکنش می‌شوند. افزودن کاتالیزگر به سامانه واکنش نیز منجر به جابه‌جایی تعادل نشده و صرفا مدت زمان لازم برای برقراری تعادل را کاهش می‌دهد.

گروه آموزشی ماز

۷۹- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست است؟

آ: در دمای اتاق، با ایجاد جرقه در مخلوطی از گازهای نیتروژن و هیدروژن، این گازها با یکدیگر واکنش می‌دهند.

ب: در فناوری مربوط به فرایند هابر، دمای سردکننده کمتر از نقطه جوش آمونیاک و بیشتر از نقطه جوش $H_۲$ است.

پ: در سامانه واکنش مربوط به فرایند هابر، در حالت تعادل، غلظت آمونیاک حتما ۲ برابر غلظت گاز نیتروژن خواهد بود.

ت: شرایط بهینه فرایند هابر شامل کاتالیزگر فلزی حاوی ۶ الکترون با $n + l = ۴$، دمای ۴۵۰°C و فشار $۲۰۰atm$ است.

۱) آ و ب ۲) آ و پ ۳) ب و ت ۴) فقط ب

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

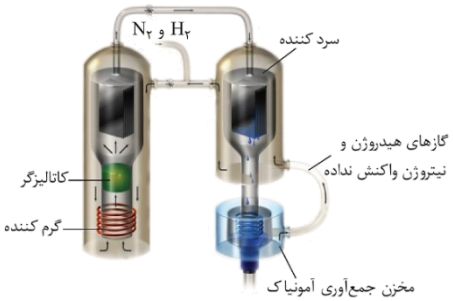
پاسخ تشریحی:

فقط عبارت (ب) درست است.

بررسی موارد:

آ: در دمای اتاق، با ایجاد جرقه در مخلوطی از گازهای نیتروژن و هیدروژن، انرژی فعال‌سازی(E_a) واکنش تامین نشده و این گازها با یکدیگر واکنش نمی‌دهند. به عبارت دیگر، می‌توان گفت نیتروژن واکنش‌پذیری ناچیزی دارد و در دمای اتاق با گاز هیدروژن حتی در حضور کاتالیزگر یا جرقه واکنش نمی‌دهد؛ بنابراین از واکنش گازهای هیدروژن و نیتروژن در دما و شرایط اتاق نمی‌توانیم برای تولید آمونیاک استفاده کنیم. از طرف دیگر، واکنش میان این گازها برگشت‌پذیر است و به صورت تعادلی انجام می‌شود، پس کل گازهای هیدروژن و نیتروژن واردشده به محفظه واکنش، به فراورده تبدیل نمی‌شوند.

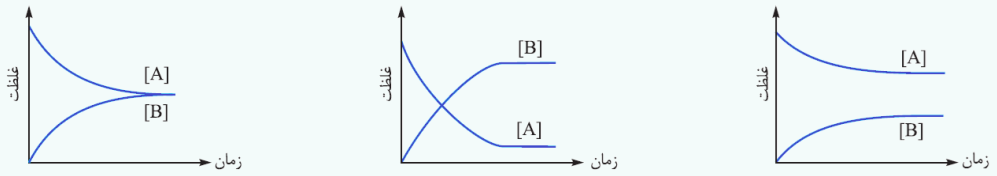
ب: در فرایند تعادلی هابر، گاز آمونیاک با استفاده از گازهای $H_۲$ و $N_۲$ در شرایط ویژه تولید می‌شود. همانطور که می‌دانیم، نقطهٔ جوش گازهای $H_۲$ و $N_۲$ از نقطهٔ جوش آمونیاک بسیار پایین‌تر است؛ بنابراین با تنظیم دمای سردکننده در دمایی کمی پایین‌تر از دمای جوش آمونیاک، می‌توان این گاز را مایع کرده و از مخلوط گازی جدا نمود. تصویر زیر، نمایی از دستگاه استفاده شده برای تولید آمونیاک بر اساس فرایند هابر را نشان می‌دهد:



در این دستگاه، گازهای هیدروژن و نیتروژن از ورودی بالای ظرف به درون دستگاه تزریق شده و پس از افزایش دما، در مجاورت کاتالیزگر با یکدیگر واکنش می‌دهند و مخلوطی از گازهای آمونیاک، هیدروژن و نیتروژن را ایجاد می‌کنند. مخلوط گازی حاصل به سمت سردکننده حرکت می‌کند و پس از کاهش دمای آن تا پایین‌تر از نقطه جوش آمونیاک، مولکول‌های $NH_۳$ به حالت مایع درآمده و از مخلوط خارج می‌شوند. در این شرایط، گازهای هیدروژن و نیتروژن واکنش‌نداده، مجدداً به سمت گرم‌کننده حرکت می‌کنند تا از آن‌ها برای تولید آمونیاک بیشتر استفاده شود.

پ: معادله واکنش انجام شده به صورت $۳H_۲(g) + N_۲(g) \rightleftharpoons ۲NH_۳(g)$ است. هرچند که ضریب گاز آمونیاک در این واکنش ۲ برابر ضریب گاز نیتروژن است، اما چون یک ماده در سمت فراورده‌ها و یک ماده در سمت واکنش‌دهنده‌ها قرار گرفته است، نمی‌توان گفت در حالت تعادل، غلظت آمونیاک حتما ۲ برابر غلظت گاز نیتروژن خواهد بود.

در لحظه برقراری تعادل، غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها ثابت می‌ماند اما هیچ لزومی به یکسان‌بودن غلظت آن‌ها در لحظه برقراری تعادل وجود ندارد. به عنوان مثال، در واکنش تعادلی $A \rightleftharpoons B$ ، ممکن است در لحظه تعادل، غلظت ماده A، ۱۰ برابر غلظت B باشد. هر یک از نمودارهای غلظت-زمان زیر را می‌توان به روند تغییر غلظت مواد شرکت‌کننده در این سامانه شیمیایی تا لحظه برقراری تعادل نسبت داد:



www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ت: شرایط بهینه مورد نیاز برای فرایند هابر(فرایند تعادلی تولید آمونیاک از گازهای نیتروژن و هیدروژن) شامل کاتالیزگر آهن، دمای ۴۵۰ درجه سلسیوس و فشار ۲۰۰ اتمسفر است. در این شرایط، درصد پیشرفت واکنش برابر با ۴۳/۷۵٪ بوده و درصد مولی آمونیاک در مخلوط گازی ایجاد شده برابر با ۲۸٪ می‌شود.

آرایش الکترونی فلز آهن به صورت زیر است:

$$[_{۲۶}Fe] = ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۶ ۳s^۲ ۳p^۶ ۳d^۶ ۴s^۲$$

با توجه به معادله $n + l = ۴$، مقادیر l را از صفر تا ۲ تغییر می‌دهیم تا مقدار n بدست بیاید، سپس زیرلایه متناظر با اعداد کوانتومی n و l را می‌نویسیم:

$l = ۰ \rightarrow n = ۴ \xrightarrow{\text{زیرلایه متناظر}} ۴s$ | $l = ۱ \rightarrow n = ۴ - ۱ = ۳ \xrightarrow{\text{زیرلایه متناظر}} ۳p$ | $l = ۲ \rightarrow n = ۴ - ۲ = ۲ \xrightarrow{\text{زیرلایه متناظر}}$ وجود ندارد $۲d$

توجه داریم که در آرایش الکترونی $_{۲۶}Fe$، در زیرلایه‌های $۴s$ و $۳p$ به ترتیب ۲ و ۶ الکترون و در مجموع این دو زیرلایه، ۸ الکترون وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۸۰- مقدار ۵۶ گرم گاز CO و ۳۶ گرم بخار آب در یک ظرف دو لیتری مخلوط شده‌اند تا واکنش تعادلی زیر انجام شود. درصد پیشرفت واکنش مورد نظر و مجموع شمار مولکول‌های فراورده‌های واکنش پس از برقراری تعادل در ظرف واکنش به تقریب کدام است؟ ($H = ۱ : g.mol^{-۱}$ و $C = ۱۲$ و $O = ۱۶$)

$$CO(g) + H_۲O(g) \rightleftharpoons CO_۲(g) + H_۲(g) \quad ; \quad K = ۴$$

۱) ۷۵ ـ $۱/۲ \times ۱۰^{۲۴}$
۲) ۶۶/۷ ـ $۱/۲ \times ۱۰^{۲۴}$
۳) ۷۵ ـ $۱/۶ \times ۱۰^{۲۴}$
۴) ۶۶/۷ ـ $۱/۶ \times ۱۰^{۲۴}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مساله ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

تعداد مول واکنش‌دهنده‌های وارد شده به ظرف را در ابتدای واکنش حساب می‌کنیم:

$$\text{تعداد مول } CO = \frac{۵۶}{۲۸} = ۲\ mol \quad \text{و} \quad \text{تعداد مول } H_۲O = \frac{۳۶}{۱۸} = ۲\ mol$$

برای برقرار شدن تعادل، مقدار از واکنش‌دهنده‌ها مصرف شده و مقداری فراورده تولید می‌شود، پس در حالت تعادل داریم:

	$CO(g)$	+	$H_۲O(g)$	$\rightleftharpoons$	$CO_۲(g)$	+	$H_۲(g)$
در حال تعادل :	$۲ - x$		$۲ - x$		x		x

برای هر واکنش تعادلی، کمیتی به نام ثابت تعادل تعریف می‌شود که مقدار آن در دمای یکسان همواره ثابت خواهد بود. از آنجا که مجموع مول‌های گازی در دو طرف تعادل یکسان است($\Delta n = ۰$)، میزان ثابت تعادل مستقل از حجم ظرف بوده و می‌توانیم بجای غلظت تعادلی هر ماده، شمار مول‌های تعادلی آن را در رابطه ثابت تعادل جایگذاری کنیم، پس داریم:

$$K = \frac{[CO_۲][H_۲]}{[CO][H_۲O]} = \frac{x \times x}{(۲ - x) \times (۲ - x)} = \frac{x^۲}{(۲ - x)^۲} = ۴ \quad \rightarrow \quad \frac{x}{۲ - x} = ۲ \rightarrow x = ۴ - ۲x \rightarrow ۳x = ۴ \rightarrow x = \frac{۴}{۳}$$

ثابت تعادل هر واکنش، معیاری برای سنجش میزان پیشرفت آن واکنش است. در واقع، درصد پیشرفت هر واکنش به ما نشان می‌دهد که از ابتدای واکنش تا لحظه برقراری تعادل، چند درصد از واکنش‌دهنده‌های واردشده به ظرف، به فراورده تبدیل می‌شوند. برای محاسبه درصد پیشرفت(بازده درصدی) واکنش‌های شیمیایی، از رابطه زیر کمک می‌گیریم:

$$\text{درصد پیشرفت واکنش} = \frac{\text{تعداد مول واکنش‌دهنده مصرف شده}}{\text{تعداد مول اولیهٔ واکنش‌دهنده}} \times ۱۰۰$$

درصد پیشرفت واکنش برابر است با:

$$\text{درصد پیشرفت واکنش} = \frac{\text{تعداد مول } CO \text{ مصرف شده}}{\text{تعداد مول اولیهٔ } CO} \times ۱۰۰ = \frac{\frac{۴}{۳}}{۲} \times ۱۰۰ \simeq ۶۶/۷ \text{ درصد}$$

و مجموع شمار مولکول‌های فراورده‌ها در تعادل برابر خواهد بود با:

$$\text{مجموع شمار مولکول‌های فراورده‌ها} = \left(۲ \times \frac{۴}{۳}\right) mol \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}}{۱\ mol} \simeq ۱/۶ \times ۱۰^{۲۴} \text{ مولکول}$$

گروه آموزشی ماز

۸۱- کدام‌یک از مطالب زیر در رابطه با واکنش میان گاز اتن با آب در حضور سولفوریک اسید درست است؟

۱) برای تولید نوعی الکل، این واکنش نسبت به واکنش تخمیر گلوکز، از دیدگاه اتمی به‌صرفه‌تر است.
۲) فراورده این واکنش، نوعی فراورده پتروشیمیایی بوده و در مقایسه با نفت خام قیمت پایین‌تری دارد.
۳) از فراورده تولید شده در این واکنش شیمیایی می‌توان در واکنش تولید برخی از پلی‌استرها استفاده کرد.
۴) از واکنش فراورده این فرایند با پروپانوئیک اسید، ترکیبی بدست می‌آید که شمار اتم‌های H آن با نفتالن برابر است.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

شیمی سبز به دنبال طراحی واکنش‌هایی با کم‌ترین آسیب به محیط زیست و بیشترین بازده است. برطبق اصول شیمی سبز، یک واکنش شیمیایی هنگامی از دیدگاه اتمی به صرفه‌تر است که شمار بیشتری از اتم‌های موجود در مواد واکنش‌دهنده به فراورده‌های سودمند تبدیل شوند. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:

$$C_2H_4(g) + H_2O(l) \rightarrow C_2H_5OH(l)$$

همه اتم‌های وارد شده در این واکنش شیمیایی، در ساختار فراورده هدف(اتانول) قرار گرفته و هیچ‌کدام از اتم‌ها وارد هیچ فراورده فرعی نشده‌اند. این در حالی است که معادله واکنش تخمیر گلوکز به صورت زیر است:

$$C_6H_{12}O_6(aq) \rightarrow 2C_2H_5OH(l) + 2CO_2(g)$$

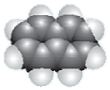
در واکنش تخمیر، برخی از اتم‌ها وارد ساختار گاز کربن دی‌اکسید شده و این ماده به عنوان یه فراورده فرعی از محیط واکنش خارج می‌شود.

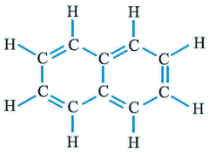
بررسی سایر گزینه‌ها:

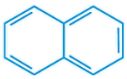
۲) آمونیاک، سولفوریک اسید، متانول، بنزین، پلی‌اتن، اتانول و اتیلن‌گلیکول، از جمله فراورده‌های پتروشیمیایی هستند که با استفاده از نفت خام بدست می‌آیند. این مواد، با استفاده از فناوری‌های شیمیایی تولید می‌شوند. با تبدیل نفت خام به فراورده‌های پتروشیمیایی ارزشمندتر مانند آمونیاک، بنزین، اتیلن گلیکول، متانول و سولفوریک اسید، می‌توان از خام‌فروشی این ماده جلوگیری کرده و آن را با قیمت‌های بالاتری به فروش رساند.

۳) در واکنش گاز اتن با آب، اتانول تولید می‌شود. اتانول یک الکل تک‌عاملی بوده و از آن نمی‌توان در واکنش تولید پلی‌استرها استفاده کرد. مونومر مصرف شده در واکنش تولید پلی‌استرها، الکل‌های دوعاملی مثل اتیلن گلیکول هستند.

۴) از واکنش میان اتانول(CH_3CH_2OH) با پروپانوئیک اسید(C_2H_5COOH) در مجاورت سولفوریک اسید، نوعی ترکیب استری به نام اتیل پروپانوات(ترکیبی با فرمول مولکولی $C_2H_5COOCH_2CH_3$) بدست می‌آید که برخلاف نفتالن($C_{10}H_8$)، تعداد ۱۰ اتم H در ساختار خود دارد. ساختار مولکولی نفتالن به صورت زیر است:

مدل فضاپرکن: 

ساختار لوویس: 

مدل نقطه ـ خط: 

بنزن، سرگروه خانواده مهمی از مواد به نام ترکیب‌های آروماتیک(آروماتیک یعنی خوش بو و معطر) است. در ساختار مولکول‌های سازنده این گروه از مواد، یک یا چند حلقه شش‌ضلعی کربنی دیده می‌شود که پیوندهای کربن-کربن موجود در آن، به صورت یکی در میان، دوگانه هستند. نفتالن با فرمول شیمیایی $C_{10}H_8$ نیز یک ترکیب آروماتیک به شمار می‌رود. در ساختار هر مولکول نفتالن، ۵ پیوند $C=C$ و ۸ پیوند $C-H$ وجود دارد. این ماده، یک ترکیب جامد و سفیدرنگ است که مدت‌ها به عنوان ضدبید برای نگهداری فرش و لباس کاربرد داشته است.

گروه آموزشی ماز

۸۲- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست است؟ ($H=1$ و $C=12$ و $O=16$: $g.mol^{-1}$)

آ: درصد جرمی کربن در فراورده واکنش ۲-بوتن با آب، از درصد جرمی کربن در اتیلن گلیکول کمتر است.

ب: چگالی کم، نفوذناپذیری در مقابل هوا، ارزانی و مقاومت در برابر خوردگی، از جمله خواص پلاستیک‌ها هستند.

پ: نیم مول از دی‌الکل مصرف شده برای سنتز PET، در واکنش با ۲۸ لیتر گاز O_2 در شرایط استاندارد می‌سوزد.

ت: به کمک فناوری‌های شیمیایی، ترکیب‌های آمینی از جمله متیل‌آمین را می‌توان مستقیما به کمک آلکن‌ها تولید کرد.

ث: با اکسایش پارازایلن توسط محلول پتاسیم پرمنگنات، نوعی اسید دو پروتون‌دار به نام ترفتالیک اسید ایجاد می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (ب)، (پ) و (ث) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: فراورده واکنش ۲-بوتن با آب در مجاورت کاتالیزگر مناسب، ۲-بوتانول با فرمول مولکولی $C_4H_{10}O$ است که مشخصاً درصد جرمی کربن در آن از اتیلن‌گلیکول با فرمول مولکولی $C_2H_6O_2$ بیشتر است؛ زیرا نسبت شمار اتم‌های C به شمار اتم‌های O و یا شمار اتم‌های H در آن بیشتر است.

ب: چگالی کم، نفوذناپذیری در مقابل هوا، ارزانی و مقاومت در برابر خوردگی، از جمله خواص مهم پلاستیک‌ها هستند.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

استفاده بی‌رویه و بیش از حد از پلاستیک‌ها در صنایع گوناگون و زیست‌تخریب‌ناپذیر بودن آن‌ها سبب‌شده که این مواد در جای‌جای کره زمین یافت شوند؛ پس باید راهی برای بازیافت این مواد پیدا کرد. یکی از مواد پلاستیکی قابل بازیافت، پلی‌اتیلن ترفتالات است. برای این منظور، مواد و وسایل ساخته‌شده از این پلیمر را باید به طور جداگانه جمع‌آوری کرده و پس از آن، با انجام فرایندهای فیزیکی و شیمیایی به مواد قابل استفاده تبدیل کرد. برای بازیافت پلی‌اتیلن ترفتالات از روش‌های زیر استفاده می‌شود:

۱- مواد ساخته‌شده از پلی‌اتیلن ترفتالات را می‌توان پس از شست‌وشو و تمیزکردن، ذوب کرده و دوباره از آن‌ها برای تولید وسایل و ابزار استفاده کرد.

۲- این مواد را می‌توان پس از شست‌وشو خرد کرده و به تکه‌های کوچک به نام پرک تبدیل و در تولید مواد پلاستیکی دیگر استفاده کرد.

۳- این مواد و پسماندها را می‌توان به کمک واکنش‌های شیمیایی به مونومرهای سازنده یا مواد اولیه ارزشمند تبدیل کرد.

توجه داریم که سطح فناوری هر کشور یا گروه صنعتی است که مشخص می‌کند کدام راه را باید برای بازیافت پسماندها انتخاب کرد.

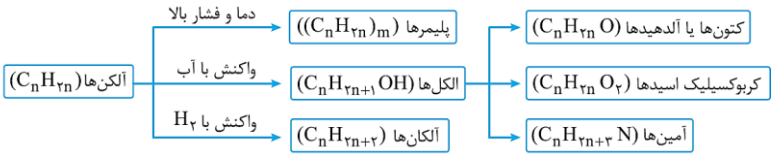
پ: دی الکل استفاده شده در سنتز پلی‌اتیلن ترفتالات، اتیلن گلیکول است که واکنش سوختن کامل آن به صورت زیر است:

$$۲C_۲H_۶O_۲ + ۵O_۲ \rightarrow ۴CO_۲ + ۶H_۲O$$

بنابراین حجم گاز اکسیژن موردنیاز برابر خواهد بود با:

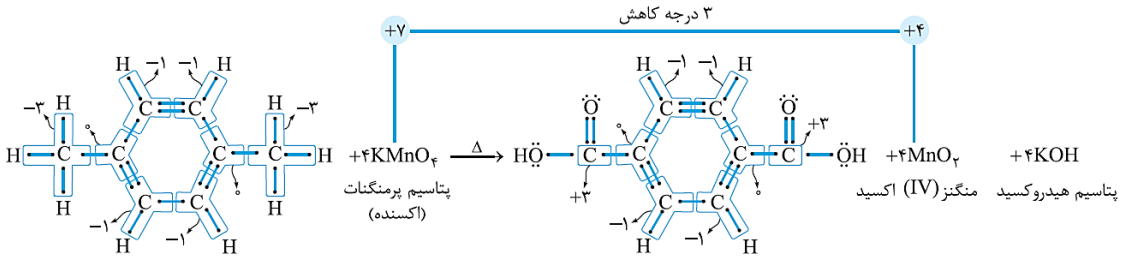
$$?\,L\,O_۲ = ۰/۵\,mol\,C_۲H_۶O_۲ \times \frac{۵\,mol\,O_۲}{۲\,mol\,C_۲H_۶O_۲} \times \frac{۲۲/۴\,L\,O_۲}{۱\,mol\,O_۲} = ۲۸\,L$$

ت: روند تولید آمین‌ها، کربوکسیلیک اسیدها، کتون‌ها و آلدهیدها را با استفاده از آلکن‌ها نشان می‌دهد:



با توجه به نمودار، آمین‌ها را با استفاده از الکل‌ها و الکل‌ها را نیز با استفاده از آلکن‌ها تولید می‌کنند؛ اما تبدیل مستقیم آلکن‌ها به آمین‌ها ممکن نیست.

ث: ترفتالیک اسید یک اسید دو پروتون‌دار است که بر اثر اکسایش پارازایلن(هیدروکربنی که از نفت گرفته می‌شود) توسط محلول بنفش‌رنگ پرمنگنات پتاسیم، بدست می‌آید. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، ترکیب تولید شده طی این فرایند ۲ گروه عاملی کربوکسیل در ساختار خود دارد و همانند سولفوریک اسید و کربنیک اسید، از جمله اسیدهای دوپروتون‌دار به شمار می‌رود.

گروه آموزشی ماز

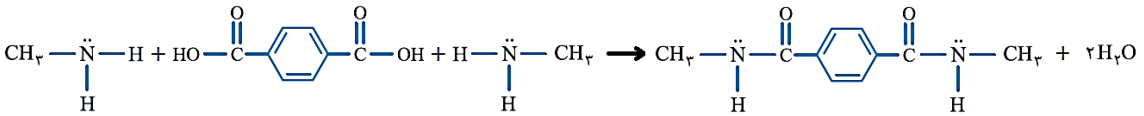
۸۳- در واکنش ۴۱/۵ گرم ترفتالیک اسید با خلوص ۵۰٪ با مقدار کافی متیل آمین، به شرطی که بازده درصدی واکنش انجام شده برابر با ۸۰٪ باشد، چند گرم ترکیب آلی تولید می‌شود؟ ($g.mol^{-1}$: $H = ۱$ و $C = ۱۲$ و $N = ۱۴$ و $O = ۱۶$)

۱) ۱۴/۴ ۲) ۳۸/۴ ۳) ۱۲/۸ ۴) ۱۹/۲

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مساله ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش شیمیایی، جرم فراورده تولید شده که یک دی‌آمید با فرمول شیمیایی $C_{۱۰}H_{۱۲}N_۲O_۲$ و جرم مولی ۱۹۲ گرم بر مول است را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,C_{۱۰}H_{۱۲}N_۲O_۲ = ۴۱/۵\,g\,C_۸H_۶O_۴\ \text{ناخالص} \times \frac{۵۰\,g\,C_۸H_۶O_۴}{۱۰۰\,g\,C_۸H_۶O_۴\ \text{ناخالص}} \times \frac{۱\,mol\,C_۸H_۶O_۴}{۱۶۶\,g\,C_۸H_۶O_۴} \times \frac{۱\,mol\,C_{۱۰}H_{۱۲}N_۲O_۲}{۱\,mol\,C_۸H_۶O_۴} \times$$

$$\frac{۱۹۲\,g\,C_{۱۰}H_{۱۲}N_۲O_۲}{۱\,mol\,C_{۱۰}H_{۱۲}N_۲O_۲} \times \frac{۸۰\ \text{مقدار نظری}}{۱۰۰\ \text{مقدار عملی}} = ۱۹/۲\,g$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

برای محاسبه جرم فراورده تولید شده با استفاده از روش تناسب، داریم:

$$\frac{C_8H_6O_4 \text{ جرم} \times \frac{\text{درصد خلوص}}{100} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{C_{10}H_{12}N_2O_2 \text{ جرم}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} \Longrightarrow \frac{41/5\ g\ C_8H_6O_4 \times \frac{50}{100} \times \frac{80}{100}}{166 \times 1} = \frac{x\ g\ C_{10}H_{12}N_2O_2}{192 \times 1} \Longrightarrow$$

$$x = 19/2\ g\ C_{10}H_{12}N_2O_2$$

گروه آموزشی ماز

۸۴- در روش تولید غیرمستقیم متانول از گاز متان، مقداری بخار متانول با حجم مولی $23L.mol^{-1}$ تولید شده‌است. اگر هیدروژن اضافی تولید شده در این واکنش، ۹۶ گرم نفتالن را بطور کامل سیر کند، حجم متانول تولید شده بر حسب میلی‌لیتر کدام است؟ ($C = 12$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

۱) ۲۸۷۵۰ ۲) ۵۷۵۰۰ ۳) ۴۳۱۲۵ ۴) ۸۶۲۵۰

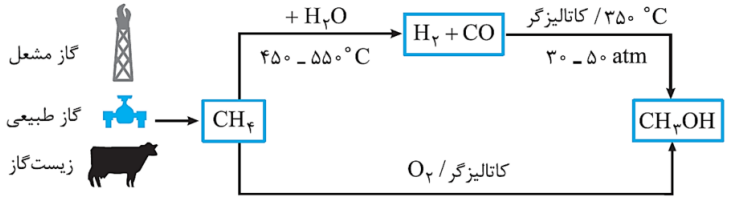
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مساله ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

واکنش‌های انجام شده در روش تولید غیرمستقیم متانول از گاز متان به صورت زیر است:

$$CH_4(g) + H_2O(g) \longrightarrow CO(g) + 3H_2(g)$$
$$CO(g) + 2H_2(g) \longrightarrow CH_3OH(g)$$

از ۳ مول هیدروژن تولید شده در واکنش اول، دو مول هیدروژن وارد واکنش دوم می‌شود. بنابراین به ازای تولید هر مول متانول، یک مول هیدروژن اضافی تولید می‌شود. توجه داریم که در تولید غیرمستقیم متانول، ردپای کربن دی‌اکسید افزایش می‌یابد؛ زیرا برای تأمین دمای بالا، اغلب از سوزاندن سوخت‌های فسیلی استفاده می‌شود که گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌کنند. به همین دلیل، پژوهش‌های زیادی در حال انجام است تا بتوان گاز متان را به طور مستقیم به متانول تبدیل کرد. به عنوان مثال، می‌توان گاز متان را در حضور کاتالیزگر و اکسنده‌ای مانند O_2 به طور مستقیم به متانول تبدیل کرد. تصویر زیر، نمایی از فرایند تولید متانول را نشان می‌دهد:



ابتدا تعداد مول هیدروژن اضافی تولید شده را بدست می‌آوریم. واکنش سیرشدن کامل نفتالن به صورت زیر است:

$$C_{10}H_8(s) + 5H_2(g) \rightarrow C_{10}H_{18}(s)$$

در ساختار نفتالن پنج پیوند دوگانه وجود دارد که با پنج مول گاز H_2 به طور کامل سیر می‌شود؛ بنابراین داریم:

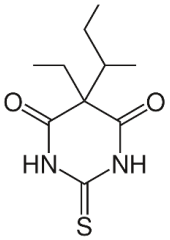
$$?\ mol\ H_2 = 96\ g\ C_{10}H_8 \times \frac{1\ mol\ C_{10}H_8}{128\ g\ C_{10}H_8} \times \frac{5\ mol\ H_2}{1\ mol\ C_{10}H_8} = 3/75\ mol\ H_2$$

در نهایت حجم متانول تولید شده را حساب می‌کنیم:

$$?\ mL\ CH_3OH = 3/75\ mol\ H_2 \text{ اضافی} \times \frac{1\ mol\ CH_3OH}{1\ mol\ H_2 \text{ اضافی}} \times \frac{23\ L\ CH_3OH}{1\ mol\ CH_3OH} \times \frac{1000\ mL\ CH_3OH}{1\ L\ CH_3OH} = 86250\ mL$$

گروه آموزشی ماز

۸۵- در رابطه با تصویر مقابل که ساختار نوعی داروی شیمیایی ضدتشنج را نشان می‌دهد، چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست است؟



آ: عدد اکسایش اتم‌های نیتروژن در این ترکیب با عدد اکسایش نیتروژن در متیل آمین برابر است.

ب: گروه عاملی موجود در ساختار مولکول پلی‌اتیلن ترفتالات، در ساختار این ماده یافت می‌شود.

پ: نیمی از اتم‌های کربن موجود در ساختار این ماده آلی، به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده‌اند.

ت: پیوند $C = S$ موجود در آن نسبت به سایر پیوندهای اشتراکی، آنتالپی پیوند بیشتری دارد.

ث: در ساختار این ماده، همانند ساختار ویتامین کا، حلقه‌های شش‌ضلعی کربنی وجود دارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

ساختار نشان داده شده، مربوط به یک ماده دارویی به اسم تیوبوتاباربیتال است فرمول شیمیایی این ماده دارویی به صورت $C_{10}H_{16}N_2SO_2$ است. در ساختار مولکولی این ترکیب ۳ پیوند دوگانه، یک حلقه شش‌ضلعی و دو اتم نیتروژن وجود دارد. در رابطه با ترکیب داده شده، فقط عبارت (آ) درست است.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

بررسی موارد:

آ: نیتروژن در مقایسه با اتم‌های کربن و هیدروژن خاصیت نافلزی بیشتری دارد. در ساختار این ماده، هر اتم نیتروژن به ۲ اتم کربن و یک اتم هیدروژن متصل شده‌است، پس عدد اکسایش هر اتم نیتروژن در این ماده برابر با ۳- می‌شود. در ساختار متیل آمین نیز عدد اکسایش هر اتم نیتروژن برابر با ۳- است.

ب: مولکول پلی‌اتیلن ترفتالات، نوعی پلی‌استر بوده و در ساختار آن گروه‌های عاملی استری وجود دارند. این در حالی است که در ساختار ترکیب مورد نظر، گروه عاملی آمیدی یافت شده و گروه عاملی استری وجود ندارد.

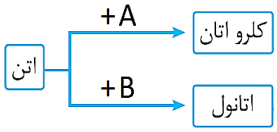
پ: در ساختار این ترکیب، مجموعا ۱۰ اتم کربن وجود دارد. از میان این ۱۰ اتم کربن، ۴ مورد از اتم‌های کربن که همگی در ساختار حلقه شش‌ضلعی قرار گرفته‌اند، به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده‌اند. این تعداد، معادل با ۴۰٪ از کل اتم‌های کربن است.

ت: چون اتم اکسیژن در مقایسه با اتم گوگرد شعاع اتمی کوچک‌تری دارد، پس قطعا آنتالپی پیوند $C = S$ کمتر از پیوند $C = O$ خواهد بود.

ث: در ساختار مولکولی ویتامین کا، حلقه شش‌ضلعی کربنی یافت می‌شود اما در ساختار مولکولی ترکیب داده شده، یک حلقه شش‌ضلعی وجود دارد که در ساختار آن اتم‌های کربن و نیتروژن وجود دارند.

گروه آموزشی ماز

۸۶- تصویر زیر، نمایی از فرایند تبدیل گاز اتن به دو فراورده پتروشیمیایی را نشان می‌دهد:



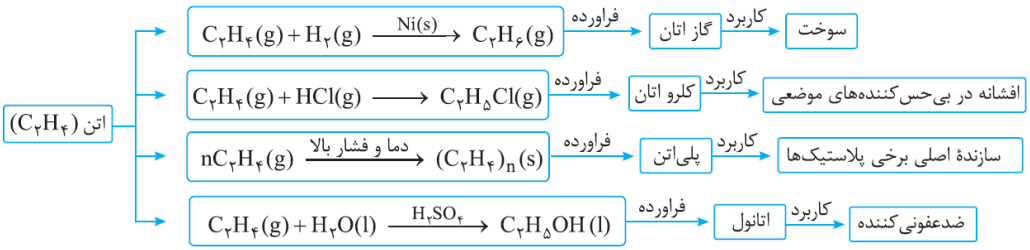
با توجه به اطلاعات داده شده، ترکیب A در ترکیب B، ..... بوده و در صورت قرار گرفتن مولکول‌های این ماده در یک میدان الکتریکی، ..... ماده B، ذرات سازنده این ماده جهت‌گیری پیدا ..... .

۱) محلول ـ برخلاف ـ نمی‌کند
۲) محلول ـ همانند ـ می‌کند
۳) نامحلول ـ برخلاف ـ نمی‌کند
۴) نامحلول ـ همانند ـ می‌کند

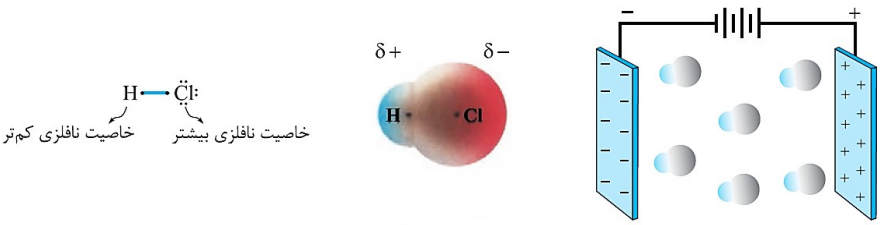
پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

گاز اتن(اولین عضو خانواده آلکن‌ها با فرمول مولکولی C_2H_4)، سنگ بنای صنایع پتروشیمی بوده و با استفاده از آن، انواع فراورده‌های پتروشیمیایی سودمند را می‌توان تهیه کرد. نمودار زیر، روند تبدیل این ماده به برخی از فراورده‌های سودمند را نشان می‌دهد:



با توجه به نمودار بالا، ترکیب‌های A و B به ترتیب معادل با گاز هیدروژن کلرید و آب هستند. چون گاز هیدروژن کلرید از مولکول‌های قطبی ساخته شده است، یک نمونه از این ماده در آب حل شده و محلول هیدروکلریک اسید را تولید می‌کند. تصویر زیر، نمایی از ساختار مولکول‌های دواتمی گاز هیدروژن کلرید را نشان می‌دهد:



همانطور که مشخص است، گاز هیدروژن کلرید، همانند آب، از مولکول‌های قطبی ساخته شده و در صورت قرار گرفتن در یک میدان الکتریکی، ذرات سازنده این ماده جهت‌گیری پیدا می‌کنند.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۷- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) هریک از اتم‌های کربن موجود در ترفتالیک اسید، توسط یک پیوند دوگانه و دو پیوند یگانه به سایر اتم‌ها متصل شده‌اند.
۲) برای افزایش ایمنی در میادین گازی، بخش زیادی از ماده‌ای که جزء اصلی گاز طبیعی به شمار می‌رود را می‌سوزانند.
۳) نفت خام، یک مایع غلیظ سیاه‌رنگ بوده و اتن، بنزن و پارازایلن، از جمله هیدروکربن‌های موجود در آن هستند.
۴) ساده‌ترین عضو خانواده الکل‌ها، یک ماده زردرنگ بوده و در واکنش با PET، آن را به مواد مفید تبدیل می‌کند.

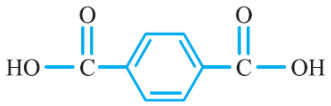
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

متانول(ساده ترین عضو خانواده الکل‌ها) در واکنش با پلی‌اتیلن ترفتالات یا PET، این ماده را به مواد مفیدی تبدیل می‌کند. توجه داریم که متانول، همانند اتانول، یک ماده بی‌رنگ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ساختار ترفتالیک اسید به صورت مقابل است:



فرمول شیمیایی این ترکیب به صورت $C_8H_6O_4$ است. هریک از اتم‌های کربن موجود در این ماده، توسط یک پیوند دوگانه و دو پیوند یگانه به ۳ اتم دیگر متصل شده‌اند.

۲) گاز متان، بخش اصلی سازنده گاز طبیعی است که در میدان‌های نفتی به فراوانی یافت می‌شود. در میدان‌های نفتی برای افزایش ایمنی، بخش قابل توجهی از گاز متان استخراج شده را می‌سوزانند. یکی از کاربردهای گاز متان، تبدیل این ماده به متانول است. گاز متان واکنش‌پذیری بسیار کمی دارد و تبدیل آن به متانول فرایند دشواری است که انجام آن به دانش و فناوری پیشرفته‌ای نیاز دارد. به دلیل ارزان‌بودن گاز متان و اهمیت بالای متانول در صنایع گوناگون، پژوهش‌های شیمیایی زیادی در حال انجام است تا بتوان روشی برای تبدیل گاز متان به متانول پیدا کرد.

۳) نفت خام، یکی از سوخت‌های فسیلی است که به شکل مایع غلیظ سیاه رنگ یا قهوه‌ای متمایل به سبز از دل زمین استخراج می‌شود. بر اساس پژوهش‌ها و یافته‌های تجربی، نفت خام مخلوطی از هزاران ترکیب شیمیایی است که بخش عمده آن‌ها را هیدروکربن‌های گوناگون تشکیل می‌دهند. هیدروکربن‌ها ترکیب‌هایی هستند که از اتصال اتم‌های هیدروژن و کربن به یکدیگر تشکیل شده‌اند. اتن، بنزن، سیکلوهگزان و پارازایلن، از جمله هیدروکربن‌های موجود در نفت خام هستند.

در زمان کشف نفت خام، شیمی‌دان‌ها نمی‌دانستند که در این مخلوط سیاه رنگ چه موادی وجود دارد، این مواد چه خواصی دارند و هنگام انجام آزمایش و بررسی آن، چه اتفاقاتی ممکن است رخ دهد. پس از آن، شیمی‌دان‌ها با بررسی بیشتر نفت خام، موفق به شناسایی برخی از مواد موجود در آن شده و با ساختار و رفتار این مواد آشنا شدند. ویژگی‌ها و رفتارهای این مواد چنان جذاب و غیرمنتظره بود که سبب افزایش پژوهش‌ها در مورد نفت خام شد. این پژوهش‌ها با یافتن کاربردهای جدید و مناسب برای مواد موجود در نفت خام، خبرهای خوشی از جمله حل مشکل حمل و نقل از شهری به شهر دیگر را نوید می‌داد. بخاطر همین ویژگی‌های جالب است که امروزه نفت خام را طلای سیاه می‌نامند. توجه داریم که روزانه بیش از ۸۰ میلیون بشکه‌ی نفت خام(هر بشکه معادل با ۱۵۹ لیتر است) در دنیا به شکل‌های گوناگون مصرف می‌شود.

گروه آموزشی ماز

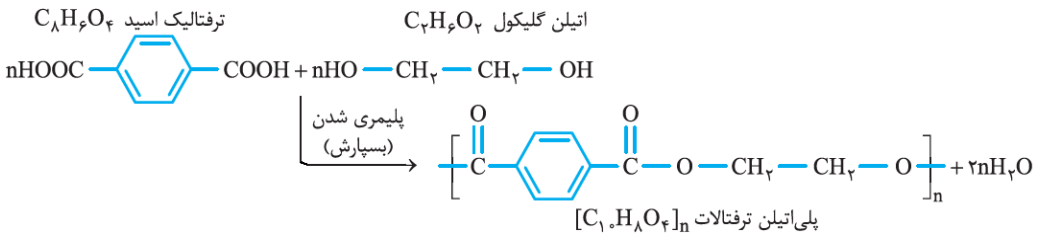
۸۸- برای سنتز دی‌اسید مورد نیاز جهت تولید یک نمونه از پلی‌اتیلن ترفتالات به جرم ۴۸ گرم، به چند گرم پارازایلن با خلوص ۵۳٪ نیاز داریم؟
($g.mol^{-1}$: $H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$)

۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۴۰ ۴) ۸۰

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مساله ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

واکنش تولید پلی‌اتیلن ترفتالات از مونومرهای آن به صورت زیر است:



برای تولید هر مول ترفتالیک اسید($C_8H_6O_4$) نیز به ۱ مول پارازایلن(C_8H_{10}) نیاز داریم، پس می‌توان نوشت:

$n\ mol\ C_8H_{10} \sim n\ mol\ C_8H_6O_4 \sim 1\ mol\ (C_{10}H_8O_4)_n$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

با توجه به رابطه هم‌ارزی بالا، برای تولید ۱ مول پلی‌اتیلن ترفتالات، به n مول پارازایلن نیاز داریم. بر این اساس، جرم پارازایلن ناخالص استفاده شده در مراحل مربوط به تولید ۴۸ گرم پلی‌اتیلن ترفتالات را محاسبه می‌کنیم.

$$? g\ C_8H_{10}\ \text{ناخالص} = 48\ g\ (C_{10}H_8O_4)_n \times \frac{1\ mol\ (C_{10}H_8O_4)_n}{192n\ g\ (C_{10}H_8O_4)_n} \times \frac{n\ mol\ C_8H_{10}\ \text{خالص}}{1\ mol\ (C_{10}H_8O_4)_n} \times \frac{106\ g\ C_8H_{10}\ \text{خالص}}{1\ mol\ C_8H_{10}\ \text{خالص}} \times \frac{100\ g\ C_8H_{10}\ \text{ناخالص}}{53\ g\ C_8H_{10}\ \text{خالص}} = 50\ g$$

با توجه به محاسبات بالا، برای تولید پلیمر مورد نظر به ۵۰ گرم پارازایلن ناخالص نیاز داریم.

گروه آموزشی ماز

۸۹- مقدار ۴۸۰ گرم از یک استر با خلوص ۹۰٪، در شرایط مناسب در محیط اسیدی با آب واکنش داده و نوعی اسید به همراه ۱۳۸ گرم اتانول تولید می‌کند. در ساختار استر اولیه چند پیوند اشتراکی وجود داشته و با استفاده از اسید تولید شده، چند کیلوگرم محلول ۲/۵ درصد جرمی می‌توان تهیه کرد؟
($H = 1 : g.mol^{-1}$ و $C = 12$ و $O = 16$)

معادله واکنش انجام شده : $C_nH_{2n}O_2 + H_2O \xrightarrow{H^+} A + C_2H_5OH$

۱) ۲۶ ، ۹/۲۸
۲) ۲۶ ، ۱۳/۹۲
۳) ۲۳ ، ۹/۲۸
۴) ۲۳ ، ۱۳/۹۲

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مساله ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

استرها دسته‌ای از مواد آلی هستند که در ساختار آن‌ها گروه استری($-COO-$) وجود دارد. فرمول شیمیایی کلی استرها به صورت $R-COO-R'$ می‌باشد که در آن R معادل با اتم هیدروژن یا یک زنجیره هیدروکربنی بوده و R' معادل با یک زنجیره هیدروکربنی است. توجه داریم که استرها را می‌توان از واکنش میان الکل‌ها($R'-OH$) و کربوکسیلیک اسیدها($R-COOH$) بدست آورد. در نقطه مقابل، استرها در واکنش با آب، می‌توانند به اسید و الکل سازنده خود تجزیه شوند. این واکنش، اصطلاحا به واکنش آبکافت معروف است. ابتدا با استفاده از جرم اتانول به دست آمده، مقدار مول مادهٔ آلی(ترکیب استری) مصرف شده را به دست می‌آوریم. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:

$$C_nH_{2n}O_2 + H_2O \xrightarrow{H^+} A + C_2H_5OH$$

با توجه به معادله واکنش انجام شده، داریم:

$$? mol\ C_nH_{2n}O_2 = 138\ g\ C_2H_5OH \times \frac{1\ mol\ C_2H_5OH}{46\ g\ C_2H_5OH} \times \frac{1\ mol\ C_nH_{2n}O_2}{1\ mol\ C_2H_5OH} = 3\ mol$$

طبق فرض سوال، ۴۸۰ گرم ترکیب آلی با خلوص ۹۰٪(معادل با ۴۳۲ گرم ترکیب آلی خالص) در واکنش آبکافت مصرف شده، پس جرم ۳ مول از مادهٔ آلی اولیه برابر با ۴۳۲ گرم بوده است، بنابراین می‌توان گفت جرم مولی این ترکیب برابر با ۱۴۴ گرم است. سپس با استفاده از جرم مولی ترکیب مورد نظر، فرمول مولکولی آن را محاسبه می‌کنیم:

$$C_nH_{2n}O_2 : 12n + 2n + 32 = 144 \quad \rightarrow \quad n = 8 \quad \rightarrow \quad C_8H_{16}O_2$$

از آبکافت این استر($C_8H_{16}O_2$)، اتانول تولید شده است بنابراین ماده A باید یک ترکیب اسیدی ۶ کربنه باشد که فرمول مولکولی آن به صورت $C_6H_{12}O_2$ است. با توجه به مراحل انجام شده، معادله این واکنش به صورت زیر خواهد بود:

$$C_8H_{16}O_2 + H_2O \xrightarrow{H^+} C_6H_{12}O_2 + C_2H_5OH$$

در ساختار یک استر ۸ کربنه سیرشده، مجموعا ۲۶ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها وجود دارد. در قدم بعد، جرم اسید تولید شده در این فرایند را محاسبه می‌کنیم:

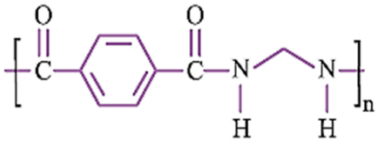
$$? g\ C_6H_{12}O_2 = 138\ g\ C_2H_5OH \times \frac{1\ mol\ C_2H_5OH}{46\ g\ C_2H_5OH} \times \frac{1\ mol\ C_6H_{12}O_2}{1\ mol\ C_2H_5OH} \times \frac{116\ g\ C_6H_{12}O_2}{1\ mol\ C_6H_{12}O_2} = 348\ g$$

در قدم آخر، جرم محلول ۲/۵ درصد جرمی از اسید تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? g\ \text{محلول} = 348\ g\ C_6H_{12}O_2 \times \frac{100\ g\ \text{محلول}}{2/5\ g\ C_6H_{12}O_2} \times \frac{1\ kg\ \text{محلول}}{1000\ g\ \text{محلول}} = 13/92\ kg$$

گروه آموزشی ماز

۹۰- با توجه به ساختار پلیمر زیر، کدام عبارت درست است؟ ($H = 1 : g.mol^{-1}$ و $C = 12$ و $N = 14$ و $O = 16$)



۱) همانند پلی‌اتیلن ترفتالات، نیروی بین مولکولی غالب در این پلیمر نیز از نوع پیوند هیدروژنی خواهد بود.
۲) نسبت شمار اتم‌ها به عناصر در دی‌آمین سازنده این پلیمر، نصف این نسبت در بنزوئیک اسید است.
۳) در ۷۹/۲ گرم از این پلیمر، تقریبا تعداد $1/62 \times 10^{24}$ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.
۴) این پلیمر مشابه کولار، یک پلی‌آمید بوده و سرعت آبکافت آن در طبیعت بسیار زیاد است.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی و مساله ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

در هر واحد تکرارشونده از این پلیمر، تعداد $۶ = (۱ \times ۲) + (۲ \times ۲)$ جفت الکترون ناپیوندی$(n.p.e)$ وجود دارد. توجه داریم که این جفت الکترون‌های ناپیوندی روی اتم‌های نیتروژن و اکسیژن قرار گرفته‌اند. جرم مولی هر واحد تکرارشونده برابر است با:

$$(۹ \times ۱۲) + (۲ \times ۱۶) + (۲ \times ۱۴) + ۸ = ۱۷۶\ g.mol^{-۱}$$

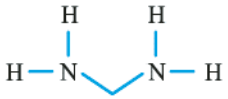
بر این اساس داریم:

$$?\,n.p.e = ۷۹/۲\ g\ \text{پلیمر} \times \frac{۱\ mol\ \text{پلیمر}}{۱۷۶n\ g\ \text{پلیمر}} \times \frac{n\ mol\ \text{تکرارشونده}}{۱\ mol\ \text{پلیمر}} \times \frac{۶\ mol\ n.p.e}{۱\ mol\ \text{تکرارشونده}} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} n.p.e}{۱\ mol\ n.p.e} = ۱/۶۲۵۴ \times ۱۰^{۲۴}\ n.p.e$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

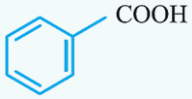
۱) در ساختار پلیمر داده شده، اتم H متصل به N وجود دارد، بنابراین نیروی بین‌مولکولی غالب در این ماده از نوع پیوند هیدروژنی است. توجه داریم که در ساختار پلی‌اتیلن ترفتالات، اتم H متصل به O وجود نداشته و نیروی بین مولکولی غالب در این ماده از نوع وان‌دروالسی است.

۲) ساختار دی‌آمین سازنده پلیمر داده شده به صورت زیر است:



نسبت شمار اتم ها به عناصر در آن برابر با $\frac{۹}{۳} = ۳$ است؛ در حالی که این نسبت در بنزوئیک اسید با فرمول $C_۷H_۶O_۲$ برابر $\frac{۱۵}{۳} = ۵$ است.

بنزوئیک اسید$(C_۷H_۶O_۲)$ با ساختار زیر، ساده‌ترین کربوکسیلیک اسید آروماتیک است که در تمشک و توت فرنگی وجود دارد و همانطور که می‌دانیم، در صنعت از آن به عنوان نگهدارنده استفاده می‌شود. توجه داریم که نگهدارنده‌ها نوعی افزودنی هستند که به مواد خوراکی یا غذاها افزوده شده و سرعت واکنش‌های شیمیایی که منجر به فساد مادهٔ غذایی می‌شوند را کاهش می‌دهند.



۴) این پلیمر همانند کولار، یک پلی‌آمید است و در ساختار آن، گروه عاملی آمیدی به صورت متوالی تکرار شده است. همانطور که می‌دانیم، سرعت آبکافت پلی‌آمیدها و پلی‌استرها در طبیعت بسیار کند است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آموزش کامل برنامه‌ریزی برای عید نوروز!

اگر کنکوری هستید که باید این بازه را جدی بگیرید و از آن بهترین استفاده را بکنید. حتی اگر کنکوری نیستید باید برای ایام عید برنامه‌ریزی کنید!

ایام عید بهترین فرصت جبران کم‌کاری‌های گذشته و قوی کردن خودتان است. درنتیجه لازم است برنامه‌ریزی درسی مجزایی ویژه ایام نوروز داشته باشید. هرآنچه برای برنامه‌ریزی عید نوروز لازم دارید را درادامه برایتان توضیح می‌دهیم.

برنامه‌ریزی برای عید را از چه زمانی آغاز کنیم؟

مدارس حدودا یک هفته قبل از عید تعطیل می‌شوند و **بازه نوروز را از ۲۵ اسفند ماه تا ۱۵ فروردین ماه** درنظر بگیرید.

فهرستی از کارهایی که لازم است در ایام نوروز انجام بدهید را دربیاورید!

این فهرست به شما کمک می‌کند بدانید قراراست در بازه طلایی نوروز چه کارهایی را انجام بدهید.

اما این فهرست شامل چه مواردی می‌شود؟

- ✓ **دروس و مباحثی که در سال تحصیلی فرصت مطالعه آن را نکردید یا از بودجه بندی آزمون عقب ماندید**
- ✓ **مطالعه برای امتحانات‌نهایی**
- ✓ **مرور همراه با تست**
- ✓ **حل تست‌های جامع**
- ✓ **تست‌های هایلایت شده**
- ✓ **مرور خلاصه‌نویسی و نکات یادداشتی**

و...

استراحت کنکوری‌ها در ایام نوروز

پیشنهاد تمام مشاوران به داوطلبان **۲ الی ۳ روز استراحت** است. اما نه بصورت پشت سرهم! بهتراست استراحت‌هایتان با فاصله باشد. مثلا روز اول فروردین که به دید و بازدید بزرگان فامیل می روید. درنهایت روز ۱۳ فروردین که ممکن است به تفریح دست جمعی به همراه خانواده بروید.

ساعت مطالعه مناسب در بازه ایام نوروز

داوطلبان کنکوری بهتراست **بالای ۱۰ ساعت در روز** مطالعه داشته‌باشند.

داوطلبان دهم و یازدهمی بهتراست ساعت مطالعشان را بیشتراز ایام معمولی درنظر بگیرند.

برنامه‌ریزی درسی برای عید نوروز

- با توجه به لیستی که تهیه کردید برنامه‌ریزی را شروع کنید. با انجام دادن لیست و تیک زدن کنار هرکدام به خودتان انگیزه بدهید. در برنامه‌ریزی درسیتان روزهایی را برای جبران درنظر بگیرید، تا اگر نتوانستید یک روز برنامه را اجرا کنید فرصت جبران آن را داشته باشید. یک برنامه قابل اجرا برای خودتان بنویسید نه ایده‌آل!
- برنامه درسیتان به گونه‌ای باشد که تنوع دروس در آن رعایت شده باشد. زمان استراحت ها به اندازه معقول باشد. دراین بازه فرصت دارید تا برای امتحانات‌نهایی نیز خودتان را آماده کنید. مطالعه برای امتحانات‌نهایی را در برنامه قراردهید. برای دروس امتحان‌نهایی بهتراست از آزمون‌های سال‌های اخیر و شبه نهایی‌های برگزار شده در سال‌های قبل استفاده کنید.
- برای دروس کنکور بهترین کار مرور و حل تست است. بهترین منبع حل تست‌های آزمون‌های سال‌های قبل و آزمون‌های جامع ماز است. می‌توانید از طریق اپلیکیشن دیجی‌ماز از آن‌ها استفاده کنید.
- اگر در آزمون دوپینگ ماز ویژه جمع‌بندی شرکت می‌کنید مطالبق با برنامه پیش‌بروید. در روزهایی که فرصت بیشتری دارید کارهایی که می‌خواهید انجام بدهید را در برنامه قرار دهید.
- در ادامه شرایط مناسب برای مطالعه خودتان را ایجاد کنید. با توجه به همزمان شدن ایام نوروز و ماه مبارک رمضان بسیاری از دید و بازدیدها کم می‌شود. اما اگر می‌بینید ممکن است در فضای خانه درگیر حواشی شوید و فضای مناسبی برای مطالعه ندارید. حتما با مشورت خانواده در کمپ‌های مطالعاتی و کتابخانه‌ها ثبت‌نام کنید. تا بتوانید بهترین بهره را ازاین زمان ببرید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گروه آموزشی ماز

چرا مارکوپولو؟

- تنها کتاب موجود در ایران که شامل سوالات شبیه ساز نهایی و پیش بینی کنکور ۱۴۰۳ است.
- تنها کتاب موجود در ایران که تخمین رتبه شما را براساس کنکور و نمره نهایی انجام می دهد.
- تنها کتاب موجود در ایران که پاسخنامه فوق تشریحی به علاوه کادر آموزشی و جدول جمع بندی دارد.
- تنها کتاب موجود در ایران که شامل سوالات نهایی ۱۴۰۲ و راهنمای تصحیح مصححان آموزش و پرورش است.

بیشترین کیفیت + مناسب ترین قیمت

برای اطلاعات بیشتر کلیک کنید

bio... ...iomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir