

آزمون آزمایشی ۱ اردیبهشت ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی ۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری تیر ماه ۱۴۰۲ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

مرحله ۱۳

دفترچه شماره ۱



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، پیش آزمون های آنلاین، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

۱- برد تابع $f(x) = 4x - x^2$ برابر است با:

- (۱) $\mathbb{R}$ (۲) $(-\infty, 0]$ (۳) $[4, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 4]$

۲- به ازای چه مقادیر m مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2 + 3x + m}{x^2 + x + 1} < 2$ برابر مجموعه $\mathbb{R}$ می‌باشد؟

- (۱) $m < \frac{7}{4}$ (۲) $m > \frac{7}{4}$ (۳) $m > \frac{3}{4}$ (۴) $m < \frac{3}{4}$

۳- در دنباله هندسی $\dots, -12, z, y, 96, x$ ، جمله نهم کدام است؟

- (۱) $-0/75$ (۲) $0/75$ (۳) $-1/5$ (۴) $1/5$

۴- مجموعه جواب نامعادله $|x - 4| \leq x - 4$ به چه صورت می‌باشد؟

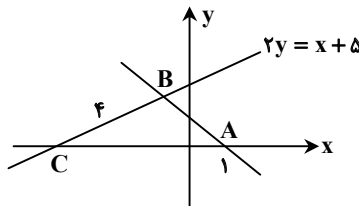
- (۱) $x \leq \frac{5}{2}$ (۲) $x \geq \frac{5}{2}$ (۳) $x \geq 4$ (۴) $\emptyset$

۵- حاصل عبارت $\frac{1}{2 + \sqrt{3}} (2 - \sqrt{3})^2 + \sqrt{3}$ کدام است؟

- (۱) $2 + \sqrt{3}$ (۲) ۱ (۳) $2 - \sqrt{3}$ (۴) ۲

۶- اگر $\frac{x}{x^2 + 1} = \frac{1}{5}$ ، حاصل $\frac{x^2}{x^4 + 1}$ کدام است؟

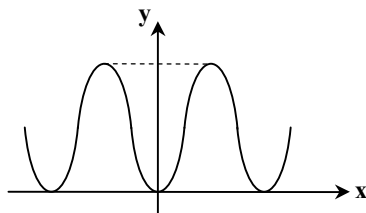
- (۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{1}{24}$ (۳) $\frac{1}{23}$ (۴) $\frac{1}{22}$

۷- در شکل زیر، خط $2y = x + 5$ رسم شده است. اگر طول نقطه A ، برابر یک باشد و $BC = 4$ ، مساحت مثلث ABC کدام است؟

- (۱) $\frac{12\sqrt{5}}{5}$
(۲) $\frac{24\sqrt{5}}{5}$
(۳) $12\sqrt{2}$
(۴) $6\sqrt{2}$

۸- اگر $\sin \theta + \cos \theta = a$ و $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = b$ ، در این صورت چه رابطه‌ای بین a و b برقرار است؟

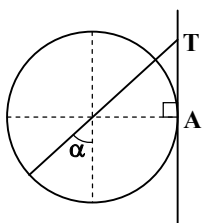
- (۱) $a^2 + b = a$ (۲) $a^2 = 3a - 2b$ (۳) $2(b^2 + a) = a^2$ (۴) $2b = a(a^2 - 1)$

۹- بخشی از نمودار تابع $y = a - 3 \cos \frac{\pi}{a} x$ ، به صورت روبه‌رو است. بیشترین مقدار آن چند برابر دوره تناوب آن است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{3}{2}$

محل انجام محاسبات

۱۰- در شکل روبه‌رو، دایرهٔ مثلثاتی و محور تناژانت رسم شده است. اگر $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ ، مقدار AT^2 کدام است؟



(۱) $\frac{1}{9}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{8}$

۱۱- اگر $x^{12} - 1 = (x^2 - 1)f(x)$ و $x^{12} - 1 = (x^3 - 1)g(x)$ ، مقدار $f(1) - g(1)$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۲- اگر $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{a[x] + 2x}{x^2 - 4x} = -\infty$ ، حدود a کدام است؟ [] نماد جزء صحیح است.

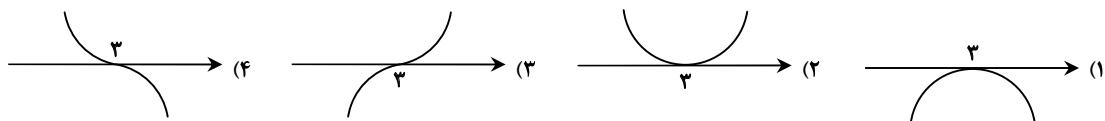
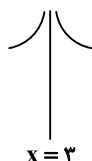
(۴) $(-2, \frac{1}{3})$

(۳) $(-2, +\infty)$

(۲) $(-\frac{1}{3}, -2)$

(۱) $(-\infty, -\frac{1}{3})$

۱۳- هرگاه نمودار تابع $g(x) = \frac{(-1)^{[x]}}{f(x)}$ در مجاورت نقطهٔ $x = 3$ به صورت زیر باشد، نمودار $y = f(x)$ در مجاورت نقطهٔ $x = 3$ به کدام صورت می‌تواند باشد؟ [] نماد جزء صحیح است.



۱۴- اگر $y = 2$ مجانب افقی و $x = -1$ تنها مجانب قائم تابع $f(x) = \frac{ax^2 + cx}{x^2 + bx - 2}$ باشد، مقدار $f(1)$ چقدر است؟

(۴) -۱

(۳) $-\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) ۱

۱۵- اگر $f(x) = \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{5x + 5}$ به طوری که $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{5}$ ، مقدار $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ کدام است؟

(۴) $-\frac{5}{6}$

(۳) $-\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{5}{6}$

(۱) $\frac{1}{3}$

محل انجام محاسبات

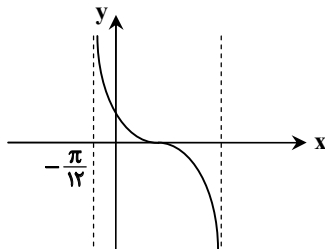
۱۶- مجموع جواب‌های معادله $\cos(x + \frac{\pi}{4}) + \cos x = 0$ در بازه $(0, \pi)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3\pi}{2}$ (۲) $\frac{23\pi}{12}$ (۳) $\frac{5\pi}{3}$ (۴) $\frac{5\pi}{6}$

۱۷- اگر باقی‌مانده چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x-1$ و $x+2$ به ترتیب ۲- و ۱ باشد، باقی‌مانده تقسیم $(f \circ f)(x)$ بر $x^2 + x - 2$ کدام است؟

- (۱) $x-3$ (۲) $x-1$ (۳) x (۴) $-x-1$

۱۸- قسمتی از نمودار تابع $y = \tan(ax + \frac{\pi}{3})$ به صورت روبه‌رو است. این تابع را حداقل چقدر به چپ منتقل کنیم تا از مبدأ عبور کند؟



- (۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{6}$ (۳) $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{12}$

هندسه

هندسه ۳: کل فصل ۱ و فصل ۲ درس‌های ۱ و ۲ ■ هندسه ۱: کل کتاب

۱۹- مجموع زوایای داخلی یک چندضلعی محدب به جز یکی از زوایای حاده آن 1000° است. این چندضلعی چند قطر دارد؟

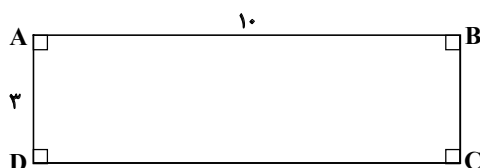
- (۱) ۱۶ (۲) ۳۵ (۳) ۲۷ (۴) ۲۰

۲۰- خطوط d_1 و d_2 در نقطه M متقاطعند. اگر صفحه P شامل نقطه M باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) صفحه P می‌تواند شامل هر دو خط d_1 و d_2 باشد.
(۲) صفحه P می‌تواند شامل خط d_1 و موازی خط d_2 باشد.
(۳) صفحه P می‌تواند شامل خط d_2 بوده و با خط d_1 متقاطع باشد.
(۴) صفحه P می‌تواند با هر دو خط متقاطع باشد.

۲۱- مستطیل $ABCD$ به اضلاع ۱۰ و ۳ مطابق شکل مفروض است. به مرکز A و شعاع ۵ کمانی رسم می‌کنیم تا ضلع CD را در E قطع کند. سپس به

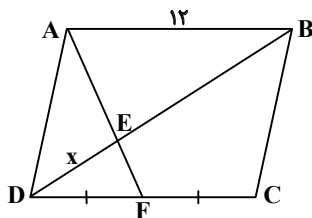
مرکز C و شعاع ۵ کمان دیگری رسم می‌کنیم تا ضلع AB را در F قطع کند. اختلاف محیط و مساحت چهارضلعی $AECF$ ، کدام است؟



- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۲۲- در متوازی‌الاضلاع ABCD با توجه به اندازه‌های روی شکل، اگر اندازه قطر بزرگ‌تر ۱۵ باشد، مقدار x کدام است؟



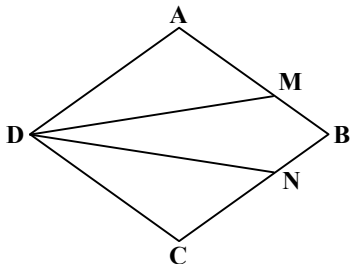
(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۳

(۴) ۴

۲۳- در لوزی ABCD، نقاط M و N روی اضلاع طوری قرار گرفته‌اند که مساحت لوزی به سه قسمت برابر تقسیم شده است. نسبت $\frac{MN}{AC}$ کدام است؟



(۱) $\frac{1}{6}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{2}{5}$

(۴) $\frac{1}{3}$

۲۴- در مستطیل ABCD به اضلاع ۴ و ۳ از نقطه دلخواه P روی ضلع AB، عمود PM و PN را بر دو قطر مستطیل رسم می‌کنیم. مقدار $PM + PN$ کدام است؟

(۴) $\frac{2}{4}$

(۳) $\frac{2}{5}$

(۲) $\frac{3}{5}$

(۱) $\frac{1}{2}$

۲۵- اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه $A^5 - A^3$ کدام است؟

(۴) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

۲۶- اگر رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot A \cdot \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ برقرار باشد، مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

(۴) ۲۲

(۳) ۱۶

(۲) ۲۰

(۱) ۱۸

۲۷- دو دایره $C_1: x^2 + y^2 - 4x - 8y + 4 = 0$ و $C_2: x^2 + y^2 + 2x = 0$ نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟

(۴) متداخل

(۳) متقاطع

(۲) مماس درون

(۱) مماس بیرون

۲۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & m \\ 1 & -1 & 3 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ و $\|A\| \cdot A = 81$ ، آنگاه مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) -۴

(۱) -۳

محل انجام محاسبات

۲۹- دو خط به معادلات $2x - y = 1$ و $3x + y = 4$ در نقطه O متقاطع هستند. اگر خط به معادله $3x + 4y = 2$ بر دایره به مرکز O مماس باشد، کدام خط بر این دایره مماس است؟

(۱) $x = 2$ (۲) $x = 1$ (۳) $y = -1$ (۴) $y = -2$

ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته: کل فصل ۱ و فصل ۲ درس ۱

۳۰- مجموعه B متناهی و مجموعه های A و C نامتناهی اند. کدام یک از گزینه ها حتماً نامتناهی است؟

(۱) $A - (C - B)$ (۲) $B \cup (A - C)$ (۳) $A - (B - C)$ (۴) $(B \cap C) - A$

۳۱- در یک کلاس ۳۱ نفری، ۱۴ نفر عضو گروه سرود، ۱۹ نفر عضو گروه تئاتر و ۵ نفر عضو هر دو گروه هستند. چند نفر حداقل در یکی از گروه های سرود یا تئاتر عضو هستند؟

(۱) ۲۸ (۲) ۳۳ (۳) ۳۸ (۴) ۲۳

۳۲- به چند طریق می توان ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ را بدون تکرار ارقام در کنار هم قرار داد به طوری که هر رقم زوج بین دو رقم فرد باشد؟

(۱) ۷۲ (۲) ۱۴۴ (۳) ۲۸۸ (۴) ۳۲۰

۳۳- در جعبه ای ۳ مهره سفید، ۲ مهره قرمز و ۳ مهره سبز وجود دارد. ۳ مهره به تصادف از این جعبه خارج می کنیم. احتمال آنکه دقیقاً ۲ مهره هم رنگ باشند، کدام است؟

(۱) $\frac{15}{28}$ (۲) $\frac{9}{14}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{21}{34}$

۳۴- در کدام گزینه یک متغیر پیوسته و یک متغیر گسسته معرفی شده است؟

- (۱) گروه خونی - مراحل تحصیل یک دانش آموز
(۲) تعداد شهرهایی که آلودگی هوا دارند - میانگین قد دانش آموزان یک مدرسه
(۳) میزان دمای هوا - میزان بارندگی در یک شهر بر حسب سانتی متر
(۴) نژاد افراد در جهان - میانگین نمرات ریاضی دانش آموزان یک مدرسه

۳۵- اگر رقم یکان دو عدد صحیح $5a - 1$ و $3a + 7$ یکسان باشد، رقم یکان $(2a + 9)^{101}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۹ (۳) ۳ (۴) ۷

۳۶- اگر گراف G گرافی ۴- منتظم و مکمل آن گرافی ۷- منتظم باشد، با اضافه کردن چند یال، گراف G به گراف کامل تبدیل می شود؟

(۱) ۲۴ (۲) ۳۶ (۳) ۴۲ (۴) ۴۴

۳۷- اگر در گراف G با مجموعه رئوس $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ ، داشته باشیم: $N_G[e] = \{e\}$ و $N_G(a) = \{b\}$ ، آنگاه حداکثر اندازه گراف کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۸ (۴) ۷

۳۸- چند عدد طبیعی وجود دارد که باقی مانده تقسیم آن بر ۸، از مربع خارج قسمت یک واحد کمتر باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۹- به ازای چند عدد طبیعی دورقمی مانند n، دو عدد $7n + 3$ و $5n - 2$ نسبت به هم اول نیستند؟

(۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۰- مجموع ارقام کوچک ترین عدد طبیعی سه رقمی a که در رابطه $43 \mid 7^a + a$ صدق می کند، کدام است؟

(۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

کلاس مشاوره

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی
www.gozine2.ir

بعد از آزمون سریع بیا سر کلاس

با حضور مشاوران با تجربه

بعد از آزمون قراره کلی نکته مشاوره ای یاد بگیری

- تا روند تحصیلت صعودی باشه
- تا به مرحله بعدی بهتر فکر کنی
- تا روز به روز برای رسیدن به هدفت با انگیزه بیشتر تلاش کنی
- تا با نکات فنی که توسط مشاوره ارائه می شود دقیق تر در مسیر خودت حرکت کنی

ما در موسسه گزینه دو در کنار سنجش و ارزشیابی با کلاس مشاوره کنار شما هستیم.

- تحلیل نتایج آزمون
- ارائه نکات مشاوره ای برای آزمون مرحله بعد تا روز کنکور سراسری
- حضور دبیران متناسب با مباحث مهم و پرچالش هر درس
- حضور نفرات برتر آزمون های سراسری و انتقال تجربه ها
- بررسی تمام مسائل مشاوره ای مربوط به شما داوطلبان



گزینه دو، راهی نو



تا آخرش باهاتیم...

آپارات

aparat.com/gozine2/live



پس بعد از اعلام نتایج هر آزمون
(حدوداً ساعت ۱۹) سریع بیا سر کلاس



ارزشیابی تشریحی کشوری

باتصحیح مکانیزه

ویژه دانش آموزان پایه دوازدهم

برای اولین بار در ایران



اهمیت ارزشیابی تشریحی

دانش آموزان برای پایان دوره دوم متوسطه و حضور در دانشگاه باید امتحانات نهایی پایه دوازدهم را با موفقیت (کسب نمره قبولی) پشت سر بگذارند. همچنین نمرات امتحانات نهایی به عنوان ۴۰ درصد نتیجه کنکور محاسبه خواهد شد.

دانش آموزانی که در مرحله دوم ارزشیابی تشریحی ثبت نام کامل (تمامی دروس) نمایند، می توانند از شبیه سازی نمره کل و نمره تراز با قوانین کنکور ۱۴۰۲ استفاده کنند. سوابق تحصیلی این دانش آموزان از نمرات مرحله دوم ارزشیابی تشریحی ساخته می شود و براساس این نمرات و عملکردشان در هر کدام از ۵ آزمون جامع خود می توانند شبیه سازی نمره کل و نمره تراز را در کارنامه آزمون های خود مشاهده کنند.

نکات مهم شیوه برگزاری و ثبت نام

ثبت نام فقط از طریق نمایندگی های گزینه دو

برگزاری حضوری در مدرسه

تصحیح استاندارد و مکانیزه با حذف کامل سلیقه مصحح

دقت بالای تصحیح با پیاده سازی پیشرفته ترین فرآیندها

ارائه کارنامه فردی و گزارش مدرسه ای با جزئیات کامل پس از هر ارزشیابی



تعداد ارزشیابی و هزینه تمام مراحل دروس ارزشیابی پایه دوازدهم

اردیبهشت ۱۴۰۲، فرصت طلایی آمادگی امتحانات نهایی

تشریحی	دوازدهم تجربی	دوازدهم ریاضی	دوازدهم انسانی
تعداد	۸+۲	۹+۲	۹+۲
قیمت	۶۱۹,۰۰۰	۷۱۱,۰۰۰	۷۱۲,۰۰۰



دانش آموزانی که تمام مراحل اردیبهشت را ثبت نام می کنند، ارزشیابی های دروس سلامت و بهداشت و هویت اجتماعی هم به صورت رایگان دریافت می کنند.



گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

آزمون آزمایشی ۱ اردیبهشت ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی ۲

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری تیرماه ۱۴۰۲ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسشها: ۶۵		مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه		

مرحله ۱۳

دفترچه شماره ۲



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، پیش آزمون های آنلاین، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

۴۱- کدام یک از موارد زیر، همگی از کمیت‌های فرعی هستند؟

- (۱) فشار - توان - جریان الکتریکی
 (۲) شدت روشنایی - مقدار ماده - انرژی
 (۳) فشار - طول - نیرو
 (۴) سرعت - شتاب - گرمای ویژه

۴۲- یکای SI توان (وات)، برحسب یکاهای فرعی، برابر با کدام گزینه است؟

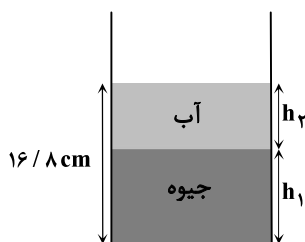
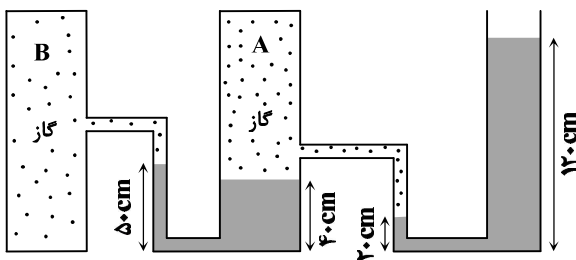
- (۱) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$ (۲) $\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$ (۳) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$ (۴) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$

۴۳- یک زیردریایی داخل آب، اقیانوسی قرار دارد به طوری که فشار وارد بر کف زیردریایی 165 kPa و فشار وارد بر سقف آن 138 kPa است. ارتفاعاین زیردریایی چند متر است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

- (۱) $2/7$ (۲) $4/6$ (۳) 15 (۴) 27

۴۴- در ظرفی استوانه‌ای مطابق شکل، جیوه و آب ریخته‌ایم؛ به طوری که جرم جیوه 20 برابر جرم آب است. اگر مجموع ارتفاع جیوه و آب درون ظرف $16/8 \text{ cm}$ باشد، فشار ناشی از دو مایع (بدون در نظر گرفتن فشار هوا) در کف ظرف چند کیلوپاسکال است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \text{ و } \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

(۱) $11/41$ (۲) $13/5$ (۳) $12/32$ (۴) $14/28$ ۴۵- در شکل روبه‌رو، اگر چگالی مایع $\frac{1}{10}$ چگالی جیوه باشد، فشار پیمانه‌ای گاز داخل مخزن B چند سانتی‌متر جیوه است؟

(۱) ۸

(۲) ۹

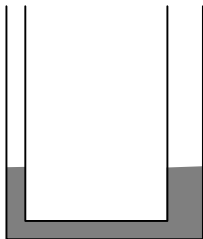
(۳) ۱۰

(۴) ۱۱

محل انجام محاسبات

۴۶- لوله U شکل روبه‌رو، حاوی مقداری آب بوده و قطر شاخه سمت راست لوله، ۲ برابر قطر شاخه سمت چپ آن است. اگر به ارتفاع ۳۰ cm روغن

در شاخه سمت راست بریزیم، سطح آب در شاخه سمت چپ چند سانتی‌متر بالا می‌رود؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\rho_{\text{روغن}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)



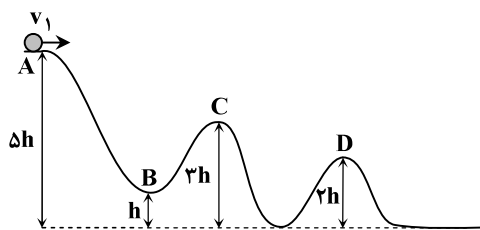
(۱) ۹/۶

(۲) ۱۹/۲

(۳) ۱۸

(۴) ۲۴

۴۷- گلوله‌ای روی سطح بدون اصطکاک از نقطه A با تندی v_1 می‌گذرد و مسیر نشان داده‌شده در شکل را طی می‌کند. اگر تندی آن هنگام عبور از نقطه B برابر $3v_1$ باشد، تندی آن هنگام عبور از نقاط C و D کدام است؟



$$(1) v_D = \sqrt{7}v_1 \text{ و } v_C = \sqrt{6}v_1$$

$$(2) v_D = \sqrt{8}v_1 \text{ و } v_C = \sqrt{6}v_1$$

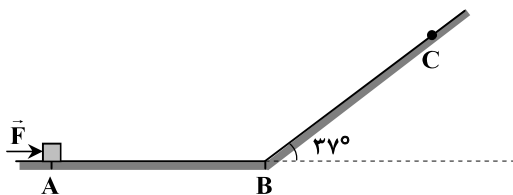
$$(3) v_D = \sqrt{7}v_1 \text{ و } v_C = \sqrt{5}v_1$$

$$(4) v_D = \sqrt{8}v_1 \text{ و } v_C = \sqrt{5}v_1$$

۴۸- در شکل روبه‌رو، $AB = BC = \Delta m$ و یک وزنه به جرم ۱۰ کیلوگرم روی سطح افقی ساکن است. نیروی افقی و ثابت $\vec{F}$ آن را به حرکت

درمی‌آورد و پس از حرکت تا نقطه B، آن را روی سطح شیب‌دار بالا می‌برد. اگر تندی وزنه هنگام عبور از نقطه C برابر $2\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و اندازه نیروی

اصطکاک وارد بر وزنه در تمام مسیر ۵ نیوتون باشد، اندازه نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و $\sin 37^\circ = 0.6$)



(۱) ۶۰

(۲) ۵۰

(۳) ۴۰

(۴) ۳۰

۴۹- خودرویی به جرم ۱/۵ تن از حال سکون با شتاب ثابت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ شروع به حرکت می‌کند. تغییر انرژی جنبشی این خودرو در ۵ ثانیه ابتدای

حرکتش چقدر است؟ (از اصطکاک چشم‌پوشی می‌شود.)

(۴) ۷۵ kJ

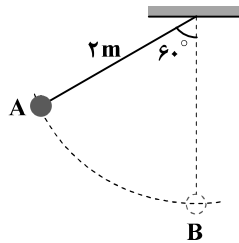
(۳) ۱۰۰ kJ

(۲) ۲۰۰ kJ

(۱) ۳۰۰ kJ

محل انجام محاسبات

۵۰- مطابق شکل، یک جسم ۲۰۰ گرمی با نخ به طول ۲m از سقف آویزان شده است. آن را با چه تندی ای بر حسب متر بر ثانیه از نقطه A پرتاب کنیم تا انرژی جنبشی آن در پایین ترین نقطه مسیر (نقطه B) ۴J شود؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و از اتلاف انرژی صرف نظر کنید).



۱۰ (۱)

$5\sqrt{2}$ (۲)

۴ (۳)

$2\sqrt{5}$ (۴)

۵۱- میله ای به طول ۲m و جرم ۲kg از فلزی با ضریب انبساط طولی $\frac{1}{K}$ و گرمای ویژه $\frac{J}{kg \cdot K}$ ۴۵۰ ساخته شده است. اگر به این میله ۱۸۰kJ گرما دهیم، طول آن چند میلی متر افزایش می یابد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۲- جرم قطعه ای ۲ کیلوگرم، بخشی از آن، فولاد و بقیه آن از آلومینیم است. اگر با دادن $94/5 kJ$ گرما، دمای قطعه $60^\circ C$ افزایش یابد، چند درصد جرم قطعه از آلومینیم است؟ ($\frac{J}{kg \cdot K} = 900$ و $\frac{J}{kg \cdot K} = 450$ آلومینیم و فولاد)

(۱) ۲۵ (۲) ۳۳ (۳) ۶۶ (۴) ۷۵

۵۳- چند گرم بخار آب $100^\circ C$ را باید به $300g$ یخ صفر درجه سلسیوس اضافه کنیم تا پس از برقراری تعادل گرمایی، مجموعه فقط شامل آب با دمای $100^\circ C$ باشد؟ (فرض کنید گرما فقط بین بخار آب و یخ مبادله می شود، $c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{kJ}{kg \cdot K}$ ، $L_F = 336 \frac{kJ}{kg}$ و $L_V = 2268 \frac{kJ}{kg}$)

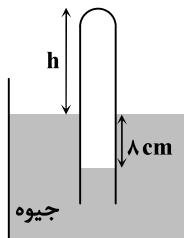
۲۰۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

۵۴- مطابق شکل، یک لوله آزمایش شیشه ای به ارتفاع $70cm$ را به طور وارونه در یک ظرف حاوی جیوه فرو می بریم؛ به طوری که h سانتی متر از آن بیرون جیوه قرار می گیرد. اگر اختلاف سطح جیوه درون لوله و ظرف $8cm$ باشد، h چند سانتی متر است؟ (فشار هوای محیط $72cmHg$ است و فرض کنید دمای هوای محبوس درون لوله و هوای بیرون همواره یکسان است).



۴۰ (۱)

۴۵ (۲)

۵۰ (۳)

۵۵ (۴)

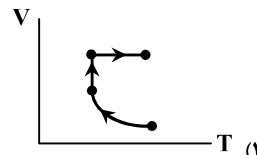
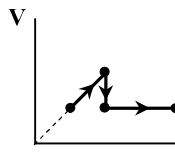
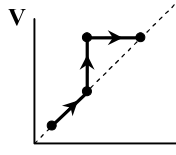
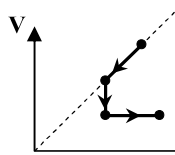
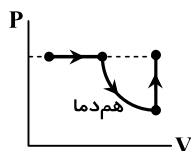
محل انجام محاسبات

۵۵- درون یک استوانه فلزی با گنجایش ۸ L، مقداری گاز آرمانی در فشار ۲۰۰ kPa و دمای ۱۲۷°C وجود دارد. اگر در همین دما ۰/۵ mol گاز

به درون استوانه اضافه نماییم، فشار گاز چند درصد افزایش می‌یابد؟ $(R = 8 \frac{J}{mol \cdot K})$

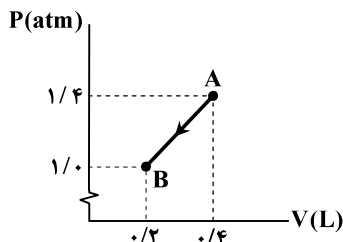
- (۱) ۲۰ (۲) ۵۰ (۳) ۸۰ (۴) ۱۰۰

۵۶- اگر نمودار فشار بر حسب حجم برای یک گاز کامل به صورت روبه‌رو باشد، نمودار حجم بر حسب دمای آن به چه شکلی خواهد بود؟



۵۷- یک گاز کامل، فرایند AB را مطابق شکل طی کرده است. اگر اندازه تغییر انرژی درونی گاز ۱۶۲ J باشد، گاز در این فرایند چقدر گرما گرفته یا

از دست داده است؟ $(1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa})$



(۱) ۱۸۶ J گرما گرفته است.

(۲) ۱۸۶ J گرما از دست داده است.

(۳) ۹۰ J گرما گرفته است.

(۴) ۹۰ J گرما از دست داده است.

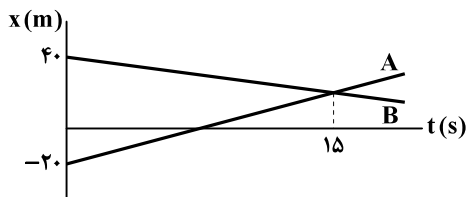
۵۸- در هر چرخه یک ماشین گرمایی درون‌سوز، با مصرف ۰/۵ g سوخت، ۵۱ kJ انرژی به منبع دما پایین منتقل می‌شود. اگر بازده این ماشین

گرمایی ۱۵ درصد باشد، گرمای حاصل از سوخت آن چند $\frac{J}{g}$ خواهد بود؟

- (۱) 6×10^4 (۲) 9×10^4 (۳) 12×10^4 (۴) 15×10^4

۵۹- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B که روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. در کدام یک از لحظات زیر، فاصله دو متحرک

کمتر از ۱۰ متر است؟



(۱) ۱۷ s

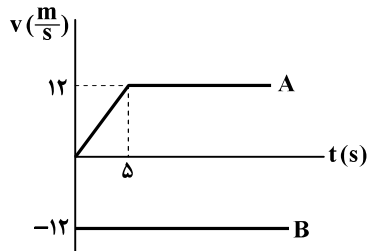
(۲) ۱۲ s

(۳) ۱۰ s

(۴) ۷/۵ s

محل انجام محاسبات

۶۰- در لحظه $t = 0$ متحرک A از نقطه $x = 0$ و متحرک B از نقطه $x = 450 \text{ m}$ می‌گذرند و نمودار سرعت-زمان آن‌ها به صورت شکل زیر است. این دو متحرک در نقطه $x = x_1$ به هم می‌رسند. x_1 کدام است؟



(۱) $x_1 = 210 \text{ m}$

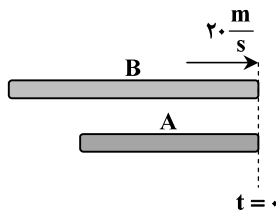
(۲) $x_1 = 220 \text{ m}$

(۳) $x_1 = 240 \text{ m}$

(۴) $x_1 = 230 \text{ m}$

۶۱- قطار A به طول ۱۰۰ متر در ایستگاه ایستاده است و در لحظه $t = 0$ قطار B به طول ۱۲۰ متر با سرعت ثابت $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از ایستگاه عبور می‌کند. ۴

ثانیه پس از آنکه قطار B کاملاً از قطار A عبور کرد، قطار A با شتاب ثابت $1/5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ حرکت می‌کند و سرعت خود را به $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رساند و از آن به بعد با سرعت ثابت به حرکت ادامه می‌دهد. چند ثانیه بعد از شروع حرکت A، قطار A کاملاً از B عبور می‌کند؟



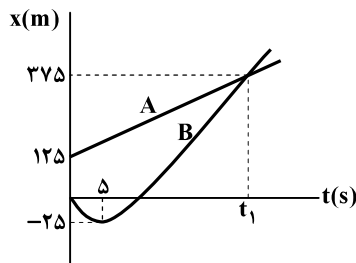
(۱) ۵۰

(۲) ۵۵

(۳) ۶۰

(۴) ۶۵

۶۲- نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B در شکل روبه‌رو به صورت خط و سهمی رسم شده است و در لحظه t_1 به هم رسیده‌اند. سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۱۰

(۲) ۱۵

(۳) ۲۰

(۴) ۴۰

۶۳- متحرکی روی محور x با شتاب ثابت $a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در ۴ ثانیه سوم حرکت صفر باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در مدت $t_1 = 0$ تا $t_2 = 20 \text{ s}$ چند متر است؟

(۴) ۲۴۰

(۳) ۲۰۰

(۲) ۱۲۰

(۱) ۱۰۰

۶۴- گلوله‌ای از ارتفاع h نسبت به زمین رها می‌شود. پس از ۲ ثانیه، گلوله دیگری از ارتفاع $\frac{h}{4}$ نسبت به زمین رها می‌شود. اگر دو گلوله همزمان به

زمین برسند، ارتفاع h چند متر است؟ (مقاومت هوا ناچیز است و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۴) ۲۰

(۳) ۳۱/۲۵

(۲) ۴۵

(۱) ۸۰

محل انجام محاسبات

۶۵- شخصی در حال هل دادن یک جعبه روی سطح افقی کف اتاق است. کدام یک از موارد زیر الزاماً درست است؟ (جعبه روی کف اتاق در حال حرکت است و شخص به صورت افقی بر آن نیرو وارد می کند).

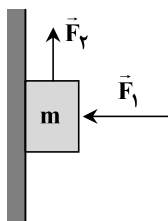
- (۱) واکنش وزن جعبه تنها بر کف اتاق وارد می شود.
- (۲) نیرویی که شخص بر جعبه وارد می کند مساوی یا بزرگ تر از نیروی اصطکاک وارد بر جعبه است.
- (۳) نیرویی که کف اتاق بر جعبه وارد می کند، بزرگ تر از وزن جعبه است.
- (۴) نیروی اصطکاک وارد بر جعبه در همان جهت حرکت جعبه است.

۶۶- مطابق شکل، جسم کوچکی روی سطح افقی با سرعت اولیه $12 \frac{m}{s}$ توسط ضربه ای روی سطح به حرکت درمی آید و در نقطه C متوقف می شود. مسیر AC چند متر است؟ ($AB = 5/5 m$ و ضریب اصطکاک مسیر AB برابر $0/4$ و مسیر BC برابر $0/5$ است).

- (۱) ۱۰
- (۲) ۱۵
- (۳) ۱۵/۵
- (۴) ۱۸/۵

۶۷- مطابق شکل دو نیروی عمود بر هم $F_1 = 200 N$ و $F_2 = 160 N$ بر وزنه ای به جرم $m = 10 kg$ وارد می شوند و وزنه در آستانه حرکت به طرف بالا است. اگر جهت دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ ثابت بماند و اندازه نیروی $\vec{F}_1$ همان $200 N$ باشد، مقدار نیروی $\vec{F}_2$ چند نیوتون باشد تا وزنه در

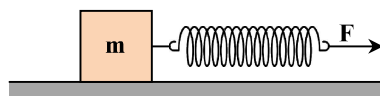
آستانه حرکت به طرف پایین قرار بگیرد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



- (۱) ۸۰
- (۲) ۶۰
- (۳) ۳۰
- (۴) ۴۰

۶۸- در شکل روبه رو، جسمی به جرم $2 kg$ توسط یک فنر روی سطح افقی به سمت راست کشیده می شود و نیرویی که سطح به جسم وارد می کند با راستای قائم زاویه 37° درجه می سازد. وقتی طول فنر $25 cm$ است، جسم با شتاب $5 \frac{m}{s^2}$ و هنگامی که طول فنر $28 cm$ است، جسم با

شتاب $8 \frac{m}{s^2}$ حرکت می کند. ثابت فنر و طول عادی آن به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و $\sin 37^\circ = 0/6$)



- (۱) $2 \frac{N}{m}$ ، $17/5 cm$
- (۲) $200 \frac{N}{m}$ ، $17/5 cm$
- (۳) $2 \frac{N}{m}$ ، $12/5 cm$
- (۴) $200 \frac{N}{m}$ ، $12/5 cm$

۶۹- جرم ماهواره ای که در مدار معینی به دور زمین در حال گردش است، 200 کیلوگرم و وزن آن 500 نیوتون است. انرژی جنبشی ماهواره چند ژول

است؟ ($g_e = 10 \frac{N}{kg}$: شتاب جاذبه روی سطح زمین و $R_e = 6400 km$: شعاع زمین)

- (۱) 4×10^7
- (۲) 8×10^7
- (۳) $1/6 \times 10^9$
- (۴) $3/2 \times 10^9$

محل انجام محاسبات

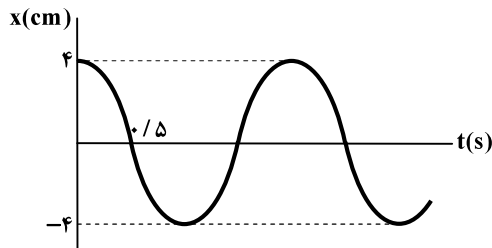
۷۰- معادله مکان- زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = 0.02 \cos(20\pi t)$ است. مسافتی که متحرک در مدت $t = 0$ تا $t = 0.325$ طی می‌کند چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۲ (۳) ۲۶ (۴) ۲۴

۷۱- در یک حرکت هماهنگ ساده، معادله مکان- زمان در SI به صورت $x = 0.05 \cos(40\pi t)$ است. در بازه زمانی $t_1 = 10 \text{ ms}$ تا $t_2 = 80 \text{ ms}$ ، چند میلی ثانیه سرعت و شتاب متحرک هم‌سو نیستند؟

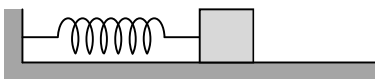
- (۱) ۴۰ (۲) $37/5$ (۳) ۳۵ (۴) $32/5$

۷۲- نمودار مکان- زمان در یک حرکت هماهنگ ساده وزنه- فنر مطابق شکل است. اگر جرم نوسانگر ۲۰۰ گرم باشد، انرژی پتانسیل کشسانی در هریک از دو انتهای مسیر چند ژول می‌شود؟ ($\pi = \sqrt{10}$)



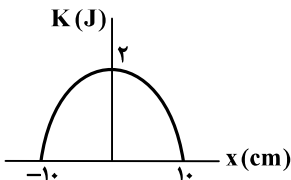
- (۱) 8×10^{-4}
(۲) 8×10^{-3}
(۳) $1/6 \times 10^{-4}$
(۴) $1/6 \times 10^{-3}$

۷۳- مطابق شکل، وزنه‌ای به جرم ۵۰۰ گرم به انتهای یک فنر بسته شده و روی یک سطح افقی بدون اصطکاک حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر بسامد نوسان وزنه 2 Hz و بیشترین و کمترین طول فنر در هنگام نوسان وزنه 64 cm و 58 cm باشد، در لحظه‌ای که طول فنر 59 cm است، بزرگی و جهت شتاب حرکت وزنه کدام است؟ ($\pi = \sqrt{10}$)



- (۱) $3/2 \frac{m}{s^2}$ و $\leftarrow$ (۲) $3/2 \frac{m}{s^2}$ و $\rightarrow$
(۳) $0.8 \frac{m}{s^2}$ و $\leftarrow$ (۴) $0.8 \frac{m}{s^2}$ و $\rightarrow$

۷۴- شکل روبه‌رو، نمودار انرژی جنبشی برحسب مکان را برای یک نوسانگر جرم- فنر روی سطح افقی بدون اصطکاک نشان می‌دهد. اگر جرم وزنه ۲۰۰ گرم باشد، در لحظه‌ای که تندی آن $\frac{1}{3}$ تندی بیشینه است، انرژی پتانسیل آن چند ژول می‌شود؟



- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $\frac{8}{9}$
(۳) $\frac{16}{9}$
(۴) $\frac{4}{3}$

۷۵- اگر آونگ ساده‌ای از سطح زمین به ارتفاع $h = \frac{R_e}{2}$ منتقل شود، دوره نوسان‌های آن چند برابر می‌شود؟ (R_e شعاع زمین است.)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

محل انجام محاسبات

۷۶- تعداد مولکول‌ها در کدام نمونه بیشتر است؟ ($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) 0.34 گرم آمونیاک (۲) $2/25$ مول NO_2 (۳) $50 mL$ آب با چگالی $1 g \cdot mL^{-1}$ (۴) 7 لیتر گاز نیتروژن در شرایط STP

۷۷- یون A^{3+} دارای ۲۱ الکترون است. اگر تفاوت شمار پروتون‌ها و نوترون‌های اتم A برابر ۴ باشد، عدد جرمی اتم A و شمار الکترون‌ها با $I = 2$ در آن، به ترتیب کدام است؟

- (۱) $52-5$ (۲) $46-4$ (۳) $46-5$ (۴) $52-5$

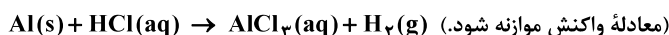
۷۸- در بین ترکیبات $AlF_3, Cr_2O_3, CCl_4, SO_3$ و KBr ، چند ترکیب یونی وجود دارد و در چند ترکیب یونی، همه اتم‌ها به آرایش هشت‌تایی پایدار رسیده‌اند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید)

- (۱) $2-1$ (۲) $2-2$ (۳) $3-2$ (۴) $3-3$

۷۹- نسبت شمار آنیون به کاتیون در آلومینیم سولفات، مانند نسبت شمار کاتیون به آنیون در کدام ترکیب است؟

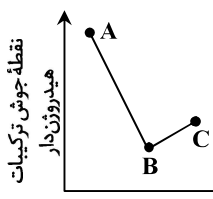
- (۱) کلسیم کلرید (۲) آهن (III) نیترات (۳) کلسیم فسفات (۴) اسکاندیم اکسید

۸۰- از اثر $5/4$ گرم آلومینیم خالص بر هیدروکلریک اسید، چند لیتر گاز هیدروژن در شرایط استاندارد تولید می‌شود؟ ($Al = 27 g \cdot mol^{-1}$)



- (۱) $11/2$ (۲) $4/48$ (۳) $6/72$ (۴) $13/44$

۸۱- با توجه به نمودار داده شده که مربوط به نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن‌دار سه عنصر اول گروه ۱۷ است، کدام گزینه درست است؟



(۱) نقطه جوش ترکیبات هیدروژن‌دار گروه ۱۷، تنها وابسته به جرم مولی آن‌هاست.

(۲) A و B به ترتیب HCl و HF هستند.

(۳) بیش‌ترین جرم مولی را در بین ترکیبات داده شده دارد.

(۴) ترکیب C ، توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارد.

۸۲- مخلوطی از پروپان و اکسیژن به نسبت حجمی ۱ به ۴ موجود است. اگر این دو به گونه‌ای با یکدیگر واکنش دهند که از هیچ مقدار اضافی باقی نماند، درصد مولی کربن دی‌اکسید در مخلوط حاصل به تقریب کدام است؟

- (۱) $33/3$ (۲) $66/6$ (۳) $7/2$ (۴) $14/3$

۸۳- اگر 200 میلی‌لیتر محلول 0.2 مولار سدیم هیدروکسید را به 200 میلی‌لیتر محلول $1/6$ مولار آن اضافه کنیم، غلظت مولی محلول حاصل چند مولار است؟

- (۱) $1/18$ (۲) 0.2 (۳) 0.9 (۴) $1/8$

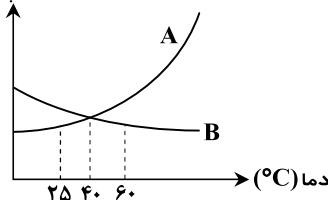
۸۴- اگر غلظت سدیم سولفات در یک نمونه آب برابر $1 ppm$ باشد، در $2/84$ تن از این نمونه آب، چند مول یون سولفات وجود دارد؟



- (۱) 0.1 (۲) 0.2 (۳) 0.2 (۴) 0.1

محل انجام محاسبات

انحلال پذیری

۸۵- با توجه به نمودار روبه‌رو، چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- درصد جرمی محلول سیرشده مواد A و B در دمای ۴۰ درجه یکسان است.
- A و B به ترتیب می‌توانند گاز کربن دی‌اکسید و نمک پتاسیم نیترات باشند.
- با افزایش دمای محلول، انحلال‌پذیری ماده B کاهش می‌یابد.
- انحلال A در آب گرماگیر و انحلال B در آب، گرماده است.

(۱) ۳
(۲) ۱
(۳) ۴
(۴) ۲

۸۶- در مخلوطی از ۱۱/۵ mL اتانول و ۱۴/۴ g آب، درصد مولی اتانول کدام است؟ (چگالی اتانول $0.8 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ است و

(۱) ۵۰
(۲) ۷۵
(۳) ۳۰/۶
(۴) ۲۰

۸۷- نمونه‌های گازی زیر در ظرف‌هایی با حجم یکسان قرار دارند، کدام نمونه، فشار بیشتری دارد؟

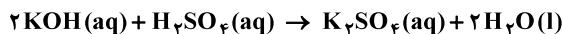
 $(\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Ar} = 40 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$

گاز اکسیژن ۱۶ g ۵۴/۶°C	(۴)	گاز متان ۱۶ g ۱۰۹/۲°C	(۳)	گاز اوزون ۲۸ g ۵۴/۶°C	(۲)	گاز آرگون ۲۰ g ۱۰۹/۲°C	(۱)
------------------------------	-----	-----------------------------	-----	-----------------------------	-----	------------------------------	-----

۸۸- در ساختار مولکول مانند مولکول ، چهار جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

- (۱) گوگرد دی‌اکسید - کربن دی‌سولفید
(۲) سیلیسیم تتراپرمید - کربن مونوکسید
(۳) گوگرد تری‌اکسید - کربن دی‌اکسید
(۴) متان - نیتروژن دی‌اکسید

۸۹- چند میلی‌لیتر محلول ۲/۸ مولار سولفوریک اسید، می‌تواند ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول ۵۶ درصد جرمی پتاسیم هیدروکسید با چگالی

 $1.12 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ را مطابق واکنش زیر خنثی کند؟ $(\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{K} = 39 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$


(۱) ۴۰۰
(۲) ۲۰۰
(۳) ۱۰۰
(۴) ۸۰۰

۹۰- اگر آرایش الکترونی یون‌های A^+ ، B^{2-} و C^{-} همگی به $3p^6$ ختم شوند، چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- عنصر A متعلق به گروه اول و دوره چهارم جدول تناوبی است.
- عنصر B با عنصر A ترکیبی یونی با فرمول AB_2 می‌دهد.
- اختلاف تعداد الکترون‌های A و C برابر ۲ است.
- عنصر B با اکسیژن هم‌گروه بوده و در جدول دوره‌ای، خانه پایینی آن را اشغال می‌کند.

(۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۹۱- کدام عبارت نادرست است؟

- (۱) استرهای بلند زنجیر در مجموع ناقطبی هستند و در آب حل نمی‌شوند.
- (۲) نیروی بین مولکولی غالب در چربی‌ها، نیروی وان‌دروالس است.
- (۳) صابون‌های جامد، نمک سدیم اسید چرب و صابون‌های مایع، نمک کلسیم و منیزیم اسید چرب هستند.
- (۴) در صابون‌ها با فرم کلی RCOONa ، بخش COONa آب‌دوست و بخش R آب‌گریز است.

۹۲- عدد اکسایش Mn در MnO_4^{2-} برابر عدد اکسایش اتم مشخص شده در کدام گزینه است؟

(۱) SO_2
(۲) HNO_3
(۳) $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$
(۴) H_2PO_4

محل انجام محاسبات

۹۳- در دمای 25°C ، pH محلول یک باز یک ظرفیتی برابر $11/3$ است. در 100 میلی لیتر از این محلول، چند مول از باز موردنظر وجود دارد؟ (درصد یونش باز در محلول برابر ۱ است.)

- (۱) $0/01$ (۲) $0/02$ (۳) $0/1$ (۴) $0/2$

۹۴- در محلولی از اسید HA با غلظت $2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ، درجه یونش اسید برابر $0/02$ است. اگر حجم این محلول (بدون تغییر دما) با افزودن حلال خالص به ۲ برابر افزایش یابد، کدام عبارت درست است؟

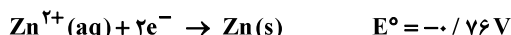
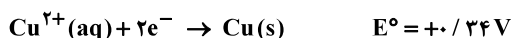
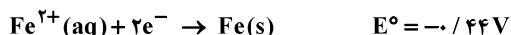
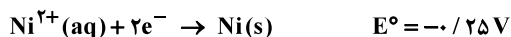
(۱) با رقیق شدن محلول، ثابت یونش اسید (K_a) افزایش می یابد.

(۲) ثابت یونش اسید در محلول غلیظ به تقریب 8×10^{-5} مول بر لیتر بود که با افزودن حلال کاهش می یابد.

(۳) اگر چه میزان یونش اسید افزایش می یابد ولی ثابت یونش آن تغییری نمی کند.

(۴) به دلیل افزایش میزان یونش اسید، در محلول نهایی غلظت یون هیدرونیوم بیشتر از محلول اولیه است.

۹۵- با توجه به نیم واکنش های زیر، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



الف) محلول FeSO_4 را نمی توان در ظرفی از جنس روی نگهداری کرد.

ب) گونه Zn^{2+} کاهنده تر از سایر گونه هاست.

پ) سلول گالوانی $\text{Fe}-\text{Cu}$ ، E° بیشتری نسبت به سایر سلول های ممکن دارد.

ت) ولتاژ مورد نیاز برای سلول برقکافتی که نیاز به ولتاژ $0/55$ ولت دارد را می توان با سلول گالوانی $\text{Ni}-\text{Cu}$ فراهم کرد.

- (۱) الف و ت (۲) ب و پ (۳) الف و پ (۴) پ و ت

۹۶- در یک سلول الکترولیتی، قاشقی فلزی توسط نقره آبکاری می شود. اگر طی فرایند آبکاری $12/04 \times 10^{20}$ الکترون از مدار بیرونی سلول عبور کند، جرم قاشق چند گرم افزایش می یابد؟ (بازده واکنش را ۱۰۰ درصد در نظر بگیرید و $\text{Ag} = 108 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- (۱) $2/16$ (۲) $1/08$ (۳) $0/216$ (۴) $0/108$

۹۷- شکل روبه رو نوعی آهن را نشان می دهد. کدام گزینه در ارتباط با این نوع آهن درست است؟

(۱) این نوع آهن به آهن سفید شناخته می شود و برای ساخت قوطی های کنسرو به کار می رود.

(۲) اگر این قطعه در شرایط خوردگی قرار گیرد، با توجه به اینکه قلع کاهنده قوی تری نسبت به آهن است، فلز روکش اکسایش می یابد و از خوردگی فلز آهن جلوگیری می کند.

(۳) در شرایط خوردگی، در صورت ایجاد خراش در سطح قطعه، فلز آهن اکسایش یافته و دچار خوردگی می شود.

(۴) این نوع آهن، حلبی نام دارد و حفاظت کاتدی مانع از زنگ زدن آهن در این قطعه می شود.

۹۸- همه موارد زیر درباره فرایند برقکافت آب درست است، به جز

(۱) ارتفاع آب در بخش آندی بیشتر از بخش کاتدی است.

(۲) کاغذ pH پیرامون کاتد به رنگ آبی مشاهده می شود.

(۳) تعداد الکترون های مبادله شده بر اساس واکنش کلی، برابر با ۲ الکترون است.

(۴) جهت افزایش رسانایی، باید اندکی الکترولیت به آب افزود.

محل انجام محاسبات

Sn(s)
Fe(s)

۹۹- غلظت یون هیدرونیوم در محلولی از دی‌نیتروژن پنتاکسید با غلظت یون هیدروکسید در محلولی از لیتیم اکسید برابر است. اگر حجم دو محلول یکسان باشد، جرم دی‌نیتروژن پنتاکسید حل شده، چند برابر جرم لیتیم اکسید حل شده است؟

($\text{Li} = 7, \text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۵ / ۴ (۴)

۱ / ۸ (۳)

۷ / ۲ (۲)

۳ / ۶ (۱)

۱۰۰- با توجه به سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، کدام گزینه درست است؟

(۱) معادله شیمیایی نیم‌واکنش کاهش آن به صورت $2\text{O}^{2-}(\text{g}) \rightarrow \text{O}_2(\text{g}) + 2\text{e}^-$ است.

(۲) به ازای مصرف یک مول گاز در آند این سلول، نیم‌مول گاز در کاتد وارد واکنش می‌شود.

(۳) emf این سلول با پتانسیل کاهش نیم واکنش آندی برابر است.

(۴) در کاتد این سلول به ازای وارد شدن هر مول الکترون به الکتروود، ۱ مول بخار آب تولید می‌شود.

۱۰۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

■ فلزهای فعال، گاهنده‌های قوی هستند و برای تولید آن‌ها از برقکافت نمک‌های مذابشان می‌توان استفاده کرد.

■ فلز سدیم یک گاهنده قوی است و یون‌های سدیم نسبت به اتم‌های آن پایدارتر هستند.

■ افزودن مقداری کلسیم کلرید به سدیم کلرید، دمای ذوب را پایین‌تر می‌آورد.

■ در سلول الکترولیتی با اعمال ولتاژ بیرونی معین، یک واکنش دلخواه انجام می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۲- اگر در یک واحد صنعتی، روزانه یک تن آلومینیم بر اساس فرایند هال تولید شود، در یک ماه (۳۰ روز)، کیلوگرم گرافیت در

..... مصرف می‌شود. ($\text{C} = 12, \text{Al} = 27 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(معادله موازنه شود.) $\text{Al}_2\text{O}_3(\text{s}) + \text{C}(\text{s}) \rightarrow \text{Al}(\text{l}) + \text{CO}(\text{g})$

۵۰۰۰- کاتد (۴)

۱۰۰۰۰- آند (۳)

۵۰۰۰- آند (۲)

۱۰۰۰۰- کاتد (۱)

۱۰۳- در یک استر بلند زنجیر با زنجیرهای هیدروکربنی سیرشده، شمار اتم‌های هیدروژن (m) چه رابطه‌ای با شمار اتم‌های کربن (n) دارد؟

(اسیدهای چرب یکسانی در ساختار استر وجود دارد.)

$m = 2n - 4$ (۴)

$m = 2n + 2$ (۳)

$m = 2n + 1$ (۲)

$m = 2n - 2$ (۱)

۱۰۴- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Na} = 23, \text{S} = 32 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

■ جرم مولی نوعی پاک‌کننده غیرصابونی سدیم‌دار که در آن R یک زنجیر هیدروکربنی سیرشده با ۱۵ کربن است، برابر با $392 \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ است.

■ در پاک‌کننده غیرصابونی برخلاف پاک‌کننده صابونی، بخش آنیونی نقش پاک‌کنندگی دارد.

■ به شوینده‌ها نمک‌های فسفات می‌افزایند تا قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها افزایش یابد.

■ صابون سنتی افزودنی شیمیایی ندارد و به دلیل خاصیت بازی مناسب، برای موهای چرب استفاده می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۵- با افزودن ۱/۰ مول از یک صابون به مقدار کافی محلول منیزیم کلرید، ۳۰/۹ گرم رسوب تشکیل می‌شود. فرمول شیمیایی صابون موردنظر

کدام است؟ (R را گروه آلکیل در نظر بگیرید.) ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Mg} = 24 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(معادله موازنه شود.) $\text{RCOONa}(\text{aq}) + \text{MgCl}_2(\text{aq}) \rightarrow (\text{RCOO})_2\text{Mg}(\text{s}) + \text{NaCl}(\text{aq})$

$\text{C}_{15}\text{H}_{31}\text{COONa}$ (۴)

$\text{C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa}$ (۳)

$\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COONa}$ (۲)

$\text{C}_{18}\text{H}_{37}\text{COONa}$ (۱)

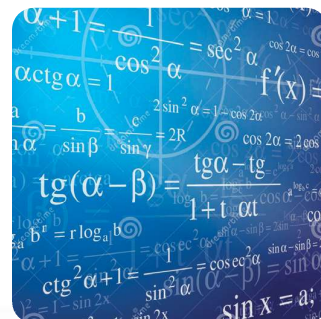
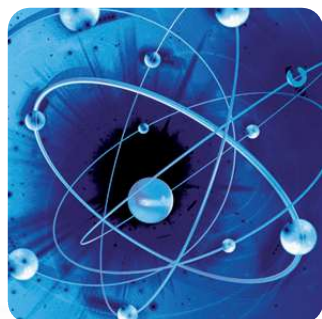
محل انجام محاسبات

دفترچه پاسخ‌های تشریحی

آزمون آزمایشی ۱ اردیبهشت ۱۴۰۲ (مرحله ۱۳)

ویژه داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

گروه آزمایشی علوم ریاضی



تذکرات مهم ↓

➡ آزمون آزمایشی مرحله ۱۴ گزینه دو، در روز جمعه ۱۵ اردیبهشت ۱۴۰۲ برگزار می گردد.

➡ داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، پیش آزمون های آنلاین، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وب سایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

➡➡ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➡ کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۱۳ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

ریاضیات

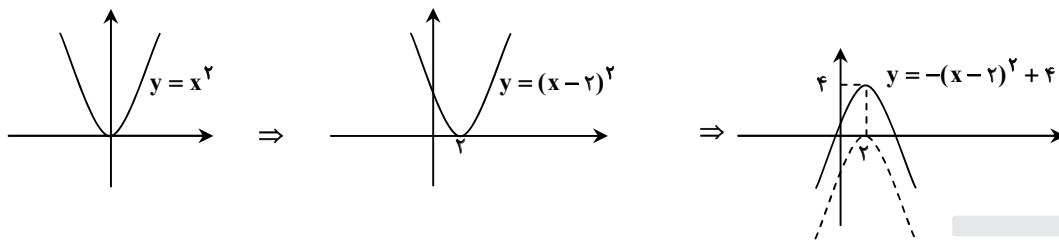
۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۵، درس ۳ ریاضی ۱

$$f(x) = 4x - x^2 \Rightarrow f(x) = -x^2 + 4x - 4 + 4 \Rightarrow f(x) = -(x^2 - 4x + 4) + 4 \Rightarrow f(x) = -(x-2)^2 + 4$$

روش اول:

حال با توجه به انتقال توابع و رسم تابع $f(x) = x^2$ مشاهده می‌شود که برد تابع بازه $(-\infty, 4]$ می‌باشد.



روش دوم:

با دقت در ضابطه مشخص می‌شود که:

$$-(x-2)^2 \leq 0 \Rightarrow -(x-2)^2 + 4 \leq 4 \Rightarrow f(x) \leq 4$$

پس برد تابع برابر بازه $(-\infty, 4]$ می‌باشد.

۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۴، درس ۳ ریاضی ۱

از آنجا که عبارت مخرج کسر همواره مثبت است بنابراین داریم:

$$\frac{x^2 + 3x + m}{x^2 + x + 1} < 2 \Rightarrow x^2 + 3x + m < 2x^2 + 2x + 2 \Rightarrow x^2 - x + 2 - m > 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ x^2 \text{ ضریب} > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta = 1 - 4(2 - m) < 0 \Rightarrow 1 - 8 + 4m < 0 \Rightarrow m < \frac{7}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۴ ریاضی ۱

۳- پاسخ: گزینه ۱

در این دنباله هندسی داریم:

$$\begin{cases} a_2 = 96 \Rightarrow a_1 r = 96 \\ a_5 = -12 \Rightarrow a_1 r^4 = -12 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_1 r}{a_1 r^4} = \frac{96}{-12} \Rightarrow \frac{1}{r^3} = -8 \Rightarrow r = -\frac{1}{2}$$

راه حل اول:

$$a_1 = \frac{a_2}{r} = \frac{96}{-\frac{1}{2}} = -192 \Rightarrow a_4 = a_1 r^3 = -192 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{-192}{-8} = 24$$

راه حل دوم:

نکته: در یک دنباله هندسی با قدرنسبت r ، می‌توان جمله m را برحسب جمله m ، از رابطه زیر به دست آورد:

$$a_n = a_m r^{n-m}$$

مطابق نکته برای جمله نهم داریم:

$$a_9 = a_5 r^{9-5} = a_5 r^4 = -12 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{-12}{16} = -\frac{3}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۴، درس ۳ ریاضی ۱

۴- پاسخ: گزینه ۴

باید سمت راست نامعادله نامنفی باشد تا بتواند بزرگ‌تر یا مساوی یک عبارت قدرمطلق شود، پس:

$$x - 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$$

با این شرط عبارت داخل قدرمطلق همواره مقداری مثبت خواهد داشت، پس:

$$|x - 4| = x - 4 \Rightarrow x - 4 \leq x - 4 \Rightarrow -1 \leq -3 \quad \times$$

پس مجموعه جواب این نامعادله تهی می‌باشد.

۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۳، درس ۴ ریاضی ۱

اگر عبارت $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ را گویا کنیم داریم:

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2+\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow (2+\sqrt{3})^{\frac{1}{2-\sqrt{3}}} (2-\sqrt{3})^{2+\sqrt{3}} = (2+\sqrt{3})^{2+\sqrt{3}} (2-\sqrt{3})^{2+\sqrt{3}} = (4-3)^{2+\sqrt{3}} = 1^{2+\sqrt{3}} = 1$$

توجه: برای هر عدد حقیقی b می‌توانیم نشان دهیم: $1^b = 1$

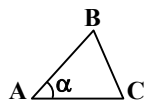
۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۳، درس ۴ ریاضی ۱

$$\frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = 5 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 5 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} (x + \frac{1}{x})^2 = 5^2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 25 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$$

$$\Rightarrow \frac{x^4+1}{x^2} = 23 \Rightarrow \frac{x^2}{x^4+1} = \frac{1}{23}$$

۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۲، درس‌های ۱ و ۲ ریاضی ۱

نکته: مساحت مثلث ABC برابر است با:



$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \alpha$$

نقطه C محل تقاطع خط $2y = x + 5$ با محور طول‌ها می‌باشد، بنابراین با قرار دادن مقدار $y = 0$ داریم:

$$2 \times 0 = x + 5 \Rightarrow x = -5$$

بنابراین طول AC برابر $6 - (-5) = 11$ است.

اگر خط را به فرم $y = ax + b$ بنویسیم، داریم: $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ، بنابراین شیب خط برابر $\frac{1}{2}$ است، پس: $\tan \hat{C} = \frac{1}{2}$

برای یافتن مساحت باید $\sin \hat{C}$ را بیابیم:

$$1 + \tan^2 \hat{C} = \frac{1}{\cos^2 \hat{C}} \Rightarrow 1 + \frac{1}{4} = \frac{1}{\cos^2 \hat{C}} \Rightarrow \cos^2 \hat{C} = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin^2 \hat{C} = 1 - \frac{4}{5} \Rightarrow \sin^2 \hat{C} = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin \hat{C} = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$$

چون زاویه $\hat{C}$ حاده است، پس مقدار $\sin \hat{C} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ قابل قبول نیست. بنابراین مطابق نکته داریم:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \times BC \times \sin \hat{C} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$$

۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۳، درس ۴ ریاضی ۱

راه حل اول:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

نکته: به کمک تجزیه عبارت داده شده داریم:

$$\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = (\sin \theta + \cos \theta)(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta - \sin \theta \cos \theta) \Rightarrow b = a(1 - \sin \theta \cos \theta) \quad (*)$$

از طرفی می‌توان نوشت:

$$\sin \theta + \cos \theta = a \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = a^2 \Rightarrow \sin \theta \cos \theta = \frac{a^2 - 1}{2}$$

بنابراین با جایگذاری این مقدار در $(*)$ داریم:

$$b = a(1 - (\frac{a^2 - 1}{2})) \Rightarrow a^3 = 3a - 2b$$

راه حل دوم:

با قرار دادن مقدار $\theta = 90^\circ$ می‌توان مقدار a و b را به دست آورد و با جایگذاری این مقادیر در گزینه‌ها رابطه‌ای صحیح را به دست آورد.

$$\sin \theta + \cos \theta = a \xrightarrow{\theta = 90^\circ} 1 + 0 = a \Rightarrow a = 1$$

$$\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = b \xrightarrow{\theta = 90^\circ} 1 + 0 = b \Rightarrow b = 1$$

با قرار دادن مقادیر $a = b = 1$ در گزینه‌ها، تنها تساوی گزینه ۲ درست خواهد بود.

نکته: توابع $y = a \cos bx + c$ و $y = a \sin bx + c$ دارای مقدار ماکسیمم $|a| + c$ ، مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

مطابق نمودار، تابع از مبدأ گذشته، پس:

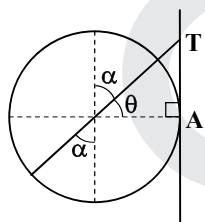
$$f(0) = 0 \Rightarrow 0 = a - 3 \Rightarrow a = 3$$

پس ضابطه تابع به صورت $f(x) = 3 - 3 \cos \frac{\pi}{3} x$ است و مطابق نکته داریم:

$$\begin{cases} \max = 6 \\ \min = 0 \\ T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6 \end{cases}$$

بنابراین دوره تناوب و ماکسیمم تابع با هم برابرند و گزینه ۱ پاسخ است.

نکته: $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$



در شکل روبه رو $AT = \tan \theta$ است، پس می توان نوشت: $AT = \tan \theta = \tan(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cot \alpha$

برای استفاده از نکته، به مقدار $\sin^2 \alpha$ نیاز داریم:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha + \frac{1}{9} = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{8}{9}$$

حال به کمک نکته داریم:

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + AT^2 = \frac{1}{\frac{8}{9}} = \frac{9}{8} \Rightarrow AT^2 = \frac{1}{8}$$

نکته: $(x^n - 1) = (x - 1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1)$

ابتدا عبارت $x^{12} - 1$ را بر حسب عامل خواسته شده تجزیه می کنیم، سپس چندجمله ای های f و g را مشخص می کنیم:

$$x^{12} - 1 = (x^2)^6 - 1 = (x^2 - 1)(x^4 + x^2 + 1) \Rightarrow f(1) = 6$$

$$x^{12} - 1 = (x^3)^4 - 1 = (x^3 - 1)(x^6 + x^3 + 1) \Rightarrow g(1) = 4$$

بنابراین:

$$f(1) - g(1) = 6 - 4 = 2$$

نکته: $\begin{cases} \frac{\text{عدد مثبت}}{\text{عدد مثبت}} = +\infty & , & \frac{\text{عدد مثبت}}{\text{عدد منفی}} = -\infty \\ \frac{\text{عدد منفی}}{\text{عدد مثبت}} = -\infty & , & \frac{\text{عدد منفی}}{\text{عدد منفی}} = +\infty \end{cases}$

حد چپ و راست را محاسبه می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{a[x] + 2x}{x(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{a + 2a}{x(x-4)} = \frac{a + 2a}{+} = -\infty \Rightarrow a + 2a < 0 \Rightarrow a < -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{a[x] + 2x}{x(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2a + a}{x(x-4)} = \frac{2a + a}{-} = -\infty \Rightarrow 2a + a > 0 \Rightarrow a > -\frac{a}{3}$$

بنابراین محدوده a بازه $(-\frac{a}{3}, -2)$ است.

$$\text{نکته: } \begin{cases} \frac{\text{عدد مثبت}}{+} = +\infty & , & \frac{\text{عدد مثبت}}{-} = -\infty \\ \frac{\text{عدد منفی}}{+} = -\infty & , & \frac{\text{عدد منفی}}{-} = +\infty \end{cases}$$

ابتدا دقت کنید که صورت تابع g در اطراف $x=3$ به صورت زیر است:

$$(-1)^{[x]} = \begin{cases} -1 & 3 < x < 4 \\ 1 & 2 < x < 3 \end{cases}$$

با توجه به رفتار تابع g در اطراف نقطه $x=3$ که داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} g(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} g(x) = +\infty$$

و ضابطه صورت تابع در اطراف نقطه $x=3$ ، می توان فهمید:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \cdot^-$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \cdot^+$$

از طرفی چون تابع g در $x=3$ مجانب قائم دارد، پس $f(3) = 0$ ، بنابراین نمودار تابع f در اطراف نقطه $x=3$ می تواند به صورت گزینه ۴ باشد.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۳، درس های ۱ و ۲ حسابان ۲

۱۴- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به صورت سؤال $x=-1$ تنها مجانب قائم تابع f است، پس دو حالت زیر را می توان در نظر گرفت: حالت اول: مخرج ریشه مضاعف $x=-1$ دارد.

$$x^2 + bx - 2 = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

چنین تساوی برقرار نیست.

حالت دوم: $x=-1$ ریشه مخرج است و ریشه دیگر مخرج با صورت ساده می شود، پس به ازای $x=-1$ ، مخرج برابر صفر می شود:

$$x^2 + bx - 2 = 0 \xrightarrow{x=-1} 1 - b - 2 = 0 \Rightarrow b = -1$$

$$x^2 + bx - 2 = x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$$

ریشه دیگر مخرج $x=2$ است که باید ریشه صورت کسر نیز باشد:

$$fa + 2c = 0 \quad (*)$$

از طرفی $y=2$ مجانب افقی است:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2 \Rightarrow \frac{ax^2}{x^2} = 2 \Rightarrow a=2 \xrightarrow{(*)} 2a + 2c = 0 \Rightarrow c = -2$$

با داشتن مقادیر a ، b و c ، تابع را بازنویسی کرده و $f(1)$ را محاسبه می کنیم:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 4x}{x^2 - x - 2} = \frac{2x}{x+1} \Rightarrow f(1) = 1$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۳، درس ۲ حسابان ۲

۱۵- پاسخ: گزینه ۱

$$\text{نکته: } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n + bx^{n-1} + cn^{n-2} + \dots + 1 = ax^n, \quad \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$$

ابتدا با توجه به آنکه $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{5}$ ، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{5x + 5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + |2x|}{5x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-2)x}{5x}$$

پس $\frac{a-2}{5} = \frac{1}{5}$ و $a=3$. حال حاصل حد خواسته شده را به دست می آوریم.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x + \sqrt{4x^2 + 5}}{5(x+1)} \times \frac{3x - \sqrt{4x^2 + 5}}{3x - \sqrt{4x^2 + 5}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{9x^2 - (4x^2 + 5)}{5(x+1)(3x - \sqrt{4x^2 + 5})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5(x+1)(x-1)}{5(x+1)(3x - \sqrt{4x^2 + 5})} = \frac{1}{3}$$

۱ نکته: $\cos(\pi - x) = -\cos x$

۲ نکته: $\cos \alpha = \cos \beta \Rightarrow \alpha = 2k\pi \pm \beta \quad (k \in \mathbb{Z})$

با توجه به نکته ۱، معادله را ساده می‌کنیم، سپس آن را حل می‌کنیم:

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos x \Rightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos(\pi - x)$$

$$\begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \\ 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{5\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

جواب‌ها در بازه $(0, \pi)$ به صورت $x = \frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$ است که مجموع آن‌ها برابر است با:

$$\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} + \frac{2\pi}{3} = \frac{15\pi + 8\pi}{12} = \frac{23\pi}{12}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱، درس ۲ حسابان ۲

۱۷- پاسخ: گزینه ۳

نکته: باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $ax + b$ برابر $p\left(-\frac{b}{a}\right)$ است.

باقی‌مانده f بر $x - 1$ و $x + 2$ به ترتیب ۲ و ۱ است، پس:

$$f(1) = -2$$

$$f(-2) = 1$$

برای یافتن باقی‌مانده $(f \circ f)(x)$ بر چندجمله‌ای درجه دوم $x^2 + x - 2$ داریم:

$$(f \circ f)(x) = (x^2 + x - 2)q(x) + \underbrace{\alpha x + \beta}_{\text{باقی‌مانده}} \Rightarrow (f \circ f)(x) = (x - 1)(x + 2)q(x) + \alpha x + \beta$$

حال مقادیر ۱ و ۲ را قرار می‌دهیم:

$$x = 1 \Rightarrow f \circ f(1) = \alpha + \beta \Rightarrow f(f(1)) = \alpha + \beta \Rightarrow \alpha + \beta = 1$$

$$x = -2 \Rightarrow f \circ f(-2) = -2\alpha + \beta \Rightarrow f(f(-2)) = -2\alpha + \beta \Rightarrow -2\alpha + \beta = -2$$

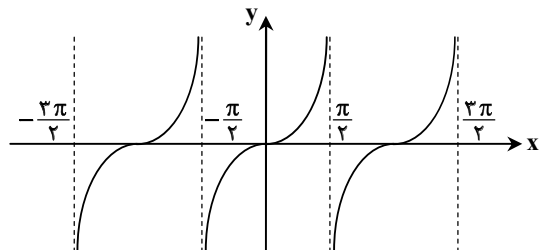
بنابراین:

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 0 \end{cases} \Rightarrow r(x) = x$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۲، درس ۱ حسابان ۲

۱۸- پاسخ: گزینه ۲

نکته: نمودار تابع $y = \tan x$ به صورت زیر است:



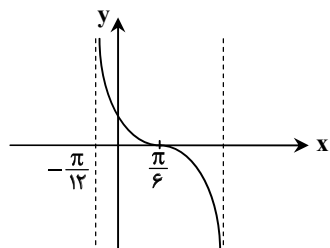
به دلیل نزولی بودن تابع، a منفی است، یعنی خط $x = \frac{\pi}{4}$ به سمت چپ رفته است.

$$x = -\frac{\pi}{12} \Rightarrow ax + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow a\left(-\frac{\pi}{12}\right) + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow a = -2$$

نقطه برخورد با محور x ‌ها را در این بازه پیدا می‌کنیم:

$$y = \tan\left(-2x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$y = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$



پس اگر نمودار تابع را $\frac{\pi}{6}$ به چپ منتقل کنیم از مبدأ عبور می‌کند.

۱۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳، درس ۱ هندسه ۱

نکته: مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی، برابر $180^\circ \times (n - 2)$ است.

نکته: هر n ضلعی دارای $\frac{n(n-3)}{2}$ قطر است.

با توجه به اینکه مجموع زوایای n ضلعی باید مضربی از 180° باشد، پس مجموع زوایای این چندضلعی برابر 1080° است و زاویه حاده لحاظ نشده برابر 80° است. بنابراین:

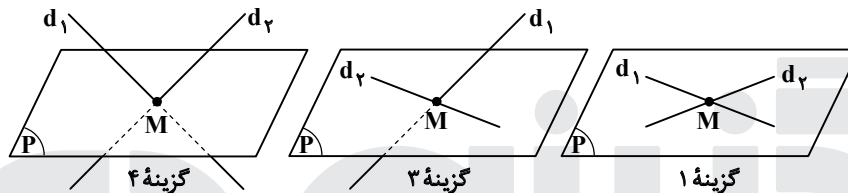
$$(n - 2) \times 180^\circ = 1080^\circ \Rightarrow n - 2 = 6 \Rightarrow n = 8$$

پس تعداد قطرهای هشت ضلعی برابر است با:

$$\frac{8(8-3)}{2} = 4 \times 5 = 20$$

۲۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۴، درس ۱ هندسه ۱

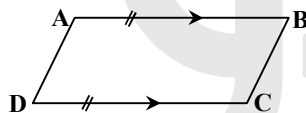
نکته: خط و صفحه در فضا نسبت به هم موازی یا متقاطع هستند یا خط در صفحه واقع است. یکی از سه حالت زیر می تواند وجود داشته باشد.



بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۲۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳، درس ۱ هندسه ۱

نکته ۱: چهارضلعی که دو ضلع مقابلش، مساوی و موازی باشد، متوازی الاضلاع است.



$$AB \parallel CD \Rightarrow \text{متوازی الاضلاع است } ABCD$$

نکته ۲: مساحت متوازی الاضلاع برابر است با حاصل ضرب قاعده در ارتفاع.

با توجه به روش ترسیم ارائه شده، مطابق شکل و نکته ۱، چهارضلعی AECF متوازی الاضلاع است، زیرا از طرفی $AE = CF = 5$ و از سوی دیگر به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث های ADE و BCF واضح است که $DE = BF = 4$ و در نتیجه $AF = CE = 6$ و داریم:

$$AF \parallel CE \xrightarrow{\text{نکته ۱}} \text{متوازی الاضلاع است } AECF$$

محیط و مساحت متوازی الاضلاع AECF را حساب می کنیم:

$$\text{محیط} = 2(5 + 6) = 22$$

$$\text{مساحت: (نکته ۲)} = 6 \times 4 = 24$$

و در نتیجه اختلاف مقدار محیط و مساحت، برابر است با:

$$22 - 24 = -2$$

۲۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲، درس ۳ هندسه ۱

یادآوری: در متوازی الاضلاع، اضلاع مقابل موازی و مساویند.

نکته ۱: طبق قضیه اساسی تشابه، اگر خطی موازی یک ضلع دو ضلع یا امتداد دو ضلع دیگر از مثلثی را قطع کند، مثلثی پدید می آورد که با مثلث اولیه متشابه است.

نکته ۲: در دو مثلث متشابه، اضلاع مقابل به زوایای مساوی، متناسبند.

از آنجایی که ABCD متوازی الاضلاع است، پس:

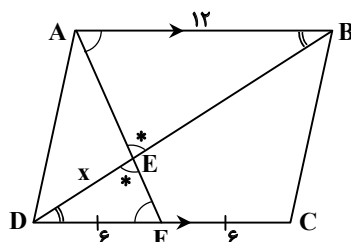
$$AB \parallel DF$$

پس با توجه به نکته ۱، داریم:

$$\triangle EAB \sim \triangle EDF$$

و با توجه به نکته ۲، داریم:

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BE}{DF} \Rightarrow \frac{12}{6} = \frac{15-x}{x} \Rightarrow 2 = \frac{15-x}{x} \Rightarrow 2x = 15-x \Rightarrow x = 5$$



طبق فرض سؤال داریم:

$$\begin{cases} S_{\Delta ADM} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \\ S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \end{cases} \Rightarrow \frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ADM}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \cdot DH \cdot AB}{\frac{1}{2} \cdot DH \cdot AM} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{3}{2}$$

به همین ترتیب برای نقطه N هم می توان گفت که $\frac{BC}{CN} = \frac{3}{2}$ ، پس:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{CN}{CB}$$

بنابراین از عکس قضیه تالس نتیجه می شود:

$$\begin{aligned} MN \parallel AC \\ \frac{AB}{AM} = \frac{3}{2} &\Rightarrow \frac{AB}{AB - AM} = \frac{3}{3 - 2} \\ &\Rightarrow \frac{AB}{MB} = 3 \Rightarrow \frac{MB}{AB} = \frac{1}{3} \quad (*) \end{aligned}$$

اکنون داریم:

$$\Delta ABC : MN \parallel AC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{MN}{AC} = \frac{BM}{AB} \stackrel{(*)}{=} \frac{1}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۳، درس ۲ هندسه ۱

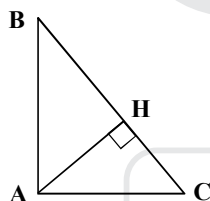
۲۴- پاسخ: گزینه ۴

نکته ۱: در مستطیل قطر ها با هم برابر بوده و منصف یکدیگرند.

نکته ۲: مجموع فاصله های هر نقطه دلخواه روی قاعده مثلث متساوی الساقین از دو ساق، برابر با ارتفاع وارد بر ساق است.

نکته ۳: در مثلث قائم الزاویه ABC با ارتفاع وارد بر وتر AH داریم:

$$AB \times AC = AH \times BC$$



ابتدا شکل مسئله را رسم می کنیم.

با توجه به نکته ۱ مثلث OAB متساوی الساقین است، پس با توجه به نکته ۲ داریم:

$$PM + PN = BH$$

اکنون با توجه به نکته ۳ در مثلث قائم الزاویه ABC داریم:

$$\begin{aligned} AC^2 &= 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow AC = 5 \\ AB \times BC &= BH \times AC \Rightarrow 4 \times 3 = BH \times 5 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow BH = \frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow PM + PN = BH = 2 \frac{2}{5}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۱ هندسه ۳

۲۵- پاسخ: گزینه ۱

$$A^n = \begin{cases} I & \text{زوج } n \\ A & \text{فرد } n \end{cases} \quad \text{نکته: } A^2 = I \Rightarrow A^n = \begin{cases} I \\ A \end{cases}$$

نکته: توان در ماتریس ها، فقط برای ماتریس های مربعی تعریف می شود.

ابتدا ماتریس A^2 را به دست می آوریم:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

با توجه به نکته داریم:

$$A^{12} - A^5 = I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۲ هندسه ۳

۲۶- پاسخ: گزینه ۱

نکته: اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، در این صورت وارون ماتریس A یعنی A^{-1} از رابطه زیر به دست می آید:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}, \quad |A| = ad - bc$$

با فرض $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$ و $D = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ را از سمت چپ و C^{-1} را از سمت راست در تساوی زیر ضرب می کنیم:

$$B \cdot A \cdot C = D \Rightarrow \underbrace{B^{-1} \cdot B}_I \cdot A \cdot \underbrace{C \cdot C^{-1}}_I = B^{-1} \cdot D \cdot C^{-1} \Rightarrow I \cdot A \cdot I = B^{-1} \cdot D \cdot C^{-1} \Rightarrow A = B^{-1} \cdot D \cdot C^{-1}$$

حال وارون ماتریس های B و C را می یابیم:

$$|B| = 4 - 6 = -2 \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|C| = 5 - (-2)(-3) = -1 \Rightarrow C^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 18 & 4 \\ -14 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & -2 \\ 7 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45 + 6 & 18 + 2 \\ -35 - 3 & -14 - 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 51 & 20 \\ -38 & -15 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه های ماتریس A برابر است با:

$$51 + 20 - 38 - 15 = 18$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲، درس ۲ هندسه ۳

۲۷- پاسخ: گزینه ۱

نکته ۱: در معادله دایره $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ داریم:

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c}, \quad O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right)$$

$$OO' = R + R'$$

نکته ۲: در دو دایره مماس خارج $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ داریم:

با توجه به نکته ۱، مرکز و شعاع هر دو دایره را به دست می آوریم:

$$x^2 + y^2 + 2x = 0 \quad : \quad O(-1, 0)$$

$$R = \frac{\sqrt{4 + 0 - 0}}{2} = 1$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 8y + 4 = 0 \quad : \quad O'(2, 4)$$

$$R' = \frac{\sqrt{16 + 64 - 16}}{2} = 4$$

با توجه به نکته ۲، فاصله دو مرکز را حساب کرده و با شعاع های دو دایره مقایسه می کنیم:

$$OO' = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (4 - 0)^2} = 5 = R + R' \Rightarrow OO' = R + R'$$

بنابراین دو دایره مماس بیرون هستند.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱، درس ۲ هندسه ۳

۲۸- پاسخ: گزینه ۲

نکته: اگر A ماتریسی مربعی از مرتبه n و k عدد حقیقی باشد، داریم:

نکته: برای محاسبه دترمینان ماتریس 3×3 به روش ساروس، داریم:

$$|k \cdot A| = k^n \cdot |A|$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \\ g & h & i & g & h \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = aei + bfg + cdh - (ceg + afh + bdi)$$

دترمینان A را به روش ساروس محاسبه می کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & m \\ 1 & -1 & 3 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -4 + 0 + 0 - (2m + 0 + 0) = -4 - 2m$$

$$||A| \cdot A| = 81 \Rightarrow |A|^3 \cdot |A| = 81 \Rightarrow |A|^4 = 3^4 \Rightarrow |A| = \pm 3$$

$$\begin{cases} |A| = 3 \Rightarrow -4 - 2m = 3 \Rightarrow -2m = 7 \Rightarrow m = -\frac{7}{2} \\ |A| = -3 \Rightarrow -4 - 2m = -3 \Rightarrow -2m = 1 \Rightarrow m = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع مقادیر ممکن برای } m = -\frac{7}{2} - \frac{1}{2} = -4$$

نکته: در هر دایره، شعاع در نقطه تماس بر خط مماس، عمود است و در نتیجه فاصله مرکز دایره تا خط مماس، برابر شعاع دایره است. ابتدا با حل دستگاه معادلات دو خط داده شده، مختصات مرکز دایره (O) را به دست می آوریم:

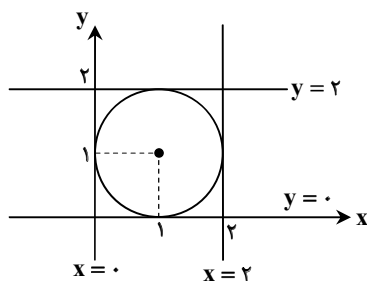
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + y = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{پس از حل دستگاه}} x = y = 1 \Rightarrow O(1, 1)$$

حال چون خط $3x + 4y - 2 = 0$ بر دایره مماس است، با توجه به نکته، فاصله مرکز

$$R = \frac{|3 \times 1 + 4 \times 1 - 2|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{5}{5} = 1$$

و در نهایت با رسم دایره موردنظر در صفحه مختصات مطابق شکل، واضح است که دایره بر خطوط $x = 0$ ، $x = 2$ ، $y = 0$ و $y = 2$ مماس است.

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.



۳۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۱ ریاضی ۱

نکته: تفاضل دو مجموعه نامتناهی، ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

نکته: تفاضل یک مجموعه متناهی از یک مجموعه نامتناهی، مجموعه ای نامتناهی است.

نکته: اجتماع یک مجموعه متناهی و یک مجموعه نامتناهی، مجموعه ای نامتناهی است.

نکته: اشتراک یک مجموعه متناهی و یک مجموعه نامتناهی، مجموعه ای متناهی است.

مطابق نکات، تک تک گزینه ها را بررسی می کنیم:

گزینه ۱: $C - B$ حتماً نامتناهی است، پس $A - (C - B)$ ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

گزینه ۲: $A - C$ ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد، پس $B \cup (A - C)$ ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

گزینه ۳: $B - C$ حتماً متناهی است، پس $A - (B - C)$ حتماً نامتناهی است.

گزینه ۴: $B \cap C$ حتماً متناهی است، پس $(B \cap C) - A$ حتماً متناهی است.

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۳۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۲ ریاضی ۱

مجموعه اعضای گروه سرود را A و مجموعه اعضای گروه تئاتر را B می نامیم.

راه حل اول:

نکته:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

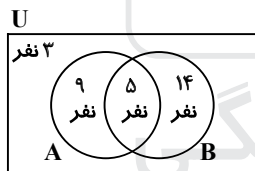
$$n(U) = 31, n(A) = 14, n(B) = 19, n(A \cap B) = 5$$

مطابق نکته داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 14 + 19 - 5 = 28$$

راه حل دوم:

به کمک نمودار ون تعداد اعضای هر قسمت را در آن می نویسیم؛ داریم:

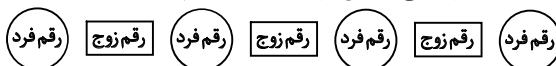


$$9 + 5 + 14 = 28$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۶، درس ۲ ریاضی ۱

۳۲- پاسخ: گزینه ۲

برای این منظور ارقام زوج و فرد باید به شکل زیر، یکی در میان قرار گیرند و داریم:



$$144 = 4! \times 3! = 4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$$

تعداد حالاتها

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۷، درس ۱ ریاضی ۱

۳۳- پاسخ: گزینه ۲

$$n(S) = \binom{8}{3} = \frac{8!}{3! \times 5!} = 56$$

تعداد اعضای فضای نمونه ای برابر است با:

اینکه دقیقاً دو مهره هم رنگ باشند، یعنی دو مهره سفید و یک مهره غیرسفید باشد، یا دو مهره قرمز و یک مهره غیرقرمز باشد و یا دو مهره سبز و یک مهره غیرسبز باشد. بنابراین داریم:

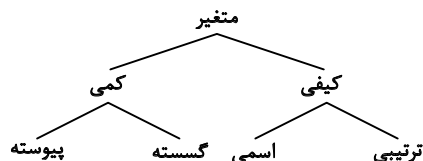
$$n(A) = \binom{3}{2} \binom{5}{1} + \binom{2}{2} \binom{6}{1} + \binom{3}{2} \binom{5}{1} = 3 \times 5 + 1 \times 6 + 3 \times 5 = 36$$

در نتیجه احتمال مطلوب برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{36}{56} = \frac{9}{14}$$

۳۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۷، درس ۳ ریاضی ۱



نکته: نمودار زیر را برای انواع متغیر در نظر بگیرید:

با توجه به نکته در هر گزینه به ترتیب داریم:

گزینه ۱: کیفی اسمی - کیفی ترتیبی

گزینه ۲: کمّی گسسته - کمّی پیوسته

گزینه ۳: کمّی پیوسته - کمّی پیوسته

گزینه ۴: کیفی اسمی - کمّی پیوسته

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۳۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۳ ریاضیات گسسته

$$a \equiv b \Rightarrow a = mk + b$$

اعداد $5a - 1$ و $3a + 7$ رقم یکانشان برابر است، پس به پیمانه ۱۰ با هم هم‌نهشت هستند.

$$5a - 1 \equiv 3a + 7 \Rightarrow 2a \equiv 8$$

حال یکان عدد خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$2a + 9 \equiv 17 \equiv -3 \xrightarrow{\text{توان } 2} (2a + 9)^2 \equiv 9 \equiv -1 \xrightarrow{\text{توان } 5} (2a + 9)^{10} \equiv 1$$

$$\xrightarrow{\times(2a+9)} (2a + 9)^{11} \equiv 2a + 9 \equiv -3 \equiv 7$$

۳۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲، درس ۱ ریاضیات گسسته

نکته ۱: مجموع درجه یک رأس در یک گراف با درجه همان رأس در مکمل گراف برابر $p - 1$ است.

نکته ۲: اگر G یک گراف با مرتبه p و اندازه q و $V = \{v_1, v_2, \dots, v_p\}$ مجموعه رئوس آن باشد، آنگاه:

$$\sum_{i=1}^p \deg(v_i) = 2q$$

نکته ۳: تعداد یال‌های گراف کامل با مرتبه p برابر $\binom{p}{2}$ است.

مطابق نکته ۱ داریم:

$$\deg_G(v) + \deg_{\bar{G}}(v) = p - 1 \Rightarrow 4 + 7 = p - 1 \Rightarrow p = 12$$

مطابق نکته ۲ برای گراف $4 -$ منتظم با مرتبه ۱۲ داریم:

$$4 \times 12 = 2q \Rightarrow q = 24$$

حال اگر گراف G کامل باشد، تعداد یال‌های آن برابر است با:

$$q = \binom{p}{2} = \binom{12}{2} = \frac{12 \times 11}{2} = 66$$

بنابراین برای اینکه گراف G به گراف کامل تبدیل شود، باید $66 - 24 = 42$ یال اضافه کنیم.

۳۷- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲، درس ۱ ریاضیات گسسته

نکته ۱: $N_G(a)$ را مجموعه همسایگی باز رأس a می‌گوییم که عبارتست از رئوسی که با a مجاورند. $N_G[a]$ را مجموعه همسایگی بسته

رأس a می‌گوییم که عبارتست از خود رأس a به همراه رئوسی که با آن مجاورند.

نکته ۲: برای آنکه یک گراف، بیشترین یال ممکن را داشته باشد بایستی تا حد ممکن به گراف کامل نزدیک شود. در هر گراف کامل p رأسی،

تعداد یال‌ها برابر است با:

$$q(k_p) = \frac{p(p-1)}{2}$$

نکته ۳: رأس ایزوله یا منفرد رأسی است که هیچ یالی به آن متصل نیست و درجه‌اش صفر است.

با توجه به نکته ۱، داریم:

$$N_G[e] = \{e\} \Rightarrow \deg_G^{(e)} = 0 \text{ رأس ایزوله (نکته ۳)}$$

$$N_G(a) = \{b\} \Rightarrow \deg_G^{(a)} = 1 \text{ رأس درجه یک}$$

اینک از آنجایی که می‌خواهیم حداکثر اندازه گراف را حساب کنیم، با توجه به نکته ۲، رئوس a و e را کنار گذاشته و با ۴ رأس دیگر، یک

گراف کامل می‌سازیم که تعداد یال‌های آن برابر است با:

$$q(k_4) = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

و در نهایت با اتصال رأس a به رأس b ، یک یال دیگر به گراف افزوده شده و حداکثر تعداد یال‌های گراف G ، برابر $6 + 1 = 7$ خواهد شد.

نکته: اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد، آنگاه اعداد صحیح و منحصر به فرد r و q وجود دارد به طوری که $a = bq + r$ و $0 \leq r < b$.

اگر عدد مورد نظر را a بنامیم با توجه به صورت سؤال داریم: $a = 8q + \underbrace{(q^2 - 1)}_r$

با توجه به نکته داریم:

$$0 \leq r < b \Rightarrow 0 \leq q^2 - 1 < 8 \Rightarrow 1 \leq q^2 < 9 \Rightarrow 1 \leq q < 3 \xrightarrow{q \in \mathbb{Z}} q \in \{1, 2\}$$

به ازای این مقادیر برای q داریم:

$$\begin{cases} q = 1: a = 8 \\ q = 2: a = 19 \end{cases}$$

پس ۲ مقدار برای a وجود دارد.

$$\text{نکته: } ac \equiv bc \Rightarrow a \equiv b \pmod{m, c}$$

نکته: می توان به یک طرف یا هر دو طرف یک رابطه هم نهشتی، ضربی از پیمان را اضافه کرد:

$$a \equiv b \Rightarrow a \equiv mk + b, a + mk \equiv b, a + mk \equiv b + mk'$$

نکته: $a | b \Rightarrow a | mb \ (m \in \mathbb{Z})$

فرض کنیم $d = (\Delta n - 2, 7n + 3)$. در این صورت داریم:

$$\begin{cases} d | \Delta n - 2 \xrightarrow{\times 7} d | 7\Delta n - 14 \\ d | 7n + 3 \xrightarrow{\times 5} d | 35n + 15 \end{cases} \xrightarrow{-} d | 29 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 29$$

برای اینکه این دو عدد نسبت به هم اول نباشند، باید داشته باشیم $d = 29$. به ازای این مقدار داریم:

$$29 | \Delta n - 2 \Rightarrow \Delta n - 2 \equiv 0 \Rightarrow \Delta n \equiv 2 \Rightarrow \Delta n \equiv 2 + 29 \times 2 \Rightarrow \Delta n \equiv 60 \xrightarrow{+5} n \equiv 12 \Rightarrow n = 29q + 12$$

به ازای $q = 0, 1, 2, 3$ ، عدد طبیعی n دو رقمی می شود، پس ۴ جواب داریم.

$$\text{نکته: } a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow \begin{cases} a^n \equiv b^n \\ ac \equiv bc \\ a \pm c \equiv b \pm c \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N}, c \in \mathbb{Z})$$

باید داشته باشیم: $7^{43} + a \equiv 0$

$$7^3 = 343 \equiv 343 - 8 \times 43 \equiv -1 \xrightarrow{\text{به توان ۵}} 7^{15} \equiv -1 \xrightarrow{\times 7} 7^{16} \equiv -7 \Rightarrow 7^{16} + a \equiv -7 + a \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 7$$

$$\Rightarrow a = 43k + 7$$

$$a_{\min} = 129 + 7 = 136$$

$$1 + 3 + 6 = 10$$

به ازای $k = 3$ ، کوچک ترین عدد سه رقمی a به دست می آید که برابر است با:

مجموع ارقام این عدد برابر است با:

“ فیزیک ”

کمیت های اصلی در فیزیک عبارتند از: طول، جرم، زمان، دما، مقدار ماده، جریان الکتریکی و شدت روشنایی. سایر کمیت های فیزیکی همگی کمیت های فرعی هستند.

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{Fd}{\Delta t} = \frac{mad}{\Delta t} = \frac{\text{جابه جایی} \times \text{شتاب} \times \text{جرم}}{\text{زمان}}$$

$$\text{یکای توان} = \frac{\text{kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \text{m}}{\text{s}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

$$P_2 = P_1 + \rho gh \Rightarrow \Delta P = \rho gh \Rightarrow 165 \times 10^3 - 138 \times 10^3 = 1000 \times 10 \times h$$

$$\Rightarrow 27 \times 10^3 = 10 \times h \times 10^3 \Rightarrow 27 = 10 \times h \Rightarrow h = 2.7 \text{ m}$$

۴۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

$$m_{\text{جیوه}} = 2 \cdot m_{\text{آب}} \xrightarrow{m = \rho V = \rho Ah} \rho_{\text{جیوه}} \times h_1 A = 2 \times \rho_{\text{آب}} \times h_2 A$$

$$\Rightarrow 13.6 \times h_1 = 2 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 6.8 \times h_1 \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$h_1 + h_2 = 16/8 \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} h_1 + 6.8 h_1 = 16/8 \Rightarrow h_1 = 1 \text{ cm}, \quad h_2 = 6.8 \text{ cm}$$

$$P = \rho_{\text{جیوه}} g h_1 + \rho_{\text{آب}} g h_2 = 13600 \times 10 \times 0.01 + 1000 \times 10 \times 6.8 \times 10^{-2} = 13600 + 6800 = 20400 \text{ Pa} = 20.4 \text{ kPa}$$

۴۵- پاسخ: گزینه ۲

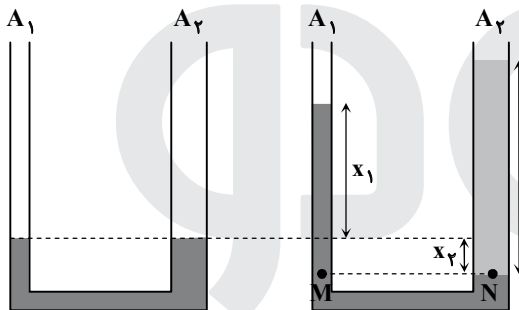
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

$$\left. \begin{aligned} P_A - (\text{فشار حاصل از ۱۰ سانتی متر مایع}) &= P_B \\ P_0 + (\text{فشار حاصل از ۱۰۰ سانتی متر مایع}) &= P_A \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_B - P_0 = \text{فشار حاصل از ۹۰ سانتی متر مایع}$$

$$90 \rho_{\text{مایع}} = h \times \rho_{\text{Hg}} \Rightarrow 90 \times \frac{1}{10} \rho_{\text{Hg}} = h \times \rho_{\text{Hg}} \Rightarrow h = 9 \text{ cm} \Rightarrow P_B - P_0 = 9 \text{ cmHg}$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۲)



$$\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2 = 2^2 = 4$$

اگر حجم آب منتقل شده از شاخه راست به شاخه چپ V باشد، داریم:

$$V = A_1 x_1 = A_2 x_2 \Rightarrow x_1 = 4 x_2$$

$$P_M = P_N$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آب}} g (\Delta x_2) = \rho_{\text{روغن}} g \times 3 \Rightarrow 1 \times \Delta x_2 = 0.8 \times 3$$

$$\Rightarrow x_2 = 2.4 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow x_1 = 4 x_2 = 4 \times 2.4 = 9.6 \text{ cm}$$

۴۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$E_A = E_B = E_C = E_D$$

$$\left\{ \begin{aligned} K_B - K_A &= U_A - U_B \Rightarrow \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_2^2) = 4 mgh \Rightarrow gh = v_1^2 \quad \text{رابطه (۱)} \\ K_C - K_A &= U_A - U_C \Rightarrow \frac{1}{2} m (v_C^2 - v_1^2) = 2 mgh \\ K_D - K_A &= U_A - U_D \Rightarrow \frac{1}{2} m (v_D^2 - v_1^2) = 3 mgh \end{aligned} \right. \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} \left\{ \begin{aligned} v_C^2 - v_1^2 &= 4 v_1^2 \Rightarrow v_C = \sqrt{5} v_1 \\ v_D^2 - v_1^2 &= 6 v_1^2 \Rightarrow v_D = \sqrt{7} v_1 \end{aligned} \right.$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{mg} + W_{FN} + W_{fk} = \frac{1}{2} m (v_C^2 - v_A^2)$$

$$\Rightarrow (F \cdot AB + F \cdot BC \cdot \cos 37^\circ) + (-mg \cdot BC \cdot \sin 37^\circ) + (-f_k \cdot (AB + BC)) = \frac{1}{2} m v_C^2$$

$$\Rightarrow 9F - 300 - 10 \times 5 = \frac{1}{2} \times 10 \times 20 \Rightarrow 9F = 450 \Rightarrow F = 50 \text{ N}$$

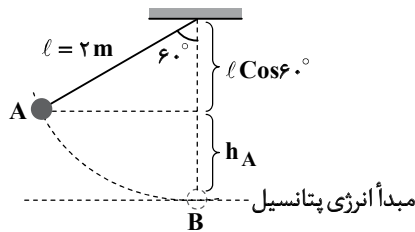
۴۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$m = 1/5 \text{ ton} = 200 \text{ kg}, \quad a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad \Delta t = 5 \text{ s}, \quad V_1 = 0$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{v_2 - 0}{5} \Rightarrow v_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times (10)^2 - \frac{1}{2} \times 0 = 10000 \text{ J} = 10 \text{ kJ}$$



$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + K_B$$

$$\Rightarrow mg(l - l \cos 60^\circ) + \frac{1}{2}mv_A^2 = 0$$

$$\Rightarrow 0.5 \times 10 \times (2 - 2 \times \frac{1}{2}) + \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} \times v_A^2 = 0 \Rightarrow 2 + \frac{1}{10}v_A^2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10}v_A^2 = -2 \Rightarrow v_A^2 = 20 \Rightarrow v_A = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

$$Q = mc\Delta T \Rightarrow 18 \times 10^3 = 2 \times 450 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 200^\circ C$$

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T \Rightarrow \Delta L = 10^{-5} \times 2 \times 200 = 4 \times 10^{-3} m = 4 mm$$

$$Q = (mc\Delta\theta)_{\text{آلومینیم}} + (mc\Delta\theta)_{\text{فولاد}} \Rightarrow 94/5 \times 10^3 = m \times 900 \times 60 + (2 - m) \times 450 \times 60 \Rightarrow m_{\text{آلومینیم}} = 1/5 kg$$

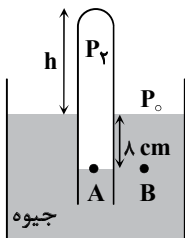
$$\text{نسبت جرم آلومینیم به جرم قطعه بر حسب درصد} = \frac{1/5}{2} \times 100 = 10\%$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$100^\circ C \text{ آب} \rightarrow 100^\circ C \text{ بخار آب} \rightarrow 0^\circ C \text{ یخ} \rightarrow 0^\circ C \text{ آب} \rightarrow 100^\circ C \text{ آب}$$

$$\Rightarrow -mL_V + m'L_F + m'c\Delta\theta = 0 \Rightarrow -m \times 2268 + 0.3 \times 336 + 0.3 \times 4/2 \times (100 - 0) = 0$$

$$\Rightarrow -2268m + 226.8 = 0 \Rightarrow m = 0.1 kg = 100 g$$



$$\text{مشخصات هوای اولیه درون لوله: } \begin{cases} V_1 = 7 \times A \\ P_1 = P_0 = 72 \text{ cmHg} \\ T_1 = \text{دمای محیط} \end{cases}$$

$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 = P_0 + \lambda = 72 + 8 = 80 \text{ cmHg}$$

$$\text{مشخصات هوای محبوس در لوله پس از ورود به جیوه: } \begin{cases} V_2 = (h + \lambda) \times A \\ P_2 = 8 \text{ cmHg} \\ T_2 = \text{دمای محیط} \end{cases}$$

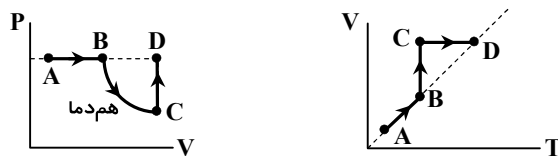
$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{72 \times 7 \times A}{T_1} = \frac{8 \times (h + 8) \times A}{T_2}$$

$$\xrightarrow{T_1 = T_2} 72 \times 7 = 8 \times (h + 8) \Rightarrow h + 8 = 63 \Rightarrow h = 55 \text{ cm}$$

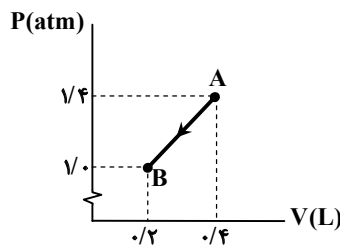
$$P_1 V_1 = n_1 R T_1 \Rightarrow 200 \times 10^3 \times 8 \times 10^{-3} = n_1 \times 8 \times (127 + 273) \Rightarrow n_1 = 0.5 \text{ mol}$$

$$\text{تعداد مول گاز در حالت جدید: } n_2 = 0.5 + 0.5 = 1 \text{ mol}$$

$$\text{افزایش فشار گاز بر حسب درصد} = \frac{P_2 - P_1}{P_1} \times 100 = \frac{\frac{n_2 R T}{V} - \frac{n_1 R T}{V}}{\frac{n_1 R T}{V}} \times 100 = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \times 100 = \frac{1 - 0.5}{0.5} \times 100 = 100\%$$



فرایند AB یک انبساط هم‌فشار است. نمودار V-T برای این فرایند خط راستی است که امتداد آن از مبدأ می‌گذرد و حجم در آن افزایش می‌یابد. فرایند BC یک انبساط هم‌دما است. فرایند CD یک فرایند هم‌حجم است که فشار و دما در آن افزایش می‌یابد. همچنین با توجه به اینکه فشار اولیه و نهایی یکسان است، نقطه D روی امتداد خط AB قرار خواهد داشت.



۵۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

$$W = +S = \frac{1 + 1/4}{2} \times 0.2 \times (10^{-5} \times 10^{-3}) = 24 \text{ J}$$

$$(PV)_B < (PV)_A \Rightarrow T_B < T_A \Rightarrow U_B < U_A \Rightarrow \Delta U < 0$$

$$|\Delta U| = 162 \text{ J} \Rightarrow \Delta U = -162 \text{ J}$$

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow -162 = Q + 24 \Rightarrow Q = -186 \text{ J}$$

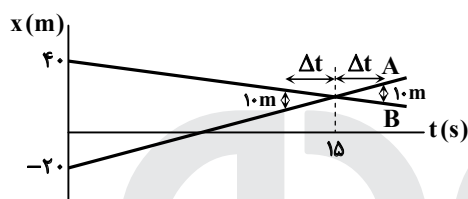
گاز ۱۸۶ J گرما از دست داده است.

۵۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{Q_H - |Q_L|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow 0.15 = 1 - \frac{51}{Q_H} \Rightarrow Q_H = \frac{51}{0.85} = 60 \text{ kJ}$$

$$Q_H = m \times (\text{گرمای حاصل از سوخت}) \Rightarrow 60 \times 10^3 = 0.5 \times (\text{گرمای حاصل از سوخت}) \Rightarrow (\text{گرمای حاصل از سوخت}) = 12 \times 10^4 \frac{\text{J}}{\text{g}}$$

۵۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)



$$\frac{\Delta t}{15} = \frac{10}{60} \Rightarrow \Delta t = 2.5 \text{ s}$$

$$15 - 2.5 < t < 15 + 2.5 \Rightarrow 12.5 < t < 17.5 \text{ s}$$

۶۰- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

در لحظه‌ای که به هم می‌رسند:

$$x_A = x_B$$

$$x_A = \frac{t_1 + (t_1 - 5)}{2} \times 12 = (2t_1 - 5) \times 6 = 12t_1 - 30$$

$$x_B = -12t_1 + 450$$

$$x_A = x_B \Rightarrow 12t_1 - 30 = -12t_1 + 450$$

$$\Rightarrow 24t_1 = 480 \Rightarrow t_1 = 20 \text{ s}$$

$$\Rightarrow x_B = x_A = 12 \times 20 - 30 = 210 \text{ m}$$

۶۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۶۱- پاسخ: گزینه ۳

$$\Delta x = v \cdot \Delta t \Rightarrow 120 = 20 \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = 6 \text{ s}$$

۶ ثانیه طول می‌کشد تا قطار B کاملاً از A عبور کند و چهار ثانیه پس از آن می‌شود $t = 10 \text{ s}$. در این زمان ابتدای قطار B به نقطه

$$x = 200 \text{ m} \text{ رسیده است. } (\Delta x = v \Delta t = 10 \times 20 = 200 \text{ m})$$

$$B \text{ قطار } x_B = 20t + 200$$

قطار A:

$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x \Rightarrow 30^2 - 0 = 2 \times \frac{3}{2} \Delta x \Rightarrow \Delta x = 300 \text{ m}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 30 = \frac{3}{2} t \Rightarrow t = 20 \text{ s}$$

قطار A در مدت ۲۰ ثانیه و با طی مسافت ۳۰۰ m سرعت خود را به $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رساند و از این به بعد با سرعت ثابت ادامه می‌دهد. پس معادله

مکان - زمان ابتدای قطار A از این به بعد به صورت روبه‌رو است:

$$x_A = 30 \cdot (t - 20) + 300 = 30t - 300$$

برای آنکه قطار A کاملاً از B عبور کند لازم است سر قطار A از سر قطار B به اندازه ۱۰۰ متر جلوتر باشد.

$$30t - 300 = (20t + 200) + 100 \Rightarrow 10t = 600 \Rightarrow t = 60 \text{ s}$$

متحرک A حرکت یکنواخت و متحرک B حرکت با شتاب ثابت دارد. از روی شکل می توانیم شتاب و سرعت اولیه متحرک B را حساب کنیم، چون در لحظه $t = 5s$ سرعت متحرک B صفر شده است. (شیب نمودار مکان- زمان بیانگر سرعت است.)

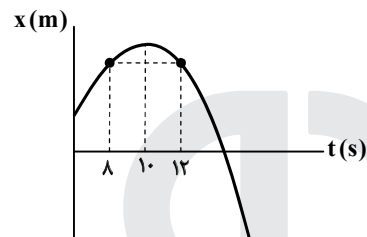
$$A \begin{cases} x_0 = 125m \\ x = vt + x_0 \end{cases} \quad B \begin{cases} x_0 = 0 \\ t = 5s \\ v = 0 \\ x = -25m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow -25 = \frac{25}{2}a + 5v_0 \\ v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 5a + v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_0 = -10 \frac{m}{s} \\ a = 2 \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

$$375 = t_1^2 - 10t_1 + 0 \Rightarrow t_1 = 25s, \quad x_A = v_A t_1 + x_{0A} \Rightarrow 375 = 25v_A + 125 \Rightarrow v_A = 10 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = v_{av} \cdot \Delta t \Rightarrow 0 = \frac{v(12) + v(8)}{2} \times 4 \Rightarrow v(12) + v(8) = 0 \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} (-2 \times 8 + v_0) + (-2 \times 12 + v_0) = 0 \Rightarrow -16 + v_0 - 24 + v_0 = 0 \Rightarrow v_0 = 20 \frac{m}{s}$$

با توجه به تقارن سهمی روبه‌رو (نمودار مکان- زمان) و با توجه به اینکه $x(12) = x(8)$ است، می توان گفت رأس سهمی در $t = 10s$ است؛ یعنی $v(10) = 0$ و به این ترتیب v_0 ساده‌تر به دست می آمد.



$$v = at + v_0$$

$$\Rightarrow -2 \times 10 + v_0 = 0 \Rightarrow v_0 = 20 \frac{m}{s}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = -t^2 + 20t + x_0$$

$$\ell = |x(10) - x(0)| + |x(20) - x(10)| = 2|x(10) - x(0)|$$

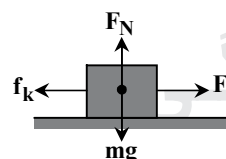
$$\Rightarrow \ell = 2 \times (-100 + 200) = 200m$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} h = \frac{1}{2}gt^2 = \Delta t^2 \\ \frac{h}{4} = \Delta(t-2)^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{h}{h} = 4 = \frac{t^2}{(t-2)^2} \Rightarrow 2 = \frac{t}{t-2} \Rightarrow t = 2t-4 \Rightarrow t = 4s$$

$$h = 5 \times (4)^2 = 80m$$

جهت مثبت محور حرکت را رو به پایین در نظر گرفتیم.

گزینه ۱ درست نیست، زیرا وزن جعبه نیرویی است که تمام کره زمین بر آن وارد می کند و واکنش آن بر کره زمین وارد می شود نه فقط کف اتاق.



گزینه ۲ درست نیست؛ زیرا در مورد تندشونده یا کندشونده بودن حرکت اطلاعی نداریم. البته این گزاره در مورد ابتدای شروع حرکت جعبه حتماً درست است، اما در طول مسیر حرکت می تواند نادرست باشد.

گزینه ۳ درست است، زیرا $F_N = mg$ و $R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} > mg$ است. (نیرویی که کف اتاق بر جعبه وارد می کند تنها F_N نیست).
گزینه ۴ نادرست است، زیرا جهت f_k مخالف جهت حرکت جعبه است.

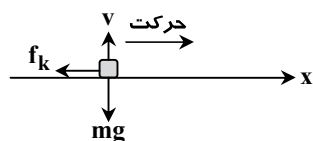
$$-f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

$$AB \text{ در مسیر } a_{AB} = -\mu_k g = -0.4 \times 10 = -4 \frac{m}{s^2} \text{ و } v_B^2 - v_{0A}^2 = 2a_{AB}(AB)$$

$$v_B^2 - 144 = 2 \times -4 \times 5 / 5 \Rightarrow v_B^2 = 100 \Rightarrow v_B = 10 \frac{m}{s}$$

$$a_{BC} = -\mu_k g = -0.5 \times 10 = -5 \frac{m}{s^2}$$

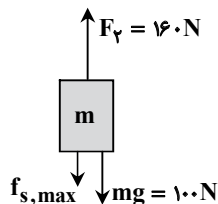
$$\Rightarrow v_C^2 - v_B^2 = 2a_{BC}(BC) \Rightarrow 0 - 100 = 2 \times -5(BC) \Rightarrow BC = 10m \Rightarrow \Delta x = AB + BC = 5 / 5 + 10 = 15 / 5m$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

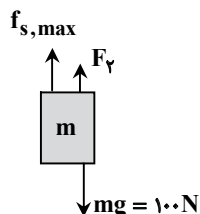
۶۷- پاسخ: گزینه ۴

حالت اول:



$$(F_{\text{net}})_y = 0 \Rightarrow 160 - 100 - f_{s,\text{max}} = 0 \Rightarrow f_{s,\text{max}} = 60 \text{ N}$$

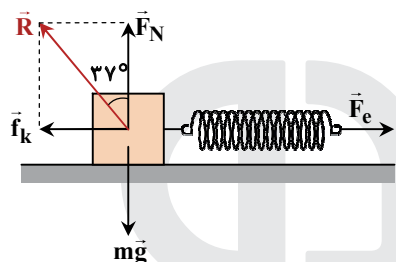
حالت دوم: چون نیروی عمودی سطح تغییر نمی‌کند ($F_N = F_1$)، پس اندازه $f_{s,\text{max}}$ نیز تغییر نمی‌کند:



$$(F_{\text{net}})_y = 0 \Rightarrow F_p + f_{s,\text{max}} = 100 \Rightarrow F_p + 60 = 100 \Rightarrow F_p = 40 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۸- پاسخ: گزینه ۴



$$\sin 37^\circ = 0.6 \Rightarrow \cos 37^\circ = 0.8 \Rightarrow \tan 37^\circ = \frac{3}{4}$$

$$F_N = mg = 20 \text{ N}$$

$$\tan 37^\circ = \frac{f_k}{F_N} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{f_k}{20} \Rightarrow f_k = 15 \text{ N}$$

$$F_e - f_k = ma \Rightarrow k(L - L_0) - f_k = ma$$

$$\begin{cases} k(0.25 - L_0) - 15 = 2 \times 5 \Rightarrow k(0.25 - L_0) = 25 \\ k(0.28 - L_0) - 15 = 2 \times 8 \Rightarrow k(0.28 - L_0) = 31 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفریق دو رابطه}} 0.3k = 6 \Rightarrow k = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$20 \times (0.25 - L_0) = 25 \Rightarrow 8 \times (0.25 - L_0) = 1 \Rightarrow 0.25 - L_0 = 0.125 \Rightarrow L_0 = 0.125 \text{ m} = 12.5 \text{ cm}$$

نکته: با افزایش طول فنر به میزان $28 - 25 = 3 \text{ cm}$ ، نیروی فنر (که به جسم وارد می‌شود) به میزان $2 \times (8 - 5) = 6 \text{ N}$ افزایش یافته است، پس به راحتی می‌توان نوشت:

$$\Delta F_e = k \Delta x \Rightarrow 6 = k \times 0.3 \Rightarrow k = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۹- پاسخ: گزینه ۴

$$W = mg_r \Rightarrow 500 = 200 g_r \Rightarrow g_r = 2.5 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$\frac{g_r}{g_e} = \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{2.5}{10} = \frac{1}{4} = \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{R_e}{r} = \frac{1}{2} \Rightarrow r = 2R_e$$

$$\frac{GM_e m}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} K = \left(\frac{GM_e m}{r^2}\right) \times \frac{r}{2}$$

$$\Rightarrow K = 500 \times \frac{2R_e}{4} = 500 \times 640000 = 3.2 \times 10^8 \text{ J}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۰- پاسخ: گزینه ۳

$$\omega = 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{10} \text{ s}$$

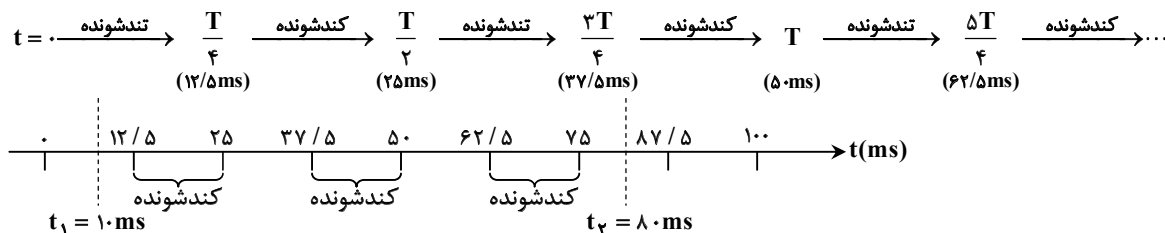
در حرکت هماهنگ ساده در هر دوره مسافتی برابر $4A$ طی می‌شود، پس در مدت 0.3 ثانیه که سه دوره کامل می‌شود، مسافت طی شده

$12A$ است و مدت 0.25 ثانیه هم $\frac{T}{4}$ بعدی است که متحرک از انتهای مسیر تا مرکز حرکت می‌کند و یک دامنه دیگر مسافت طی می‌کند. پس در کل $13A$ مسافت طی کرده است و داریم:

$$\ell = 13A = 13 \times 2 = 26 \text{ cm}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{40\pi} = \frac{1}{20} \text{ s} = 50 \text{ ms}$$

هرگاه متحرک از وضع تعادل دور می‌شود، حرکت کندشونده است و سرعت و شتاب آن هم‌سو نیستند.



$$\Delta t = 3 \times 12/5 = 37/5 \text{ ms}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۲- پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{T}{4} = 0.5 \Rightarrow T = 2 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$U_{\text{max}} = E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times \pi^2 \times (0.04)^2 = 1/6 \times 10^{-3} \text{ J}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

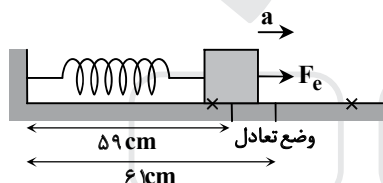
۷۳- پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{cases} L_{\text{max}} = L_0 + A = 64 \text{ cm} \\ L_{\text{min}} = L_0 - A = 56 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_0 = \frac{64 + 56}{2} = 60 \text{ cm} \\ A = \frac{64 - 56}{2} = 4 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 2 = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

هنگامی که طول فنر $L = 59 \text{ cm}$ است، یعنی فنر به اندازه $x = 2 \text{ cm}$ فشرده شده

است؛ بنابراین:



$$F_e = kx = ma \Rightarrow a = \frac{k}{m} x \xrightarrow{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} a = \omega^2 x$$

$$\Rightarrow |a| = \omega^2 |x| = (4\pi)^2 \times \frac{2}{100} = \frac{32\pi^2}{100} = 3/2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

جهت شتاب همیشه به طرف وضع تعادل است که در اینجا به طرف راست می‌شود.

تذکر: این مسئله را به عنوان یک مسئله دینامیک هم می‌توانید حل نمایید. فقط لازم است در ابتدا ثابت فنر را از رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ حساب کنید.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۴- پاسخ: گزینه ۳

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow \frac{K}{K_{\text{max}}} = \left(\frac{v}{v_{\text{max}}}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow K = \frac{1}{9} K_{\text{max}} = \frac{1}{9} \times 2 = \frac{2}{9} \text{ J}$$

$$U = E - K = 2 - \frac{2}{9} = \frac{16}{9} \text{ J}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۵- پاسخ: گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \\ g &= \frac{GM_e}{r^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \sqrt{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2} = \frac{r_2}{r_1} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= R_e \\ r_2 &= R_e + \frac{R_e}{2} = \frac{3}{2} R_e \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} \frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{3}{2} R_e}{R_e} = \frac{3}{2}$$

۷۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۱

در بین مواد داده شده، ماده‌ای که مول بیشتری دارد، تعداد مولکول‌های آن نیز بیشتر است.

$$۱) \text{ mol NH}_3 = \frac{0.34}{17} = 0.02 \text{ mol}$$

$$۲) \text{ mol NO}_2 = 2/25 \text{ mol}$$

$$۳) \text{ mol H}_2\text{O} = \frac{50 \times 1}{18} \approx 2.77 \text{ mol}$$

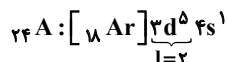
$$۴) \text{ mol N}_2 = \frac{7}{22/4} \approx 0.31 \text{ mol}$$

۷۷- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۱

یون سه بار مثبت A، ۲۱ الکترون دارد، پس اتم A، ۲۴ الکترون دارد و عدد اتمی آن ۲۴ می‌باشد.

$$A = Z + N = Z + Z + 4 = 2(24) + 4 = 52$$



۷۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۲ شیمی ۱

Cr_2O_3 ، AlF_3 و KBr ترکیب یونی هستند که فقط در دو ترکیب AlF_3 و KBr اتم‌ها به آرایش هشت تایی می‌رسند.

(Cr^{3+} آرایش هشت تایی ندارد.)

۷۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۱

در آلومینیم سولفات ($\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$)، نسبت شمار آنیون به کاتیون و در کلسیم فسفات ($\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$)، نسبت شمار کاتیون به آنیون

برابر $\frac{3}{2}$ است.

۸۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۱



$$? L \text{ H}_2 = 5/4 g \text{ Al} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27 g \text{ Al}} \times \frac{3 \text{ mol H}_2}{2 \text{ mol Al}} \times \frac{22.4 L \text{ H}_2}{1 \text{ mol H}_2} = 6/72 L \text{ H}_2$$

۸۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۱

(A)	(B)	(C)
HF	HBr	HCl
↓	↓	↓
توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی	جرم مولی بیشتر	جرم مولی کمتر

۸۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۲ شیمی ۱



چون نسبت پروپان به O_2 ، ۱ به ۴ است، بنابراین علاوه بر آب، مخلوطی از CO و CO_2 خواهیم داشت و واکنش به شکل زیر است:



$$\text{O موازنه: } 8 = 2x + 3 - x + 4 \Rightarrow x = 1$$

$$\text{CO}_2 \text{ درصد مولی} = \frac{1}{3} \times 100 \approx 33.3\%$$

۸۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۱

حجم کلی ۴۰۰ میلی‌لیتر است، تعداد مول‌ها را در هر کدام حساب می‌کنیم، سپس جمع می‌نماییم و در پایان غلظت محلول جدید را حساب می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} ۱) \text{ mol NaOH} &= 0.2 L \times 0.2 \frac{\text{mol}}{L} = 0.04 \text{ mol} \\ ۲) \text{ mol H}_2\text{SO}_4 &= 0.2 L \times 1/6 \frac{\text{mol}}{L} = 0.033 \text{ mol} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0.04 + 0.033 = 0.073 \text{ mol}$$

$$M = \frac{0.073 \text{ mol}}{0.4 L} = 0.18 \frac{\text{mol}}{L}$$

$$g \text{ Na}_2\text{SO}_4 = 2/84 \times 10.6 \text{ g محلول} \times \frac{1 \text{ g Na}_2\text{SO}_4}{10.6 \text{ g محلول}} = 2/84 \text{ g Na}_2\text{SO}_4$$

$$\text{mol Na}_2\text{SO}_4 = \frac{2/84}{142} = 0.02 \Rightarrow \text{mol SO}_4^{2-} = \text{mol Na}_2\text{SO}_4 = 0.02$$

فقط عبارت دوم، نادرست است.

انحلال پذیری گازها در آب، با افزایش دما کاهش می یابد؛ پس B باید یک ماده گازی باشد.

ابتدا آب و اتانول را به مول تبدیل می کنیم و سپس درصد مولی اتانول را در مخلوط حساب می نماییم.

$$? \text{ mol H}_2\text{O} = 14/4 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} = 0.8 \text{ mol}$$

$$? \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH} = 11/5 \text{ mL} \times \frac{0.8 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1 \text{ mL}} \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}{46 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 0.2 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}$$

$$\text{درصد مولی اتانول} = \frac{\text{مول اتانول}}{\text{مول کل}} \times 100 = \frac{0.2}{0.8 + 0.2} \times 100 = 20\%$$

در حجم معین، فشار گاز با شمار مول و دمای آن رابطه مستقیم دارد.

بررسی نمونه های گازی:

$$(1) 0.5 \text{ mol}, 109/2^\circ\text{C} \quad (2) \text{ بین } 0.5 \text{ و } 1 \text{ mol}, 54/6^\circ\text{C} \quad (3) 1 \text{ mol}, 109/2^\circ\text{C} \quad (4) 0.5 \text{ mol}, 54/6^\circ\text{C}$$

بنابراین فشار نمونه ۳ که تعداد مول و دمای بیشتری دارد، بیشتر است.

در ساختار مولکول گوگرد تری اکسید مانند مولکول کربن دی اکسید، چهار جفت الکترون پیوندی وجود دارد.



$$100 \text{ mL KOH} \times \frac{1/12 \text{ g KOH}}{1 \text{ mL KOH محلول}} \times \frac{56 \text{ g KOH}}{100 \text{ g KOH محلول}} \times \frac{1 \text{ mol KOH}}{56 \text{ g KOH}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4}{2 \text{ mol KOH}} \times \frac{1 \text{ L H}_2\text{SO}_4}{2/8 \text{ mol H}_2\text{SO}_4} \times \frac{1000 \text{ mL H}_2\text{SO}_4}{1 \text{ L H}_2\text{SO}_4} = 200 \text{ mL H}_2\text{SO}_4$$

فقط عبارت دوم نادرست است.

عناصر A، B و C به ترتیب K، S و Cl هستند.

فرمول ترکیب حاصل از عنصر B و A به صورت A_۲B (K_۲S) است.

صابون های کلسیم و منیزیم در آب نامحلول هستند و خاصیت پاک کنندگی ندارند و صابون های مایع، نمک های پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب هستند.

$$\text{MnO}_4^{2-} = -2 \Rightarrow \text{Mn} + 4(-2) = -2 \Rightarrow \text{Mn} = +6$$

$$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} = -2 \Rightarrow 2\text{Cr} + 7(-2) = -2 \Rightarrow \text{Cr} = +6$$

$$\text{pH} = 11/3 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-11/3} = 10^{-12} \times 10^{-1/3} \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}^+]} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-] = M\alpha \Rightarrow M = \frac{2 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-2}} \Rightarrow M = 0.2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{مول} = M \cdot V = 0.2 \times 0.1 = 0.02$$

۹۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۳

- با افزایش حلال به محلول اسید ضعیف، غلظت اسید کاهش می‌یابد اما میزان یونش آن افزایش می‌یابد.
 - ثابت یونش اسید (K_a) فقط وابسته به دما است و با افزایش حلال به محلول اسید، مقدار آن تغییر نمی‌کند.
 - هر چند با افزودن حلال، مقدار یونش اسید بیشتر می‌شود ولی غلظت تمام گونه‌ها در مقایسه با محلول اولیه کاهش می‌یابد.
- $$\Rightarrow K_a \approx M\alpha^2 \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{K_a}{M}}$$

برای اسیدهای ضعیف

۹۵- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۳

- عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.
- الف) در سری الکتروشیمیایی، نمک فلز بالاتر را نمی‌توان در ظرفی از جنس فلز پایین‌تر نگهداری کرد، زیرا با آن واکنش می‌دهد.
- ب) Zn^{2+} اکسند است و کاهنده نیست.
- پ) بیشترین ولتاژ در بین سلول‌های ممکن مربوط به $Zn - Cu$ است.
- ت) ولتاژ سلول $Ni - Cu$ بیشتر از ۰/۵۵ ولت است.

$$E^\circ_{\text{پیل}}(Ni - Cu) = 0/34 - (-0/25) = 0/59$$

۹۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۳

- هر مول یون نقره توسط یک مول الکترون کاهش یافته و به فلز نقره تبدیل می‌شود و به‌صورت یک لایه نازک، روی قاشق می‌نشیند.
- $$12/04 \times 10^{20} e^- \times \frac{1 \text{ mol } e^-}{96485 \text{ C}} \times \frac{1 \text{ mol Ag}}{1 \text{ mol } e^-} \times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 0/216 \text{ g Ag}$$

۹۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۳

- آهن پوشش داده شده با فلز قلع، حلی نام دارد و برای ساخت قوطی‌های کنسرو و روغن نباتی استفاده می‌شود. در حلی، قلع کاهنده ضعیف‌تری از فلز آهن است و در صورت ایجاد خراش در حلی، آهن اکسایش می‌یابد.

۹۸- پاسخ: گزینه ۳

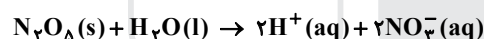
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۳

- بر اساس معادله کلی ($2H_2O(l) \rightarrow 2H_2(g) + O_2(g)$)، مجموع تغییر عدد اکسایش اتم‌های H یا O برابر با ۴ است و می‌توان گفت ۴ الکترون مبادله می‌شود.

۹۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۳

- معادله یونش دی‌نیتروژن پنتاکسید در آب نشان می‌دهد که به‌ازای حل شدن هر مول از این ماده، دو مول یون هیدرونیوم در محلول ایجاد می‌شود:



و با توجه به معادله واکنش لیتیم اکسید و آب، به‌ازای هر مول از این ماده، دو مول یون هیدروکسید در محلول ایجاد می‌شود:



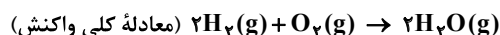
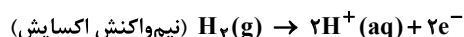
پس می‌توان نتیجه گرفت در این دو محلول، شمار مول یکسانی از دو ماده موردنظر حل شده است:

$$n_{N_2O_5} = n_{Li_2O} \Rightarrow \frac{m_{N_2O_5}}{M_{N_2O_5}} = \frac{m_{Li_2O}}{M_{Li_2O}} \Rightarrow \frac{m_{N_2O_5}}{m_{Li_2O}} = \frac{108}{30} = 3/6$$

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۳

معادله نیم‌واکنش‌ها و معادله شیمیایی واکنش کلی سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن به‌شکل زیر است:



بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) معادله شیمیایی نیم‌واکنش کاهش به‌صورت $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(g)$ است.

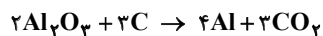
۳) emf سلول سوختی هیدروژن با پتانسیل کاهشی نیم‌واکنش کاتدی برابر است.

۴) در کاتد این سلول به‌ازای وارد شدن هر مول الکترون به الکتروود، ۰/۵ مول بخار آب تولید می‌شود.

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۲ شیمی ۳

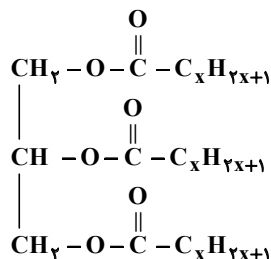
همه عبارت‌های داده‌شده درست هستند.



$$3 \cdot \text{day} \times \frac{1 \text{ ton Al}}{1 \text{ day}} \times \frac{10^6 \text{ g Al}}{1 \text{ ton Al}} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27 \text{ g Al}} \times \frac{3 \text{ mol C}}{4 \text{ mol Al}} \times \frac{12 \text{ g C}}{1 \text{ mol C}} \times \frac{1 \text{ kg C}}{1000 \text{ g C}} = 10000 \text{ kg C}$$

در فرایند هال، از جرم گرافیت آند کاسته می‌شود؛ ولی جرم گرافیت کاتد تغییری نمی‌کند.

ساختار یک استر بلند زنجیر با زنجیرهای هیدروکربنی سیر شده به صورت زیر است:



$$\begin{aligned} \text{H تعداد اتم} &= m = 6x + 8 \\ \text{C تعداد اتم} &= n = 3x + 6 \end{aligned} \Rightarrow \frac{m-8}{6} = \frac{n-6}{3} \Rightarrow m-8 = 2n-12 \Rightarrow m = 2n-4$$

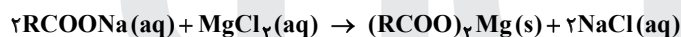
موارد سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول:

$$(C_{15}H_{31} - C_6H_5 - SO_3Na) \text{ جرم مولی} = 390 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

عبارت دوم: در هر دو نوع پاک‌کننده صابونی و غیرصابونی، بخش آنیونی نقش پاک‌کنندگی دارد.



مقدار ۰/۱ مول صابون (A) با محلول منبیزیم کلرید واکنش می‌دهد و ۳۰/۹ گرم رسوب (B) ایجاد می‌شود:

$$0.1 \text{ mol A} \times \frac{1 \text{ mol B}}{2 \text{ mol A}} \times \frac{X \text{ g B}}{1 \text{ mol B}} = 30.9 \text{ g B} \Rightarrow X = 618 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

اگر شمار کربن در زنجیر R را n در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$(C_nH_{2n+1}COO)_2Mg \text{ جرم مولی} = 28n + 114 \Rightarrow 28n + 114 = 618 \Rightarrow 28n = 504 \Rightarrow n = 18$$

بر این اساس، فرمول شیمیایی صابون $C_{18}H_{37}COONa$ است.

مؤسسه آموزشی فرهنگی