

گزینه دو



داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

سال تحصیلی ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱

آزمون آزمایشی ۸ مهر ۱۴۰۱

آزمون اختصاصی ۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری تیر ماه ۱۴۰۲ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

| مواد امتحانی | تعداد پرسش | از شماره | تا شماره | وقت پیشنهادی |
|--------------|------------|----------|----------|--------------|
| ریاضیات      | ۵۰         | ۱        | ۵۰       | ۸۰ دقیقه     |

مرحله ۱

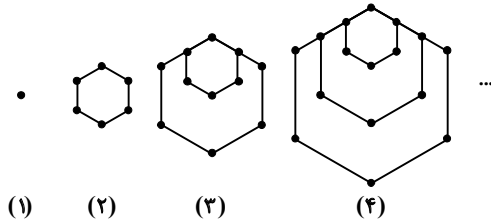
دفترچه شماره ۱



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، پیش آزمون های آنلاین، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس [gozine2.ir](http://gozine2.ir) شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

۱- مطابق الگوی زیر در هر مرحله یک ۶ ضلعی بزرگ به شکل مرحله قبل اضافه می‌شود. تعداد نقاط به کار رفته برای ساختن شکل دهم کدام است؟



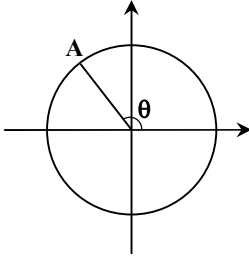
(۱) ۴۶

(۲) ۵۱

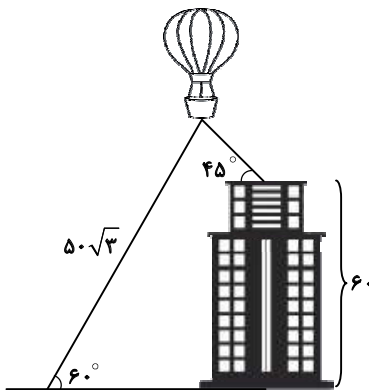
(۳) ۵۵

(۴) ۶۱

۲- در دایرهٔ مثلثاتی روبه‌رو نقطهٔ A با طول  $-\frac{3}{5}$  روی آن مشخص شده است. مقدار  $\tan \theta$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{4}{3}$ (۲)  $-\frac{3}{4}$ (۳)  $-\frac{5}{13}$ (۴)  $-\frac{4}{13}$ 

۳- یک بالن با دو طناب که به زمین و بالای یک ساختمان ۶۰ متری نصب شده‌اند، نگهداری شده است. با توجه به شکل زیر، طول طناب کوتاه‌تر کدام است؟

(۱)  $12\sqrt{3}$ (۲)  $12\sqrt{2}$ (۳)  $15\sqrt{3}$ (۴)  $15\sqrt{2}$ 

۴- تابع  $f(x) = (m-2)x$  همانی و تابع  $g(x) = \frac{mx+4}{2x+n}$  ثابت هستند. مقدار  $m+3n$  کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۸

(۲) ۱۱

(۱) ۱۴

۵- اگر حاصل عبارت  $A = \sqrt[6]{12} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[3]{a^4}$  برابر ۶ باشد، مقدار a کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۶

۶- مقدار عبارت  $A = (a^2-1)(a^2+a+1)(a^2-a+1)+1$  به‌ازای  $a = \sqrt[6]{3}$  کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۷- اگر جواب نامعادلهٔ  $ax+b > 0$  بازهٔ  $(2, +\infty)$  باشد، عبارت  $bx+a$  در کدام بازه منفی است؟

(۴)  $(-\infty, \frac{1}{2})$ (۳)  $(\frac{1}{2}, +\infty)$ (۲)  $(-\infty, 2)$ (۱)  $(-2, +\infty)$ 

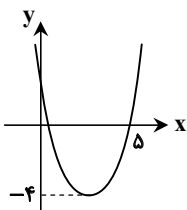
۸- نمودار سهمی  $y = x^2 + ax + b$  به‌شکل زیر است. مقدار b کدام است؟

(۱) ۱۴

(۲) ۵

(۳) ۴۵

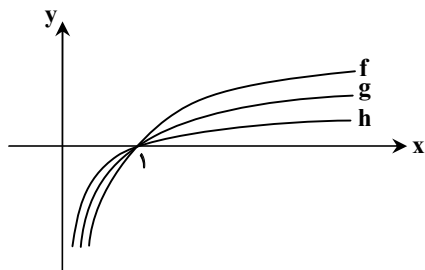
(۴) ۹



۹- طول کمان روبه‌رو به زاویه  $20^\circ$  در دایره‌ای به شعاع ۳۶ کدام است؟

- (۱)  $8\pi$  (۲)  $360$  (۳)  $720$  (۴)  $4\pi$

۱۰- نمودار ۳ تابع لگاریتمی  $f$ ،  $g$  و  $h$  مطابق شکل روبه‌رو است. ضابطه این توابع کدام می‌تواند باشد؟



(۱)  $h(x) = \log_{\Delta} x$  ,  $g(x) = \log_3 x$  ,  $f(x) = \log_4 x$

(۲)  $h(x) = \log_4 x$  ,  $g(x) = \log_{\Delta} x$  ,  $f(x) = \log_3 x$

(۳)  $h(x) = \log_4 x$  ,  $g(x) = \log_3 x$  ,  $f(x) = \log_{\Delta} x$

(۴)  $h(x) = \log_3 x$  ,  $g(x) = \log_4 x$  ,  $f(x) = \log_{\Delta} x$

۱۱- در  $20^\circ$  جمله اول یک دنباله حسابی مجموع جملات با شماره‌های زوج برابر  $\alpha$  و مجموع جملات با شماره‌های فرد برابر  $\beta$  است. قدرنسبت دنباله حسابی کدام است؟

- (۱)  $\frac{\alpha - \beta}{10}$  (۲)  $\frac{\beta - \alpha}{10}$  (۳)  $\frac{\alpha - \beta}{20}$  (۴)  $\frac{\beta - \alpha}{20}$

۱۲- نقاط  $A(-2, 1)$  و  $B(3, \alpha)$  مفروضند. اگر خط  $5x + 3y = 10$  عمودمنصف پاره‌خط  $AB$  باشد، مقدار  $\alpha$  کدام است؟

- (۱)  $5$  (۲)  $5/5$  (۳)  $4/5$  (۴)  $4$

۱۳- حاصل ضرب ریشه‌های متمایز معادله  $|x^2 - 4x| = 4$  کدام است؟

- (۱)  $-8$  (۲)  $8$  (۳)  $-16$  (۴)  $-4$

۱۴- اگر بازه  $(x - 1, 8 - 2x^2)$  یک همسایگی راست عدد ۷ باشد،  $x$  کدام است؟

- (۱)  $-2$  (۲)  $2$  (۳)  $7$  (۴)  $-7$

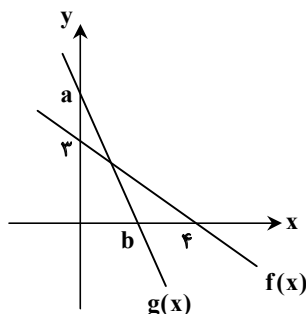
۱۵- کدام یک از توابع زیر در  $x = 0$  حد دارد؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است )

- (۱)  $y = [x]$  (۲)  $y = \frac{|x|}{x}$  (۳)  $y = \frac{1}{[x]}$  (۴)  $y = \frac{1}{[x] + [-x]}$

۱۶- اگر  $|2x - 5| < 7$ ، آنگاه عبارت  $\left\lceil \frac{x}{4} \right\rceil$  چند مقدار مختلف می‌تواند اختیار کند؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است. )

- (۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴)  $4$

۱۷- نمودار توابع خطی  $f(x)$  و  $g(x)$  به شکل روبه‌رو است. اگر  $\text{fog}(x) = x$ ، مقدار  $ab$  کدام است؟



(۱)  $24$

(۲)  $6$

(۳)  $12$

(۴)  $18$

۱۸- اگر  $\alpha = \frac{3\cos 75^\circ + 2\sin 165^\circ}{3\cos 15^\circ + \sin 105^\circ}$  مقدار  $\tan 75^\circ$  بر حسب  $\alpha$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\Delta \alpha}{4}$  (۲)  $\frac{4}{\Delta \alpha}$  (۳)  $\frac{4\alpha}{\Delta}$  (۴)  $\frac{\Delta}{4\alpha}$

۱۹- اگر  $x$  در رابطه  $\log_{\Delta}(x + 2) + \log_{\Delta}(4x + 8) = 2\log_{\Delta}(6x - 2)$  صدق کند، حاصل  $\log_4 \frac{x}{3}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $-\frac{3}{2}$

۲۰- اگر  $f(x) = \sqrt{16-x^2}$  و  $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$ ، دامنه تابع  $\frac{f}{g}$  شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۲۱- اگر  $D_f = [1, +\infty)$  و  $g(x) = x^2 - 3$ ، دامنه تابع  $f \circ g$  کدام است؟

- (۱)  $[-2, 2]$  (۲)  $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$  (۳)  $[2, +\infty)$  (۴)  $[1, +\infty)$

۲۲- اگر  $\alpha$ ،  $\beta$  و ۱ ریشه‌های معادله درجه سوم  $x^3 - 4x^2 + 4x - 1 = 0$  باشند، حاصل  $\alpha + \beta$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۳- اگر  $\alpha$  و  $\beta^2$  ریشه‌های معادله  $x^2 - px + 1 = 0$  و  $\alpha^2$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 - qx + 8 = 0$  باشند، واسطه حسابی اعداد  $p$  و  $q$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{83}{2}$  (۲)  $\frac{83}{4}$  (۳)  $\frac{83}{8}$  (۴)  $\frac{83}{32}$

۲۴- در یک دنباله هندسی، جمله پنجم برابر ۱۲ است. مجموع ۹ جمله اول این دنباله چند برابر مجموع معکوس‌های ۹ جمله اول است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۰ (۳) ۱۰۸ (۴) ۱۴۴

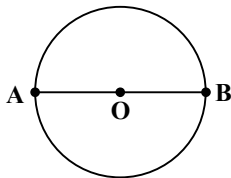
۲۵- حاصل  $f(\lim_{x \rightarrow 0} x^2)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x^2)$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟  $f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$

- (۱) ۱، ۱ (۲) صفر، ۱ (۳) ۱، صفر (۴) صفر، صفر

## هندسه

هندسه ۱: کل کتاب ■ هندسه ۲: کل کتاب

۲۶- مطابق شکل، دایره‌ای به مرکز  $O$  و قطر  $AB = 10$  مفروض است. چند نقطه روی دایره وجود دارد که از قطر  $AB$  به فاصله ۶ واحد باشد؟



(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

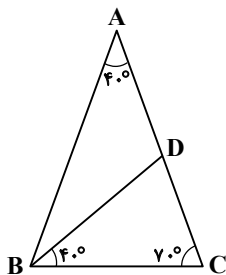
۲۷- با توجه به شکل روبه‌رو، کدام مورد نادرست است؟

(۱)  $AB = AC$

(۲)  $AB > BD$

(۳)  $BD < CD$

(۴)  $BC = BD$



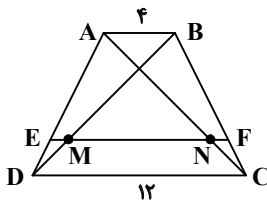
۲۸- در دوزنقه شکل روبه‌رو، داریم:  $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} = 3$ . طول  $MN$  کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۸

(۳) ۹

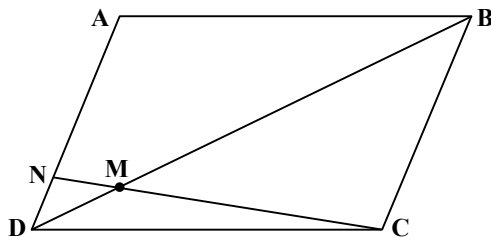
(۴) ۱۰



۲۹- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای با زاویه حاده  $75^\circ$ ، مجموع طول میانه و ارتفاع وارد بر وتر  $6\sqrt{10}$  واحد است. مساحت این مثلث، کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۶۰ (۳) ۷۰ (۴) ۸۰

- ۳۰- اگر خط  $d_1$  فصل مشترک دو صفحه  $P_1$  و  $P_2$  بوده و خط  $d_1$  با  $d_2$  متناظر باشد، وضعیت خط  $d_2$  با دو صفحه  $P_1$  و  $P_2$  چگونه است؟  
 (۱) با هر دو متقاطع است.  
 (۲) یکی را قطع می کند و با دیگری موازی است.  
 (۳) بر یکی منطبق است و دیگری را قطع می کند.  
 (۴) یا هر دو را قطع می کند یا با یکی موازی و با دیگری متقاطع است.
- ۳۱- در متوازی الاضلاع  $ABCD$  شکل زیر، داریم:  $AN = 3ND$  و  $MC = 12$ . طول پاره خط  $MN$  کدام است؟



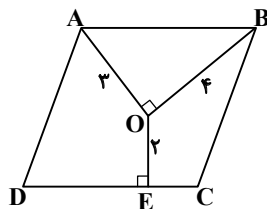
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

- ۳۲- با توجه به اندازه های روی شکل، مساحت متوازی الاضلاع  $ABCD$  کدام است؟



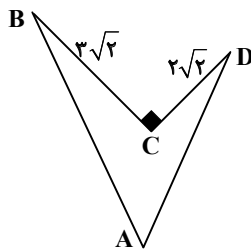
۲۵ (۱)

۱۶ (۲)

۲۰ (۳)

۲۲ (۴)

- ۳۳- مطابق شکل اگر بخواهیم بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع، مساحت چهارضلعی روبه رو را افزایش دهیم، میزان افزایش مساحت، چقدر است؟



۲۴ (۱)

۱۲ (۲)

۱۸ (۳)

۹ (۴)

- ۳۴- سه دایره به شعاع های ۲، ۳ و ۴ دایره دو مماس خارج اند. مساحت مثلثی که سه رأس آن، مراکز دایره هاست، چند برابر  $\sqrt{6}$  است؟

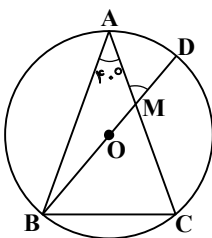
۴ (۴)

۳ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

- ۳۵- در شکل روبه رو مثلث  $ABC$  متساوی الساقین است ( $AB = AC$ ). اندازه کمان  $AD$  چند درجه است؟ ( $O$  مرکز دایره است).



۴۵ (۱)

۵۰ (۲)

۴۰ (۳)

۵۵ (۴)

- ۳۶- خط  $\ell$  به ترتیب در نقاط  $T$  و  $T'$  بر دایره های  $C(O, 4)$  و  $C'(O', 9)$  مماس است. اگر طول خط المרכזین دو دایره ۱۳ باشد، مساحت چهارضلعی  $OO'T'T$  کدام است؟

۱۵۶ (۴)

۹۱ (۳)

۷۲ (۲)

۷۸ (۱)

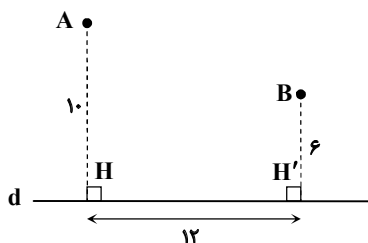
- ۳۷- در شکل روبه رو،  $HH' = 12$ . اگر بخواهیم از نقطه  $A$  به نقطه ای روی خط  $d$  و سپس به نقطه  $B$  برویم، طول کوتاه ترین مسیر چقدر است؟

۱۰ (۱)

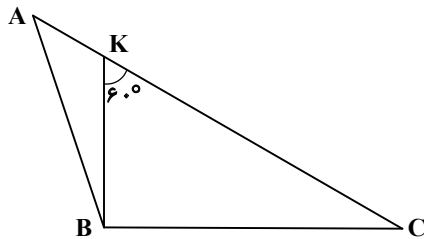
۱۲ (۲)

۱۶ (۳)

۲۰ (۴)



۳۸- در شکل روبه‌رو زاویه  $B$  در مثلث  $ABC$  منفرجه است. اگر  $AB = 2\sqrt{3}$ ،  $BK = 2\sqrt{2}$  و  $AC = 5\sqrt{6}$ ، آنگاه اندازه ضلع  $BC$  کدام است؟



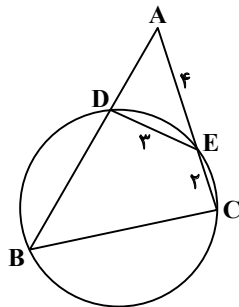
(۱)  $\sqrt{101}$

(۲)  $\sqrt{102}$

(۳)  $\sqrt{103}$

(۴)  $\sqrt{104}$

۳۹- در شکل روبه‌رو اگر  $AB = 8$ ، اندازه  $BC$  کدام است؟



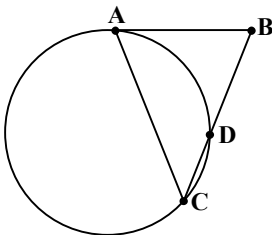
(۱)  $4/5$

(۲)  $5$

(۳)  $5/5$

(۴)  $6$

۴۰- در شکل زیر داریم:  $AC = BC$  و  $\hat{B} = 70^\circ$ . اگر ارتفاع وارد بر ضلع  $AB$  از مثلث  $ABC$ ، دایره را در نقطه  $E$  قطع کند، اندازه زاویه  $\hat{CED}$ ، کدام است؟ (پاره خط  $AB$  در نقطه  $A$  بر دایره مماس است.)



(۱)  $30^\circ$

(۲)  $35^\circ$

(۳)  $40^\circ$

(۴)  $45^\circ$

## آمار و احتمال

آمار و احتمال: کل کتاب

۴۱- اگر داشته باشیم  $A = \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ،  $B = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$  و  $C = \{\emptyset\}$ ، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

(۴)  $B \subseteq A$

(۳)  $C \subseteq B$

(۲)  $C \in B$

(۱)  $B \in A$

۴۲- در جدول فراوانی داده‌های روبه‌رو، اختلاف میانه و مُد، کدام است؟

| داده‌ها | ۱۲ | ۱۴ | ۱۶ | ۱۸ | ۲۰ |
|---------|----|----|----|----|----|
| فراوانی | ۲  | ۳  | ۲  | ۲  | ۱  |

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴)  $0/5$

(۳)  $1/5$

۴۳- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در نمونه‌گیری سامانمند، اندازه طبقات با هم برابر است.

(۲) در نمونه‌گیری طبقه‌ای همه واحدهای آماری طبقات انتخاب‌شده به‌عنوان نمونه در نظر گرفته می‌شوند.

(۳) نمونه‌گیری خوشه‌ای زمانی به‌کار می‌رود که دسترسی به فهرست اعضای جامعه، دشوار و هزینه‌بر باشد.

(۴) نمونه‌گیری آریب از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله دارد و به‌سمت خاصی انحراف پیدا کرده است.

۴۴- اگر گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  نادرست باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(۴)  $(p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow \sim p)$

(۳)  $(r \vee q) \Leftrightarrow (r \wedge p)$

(۲)  $(r \wedge q) \Leftrightarrow (r \wedge p)$

(۱)  $(q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (r \Rightarrow q)$

۴۵- برای دو مجموعه غیر تهی  $A$  و  $B$ ، ساده شده عبارت  $[(A \cup B) \cap B]' \cap [(B - A) \cup (B - A)']$  کدام است؟

- (۱)  $A'$  (۲)  $B'$  (۳)  $U$  (۴)  $\emptyset$

۴۶- اعداد ۱ تا ۶ را روی شش مهره یکسان نوشته و در کیسه‌ای قرار می‌دهیم. اگر دو مهره به تصادف از کیسه خارج کرده و مشاهده کنیم که مجموع آن‌ها مضرب ۳ است، احتمال آنکه حاصل ضرب آن‌ها زوج باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{5}$  (۲)  $\frac{4}{15}$  (۳)  $\frac{3}{5}$  (۴)  $\frac{7}{15}$

۴۷- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد مستقل بوده و داشته باشیم:  $P(A) = \frac{1}{4}$  و  $P(B) = \frac{1}{5}$ ، حاصل  $P((A \cup B)' | B)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{5}$  (۳)  $\frac{1}{20}$  (۴)  $\frac{9}{20}$

۴۸- در کیسه‌ای ۴ کارت با شماره‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ موجود است. یک کارت به تصادف از کیسه خارج کرده و به تعداد شماره روی آن، سکه پرتاب می‌کنیم. اگر دقیقاً یک بار سکه پشت بیاید، چقدر احتمال دارد کارت شماره ۴ خارج شده باشد؟

- (۱)  $\frac{1}{13}$  (۲)  $\frac{2}{13}$  (۳)  $\frac{3}{13}$  (۴)  $\frac{4}{13}$

۴۹- در گزاره سوری  $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{Z}; P(x, y)$ ، گزاره‌نمای  $P(x, y)$  کدام گزینه باشد تا ارزش گزاره سوری همواره درست باشد؟

- (۱)  $x^2 - y^2 = 1$  (۲)  $x + |y| = 0$  (۳)  $x - \sqrt{y} = 1$  (۴)  $x^2 + 2y^2 = 3$

۵۰- اگر داده‌های ۴۰، ۸، ۱۲، ۷، ۶، ۱۱، ۱۰، ۳، ۴، ۹، ۶۰ را با نمودار جعبه‌ای نمایش دهیم، بعد از حذف داده‌های دورافتاده، واریانس داده‌های داخل جعبه چند برابر ضریب تغییرات داده‌های داخل جعبه قبل از حذف داده‌های دورافتاده است؟

- (۱)  $8\sqrt{2}$  (۲)  $9\sqrt{2}$  (۳)  $8\sqrt{3}$  (۴)  $9\sqrt{3}$

گزینه دو



داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

آزمون آزمایشی ۸ مهر ۱۴۰۱

آزمون اختصاصی ۲

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری تیر ماه ۱۴۰۲ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

| مواد امتحانی        | تعداد پرسش | از شماره                | تا شماره | وقت پیشنهادی |
|---------------------|------------|-------------------------|----------|--------------|
| فیزیک               | ۴۰         | ۵۱                      | ۹۰       | ۵۰ دقیقه     |
| شیمی                | ۳۰         | ۹۱                      | ۱۲۰      | ۳۰ دقیقه     |
| تعداد کل پرسشها: ۷۰ |            | مدت پاسخ گویی: ۸۰ دقیقه |          |              |

مرحله ۱

دفترچه شماره ۲



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، پیش آزمون های آنلاین، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس [gozine2.ir](http://gozine2.ir) شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

۵۱- آزمایشی برای به دست آوردن چگالی یک ماده، ۵ بار تکرار شده و نتایج اندازه گیری به صورت زیر است. عددی که برای چگالی این ماده باید گزارش شود، کدام است؟

$$\frac{3}{2} \frac{g}{cm^3}, \frac{3}{3} \frac{g}{cm^3}, \frac{3}{1} \frac{g}{cm^3}, \frac{3}{9} \frac{g}{cm^3}, \frac{3}{2} \frac{g}{cm^3}$$

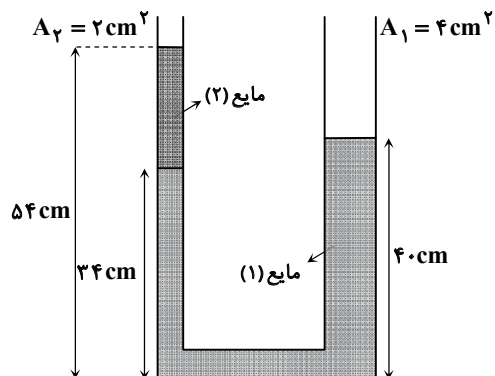
$$\frac{3}{3} \frac{g}{cm^3} \quad (4) \quad \frac{3}{25} \frac{g}{cm^3} \quad (3) \quad \frac{3}{2} \frac{g}{cm^3} \quad (2) \quad \frac{3}{1} \frac{g}{cm^3} \quad (1)$$

۵۲- یک قطعه که از چوب و فلز تشکیل شده است درون مایعی فرضی به چگالی  $\frac{3}{4} \frac{g}{cm^3}$  غوطه ور است. چند درصد حجم قطعه از چوب تشکیل شده است؟ ( $\rho_{\text{چوب}} = \frac{0}{8} \frac{g}{cm^3}$  و  $\rho_{\text{فلز}} = \frac{6}{cm^3}$ )

$$70 \quad (4) \quad 60 \quad (3) \quad 50 \quad (2) \quad 40 \quad (1)$$

۵۳- در یک مخزن استوانه‌ای، آب و جیوه ریخته‌ایم؛ به طوری که جرم جیوه ۲ برابر جرم آب و ارتفاع سطح آزاد مایع از کف ظرف ۳۱۲ سانتی‌متر است. فشار در کف استوانه چند سانتی‌متر جیوه از فشار هوای بیرون بیشتر است؟ ( $\rho_{\text{جیوه}} = \frac{13}{6} \frac{g}{cm^3}$  و  $\rho_{\text{آب}} = \frac{1}{cm^3}$ )

$$40 \quad (4) \quad 52 \quad (3) \quad 60 \quad (2) \quad 78 \quad (1)$$



۵۴- مطابق شکل، دو مایع مخلوط‌نشده درون لوله U شکل در حال تعادل هستند. سطح مقطع لوله سمت راست  $A_1 = 4 \text{ cm}^2$  و سطح مقطع لوله سمت چپ  $A_2 = 2 \text{ cm}^2$  است. اگر مقداری از مایع (۲) داخل لوله سمت راست بریزیم تا سطح آزاد مایع در دو طرف هم‌تراز شود، در این صورت ارتفاع سطح آزاد مایع از کف لوله چند سانتی‌متر می‌شود؟

$$56 \quad (1)$$

$$58 \quad (2)$$

$$60 \quad (3)$$

$$62 \quad (4)$$

۵۵- در شکل روبه‌رو، اگر چگالی مایع  $\frac{13}{cm^3} \frac{g}{cm^3}$  و فشار هوا در محل آزمایش

۹۹ کیلوپاسکال باشد، فشار پیمانه‌ای گاز درون مخزن ..... به اندازه

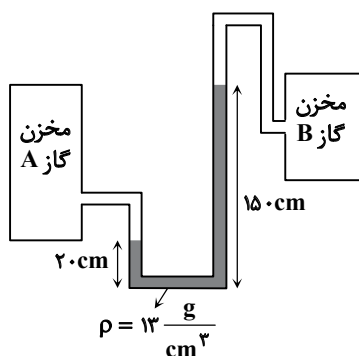
$$\dots\dots\dots \text{کیلوپاسکال بیشتر از مخزن دیگر است. } (g = 10 \frac{m}{s^2})$$

$$169 - B \quad (1)$$

$$70 - B \quad (2)$$

$$169 - A \quad (3)$$

$$70 - A \quad (4)$$



۵۶- در شکل روبه‌رو، وزنه‌ای ۵ کیلوگرمی در پایین یک سطح شیب‌دار قرار دارد. نیروی اصطکاک وارد بر وزنه ۲۰ نیوتون است و نیروی ثابت  $F = 100 \text{ N}$  به صورت افقی بر وزنه وارد می‌شود. اگر وزنه از حال سکون شروع به حرکت نماید، پس از طی چند متر مسافت روی سطح

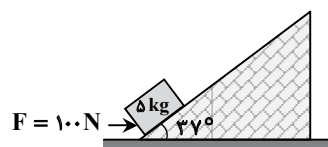
$$\text{شیب‌دار، تندی آن به ۱۲ متر بر ثانیه می‌رسد؟ } (g = 10 \frac{m}{s^2} \text{ و } \sin 37^\circ = \frac{0}{6})$$

$$15 \quad (1)$$

$$12 \quad (2)$$

$$8 \quad (3)$$

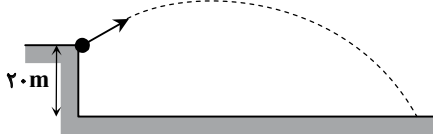
$$6 \quad (4)$$



۵۷- گلوله‌ای به جرم ۸۰۰ گرم را با تندی  $20 \frac{m}{s}$  به‌طور عمودی به‌طرف بالا پرتاب می‌کنیم و گلوله با تندی  $18 \frac{m}{s}$  به محل پرتاب برمی‌گردد. اگر بزرگی نیروی اصطکاک هوا در مسیر رفت و برگشت یکسان باشد، کار نیروی اصطکاک روی گلوله در مسیر بالا رفتن از محل پرتاب تا بالاترین نقطه چند ژول است؟

- (۱)  $-30/4$  (۲)  $-15/2$  (۳)  $-7/6$  (۴)  $-3/8$

۵۸- گلوله‌ای با سرعت اولیه به بزرگی  $20 \frac{m}{s}$  در جهت نشان داده‌شده از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین پرتاب می‌شود. اگر تندی گلوله در لحظه رسیدن به سطح زمین ۲ برابر تندی آن در نقطه اوج گلوله باشد، ارتفاع اوج گلوله از سطح زمین چند متر است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$  و از مقاومت هوا صرف‌نظر شود).



- (۱) ۲۵  
(۲) ۳۰  
(۳) ۳۵  
(۴) ۴۰

۵۹- توان مصرفی متوسط موتور ۱۲۰۰ وات و بازدهی آن ۸۰ درصد است. به‌طور متوسط در هر دقیقه، چند کیلوژول انرژی توسط این موتور تلف می‌شود؟

- (۱)  $14/4$  (۲)  $28/8$  (۳)  $57/6$  (۴) ۷۲

۶۰- اگر دمای میله‌ای فلزی را از  $10^{\circ}C$  به  $110^{\circ}C$  برسانیم، طول آن از ۱۰۰۰ میلی‌متر به ۱۰۰۲ میلی‌متر می‌رسد. اگر دمای یک صفحه مربعی به ضلع  $50cm$  از همین جنس را از  $40^{\circ}C$  به  $190^{\circ}C$  برسانیم، مساحت آن چند سانتی‌متر مربع افزایش می‌یابد؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۰ (۴)  $7/5$

۶۱- گرمای نهان تبخیر آب ( $L_v$ ) با افزایش دمای آب چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) ثابت می‌ماند. (۲) کاهش می‌یابد.

(۳) افزایش می‌یابد. (۴) تبخیر آب فقط در دمای مشخص ( $100^{\circ}C$  درجه سلسیوس) رخ می‌دهد.

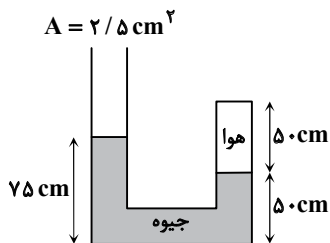
۶۲- اگر  $600$  گرم آب  $40^{\circ}C$  را روی  $2kg$  یخ موجود درون ظرف بریزیم، پس از برقراری تعادل،  $850$  گرم آب داخل ظرف خواهیم داشت. دمای اولیه یخ چند درجه سلسیوس بوده است؟ ( $c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{kJ}{kg \cdot K}$ ،  $c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{J}{kg \cdot K}$ ،  $L_F = 336 \frac{J}{g}$ )

- (۱) -۶ (۲) -۴ (۳) -۳ (۴) -۲

۶۳- یک قطعه فلز با دمای  $80^{\circ}C$  را داخل یک ظرف محتوی یک کیلوگرم آب می‌اندازیم. دمای اولیه ظرف و آب، یکسان و برابر  $10^{\circ}C$  است و پس از برقراری تعادل، دمای مجموعه به  $30^{\circ}C$  می‌رسد. اگر ظرفیت گرمایی ظرف  $1050$  ژول بر کلوین باشد، ظرفیت گرمایی قطعه فلز چند کیلوژول بر کلوین است؟ (از تبخیر آب و تبادل گرما با محیط چشم‌پوشی کنید و  $c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{J}{g \cdot K}$ )

- (۱)  $2/1$  (۲)  $1/5$  (۳)  $1/05$  (۴)  $0/75$

۶۴- در شکل زیر، فشار هوای محیط  $75cmHg$  و دمای هوای داخل لوله  $27^{\circ}C$  است. اگر  $50$  سانتی‌متر مکعب جیوه به شاخه سمت چپ لوله اضافه کنیم، دمای هوای داخل لوله را باید چند درجه سلسیوس بالا ببریم تا سطح جیوه در شاخه سمت راست در محل فعلی باقی بماند؟ (از تبخیر جیوه و تغییر چگالی آن در اثر تغییر دما صرف‌نظر کنید).

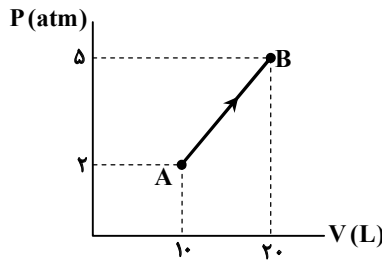


- (۱) ۴۰  
(۲) ۶۰  
(۳) ۸۰  
(۴) ۱۲۰

۶۵- اگر در فشار ثابت  $2atm$ ، دمای  $n$  مول گاز آرمانی را  $300^{\circ}C$  بالا ببریم، حجم گاز ۵ لیتر اضافه می‌شود. مقدار گاز چند مول است و گاز چند ژول کار انجام می‌دهد؟ ( $R = 25 \frac{J}{mol \cdot K}$  و  $1atm = 10^5 Pa$ )

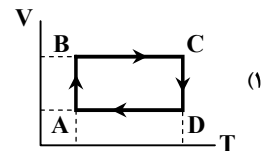
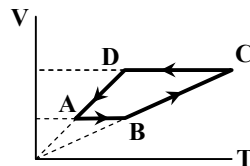
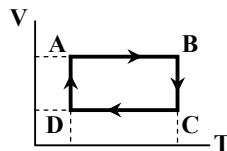
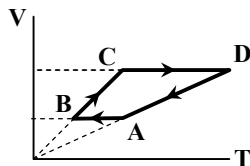
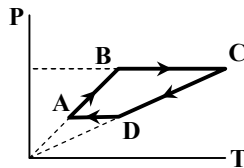
- (۱)  $1000J$ ،  $n = 0/1$  (۲)  $2500J$ ،  $n = 0/1$  (۳)  $1000J$ ،  $n = 0/4$  (۴)  $2500J$ ،  $n = 0/4$

۶۶- مطابق شکل، مقداری گاز آرمانی طی یک فرایند از وضعیت A به وضعیت B می‌رسد. اگر انرژی درونی گاز در وضعیت A برابر ۳۰۰ ژول و در B برابر ۵۰۰ J باشد، گاز در این فرایند چند ژول گرما و چگونه مبادله کرده است؟ ( $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$ )



- (۱) ۲۳۰۰ ژول گرما گرفته است.
- (۲) ۲۳۰۰ ژول گرما از دست داده است.
- (۳) ۴۷۰۰ ژول گرما گرفته است.
- (۴) ۴۷۰۰ ژول گرما از دست داده است.

۶۷- نمودار P-T مربوط به یک گاز آرمانی مطابق شکل است. نمودار V-T مربوط به آن، کدام یک از گزینه‌های داده شده است؟



۶۸- در یک ماشین بنزینی هرچقدر نسبت تراکم (r) ..... باشد، بازدهی آن ..... است.

- (۱) کمتر - بیشتر
- (۲) بیشتر - بیشتر
- (۳) بیشتر یا کمتر - ثابت
- (۴) بیشتر - کمتر

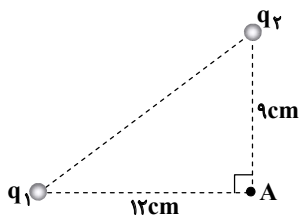
۶۹- دو کره فلزی کوچک و خنثی به فاصله ۳۰ cm از یکدیگر قرار دارند. چند الکترون از یک کره به کره دیگر منتقل کنیم تا اندازه نیروی

$$\text{جاذبه الکتریکی بین دو کره به } 1/6 \times 10^{-6} \text{ N برسد؟ ( } e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C و } k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \text{)}$$

- (۱)  $2/5 \times 10^9$
- (۲)  $4 \times 10^9$
- (۳)  $2/5 \times 10^{10}$
- (۴)  $4 \times 10^{10}$

۷۰- در شکل زیر، اگر  $|q_1| = 8 \text{ nC}$  و بزرگی میدان الکتریکی در نقطه A،  $\sqrt{2}$  برابر بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای  $q_2$  در آن

$$\text{نقطه باشد، اندازه نیروی بین دو بار } q_1 \text{ و } q_2 \text{ چند میکرونیوتون است؟ ( } k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \text{)}$$



$$(1) 7/2$$

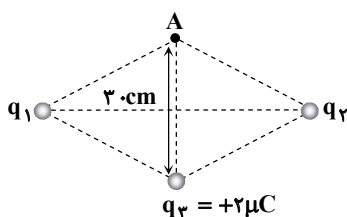
$$(2) 4/5$$

$$(3) 14/4$$

$$(4) 22/5$$

۷۱- مطابق شکل، سه بار نقطه‌ای  $q_1$ ،  $q_2$  و  $q_3 = +2 \mu\text{C}$  در سه رأس از رئوس یک لوزی قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص ناشی از سه

$$\text{بار در نقطه A برابر صفر باشد، اندازه نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار } q_3 \text{ از طرف دو بار دیگر چند نیوتون است؟ ( } k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \text{)}$$



$$(1) 0/2$$

$$(2) 0/4$$

$$(3) 0/8$$

(۴) باید مقدار بار  $q_1$  مشخص باشد.

۷۲- مطابق شکل، ذره‌ای با بار  $+4\mu\text{C}$  و جرم  $0/1\text{g}$  را با تندی  $200\frac{\text{m}}{\text{s}}$  از نقطه A درون میدان الکتریکی یکنواخت با بزرگی  $10^7\frac{\text{N}}{\text{C}}$  به طرف چپ، پرتاب نموده‌ایم. این ذره پس از چند سانتی‌متر جابه‌جایی متوقف می‌شود؟ (از وزن ذره چشم‌پوشی کنید).

- (۱) ۲  
(۲) ۵  
(۳) ۱۰  
(۴) ۲۰

۷۳- مساحت هر صفحه یک خازن تخت بدون دی‌الکتریک  $100$  سانتی‌متر مربع، فاصله میان دو صفحه آن  $2/5$  میلی‌متر و اندازه میدان الکتریکی

بین دو صفحه خازن  $8000\frac{\text{N}}{\text{C}}$  است. اندازه بار الکتریکی روی هر صفحه خازن چند پیکوکولن است؟  $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2})$

(۱) ۱۴۴ (۲) ۷۲۰ (۳) ۱۴۴۰ (۴) ۲۸۸۰

۷۴- خازن تختی را که مساحت صفحات آن  $4\text{cm}^2$  و دی‌الکتریک بین صفحات آن میکا با ثابت  $\kappa = 7$  است، به اختلاف پتانسیل  $10\text{V}$  وصل کرده‌ایم. اگر بار الکتریکی  $140\text{pC}$  در خازن ذخیره شود، فاصله بین صفحات خازن چند میلی‌متر است؟  $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}})$

(۱) ۱/۲ (۲) ۱/۴ (۳) ۱/۶ (۴) ۱/۸

۷۵- دو سیم پلاتینی با مقاومت ویژه  $10^{-7}\Omega \cdot \text{m}$  و سطح مقطع  $4\text{mm}^2$  موجود هستند. اگر طول سیم (۲)، به اندازه  $10$  متر بلندتر از طول سیم (۱) باشد، مقاومت الکتریکی سیم (۲) چند اهم بیشتر از مقاومت الکتریکی سیم (۱) است؟

(۱) ۰/۲۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۲۵ (۴) ۲۵۰

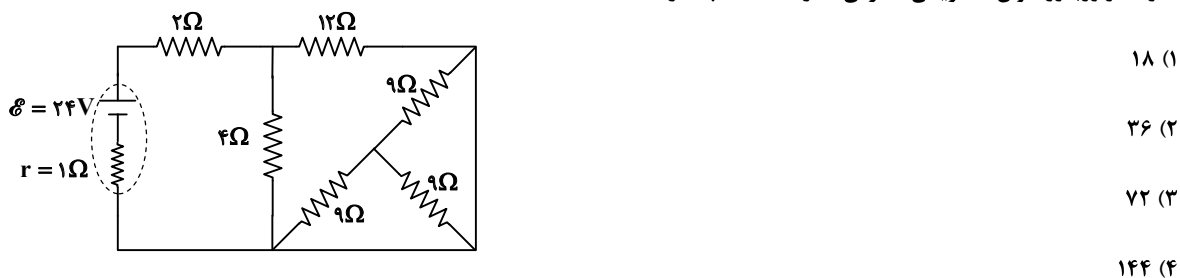
۷۶- اگر در مدار روبه‌رو، پتانسیل نقطه A برابر  $4\text{V}$  باشد، نیروی محرکه  $\mathcal{E}_2$  چند ولت است؟



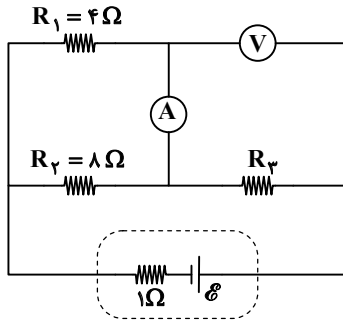
۷۷- یک لامپ سه‌راهه  $200\text{V}$  دارای دو رشته به مقاومت‌های  $200\Omega$  و  $800\Omega$  است. کمترین توان مصرفی لامپ چند وات است؟



۷۸- در مدار روبه‌رو، توان الکتریکی مصرفی مقاومت  $4\Omega$  چند وات است؟



۷۹- در مدار روبه‌رو، آمپرسنج آرمانی  $2A$  و ولت‌سنج آرمانی  $6V$  را نشان می‌دهد. نیروی محرکه منبع  $\mathcal{E}$  چند ولت است؟



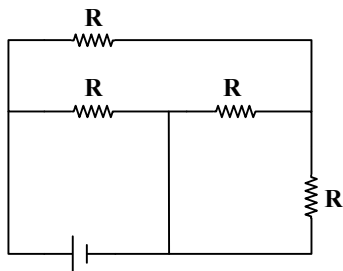
۱۴ (۱)

۱۷ (۲)

۲۱ (۳)

۲۴ (۴)

۸۰- در مدار شکل روبه‌رو، مقاومت معادل مدار چند برابر  $R$  است؟



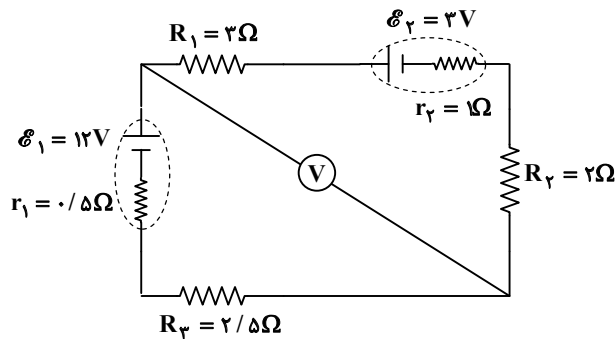
$\frac{3}{7}$  (۱)

$\frac{2}{5}$  (۲)

$\frac{5}{4}$  (۳)

$\frac{4}{3}$  (۴)

۸۱- در شکل روبه‌رو، عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، چند ولت است؟



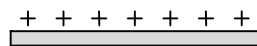
۱۱ (۱)

۹/۵ (۲)

۹ (۳)

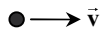
۷ (۴)

۸۲- مطابق شکل، یک ذره باردار با تندی  $v$  به‌صورت نشان‌داده‌شده وارد منطقه‌ای می‌شود که

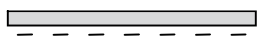


میدان‌های یکنواخت الکتریکی  $\vec{E}$  و مغناطیسی  $\vec{B}$  در آن وجود دارد (عمود بر صفحه کاغذ

و  $\vec{E}$  موازی صفحه کاغذ). اگر  $E = 100 \frac{N}{C}$  و  $B = 500G$  باشد، با چشم‌پوشی از وزن ذره،



مقدار  $v$  و جهت  $\vec{B}$  کدام باشد تا ذره بر مسیر مستقیم با تندی ثابت حرکت کند؟



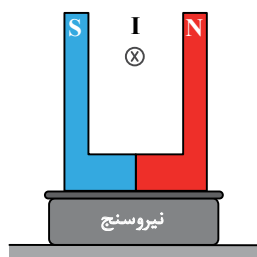
(۱)  $\vec{B} \otimes$  و  $v = 1000 \frac{m}{s}$  (۲)  $\vec{B} \odot$  و  $v = 1000 \frac{m}{s}$

(۳)  $\vec{B} \otimes$  و  $v = 2000 \frac{m}{s}$  (۴)  $\vec{B} \odot$  و  $v = 2000 \frac{m}{s}$

۸۳- مطابق شکل، سیم راست حامل جریان درون‌سوی  $I = 5A$  به طول  $80$  سانتی‌متر در میدان

مغناطیسی یکنواخت یک آهنربای نعلی‌شکل به‌بزرگی  $0.2$  تسلا قرار دارد. با قطع جریان در

سیم، عدد نشان داده‌شده توسط نیروسنج چقدر و چگونه تغییر می‌کند؟



(۱)  $20$  نیوتون بیشتر می‌شود.

(۲)  $0.8$  نیوتون بیشتر می‌شود.

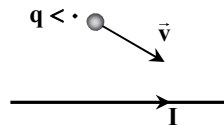
(۳)  $0.8$  نیوتون کمتر می‌شود.

(۴)  $3/2$  نیوتون کمتر می‌شود.

۸۴- از دو سیم به طول های  $x_1$  و  $x_2 = 3x_1$ ، سیم لوله های آرمانی به قطرهای  $d_1$  و  $d_2 = 2d_1$  و طول های  $\ell_1$  و  $\ell_2 = 4\ell_1$  درست کرده ایم. جریان الکتریکی گذرنده از سیم دومی چند برابر سیم اولی باشد تا اندازه میدان مغناطیسی در داخل آن ها هم اندازه شود؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳) ۳ (۴)  $\frac{8}{3}$

۸۵- در شکل روبه رو، بار  $q$  با تندی  $v$  در نزدیکی سیم راست حامل جریان  $I$  حرکت می کند. (سیم حامل جریان و بردار سرعت این ذره در صفحه کاغذ قرار دارند). نیرویی که سیم راست حامل جریان  $I$  بر بار  $q$  وارد می کند، به کدام سمت است؟



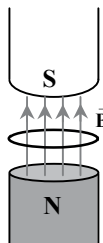
- (۱) ↙  
(۲) ↗  
(۳) ⊙ (برون سو)  
(۴) صفر

۸۶- در مورد کدام گزینه، توصیف زیر درست است؟

«دارای دوقطبی های مغناطیسی در مقیاس اتمی هستند و جهت گیری دوقطبی های مغناطیسی آن ها کاملاً تصادفی است به طوری که میدان مغناطیسی خالصی ایجاد نمی کنند و تنها در حضور میدان مغناطیسی خارجی قوی، کمی خاصیت مغناطیسی پیدا می کنند که آن هم دائمی نیست.»

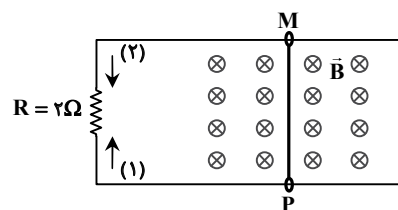
- (۱) فرومغناطیس نرم (۲) پارامغناطیس (۳) فرومغناطیس سخت (۴) دیامغناطیس

۸۷- میدان مغناطیسی بین قطب های آهن ربای الکتریکی شکل روبه رو که بر سطح حلقه رسانا عمود است، با زمان تغییر می کند و در مدت  $0.45\text{ s}$  از  $0.3\text{ T}$  رو به بالا به  $0.2\text{ T}$  رو به پایین می رسد. اگر مساحت حلقه  $100\text{ cm}^2$  و اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در آن  $0.2\text{ V}$  باشد،  $B_1$  چند تسلا است؟



- (۱)  $0.1$   
(۲)  $0.3$   
(۳)  $0.6$   
(۴)  $0.9$

۸۸- در شکل روبه رو، میله رسانای MP به طول  $60\text{ cm}$  با تندی ثابت  $4\frac{\text{m}}{\text{s}}$  به طرف راست حرکت می کند. اگر میدان مغناطیسی یکنواخت  $1\text{ T}$  در این محل برقرار باشد، با چشم پوشی از مقاومت میله های رسانا، جریان القایی متوسط در مقاومت  $R$  چند آمپر و در کدام جهت است؟



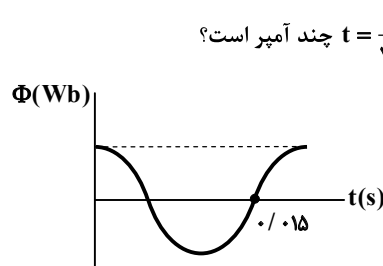
- (۱)  $0.12$  آمپر و (۱)  
(۲)  $0.24$  آمپر و (۱)  
(۳)  $0.12$  آمپر و (۲)  
(۴)  $0.24$  آمپر و (۲)

۸۹- انرژی ذخیره شده در یک القاگر که از آن جریان  $20\text{ A}$  عبور می کند، برابر با  $0.2\text{ J}$  است. اگر القاگر شامل  $100$  حلقه با مساحت سطح مقطع

$$10\text{ cm}^2 \text{ باشد، طول آن چند سانتی متر است؟ } \left( \mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \right)$$

- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

۹۰- نمودار شار مغناطیسی عبوری از هر حلقه یک مولد ساده جریان متناوب به صورت زیر است. وقتی این مولد به مصرف کننده ای متصل می شود، بیشینه جریان حاصل از آن  $0.2$  آمپر است. اندازه جریان عبوری از مدار در لحظه  $t = \frac{1}{3\pi}\text{ s}$  چند آمپر است؟



- (۱)  $0.1$   
(۲)  $0.1\sqrt{3}$   
(۳)  $0.2$   
(۴)  $0.1\sqrt{2}$

۹۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) منیزیم دارای ۳ هم‌مکان یا ایزوتوپ طبیعی می‌باشد که فراوانی  $^{24}\text{Mg}$  در نمونه طبیعی آن بیشتر از دو ایزوتوپ دیگر است.  
 (۲) هم‌مکان‌های یک عنصر دارای خواص شیمیایی یکسان و خواص فیزیکی وابسته به جرم متفاوت هستند.  
 (۳) اغلب هسته‌هایی که نسبت تعداد پروتون به نوترون آن‌ها برابر یا بیشتر از ۱/۵ است، رادیوایزوتوپ به حساب می‌آیند.  
 (۴) ایزوتوپی از هیدروژن که نسبت شمار پروتون به نوترون‌های آن برابر ۰/۵ است، یک رادیوایزوتوپ طبیعی است.

۹۲- آهن دارای ۳ ایزوتوپ است و ۸۰ درصد ایزوتوپ‌های آن را  $^{56}\text{Fe}$  تشکیل می‌دهد. در صورتی که ایزوتوپ دوم آن شامل ۲۸ نوترون با فراوانی ۱۰ درصد باشد، شمار نوترون‌های ایزوتوپ سوم آهن کدام است؟ (جرم اتمی میانگین آهن ۵۵/۹ است).

(۱) ۵۸ (۲) ۵۷ (۳) ۳۱ (۴) ۳۲

۹۳- شمار اتم‌های موجود در  $3/2$  گرم متان با شمار یون‌های موجود در چند مول کلسیم فسفات برابر است؟ ( $H = 1, C = 12: g \cdot mol^{-1}$ )

(۱) ۰/۱ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۳ (۴) ۰/۴

۹۴- با توجه به شکل‌های روبه‌رو، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

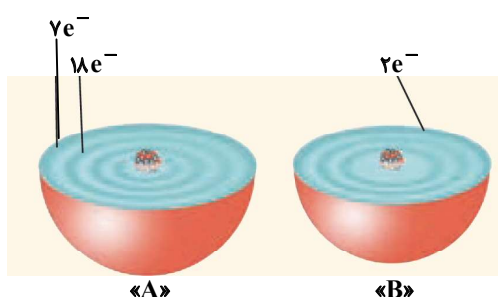
■ اتم A دارای ۶ الکترون با  $I = 0$  است.

■ آرایش الکترون - نقطه‌ای آن‌ها به صورت  $\ddot{A} \cdot$  و  $B \cdot$  است.

■ فرمول ترکیب یونی حاصل از این دو عنصر، به صورت  $BA_2$  است.

■ اتم B مانند عنصر M، به دسته S جدول دوره‌ای تعلق دارد.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار



۹۵- عنصرهایی با نماد فرضی «W»، «X»، «Y» و «Z»، به ترتیب از راست به چپ، چهار عنصر متوالی از دوره چهارم جدول دوره‌ای عنصرها هستند. اگر تعداد الکترون‌های ظرفیتی اتم «W» برابر با ۱۰ باشد، کدام گزینه درست است؟

(۱) در بیرونی‌ترین لایه الکترونی دارای الکترون اتم «Y» ۱ الکترون وجود دارد.

(۲) حاصل  $(n+1)$  بیرونی‌ترین زیرلایه دارای الکترون اتم «Z»، برابر با ۶ است.

(۳) اختلاف عدد اتمی «W» با گاز نجیب قبل از خود، برابر با ۱۰ است.

(۴) رنگ شعله عنصر «X»، با رنگ نور حاصل از بازگشت الکترون از لایه پنجم به لایه دوم در اتم هیدروژن مشابه است.

۹۶- چه تعداد از ویژگی‌های زیر را می‌توان به سبک‌ترین گاز نجیب نسبت داد؟

(الف) دومین عنصر تشکیل‌شده پس از مه‌بانگ

(پ) فراوان‌ترین گاز نجیب در هواکره

(ث) بی‌بو و غیرسمی بودن

(۱) دو (۲) سه (۳) چهار (۴) پنج

۹۷- یک لیتر از ترکیبی گازی شکل به فرمول  $C_xH_yO_z$  با ۳ لیتر گاز اکسیژن می‌سوزد و ۲ لیتر کربن دی‌اکسید و ۳ لیتر بخار آب حاصل می‌شود. شمار پیوندهای اشتراکی در ترکیب داده‌شده کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۹۸- با توجه به شکل روبه‌رو که مربوط به گازهای نئون و کربن دی‌اکسید در شرایط معین است، پاسخ درست پرسش‌های «الف» و «ب» در کدام

گزینه آمده است؟ (هر ذره را هم‌ارز با ۰/۵ مول از آن گونه در نظر بگیرید و  $CO_2 = 44: g \cdot mol^{-1}$ ,  $Ne = 20$ )

(الف) کدام ظرف می‌تواند در شرایط STP قرار داشته باشد؟

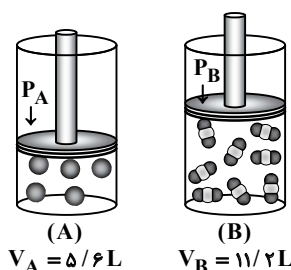
(ب) جرم گاز موجود در ظرف «B» چند برابر ظرف «A» است؟

(۱) «A» - ۳/۵۲

(۲) «B» - ۱/۶

(۳) «A» - ۱/۶

(۴) «B» - ۳/۵۲



۹۹- اگر در اثر واکنش  $9/03 \times 10^{23}$  مولکول اکسیژن با مولکولهای  $SO_2$  در واکنش  $2SO_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2SO_3(g)$ ، گاز  $SO_3$  با چگالی  $1/92 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$  تشکیل شود، چند درصد از مولکولهای اکسیژن در این فرایند مصرف نشده‌اند؟

( $O = 16, S = 32; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

۹۲ (۴)

۸۰ (۳)

۳۲ (۲)

۸ (۱)

۱۰۰- با توجه به گونه‌های  $SO_3^{2-}$ ،  $SO_3^-$  و  $SO_3$ ، کدام مطلب درست است؟

(۱) در هر واحد فرمولی از ترکیب حاصل از واکنش یون لیتیم با  $SO_3^{2-}$ ، ۵ اتم وجود دارد.

(۲) نسبت تعداد جفت الکترونهای ناپیوندی به تعداد پیوندهای اشتراکی در  $SO_3^{2-}$  برابر ۴ است.

(۳) نسبت تعداد جفت الکترونهای ناپیوندی  $SO_3^{2-}$  به تعداد پیوندهای اشتراکی در  $SO_3$  برابر ۲/۵ است.

(۴) در ساختار هر سه گونه، فقط پیوندهای اشتراکی یگانه مشاهده می‌شود.

۱۰۱- در ۴ لیتر از آب یک دریاچه، ۰/۸۵ میلی گرم سدیم نیترات و ۴/۴۴ میلی گرم منیزیم نیترات به صورت محلول وجود دارد. اگر هیچ نوع نمک نیترات دیگری در آب این دریاچه وجود نداشته باشد و چگالی آب این دریاچه ۱ گرم بر میلی لیتر باشد، غلظت یون نیترات در آن به تقریب

چند ppm است؟ ( $N = 14, O = 16, Na = 23, Mg = 24; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

۵/۲۹ (۴)

۴/۳ (۳)

۲/۴۸ (۲)

۱/۱ (۱)

۱۰۲- انحلال پذیری لیتیم سولفات در دماهای  $40^\circ\text{C}$  و  $70^\circ\text{C}$  به ترتیب برابر با ۳۰ و ۲۵ گرم و انحلال پذیری سدیم کلرید در دماهای  $10^\circ\text{C}$  و  $100^\circ\text{C}$  به ترتیب برابر با ۳۵ و ۴۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. نمودار انحلال پذیری این دو نمک در چه دمایی (برحسب درجه سلسیوس) یکدیگر را قطع می‌کنند؟ (نمودار انحلال پذیری هر دو نمک به صورت خط راست است.)

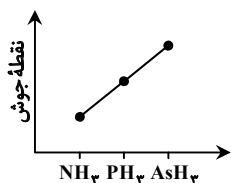
(۴) نمودارها یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

۴۰ (۳)

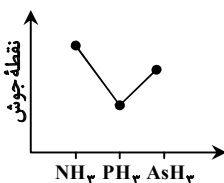
۱۰ (۲)

۵ (۱)

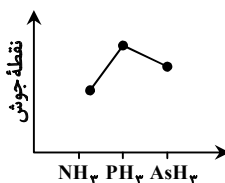
۱۰۳- نمودار نقطه جوش ترکیبات هیدروژن دار سه عنصر اول گروه ۱۵ جدول دوره‌ای، مطابق کدام گزینه است؟



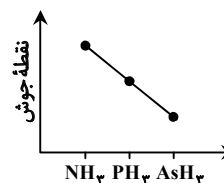
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۱۰۴- نسبت شمار الکترونهای زیرلایه ۳d در کاتیون ترکیب  $MnCO_3$  به شمار الکترونهای زیرلایه ۳d در کاتیون ترکیب  $Cu_2O$ ، کدام است؟ (منگنز و مس، هر دو در دوره چهارم و به ترتیب در گروه‌های ۷ و ۱۱ قرار دارند.)

$\frac{4}{9}$  (۴)

$\frac{7}{10}$  (۳)

$\frac{5}{9}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

۱۰۵- بر اساس معادله موازنه شده زیر، از واکنش مقدار کافی منگنز (IV) اکسید با ۲۰۰ mL محلول  $1/5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  هیدروکلریک اسید،

$1/42$  لیتر گاز کلر با چگالی  $3 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$  به دست آمده است. بازده درصدی این واکنش کدام است؟ ( $Cl = 35.5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )



۶۰ (۴)

۸۴/۵ (۳)

۸۰ (۲)

۶۲/۵ (۱)

۱۰۶- اگر نسبت شمار پیوندهای C-C به C-H در آلکان راست‌زنجیر A برابر با ۰/۳۷۵ و جرم مولی آلکان راست‌زنجیر B با جرم مولی

کربن دی‌اکسید برابر باشد، کدام گزینه درست است؟ ( $H = 1, C = 12, O = 16, Ca = 40, Br = 80; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

(۱) هر دو آلکان در دمای  $22^\circ\text{C}$  به حالت گاز هستند.

(۲) در ساختار آلکان B، ۹ پیوند اشتراکی وجود دارد.

(۳) آلکان A از اتان فراتر است.

(۴) جرم مولی آلکان A، نصف جرم مولی کلسیم برمید است.

۱۰۷- چند مورد از مطالب زیر درباره فرآورده واکنش روبه‌رو، درست است؟

■ نام آن، ۲-اتیل-۴-متیل هگزان است.

■ فرمول مولکولی آن  $C_9H_{20}$  است.

■ در ساختار آن، ۴ گروه  $CH_3$  وجود دارد.

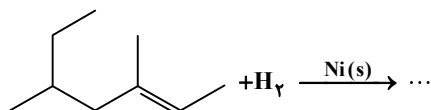
■ برای سوختن کامل ۱ مول از آن، به ۱۴ مول گاز اکسیژن نیاز است.

(۱) یک

(۲) دو

(۳) سه

(۴) چهار



۱۰۸- مخلوطی با نسبت‌های مولی برابر از یک آلکان، آلکن و آلکین هم کربن با یکدیگر را به‌طور کامل می‌سوزانیم. اگر شمار مول‌های آب تولیدشده، ۳۰ برابر مول اولیه آلکین باشد، در ساختار آلکین موجود در این مخلوط، چند پیوند اشتراکی وجود دارد؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۲۳ (۳) ۲۹ (۴) ۳۲

۱۰۹- به جرم‌های مساوی از دو فلز A و B به مقدار یکسانی گرما می‌دهیم. با توجه به نتایج به‌دست آمده در جدول زیر، کدام گزینه در مورد این دو فلز درست است؟

| فلز                                     | A  | B |
|-----------------------------------------|----|---|
| میزان افزایش دما ( $^{\circ}\text{C}$ ) | ۱۵ | ۳ |

(۱) ظرفیت گرمایی ویژه A، ۵ برابر ظرفیت گرمایی ویژه B است.

(۲) ظرفیت گرمایی A، ۵ برابر ظرفیت گرمایی B است.

(۳) برای ساخت دسته یک تابه، بهتر است از فلز B استفاده شود.

(۴) اگر هر دو قطعه فلز را تا دمای ۳۰ درجه سلسیوس گرم کنیم، فلز B سریع‌تر سرد می‌شود.

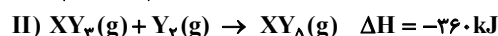
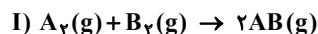
۱۱۰- آنتالپی انحلال آمونیوم نیترات و کلسیم کلرید به‌ترتیب برابر  $+۲۶ \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  و  $-۷۸ \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  است. ضمن انحلال ۰/۱ مول آمونیوم نیترات در یک لیتر آب، چند گرم کلسیم کلرید باید به آب اضافه شود تا دمای آب ثابت بماند؟

( $\text{H} = ۱, \text{N} = ۱۴, \text{O} = ۱۶, \text{Cl} = ۳۵/۵, \text{Ca} = ۴۰: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

- (۱) ۷/۴ (۲) ۳/۷ (۳) ۱/۸۵ (۴) ۱۴/۸

۱۱۱- بر اساس اطلاعات جدول زیر، گرمای موردنیاز برای مصرف ۲ مول ماده A<sub>۲</sub> در واکنش (I) را از تولید چند مول XY<sub>۵</sub>، در واکنش (II) می‌توان به‌دست آورد؟

| پیوند                                               | A - A | B - B | A - B |
|-----------------------------------------------------|-------|-------|-------|
| آنتالپی پیوند ( $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ ) | ۱۰۰   | ۲۰۰   | ۱۲۰   |



- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۱۲- ۷۵ درصد مولی یک مخلوط گازی را متان و ۲۵ درصد مولی آن را گاز اتان تشکیل می‌دهد. از سوختن کامل ۵/۲ گرم از این مخلوط گازی، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ (ارزش سوختن متان و اتان به‌ترتیب ۵۵ و ۵۲ کیلوژول بر گرم است.)

( $\text{H} = ۱, \text{C} = ۱۲: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۲۴۲/۱ (۳) ۲۸۰ (۴) ۲۸۲/۱

۱۱۳- با توجه به نمودار زیر که مربوط به فراورده یک واکنش در ۳ وضعیت متفاوت است، کدام عبارت می‌تواند درست باشد؟

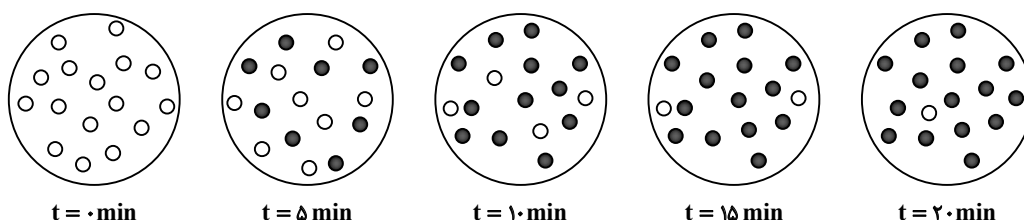
(۱) واکنش در وضعیت C، در زمان کوتاه‌تر و با سرعت کمتری نسبت به واکنش در وضعیت A انجام می‌شود.

(۲) می‌توان گفت واکنش در وضعیت A در مقایسه با وضعیت C، با مقدار بیشتری واکنش دهنده شروع شده است.

(۳) واکنش در وضعیت B، با دمای بیشتری نسبت به واکنش‌های A و C انجام شده است.

(۴) حجم ظرف واکنش در وضعیت B، بیشتر از حجم ظرف واکنش در وضعیت A است.

۱۱۴- شکل‌های زیر مربوط به پیشرفت واکنش فرضی  $\text{A} \rightarrow \text{B}$  با گذشت زمان است. سرعت متوسط مصرف ماده «A» در ۵ دقیقه چهارم واکنش، چند برابر سرعت متوسط تولید ماده «B» در ۱۰ دقیقه اول واکنش (برحسب مول بر زمان) است؟



- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{1}{12}$

۱۱۵- مقداری کلسیم کربنات جامد را با ۲۰۰ میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید در یک ظرف سر باز مخلوط می‌کنیم. اگر در ۲۰ ثانیه اول واکنش، سرعت متوسط تغییر جرم مخلوط واکنش، برابر با ۰/۰۱۱ گرم بر ثانیه باشد، طی این مدت، سرعت متوسط مصرف HCl چند مول بر لیتر بر دقیقه است؟ (از تغییر حجم محلول در نتیجه افزودن ماده جامد و انجام واکنش، چشم‌پوشی کنید،  $(C = ۱۲, O = ۱۶ : g \cdot mol^{-1})$ )



(۱) ۰/۰۳ (۲) ۰/۱۵ (۳) ۰/۰۷۵ (۴) ۰/۰۱۵

۱۱۶- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- در ساختار پلی‌وینیل کلرید همانند تفلون، علاوه بر اتم‌های کربن و هیدروژن، اتم هالوژن نیز وجود دارد.
- شمار جفت الکترون‌های پیوندی در مونومر پلی‌پروپن و مونومر پلی‌سیانواتن با هم برابر است.
- درشت مولکول‌ها را می‌توان مولکول‌هایی بزرگ دانست که در ساختار آن‌ها واحد تکرارشونده وجود دارد.
- در پلیمرهایی مانند پلی‌استیرن، پلی‌وینیل کلرید و کولار، مونومرها با پیوندهای کربن-کربن به یکدیگر متصل شده و زنجیرهای بلندی را ایجاد کرده‌اند.

(۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک

۱۱۷- پلی‌متیل متاکریلات (PMMA) یک پلیمر پر کاربرد در صنعت است. اگر ساختار کلی مونومر سازنده آن به صورت  $CH_2=C(CH_3)A$  زنجیری از آن شامل ۳۰۰ واحد تکرارشونده، دارای چگالی  $1/2 g \cdot mL^{-1}$  و حجمی برابر ۲۵ L به‌ازای یک مول از پلیمر باشد، کدام گزینه است؟

( $O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g \cdot mol^{-1}$ )

(۱)  $C_4H_8O$  (۲)  $CH_3O$  (۳)  $CH_3O_2$  (۴)  $C_4H_8O_2$

۱۱۸- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) استیک اسید یکی از پرکاربردترین اسیدهای آلی به‌شمار می‌رود و دومین عضو این خانواده است.
- (۲) الکل‌های یک‌عاملی را می‌توان با فرم کلی ROH نشان داد که R می‌تواند یک زنجیره هیدروکربنی باشد.
- (۳) اسیدهای یک‌عاملی را می‌توان با فرم کلی RCOOH نشان داد که R تنها می‌تواند یک زنجیره هیدروکربنی باشد.
- (۴) ۱- هگزانول، ۱- هپتانول و ۱- اوکتانول از دسته مواد کم‌محلول در آب به‌شمار می‌آیند.

۱۱۹- چند مورد از مطالب زیر درباره ترکیبی با ساختار روبه‌رو، درست است؟

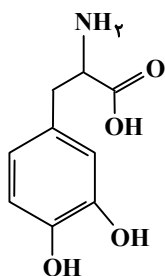
- دارای گروه‌های عاملی آمیدی، هیدروکسیل و کربوکسیل است.
- شمار اتم‌های هیدروژن آن با نفتالن برابر است.
- توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را دارد.
- مانند ۲- هپتانول، یک ترکیب آروماتیک است.

(۱) دو

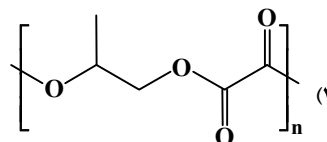
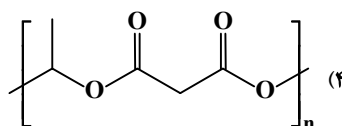
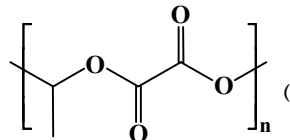
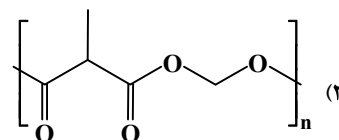
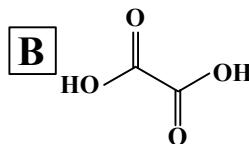
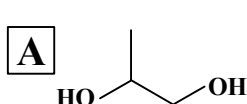
(۲) یک

(۳) چهار

(۴) سه



۱۲۰- در تولید یک پلیمر، مولکول‌های A و B به‌عنوان مونومر استفاده شده‌اند. کدام گزینه، ساختار پلیمر تولیدشده را نشان می‌دهد؟

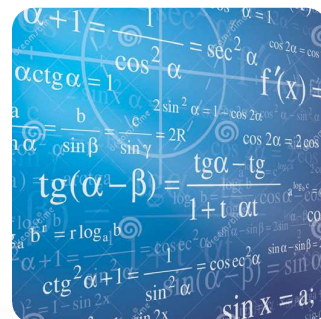
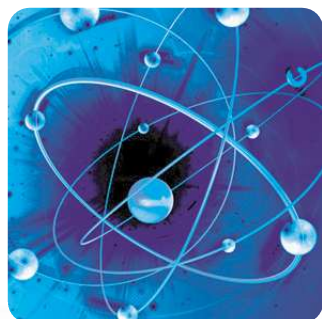


# دفترچه پاسخ‌های تشریحی

آزمون آزمایشی ۸ مهر ۱۴۰۱ (مرحله ۱)

ویژه داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

گروه آزمایشی علوم ریاضی



## تذکرات مهم ↓

➤ آزمون آزمایشی مرحله ۲ گزینه دو، در روز جمعه ۲۲ مهر ۱۴۰۱ برگزار می گردد.

➤ داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، پیش آزمون های آنلاین، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وب سایت گزینه دو به آدرس [www.gozine2.ir](http://www.gozine2.ir) شوید.

➤ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➤ کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۱ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس [www.gozine2.ir](http://www.gozine2.ir) قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

gozine2.ir

## ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فصل ۱، درس ۴ ریاضی ۱

نکته: جمله  $n$ ام یک دنباله حسابی با جمله اول  $t_1$  و قدرنسبت  $d$  به صورت  $t_n = t_1 + (n-1)d$  است.

در هر مرحله برای ساختن شکل مرحله بعد ۵ نقطه اضافه می‌شود. مطابق جدول زیر داریم:

| مرحله      | ۱ | ۲ | ۳  | ۴  | ۵  | ... |
|------------|---|---|----|----|----|-----|
| تعداد نقاط | ۱ | ۶ | ۱۱ | ۱۶ | ۲۱ | ... |

بنابراین دنباله تعداد نقاط، یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۵ و جمله اول یک است. تعداد نقاط لازم برای شکل دهم برابر است با:

$$t_{10} = t_1 + (10-1) \times d = 1 + 9 \times 5 = 46$$

۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده \* فصل ۲، درس ۲ ریاضی ۱

نکته:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

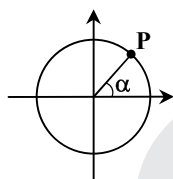
نکته: مختصات هر نقطه روی دایره مثلثاتی به صورت  $P(\cos \alpha, \sin \alpha)$  است:

نقطه A روی دایره مثلثاتی با طول  $-\frac{3}{5}$  است. پس داریم:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \xrightarrow{\cos \theta = -\frac{3}{5}} \sin^2 \theta + \frac{9}{25} = 1 \Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{4}{5}$$

چون  $\theta$  در ناحیه دوم است، پس  $\sin \theta = \frac{4}{5}$  قابل قبول است. بنابراین:

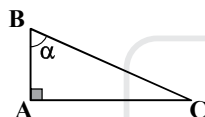
$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = -\frac{4}{3}$$



۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فصل ۲، درس ۱ ریاضی ۱

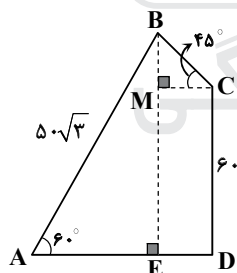
نکته: در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC}$$

$$\cos \alpha = \frac{AB}{BC}$$

شکل داده شده را به صورت روبه‌رو در نظر می‌گیریم:



با توجه به شکل داریم:

$$\triangle ABE : \sin 60^\circ = \frac{BE}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BE}{5\sqrt{3}} \Rightarrow BE = 7.5 \Rightarrow BM = 7.5 - 6 = 1.5$$

$$\triangle BMC : \sin 45^\circ = \frac{BM}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1.5}{BC} \Rightarrow BC = 1.5\sqrt{2}$$

۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده \* فصل ۵، درس ۳ ریاضی ۱

نکته: تابعی مانند  $f$  را که برد آن تنها شامل یک عضو است، تابع ثابت می‌نامیم. اگر این عضو را  $k$  بنامیم، تابع ثابت را معمولاً با معادله  $f(x) = k$  نمایش می‌دهیم.

نکته: اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند و هر عضو از دامنه تابع دقیقاً به همان عضو در برد نظیر شود، تابع را همانی می‌نامند. اگر دامنه تابع همانی را  $\mathbb{R}$  در نظر بگیریم، نمودار آن همان خط  $y = x$  است که با معادله  $f(x) = x$  هم نمایش داده می‌شود.

$$m - 2 = 1 \Rightarrow m = 3$$

چون تابع  $f(x) = (m-2)x$  همانی است، پس:

$$g(x) = \frac{3(x + \frac{4}{3})}{2(x + \frac{n}{2})} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{n}{2} \Rightarrow n = \frac{8}{3} \Rightarrow 3n = 8$$

از طرفی  $g(x) = \frac{3x+4}{2x+n}$  تابعی ثابت است، پس می‌توان نوشت:

$$m + 3n = 3 + 8 = 11$$

بنابراین:

$$\text{نکته: } \sqrt[n]{a^m b^k} = a^{\frac{m}{n}} b^{\frac{k}{n}}$$

$$\text{نکته: } \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\text{نکته: } a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt[6]{a} \times \sqrt[4]{a} \times \sqrt[3]{a^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \\ &= \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{3^6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{12} \times a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{3^6} \times \frac{1}{12} \times a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{3^6} \times \frac{1}{12} \times a^{\frac{1}{2}} \\ &\frac{1}{2^3} \times \frac{1}{3^6} \times \frac{1}{12} \times a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{3^6} \times \frac{1}{12} \times a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{3^6} \times \frac{1}{12} \times a^{\frac{1}{2}} \Rightarrow a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{3^6} \times \frac{1}{12} \Rightarrow a = 2 \end{aligned}$$

طبق فرض این مقدار برابر ۶ است، پس:

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فصل ۳، درس ۴ ریاضی ۱

۶- پاسخ: گزینه ۳

$$\text{نکته: } \begin{cases} a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \\ (a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3 \\ (a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3 \end{cases}$$

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$(a-1)(a+1)(a^2+a+1)(a^2-a+1) = (a-1)(a^2+a+1)(a+1)(a^2-a+1) = (a^3-1)(a^3+1) = a^6-1$$

$$(\sqrt[6]{3})^6 = 3$$

$$A = a^6 - 1 + 1 = a^6, \text{ بنابراین به ازای } a = \sqrt[6]{3} \text{ مقدار } A \text{ برابر است با:}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فصل ۴، درس ۳ ریاضی ۱

۷- پاسخ: گزینه ۳

نکته: جدول تعیین علامت عبارت  $y = ax + b$  به صورت زیر است:

| x        | $-\frac{b}{a}$                |
|----------|-------------------------------|
| $ax + b$ | مخالف علامت a   موافق علامت a |

چون جواب نامعادله  $ax + b > 0$  بازه  $(-\infty, 2)$  است، پس عبارت  $ax + b$  به ازای  $x = 2$  برابر صفر است، یعنی  $2a + b = 0$  و از طرفی  $a > 0$ ؛ زیرا جدول تعیین علامت آن به صورت زیر است:

| x        | 2     |
|----------|-------|
| $ax + b$ | -   + |

پس  $a > 0$  و  $b = -2a$ ، اما علامت عبارت  $y = bx + a$  به صورت زیر است:

$$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{a}{b} \Rightarrow x = -\frac{a}{-2a} = \frac{1}{2}$$

| x        | $\frac{1}{2}$                 |
|----------|-------------------------------|
| $bx + a$ | مخالف علامت b   موافق علامت b |

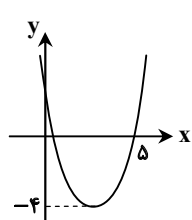
از اینکه  $a > 0$  و  $b = -2a$ ، می توان نتیجه گرفت  $b < 0$ . پس جدول تعیین علامت عبارت  $bx + a$  به صورت زیر است:

| x        | $\frac{1}{2}$ |
|----------|---------------|
| $bx + a$ | +   -         |

بنابراین  $bx + a$  در بازه  $(\frac{1}{2}, +\infty)$  منفی است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فصل ۴، درس ۲ ریاضی ۱

۸- پاسخ: گزینه ۲

نکته: مختصات رأس سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  عبارت است از:  $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ 

$$25 + 5a + b = 0 \Rightarrow b = -25 - 5a \quad (1)$$

نقطه  $(5, 0)$  روی سهمی قرار دارد، پس:

$$\frac{4b - a^2}{4} = -4 \Rightarrow a^2 - 4b = 16 \quad (2)$$

از طرفی عرض رأس سهمی برابر ۴- است، بنابراین:

با جای گذاری (۱) در (۲) داریم:

$$a^2 + 20a + 84 = 0 \Rightarrow (a+14)(a+6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -14 \Rightarrow b = 45 \Rightarrow y = x^2 - 14x + 45 = (x-9)(x-5) & * \\ a = -6 \Rightarrow b = 5 \Rightarrow y = x^2 - 6x + 5 = (x-5)(x-1) & \checkmark \end{cases}$$

در حالت اول، نقاط برخورد سهمی با محور  $x$  ها،  $x = 9$  و  $x = 5$  است که با توجه به نمودار امکان پذیر نیست؛ ولی در حالت دوم نقاط برخورد سهمی با محور  $x$  ها،  $x = 5$  و  $x = 1$  است که قابل قبول است، پس:  $b = 5$

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

نکته ۱: اگر  $D$  اندازه زاویه‌ای بر حسب درجه و  $R$  اندازه آن بر حسب رادیان باشد، آنگاه:

نکته ۲: همواره بین اندازه یک زاویه (بر حسب رادیان) و طول کمان ( $\ell$ ) روبه‌رو به آن در یک دایره به شعاع  $r$  رابطه  $\theta = \frac{\ell}{r}$  برقرار است.

$$\frac{20}{180} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{9}$$

ابتدا مطابق نکته ۱ اندازه زاویه را بر حسب رادیان به دست می‌آوریم:

$$\ell = r \times \theta \Rightarrow \ell = 36 \times \frac{\pi}{9} = 4\pi$$

با توجه به نکته ۲ اندازه کمان روبه‌رو به زاویه  $\frac{\pi}{9}$  رادیان در دایره‌ای به شعاع ۳۶ برابر است با:

راه حل اول:

توابع  $y = \log_2 x$  و  $y = \log_3 x$  و  $y = \log_5 x$  به ترتیب از نقاط  $(2, 1)$ ،  $(3, 1)$  و  $(5, 1)$  می‌گذرند، یعنی این توابع به ترتیب، هر کدام زودتر از قبلی به نقطه‌ای با عرض یک می‌رسند، پس گزینه ۱ درست است.

راه حل دوم:

در تابع  $y = \log_a x$  ( $a > 1$ ) هر چه مقدار  $a$  بیشتر باشد، تابع با سرعت کمتری رشد می‌کند و بالا می‌رود. پس گزینه ۱ درست است.

نکته: در دنباله حسابی تفاضل دو جمله متوالی برابر قدرنسبت ( $d$ ) است.

اگر دنباله حسابی را  $a_n$  بنامیم، داریم:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \text{مجموع جملات با شماره زوج: } a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2n} = \alpha \\ \text{مجموع جملات با شماره فرد: } a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2n-1} = \beta \end{cases} \\ \Rightarrow \alpha - \beta = (a_2 - a_1) + (a_4 - a_3) + (a_6 - a_5) + \dots + (a_{2n} - a_{2n-1}) \\ \Rightarrow \alpha - \beta = n \cdot d \Rightarrow d = \frac{\alpha - \beta}{n} \end{aligned}$$

نکته: مختصات نقطه وسط پاره خط  $AB$  عبارت است از:

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

ابتدا با استفاده از نکته بالا داریم:

$$A(-2, 1), B(3, \alpha) \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}, \frac{\alpha+1}{2}\right)$$

عمود منصف  $AB$ ، از نقطه وسط  $AB$  (نقطه  $M$ ) می‌گذرد، پس مختصات این نقطه در معادله خط صدق می‌کند:

$$5\left(-\frac{1}{2}\right) + 3\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 10 \Rightarrow 5 + 3\alpha + 3 = 20 \Rightarrow 3\alpha = 12 \Rightarrow \alpha = 4$$

$$\text{نکته: } |x| = a \Rightarrow x = \pm a \quad (a > 0)$$

نکته: اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  باشند، آنگاه:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

با توجه به نکات داریم:

$$|x^2 - 4x| = 4 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4x = 4 \Rightarrow x^2 - 4x - 4 = 0 \Rightarrow x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} = -4 \\ x^2 - 4x = -4 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

معادله اول دو ریشه دارد که حاصل ضرب آن‌ها برابر ۴- است و تنها ریشه معادله دوم  $x = 2$  می‌باشد، پس حاصل ضرب این ۳ ریشه برابر  $-8 = 4 \times 2$  است.

نکته: اگر  $r > 0$ ، بازه  $(x, x+r)$  را یک همسایگی راست  $x$  می‌نامیم.

مطابق نکته داریم:

$$2x^2 - 1 = 7 \Rightarrow 2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

اگر  $x = 2$  آنگاه بازه به صورت  $(2, 6)$  درمی‌آید که با توجه به اینکه  $7 > 6$ ، اشتباه است.

اگر  $x = -2$  آنگاه بازه به صورت  $(-2, 10)$  درمی‌آید که یک همسایگی راست عدد ۷ است.

۱۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فصل ۵، درس ۲ حسابان ۱

نکته: حد تابع  $f$  در  $x = a$  وجود دارد، اگر و تنها اگر حد چپ و راست تابع  $f$  در  $x = a$  موجود و با هم برابر باشند.

با توجه به اینکه می‌دانیم  $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ ، پس تابع گزینه ۴ برابر تابع ثابت  $y = -1$  با دامنه  $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$  است. بنابراین این تابع در  $x = 0$  حدی برابر  $-1$  دارد.

۱۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فصل ۲، درس ۲ حسابان ۱

نکته: تابعی که به هر عدد صحیح  $k$  خود همان عدد و به تمام اعداد غیر صحیح میان دو عدد صحیح  $k$  و  $k+1$ ، عدد صحیح  $k$  را نسبت می‌دهد، تابع جزء صحیح می‌نامند و با ضابطه  $f(x) = [x]$  نمایش می‌دهند.

نکته: با فرض  $k > 0$  داریم:  $-k \leq f(x) \leq k \Leftrightarrow |f(x)| < k$

ابتدا نامعادله را حل می‌کنیم:

$$|2x-5| < 7 \Rightarrow -7 < 2x-5 < 7 \Rightarrow -2 < 2x < 12 \Rightarrow -1 < x < 6$$

حال می‌خواهیم مقادیر  $\left[\frac{x}{4}\right]$  را به دست آوریم:

$$-1 < x < 6 \Rightarrow -\frac{1}{4} < \frac{x}{4} < \frac{6}{4} \Rightarrow \left[\frac{x}{4}\right] = -1, 0, 1$$

یعنی عبارت  $\left[\frac{x}{4}\right]$  سه مقدار مختلف می‌تواند اختیار کند.

۱۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فصل ۲، درس ۴ حسابان ۱

نکته: اگر  $f$  و  $g$  معکوس یکدیگر باشند، آنگاه  $f \circ g(x) = x$  و  $g \circ f(x) = x$ . عکس این گزاره هم درست است؛ یعنی اگر  $f$  تابعی معکوس پذیر باشد و  $f \circ g(x) = x$  یا  $g \circ f(x) = x$ ، آنگاه  $f$  و  $g$  معکوس یکدیگرند.

ضابطه  $f(x)$ ، در واقع معادله خط گذرا از نقاط  $(0, 3)$  و  $(4, 0)$  است که به صورت زیر است:

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + 3$$

اکنون ضابطه معکوس  $f$  را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + 3 \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x + 3 \Rightarrow 4(y-3) = -3x \Rightarrow x = -\frac{4}{3}y + 4 \Rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{4}{3}x + 4$$

با توجه به نکته بالا،  $g(x)$  وارون  $f(x)$  است، پس:

$$g(x) = -\frac{4}{3}x + 4$$

طبق نمودار داریم:

$$\begin{cases} g(0) = a \Rightarrow a = 4 \\ g(b) = 0 \Rightarrow -\frac{4}{3}b + 4 = 0 \Rightarrow b = 3 \end{cases} \Rightarrow ab = 12$$

راه حل دوم:

$f(x)$  خط گذرا از نقاط  $(0, 3)$  و  $(4, 0)$  است که معادله آن به صورت زیر است:

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + 3$$

اکنون ضابطه  $g(x)$  را که در واقع معادله خط گذرا از نقاط  $(0, a)$  و  $(b, 0)$  است به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} A(0, a) \\ B(b, 0) \end{cases} \Rightarrow m_{AB} = \frac{a-0}{0-b} = \frac{-a}{b} \Rightarrow g(x) = -\frac{a}{b}x + h \xrightarrow{g(0)=a} a = 0 + h \Rightarrow h = a \Rightarrow g(x) = -\frac{a}{b}x + a$$

طبق فرض داریم:

$$f \circ g(x) = x \Rightarrow -\frac{3}{4}\left(-\frac{a}{b}x + a\right) + 3 = x \Rightarrow \frac{3a}{4b}x - \frac{3a}{4} + 3 = x \Rightarrow \begin{cases} -\frac{3}{4}a + 3 = 0 \Rightarrow a = 4 \\ \frac{3a}{4b} = 1 \xrightarrow{a=4} b = 3 \end{cases} \Rightarrow ab = 12$$

راه حل سوم:

چون دو نمودار یکدیگرند، پس واضح است که  $b$  مؤلفه اول قرینه نقطه  $(0, 3)$  نسبت به خط  $y = x$  و  $a$  مؤلفه دوم قرینه نقطه  $(4, 0)$  نسبت به خط  $y = x$  است، پس  $b = 3$  و  $a = 4$  و داریم:  $ab = 12$

$$\text{نکته: } \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha \quad \text{و} \quad \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin \alpha \quad \text{و} \quad \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \cos \alpha$$

$$A = \frac{3\cos 75^\circ + 2\sin(90^\circ + 75^\circ)}{2\cos 15^\circ + \sin(180^\circ - 75^\circ)} = \frac{3\cos 75^\circ + 2\cos 75^\circ}{2\sin 75^\circ + \sin 75^\circ} = \frac{5\cos 75^\circ}{3\sin 75^\circ} = \frac{5}{3} \cot 75^\circ \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \alpha \Rightarrow \cot 75^\circ = \frac{3\alpha}{5} \Rightarrow \tan 75^\circ = \frac{5}{3\alpha}$$

$$\text{نکته: } b^c = a \Leftrightarrow \log_b a = c$$

نکته: اگر  $A, B > 0$  از  $\log A = \log B$  می توان نتیجه گرفت  $A = B$  و برعکس.

$$\log_c a + \log_c b = \log_c ab, \quad \log_b a^n = n \log_b a$$

نکته (خواص توان):

ابتدا معادله را حل کرده و جواب قابل قبول را می یابیم:

$$\log_\Delta (x+2) + \log_\Delta (4x+8) = 2 \log_\Delta (6x-2) \Rightarrow \log_\Delta (x+2)(4x+8) = \log_\Delta (6x-2)^2 \Rightarrow \log_\Delta 4(x+2)^2 = \log_\Delta (6x-2)^2$$

$$\Rightarrow 4(x+2)^2 = (6x-2)^2 \Rightarrow (2x+4)^2 = (6x-2)^2 \Rightarrow \begin{cases} 2x+4 = 6x-2 \Rightarrow 4x=6 \Rightarrow x=\frac{3}{2} \\ 2x+4 = -(6x-2) \Rightarrow 8x=-2 \Rightarrow x=-\frac{1}{4} \end{cases}$$

جواب  $x = -\frac{1}{4}$  غیر قابل قبول است، زیرا عبارت  $\log_\Delta (6x-2)$  به ازای  $x = -\frac{1}{4}$  تعریف نشده است، پس:

$$x = \frac{3}{2} \Rightarrow \log_\Delta \frac{x}{3} = \log_\Delta \frac{1}{2} = -\log_\Delta 2 = -\frac{1}{2}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

نکته: برای دو تابع  $f$  و  $g$  داریم:

$$D_f: 16 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 16 \Rightarrow -4 \leq x \leq 4, \quad D_g: x-2 \neq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - \{2\}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = [-4, 4] - \{2, -1\}$$

تنها ریشه معادله  $g(x) = 0$  عدد  $x = -1$  می باشد، پس مطابق نکته می توان نوشت:

در این مجموعه، ۷ عدد صحیح  $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$  وجود دارند.

$$\text{نکته: } D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

می دانیم  $D_g = \mathbb{R}$  و با توجه به نکته فوق داریم:

$$D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 3 \in [1, +\infty)\} \Rightarrow x^2 - 3 \geq 1 \Rightarrow x^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq 2 \text{ یا } x \leq -2$$

$$\Rightarrow D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2 \text{ یا } x \leq -2\} = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$

نکته: در معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  مجموع ریشه ها برابر  $S = \frac{-b}{a}$  و حاصل ضرب ریشه ها برابر  $P = \frac{c}{a}$  است.

$x = 1$  یکی از ریشه های این معادله است، پس عبارت  $x^3 - 4x^2 + 4x - 1$  عاملی به صورت  $x - 1$  دارد. بنابراین عبارت داده شده بر  $x - 1$  بخش پذیر است. با انجام تقسیم عامل دیگر را به دست می آوریم:

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 4x^2 + 4x - 1 & x - 1 \\ \hline x^3 - x^2 & x^2 - 3x + 1 \\ \hline -3x^2 + 4x - 1 & \\ -3x^2 + 3x & x - 1 \\ \hline x - 1 & \\ -x + 1 & 0 \end{array}$$

پس معادله به صورت  $(x-1)(x^2-3x+1)=0$  است. طبق فرض  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $x^2-3x+1=0$  هستند، پس مجموع آنها

$$\text{برابر است با: } S = -\frac{-3}{1} = 3$$



نکته: در هر مثلث، اندازه هر زاویه خارجی برابر مجموع اندازه‌های دو زاویه داخلی غیرمجاور آن است.  
نکته: در هر مثلث با دو زاویه ناهای، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر، بزرگ‌تر است.  
در مثلث BCD اندازه زاویه خارجی D برابر است با:

$$\hat{BDA} = 40^\circ + 70^\circ = 110^\circ$$

بنابراین:

$$\hat{BDC} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

پس مثلث BCD متساوی‌الساقین است و  $BD = BC$ در مثلث ABD، زاویه خارجی D برابر  $70^\circ$  است، پس:

$$\hat{BDC} = 40^\circ + \hat{ABD} \Rightarrow \hat{ABD} = 30^\circ$$

بنابراین  $\hat{B} = \hat{C} = 70^\circ$ ، در نتیجه مثلث ABC نیز متساوی‌الساقین است و  $AB = AC$ 

$$\triangle ABD: \hat{ADB} > \hat{BAD} \Rightarrow AB > BD$$

$$\triangle BDC: \hat{DCB} > \hat{DBC} \Rightarrow BD > DC$$

اکنون با استفاده از نکته بالا داریم:

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

نکته (قضیه تالس در دوزنقه): در دوزنقه ABCD، اگر  $MN \parallel AB \parallel CD$ ، آنگاه:  $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$  و برعکس.

نکته (تعمیم قضیه تالس): اگر در مثلث، خطی موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند، آنگاه مثلثی ایجاد می‌شود که اضلاع آن با اضلاع مثلث اصلی متناسب است.

طبق فرض:  $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$ ، بنابراین طبق عکس قضیه تالس در دوزنقه نتیجه می‌گیریم:

$$\triangle BDC: MF \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{BF}{BC} = \frac{MF}{DC} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{MF}{12} \Rightarrow MF = 9 \quad (1)$$

$$\triangle CAB: NF \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{CF}{CB} = \frac{NF}{AB} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{NF}{4} \Rightarrow NF = 1 \quad (2)$$

$$MN = MF - NF = 9 - 1 = 8$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

نکته ۱: در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است.

نکته ۲: در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویه  $15^\circ$  (یا  $75^\circ$ ) داشته باشد، ارتفاع وارد بر وتر ربع وتر است.  
با توجه به نکات و مطابق شکل، داریم:

$$AM + AH = 6\sqrt{10} \Rightarrow \frac{1}{2}BC + \frac{1}{4}BC = 6\sqrt{10} \Rightarrow \frac{3}{4}BC = 6\sqrt{10}$$

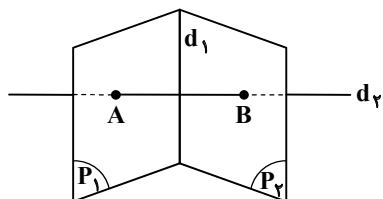
$$\Rightarrow BC = 8\sqrt{10} \Rightarrow AH = 2\sqrt{10}$$

بنابراین مساحت مثلث، برابر است با:

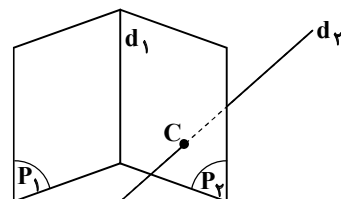
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AH \times BC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{10} \times 8\sqrt{10} = 80$$

نکته ۱: دو خط در فضا متناظرند، هرگاه صفحه‌ای شامل هر دو خط وجود نداشته باشد.

نکته ۲: خط با صفحه یا موازی است (صفر نقطه اشتراک) یا متقاطع است (یک نقطه اشتراک) و یا خط در صفحه واقع است (صفحه شامل خط است).  
با توجه به نکات، یکی از دو حالت زیر ممکن است به وجود بیاید.



■ خط  $d_2$  صفحه  $P_1$  را در نقطه A و صفحه  $P_2$  را در نقطه B قطع کرده و با  $d_1$  متناظر است.



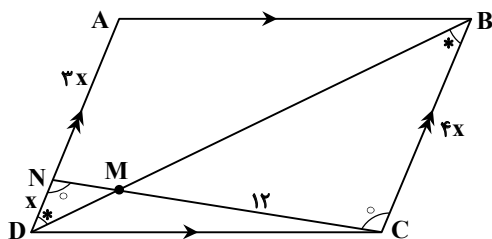
■ خط  $d_2$  صفحه  $P_1$  را در نقطه C قطع کرده و با صفحه  $P_2$  موازی است و با  $d_1$  متناظر است.  
بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۳۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فصل ۲، درس ۳ هندسه ۱

نکته: اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلثی دیگر برابر باشند، آن دو مثلث متشابه‌اند.

مطابق شکل، از آنجایی که  $ABCD$  متوازی‌الاضلاع است، به کمک قضیه خطوط موازی و مورب و با توجه به نکته، دو مثلث  $MBC$  و  $MND$  به حالت برابری دو زاویه متشابه هستند. زیرا:



$$AD \parallel BC, \text{ مورب } BD \Rightarrow \hat{MBC} = \hat{MDN}$$

$$AD \parallel BC, \text{ مورب } NC \Rightarrow \hat{MCB} = \hat{MND}$$

حال اگر فرض کنیم  $ND = x$ ، با توجه به اطلاعات مسئله، خواهیم داشت:  $AN = 3x$  و در نتیجه:

$$BC = 4x$$

اینگ با توجه به تشابه دو مثلث  $MBC$  و  $MND$ ، به کمک نسبت اضلاع متناظر، خواهیم داشت:

$$\frac{MN}{MC} = \frac{ND}{BC} \Rightarrow \frac{MN}{12} = \frac{x}{4x} \Rightarrow MN = 3$$

۳۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فصل ۳، درس ۲ هندسه ۱

نکته: مساحت متوازی‌الاضلاع برابر با حاصل ضرب قاعده در ارتفاع نظیر آن است.

ابتدا با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه  $AOB$  طول ضلع  $AB$  را به دست می‌آوریم:

$$AB^2 = AO^2 + BO^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow AB = 5$$

اکنون ارتفاع  $OH$  را به دست می‌آوریم:

$$AO \times BO = OH \times AB \Rightarrow 3 \times 4 = 5 \times OH \Rightarrow OH = 2.4$$

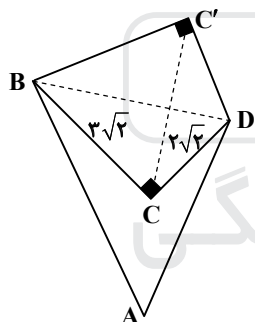
بنابراین:

$$S_{ABCD} = EH \times AB = (2 + 2.4) \times 5 = 4.4 \times 5 = 22$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* فصل ۲، درس ۲ هندسه ۲

۳۳- پاسخ: گزینه ۲

نکته: در مسائل هم‌پیرامونی (هم‌محیطی)، بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع شکل، مساحت آن را به کمک بازتاب، افزایش می‌دهیم.



با توجه به نکته و مطابق شکل، بازتاب نقطه  $C$  را نسبت به  $BD$  یافته و  $C'$  می‌نامیم، داریم:

$$S_{BCDC'} = 2S_{\triangle BCD} = 2 \times \frac{1}{2} BC \times CD = 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 12$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۳۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده \* فصل ۱، درس ۲ و فصل ۳، درس ۴ هندسه ۲

نکته ۱: در دو دایره مماس خارج، مطابق شکل، داریم:

$$d = R + R'$$

نکته ۲: بر طبق قاعده هرون، مساحت مثلثی با طول اضلاع  $a, b, c$  و محیط  $2P$ ، برابر است با:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}, \quad P = \frac{a+b+c}{2}$$

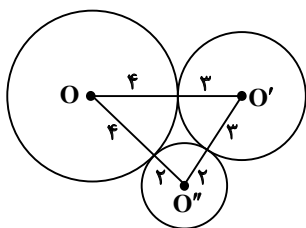
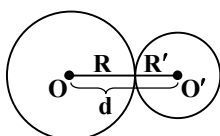
با توجه به نکته ۱ و مطابق شکل، اضلاع مثلث  $OO'O''$  به ترتیب ۵، ۶ و ۷ است.

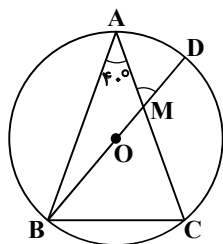
با توجه به نکته ۲، خواهیم داشت:

$$P = \frac{5+6+7}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$S = \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)} = \sqrt{9 \times 4 \times 3 \times 2} = 6\sqrt{6}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.





$$AB = AC \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{AC}$$

$$\widehat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} \xrightarrow{\widehat{A}=40^\circ} \widehat{BC} = 80^\circ$$

$$\widehat{AB} = \widehat{AC} = \frac{360^\circ - 80^\circ}{2} = \frac{280^\circ}{2} = 140^\circ$$

چون BD قطر است، داریم:

$$\widehat{BAD} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BA} + \widehat{AD} = 180^\circ \Rightarrow 140^\circ + \widehat{AD} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 40^\circ$$

نکته ۱: اگر  $d = R + R'$ ، آنگاه دو دایره مماس خارج هستند. (d خط المکزین است).

نکته ۲: در دو دایره مماس خارج، طول مماس مشترک خارجی دو دایره از رابطه  $2\sqrt{RR'}$  به دست می آید.

با توجه به نکته ۱ چون  $9 + 4 = 13$ ، پس دو دایره مماس خارج هستند.

با توجه به شکل، چهارضلعی  $OO'T'T'$  یک دوزنقه قائم الزاویه است که ارتفاع آن طول مماس مشترک خارجی دو دایره است.

با توجه به نکته ۲، طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر  $12 = 2\sqrt{9 \times 4}$  است.

$$S = \frac{1}{2} (9 + 4) \times 12 = 78$$

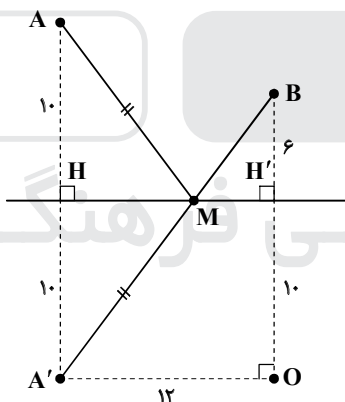
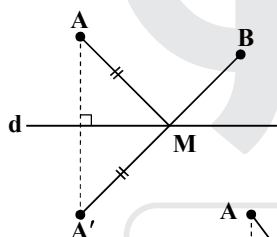
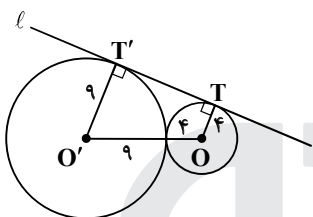
پس مساحت دوزنقه  $OO'T'T'$  برابر است با:

نکته (مسئله هرون برای پیدا کردن کوتاه ترین مسیر): خط d و نقاط A و B در یک طرف

آن مفروضند. برای به دست آوردن نقطه M روی خط d به طوری که  $AM + MB$  کمترین

مقدار باشد، ابتدا بازتاب نقطه A را نسبت به خط d پیدا می کنیم و A' می نامیم. سپس

را به B وصل می کنیم. محل تلاقی پاره خط A'B با خط d، نقطه M خواهد بود.

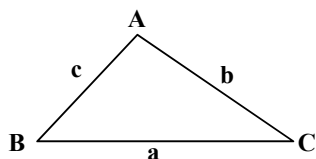


با توجه به نکته بالا، در شکل روبه رو داریم:

$$AM + MB = A'M + MB = A'B$$

اکنون با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه  $OA'B$ ، داریم:

$$A'B = \sqrt{OA'^2 + OB^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{400} = 20$$



نکته ۱ (قضیه سینوس ها): در مثلث دلخواه ABC داریم:

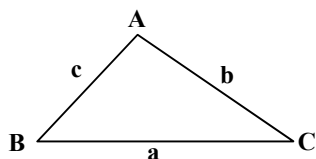
$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

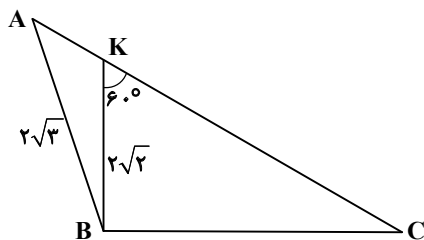
نکته ۲ (قضیه کسینوس ها): در مثلث دلخواه ABC داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$





ابتدا با توجه به نکته ۱، مطابق شکل در مثلث  $ABK$  داریم:

$$\frac{BK}{\sin \hat{A}} = \frac{AB}{\sin (180^\circ - 60^\circ)} \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{\sin \hat{A}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin 120^\circ} = 4$$

$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{\text{حاده } A} A = 45^\circ$$

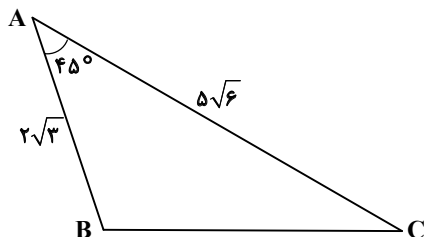
حال با توجه به نکته ۲ و مطابق شکل، خواهیم داشت:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2(AB)(AC)\cos 45^\circ$$

$$\Rightarrow BC^2 = 12 + 150 - 2(2\sqrt{3})(5\sqrt{6})\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

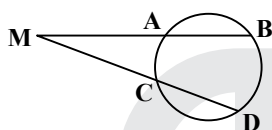
$$\Rightarrow BC^2 = 162 - 60 = 102$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{102}$$



۳۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فصل ۱، درس ۲ هندسه ۲

نکته: طبق روابط طولی در دایره، مطابق شکل، داریم:

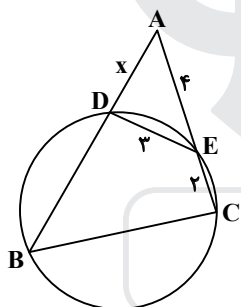


$$MA \times MB = MC \times MD$$

با توجه به نکته، اگر فرض کنیم  $AD = x$ ، داریم:

$$AD \times AB = AE \times AC \Rightarrow x \times 8 = 4 \times 6 \Rightarrow x = 3$$

حال با کمی دقت متوجه می‌شویم که دو مثلث  $ABC$  و  $ADE$  به حالت تناسب دو ضلع و تساوی زاویه بین آن دو ضلع، متشابهند:



$$\begin{cases} \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2} \\ \hat{A} \text{ مشترک} \end{cases} \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow BC = 6$$

۴۰- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فصل ۱، درس ۱ هندسه ۲

نکته ۱: اندازه هر زاویه محاطی برابر است با نصف کمان روبه‌روی آن.

نکته ۲: اندازه هر زاویه ظلی برابر است با نصف کمان روبه‌روی آن.

یادآوری: در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع و نیمساز وارد بر قاعده برهم منطبقند.

مثلث  $CAB$  متساوی‌الساقین است، پس:

$$\hat{CAB} = 70^\circ$$

در این مثلث  $CH$  ارتفاع و نیمساز است، پس:

$$\hat{C}_1 = \hat{C}_2 = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ$$

پس با توجه به نکته ۱، داریم:

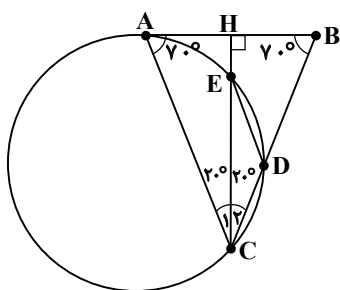
$$\begin{aligned} \hat{C}_1 = 55^\circ &\Rightarrow \widehat{AE} = 110^\circ \\ \hat{C}_2 = 55^\circ &\Rightarrow \widehat{ED} = 110^\circ \end{aligned} (*)$$

زاویه  $\hat{CAB}$  یک زاویه ظلی است، پس با توجه به نکته ۲، داریم:

$$\widehat{AE} + \widehat{ED} + \widehat{DC} = 110^\circ \xrightarrow{(*)} 110^\circ + \widehat{DC} = 110^\circ \Rightarrow \widehat{DC} = 0^\circ$$

و در نهایت با توجه به نکته ۱، خواهیم داشت:

$$\hat{CED} = \frac{\widehat{CD}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$



نکته ۱: عبارت  $x \in A$ ، یعنی عضو  $x$  در مجموعه  $A$  وجود دارد و عبارت  $x \notin A$ ، یعنی عضو  $x$  در مجموعه  $A$  موجود نیست.  
 نکته ۲:  $A \subseteq B$  است اگر و فقط اگر هر عضو مجموعه  $A$  در مجموعه  $B$  نیز موجود باشد.  
 با توجه به نکات، به بررسی هریک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$1 \text{ گزینه } B \in A \Rightarrow \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \quad \checkmark$$

$$2 \text{ گزینه } C \in B \Rightarrow \{\emptyset\} \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \quad \checkmark$$

$$3 \text{ گزینه } C \subseteq B \Rightarrow \{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \quad \checkmark$$

$$4 \text{ گزینه } B \subseteq A \Rightarrow \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \subseteq \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \quad \times$$

داریم  $\emptyset \in B$  اما  $\emptyset \notin A$ ، پس:  $B \not\subseteq A$   
 بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۴۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* فصل ۳، درس‌های ۱ و ۲ آمار و احتمال

نکته ۱: داده‌ای که بیشترین فراوانی را داشته باشد، مد نام دارد.  
 نکته ۲: در یک سری داده‌های آماری که به صورت صعودی مرتب شده‌اند:  
 الف) اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، داده وسط، میانه است.  
 ب) اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانگین دو داده وسط، میانه است.  
 با توجه به نکته ۱، واضح است که داده ۱۴ مد است، چون بیشترین فراوانی را دارد.  
 همچنین تعداد داده‌ها برابر است با:

$$2 + 3 + 2 + 2 + 1 = 10$$

تعداد داده‌ها زوج است، پس با توجه به نکته ۲، میانگین داده‌های پنجم و ششم، میانه است و داریم:

$$\text{میانه} = \frac{14 + 16}{2} = 15$$

بنابراین اختلاف میانه و مد برابر است با:

$$15 - 14 = 1$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* فصل ۴، درس ۱ آمار و احتمال

۴۳- پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱: در نمونه‌گیری سیستماتیک یا سامانمند اندازه طبقات با هم برابر است.  
 نکته ۲: در نمونه‌گیری خوشه‌ای چون به فهرست اعضای جامعه دسترسی نداریم (دسترسی دشوار و هزینه‌بر است)، واحدهای نمونه‌گیری را گروه‌ها و خوشه‌های جامعه در نظر گرفته و همه واحدهای آماری خوشه‌های انتخاب شده را به عنوان نمونه در نظر می‌گیریم.  
 نکته ۳: در نمونه‌گیری طبقه‌ای، با طبقه‌بندی جامعه به زیرمجموعه‌های مجزا، از هر طبقه یک نمونه تصادفی ساده انتخاب می‌کنیم.  
 نکته ۴: در نمونه‌گیری ارب، نمونه‌گیری از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله می‌گیرد و به سمت خاصی انحراف پیدا می‌کند.  
 با توجه به نکات، گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فصل ۱، درس ۱ آمار و احتمال

۴۴- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱: ترکیب شرطی زمانی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد.  
 نکته ۲: اگر در ترکیب شرطی دو گزاره، مقدم نادرست باشد، ارزش کل گزاره به انتفاءی مقدم، درست است.  
 نکته ۳: ترکیب دوشروطی زمانی درست است که هر دو گزاره هم‌ارزش باشند و در غیر این صورت، نادرست است.  
 نکته ۴: ترکیب فصلی زمانی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند و در مابقی حالات، درست است.  
 نکته ۵: ترکیب عطفی زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند و در مابقی حالات، نادرست است.  
 اگر  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  نادرست باشد، با توجه به نکته ۱،  $p \wedge q$  درست و  $r$  نادرست است و چون  $p \wedge q$  درست است، پس با توجه به نکته ۵،  $p$  و  $q$  هر دو درست هستند.  
 اینک با توجه به نکات، به بررسی هریک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$1) (q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (r \Rightarrow q) \equiv (T \Rightarrow T) \Leftrightarrow (F \Rightarrow T) \equiv T \Leftrightarrow T \equiv T \quad \times$$

$$2) (r \wedge q) \Leftrightarrow (r \wedge p) \equiv (F \wedge T) \Leftrightarrow (F \wedge T) \equiv F \Leftrightarrow F \equiv T \quad \times$$

$$3) (r \vee q) \Leftrightarrow (r \wedge p) \equiv (F \vee T) \Leftrightarrow (F \wedge T) \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F \quad \checkmark$$

$$4) (p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow \sim p) \equiv (T \Rightarrow F) \Leftrightarrow (T \Rightarrow F) \equiv F \Leftrightarrow F \equiv T \quad \times$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۴۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فصل ۱، درس ۳ آمار و احتمال

نکته ۱: برای دو مجموعه دلخواه A و B، داریم:

- ۱)  $A - B = A \cap B'$
- ۲)  $A \cup A' = U$
- ۳)  $A \cap A' = \emptyset$
- ۴)  $A \cap (A \cup B) = A$  ,  $A \cup (A \cap B) = A$
- ۵)  $(A')' = A$
- ۶)  $A \cap U = A$
- ۷)  $A \cup U = U$
- $(A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C)$

نکته ۲: برای سه مجموعه دلخواه A، B و C داریم:

با توجه به نکات، داریم:

$$[(B - A') \cup (B - A)] \cap [(A \cup B) \cap B]' = [(B \cap A) \cup (B \cap A')] \cap B' = [B \cap (A \cup A')] \cap B' = (B \cap U) \cap B' = B \cap B' = \emptyset$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فصل ۲، درس ۳ آمار و احتمال

نکته ۱: احتمال وقوع پیشامد A به شرطی که پیشامد B رخ داده باشد را با  $P(A|B)$  نمایش داده و برابر است با:  $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

نکته ۲: در محاسبه احتمال شرطی می توانیم شرط را فضای نمونه ای کاهش یافته در نظر گرفته و احتمال پیشامد مورد نظر را با فرمول احتمال ساده به دست آوریم.

با توجه به نکته ۲، فضای نمونه ای کاهش یافته شامل تمام حالاتی است که جمع اعداد دو مهره مضرب ۳ باشد، پس داریم:

$$S = \{(1, 2), (1, 5), (2, 4), (3, 6), (4, 5)\} \Rightarrow n(S) = 5$$

حال از بین این اعضا حالاتی که حاصل ضرب عدد دو مهره زوج است، عبارتند از:  $A = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 5)\} \Rightarrow n(A) = 4$  بنابراین احتمال مورد نظر، برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{5}$$

۴۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فصل ۲، درس های ۱، ۳ و ۴ آمار و احتمال

نکته ۱ «احتمال شرطی»: احتمال وقوع پیشامد A به شرطی که پیشامد B رخ داده باشد را با  $P(A|B)$  نمایش داده و برابر است با:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

نکته ۲: خاصیت توزیع پذیری در جبر مجموعه ها به صورت زیر است:

$$\begin{cases} A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{cases}$$

$$\text{نکته ۳: } \begin{cases} A \cap A' = \emptyset \\ A \cup \emptyset = A \end{cases}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

نکته ۴: اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند، آنگاه:

با توجه به نکات، داریم:

$$\text{نکته ۱: } P((A \cup B')|B) = \frac{P[(A \cup B') \cap B]}{P(B)} \quad \text{نکته ۲: } \frac{P[(A \cap B) \cup (B' \cap B)]}{P(B)} \quad \text{نکته ۳: } \frac{P[(A \cap B) \cup \emptyset]}{P(B)} \quad \text{نکته ۴: } \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\text{نکته ۴: } \frac{P(A) \times P(B)}{P(B)} = P(A) = \frac{1}{4}$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فصل ۲، درس های ۳ و ۴ آمار و احتمال

نکته ۱: اگر  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه ای S را افراز می کنند، برای هر پیشامد دلخواه A طبق قانون بیز، داریم:

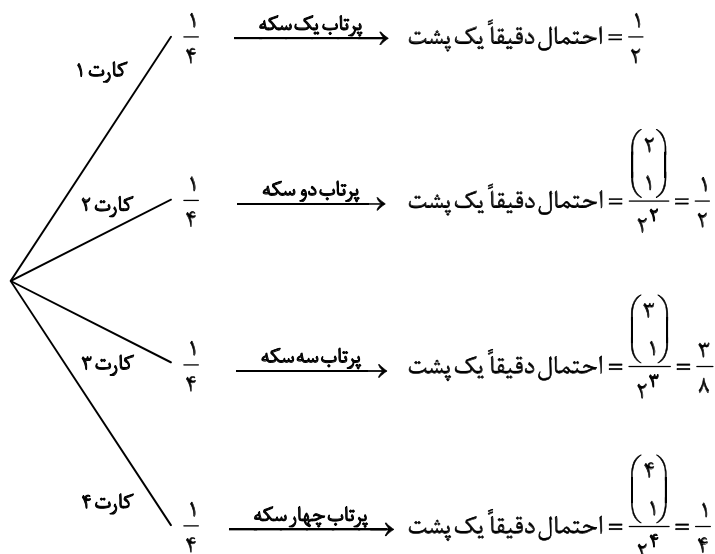
$$P(A_i|A) = \frac{P(A_i) \times P(A|A_i)}{P(A)}$$

که در آن  $P(A)$  بر اساس قانون احتمال کل به دست می آید.

نکته ۲: در پرتاب n سکه، احتمال اینکه k بار پشت (یا رو) بیاید برابر است با:

$$\binom{n}{k} 2^{-n}$$

با توجه به نکات و با استفاده از نمودار درختی، داریم:



$$P(\text{سکه دقیقاً یک بار پشت بیاید} \mid \text{کارت شماره ۴}) = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}}{\frac{1}{4} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{3}{8} + \frac{1}{4} \right)} = \frac{\frac{1}{4}}{1 + \frac{5}{8}} = \frac{2}{8 + 5} = \frac{2}{13}$$

### حال طبق قاعده بیز داریم:

۴۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فصل ۱، درس ۱ آمار و احتمال

نکته ۱: گزارهٔ سوری با سور عمومی زمانی درست است که هیچ مثال نقضی نداشته باشد.

**نکته ۲:** گزاره سوری با سور وجودی زمانی درست است که مجموعه جواب آن، تهی نباشد و حداقل یک جواب داشته باشد.

با توجه به نکات، گزینه‌های قابل قبول است که در آن به‌ازای هر عدد طبیعی ۱، ۲، ۳، ... برای  $x$ ، حتماً یک عدد صحیح برای  $y$  وجود داشته باشد، بدین منظور، هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱)  $y^2 = x^2 - 1$  قابل قبول نیست، زیرا به ازای  $x = 2$  برای  $y$  عدد صحیح به دست نمی آید. ✗

۲)  $|y| = -x$  قابل قبول نیست؛ زیرا به ازای  $x = 1$  معادله جواب ندارد. ✗

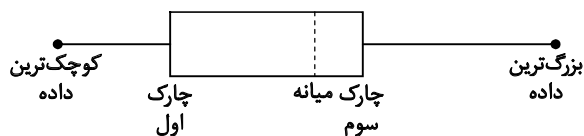
۳)  $\sqrt{y} = x - 1$  ✓ زیرا به ازای هر عدد طبیعی  $x$ ، یک مقدار صحیح برای  $y$  موجود است.

۴)  $y^2 = \frac{3-x^2}{2}$  قابل قبول نیست؛ زیرا به ازای  $x=2$  معادله جواب ندارد. ✖

بنابر این گزینه ۳ پاسخ است.

۵۰- پاسخ: گزینہ ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فصل ۳، درس‌های ۲ و ۳ آمار و احتمال



نکته ۱: نمودار جعبه‌ای نموداری است که پراکندگی داده‌ها را بر اساس پنج معیار (۱) کوچک‌ترین داده (۲) چارک اول (۳) میانه (۴) چارک سوم (۵) بزرگ‌ترین داده به صورت روبه‌رو نمایش می‌دهد.

**نکته ۲:** در داده‌های مرتب‌شده به صورت صعودی:

الف) اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، دادهٔ وسط، میانه است.

(ب) اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانگین دو دادهٔ وسط، میانه است.

(ج) میانہ نیمہ اول داده‌ها را با  $Q_1$  نمایش داده و چارک اول می‌نامیم.

(د) میانہ نیمہ دوم داده‌ها را با  $Q_3$  نمایش داده و چارک سوم می‌نامیم.

نکته ۳: واریانس داده‌های آماری  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  را با  $\sigma^2$  نمایش داده و برابر است با:

$$\sigma^r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^r}{n}$$

نکته ۴: ضریب تغییرات داده‌های  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  برابر است با خارج قسمت تقسیم انحراف معیار داده‌ها ( $\sigma$ ) بر میانگین داده‌ها ( $\bar{x}$ ) که آن را با CV نمایش می‌دهیم:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

نکته ۵: انحراف معیار برابر است با جذر واریانس

نکته ۶: مشاهده‌ای که تفاوت بسیار زیادی با سایر مشاهدات داشته باشد را داده دورافتاده می‌گوییم. ابتدا داده‌ها را مرتب‌شده می‌نویسیم، با توجه به نکات ۱ و ۲ داریم:

$$\begin{array}{ccc} \text{نیمه اول} & & \text{نیمه دوم} \\ 3, 4, 6, 7, 8, 9 & \downarrow & 10, 11, 12, 40, 60 \\ Q_1 & \text{میانه} & Q_3 \\ 7, 8, 9, 10, 11 & & \end{array}$$

داده‌های داخل جعبه در این حالت عبارتند از:

پس با توجه به نکات ۳، ۴ و ۵ داریم:

$$\bar{x} = \frac{45}{5} = 9$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(7-9)^2 + (8-9)^2 + (9-9)^2 + (10-9)^2 + (11-9)^2}{5}} = \sqrt{\frac{4+1+0+1+4}{5}} = \sqrt{2}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2}}{9}$$

داده‌های ۴۰ و ۶۰ داده‌های دورافتاده هستند و با حذف آن‌ها داریم:

$$\begin{array}{ccc} 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 \\ Q_1=5 & \downarrow & Q_3=10.5 \\ & \text{میانه} & \end{array}$$

در این حالت داده‌های داخل جعبه به صورت زیر هستند.

$$6, 7, 8, 9, 10 \Rightarrow \bar{x} = \frac{6+7+8+9+10}{5} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{(6-8)^2 + (7-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (10-8)^2}{5} = \frac{4+1+0+1+4}{5} = 2$$

$$\frac{2}{\frac{2}{\sqrt{2}}} = \frac{18}{\sqrt{2}} = \frac{18\sqrt{2}}{2} = 9\sqrt{2}$$

خواسته سؤال برابر است با:

## “ فیزیک ”

۵۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۱)

ابتدا نتیجه  $\rho = \frac{3}{9} \frac{g}{cm^3}$  را به علت اختلاف زیاد با دیگر نتایج در نظر نمی‌گیریم؛ سپس بین چهار نتیجه دیگر میانگین گیری می‌کنیم:

$$\rho = \frac{3/2 + 3/3 + 3/1 + 3/2}{4} = 3/2 \frac{g}{cm^3}$$

۵۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۱)

چون قطعه در مایع غوطه‌ور شده، چگالی آن با چگالی مایع برابر است. حجم چوب به کار رفته را  $\frac{x}{100}$  حجم کل در نظر می‌گیریم؛ پس حجم

فلز به کار رفته برابر  $(1 - \frac{x}{100})$  حجم کل است.

$$\rho_{\text{قطعه}} = \rho_{\text{مایع}} \Rightarrow \frac{m_{\text{چوب}} + m_{\text{فلز}}}{V_{\text{چوب}} + V_{\text{فلز}}} = 3/4 \xrightarrow{m=\rho V} \frac{\rho_{\text{چوب}}(\frac{x}{100})V + \rho_{\text{فلز}}(1 - \frac{x}{100})V}{V} = 3/4$$

$$\Rightarrow 0.8(\frac{x}{100}) + 6(1 - \frac{x}{100}) = 3/4 \Rightarrow 0.8x + 600 - 6x = 340 \Rightarrow 5/2x = 260 \Rightarrow x = 50$$

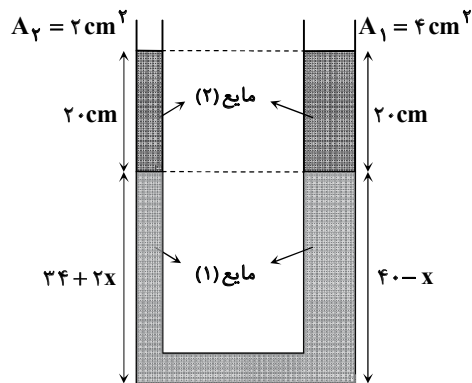
بنابراین ۵۰ درصد حجم قطعه از چوب تشکیل شده است.

تذکر: دقت کنید که این قطعه یک ماده همگن نیست و لذا چگالی بخش چوبی با فلزی آن متفاوت است ولی درعین حال می‌توان در این

سؤال طبق رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  برای آن نوعی چگالی متوسط تعریف کرد و در حل به کار برد.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{m_1 + 2m_1}{\frac{m_1}{1} + \frac{2m_1}{13/6}} = \frac{3}{\frac{15}{6} + \frac{13}{6}} \frac{g}{\text{cm}^3} = \frac{3 \times 13/6}{15/6} \frac{g}{\text{cm}^3}$$

$$\text{cmHg} = \frac{\rho_{\text{مخلوط}} g h}{\rho_{\text{جیوه}} g} = \frac{\frac{3 \times 13/6}{15/6} \times 312}{13/6} = \frac{3 \times 312}{15/6} = 60 \text{ cmHg}$$



برای آنکه سطح آزاد مایع در دو طرف هم تراز شود، لازم است وضعیت مطابق شکل روبه‌رو باشد. (چرا؟)

اگر سطح مایع (۱) در شاخه سمت راست  $x$  سانتی‌متر پایین برود، در شاخه سمت چپ باید به اندازه  $2x$  بالا برود.

$$\text{حجم مایع (۱) ثابت است.} \Rightarrow A_2 x_2 = A_1 x_1 \Rightarrow x_2 = 2x_1$$

$$34 + 2x = 40 - x \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2 \text{ cm}$$

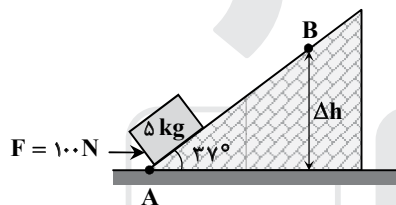
$$\text{ارتفاع سطح آزاد مایع تاکف لوله: } h = 20 + \frac{40 - x}{2} = 58 \text{ cm}$$

با توجه به شکل صورت سؤال، فشار گاز درون مخزن A بیشتر از فشار گاز درون مخزن B است:

$$P_A = P_B + (\text{فشار حاصل از } 130 \text{ سانتی‌متر مایع})$$

$$\Delta P_g = \rho g h = 13 \times 10^3 \times 10 \times 1/3 = 169 \text{ kPa}$$

اختلاف فشار پیمانه‌ای دو گاز با اختلاف فشار مطلق دو گاز برابر است:



$$\begin{cases} W_F = F \cdot AB \cdot \cos 37^\circ = 80 \cdot AB \\ W_{f_k} = f_k \cdot AB \cdot \cos 37^\circ = -20 \cdot AB \\ W_{mg} = -mg \Delta h = -50 \cdot (AB \sin 37^\circ) = -30 \cdot AB \end{cases}$$

$$\text{قضیه کار و انرژی جنبشی: } W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{f_k} + W_{mg} = \Delta K$$

$$W_t = (80 - 20 - 30) AB = 30 \cdot AB = \frac{1}{2} m v^2 - 0 \Rightarrow 30 \cdot AB = \frac{1}{2} \times 5 \times 12^2 \Rightarrow AB = \frac{5 \times 12 \times 12}{60} = 12 \text{ m}$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

قضیه کار-انرژی جنبشی برای کل مسیر رفت و برگشت به صورت روبه‌رو است:

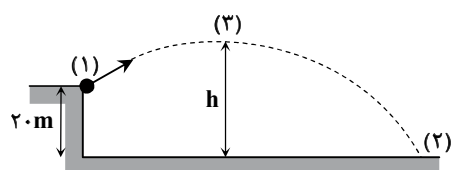
کار نیروی وزن در کل مسیر رفت و برگشت صفر است. ( $\Delta h = 0$ )

$$W_f = \frac{1}{2} \times 0.8 \times ((18)^2 - (2)^2) \Rightarrow W_f = -0.4 \times (400 - 4) = -0.4 \times 396 = -158.4 \text{ J}$$

کار نیروی اصطکاک در هر یک از دو مسیر نصف این مقدار است، یعنی:  $-15.84 \text{ J}$

ابتدا تندی گلوله در سطح زمین را حساب می‌کنیم. چون اتلاف انرژی نداریم، انرژی مکانیکی در لحظه پرتاب و لحظه رسیدن به زمین یکسان است.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow 10 \times 20 + \frac{1}{2} (20)^2 = \frac{1}{2} (v_2^2) \Rightarrow v_2 = 20 \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



طبق صورت سؤال تندی گلوله در نقطه اوج، نصف  $v_2$  است. پس تندی گلوله در

$$\text{اوج برابر } v_3 = \frac{v_2}{2} = 10\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ است. اکنون پایستگی انرژی مکانیکی را بین}$$

نقطه اوج و لحظه رسیدن به زمین می‌نویسیم تا ارتفاع اوج گلوله به دست آید:

$$E_3 = E_2 \Rightarrow mgh_3 + \frac{1}{2} m v_3^2 = \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow 10h + \frac{1}{2} \times (10\sqrt{2})^2 = \frac{1}{2} (20\sqrt{2})^2 \Rightarrow 10h = \frac{1}{2} (600) \Rightarrow h = 30 \text{ m}$$

۵۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$R_a = \frac{\bar{P}_{\text{مفید (خروجی)}}}{\bar{P}_{\text{مصرفی (ورودی)}}} \Rightarrow \frac{80}{100} = \frac{\bar{P}_{\text{مفید}}}{1200} \Rightarrow \bar{P}_{\text{مفید}} = 960 \text{ W}$$

$$\bar{P}_{\text{اتلافی}} = 1200 - 960 = 240 \text{ W}$$

$$W_{\text{اتلافی}} = \bar{P}_{\text{اتلافی}} \times \Delta t = 240 \times 60 = 14400 \text{ J} = 14 / 4 \text{ kJ}$$

۶۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \frac{\Delta L}{L_1} = \alpha \Delta \theta = 100 \alpha \Rightarrow \frac{2}{1000} = 100 \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2}{10^5} \text{ K}^{-1}$$

$$\Delta A = A_1 (2\alpha) \Delta \theta \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} = 2\alpha \Delta \theta = 2 \times 150 \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{2500} = 2 \times 150 \times \frac{2}{10^5} \Rightarrow \Delta A = \frac{2500 \times 2 \times 2 \times 150}{10^5} \Rightarrow \Delta A = 15 \text{ cm}^2$$

۶۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۴)

گرمای نهان تبخیر آب ( $L_V$ ) با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

۶۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۴)

دقت کنید جرم آب در انتهای آزمایش ۸۵۰ گرم است، یعنی فقط ۲۵۰ گرم یخ ذوب شده است و بقیه آن جامد مانده، پس دمای تعادل مجموعه، صفر درجه سلسیوس است.

$$Q_1 = (mc\Delta\theta)_{\text{یخ}} \rightarrow (2 \text{ kg یخ } 0^\circ\text{C})$$

$$Q_2 = mL_F \rightarrow (250 \text{ گرم آب } 0^\circ\text{C})$$

$$Q_3 = (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} \rightarrow (600 \text{ گرم آب } 0^\circ\text{C})$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow 2 \times 2100 \times (0 - \theta_1) + 250 \times 336 + 600 \times 4 / 2 \times (0 - 40) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم بر } 4/2} -1000\theta_1 + (250 \times 80) + (-40 \times 600) = 0 \Rightarrow \theta_1 = \frac{6 \times 4 \times 10^3 - 2 \times 10^4}{-1000} = -4^\circ\text{C}$$

۶۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۴)

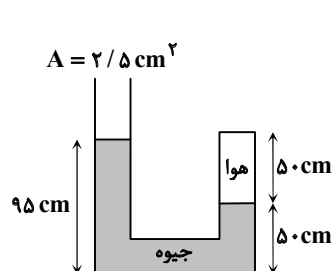
آب:  $10^\circ\text{C} \rightarrow 30^\circ\text{C} \Rightarrow Q_1 = m c_{\text{آب}} \Delta\theta$   
 ظرف:  $10^\circ\text{C} \rightarrow 30^\circ\text{C} \Rightarrow Q_2 = C_{\text{ظرف}} \Delta\theta$   
 فلز:  $80^\circ\text{C} \rightarrow 30^\circ\text{C} \Rightarrow Q_3 = C_{\text{فلز}} \Delta\theta$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow 1 \times 4200 \times (30 - 10) + 105 \times (30 - 10) + C_{\text{فلز}} (30 - 80) = 0 \Rightarrow 20 \times 4200 + 20 \times 1050 = 50 C_{\text{فلز}}$$

$$\Rightarrow C_{\text{فلز}} = \frac{20 \times 4200 + 20 \times 1050}{50} = \frac{100(840 + 210)}{50} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{K}} = 2 / 1 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

۶۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل‌های ۲ و ۴)



ارتفاع جیوه اضافه شده در شاخه سمت چپ:  $h = \frac{V}{A} = \frac{50}{2/5} = 20 \text{ cm}$

فشار هوای محبوس در لوله در حالت اول:  $P_1 = 25 + P_0 = 25 + 75 = 100 \text{ cm Hg}$

فشار هوای محبوس در لوله در حالت دوم:  $P_2 = 45 + P_0 = 45 + 75 = 120 \text{ cm Hg}$

قانون گازهای کامل را برای هوای محبوس در لوله می‌نویسیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{V \text{ ثابت است}} \frac{100}{27 + 273} = \frac{120}{T_2} \Rightarrow 100 T_2 = 120 \times 300$$

$$\Rightarrow T_2 = 360 \text{ K}$$

$$\Delta T = 360 - 300 = 60 \text{ K} = 60^\circ\text{C}$$

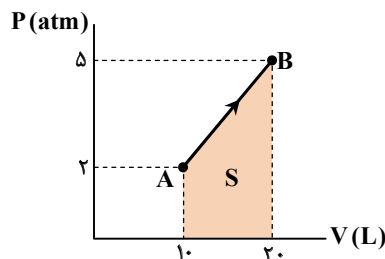
▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل‌های ۴ و ۵)

۶۵- پاسخ: گزینه ۳

$$nRT = PV \Rightarrow nR\Delta T = P\Delta V \Rightarrow n \times \frac{25}{3} \times 300 = 2 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-3} \Rightarrow n = \frac{1000}{2500} = 0.4 \text{ mol}$$

$$W = -P \Delta V \Rightarrow W = -2 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-3} = -1000 \text{ J}$$

گاز ۱۰۰۰ ژول کار انجام می‌دهد.



مساحت سطح زیر نمودار (P-V) برابر اندازه کار انجام شده روی گاز است. چون حجم زیاد شده، کار انجام شده روی گاز منفی است.

$$W = -S = -\frac{(2+5) \times 10^5 \times (20-10) \times 10^{-3}}{2} = -3500 \text{ J}$$

با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، گرمای مبادله شده بین گاز و محیط را به دست می آوریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow (15000 - 3000) = Q + (-3500) \Rightarrow Q = 4700 \text{ J}$$

چون  $Q > 0$ ، گاز گرما گرفته است.

فرایند AB یک فرایند هم حجم است که با گرفتن گرما، دما و فشار گاز افزایش می یابد. فرایند BC یک انبساط هم فشار است که همراه با افزایش حجم گاز، دمای آن نیز افزایش می یابد. فرایند CD یک فرایند هم حجم است که با از دست دادن گرما، فشار و دمای گاز کاهش می یابد. فرایند DA یک تراکم هم فشار است که همراه با کاهش حجم گاز، دمای آن نیز کاهش می یابد.

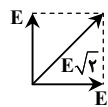
نسبت بیشترین حجم سیلندر به کمترین حجم آن را نسبت تراکم می گویند که با r نشان داده می شود و هرچقدر این نسبت بیشتر باشد، بازدهی آن ماشین بیشتر است.

با انتقال بار از یک کره به کره دیگر، بار دو کره ناهم نام ولی هم اندازه خواهد بود.  $(|q_1| = |q_2| = |q|)$

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \Rightarrow 1/6 \times 10^{-6} = 9 \times 10^9 \times \frac{q^2}{(30 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow |q| = 4 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$\Rightarrow |q| = ne \Rightarrow n = \frac{|q|}{e} = \frac{4 \times 10^{-9}}{1/6 \times 10^{-19}} = 2/5 \times 10^{10} \text{ الکترون}$$

چون در نقطه A میدان حاصل از دو بار بر هم عمودند و اندازه برابری  $\sqrt{2}$  برابر میدان حاصل از یکی از آنها است، بزرگی میدان حاصل از هر دو بار در نقطه A هم اندازه خواهد بود. (مانند شکل روبه رو)



$$E_{1A} = E_{2A} \Rightarrow \frac{k|q_1|}{12^2} = \frac{k|q_2|}{9^2} \Rightarrow \frac{8}{144} = \frac{|q_2|}{81} \Rightarrow |q_2| = \frac{8 \times 81}{144} = 4/5 \text{ nC}$$

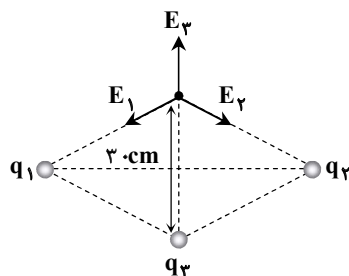
$$d = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{d^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 4/5 \times 10^{-8}}{225 \times 10^{-4}} = 1/44 \times 10^{-5} \text{ N} = 14/4 \mu\text{N}$$

میدان های هر سه بار را در نقطه A رسم می کنیم. با توجه به اینکه میدان برایند باید صفر باشد، دو بار  $q_1$  و  $q_2$  باید میدان هایی در جهت های نشان داده شده ایجاد کنند.

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 0 \Rightarrow \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -\vec{E}_3$$

$$|\vec{E}_1 + \vec{E}_2| = |\vec{E}_3| = k \frac{|q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$



نیروی خالص وارد بر  $q_3$  از طرف دو بار دیگر برابر است با:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{E}_{1,2} \times q_3$$

با توجه به تقارن در شکل، اندازه میدان خالص دو بار  $q_1$  و  $q_2$  در نقطه A با اندازه میدان خالص این دو بار در محل بار  $q_3$  با هم برابر است، بنابراین:

$$F_{\text{net}} = E_{1,2} q_3 = 2 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-6} = 0/4 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۱)

۷۲- پاسخ: گزینه ۲

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_E = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\Rightarrow |q|Ed \cos 180^\circ = -\frac{1}{2}mv_f^2 \Rightarrow 4 \times 10^{-6} \times 10^4 \times d \times (-1) = -\frac{1}{2} \times 0.1 \times 10^{-3} \times 200^2 \Rightarrow d = 0.5 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۱)

۷۳- پاسخ: گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{V}{d} \\ Q &= CV \\ C &= \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A} \Rightarrow Q = \kappa \epsilon_0 AE \Rightarrow Q = 1 \times 9 \times 10^{-12} \times 100 \times 10^{-4} \times 8 \times 10^3 = 720 \times 10^{-12} \text{ C} = 720 \text{ pC}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۱)

۷۴- پاسخ: گزینه ۴

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{140 \times 10^{-12}}{10} = 14 \times 10^{-12} \text{ F}$$

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow 14 \times 10^{-12} = 1 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{4 \times 10^{-4}}{d} \Rightarrow d = 18 \times 10^{-4} \text{ m} = 1.8 \text{ mm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

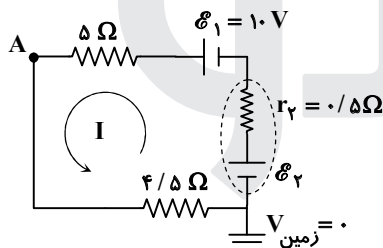
۷۵- پاسخ: گزینه ۱

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow R_2 - R_1 = \rho \frac{L_2}{A} - \rho \frac{L_1}{A} = \rho \frac{L_2 - L_1}{A} = \frac{10^{-7} \times 10}{4 \times 10^{-6}} = 0.25 \Omega$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

۷۶- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به جهت پایانه‌های باتری‌ها، جهت جریان در مدار، پادساعت‌گرد است. در مورد مقاومت ۴/۵ اهمی می‌توان نوشت:



$$V_A - 4/5 I = V_{\text{زمین}} \Rightarrow 5/4 - 4/5 I = 0 \Rightarrow I = 1/2 \text{ A}$$

$$I = \frac{E_1 + E_2}{5 + 4/5 + 0.5} \Rightarrow 1/2 = \frac{10 + E_2}{10} \Rightarrow E_2 = 2 \text{ V}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

۷۷- پاسخ: گزینه ۲

کمترین توان لامپ وقتی است که بیشترین مقاومت در مدار باشد ( $P = \frac{V^2}{R}$ ). مقاومت‌های ممکن با توجه به اینکه کلیدها چگونه بسته

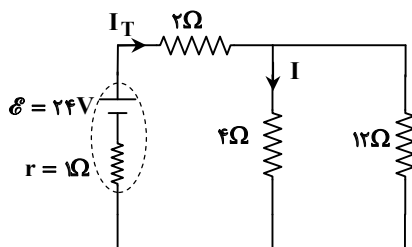
باشند، برابر هستند با  $200 \Omega$  و  $800 \Omega$  و  $160 \Omega$  که بین این ۳ مقاومت، وقتی فقط مقاومت  $800 \Omega$  در مدار باشد، کمترین توان مصرف می‌شود:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{200^2}{800} = \frac{40000}{800} = 50 \text{ W}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

۷۸- پاسخ: گزینه ۲

سه مقاومت  $9 \Omega$  اتصال کوتاه شده‌اند و از مدار حذف می‌شوند.



$$R_{eq} = \frac{4 \times 12}{4 + 12} + 2 = 5 \Omega$$

$$I_T = \frac{E}{R_{eq} + r} = \frac{24}{5 + 1} = 4 \text{ A}$$

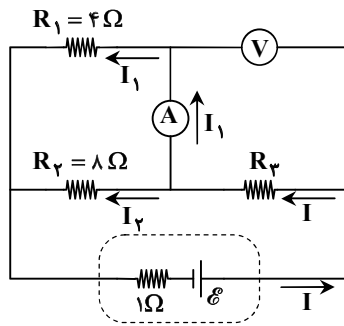
جریان مقاومت  $4 \Omega$  برابر است با:

$$I = \frac{12}{12 + 4} \times I_T = \frac{3}{4} \times 4 = 3 \text{ A}$$

توان مصرفی مقاومت  $4 \Omega$  برابر است با:

$$P = RI^2 = 4 \times (3)^2 = 36 \text{ W}$$

۷۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۲ (فصل ۲)



چون ولتسنج آرمانی است، جریانی از آن عبور نکرده و آمپرسنج همان جریان مقاومت  $R_1$  را نشان می‌دهد. همچنین چون آمپرسنج آرمانی است، مقاومت آن صفر بوده و  $R_1$  و  $R_2$  موازی خواهند شد.

$$V_1 = R_1 I_1 = 4 \times 2 = 8 \text{ V}$$

$$V_2 = V_1 \Rightarrow I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{8}{8} = 1 \text{ A}$$

$$I = 1 + 2 = 3 \text{ A}$$

قاعده حلقه را به صورت پادساعت‌گرد برای حلقه بزرگ می‌نویسیم:

$$-1 \times 3 + \mathcal{E} - 6 - 4 \times 2 = 0 \Rightarrow \mathcal{E} = 17 \text{ V}$$

۸۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

$R_3$  و  $R_4$  با هم موازی و مقاومت معادل آن‌ها با  $R_1$  متوالی است.

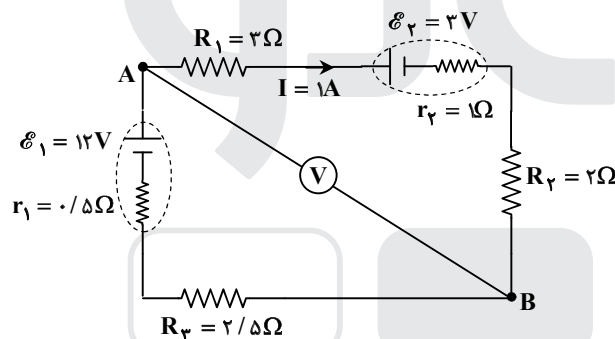
$$R_{3,4} = \frac{R \times R}{R + R} = \frac{R}{2}$$

$$R_{1,3,4} = R_1 + R_{3,4} = R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2} R$$

$R_2$  با  $R_{1,3,4}$  موازی است، پس:

$$R_{eq} = \frac{R_2 \times R_{1,3,4}}{R_2 + R_{1,3,4}} = \frac{R \times \frac{3}{2} R}{R + \frac{3}{2} R} = \frac{\frac{3}{2} R^2}{\frac{5}{2} R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{3}{5} R$$

۸۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۲)



$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_{eq} + (r_1 + r_2)} \Rightarrow I = \frac{12 - 3}{(3 + 2 + 2/5) + 1/5} = 1 \text{ A}$$

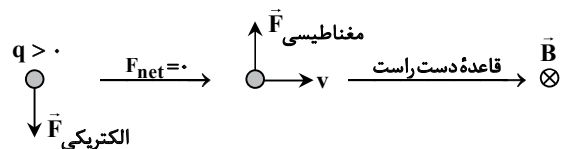
$$\begin{aligned} V_B - IR_2 - Ir_1 + \mathcal{E}_1 &= V_A \\ \Rightarrow V_B - 1 \times 2/5 - 1 \times 0.5 + 12 &= V_A \\ \Rightarrow V_A - V_B &= 9 \text{ V} \end{aligned}$$

۸۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۳)

چون می‌خواهیم بردار سرعت ثابت باشد، باید برابری نیروهای وارد بر ذره صفر شود.

$$\begin{cases} F_{\text{الکتریکی}} = |q|E \\ F_{\text{مغناطیسی}} = |q|vB \end{cases} \Rightarrow E|q| = |q|vB \Rightarrow E = vB \Rightarrow 100 = \frac{5}{100} v \Rightarrow v = 2000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

نوع بار ذره هر چه باشد جهت به دست آمده برای  $\vec{B}$  فرقی نمی‌کند (بررسی کنید). مثلاً اگر بار ذره مثبت باشد، وضعیت بردارها به شکل روبه‌رو است:



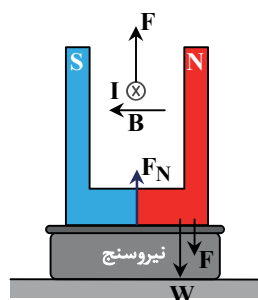
۸۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۳)

از طرف میدان آهن‌ریا به سیم نیروی  $F = I \ell B \sin 90^\circ = 5 \times 0.8 \times 0.2 = 0.8 \text{ N}$  روبه بالا وارد می‌شود و عکس‌العمل آن به آهن‌ریا و روبه پایین وارد می‌شود؛ بنابراین نیروسنج مجموع وزن آهن‌ریا و  $F$  را نشان می‌دهد.

$$F_{N_1} = W + F$$

با قطع جریان در سیم،  $F$  از بین می‌رود، یعنی به اندازه  $F = 0.8 \text{ N}$  عدد نیروسنج کاهش می‌یابد.

$$F_{N_2} = W$$



۸۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۳)

$$N = \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط هر دور}} = \frac{x}{2\pi R} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{x_2}{x_1} \times \frac{R_1}{R_2} = 3 \times \frac{1}{2} \Rightarrow N_2 = \frac{3}{2} N_1$$

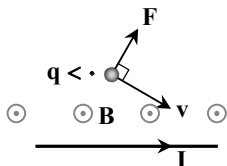
$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell} \text{ و } N_2 = \frac{3}{2} N_1 \text{ و } \ell_2 = 4 \ell_1$$

$$B_1 = B_2 \Rightarrow \frac{\mu_0 N_1 I_1}{\ell_1} = \frac{\mu_0 \times \frac{3}{2} N_1 \times I_2}{4 \ell_1} \Rightarrow I_1 = \frac{3}{8} I_2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{8}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۳)

۸۵- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به قاعده دست راست در محل بار  $q < 0$ ، جهت میدان حاصل از سیم حامل جریان برون سو است و با توجه به منفی بودن بار  $q$  و قاعده دست راست برای بار الکتریکی منفی، جهت نیروی وارد بر بار  $q$ ، عمود بر  $v$  و روبه بالا ( $\nearrow$ ) خواهد بود.



▲ مشخصات سؤال: ساده \* فیزیک ۲ (فصل ۳)

۸۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۴)

۸۷- پاسخ: گزینه ۳

$$\Phi = BA \cos \theta \Rightarrow \begin{cases} \Phi_1 = 0.3 \times 10^{-2} \times 10^{-2} \times 1 = 3 \times 10^{-3} \text{ Wb} \\ \Phi_2 = B_2 \times 10^{-2} \times 10^{-2} \times (-1) = -B_2 \times 10^{-2} \text{ Wb} \end{cases}$$

$$|\mathcal{E}| = \left| -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow 0.2 = \left| \frac{-B_2 \times 10^{-2} - 3 \times 10^{-3}}{0.45} \right| \Rightarrow 0.2 = \frac{B_2 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-3}}{0.45} \Rightarrow 9 \times 10^{-3} = B_2 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow 6 \times 10^{-3} = B_2 \times 10^{-2} \Rightarrow B_2 = 0.6 \text{ T}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۴)

۸۸- پاسخ: گزینه ۳

$$|\mathcal{E}| = Bv\ell = 0.1 \times 4 \times 0.6 = 0.24 \text{ V}$$

$$\mathcal{E} = \bar{I}R \Rightarrow 0.24 = 2\bar{I} \Rightarrow \bar{I} = 0.12 \text{ A}$$

با حرکت میله، مساحت حلقه و در نتیجه مقدار شار گذرنده از آن زیاد می شود، پس باید  $\vec{B}$  القایی در خلاف جهت  $\vec{B}$  اولیه باشد (قانون لنز) و طبق قانون دست راست، جهت (۲) جهت جریان القایی است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۴)

۸۹- پاسخ: گزینه ۲

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow 0.2 = \frac{1}{2} L \times 2^2 \Rightarrow L = 10^{-4} \text{ H}$$

$$L = \mu_0 \frac{AN^2}{\ell} \Rightarrow \ell = \frac{\mu_0 AN^2}{L} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 10 \times 10^{-4} \times 10^2}{10^{-4}} = 12 \times 10^{-2} \text{ m} = 12 \text{ cm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۴)

۹۰- پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{3}{4} T = \frac{15}{100} \Rightarrow T = 0.2 \text{ s}$$

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow I = 0.2 \sin \frac{2\pi}{0.2} t \Rightarrow I = 0.2 \sin 10\pi t \Rightarrow I\left(\frac{1}{30}\right) = 0.2 \sin \frac{10\pi}{30} = 0.2 \sin \frac{\pi}{3} = 0.1\sqrt{3} \text{ A}$$

## شیمی

۹۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده \* فصل ۱ شیمی ۱

اغلب هسته‌هایی که دارای نسبت تعداد نوترون به پروتون برابر یا بیشتر از ۱/۵ باشند، پرتوزا و ناپایدارند که به آن‌ها رادیوایزوتوپ می‌گویند. بررسی گزینه ۴: نسبت شمار پروتون به نوترون  ${}^3_1\text{H}$  برابر با  $1/5 = 0.2$  است. این ایزوتوپ، طبیعی بوده و ناپایدار است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فصل ۱ شیمی ۱

۹۲- پاسخ: گزینه ۳

عدد جرمی سبک‌ترین ایزوتوپ آهن،  $54 = 26 + 28$  است.

$$M = M_1 + (M_2 - M_1) \frac{F_2}{100} + (M_3 - M_1) \frac{F_3}{100}$$

$$55/9 = 54 + (2 \times 0/8) + (x \times 0/1) \Rightarrow x = 3 \Rightarrow {}^{54}_{26}\text{Fe}$$

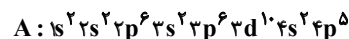
$$\Rightarrow 31 = \text{تعداد نوترون} \Rightarrow {}^{57}_{26}\text{Fe} \Rightarrow \text{ایزوتوپ مورد نظر}$$

$$\text{mol CH}_4 = \frac{3/2}{16} = 0.2 \Rightarrow \text{مول اتم‌ها} = 5 \times 0.2 = 1 \text{ mol}$$

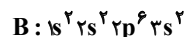
$$\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \text{ مول یون} = \text{مول نمک} \times 5 \Rightarrow 1 = \text{مول نمک} \times 5 \Rightarrow 0.2 = \text{مول نمک}$$

فقط عبارت سوم درست است.

لایه الکترونی سوم اتم A، کاملاً پر است و این اتم دارای ۷ الکترون در لایه چهارم می‌باشد؛ بنابراین آرایش الکترونی آن به صورت زیر خواهد بود:



اتم B در لایه الکترونی سوم دارای ۲ الکترون است؛ بنابراین آرایش الکترونی آن به صورت زیر خواهد بود:



بررسی عبارت‌ها:

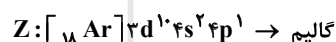
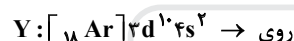
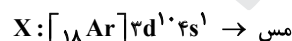
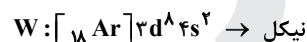
■ اتم A دارای ۸ الکترون با  $I = 0$  (زیرلایه‌های s) است.

■ اتم‌های A و B به ترتیب دارای ۷ و ۲ الکترون ظرفیتی هستند و آرایش الکترون - نقطه‌ای آن‌ها به صورت  $\ddot{A} \cdot$  و  $\cdot \ddot{B}$  است.

■ عنصرهای A و B به ترتیب در گروه‌های ۱۷ و ۲ جدول دوره‌ای تعلق دارند و نماد یون پایدار آن‌ها به صورت  $A^-$  و  $B^{2+}$  است؛ بنابراین فرمول ترکیب یونی حاصل از آن‌ها به صورت  $BA_2$  است.

■ اتم B به دسته s تعلق دارد، اما عنصر  $M$  ۴۹، جزء عنصرهای گروه ۳ و دسته d است.

با توجه به اینکه تعداد الکترون‌های ظرفیتی «W»، بیشتر از ۸ است، این عنصر قطعاً به دسته d تعلق دارد؛ بنابراین آرایش الکترونی فشرده آن به صورت  $[Ar] 3d^8 4s^2$  است؛ بنابراین:



با توجه به آرایش الکترونی «W»، عدد اتمی آن ۲۸ است که با عدد اتمی گاز نجیب قبل از خود (Ar)، ۱۰ واحد اختلاف دارد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) در بیرونی‌ترین لایه الکترونی دارای الکترون اتم «Y»، ۲ الکترون وجود دارد.

(۲) بیرونی‌ترین زیرلایه دارای الکترون اتم «Z»، ۴p است که حاصل  $(n+1)$  آن برابر با ۵ است.

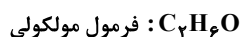
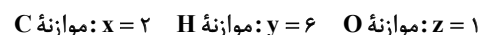
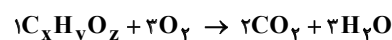
(۴) رنگ شعله عنصر مس، سبز و رنگ نور حاصل از بازگشت الکترون از لایه پنجم به لایه دوم در اتم هیدروژن، نیلی است.

به جز موارد «پ» و «ت»، سایر موارد را می‌توان به سبک‌ترین گاز نجیب (هلیوم) نسبت داد.

پ) فراوان‌ترین گاز نجیب در هواکره، آرگون است.

ت) فراوان‌ترین عنصر در جهان، هیدروژن است.

بر اساس قوانین گازها، نسبت‌های حجمی برای گازها همان نسبت‌های مولی است.



$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{\overbrace{(2 \times 4)}^C + \overbrace{(6 \times 1)}^H + \overbrace{2}^O}{2} = 8$$

۹۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فصل ۲ شیمی ۱

الف) در شرایط STP هر مول گاز ۲۲/۴ لیتر حجم دارد. البته این جمله به این معنا نیست که اگر حجم یک مول گاز ۲۲/۴ لیتر باشد، در شرایط STP قرار دارد، بلکه می‌تواند در شرایط STP قرار داشته باشد، اما اگر حجم یک مول گاز ۲۲/۴ لیتر نباشد، قطعاً در شرایط STP قرار ندارد.

$$\frac{0.5 \text{ mol Ne}}{1A} = 0.25 \Rightarrow \text{مقدار مول گاز نئون با توجه به تعداد ذرات} = 0.25$$

مقدار مول گاز نئون با توجه به حجم اشغال شده و با فرض اینکه ظرف «A» در شرایط STP قرار دارد:

$$\frac{0.25 \text{ mol Ne}}{22.4 \text{ L Ne}} = \frac{0.25 \text{ mol}}{V} \Rightarrow \text{شرایط ظرف «A» می‌تواند STP باشد.}$$

$$\frac{0.5 \text{ mol CO}_2}{1B} = 0.4 \Rightarrow \text{مقدار مول گاز کربن دی‌اکسید با توجه به تعداد ذرات} = 0.4$$

مقدار مول گاز کربن دی‌اکسید با توجه به حجم اشغال شده و با فرض اینکه ظرف «B» در شرایط STP قرار دارد:

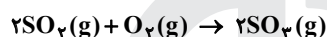
$$\frac{0.4 \text{ mol CO}_2}{22.4 \text{ L CO}_2} = \frac{0.4 \text{ mol}}{V} \Rightarrow \text{ظرف «B» قطعاً در شرایط STP قرار ندارد.}$$

(ب)

$$\left. \begin{aligned} \text{جرم گاز کربن دی‌اکسید در ظرف B} &= 0.4 \text{ mol CO}_2 \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 17.6 \text{ g} \\ \text{جرم گاز نئون در ظرف A} &= 0.25 \text{ mol Ne} \times \frac{20 \text{ g Ne}}{1 \text{ mol Ne}} = 5 \text{ g} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{17.6}{5} = 3.52$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فصل ۲ شیمی ۱

۹۹- پاسخ: گزینه ۴



$$0.1 \text{ m}^3 \times \frac{1000 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} = 100 \text{ L}$$

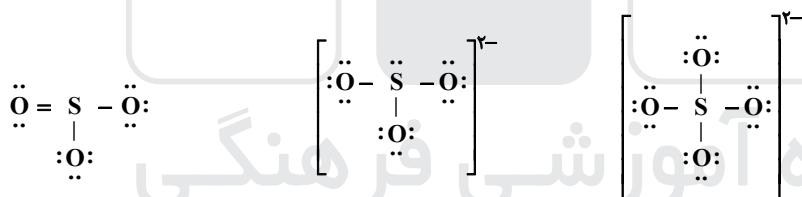
$$100 \text{ L SO}_2 \times \frac{1/92 \text{ g SO}_2}{1 \text{ L SO}_2} \times \frac{1 \text{ mol SO}_2}{80 \text{ g SO}_2} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol SO}_2} \times \frac{6/32 \times 10^{23} \text{ molecule O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 7/224 \times 10^{22} \text{ molecule O}_2$$

$$\text{درصد O}_2 \text{ مصرف شده} = \frac{7/224 \times 10^{22}}{9/32 \times 10^{23}} \times 100 = 8$$

بنابراین ۹۲ درصد از مولکول‌های O<sub>۲</sub> مصرف نشده‌اند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فصل ۳ شیمی ۱

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۳



▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فصل ۳ شیمی ۱

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۱

برای حل این مسئله، ابتدا باید جرم کل نیترات حل شده در آب را محاسبه کنیم:

$$\begin{aligned} \text{جرم نیترات حاصل از سدیم نیترات} &= 0.85 \text{ mg NaNO}_3 \times \frac{1 \text{ g}}{1000 \text{ mg}} \times \frac{1 \text{ mol NaNO}_3}{85 \text{ g NaNO}_3} \times \frac{1 \text{ mol NO}_3^-}{1 \text{ mol NaNO}_3} \times \frac{62 \text{ g NO}_3^-}{1 \text{ mol NO}_3^-} \\ &= 6/2 \times 10^{-4} \text{ g NO}_3^- \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{جرم نیترات حاصل از منیزیم نیترات} &= 4/44 \text{ mg Mg(NO}_3)_2 \times \frac{1 \text{ g}}{1000 \text{ mg}} \times \frac{1 \text{ mol Mg(NO}_3)_2}{148 \text{ g Mg(NO}_3)_2} \times \frac{2 \text{ mol NO}_3^-}{1 \text{ mol Mg(NO}_3)_2} \times \frac{62 \text{ g NO}_3^-}{1 \text{ mol NO}_3^-} \\ &= 3/72 \times 10^{-3} \text{ g NO}_3^- \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{جرم کل یون نیترات} = 6/2 \times 10^{-4} + 3/72 \times 10^{-3} = 4/34 \times 10^{-3} \text{ g}$$

این مقدار یون نیترات، در ۴ لیتر آب دریاچه وجود دارد. از آنجایی که چگالی آب دریاچه ۱ گرم بر میلی‌لیتر است، جرم این نمونه از آب دریاچه ۴۰۰۰ گرم می‌باشد؛ بنابراین:

$$\text{ppm(NO}_3^-) = \frac{\text{جرم نیترات}}{\text{جرم نمونه آب دریاچه}} \times 10^6 = \frac{4/34 \times 10^{-3}}{4000} \times 10^6 \approx 1/1$$

ابتدا معادله انحلال پذیری دو نمک را به دست می آوریم:

$$S - S_1 = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} (\theta - \theta_1)$$

$$\text{Li}_2\text{SO}_4 : S - 30 = \frac{-5}{30} (\theta - 40) \Rightarrow S = -\frac{1}{6} \theta + \frac{110}{3}$$

$$\text{NaCl} : S' - 35 = \frac{5}{90} (\theta - 10) \Rightarrow S' = \frac{1}{18} \theta + \frac{310}{9}$$

با برابر قرار دادن انحلال پذیری دو نمک، خواهیم داشت:

$$-\frac{1}{6} \theta + \frac{110}{3} = \frac{1}{18} \theta + \frac{310}{9} \Rightarrow \frac{4}{18} \theta = \frac{20}{9} \Rightarrow \theta = 10^\circ\text{C}$$

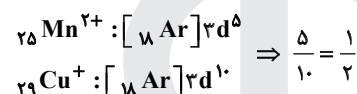
مولکول آمونیاک ( $\text{NH}_3$ ) به دلیل توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی، نیروی جاذبه بین مولکولی قوی تری نسبت به  $\text{PH}_3$  و  $\text{AsH}_3$  داشته و نقطه جوش بالاتری دارد.

در بین  $\text{PH}_3$  و  $\text{AsH}_3$ ، نقطه جوش  $\text{AsH}_3$  به دلیل جرم مولی بیشتر، از  $\text{PH}_3$  بالاتر است.

با توجه به اطلاعات داده شده، عدد اتمی منگنز و مس، به ترتیب ۲۵ و ۲۹ است.



$\text{MnCO}_3$  از یون های  $\text{Mn}^{2+}$  و  $\text{CO}_3^{2-}$  و  $\text{Cu}_2\text{O}$  از یون های  $\text{Cu}^+$  و  $\text{O}^{2-}$  تشکیل شده است: بنابراین:



$$\text{Cl}_2 \text{ نظری} = 0.7 \text{ L HCl} \times \frac{1/5 \text{ mol HCl}}{1 \text{ L HCl}} \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{2 \text{ mol HCl}} \times \frac{71 \text{ g Cl}_2}{1 \text{ mol Cl}_2} \times \frac{1 \text{ L Cl}_2}{3 \text{ g Cl}_2} = \frac{71}{40} \text{ L}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار Cl}_2 \text{ عملی}}{\text{مقدار Cl}_2 \text{ نظری}} \times 100 = \frac{1/42}{71/40} \times 100 = 80\%$$

در ساختار هر آلکان n کربنی، n-۱ پیوند C-C و 2n+۲ پیوند C-H وجود دارد.

$$A \text{ آلکان} = \frac{n-1}{2n+2} = 0.375 = \frac{3}{8} \Rightarrow n=7 \Rightarrow C_7H_{16}$$

جرم مولی کربن دی اکسید ( $\text{CO}_2$ )، ۴۴ گرم بر مول است:

$$(C_nH_{2n+2})B \text{ آلکان} = 14n+2 = 44 \Rightarrow n=3 \Rightarrow C_3H_8$$

جرم مولی  $C_7H_{16}$ ، ۱۰۰ و جرم مولی کلسیم برمید ( $\text{CaBr}_2$ )، ۲۰۰ گرم بر مول است.

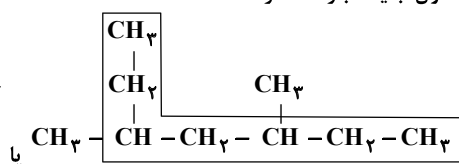
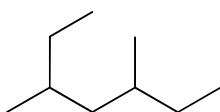
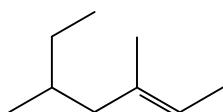
بررسی سایر گزینه ها:

(۱) در دمای  $22^\circ\text{C}$ ،  $C_3H_8$  به حالت گاز و  $C_7H_{16}$  به حالت مایع است.

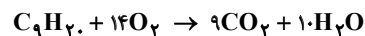
(۲) در ساختار پروپان ( $C_3H_8$ )، ۱۰ پیوند اشتراکی وجود دارد.

(۳) هر چه شمار اتم های کربن یک آلکان کمتر باشد، آن آلکان نقطه جوش کمتری دارد و فرارتر است.

به جز عبارت اول، بقیه عبارت ها درست هستند.

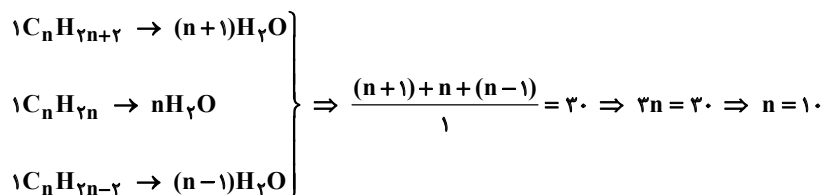


۳، ۵- دی متیل هپتان



▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فصل ۱ شیمی ۲

۱۰۸- پاسخ: گزینه ۳



شمار پیوندهای اشتراکی در آلکین‌ها  $= 3n - 1 = (3 \times 10) - 1 = 29$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فصل ۲ شیمی ۲

۱۰۹- پاسخ: گزینه ۳

گزینه ۱:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow mc_A \Delta\theta_A = mc_B \Delta\theta_B \xrightarrow{\text{در جرم‌های مساوی}} \frac{c_A}{c_B} = \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

گزینه ۲:

$$\frac{mc_A}{mc_B} = \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

گزینه ۳: فلز B گرمای ویژه بیشتری دارد؛ بنابراین به‌ازای گرمای یکسان، تغییر دمای کمتری خواهد داشت و برای ساخت دسته تابه مناسب‌تر است.

گزینه ۴: با دریافت مقدار گرمای یکسان، A افزایش دمای بیشتری داشته است، پس مشخص می‌شود که ظرفیت گرمایی ویژه کمتری دارد و به همین دلیل سریع‌تر هم می‌تواند گرمای خودش را از دست داده و سردتر شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فصل ۲ شیمی ۲

۱۱۰- پاسخ: گزینه ۲

یک مول آمونیوم نیترات ضمن حل شدن در آب ۲۶ کیلوژول گرما می‌گیرد، پس ۰/۱ مول از آن ۲/۶ کیلوژول گرما می‌گیرد.

۱۱۱g کلسیم کلرید

گرما آزاد می‌کند ۷۸ kJ

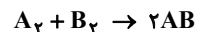
x g

۲/۶ kJ

$$\Rightarrow x = 3/7 \text{ g}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فصل ۲ شیمی ۲

۱۱۱- پاسخ: گزینه ۲



$$\Delta H = \Delta H(A-A) + \Delta H(B-B) - 2\Delta H(A-B) = 100 + 200 - (2 \times 120) = +60 \text{ kJ}$$

$$2 \text{ mol } A_2 \times \frac{60 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } A_2} \times \frac{1 \text{ mol } XY_5}{360 \text{ kJ}} = \frac{1}{3} \text{ mol } XY_5$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فصل ۲ شیمی ۲

۱۱۲- پاسخ: گزینه ۳

جرم متان ( $\text{CH}_4$ ) و اتان ( $\text{C}_2\text{H}_6$ ) موجود در مخلوط را به ترتیب x و y گرم در نظر می‌گیریم:

$$x + y = 5/2$$

$$\frac{\text{CH}_4 \text{ مول}}{\text{C}_2\text{H}_6 \text{ مول}} = \frac{16}{25} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{3x}{2y} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = 1/6y$$

$$x + y = 5/2 \Rightarrow 1/6y + y = 5/2 \Rightarrow 7/6y = 5/2 \Rightarrow y = 2 \text{ g (جرم اتان)}$$

$$x = 1/6y = 3/2 \text{ g (جرم متان)}$$

$$\text{مقدار گرمای آزاد شده} = (3/2 \text{ g} \times \frac{55 \text{ kJ}}{1 \text{ g}}) + (2 \text{ g} \times \frac{52 \text{ kJ}}{1 \text{ g}}) = 176 + 104 = 280 \text{ kJ}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* فصل ۲ شیمی ۲

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۳

واکنش در وضعیت B، سریع‌تر از وضعیت‌های A و C انجام شده است و چون مقدار فراورده‌ها در هر سه حالت یکسان است، نمی‌توان تفاوت در سرعت انجام واکنش را به تغییر مقدار واکنش‌دهنده‌ها نسبت داد. (تفاوت در سرعت را می‌توان به اثر دما و یا افزودن کاتالیزگر به مخلوط واکنش نسبت داد.)

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فصل ۲ شیمی ۲

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{\overline{R(A)}(t = 15 - 20 \text{ min})}{\overline{R(B)}(t = 0 - 10 \text{ min})} = \frac{\frac{\Delta n(A)}{\Delta t}}{\frac{\Delta n(B)}{\Delta t}} = \frac{1}{12} = \frac{10}{5 \times 12} = \frac{1}{6}$$

کاهش جرم مخلوط مواد، برابر با جرم گاز کربن دی اکسید است که طی واکنش تولید و از ظرف خارج می شود.  
در ۲۰ ثانیه اول، مقدار هیدروکلریک اسید مصرف شده را به دست می آوریم:

$$20s \times \frac{0.011g CO_2}{1s} \times \frac{1mol CO_2}{44g CO_2} \times \frac{2mol HCl}{1mol CO_2} = 0.01mol$$

بنابراین سرعت متوسط مصرف این ماده به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\overline{R(HCl)} = \frac{0.01mol}{0.02L \times 20s} \times \frac{60s}{1min} = 0.15mol \cdot L^{-1} \cdot min^{-1}$$

فقط عبارت دوم درست است.

بررسی عبارت های نادرست:

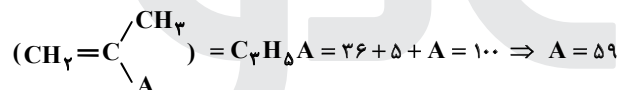
عبارت اول: در ساختار پلی وینیل کلرید، اتم های کربن، هیدروژن و کلر وجود دارد ولی در ساختار تفلون، تنها اتم های کربن و اتم های فلوئور وجود دارد.

عبارت سوم: برخی درشت مولکول ها (پلیمرها) را می توان، مولکول هایی بزرگ دانست که در ساختار آن ها واحد تکرار شونده وجود دارد.  
عبارت چهارم در پلیمرهایی مانند پلی استیرن و پلی وینیل کلرید، مونومرها با پیوندهای کربن-کربن به یکدیگر متصل می شوند ولی در ساختار کولار مونومرها با پیوند آمیدی به هم متصل می شوند و زنجیرهای بلندی را ایجاد می کنند.

ابتدا جرم مولی پلیمر را به دست می آوریم:

$$25L \times \frac{10.3mL}{1L} \times \frac{1/2g}{1mL} = 30,000g$$

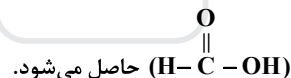
$$n = 300 \Rightarrow \text{جرم مولی مونومر} \times 300 = 30,000 \Rightarrow \text{جرم مولی مونومر} = 100$$



در بین گزینه ها، جرم مولی  $C_2H_3O_2$ ، ۵۹ گرم بر مول است.

$$C_2H_3O_2 \text{ جرم مولی} = 24 + 3 + 32 = 59g \cdot mol^{-1}$$

در اسیدها، R می تواند اتم هیدروژن نیز باشد و فقط زنجیره هیدروکربنی نیست. اگر R اتم هیدروژن باشد، متانویک اسید



فقط عبارت سوم درست است.

■ ترکیب داده شده، دارای گروه عاملی آمیدی ( $-C(=O)-N-$ ) نیست.

■ این ترکیب دارای ۱۱ اتم هیدروژن است، در حالی که نفتالن ( $C_{10}H_8$ )، ۸ اتم هیدروژن دارد.

■ این ترکیب به علت داشتن اتم های O و N متصل به آن ها، توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارد.

■ ۲- هپتانون، حلقه بنزنی ندارد؛ بنابراین ترکیبی آروماتیک نیست.

از واکنش اسید دو عاملی و الکل دو عاملی، پلی استر تولید می شود. از واکنش الکل و اسید مورد نظر پلی استری با ساختار زیر تولید می شود:

