

آزمون آزمایشی ۷ فروردین ۱۴۰۵

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

A

دفترچه شماره ۱

وقت پیشنهادی

تا شماره

از شماره

تعداد پرسش

مواد امتحانی

۷۰ دقیقه

۴۰

۱

۴۰

ریاضیات

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد کل پرسش‌ها: ۴۰

دفترچه پاسخ تشریحی



داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند و ... با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

پاسخ تشریحی تصویری



۱- اگر $\log_2 2 = a$ ، حاصل $\log_8 48$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4+a}{3}$ (۲) $\frac{3+a}{4}$ (۳) $\frac{4a+1}{3a}$ (۴) $\frac{3a+1}{4}$

۲- توابع $f = \{(1, 2), (0, -1), (4, 0), (-1, -5)\}$ و $g(x) = \sqrt{x+4}$ مفروض اند. مجموع اعضای دامنه تابع fog چند برابر مجموع اعضای برد آن است؟

- (۱) $\frac{8}{3}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) ۵ (۴) $\frac{1}{5}$

۳- مقدار b کدام باشد تا تابع $f(x) = \frac{3x-1}{2x+b}$ یک به یک نباشد؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۴- تابع f با ضابطه $y = 3 - (\frac{1}{3})^x$ را در نظر بگیرید. اگر وارون این تابع محور طول ها و عرض ها را به ترتیب در دو نقطه A و B قطع کند.

مختصات نقطه M وسط A و B کدام است؟

- (۱) $(-1/5, 1)$ (۲) $(1, -1/5)$ (۳) $(1, 1/5)$ (۴) $(1/5, 1)$

۵- تابع $f(x) = \frac{a+x}{\lfloor \frac{2}{x} \rfloor + x} + \sin(\frac{\pi \lfloor x \rfloor}{2})$ در $x = -2$ حد دارد. مقدار a کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) -۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) -۱۰

۶- اعداد طبیعی را به گونه ای دسته بندی می کنیم که تعداد اعداد هر دسته عددی فرد باشد، مجموع اعداد دسته بیستم کدام است؟

(۱), (۲, ۳, ۴), (۵, ۶, ۷, ۸, ۹), ...

- (۱) ۷۶۲۰ (۲) ۷۶۱۹ (۳) ۱۴۸۵۹ (۴) ۱۴۲۳۹

۷- حداقل چند جمله اول از دنباله هندسی $\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ را با هم جمع کنیم تا حاصل از مجموع ۲۰ جمله اول دنباله حسابی $-16, -13, \dots$ بیشتر باشد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۸- در یک مستطیل طلایی، مساحت برابر $2\sqrt{5}$ است. طول قطر این مستطیل چقدر است؟

- (۱) $\frac{4}{5}\sqrt{5}$ (۲) $\frac{3}{2}\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{10}$ (۴) $\sqrt{15}$

۹- حاصل ضرب ریشه های معادله $\sqrt{x^2 + \sqrt{8}} + \sqrt{x^2 - \sqrt{8}} = \sqrt{8}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{9}{2}$ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) $\frac{9}{2}$

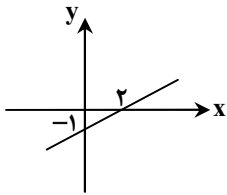
۱۰- نقطه A روی نیمساز ربع دوم به گونه ای قرار دارد که فاصله آن از خط $y = 2x + 4$ ، برابر فاصله آن از محور طول هاست. طول نقطه A کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) $-\frac{1}{3}$

۱۱- اگر $x = 3$ یکی از جواب های معادله $|x-a| + |x-a| = 7$ باشد، جواب دیگر معادله کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) $-\frac{5}{3}$

محل انجام محاسبات:



۱۲- اگر شکل زیر، نمودار تابع $f(x)$ باشد، آنگاه برد تابع $g(x) = f(x) \times f^{-1}(x)$ کدام است؟

(۱) $\mathbb{R}$

(۲) $\left[-\frac{9}{4}, +\infty\right)$

(۳) $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$

(۴) $[0, +\infty)$

۱۳- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{(x-2)\log_x(2x-1)}$ کدام است؟

(۱) $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ (۲) $(0, +\infty)$ (۳) $[2, +\infty)$ (۴) $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

۱۴- کدام گزینه درباره تابعی با ضابطه $y = (\log 0.5)x^2 - (\log 4)x + \log \sqrt{5}$ درست است؟

(۱) دارای ماکزیممی برابر 0.5 است. (۲) دارای ماکزیممی برابر 0.5 است.
(۳) دارای مینیممی برابر 0.5 است. (۴) دارای مینیممی برابر 0.5 است.

۱۵- حاصل عبارت $A = \frac{\sin 2\alpha + \sin 4\alpha}{\cos 2\alpha + \cos 4\alpha}$ به ازای $\alpha = \frac{\pi}{10}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) صفر

۱۶- از رابطه $1 = \cos\left(x + \frac{\pi}{12}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{12} - x\right)$ ، حاصل $\cos\left(x + \frac{\pi}{12}\right)$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) صفر

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x^2 \cos \pi x}{x^2 + 2x + 1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{\pi^2}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) π^2 (۴) $\frac{\pi^2}{4}$

۱۸- رأس سهمی f بر نیمساز ناحیه چهارم واقع بوده و نمودار آن، نیمساز ناحیه اول را در نقاطی به طول ۱ و ۶ قطع می‌کند. مجموع صفرهای تابع f کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۶

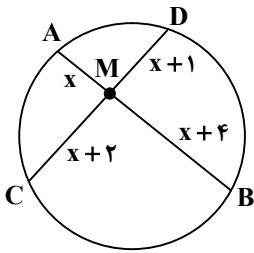
۱۹- مقدار عددی عبارت $\frac{1}{\cos 20^\circ} + 2 \cos 20^\circ + 2\sqrt{3} \sin 20^\circ$ کدام است؟

(۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۲۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \left[\frac{x}{2}\right] + \left[\frac{-x}{3}\right]$ در چند نقطه از بازه $(0, 100)$ حد ندارد؟ (نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۶۷ (۲) ۶۶ (۳) ۵۱ (۴) ۵۰

محل انجام محاسبات:

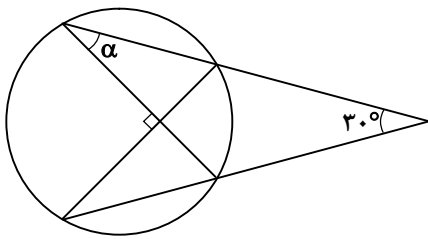
۲۱- در شکل زیر، مقدار x کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

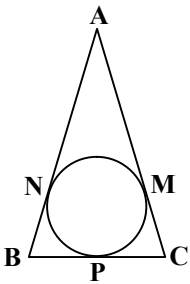
۲۲- با توجه به شکل روبه‌رو، α چند درجه است؟

(۱) ۱۵

(۲) ۲۰

(۳) ۳۰

(۴) ۴۵

۲۳- در شکل زیر، اگر $AB = AC$ ، $CP = ۲$ و $AM = ۶$ باشد، مساحت دایره محاطی خارجی نظیر رأس A کدام است؟(۱) $\frac{12\pi}{5}$ (۲) $\frac{20\pi}{3}$ (۳) $\frac{5\pi}{9}$ (۴) $\frac{9\pi}{5}$ ۲۴- یک لوزی به قطرهای ۴ و ۸ را در تجانس به مرکز محل تلاقی قطرهای و نسبت k ، تصویر کرده‌ایم. اگر مساحت بین لوزی و تصویرش ۱۲۸ واحد مربع باشد، مقدار k کدام می‌تواند باشد؟

(۲) ۲

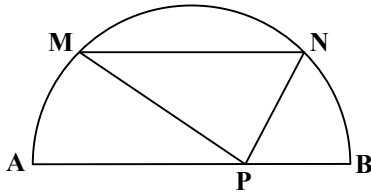
(۱) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$

(۳) ۳

۲۵- در مثلث ABC ، رابطه $a^2 \sin^2 B + b^2 \cos^2 A = ۱۲$ برقرار است. b کدام است؟(۲) $2\sqrt{3}$ (۱) $3\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{6}$ (۳) $\sqrt{6}$

محل انجام محاسبات:

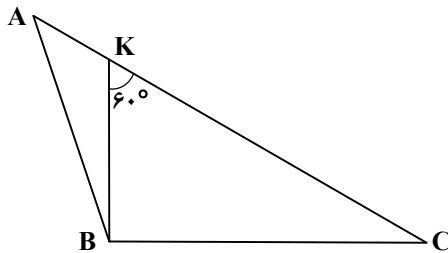
۲۶- در نیم‌دایره به قطر AB و شعاع واحد، $\widehat{AM} = \widehat{NB} = 45^\circ$ است. اگر P نقطه‌ای روی AB باشد، به‌طوری که محیط مثلث MNP کمترین مقدار ممکن باشد، مساحت مثلث MNP کدام است؟



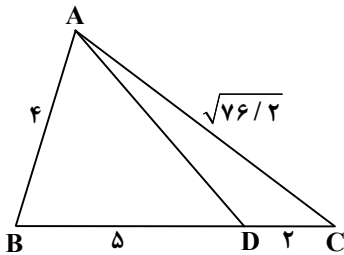
(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲۷- در شکل زیر، زاویه B در مثلث ABC منفرجه است. اگر $AB = 2\sqrt{3}$ ، $BK = 2\sqrt{2}$ و $AC = 5\sqrt{6}$ ، آنگاه اندازه ضلع BC ، کدام است؟

(۱) $\sqrt{101}$ (۲) $\sqrt{102}$ (۳) $\sqrt{103}$ (۴) $\sqrt{104}$

۲۸- در شکل زیر، مساحت مثلث ABD کدام است؟

(۱) $3\sqrt{6}$ (۲) $4\sqrt{6}$ (۳) $2\sqrt{7}$ (۴) $4\sqrt{7}$

۲۹- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$)، با طول اضلاع ۱۰، ۱۰ و ۱۲، اگر قاعده BC را با برداری هم‌راستا و هم‌اندازه میانه AM انتقال دهیم، به‌طوری که $T(B) = B'$ و $T(C) = C'$ ، آنگاه محیط چهارضلعی $BCC'B'$ کدام است؟

(۴) ۸۰

(۳) ۶۰

(۲) ۴۰

(۱) ۲۰

۳۰- مثلث ABC با اضلاع $AB = 3$ ، $AC = 6$ و $BC = 8$ مفروض است. اگر AD نیمساز زاویه A باشد، $\cos \widehat{ADB}$ کدام است؟

(۲) $\frac{8}{9\sqrt{34}}$ (۴) $\frac{16}{9\sqrt{34}}$ (۱) $\frac{17}{16\sqrt{34}}$ (۳) $\frac{17}{8\sqrt{34}}$

محل انجام محاسبات:

۳۱- در جدول فراوانی مقابل، در صورتی که درصد فراوانی نسبی دسته چهارم برابر ۲۴ باشد، فراوانی این دسته کدام است؟

x_i	۳	۶	۹	۱۲	۱۵
f_i	۱۵	۱۳	۱۷	x	۱۲

(۱) ۱۵

(۲) ۱۸

(۳) ۱۷

(۴) ۱۶

۳۲- اگر میانگین داده‌های آماری $x_1, x_2, \dots, x_n$ برابر $5/5$ باشد، میانگین داده‌های آماری $x_1, x_2, \dots, x_n, -7, 12$ چقدر است؟

(۴) ۵

(۳) $5/5$

(۲) ۶

(۱) $6/5$

۳۳- اگر $A = \{10, y-4, z+2\}$ ، $B = \{8, -4, x-2\}$ و داشته باشیم $A \times B = B \times A$ ، اختلاف بیشترین و کمترین مقدار $x+y-z$ کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۲۴

(۲) ۱۸

(۱) ۳۰

۳۴- در یک آزمایش تصادفی، فضای نمونه‌ای $S = \{a, b, c, d\}$ است. اگر $P(\{a, b, c\}) = \frac{4}{9}$ و $P(\{c, d\}) = \frac{2}{3}$ باشد، احتمال وقوع پیشامد $\{a, b\}$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۱) $\frac{2}{9}$

۳۵- اگر ارزش هر دو گزاره مرکب « $p \wedge \sim r$ » و « $p \vee q$ » درست باشد، کدام گزینه گزاره‌ای با ارزش درست است؟

(۴) $\sim p \Leftrightarrow q$ (۳) $\sim p \Leftrightarrow r$ (۲) $q \Rightarrow r$ (۱) $p \Rightarrow r$

۳۶- ضریب تغییرات ۱۴ داده با میانگین ۱۰ برابر $0/1\sqrt{15}$ است. اگر به این داده‌ها، داده ۱۰ را اضافه کنیم، انحراف معیار داده‌های جدید کدام است؟

(۴) $\sqrt{14}$ (۳) $0/1\sqrt{14}$ (۲) $0/1\sqrt{15}$ (۱) $\sqrt{15}$

۳۷- می‌دانیم انحراف معیار حقوق کارمندان یک شرکت تولید لوازم پزشکی $1/5$ است، برای به دست آوردن یک فاصله اطمینان ۹۵٪ برای میانگین حقوق همه کارمندان، یک نمونه ۴ تایی انتخاب می‌کنیم که نتیجه آن به صورت $3, 1, 2, 5, 1/5$ است. حد پایین بازه اطمینان ۹۵٪ برای میانگین حقوق کارمندان کدام است؟

(۴) $0/5$

(۳) ۱

(۲) $2/5$ (۱) $1/5$

۳۸- در کیسه‌ای ۴ کارت با شماره‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ موجود است. یک کارت به تصادف از کیسه خارج کرده و به تعداد شماره روی آن، سکه پرتاب می‌کنیم. اگر دقیقاً یک بار سکه پشت بیاید، چقدر احتمال دارد کارت شماره ۴ خارج شده باشد؟

(۴) $\frac{4}{13}$ (۳) $\frac{3}{13}$ (۲) $\frac{2}{13}$ (۱) $\frac{1}{13}$

۳۹- عددی به تصادف از اعداد صحیح ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه این عدد نه بر ۲ بخش پذیر باشد و نه بر ۳ کدام است؟

(۴) $0/77$ (۳) $0/67$ (۲) $0/33$ (۱) $0/23$

۴۰- بر اساس آمار، ۳۰ درصد تصادفات، در طول روز اتفاق می‌افتد. همچنین از تصادفات که در طول روز رخ می‌دهند، ۴۰ درصد درون شهر قرار دارند و از تصادفات که در طول شب رخ می‌دهند، ۳۰ درصد درون شهر قرار دارند. حال اگر تصادفی در حومه شهر اتفاق افتاده باشد، چقدر احتمال دارد که در طول روز رخ داده باشد؟

(۴) $\frac{28}{67}$ (۳) $\frac{18}{67}$ (۲) $\frac{24}{67}$ (۱) $\frac{22}{67}$

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۵ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید شاکری سید امیر محمد	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده - ایمان اردستانی	عباس سعیدی - وحید جعفری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی - فرهاد فرزانی - سعید اکبرزاده	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی - سعید اکبرزاده - امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد حسینی کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی - بهمن شاهمرادی - احمد رضوانی منصور داودوندی - جمال خم خاجی	ساناز دریگوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاءالله سلیمانی - بهنام ابراهیم پور - مهرداد ملاصالحی - سید صمد صفوی حسین شرانلو - رضا بخشیان - محمدرضا پورجاوید - یاسر راش	حنانه شریف خطیبی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمد هاشمی

خزینہ دو



مؤسسہ آموزشی فرهنگى

آزمون آزمایشی ۷ فروردین ۱۴۰۵

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

A

دفترچه شماره ۲

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۴۵ دقیقه	۷۵	۴۱	۳۵	فیزیک
۳۰ دقیقه	۱۰۵	۷۶	۳۰	شیمی
مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۶۵		

دفترچه پاسخ تشریحی

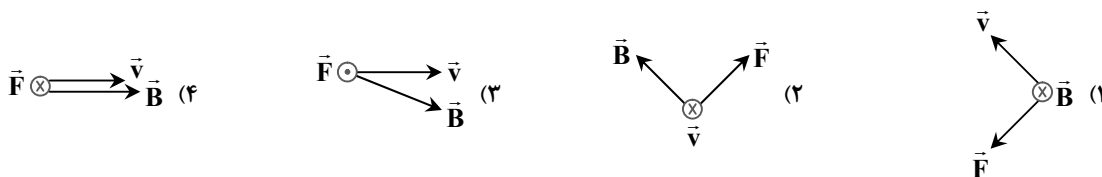


داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزیده دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند و ... با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

پاسخ تشریحی تصویری



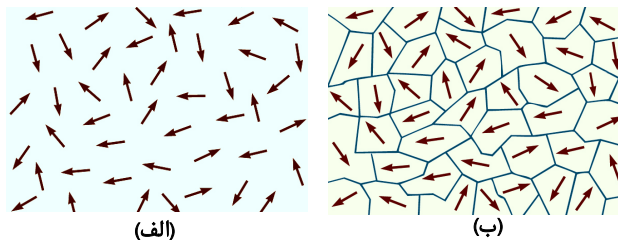
۴۱- کدام گزینه جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترونی که درون یک میدان مغناطیسی در حال حرکت است را به درستی نشان می‌دهد؟



۴۲- یکای «اهم × فاراد» معادل کدام یک از یکاهای زیر است؟

- (۱) ثانیه (۲) مربع ثانیه (۳) ثانیه (۴) مربع ثانیه

۴۳- کدام گزینه درباره شکل‌های «الف» و «ب» نادرست است؟



- (۱) شکل «الف» می‌تواند مربوط به سمت‌گیری دوقطبی‌های مغناطیسی آلومینیم در نبود میدان مغناطیسی باشد.
(۲) شکل «ب» حوزه‌های مغناطیسی یک ماده فرومغناطیسی را در نبود میدان مغناطیسی نشان می‌دهد.
(۳) در شکل «الف»، اتم‌های ماده خاصیت مغناطیسی دارند.
(۴) با اعمال میدان مغناطیسی خارجی بسیار قوی در شکل «ب»، تمام حوزه‌های مغناطیسی کاملاً هم‌سو می‌شوند.

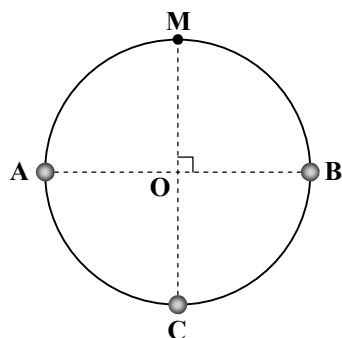
۴۴- در میدان الکتریکی $\vec{E} = (-200 \frac{N}{C})\vec{i} + (300 \frac{N}{C})\vec{j}$ به ذره باردار q نیروی الکتریکی $\vec{F} = (0 / 36N)\vec{i} + (-0 / 54N)\vec{j}$ وارد می‌شود. بار q کدام است؟

- (۱) $18 \mu C$ (۲) $-18 \mu C$ (۳) $1 / 8 mC$ (۴) $-1 / 8 mC$

۴۵- دو بار نقطه‌ای یکسان در فاصله d از هم، یکدیگر را با نیروی 0.1 میلی‌نیوتون می‌رانند. دو بار را به اندازه 5 cm از هم دور می‌کنیم. نیروی رانشی بین آن‌ها 25 میکرونیوتون می‌شود. فاصله دو بار در ابتدا (d) چند سانتی‌متر بوده است؟

- (۱) 5 (۲) $2 / 5$ (۳) 3 (۴) $1 / 5$

۴۶- مطابق شکل زیر، دایره‌ای به مرکز O و شعاع a مفروض است. دو بار نقطه‌ای مشابه q در نقاط A و B و بار نقطه‌ای q' در نقطه C قرار دارد و میدان الکتریکی برایند در نقطه M برابر صفر است. اگر به جای بار q در نقطه B بار $-q$ قرار دهیم و $E = \frac{kq}{a^2}$ باشد، بزرگی میدان الکتریکی برایند (خالص) در نقطه M چند E می‌شود؟



- (۱) 1 (۲) $\sqrt{2}$ (۳) 2 (۴) $2\sqrt{2}$

۴۷- چگالی سطحی بار یک صفحه فلزی بسیار بزرگ $\frac{C}{m^2}$ -8×10^{-6} است. در هر سانتی‌متر مربع این صفحه، چند الکترون بیشتر از وقتی

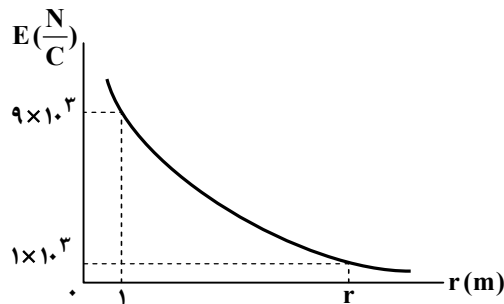
است که صفحه خنثی بوده است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) 2×10^9 (۲) 2×10^{10} (۳) 5×10^9 (۴) 5×10^{10}

محل انجام محاسبات:

۴۸- نمودار رسم شده، بزرگی میدان الکتریکی بار الکتریکی نقطه‌ای q را در فاصله‌های مختلف از آن نشان می‌دهد. اندازه بار q و فاصله r کدام است؟

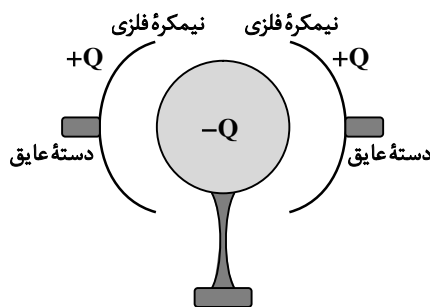
$$(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$$

(۱) $3 \mu C$ ، $3 m$ (۲) $1 \mu C$ ، $3 m$ (۳) $3 \mu C$ ، $2 m$ (۴) $1 \mu C$ ، $2 m$

۴۹- ذره‌ای با بار الکتریکی $3 \mu C$ را از نقطه‌ای با پتانسیل الکتریکی $27V$ به نقطه‌ای با پتانسیل الکتریکی $27V$ منتقل می‌کنیم. اگر انرژی جنبشی ذره در این جابه‌جایی $8 \mu J$ افزایش یابد، کار نیروی خارجی روی ذره در این جابه‌جایی چند میکروژول است؟

(۱) -20 (۲) $+20$ (۳) -4 (۴) $+4$

۵۰- یک کره فلزی با بار الکتریکی $-Q$ روی پایه عایقی قرار دارد. دو نیم‌کره فلزی توخالی و مشابه را که شعاع آن‌ها با شعاع کره برابر و هر یک دارای بار $+Q$ هستند، به کره می‌چسبانیم و سپس هم‌زمان جدا می‌کنیم. بار کره و هر یک از نیم‌کره‌ها به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) صفر، $\frac{Q}{2}$

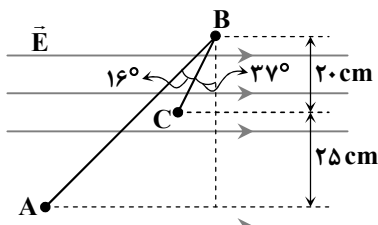
(۲) صفر، صفر

(۳) $+Q$ ، صفر(۴) $-Q$ ، $+Q$

۵۱- یک خازن شارژ شده که فاصله بین صفحات آن با یک عایق با ضریب دی‌الکتریک 4 پر شده از مولد جدا است. اگر انرژی ذخیره شده در خازن 200 میکروژول باشد، چند میکروژول کار لازم است تا بتوانیم عایق بین صفحه‌های خازن را خارج کنیم؟

(۱) 200 (۲) 150 (۳) 800 (۴) 600

۵۲- مطابق شکل، بار الکتریکی نقطه‌ای $q = -2 \mu C$ در میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی 2×10^5 نیوتون بر کولن از نقطه A به نقطه B و سپس به نقطه C برده می‌شود. تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در این جابه‌جایی چند ژول است؟ ($\cos 53^\circ = 0.6$)

(۱) $+0.18$ (۲) -0.24 (۳) $+0.06$ (۴) -0.12

محل انجام محاسبات:

۵۳- خازنی با ظرفیت $20 \mu F$ را که فاصله بین صفحات آن d است، به یک باتری با اختلاف پتانسیل $40 V$ متصل می‌کنیم و سپس فاصله بین صفحه‌ها را $4 mm$ افزایش می‌دهیم و یک دی‌الکتریک با ثابت $K = 2$ جایگزین هوای بین آن‌ها می‌کنیم. اگر میدان الکتریکی بین دو صفحه $\frac{1}{5}$ برابر شود، ظرفیت خازن چند میکروفاراد خواهد شد؟

- (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۵۴- چند مورد از گزاره‌های زیر در مورد مقاومت‌های نوری (LDR) درست است؟

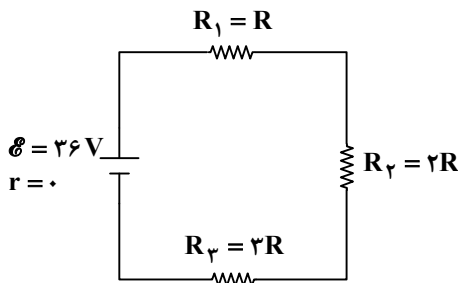
- (الف) در مقاومت‌های نوری با افزایش شدت روشنایی، مقاومت الکتریکی آن‌ها افزایش می‌یابد.
(ب) نوعی از این مقاومت‌ها از جنس نیم‌رسانای خالص مانند سیلیسیم هستند.
(پ) این نوع مقاومت‌ها در چشم‌های الکترونیکی و دزدگیرها استفاده می‌شوند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۵۵- اگر دمای یک رسانا را $75^\circ C$ افزایش دهیم، مقاومت الکتریکی آن ۹ درصد افزایش می‌یابد. ضریب دمایی مقاومت ویژه رسانا در SI کدام است؟

- (۱) $1/2 \times 10^{-3}$ (۲) $1/5 \times 10^{-3}$ (۳) $1/8 \times 10^{-3}$ (۴) 2×10^{-3}

۵۶- در مدار روبه‌رو، مقاومت معادل مدار $1/8 k\Omega$ است. توان مصرفی مقاومت R_p چند وات است؟



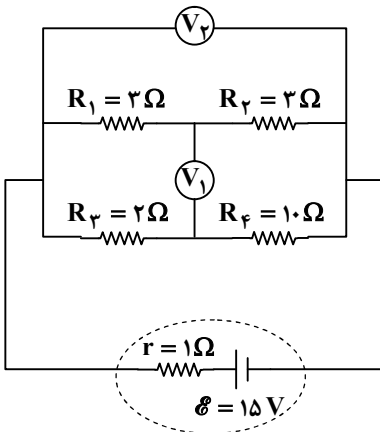
- (۱) ۰/۲۴

- (۲) ۰/۱۲

- (۳) ۰/۰۲۴

- (۴) ۰/۰۱۲

۵۷- در مدار رسم‌شده، عددی که ولت‌سنج آرمانی (۲) می‌خواند، چند برابر عددی است که ولت‌سنج آرمانی (۱) می‌خواند؟



- (۱) ۱

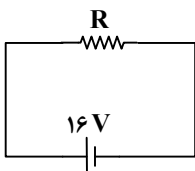
- (۲) ۲

- (۳) ۳

- (۴) ۴

۵۸- در مدار شکل روبه‌رو، در مدت ۲ دقیقه تعداد 15×10^{18} الکترون از مقاومت R عبور می‌کند. مقدار

مقاومت R چند اهم است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

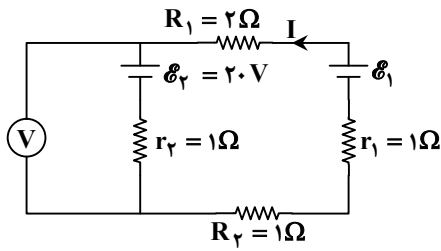


- (۱) ۵۰۰ (۲) ۶۰۰

- (۳) ۸۰۰ (۴) ۱۲۰۰

محل انجام محاسبات:

۵۹- در مدار رسم شده، ولت سنج آرمانی عدد $22V$ را نشان می دهد. توان تولیدی باتری (۱) چند وات است؟



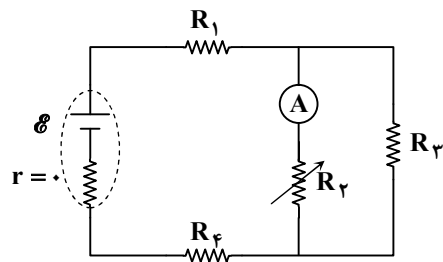
(۱) ۲۸

(۲) ۴۸

(۳) ۶۰

(۴) ۷۲

۶۰- در مدار شکل مقابل، با کاهش مقاومت متغیر R_2 ، جریان عبوری از مولد ۲ آمپر افزایش می یابد. عددی که آمپرسنج آرمانی نشان می دهد، چند آمپر و چگونه تغییر می کند؟



(۱) ۲، افزایش می یابد.

(۲) ۲، کاهش می یابد.

(۳) کمتر از ۲، افزایش می یابد.

(۴) بیشتر از ۲، افزایش می یابد.

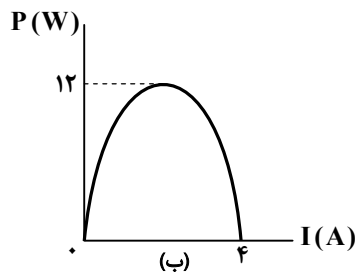
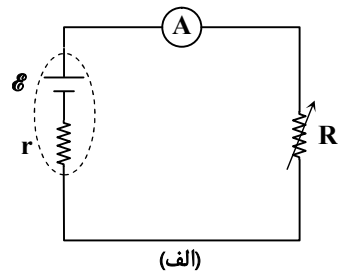
۶۱- یک قطعه سیم مسی را توسط ابزاری آن قدر از دو طرف می کشیم تا سیم، نازک و قطر مقطع آن نصف شود. در این صورت مقاومت الکتریکی آن چند برابر می شود؟

(۴) ۴

(۳) ۱۶

(۲) $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{1}{16}$

۶۲- در مدار شکل «الف»، مقدار مقاومت R را تغییر می دهیم و توان مصرفی در مقاومت R به ترتیب نشان داده شده در نمودار «ب» تغییر می کند. نیروی محرکه باتری چند ولت است؟ (I جریانی است که آمپرسنج آرمانی نشان می دهد).



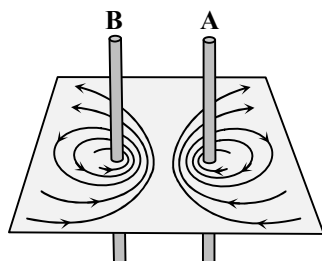
(۱) ۱۲

(۲) ۲۴

(۳) ۸

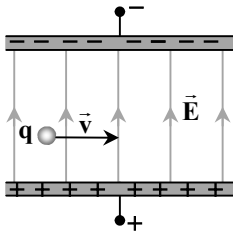
(۴) ۱۶

۶۳- خطوط میدان مغناطیسی برآیند در اطراف دو سیم حامل جریان، مطابق شکل روبه رو است. کدام گزینه جهت جریان در سیم های A و B و نیروی بین دو سیم را به ترتیب از راست به چپ به درستی نمایش می دهد؟

(۱) $\downarrow$ - $\uparrow$ رانشی(۲) $\downarrow$ - $\uparrow$ ربایشی(۳) $\uparrow$ - $\downarrow$ رانشی(۴) $\uparrow$ - $\downarrow$ ربایشی

محل انجام محاسبات:

- ۶۴- مطابق شکل، ذره‌ای با بار مثبت و تندی $\frac{m}{s} \times 10^4 \times 2$ وارد فضایی می‌شود که در آن میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی یکنواختی وجود دارد. ذره، بدون انحراف روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند. اگر اندازه میدان الکتریکی $\frac{N}{C} \times 100$ و میدان مغناطیسی بر صفحه عمود باشد، اندازه و جهت میدان مغناطیسی کدام است؟ (نیروی وزن ذره در مقایسه با سایر نیروهای وارد بر ذره ناچیز است).



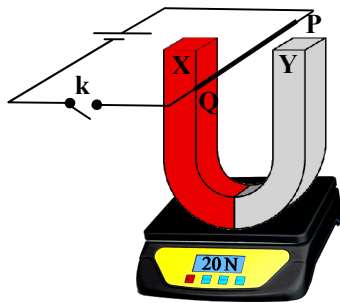
- (۱) 20 G و برون‌سو
(۲) 20 G و درون‌سو
(۳) 50 G و برون‌سو
(۴) 50 G و درون‌سو

- ۶۵- با سیمی به طول 120 m ، پیچۀ مسطحی به شعاع 10 cm ساخته‌ایم. جریان چند آمپر از پیچه عبور کند تا میدان مغناطیسی در مرکز آن

$$240\text{ G} \text{ باشد؟ } (\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}})$$

- (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۲۰

- ۶۶- در شکل زیر قطعه سیم PQ به طول 20 cm بین قطب‌های آهن‌ربا واقع شده است و نیروسنج مقدار 20 N را نشان می‌دهد. با وصل کردن کلید از سیم جریان 2 A عبور می‌کند و نیروسنج مقدار 18 N را نشان می‌دهد. بزرگی میدان مغناطیسی در محل سیم چند تسلا و X کدام قطب آهن‌ربا است؟

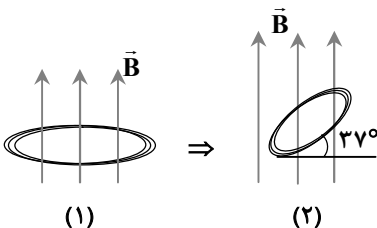


- (۱) N ، ۵
(۲) S ، ۵
(۳) N ، ۲
(۴) S ، ۲

- ۶۷- از سیمی با مقاومت ویژه ρ که قطر مقطع آن d است، سیم‌لوله‌ای بدون هسته به شعاع r ساخته شده است. حلقه‌های سیم‌لوله به هم چسبیده و تعداد آن‌ها N است. اگر سیم‌لوله را به باتری آرمانی با نیروی محرکه $\mathcal{E}$ وصل کنیم، میدان مغناطیسی سیم‌لوله روی محور درون آن کدام است؟

$$(1) \frac{\mu_0 \mathcal{E} d^2}{8\pi r^2} \quad (2) \frac{\mu_0 \mathcal{E} d^2}{16\pi N p r^2} \quad (3) \frac{\mu_0 \mathcal{E} d}{8N p r} \quad (4) \frac{\mu_0 \mathcal{E} d}{16\pi N p r}$$

- ۶۸- مطابق شکل، پیچه‌ای با مساحت 10 cm^2 را 37° نسبت به خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 0.02\text{ T}$ می‌چرخانیم. اگر هم‌زمان با چرخش، قطر پیچه را نیز نصف کنیم، شار مغناطیسی عبوری از پیچه چند میکروبر تغییر می‌کند؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$)



- (۱) ۵
(۲) ۱۰
(۳) ۱۶
(۴) ۲۰

محل انجام محاسبات:

۶۹- ضریب القاوری یک سیملوله آرمانی بدون هسته به طول $31/4 \text{ cm}$ و مساحت مقطع 10 cm^2 که ۵۰۰ حلقه دارد، چند میلی‌هائری است؟

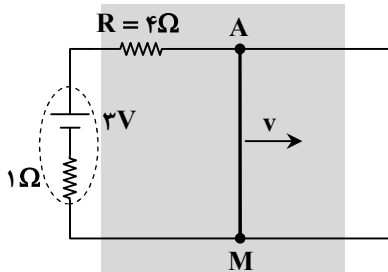
$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}})$$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۷۰- در شکل روبه‌رو، اگر میلهٔ رسانای AM به طول 60 cm را با تندی $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طرف راست حرکت دهیم، جریان گذرنده از مقاومت R صفر می‌شود. کدام گزینه اندازه و جهت میدان مغناطیسی

یکنواختی که عمود بر صفحهٔ قاب فلزی در این محل وجود دارد را درست نشان می‌دهد؟

⊗ و 0.5 T (۱)⊙ و 0.5 T (۲)⊙ و 0.25 T (۳)⊗ و 0.25 T (۴)

۷۱- پیچهٔ جریان متناوبی در هر 10 ثانیه 500 دور می‌چرخد و جریان القایی در آن به‌طور سینوسی بین -2 A تا $+2 \text{ A}$ تغییر می‌کند. کدام گزینه معادلهٔ جریان بر حسب زمان را در این پیچه بر حسب SI درست نشان می‌دهد؟

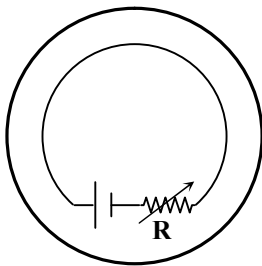
$$I = 2 \sin(1000\pi t) \quad (۴)$$

$$I = 2 \sin(100\pi t) \quad (۳)$$

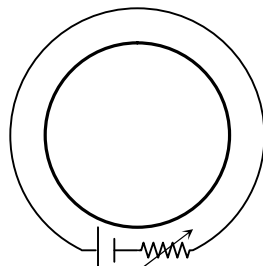
$$I = 4 \sin(1000\pi t) \quad (۲)$$

$$I = 4 \sin(100\pi t) \quad (۱)$$

۷۲- دو حلقه مطابق شکل‌های «الف» و «ب» در درون هم قرار دارند. با افزایش مقاومت R، جهت جریان القایی در شکل‌های «الف» و «ب» به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟



(ب)



(الف)

(۱) ساعتگرد - ساعتگرد

(۲) ساعتگرد - پادساعتگرد

(۳) پادساعتگرد - ساعتگرد

(۴) پادساعتگرد - پادساعتگرد

۷۳- هنگامی که جریان عبوری از یک سیملوله در مدتی معین ۳ برابر می‌شود، انرژی ذخیره‌شده در آن 400 میلی‌ژول افزایش می‌یابد. انرژی ذخیره‌شده در سیملوله به چند میلی‌ژول رسیده است؟

۵۰ (۴)

۲۰۰ (۳)

۴۵۰ (۲)

۶۰۰ (۱)

۷۴- با توجه به شکل زیر که طرح ساده‌ای از مراحل تولید تا مصرف انرژی الکتریکی را نشان می‌دهد، کدام یک از موارد زیر درست است؟



الف) در مبدل (۱) تعداد دورهای سیم‌پیچ اولیه از ثانویه بیشتر است.

ب) در مبدل (۲) تعداد دورهای سیم‌پیچ اولیه از ثانویه کمتر است.

پ) نقش مبدل (۱) آن است که ولتاژ را پایین بیاورد تا تلفات انرژی در خطوط انتقال کم شود.

ت) نقش مبدل (۲) آن است که ولتاژ را پایین بیاورد و جریان الکتریکی را زیاد کند.

فقط «ت» (۴)

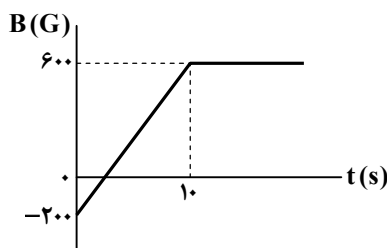
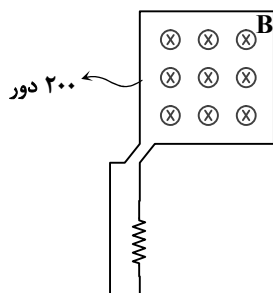
فقط «پ» (۳)

«ب» و «ت» (۲)

«الف» و «پ» (۱)

محل انجام محاسبات:

۷۵- یک قاب رسانای مربع شکل به ضلع ۵۰ سانتی متر دارای ۲۰۰ دور سیم و سطح آن عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت B است. مقاومت الکتریکی هر دور سیم قاب برابر ۵ میلی اهم است و دو سر قاب به دو سر یک مقاومت ۴ اهمی متصل است. با توجه به نمودار میدان مغناطیسی بر حسب زمان، جریان گذرنده از مقاومت در $t = 2/5$ s چند میلی آمپر است؟



- ۱۰۰ (۱)
۸۰ (۲)
۴۰ (۳)
صفر (۴)

مرحلة ١٠ | داوطلب رياضی | شیمی

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

محدوده: شمی، ۲: کل کتاب (ص ۱ تا ۱۲۳)

۷۶- کدام یک از عناصر گروه ۱۴ جدول تناوبی همهٔ خصلت‌های زیر را داراست؟

رسانایی الکتریکی بالا- خرد نشدن بر اثر ضربه- از دست دادن الکترون در واکنش با دیگر اتم‌ها- جامد بودن

- | | |
|--------------|--------------|
| Sn (r | C (l |
| Si (r | Ge (r |

۷۷- کدام گزینه درست است؟

- ۱) بیشتر عنصرهای جدول دوره‌ای را فلزها تشکیل می‌دهند که به‌طور عمده در سمت راست و مرکز جدول قرار دارند.
- ۲) در گروه‌های جدول دوره‌ای، از پایین به بالا خاصیت نافلزی افزایش می‌یابد؛ از این‌رو بالاترین عنصر هر گروه یک نافلز است.
- ۳) خواص فیزیکی شبه فلزها بیشتر به نافلزها شبیه بوده، در حالی که رفتار شیمیایی آن‌ها همانند فلزها است.
- ۴) با بررسی خصلت فلزی و نافلزی عنصرها در جدول دوره‌ای، می‌توان به قانون دوره‌ای عنصرها پی برد.
- ۷۸- با توجه به شکل زیر که بخشی از جدول دوره‌ای عناصر را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

[illegible]

- واکنش A با E شدیدتر از واکنش B با F است.
- شعاع اتمی B از A کمتر، ولی از Al ۳ بیشتر است.
- تعداد زیرلایه‌های نیمه‌پر اتم G بیشتر از Cu ۲۹ است.
- خاصیت نافلزی E از سایر عناصر دوره چهارم بیشتر است.

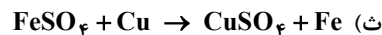
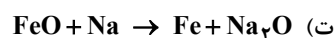
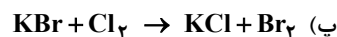
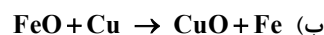
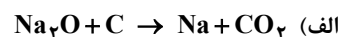
- | | |
|-------|-------|
| ۲ (۲) | ۱ (۱) |
| ۴ (۴) | ۳ (۳) |

۷۹- آرایش الکترونی یون M^{3+} به $3d^5$ ختم می‌شود. کدام گزینه در رابطه با عنصر M درست است؟

- (۱) فعالیت شیمیایی عنصر **M** ناچیز است؛ زیرا در ترکیبات خود به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد.
- (۲) **M** فلزی متعلق به دورهٔ ۴ و گروه ۶ جدول دوره‌ای است.
- (۳) عنصر **M** عنصری واسطه است که در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ خود هشت الکترون دارد.
- (۴) اکسید طبیعی عنصر **M** به فرمول **MO**، یک ترکیب یونی محسوب می‌شود.

محل انجام محاسبات:

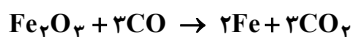
۸۰- کدام واکنش‌ها در جهت نشان داده شده انجام پذیر هستند؟



(۱) «ت» و «ث» (۲) «الف»، «ب» و «ت» (۳) «پ» و «ت» (۴) «الف»، «ب» و «پ»

۸۱- ۶۴۰ گرم همتایت با خلوص ۷۵٪، مطابق معادله زیر با بازدهی ۳۰ درصد، وارد واکنش می‌شود. حجم گاز CO_2 تولید شده در شرایط STP

برابر چند لیتر است؟ ($\text{C} = ۱۲, \text{O} = ۱۶, \text{Fe} = ۵۶ : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



(۱) ۱۴۴ (۲) ۲۰۱/۶

(۳) ۶۰/۴۸ (۴) ۴۳/۲

۸۲- براساس معادله موازنه شده زیر، از واکنش مقدار کافی منگنز (IV) اکسید با ۲۰۰ mL محلول $1/5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ هیدروکلریک اسید،

۱/۴۲ لیتر گاز کلر با چگالی $3 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ به دست آمده است. بازده درصدی این واکنش کدام است؟ ($\text{Cl} = 35.5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



(۱) ۶۲/۵ (۲) ۸۰

(۳) ۸۴/۵ (۴) ۶۰

۸۳- چند مورد از عبارت‌های زیر درباره هیدروکربنی به نام ۳، ۴- دی‌متیل هگزان، درست است؟

■ فرمول مولکولی آن C_6H_{14} است.

■ دارای ۷ پیوند کووالانسی $\text{C}-\text{C}$ است.

■ در مولکول آن، شمار گروه‌های CH_3 دو برابر CH_2 است.

■ یک هیدروکربن سیرشده محلول در آب است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۴- پاسخ درست پرسش‌های زیر در کدام گزینه آمده است؟

الف) ترکیبی به اشتباه ۲، ۴- دی‌اتیل هگزان نام‌گذاری شده است. نام درست کدام است؟

ب) کاتالیزگر تولید اتانول از واکنش گاز اتن با آب کدام است؟

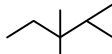
(۱) الف) ۳- اتیل - ۵- متیل هگزان (ب) سدیم هیدروکسید

(۲) الف) ۳- اتیل - ۵- متیل هپتان (ب) سدیم هیدروکسید

(۳) الف) ۳- اتیل - ۵- متیل هگزان (ب) سولفوریک اسید

(۴) الف) ۳- اتیل - ۵- متیل هپتان (ب) سولفوریک اسید

۸۵- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

■ نام آلکانی با ساختار  ، ۲، ۳، ۳- تری‌متیل پنتان است.

■ اتانول با فرمول مولکولی $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$ ، یک ترکیب فرار است و به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

■ ۲- بوتن یک آلکین سیرنشده است که در فرمول آن، تعداد اتم‌های هیدروژن دو برابر تعداد اتم‌های کربن است.

■ ۱- هگزن و سیکلو هگزان فرمول مولکولی یکسانی دارند.

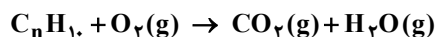
(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات:

۸۶- برای سوختن کامل ۱ مول از یک هیدروکربن زنجیره‌ای (غیرحلقوی) به فرمول C_nH_{10} ، به ۲۷۲ گرم گاز اکسیژن نیاز است. بر این اساس،

کدام عبارت‌های زیر درست هستند؟ (معادله موازنه نشده است.) ($O = 16 g \cdot mol^{-1}$)



(الف) در ساختار آن، یک پیوند سه‌گانه یا دو پیوند دوگانه می‌تواند وجود داشته باشد.

(ب) در ساختار آن، نسبت تعداد پیوندهای $C-H$ تعداد به کل پیوندهای اشتراکی از ۰/۶ کمتر است.

(پ) به‌ازای سوختن ۰/۵ مول از آن، در مجموع ۵ مول فراورده تولید می‌شود.

(ت) یک مول از آن می‌تواند در واکنش با یک مول گاز هیدروژن به ترکیبی سیرشده تبدیل شود.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

۸۷- گرمای ویژه آب و اتانول در دما و فشار مشخصی به‌ترتیب برابر با ۴/۲ و ۲/۴ ژول بر گرم بر کلون می‌باشد. اگر ۳ کیلوگرم آب و ۲/۵ لیتر اتانول با هم مخلوط شوند، برای افزایش دمای آن‌ها به‌اندازه $10^\circ C$ چند کیلوژول گرما لازم است؟ (چگالی اتانول $0.8 g \cdot mL^{-1}$ است و

از برهم‌کنش میان اجزای محلول و تأثیر آن بر میزان گرمای لازم، صرف‌نظر شود.)

(۱) ۱۵۶ (۲) ۱۷۴ (۳) ۱۸۶ (۴) ۱۲۷

۸۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد الماس و گرافیت درست است؟

(الف) فراورده سوختن کامل الماس و گرافیت یکسان است.

(ب) درصد جرمی کربن در الماس بیشتر از گرافیت است.

(پ) واکنش تبدیل الماس به گرافیت، با مصرف شدن انرژی همراه است.

(ت) الماس سخت‌تر و از نظر سطح انرژی، پایدارتر از گرافیت است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۹- به‌ازای تولید هر گرم O_2 مطابق معادله واکنش $2NH_4NO_3(s) \rightarrow 2N_2(g) + 4H_2O(g) + O_2(g)$ ، ۷/۵ کیلوژول گرما آزاد می‌شود. گرمای آزادشده به‌ازای تولید یک گرم N_2 و ΔH این واکنش، به‌ترتیب از راست به چپ چند کیلوژول است؟

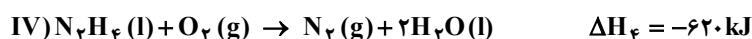
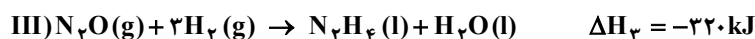
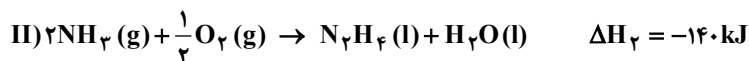
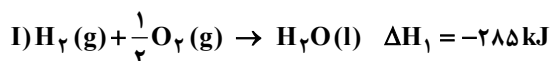
$$(N_2 = 28, O_2 = 32 : g \cdot mol^{-1})$$

(۱) ۳/۷۵ و -۱۲۰ (۲) ۳/۷۵ و -۲۴۰

(۳) تقریباً ۴/۳ و -۲۴۰ (۴) تقریباً ۴/۳ و -۱۲۰

۹۰- اگر از واکنش ۳۴ گرم آمونیاک با مقدار کافی دی‌نیتروژن اکسید مطابق معادله شیمیایی $2NH_3(g) + 2N_2O(g) \rightarrow 4N_2(g) + 3H_2O(l)$ ،

۶۰۹ کیلوژول گرما آزاد شود، با توجه به واکنش‌های زیر، بازده این واکنش کدام است؟ ($NH_3 = 17 : g \cdot mol^{-1}$)



(۱) ۶۰ (۲) ۷۵ (۳) ۸۰ (۴) ۹۵

۹۱- چگالی بنزین (C_8H_{18}) برابر $0.8 g \cdot mL^{-1}$ و جرم مولی آن برابر $114 g \cdot mol^{-1}$ است. اگر از سوختن هر مول از این ماده، ۵۴۵۰ کیلوژول گرما آزاد شود، برای سوختن ۴/۵۶ L بنزین در شرایط STP چند لیتر هوا نیاز است و طی این فرایند، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ (به‌تقریب ۲۰ درصد هوا را گاز اکسیژن تشکیل می‌دهد.)

(۱) ۱۷۴۴۰۰، ۴۴۸۰۰ (۲) ۸۹۶۰، ۳۴۸۸۰۰

(۳) ۲۲۴۰۰، ۸۷۲۰۰ (۴) ۸۹۶۰، ۱۷۴۴۰۰

محل انجام محاسبات:

۹۲- با توجه به ساختارهای نقطه - خط داده شده، در مجموع چند اشتباه در نام‌ها و توضیحات ارائه شده وجود دارد؟

ردیف	ساختار نقطه - خط	نام	توضیح
I		۱- هپتانون	یکی از ترکیب‌های آلی موجود در میخک
II		هپتانوئیک اسید	کاهش‌دهنده زمان ماندگاری کنسروها
III		بنز آلدهید	ساده‌ترین آلدهید آروماتیک

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

۹۳- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- (الف) CO و N_2O دو گاز آلاینده هواکره هستند که از آگزوز خودروها خارج می‌شوند.
 (ب) هیدروژن پراکسید (H_2O_2) با نام تجاری آب اکسیژنه، از واکنش مستقیم گازهای H_2 و O_2 به دست می‌آید.
 (پ) ΔH واکنش تولید CO(g) از گرافیت و گاز اکسیژن را نمی‌توان به روش تجربی تعیین کرد.
 (ت) هیدرازین دارای سطح انرژی بالاتری نسبت به آمونیاک بوده و ناپایدارتر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۴- کدام گزینه درست است؟

- (۱) پاشیدن گرد آهن بر روی شعله، به دلیل افزایش غلظت واکنش‌دهنده سبب سوختن آن می‌شود.
 (۲) محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی، در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد.
 (۳) واکنش سوختن قند آغشته به خاک باغچه نسبتاً سریع است؛ زیرا در خاک باغچه اکسیژن وجود دارد.
 (۴) سدیم و پتاسیم در شرایط یکسان، با آب سرد به کندی واکنش می‌دهند.

۹۵- سرعت متوسط واکنش $4HF + SiO_2 \rightarrow SiF_4 + 2H_2O$ برابر با $0.2 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$ است. بر اثر انجام این واکنش، چند گرم آب در

مدت زمان ۲ دقیقه تولید می‌شود؟ ($H = 1, O = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

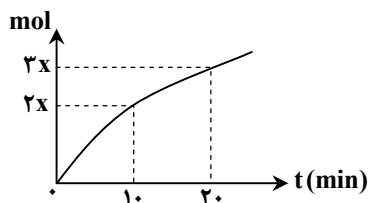
۲ / ۸۸ (۴)

۴۳ / ۲ (۳)

۱ / ۴۴ (۲)

۸۶ / ۴ (۱)

۹۶- واکنش $4NH_3(g) + 5O_2(g) \rightarrow 4NO(g) + 6H_2O(g)$ در یک ظرف دو لیتری در حال انجام است. نمودار «مول - زمان» برای یکی از مواد شرکت‌کننده در آن به صورت زیر می‌باشد. این نمودار می‌تواند مربوط به کدام ماده باشد و سرعت تولید یا مصرف آن در فاصله زمانی ۱۰ تا ۲۰ دقیقه، چند $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ است؟ (نمودار به صورت تقریبی رسم شده است.)



$\frac{x}{600}$, O_2 (۲)

$\frac{x}{1200}$, O_2 (۱)

$\frac{x}{600}$, NO (۴)

$\frac{x}{1200}$, NO (۳)

محل انجام محاسبات:

۹۷- رابطه زیر برای یک واکنش گازی برقرار است. در شرایط یکسان، حجم گاز D تولیدشده در این واکنش پس از گذشت ۳۰ ثانیه، چند برابر حجم گاز C مصرف شده است؟

$$\frac{-\Delta[A]}{\Delta t} = \frac{\Delta[B]}{\Delta t} = \frac{-2\Delta[C]}{5\Delta t} = \frac{\Delta[D]}{3\Delta t}$$

(۱) ۰/۶ (۲) ۱/۲

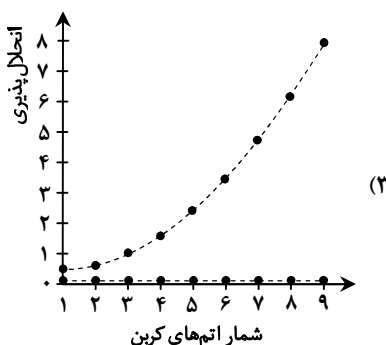
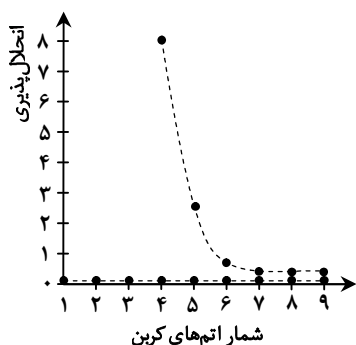
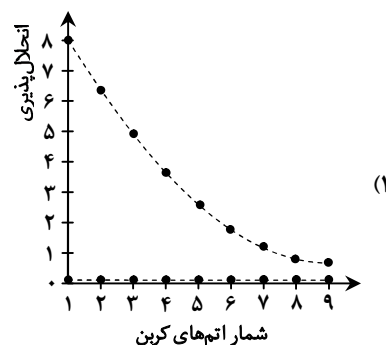
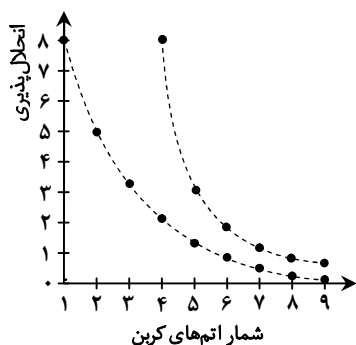
(۳) ۰/۳ (۴) ۲/۴

۹۸- جدول زیر، تغییرات غلظت مولی گاز NO_۲ را در واکنش $2NO_2(g) \rightarrow 2NO(g) + O_2(g)$ در یک سیلندر ۲ لیتری سربسته، نشان می‌دهد. اگر در آغاز واکنش غلظت مولی NO_۲ برابر با ۳/۵ باشد، در پایان دقیقه بیستم، چند مول گاز در ظرف وجود دارد؟

بازه زمانی (min)	۰-۵	۵-۱۰	۱۰-۱۵	۱۵-۲۰	۲۰-۲۵	۲۵-۳۰
$\Delta[NO_2]$	-۰/۶	-۰/۴۵	-۰/۳۵	-۰/۳	-۰/۲۸	-۰/۲۷

(۱) ۴/۲۵ (۲) ۸/۷ (۳) ۱۳/۰۵ (۴) ۱۷/۴

۹۹- کدام گزینه، نمودار انحلال پذیری الکل‌های یک عاملی را در مقایسه با آلکان‌های راست‌زنجیر در آب نشان می‌دهد؟



۱۰۰- مخلوطی از اتانول و پنتادکانول ($C_{15}H_{31}OH$) به جرم ۱۱۴/۸ گرم، در مقدار کافی آب ریخته شده و سپس صاف می‌شود. اگر در اثر سوزاندن جامد جمع شده روی کاغذ صافی، ۳۳/۶ لیتر گاز کربن‌دی‌اکسید در شرایط STP تولید شود، در مخلوط اولیه دو الکل، چند گرم

اتانول موجود بوده است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

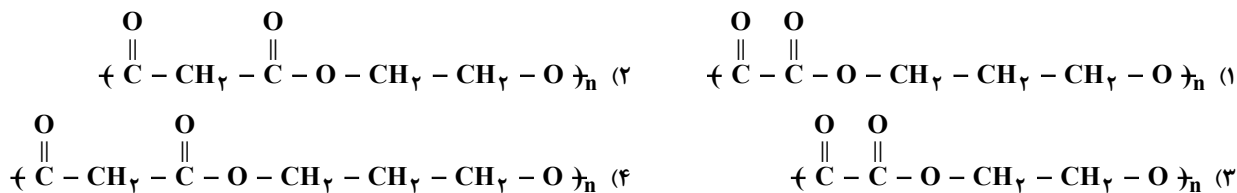
(۱) ۴۶ (۲) ۹۲

(۳) ۴/۶ (۴) ۹/۲

محل انجام محاسبات:

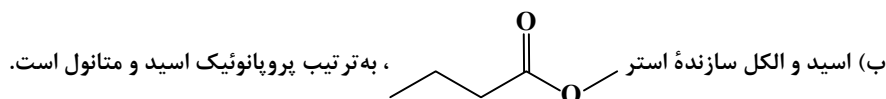
۱۰۱- جرم مولی دی‌اسید و دی‌الکل سازنده یک پلی‌استر، به ترتیب ۹۰ و ۷۶ گرم بر مول است. فرمول پلی‌استر موردنظر کدام می‌تواند باشد؟

($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

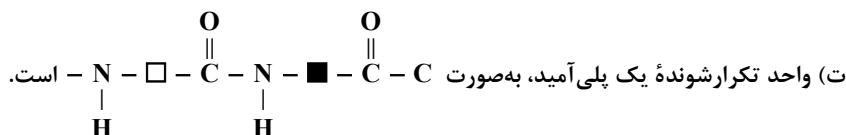


۱۰۲- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) بوی ماهی به دلیل وجود آمیدهای موجود در آن است.



پ) یکی از فراورده‌های آب‌کافت پلی‌استرها، کربوکسیلیک اسید دو عاملی است.



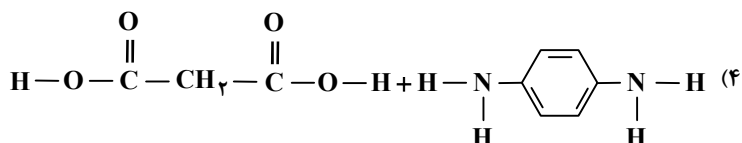
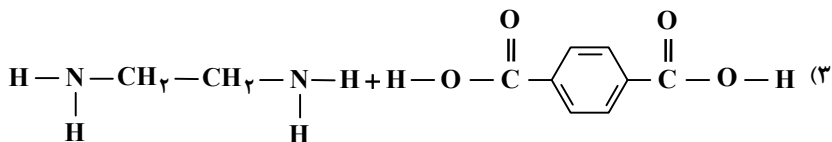
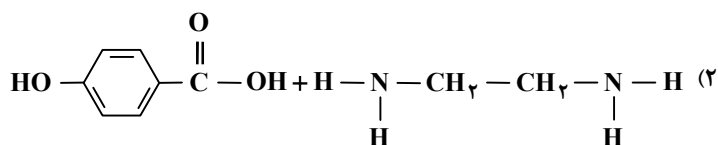
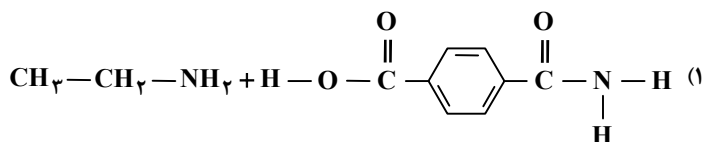
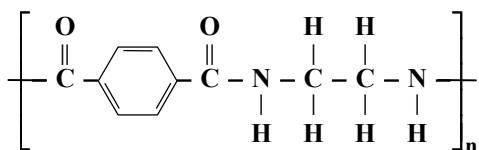
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

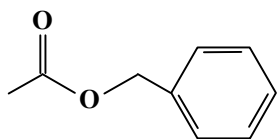
۱ (۱)

۱۰۳- با توجه به ساختار پلی‌آمید داده شده، در کدام گزینه ساختار مونومرهای آن به درستی نشان داده شده است؟



محل انجام محاسبات:

۱۰۴- بوی خوش گل یاسمن، به دلیل وجود نوعی استر با ساختار زیر است. کدام عبارتها درباره الکل و اسید سازنده این استر درست هستند؟



الف) اسید آلی سازنده آن، اولین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها است.

ب) شمار اتمهای کربن الکل سازنده آن، با شمار اتمهای کربن بنزوئیک اسید برابر است.

پ) از واکنش اسید سازنده آن با اتانول، استری با فرمول $C_6H_8O_2$ تولید می شود.

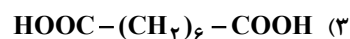
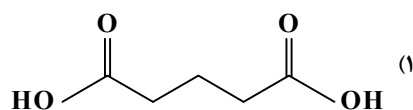
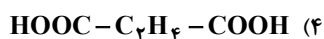
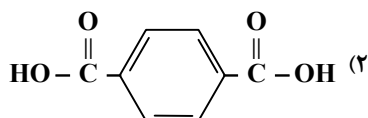
ت) نقطه جوش اسید سازنده آن، از نقطه جوش استر هم کربن با این اسید کمتر است.

(۱) «الف» و «ت» (۲) «الف» و «ب»

(۳) «ب» و «پ» (۴) «پ» و «ت»

۱۰۵- برای تهیه یک پلی استر از اتیلن گلیکول (HOC_2H_4OH) و یک اسید دو عاملی استفاده شده است. اگر از آبکافت کامل $19/2\text{ g}$ از این

پلی استر، $16/6\text{ g}$ دی اسید به دست آید، ساختار دی اسید مورد نظر کدام می تواند باشد؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)



محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۵ گروه علوم ریاضی

مدیر گروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید شاکری سید امیر محمد	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده - ایمان اردستانی	عباس سعیدی - وحید جعفری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی - فرهاد فرزانی - سعید اکبرزاده	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی - سعید اکبرزاده - امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد حسینی کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی - بهمن شاهمرادی - احمد رضوانی منصور داودوندی - جمال خم خاجی	ساناز دریگوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاءالله سلیمانی - بهنام ابراهیم پور - مهرداد ملاصالحی - سید صمد صفوی حسین شرانلو - رضا بخشیان - محمدرضا پورجاوید - یاسر راش	حنانه شریف خطیبی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمد هاشمی

خزینہ دو



مؤسسہ آموزشی فرهنگى

دفترچه پاسخ تشریحی

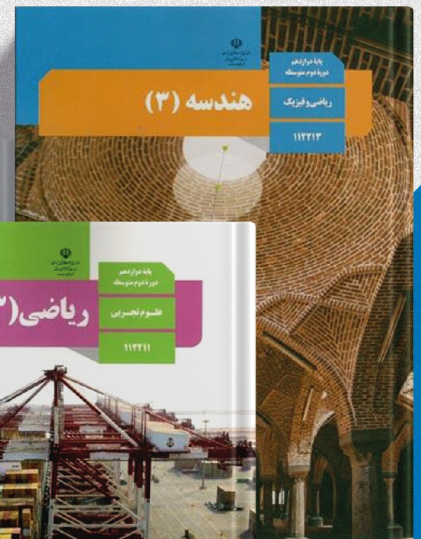
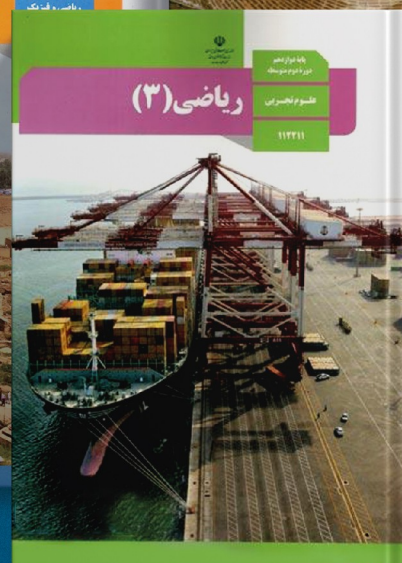
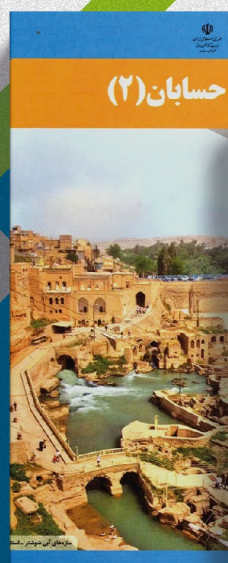
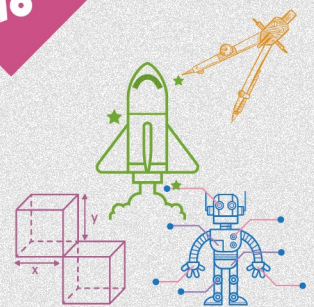
گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی ۷ فروردین ۱۴۰۵

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

پایه
دوازدهم

مرحله
۱۰



۱۴۰۴-۱۴۰۵



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

تذکرات مهم ↓

➤ آزمون آزمایشی مرحله ۱۱ گزینه دو، در روز جمعه ۱۴ فروردین ۱۴۰۵ برگزار می گردد.

➤ داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

➤➤ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➤ کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۱۰ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

● مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

● معاون تولید محتوا: علی الفتی

کارشناسان

طراحان

سید مهدی عابدی ● سید علی موسوی راد

حسین شفیع زاده ● ایمان اردستانی

مسئول درس: علی افضل زاده
دستیاران: عباس سعیدی - وحید جعفری

حسابان و
ریاضی پایه

علی صادقی ● مانی خداینده

سید محسن میراسلامی ● فرهاد فرزانی
سعید اکبرزاده

مسئول درس: سعید اکبرزاده
دستیار: هادی کاظم نژاد

هندسه

حسین خواجوند ● مانی خداینده

سعید اکبرزاده ● علیرضا شریف خطیبی
امیدرضا پورحسینی

مسئول درس: سعید اکبرزاده
دستیار: فرهاد فرزانی

ریاضیات
گسسته

پوپک مقدم

علی افضل زاده ● مهرداد کیوان
ایمان اردستانی

مسئول درس: ایمان اردستانی
دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی

ریاضی
تجربی

امیرحسین حریری ● ایمان حسین زاده

علی افضل زاده ● وحید رباعی
حسین افسری

مسئول درس: حسین افسری
دستیاران: مهدی پوررضایی - عباس مالکی

ریاضی
انسانی

گروه
ریاضی

کارشناسان

طراحان

بتول خواجه پور ● علی حاجی محمدزاده
مهدیار مسعودی نیا

محمد یازوکی ● امیر کبری راد
علی پناهی شایق ● علیرضا اکبریور
بهرام میرحبیبی ● مسعود حدادی
منصور کهن دل ● محمد شاملو

مسئول درس: امیر کبری راد
دستیار: پرسا کامکار

زیست
شناسی

مریم کلی حسن لو

علی نعیمی ● بهمن شاهمرادی
احمد رضوانی ● منصور داودوندی
جمال خم خاجی

مسئول درس: منصور داودوندی
دستیار: ساناز دریگوندی

فیزیک

مرتضی قدیانی ● حسین ایمانی پور

ماشاءالله سلیمانی ● بهنام ابراهیم پور
مهرداد ملاصالحی ● سید صمد صفوی
حسین شرانلو ● رضا بخشیان
محمد رضا پورچاوید ● یاسر راش

مسئول درس: شهرام شاه پرویزی
دستیار: حنا شریف خطیبی

شیمی

فرزانه صاعدی ● حسن علیمحمدی
روزبه اسحاقیان

فرزانه رجایی ● حسن علیمحمدی
فرزانه صاعدی ● عباس روزبهانی

مسئول درس: شکبیا کریمی

زمین
شناسی

گروه
علوم

گروه
علوم

کارشناسان

طراحان

محمدصادق حسام زاده ● محمدصدرا حسینی

ابوالفضل قاضی ● محمدرضا لمسه چی
علی عطری ● طاهره موسی زاده
محمدرضا پیرو ● امیرمهد اسفندی

مسئول درس: محمدرضا پیرو
دستیار: حسنا محمدی - سپهر سالارکیا

علوم و
فنون ادبی

مهتاب شیرازی ● هستی ناصح

آزیتا بیدقی ● فروغ تیموریان
علیرضا مختاری ● محمدزمان کبیر
محمود حسن پور

مسئول درس: الهام رضایی
دستیار: فاطمه صفری

جامعه
شناسی

علی شکری ● فاطمه یاری

سیمین زاهدی ● سیده ضحی سکاکی
حمیدرضا توکلی

مسئول درس: سیده ضحی سکاکی
دستیار: ثنا کاشیان

روان
شناسی

فاطمه نظری ● سارا حمزه
مهتاب شیرازی ● صبا پهلوان

کاظم غلامی ● اسرافیل قربانپور
حمید جوهری مجد ● پدرام علیمرادی
پویا رضاداد ● عرفان جالیزی

مسئول درس: پویا رضاداد

زبان
عربی

مهتاب شیرازی ● محمدصدرا حسینی

شهرام امامی ● بهروز یحیی
نگار مروتی ● مریم قلی پور

مسئول درس: سیده ساره زاهدی

تاریخ

مهتاب شیرازی ● محمدصدرا حسینی

شهرام امامی ● بهروز یحیی
نگار مروتی

مسئول درس: الناز گنج کار
دستیار: الهه ریاحی نسب

جغرافیا

سپهر علی پور ● ابوالفضل میرمحمدی
امیررضا علیرزاده

حمید سودیان طهرانی ● علی اکبر آخوندی
سعید رحیمیان ● مهدی لاجوردی
فرهاد قاسمی نژاد ● ناصر آزادجو

مسئول درس: سعید رحیمیان
دستیاران: محمدحسین خدام - فراز مختاری نژاد

فلسفه
و منطق

کوثررعدی

حسین خاکساری ● میترا چینی ساز
محمدرضا مبارکی ● آرشی بدری

مسئول درس: امیر محمدبیگی
دستیار: محمدرضا مبارکی

اقتصاد



ریاضیات



۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

$$\log_c ab = \log_c a + \log_c b \quad (a, b, c > 0, c \neq 1)$$

نکته ۱: قانون ضرب در لگاریتم:

$$\log_a b^n = \frac{n}{m} \log_a b \quad (a, b > 0, a \neq 1)$$

نکته ۲: قانون توان در لگاریتم:

با توجه به قواعد لگاریتم مقدار $\log_8 48$ را پیدا می‌کنیم:

$$\log_8 48 = \log_8 (16 \times 3) = \log_8 16 + \log_8 3 = \log_4 4 + \log_4 3 = \frac{1}{2} \log_2 4 + \frac{1}{2} \log_2 3$$

از آنجا که $\log_2 3 = a$ ، بنابراین $\log_4 3 = \frac{1}{2}a$

$$\log_8 48 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۴)

۲- پاسخ: گزینه ۳

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

نکته: اگر f و g دو تابع باشند، ترکیب f با g را با $f \circ g$ نمایش می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

نکته:

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

ابتدا تابع $f \circ g$ را به دست می‌آوریم. برای این کار باید مقادیری از x را بیابیم که $g(x)$ در دامنه f باشد، یعنی:

$$g(x) = \sqrt{x+4} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+4} = 1 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow f(g(-3)) = f(1) = 2 \\ \sqrt{x+4} = 0 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow f(g(-4)) = f(0) = -1 \\ \sqrt{x+4} = 4 \Rightarrow x = 12 \Rightarrow f(g(12)) = f(4) = 0 \\ \sqrt{x+4} = -1 \text{ غیرممکن} \end{cases}$$

بنابراین:

$$f \circ g = \{(-3, 2), (-4, -1), (12, 0)\}$$

$$\text{مجموع اعضای دامنه} = (-3) + (-4) + (12) = 5 \quad \text{و} \quad \text{مجموع اعضای برد} = 2 + (-1) + 0 = 1$$

پس مجموع اعضای دامنه تابع $f \circ g$ برابر مجموع اعضای برد آن است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۳)

۳- پاسخ: گزینه ۳

نکته: یک تابع در صورتی یک به یک است که هر خط موازی محور x ها، نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

$$\text{برای آنکه } f(x) = \frac{2x-1}{2x+b} \text{ یک به یک نباشد، باید تابع ثابت باشد.}$$

برای اینکه تابعی ثابت باشد، باید ریشه صورت و مخرج کسر با هم برابر باشند:

$$\begin{cases} \text{ریشه صورت: } 2x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2} \\ \text{ریشه مخرج: } 2x+b=0 \Rightarrow x=-\frac{b}{2} \end{cases} \Rightarrow -\frac{b}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = -1$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۱)

۴- پاسخ: گزینه ۲

نکته: اگر نقطه (a, b) روی تابع وارون پذیر f قرار داشته باشد، نقطه (b, a) روی f^{-1} قرار دارد.

راه حل اول:

محل تقاطع تابع f را با محور عرض‌ها و طول‌ها پیدا کرده و آن‌ها را A' و B' می‌نامیم:

$$x=0 \Rightarrow y=3-\left(\frac{1}{3}\right)^x \Rightarrow y=3-1 \Rightarrow y=2 \Rightarrow A'(0, 2)$$

$$y=0 \Rightarrow 0=3-\left(\frac{1}{3}\right)^x \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^x=3 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow B'(-1, 0)$$

نقاط متناظر A' و B' روی نمودار وارون تابع f (یعنی f^{-1}) برابر $A(2, 0)$ و $B(0, -1)$ است. مختصات نقطه M وسط A و B به صورت

$$M\left(\frac{0+2}{2}, \frac{-1+0}{2}\right) \text{ یعنی } M(1, -\frac{1}{2}) \text{ است.}$$

راه حل دوم:

نکته: برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک به یک مانند f ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان x را بر حسب y محاسبه می‌کنیم، سپس با تبدیل y به x ، $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم. ابتدا وارون تابع f را محاسبه می‌کنیم:

$$y = 3 - \left(\frac{1}{3}\right)^x \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^x = 3 - y \Rightarrow x = \log_{\frac{1}{3}}(3 - y) \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{3}}(3 - x)$$

حال به محاسبه نقاط A و B ، می‌پردازیم:

$$\left. \begin{aligned} \text{نقطه } A: f^{-1}(x) = 0 &\Rightarrow 0 = \log_{\frac{1}{3}}(3 - x) \Rightarrow 3 - x = 1 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow A(2, 0) \\ \text{نقطه } B: f^{-1}(0) = \log_{\frac{1}{3}}(3 - 0) = \log_{\frac{1}{3}} 3 = -1 &\Rightarrow B(0, -1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow M(1, -0.5)$$

۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۲)

نکته: حد تابع f در نقطه $x = a$ وجود دارد اگر و تنها اگر حد چپ و راست تابع f در $x = a$ موجود و باهم برابر باشند. ابتدا حد راست و چپ تابع را در نقطه $x = -2$ محاسبه می‌کنیم:

$$\text{حد راست: } \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \left(\frac{a-2}{\left[\frac{1}{-1} \right] - 2} + \sin\left(-\frac{2\pi}{2}\right) \right) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \left(\frac{a-2}{-2-2} + 0 \right) = \frac{a-2}{-4}$$

$$\text{حد چپ: } \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \left(\frac{a-2}{\left[\frac{1}{-1} \right]^+ - 2} + \sin\left(-\frac{2\pi}{2}\right) \right) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \left(\frac{a-2}{-1-2} + 1 \right) = \frac{a-2}{-3} + 1$$

سپس حد راست و چپ را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{a-2}{-4} = \frac{a-2}{-3} + 1 \Rightarrow 3a - 6 = 4a - 8 - 12 \Rightarrow a = 14$$

۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: اگر a_n یک دنباله حسابی باشد، مجموع n جمله ابتدایی این دنباله برابر است با:

$$S_n = n \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right)$$

نکته: مجموع اعداد طبیعی فرد با شروع از ۱ برابر است با:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

می‌دانیم مجموع اعداد فرد همواره مربع کامل است، پس آخرین عدد هر دسته برابر مربع شماره دسته است.

بنابراین در دسته بیستم عدد آخر $20^2 = 400$ است. هم‌چنین عدد اول دسته بیستم یکی بیشتر از عدد آخر دسته ۱۹ یعنی 19^2 است. پس اعداد موجود در دسته بیستم به صورت زیر است.

$$(362, 363, \dots, 400)$$

تعداد این اعداد نیز برابر $39 = 400 - 362 + 1$ است، پس مجموع آن‌ها برابر است با:

$$S = 39 \left(\frac{362 + 400}{2} \right) = 39 \times \frac{762}{2} = 14859$$

۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: مجموع جملات دنباله حسابی با قدرنسبت d و جمله اول a_1 برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

نکته: مجموع جملات دنباله هندسی با قدرنسبت q و جمله اول a_1 برابر است با:

$$S_n = a_1 \frac{1-q^n}{1-q}$$

ابتدا مجموع ۲۰ جمله اول دنباله حسابی $-16, -13, \dots$ را به دست می‌آوریم:

$$-16, -13, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -16 \\ d = 3 \end{cases}$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2} (2(-16) + 19 \times 3) \Rightarrow S_{20} = 10(-32 + 57) \Rightarrow S_{20} = 250$$

اکنون باید n را طوری بیابیم که مجموع n جمله اول دنباله هندسی $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \dots$ از ۲۵۰ بیشتر باشد:

$$\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{1}{8} \\ q = 2 \end{cases}$$

$$S_n > 250 \Rightarrow \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} > 250 \Rightarrow \frac{\frac{1}{8}(2^n - 1)}{2 - 1} > 250 \Rightarrow \frac{1}{8}(2^n - 1) > 250$$

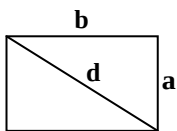
$$\xrightarrow{\times 8} 2^n - 1 > 2000 \Rightarrow 2^n > 2001 \xrightarrow[2^{11} = 2048]{2^{10} = 1024} n \geq 11$$

پس حداقل باید ۱۱ جمله اول این دنباله را با هم جمع کنیم.

۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۳)

نکته: در مستطیل طلایی، نسبت طول به عرض برابر $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ است.

با توجه به فرض مسئله، خواهیم داشت:



$$ab = 2\sqrt{5} \Rightarrow a \times \frac{1+\sqrt{5}}{2} a = 2\sqrt{5} \Rightarrow a^2 = \frac{4\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{4} \Rightarrow a^2 = 5 - \sqrt{5}$$

بنابراین طول قطر مستطیل برابر است با:

$$d^2 = a^2 + b^2 = a^2 \left(1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2\right) = (5 - \sqrt{5}) \left(1 + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2\right) = (5 - \sqrt{5}) \left(\frac{5+\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{25-5}{2} = 10 \Rightarrow d = \sqrt{10}$$

۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۳)

نکته: برای حل معادلات گنگ با به توان رساندن طرفین معادله (و در صورت لزوم تکرار این عمل) و ساده کردن به معادله ای بدون رادیکال می رسیم که آن را حل می کنیم، جواب های به دست آمده باید در معادله اصلی آزمایش شوند، زیرا عملیات توان رسانی ممکن است جواب های اضافی تولید کند.

طرفین معادله گنگ را به توان ۲ می رسانیم:

$$(\sqrt{x^2 + \sqrt{8}} + \sqrt{x^2 - \sqrt{8}})^2 = (\sqrt{8})^2 \Rightarrow x^2 + \sqrt{8} + x^2 - \sqrt{8} + 2\sqrt{(x^2 + \sqrt{8})(x^2 - \sqrt{8})} = 8 \Rightarrow 2x^2 + 2\sqrt{x^4 - 8} = 8$$

$$\xrightarrow{\div 2} x^2 + \sqrt{x^4 - 8} = 4 \Rightarrow \sqrt{x^4 - 8} = 4 - x^2 \xrightarrow{\text{طرفین تساوی به توان ۲}} x^4 - 8 = (4 - x^2)^2 = 16 - 8x^2 + x^4$$

$$\Rightarrow 8x^2 = 24 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \Rightarrow x_1 \times x_2 = -3$$

۱۰- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

نکته: به طور کلی اگر بخواهیم فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط $ax + by + c = 0$ را به دست آوریم، می توان نتیجه گرفت که طول عمود AH

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

برابر است با:

معادله نیمساز ناحیه دوم به صورت $x < 0$; $y = -x$ است.

نقطه A روی $y = -x$ می باشد، پس مختصات نقطه A ، به صورت α ; $-\alpha$ خواهد بود.

ابتدا معادله خط را به صورت استاندارد می نویسیم و سپس فاصله نقطه A از خط را پیدا می کنیم:

$$y - 2x - 4 = 0 \Rightarrow AH = \frac{|-\alpha - 2\alpha - 4|}{\sqrt{4+1}} \Rightarrow AH = \frac{|-3\alpha - 4|}{\sqrt{5}}$$

فاصله نقطه A از محور طول ها برابر با $|\alpha| = -\alpha$ است، پس طبق فرض مسئله، داریم:

$$AH = \sqrt{5} \times (-\alpha) \Rightarrow AH = -\sqrt{5}\alpha$$

مقدار AH را مطابق رابطه به دست آمده جایگذاری می کنیم و مقدار α را به دست می آوریم:

$$\frac{|3\alpha + 4|}{\sqrt{5}} = -\sqrt{5}\alpha \Rightarrow |3\alpha + 4| = -5\alpha \Rightarrow \begin{cases} 3\alpha + 4 = -5\alpha \Rightarrow 8\alpha = -4 \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2} \text{ ق ق} \\ 3\alpha + 4 = 5\alpha \Rightarrow 2\alpha = 4 \Rightarrow \alpha = 2 \text{ غ ق} \end{cases}$$

α باید عددی منفی باشد، پس $\alpha = -\frac{1}{2}$ تنها جواب قابل قبول است.

۱۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۴)

نکته: ریشه هر معادله، در آن معادله صدق می کند.

ریشه $x = 3$ را در معادله جای گذاری می کنیم:

$$2a + |3 - a| = 7 \Rightarrow \begin{cases} \text{قق } a \leq 3 : 2a + 3 - a = 7 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \\ \text{غقق } a > 3 : 2a + a - 3 = 7 \Rightarrow 3a = 10 \Rightarrow a = \frac{10}{3} \end{cases}$$

حال به ازای $a = 2$ معادله به صورت زیر در می آید:

$$2|x| + |x - 2| = 7$$

معادله را در سه حالت برای x ، حل می کنیم:

$$\begin{cases} \text{قق } x < 0 : -2x - x + 2 = 7 \Rightarrow -3x = 5 \Rightarrow x = -\frac{5}{3} \\ \text{غقق } 0 \leq x \leq 2 : 2x - x + 2 = 7 \Rightarrow x = 5 \\ \text{قق } x > 2 : 2x + x - 2 = 7 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

بنابراین، $x = -\frac{5}{3}$ جواب دیگر این معادله است.

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک به یک مانند f ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان x را بر حسب y محاسبهمی کنیم، سپس با تبدیل y به x ، $f^{-1}(x)$ را به دست می آوریم.ابتدا معادله خط تابع $f(x)$ را که از دو نقطه $(2, 0)$ و $(0, -1)$ می گذرد، می نویسیم:

$$\text{شیب} = \frac{0 - (-1)}{2 - 0} = \frac{1}{2}$$

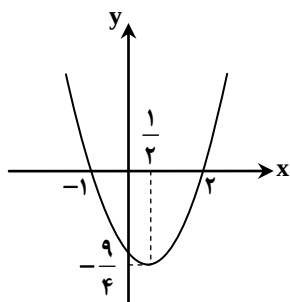
$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x + h \xrightarrow{\text{نقطه } (2, 0) \text{ روی تابع است}} 0 = \frac{1}{2}(2) + h \Rightarrow h = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 1 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x - 1$$

حال ضابطه وارون f را به دست می آوریم:

$$y = \frac{1}{2}x - 1 \Rightarrow y + 1 = \frac{1}{2}x \Rightarrow x = 2y + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = 2x + 2$$

ضابطه تابع $g(x)$ را به دست می آوریم:

$$g(x) = \left(\frac{1}{2}x - 1\right)(2x + 2) = x^2 - x - 2$$

نمودار تابع $g(x)$ به صورت زیر است:بنابراین مطابق نمودار، برد این تابع به صورت $\left[-\frac{9}{4}, +\infty\right)$ است.

۱۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

نکته: برای تعیین دامنه تابع $y = \sqrt{f(x)}$ کافی است نامعادله $f(x) \geq 0$ حل شود.نکته: لگاریتم اعداد نامثبت تعریف نمی شود. همچنین پایه لگاریتم باید عددی مثبت و مخالف یک باشد. یعنی اگر $\log_b a$ تعریف شده باشد،آنگاه $a > 0$ ، $b > 0$ و $b \neq 1$.برای تعیین دامنه تابع f ، ابتدا باید عبارت زیر رادیکال نامنفی باشد:

$$(x - 2)\log_x(2x - 1) \geq 0 \Rightarrow p(x) = (x - 2) \times \frac{\log(2x - 1)}{\log x} \geq 0$$

برای تعیین علامت کل عبارت فوق کافی است هر کدام از عبارت‌ها را جداگانه تعیین علامت کنیم:

ضمناً می‌دانیم که در تعیین دامنه تابع لگاریتمی، عبارت جلوی لگاریتم همواره مثبت است، پس: $x > \frac{1}{4}$

	۰	$\frac{1}{4}$	۱	۲	
$x - 2$	-	-	-	-	+
$\log(2x - 1)$	تن	تن	-	+	+
$\log x$	تن	تن	-	+	+
$(x - 2)\log_x(2x - 1)$	تن	تن	-	-	+

تن

در نتیجه طبق جدول مشخص می‌شود که برای اینکه $P \geq 0$ ، باید $x \in [2, +\infty)$.

۱۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

نکته: اگر هر کدام از لگاریتم‌های زیر تعریف شده باشند، آنگاه:

$$\log_c ab = \log_c a + \log_c b$$

$$\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$$

نکته: اگر هر کدام از لگاریتم‌های زیر تعریف شده باشند، آنگاه:

$$\log_a b^n = n \log_a b$$

$$\log_{a^m} b = \frac{1}{m} \log_a b$$

نکته: در تابع $y = ax^2 + bx + c$ اگر $a > 0$ ، دارای مینیمی برابر $-\frac{\Delta}{4a}$ و اگر $a < 0$ ، دارای ماکزیمی برابر $-\frac{\Delta}{4a}$ است.

در عبارت $\log_0 / 25$ ، پایه لگاریتم برابر ۱۰ است و با توجه به اینکه $0 < 0 / 25 < 1$ ، پس $\log_0 / 25$ عددی منفی است، پس با توجه به منفی بودن ضریب x^2 ، عبارت درجه دوم دارای ماکزیمم است. مقدار این ماکزیمم برابر است با:

$$\begin{aligned} \frac{-\Delta}{4a} &= \frac{-((- \log 4)^2 - 4 \log_0 / 25 \times \log \sqrt{5})}{4 \log_0 / 25} = \frac{-(\log 4)^2 + 4 \log(\frac{1}{4}) \times \log(\frac{1}{\sqrt{5}})}{4 \log(\frac{1}{4})} = \frac{-(\log 4)^2 - 4 \times \frac{1}{2} \log 4 \times \log 5}{-4 \log 4} \\ &= \frac{-(\log 4)^2}{-4 \log 4} + \frac{2 \times \log 5 \times \log 4}{4 \log 4} = \frac{\log 4}{4} + \frac{2 \log 5}{4} = \frac{\log 4 + \log 5^2}{4} = \frac{\log 4 \times 25}{4} = \frac{\log 10^2}{4} = \frac{2 \log 10}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5 \end{aligned}$$

۱۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۲)

نکته: $\sin(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \cos \alpha$ ، $\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \cos \alpha$

مقدار عبارت A به‌ازای $\alpha = \frac{\pi}{10}$ برابر است با:

$$A = \frac{\sin 2\alpha + \sin 8\alpha}{\cos 3\alpha + \cos 5\alpha} = \frac{\sin(\frac{2\pi}{10}) + \sin(\frac{8\pi}{10})}{\cos(\frac{3\pi}{10}) + \cos(\frac{5\pi}{10})} = \frac{\sin(\frac{\pi}{5} - \frac{3\pi}{10}) + \sin(\frac{\pi}{5} + \frac{3\pi}{10})}{\cos(\frac{3\pi}{10}) + \cos(\frac{\pi}{2})} = \frac{\cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{3\pi}{10}}{\cos \frac{3\pi}{10} + 0} = \frac{2 \cos \frac{3\pi}{10}}{\cos \frac{3\pi}{10}} = 2$$

۱۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۲)

نکته (نسبت‌های مثلثاتی متمم زاویه): $\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cos \theta$

با دقت در زوایای موجود در رابطه فوق، متوجه می‌شویم که مجموع دو زاویه برابر $\frac{\pi}{4}$ است یعنی دو زاویه متمم یکدیگر هستند.

$$(x + \frac{\pi}{12}) + (\frac{5\pi}{12} - x) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin(\frac{5\pi}{12} - x) = \cos(x + \frac{\pi}{12})$$

به جای $\sin(\frac{5\pi}{12} - x)$ ، $\cos(x + \frac{\pi}{12})$ را قرار می‌دهیم:

$$\cos(x + \frac{\pi}{12}) + \cos(x + \frac{\pi}{12}) = 1 \Rightarrow \cos(x + \frac{\pi}{12}) = \frac{1}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۴)

۱۷- پاسخ: گزینه ۱

$$\lim_{u \rightarrow \infty} \frac{\sin u}{u} = 0 \quad \text{نکته}$$

$$1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2} \quad \text{نکته}$$

از تغییر متغیر $x+1=t$ استفاده می‌کنیم، پس $x=t-1$ و $t \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x^2 \cos \pi x}{x^2 + 2x + 1} &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{(t-1)^2 + (t-1)^2 \cos(\pi(t-1))}{(t-1+1)^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{(t-1)^2 (1 + \cos(\pi t - \pi))}{t^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{(t-1)^2 (1 - \cos \pi t)}{t^2} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{(t-1)^2 \times 2 \sin^2 \frac{\pi t}{2}}{\frac{\pi^2 t^2}{4} \times \frac{4}{\pi^2}} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{(t-1)^2 \times 2 \times \frac{\sin \pi \frac{t}{2}}{\frac{\pi t}{2}}^2}{\frac{4}{\pi^2} \times 1} = \frac{1 \times 2}{4} \times 1 = \frac{2\pi^2}{4} = \frac{\pi^2}{2} \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

۱۸- پاسخ: گزینه ۴

نکته: هر سهمی به صورت $y = a(x-h)^2 + k$ است، رأسی به مختصات (h, k) و خط تقارنی با معادله $x = h$ دارد.نکته: به طور کلی در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر جمع ریشه‌ها S و ضرب ریشه‌ها P باشد، این روابط برقرار است.

$$S = -\frac{b}{a}, \quad P = \frac{c}{a}$$

با توجه به اینکه رأس سهمی روی نیمساز ناحیه چهارم (خط $y = -x$ که در آن x عددی مثبت است) می‌باشد، پس آن را به صورت

$$f(x) = a(x-\alpha)^2 - \alpha \quad S(\alpha, -\alpha) \quad (\alpha > 0) \quad \text{در نظر می‌گیریم و معادله سهمی را می‌نویسیم:}$$

اکنون معادله سهمی را با خط $y = x$ (نیمساز ناحیه اول) در نقاط $x = 1$ و $x = 6$ برابر قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} f(1) = 1 \\ f(6) = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(1-\alpha)^2 - \alpha = 1 \Rightarrow a = \frac{\alpha+1}{(1-\alpha)^2} \\ a(6-\alpha)^2 - \alpha = 6 \Rightarrow a = \frac{\alpha+6}{(6-\alpha)^2} \end{cases}$$

حال دو مقدار به دست آمده برای a بر حسب α را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{\alpha+1}{(1-\alpha)^2} = \frac{\alpha+6}{(6-\alpha)^2} \Rightarrow \frac{\alpha+1}{\alpha^2-2\alpha+1} = \frac{\alpha+6}{\alpha^2-12\alpha+36} \Rightarrow \alpha^3-11\alpha^2+24\alpha+36 = \alpha^3+4\alpha^2-11\alpha+6$$

$$\Rightarrow 15\alpha^2-35\alpha-30=0 \xrightarrow{\div 5} 3\alpha^2-7\alpha-6=0 \Rightarrow (3\alpha+2)(\alpha-3)=0 \xrightarrow{\alpha>0} \begin{cases} \alpha=3 \text{ ق ق} \\ \alpha=-\frac{2}{3} \text{ غ ق} \end{cases}$$

توجه کنید اگر α عددی منفی باشد، رأس سهمی روی نیمساز ناحیه دوم واقع است، نه نیمساز ناحیه چهارم.حال با جای گذاری $\alpha = 3$ در یکی از رابطه‌ها، a را محاسبه می‌کنیم و ضابطه تابع را بازنویسی می‌کنیم:

$$\alpha = 3 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = (x-3)^2 - 3 \Rightarrow f(x) = x^2 - 6x + 6$$

مجموع صفرهای تابع برابر مجموع ریشه‌های معادله $f(x) = 0$ می‌باشد که برابر $S = 6$ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۴)

۱۹- پاسخ: گزینه ۲

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha \quad \text{نکته}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha \quad \text{نکته}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \text{نکته}$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \quad \text{نکته}$$

راه حل اول:

با استفاده از مخرج مشترک عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} 2\sqrt{3} \sin 20^\circ + 2 \cos 20^\circ - \frac{1}{\cos 20^\circ} &= \frac{2\sqrt{3} \sin 20^\circ \cos 20^\circ + 2 \cos^2 20^\circ - 1}{\cos 20^\circ} = \frac{\sqrt{3} \sin 40^\circ + \cos 40^\circ}{\cos 20^\circ} \\ &= \frac{2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 40^\circ + \frac{1}{2} \cos 40^\circ\right)}{\cos 20^\circ} = \frac{2(\cos 30^\circ \sin 40^\circ + \sin 30^\circ \cos 40^\circ)}{\cos 20^\circ} = \frac{2 \sin(30^\circ + 40^\circ)}{\cos 20^\circ} = \frac{2 \sin 70^\circ}{\cos 20^\circ} \\ &= \frac{2 \sin(90^\circ - 20^\circ)}{\cos 20^\circ} = \frac{2 \cos 20^\circ}{\cos 20^\circ} = 2 \end{aligned}$$

راه حل دوم:

اگر از ابتدا از دو عبارت اول عدد ۴ را فاکتور بگیریم، داریم:

$$\begin{aligned} & 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 20^\circ + \frac{1}{2}\cos 20^\circ\right) - \frac{1}{\cos 20^\circ} = 4(\cos 30^\circ \sin 20^\circ + \sin 30^\circ \cos 20^\circ) - \frac{1}{\cos 20^\circ} = 4\sin 50^\circ - \frac{1}{\cos 20^\circ} \\ & = 4\cos 40^\circ - \frac{1}{\cos 20^\circ} = \frac{4(2\cos^2 20^\circ - 1)\cos 20^\circ - 1}{\cos 20^\circ} = \frac{8\cos^3 20^\circ - 4\cos 20^\circ - 1}{\cos 20^\circ} \\ & = \frac{2(4\cos^3 20^\circ - 2\cos 20^\circ) + 2\cos 20^\circ - 1}{\cos 20^\circ} = \frac{2\cos(3 \times 20^\circ) + 2\cos 20^\circ - 1}{\cos 20^\circ} = \frac{2 \times \frac{1}{2} + 2\cos 20^\circ - 1}{\cos 20^\circ} = \frac{2\cos 20^\circ}{\cos 20^\circ} = 2 \end{aligned}$$

در این راه حل از اتحاد مثلثاتی $\cos 3\alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha$ استفاده شده است که می توان آن را به روش زیر اثبات کرد:

$$\begin{aligned} \cos 3\alpha &= \cos(2\alpha + \alpha) = \cos 2\alpha \cos \alpha - \sin 2\alpha \sin \alpha = (2\cos^2 \alpha - 1)\cos \alpha - 2\sin \alpha \cos \alpha \sin \alpha \\ &= 2\cos^3 \alpha - \cos \alpha - 2\sin^2 \alpha \cos \alpha = 2\cos^3 \alpha - \cos \alpha - 2(1 - \cos^2 \alpha)\cos \alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۲)

۲۰- پاسخ: گزینه ۴

نکته: اگر $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ آنگاه تابع f در $x = a$ حد دارد.

نکته: اگر تابع g در $x = a$ حد داشته و تابع h در $x = a$ حد نداشته باشند، تابع $g + h$ حتماً در $x = a$ حد ندارد.

اگر $g(x) = \left[\frac{x}{2}\right]$ و $h(x) = \left[-\frac{x}{3}\right]$ باشند، آنگاه تابع f مجموع دو تابع g و h است. تابع g در تمام اعداد زوج و تابع h در تمام مضارب ۳ حد راست و چپ نابرابر دارند.

در تمام اعداد زوج که مضرب ۳ نیستند، تابع g حد ندارد ولی تابع h حد دارد، پس تابع f در مجموعه اعداد $\{2, 4, 8, 10, 14, \dots\}$ حد ندارد. همچنین در تمام اعداد مضرب ۳ که زوج نیستند، تابع g حد داشته ولی تابع h حد ندارد، پس تابع f در مجموعه اعداد $\{3, 9, 15, \dots\}$ حد ندارد. اما در اعداد زوج مضرب ۳ (مضارب ۶) هر دو تابع g و h حد ندارند، پس نمی توان به صورت قطعی درباره حد داشتن یا نداشتن تابع f در مضارب ۶ اظهار نظر کرد و احتیاج به بررسی برابر حد راست و چپ دارد. مثلاً درباره $x = 6$ داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 6^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 6^+} \left[\frac{x}{2}\right] + \left[-\frac{x}{3}\right] = [3^+] + [-2^-] = 3 - 2 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 6^-} \left[\frac{x}{2}\right] + \left[-\frac{x}{3}\right] = [3^-] + [-2^+] = 2 - 2 = 0 \end{aligned}$$

پس تابع f در $x = 6$ حد دارد.

درباره سایر مضارب ۶ نیز با توجه به اینکه حد راست تابع g از حد چپ تابع g در این اعداد یک واحد بیشتر است. همچنین حد راست تابع h از حد چپ تابع h در این اعداد یک واحد کمتر است، تابع $g + h$ در مضارب ۶ حد دارد. پس برای یافتن تعداد نقاطی که تابع f در آن ها در بازه $(0, 100)$ حد ندارد، باید تعداد مضارب ۲ یا ۳ را در این بازه به دست بیاوریم که مضرب ۶ نیستند، این تعداد برابر مجموع تعداد اعداد زوجی که مضرب ۶ نیستند و تعداد اعداد مضرب ۳ که مضرب ۶ نیستند، می باشد:

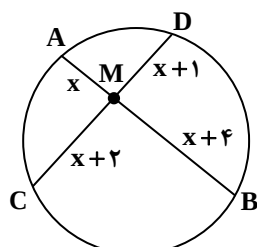
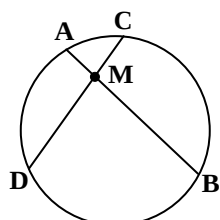
$$\left(\left[\frac{99}{2}\right] - \left[\frac{99}{6}\right]\right) + \left(\left[\frac{99}{3}\right] - \left[\frac{99}{6}\right]\right) = (49 - 16) + (33 - 16) = 33 + 17 = 50$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۲۱- پاسخ: گزینه ۲

نکته: هرگاه خط های شامل دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه ای مانند M درون دایره یکدیگر را قطع

کنند. آنگاه $MA \cdot MB = MC \cdot MD$



$$MA \cdot MB = MC \cdot MD \Rightarrow x(x+1) = (x+2)(x+4)$$

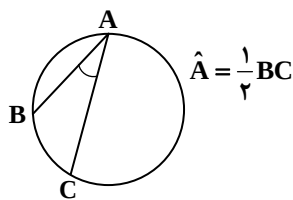
$$\Rightarrow x^2 + x = x^2 + 3x + 8 \Rightarrow x = 7$$

با استفاده از نکته بالا داریم:

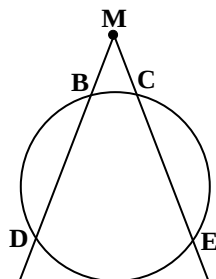
▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

۲۲- پاسخ: گزینه ۳

نکته: اندازه هر زاویه محاطی برابر است با نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه.

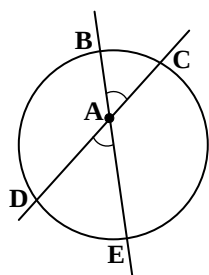


نکته: زاویه‌ای که از برخورد امتدادهای دو وتر در خارج دایره تشکیل می‌شود، از رابطه زیر به دست می‌آید:



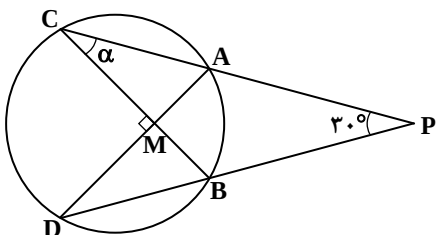
$$\hat{M} = \frac{1}{2}(DE - BC)$$

نکته: زاویه‌ای که از برخورد دو وتر در داخل دایره تشکیل می‌شود، از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$\hat{DAE} = \hat{BAC} = \frac{1}{2}(BC + DE)$$

زوایای M و P را برحسب کمان‌های AB و CD می‌نویسیم:



$$\begin{cases} \hat{P} = \frac{CD - AB}{2} = 30^\circ \\ \hat{M} = \frac{CD + AB}{2} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CD - AB = 60^\circ \\ CD + AB = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CD = 120^\circ \\ AB = 60^\circ \end{cases}$$

بنابراین اندازه زاویه محاطی C برابر است با:

$$\hat{C} = \frac{AB}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۳)

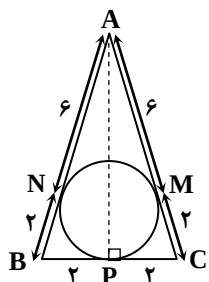
۲۳- پاسخ: گزینه ۲

نکته: اگر از یک نقطه خارج دایره دو مماس بر یک دایره رسم کنیم، طول دو مماس با هم برابر است.

نکته: در مثلث متساوی‌الساقین، نقطه تماس دایره محاطی داخلی با قاعده، وسط قاعده است.

نکته: در مثلث ABC با محیط ۲P و مساحت S، شعاع دایره محاطی خارجی نظیر رأس A از رابطه $r_a = \frac{S}{P-a}$ به دست می‌آید.

با توجه به نکات بالا و شکل روبه‌رو، داریم:



$$CP = CM = BP = BN = 2, AN = AM = 4 \Rightarrow AB = AC = 8$$

در مثلث متساوی‌الساقین ABC، میانه AP، ارتفاع نیز می‌باشد.

$$AP^2 + CP^2 = AC^2 \Rightarrow AP^2 + 4 = 64 \Rightarrow AP^2 = 60 \Rightarrow AP = 2\sqrt{15}$$

$$S = \frac{1}{2}AP \times BC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{15} \times 4 = 4\sqrt{15}$$

$$P = \frac{1}{2}(AB + AC + BC) = \frac{1}{2}(8 + 8 + 4) = 10$$

بنابراین شعاع دایره محاطی خارجی نظیر رأس A برابر است با:

$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{4\sqrt{15}}{10-4} = \frac{4\sqrt{15}}{6} = \frac{2\sqrt{15}}{3}$$

$$S = \pi r_a^2 = \pi \times \frac{4 \times 15}{9} = \frac{20\pi}{3}$$

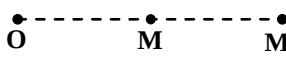
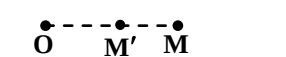
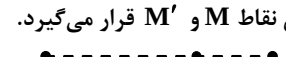
پس مساحت این دایره برابر است با:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۱)

۲۴- پاسخ: گزینه ۳

نکته: اگر O نقطه‌ای ثابت در صفحه و $k \neq 0$ یک عدد حقیقی باشد، نقطه M' را متجانس نقطه M در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس k گوئیم؛ هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:
الف) سه نقطه O, M و M' روی یک خط راست باشند.

$$OM' = |k| \cdot OM \quad (\text{ب})$$

ب) اگر k مثبت باشد، M' روی نیم خط OM و نقاط M و M' در یک طرف نقطه O قرار دارند.
مثال: $k = 2$  $OM' = 2OM$
مثال: $k = \frac{1}{2}$  $OM' = \frac{1}{2} OM$
اگر k منفی باشد، نقطه O بین نقاط M و M' قرار می‌گیرد.
مثال: $k = -2$  $OM' = 2OM$

نکته: در تجانس با نسبت k ، طول پاره خط، k برابر، محیط شکل، k برابر و مساحت شکل، k^2 برابر می‌شود.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \times AC \times BD = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16 \quad \text{مساحت لوزی } ABCD \text{ برابر است با:}$$

لوزی $A'B'C'D'$ تصویر لوزی $ABCD$ در تجانس به مرکز O و نسبت k است.
با توجه به نکته، مساحت لوزی $A'B'C'D'$ برابر است با:

$$S_{A'B'C'D'} = 16k^2$$

و چون مساحت بین این دو لوزی ۱۲۸ واحد مربع است، پس تصویر لوزی قطعاً از خودش بزرگ‌تر است، یعنی $k > 1$ ، پس داریم:

$$S_{A'B'C'D'} - S_{ABCD} = 128 \Rightarrow 16k^2 - 16 = 128 \Rightarrow 16(k^2 - 1) = 128 \\ \Rightarrow k^2 - 1 = 8 \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow k = \pm 3$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۱)

۲۵- پاسخ: گزینه ۲

نکته (قضیه سینوس‌ها): در مثلث ABC با اضلاع $BC = a$ ، $AC = b$ و $AB = c$ داریم:

که R شعاع دایره محیطی مثلث است.

با توجه به قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \Rightarrow a \sin \hat{B} = b \sin \hat{A} \Rightarrow a^2 \sin^2 \hat{B} = b^2 \sin^2 \hat{A} \quad (*)$$

اکنون با توجه به رابطه داده شده در صورت سؤال داریم:

$$a^2 \sin^2 \hat{B} + b^2 \cos^2 \hat{A} = 12 \xrightarrow{(*)} b^2 \sin^2 \hat{A} + b^2 \cos^2 \hat{A} = 12 \Rightarrow b^2 (\sin^2 \hat{A} + \cos^2 \hat{A}) = 12 \Rightarrow b^2 = 12 \Rightarrow b = 2\sqrt{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۲۶- پاسخ: گزینه ۲

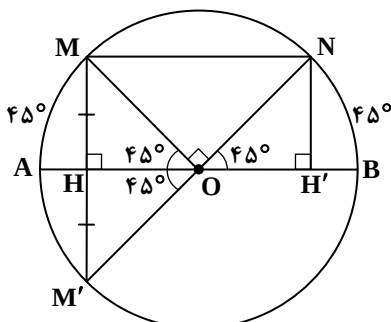
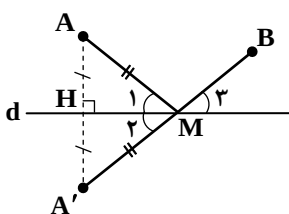
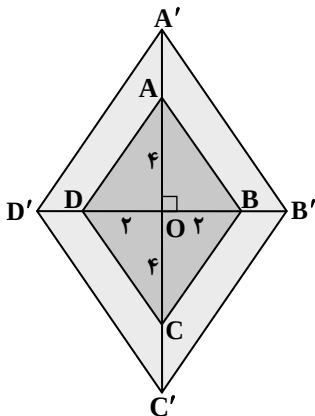
نکته (مسئله هرون برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر): خط d و نقاط A و B در یک طرف آن مفروض‌اند. برای به دست آوردن نقطه M روی خط d به طوری که $AM + MB$ کمترین مقدار باشد، ابتدا بازتاب نقطه A را نسبت به خط d پیدا می‌کنیم و A' می‌نامیم. سپس A' را به B وصل می‌کنیم. محل تلاقی پاره خط $A'B$ با خط d ، نقطه M خواهد بود. در این صورت داریم:

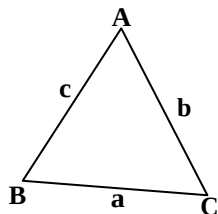
$$AM = A'M, \quad \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = \hat{M}_3$$

بر طبق مسئله هرون، باید بازتاب نقطه M را نسبت به AB یافته و به نقطه N وصل کنیم.

از آنجایی که $AM = BN = 45^\circ$ ، پس نقاط M و N به فاصله یکسان از قطر AB قرار دارند و دو مثلث OMH و ONH' همنهشت خواهند بود و نتیجه اینکه M' و N نسبت به مرکز دایره قریب‌ه‌یکدیگرند و برای اینکه محیط مثلث MNP کمترین مقدار باشد، باید P بر O یعنی مرکز دایره منطبق باشد و از آنجا که اندازه هر زاویه مرکزی برابر کمان مقابل به آن است، خواهیم داشت:

$$\hat{AOM} = \hat{BON} = 45^\circ \Rightarrow \hat{MON} = 90^\circ$$



$$S_{\Delta \text{ MON}} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$$
$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$
$$a^{\gamma} = b^{\gamma} + c^{\gamma} - \gamma bc \cdot \cos \hat{A} \quad , \quad b^{\gamma} = a^{\gamma} + c^{\gamma} - \gamma ac \cos \hat{B} \quad , \quad c^{\gamma} = a^{\gamma} + b^{\gamma} - \gamma ab \cos \hat{C}$$


$$\frac{BK}{\sin \hat{A}} = \frac{AB}{\sin (118.0^\circ - 6.0^\circ)} \Rightarrow \frac{2\sqrt{2}}{\sin \hat{A}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 4$$

$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{2}}{4} \xrightarrow{\text{حاصله } A} A = 45^\circ$$

$$\begin{aligned} \mathbf{BC}^{\mathbf{r}} &= \mathbf{AB}^{\mathbf{r}} + \mathbf{AC}^{\mathbf{r}} - \mathbf{r}(\mathbf{AB})(\mathbf{AC})\cos\mathbf{r}\Delta^{\circ} \\ \Rightarrow \mathbf{BC}^{\mathbf{r}} &= 1\mathbf{r} + 1\Delta^{\circ} - \mathbf{r}(\mathbf{r}\sqrt{\mathbf{r}})(\Delta\sqrt{\mathbf{r}})(\frac{\sqrt{\mathbf{r}}}{\mathbf{r}}) \\ \Rightarrow \mathbf{BC}^{\mathbf{r}} &= 1\mathbf{r}^2 - \mathbf{r}^{\circ} = 1\cdot\mathbf{r} \Rightarrow \mathbf{BC} = \sqrt{1\cdot\mathbf{r}} \end{aligned}$$

Diagram illustrating the exterior angle theorem. In triangle ABC , point D is on the base BC . The interior angle $\angle ABD$ is labeled α . The exterior angle $\angle ADC$ is labeled $180^\circ - \alpha$.

$$AB^{\text{٢}} \cdot DC + AC^{\text{٢}} \cdot DB = AD^{\text{٢}} \cdot BC + DB \cdot DC \cdot BC \quad (\text{قضيه استوارت})$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \text{ (دستور هرون)}$$

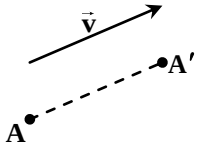
$$\Rightarrow S_{\triangle ABD} = \sqrt{\lambda \times (\lambda - f) \times (\lambda - d) \times (\lambda - v)} = \sqrt{\lambda \times f \times 3 \times 1} = f\sqrt{e}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۱)

۲۹- پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱: در مثلث متساوی الساقین، نیمساز، میانه و ارتفاع وارد بر قاعده بر هم منطبق اند.

نکته ۲: انتقال T تحت بردار $\vec{v}$ ، تبدیلی از صفحه است که در آن، تصویر هر نقطه A از صفحه P، نقطه‌ای مانند A' در همان صفحه است که $\overrightarrow{AA'} = \vec{v}$



نکته ۳: در هر انتقال، اندازه هر پاره خط و اندازه تصویر آن با هم برابرند.

با توجه به نکته ۱، در مثلث متساوی الساقین ABC، میانه AM ارتفاع هم هست. پس طول آن با استفاده از قضیه فیثاغورس برابر است با:

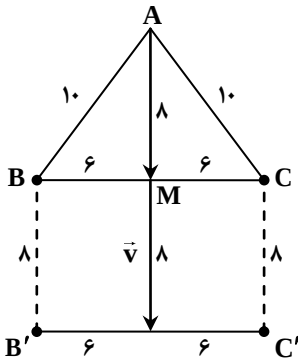
$$AM = \sqrt{AC^2 - MC^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$$

با توجه به نکات ۲ و ۳، چون $T(C) = C'$ و $T(B) = B'$ داریم:

$$B'C' = BC = 12, \quad BB' = CC' = AM = 8$$

بنابراین محیط چهارضلعی BCC'B' برابر است با:

$$BC + CC' + C'B' + B'B = 12 + 8 + 12 + 8 = 40$$

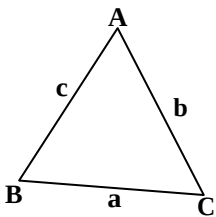


▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۳)

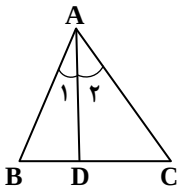
۳۰- پاسخ: گزینه ۱

نکته (قضیه کسینوس‌ها): در هر مثلث، مربع اندازه هر ضلع برابر است با مجموع مربع‌های اندازه‌های دو ضلع دیگر، منهای دو برابر حاصل ضرب اندازه آن دو ضلع در کسینوس زاویه بین آن‌ها:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}, \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}, \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$



نکته: در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های ضلع‌های آن زاویه تقسیم می‌کند.



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

نکته: در هر مثلث، مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه دو ضلع منهای حاصل ضرب اندازه دو قطعه‌ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می‌کند.

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$$

طبق نکات فوق، اندازه BD و AD را می‌یابیم.

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{8-BD} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2BD = 8-BD \Rightarrow BD = \frac{8}{3}$$

$$DC = 8 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$$

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC = 3 \times 6 - \frac{8}{3} \times \frac{16}{3} = \frac{18 \times 9 - 128}{9} = \frac{34}{9}$$

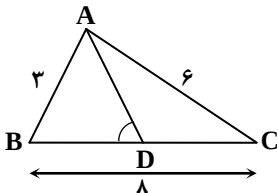
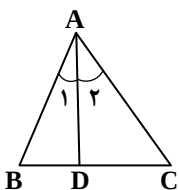
$$AD = \frac{1}{3} \sqrt{34}$$

حال در مثلث ABD قضیه کسینوس‌ها را می‌نویسیم.

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2AD \cdot BD \cdot \cos \hat{ADB}$$

$$9 = \frac{34}{9} + \frac{64}{9} - 2 \times \frac{\sqrt{34}}{3} \times \frac{8}{3} \cos \hat{ADB} \xrightarrow{\times 9} 81 = 34 + 64 - 16\sqrt{34} \cos \hat{ADB}$$

$$16\sqrt{34} \cos \hat{ADB} = 98 - 81 \Rightarrow \cos \hat{ADB} = \frac{17}{16\sqrt{34}}$$



۳۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۱)

نکته (فراوانی نسبی یک داده): با تقسیم فراوانی هر داده به تعداد کل داده‌ها، فراوانی نسبی آن داده به دست می‌آید. اگر فراوانی نسبی داده‌ها در ۱۰۰ ضرب شود، آنگاه درصد داده‌ها به دست می‌آید.
با توجه به نکته، داریم:

x_i	۳	۶	۹	۱۲	۱۵
f_i	۱۵	۱۳	۱۷	x	۱۲

$$\frac{x}{15+13+17+x+12} \times 100 = 24 \Rightarrow \frac{x}{x+57} \times 100 = 24 \Rightarrow 100x = 24x + 24 \times 57 \Rightarrow 76x = 24 \times 57 \Rightarrow x = \frac{24 \times 57}{76} = 18$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۲)

۳۲- پاسخ: گزینه ۴

نکته (میانگین یا متوسط داده‌ها): میانگین یا متوسط n داده $x_1, x_2, \dots, x_n$ را با نماد $\bar{x}$ نشان می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

با استفاده از نکته، داریم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \Rightarrow 5 / 5 = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} x_i = 5 / 5 \times 10 \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} x_i = 55$$

میانگین داده‌های جدید برابر است با:

$$\bar{x}' = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i + (-7 + 12)}{10 + 2} = \frac{55 + 5}{12} = \frac{60}{12} = 5$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

۳۳- پاسخ: گزینه ۳

نکته: اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشند، در این صورت داریم:

$$\text{الف) } A \times \emptyset = \emptyset \times A = \emptyset$$

$$\text{ب) } A \times B = B \times A \Rightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset \vee A = B$$

با توجه به نکته واضح است که باید $A = B$ باشد، یعنی:

$$\{10, y-4, z+2\} = \{8, -4, x-2\}$$

عضو $x-2$ از مجموعه B فقط می‌تواند با عضو ۱۰ از مجموعه A برابر باشد، پس:

$$x-2=10 \Rightarrow x=12$$

و در ادامه، دو حالت می‌تواند وجود داشته باشد:

$$\begin{aligned} 1) & \begin{cases} y-4=8 \Rightarrow y=12 \\ z+2=-4 \Rightarrow z=-6 \end{cases} \Rightarrow x+y-z=12+12+6=30 \\ 2) & \begin{cases} y-4=-4 \Rightarrow y=0 \\ z+2=8 \Rightarrow z=6 \end{cases} \Rightarrow x+y-z=12+0-6=6 \end{aligned}$$

و اختلاف این دو عدد برابر است با:

$$30-6=24$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۲)

۳۴- پاسخ: گزینه ۳

نکته: در فضای نمونه‌ای متناهی با احتمال غیر هم‌شانس اگر $S = \{s_1, \dots, s_n\}$ فضای نمونه‌ای و $A = \{a_1, \dots, a_k\}$ یک زیرمجموعه k عضوی می‌باشد.

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad (1)$$

$$P(S) = 1 \quad (2)$$

$$P(A) = P(a_1) + \dots + P(a_k) \quad (3)$$

با توجه به نکته، داریم:

$$\left. \begin{aligned} P(\{a,b,c\}) = \frac{4}{9} &\Rightarrow P(a) + P(b) + P(c) = \frac{4}{9} \\ P(\{c,d\}) = \frac{2}{3} &\Rightarrow P(c) + P(d) = \frac{2}{3} \\ P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 &\Rightarrow P(d) = \frac{5}{9} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(c) = \frac{2}{3} - \frac{5}{9} = \frac{1}{9}$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$P(\{a,b\}) = 1 - P(d) - P(c) = 1 - \frac{5}{9} - \frac{1}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

۳۵- پاسخ: گزینه ۳

نکته: هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب « $p \wedge q$ » که خوانده می‌شود « p و q » را «ترکیب عطفی» دو گزاره می‌گوییم. در اینجا به رابط منطقی « $\wedge$ » عاطف گفته می‌شود. ارزش ترکیب عطفی دو گزاره « $(p \wedge q)$ » فقط وقتی درست است که ارزش هر دو گزاره p و q درست باشد و در بقیه حالات ارزش $p \wedge q$ نادرست است.

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

نکته: هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب « $p \vee q$ یا q یا p » را که به صورت « $p \vee q$ » می‌نویسند، «ترکیب فصلی» دو گزاره می‌گوییم. در اینجا به رابط منطقی « $\vee$ » فاصل گفته می‌شود. ارزش ترکیب فصلی دو گزاره « $(p \vee q)$ » فقط وقتی نادرست است که ارزش هر دو گزاره p و q نادرست باشد و در بقیه حالات ارزش $p \vee q$ درست است.

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

نکته: جدول ارزش گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ به صورت زیر است:

(۱) هرگاه ارزش p (مقدم) نادرست باشد، آنگاه ارزش گزاره مرکب « $p \Rightarrow q$ » همواره درست است و ارزش آن به ارزش گزاره q بستگی ندارد.
(۲) ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ وقتی نادرست است که p درست و q نادرست باشد.

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

نکته: گزاره دو شرطی $p \Leftrightarrow q$ زمانی درست است که گزاره‌های p و q هم‌ارزش باشند. یعنی هر دو «درست» یا هر دو «نادرست» باشند.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

گزاره $p \wedge \sim r$ درست است، پس p درست و $\sim r$ نیز درست است و از آنجا نتیجه می‌شود که r نادرست است.

گزاره $p \vee q$ درست است، از آنجا که $\sim p$ نادرست است، پس q درست است.

اکنون هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱: $p \Rightarrow r \equiv T \Rightarrow F \equiv F$ ✗

گزینه ۲: $q \Rightarrow r \equiv T \Rightarrow F \equiv F$ ✗

گزینه ۳: $\sim p \Leftrightarrow r \equiv F \Leftrightarrow F \equiv T$ ✓

گزینه ۴: $\sim p \Leftrightarrow q \equiv F \Leftrightarrow T \equiv F$ ✗

پس گزینه ۳ پاسخ است.

۳۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۳)

نکته (انحراف معیار داده‌ها): اگر n داده از جامعه به صورت $x_1, x_2, \dots, x_n$ داشته باشیم، انحراف معیار آن‌ها را با نماد σ نشان می‌دهیم، که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

که در آن $x_i - \bar{x}$ را انحراف داده i ام از میانگین داده‌ها می‌گوییم.

نکته (ضرب تغییرات داده‌ها): معیاری است که از تقسیم انحراف معیار داده‌ها (σ) به میانگین داده‌ها ($\bar{x}$) به دست می‌آید و آن را با نماد CV نشان می‌دهند.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

ابتدا انحراف معیار ۱۴ داده اولیه را به دست می‌آوریم. مطابق فرض سؤال می‌توان نوشت:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 0.1/\sqrt{15} = \frac{\sigma}{10} \Rightarrow \sigma = \sqrt{15} \Rightarrow \sigma^2 = 15 \quad (*)$$

داده ۱۰ را به ۱۴ داده اضافه می‌کنیم. دقت کنید که اگر داده‌ای برابر میانگین تعدادی داده را به آن‌ها اضافه کنیم، مقدار میانگین تغییر نمی‌کند. پس با اضافه کردن داده ۱۰، میانگین تغییری نمی‌کند. از طرفی برای به دست آوردن انحراف معیار داده‌های جدید داریم:

$$\sigma_{\text{اولیه}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{14} (x_i - 10)^2}{14} \stackrel{(*)}{=} 15 \Rightarrow \sum_{i=1}^{14} (x_i - 10)^2 = 210$$

با اضافه شدن یک داده ۱۰، حاصل عبارت بالا تغییری نمی‌کند؛ زیرا $(10-10)^2 = 0$. بنابراین:

$$\sum_{i=1}^{15} (x_i - 10)^2 = 210 \Rightarrow \sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{15} (x_i - 10)^2}{15} = \frac{210}{15} = 14 \Rightarrow \sigma_{\text{جدید}} = \sqrt{14}$$

۳۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۴، درس ۲)

نکته: اگر نمونه‌ای تصادفی به اندازه n در اختیار داشته باشیم با اطمینان بیشتر از ۹۵٪ می‌توان گفت:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

که μ میانگین جامعه و σ انحراف معیار جامعه است.

ابتدا میانگین نمونه را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{1/5 + 2/5 + 1 + 2}{4} = 2, \quad \sigma = 1/5$$

بازه اطمینان ۹۵٪ برای میانگین حقوق کارمندان به صورت زیر است:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$2 - \frac{2 \times 1/5}{2} \leq \mu \leq 2 + \frac{2 \times 1/5}{2} \Rightarrow 0.5 \leq \mu \leq 3/5$$

۳۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

نکته: فرض کنید $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k)$$

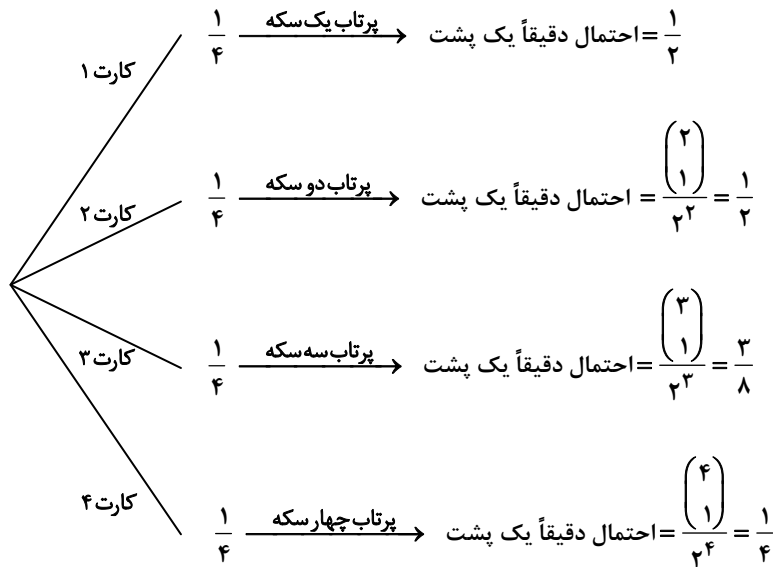
نکته: فرض کنید $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A و هر $i \leq n$ داریم:

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A | B_i)}{P(A)}$$

نکته: در پرتاب n سکه، احتمال اینکه k بار پشت (یا رو) بیاید برابر است با:

$$\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$$

با توجه به نکات و با استفاده از نمودار درختی، داریم:



حال طبق قاعدهٔ بیز داریم:

$$P(\text{سکه دقیقاً یک بار پشت بیاید} | \text{کارت شماره ۴}) = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{8} + \frac{1}{4})} = \frac{\frac{1}{16}}{1 + \frac{5}{8}} = \frac{2}{13}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۱)

۳۹- پاسخ: گزینه ۲

نکته: تعداد مضارب عدد طبیعی k در مجموعه $\{1, 2, \dots, n\}$ برابر است با: $\left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor$

نکته: برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

نکته: برای پیشامد دلخواه A داریم: $P(A') = 1 - P(A)$

A را پیشامد آنکه عدد انتخابی بر ۲ بخش پذیر باشد و B را پیشامد آنکه عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد در نظر می‌گیریم:

$$S = \{1, 2, \dots, 100\}, \quad n(A) = \left\lfloor \frac{100}{2} \right\rfloor = 50, \quad n(B) = \left\lfloor \frac{100}{3} \right\rfloor = 33$$

$A \cap B$ پیشامد آن است که عدد انتخابی بر ۶ بخش پذیر باشد.

$$n(A \cap B) = \left\lfloor \frac{100}{6} \right\rfloor = 16$$

حال $P(A \cup B)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{50}{100} + \frac{33}{100} - \frac{16}{100} = \frac{67}{100}$$

خواستهٔ سؤال $P(A' \cap B')$ است که داریم:

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{67}{100} = \frac{33}{100} = 0.33$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

۴۰- پاسخ: گزینه ۳

نکته: برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

نکته: برای پیشامد دلخواه A داریم: $P(A') = 1 - P(A)$

نکته: در صورتی که B پیشامدی باشد که $P(B) > 0$ ، برای هر پیشامد A ، «احتمال A به شرط رخ دادن B » (که آن را « P ی A به شرط B » نیز می خوانیم) به شکل زیر تعریف می شود:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

اگر احتمال تصادفات در طول روز را با $P(A)$ و احتمال تصادفات در درون شهر را با $P(B)$ نمایش دهیم، بدیهی است که احتمال تصادفات در طول شب و احتمال تصادفات در حومه شهر، به ترتیب، $P(A')$ و $P(B')$ خواهند بود. در این صورت، با توجه به اطلاعات مسئله، خواهیم داشت:

$$P(A) = 0/3 \text{ و } P(B|A) = 0/4, P(B|A') = 0/3 \Rightarrow P(A|B') = ?$$

با توجه به نکته، داریم:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow 0/4 = \frac{P(A \cap B)}{0/3} \Rightarrow P(A \cap B) = 0/12 \quad (*)$$

همچنین با توجه به نکات، داریم:

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} \Rightarrow 0/3 = \frac{P(B - A)}{1 - P(A)} \Rightarrow 0/3 = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - 0/3} \xrightarrow{(*)} 0/21 = P(B) - 0/12$$

$$\Rightarrow P(B) = 0/33 \quad (**)$$

با استفاده از رابطه های (*) و (**)، حاصل $P(A|B')$ را محاسبه می کنیم:

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A - B)}{1 - P(B)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - 0/33} = \frac{0/3 - 0/12}{0/67} = \frac{0/18}{0/67} = \frac{18}{67}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

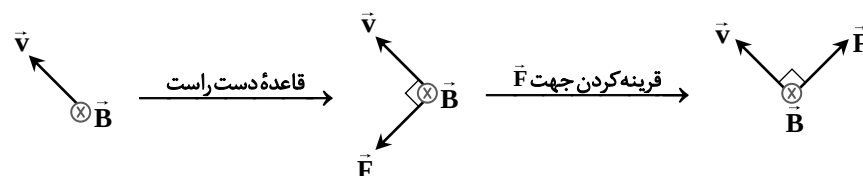
فیزیک



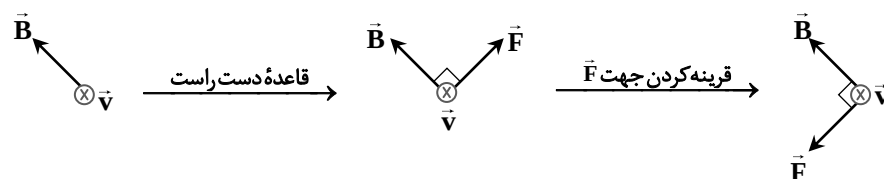
▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۴۱- پاسخ: گزینه ۳

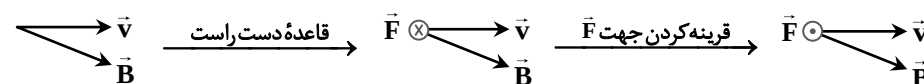
برای تعیین جهت نیروی وارد بر الکترون از قاعده دست راست استفاده می کنیم. البته چون الکترون بار منفی دارد، بعد از به دست آمدن جهت نیرو توسط دست راست، جهت به دست آمده را قرینه می کنیم. در شکل های زیر جهت درست نیروی وارد بر الکترون رسم شده است: گزینه ۱: نادرست؛



گزینه ۲: نادرست؛



گزینه ۳: درست؛



گزینه ۴: نادرست؛ چون $\vec{v}$ و $\vec{B}$ هم راستا هستند، به ذره باردار نیروی مغناطیسی وارد نمی شود ($\sin \theta = 0$).

نکته: در حالتی که بار منفی است، می توان از دست چپ استفاده کرد که در این صورت، جهت نیرو مستقیماً به دست می آید و دیگر نیازی به قرینه کردن نیست.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۴۲- پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{V}{I} \Rightarrow \text{ولت} = \text{آمپر} \times \text{اوم} \\ C &= \frac{Q}{V} \Rightarrow \text{کولن} = \text{فارداد} \times \text{ولت} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{ثانیه} = \frac{\text{کولن}}{\text{آمپر}} = \text{فارداد} \times \text{اوم}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۴۳- پاسخ: گزینه ۴

برای خاصیت آهنربایی هر ماده فرومغناطیسی مقدار اشباع یا بیشینه‌ای وجود دارد. این حالت مربوط به وقتی است که در اثر اعمال میدان مغناطیسی بسیار قوی درصد بالایی از حوزه‌ها (نه تمام آن‌ها) هم‌سو با یکدیگر و با میدان خارجی می‌شوند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۴- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به در اختیار داشتن بردار نیرو و بردار میدان الکتریکی از رابطه $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} -200\vec{i} + 300\vec{j} &= \frac{0/36\vec{i} - 0/54\vec{j}}{q_0} \Rightarrow q_0 = \frac{0/36\vec{i} - 0/54\vec{j}}{-200\vec{i} + 300\vec{j}} \\ \Rightarrow q_0 &= \frac{0/18(2\vec{i} - 3\vec{j})}{-100(2\vec{i} - 3\vec{j})} = -18 \times 10^{-9} \text{ C} = -1/8 \text{ nC} \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۵- پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} k \frac{q^2}{d^2 \times 10^{-6}} &= 0/1 \times 10^{-3} \text{ N} \\ k \frac{q^2}{(d+5)^2 \times 10^{-6}} &= 25 \times 10^{-6} \text{ N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{(d+5)^2}{d^2} = \frac{0/1 \times 10^{-3}}{25 \times 10^{-6}} = \frac{10^2}{25} = 4 \Rightarrow \frac{d+5}{d} = 2 \Rightarrow d+5 = 2d \Rightarrow d = 5 \text{ cm}$$

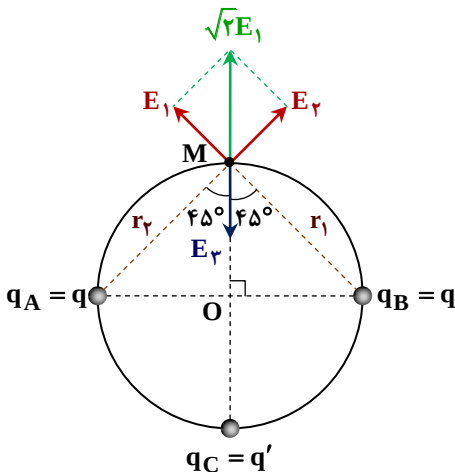
▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۶- پاسخ: گزینه ۱

مسئله را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول:

در نقاط A و B بار q و در نقطه C با q' قرار دارد و میدان الکتریکی برابرند در نقطه M برابر صفر است، بنابراین با توجه به شکل زیر و با فرض اینکه بار q مثبت باشد، داریم:



$$r_1 = r_2 = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$$

$$r_2 = \sqrt{2}a$$

$$E_1 = \frac{kq}{r_1^2} = \frac{kq}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{kq}{2a^2} \xrightarrow{E_1=E_2} E_{1,2} = \sqrt{2}E_1$$

$$E_2 = \frac{k|q'|}{r_2^2} = \frac{k|q'|}{(2a)^2} = \frac{k|q'|}{4a^2}$$

$$E_M = 0 \Rightarrow \sqrt{2}E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}kq}{2a^2} = \frac{k|q'|}{4a^2}$$

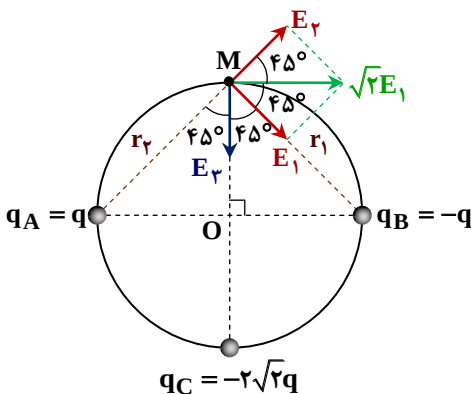
$$\Rightarrow |q'| = 2\sqrt{2}q \Rightarrow q' = -2\sqrt{2}q$$

در شکل بالا دقت کنید که دو بردار میدان الکتریکی E_1 در نقطه M بر هم عمودند و برآیند آن‌ها یعنی $\sqrt{2}E_1$ در راستای E_3 قرار دارد.

حالت دوم:

به جای بار q در نقطه B بار -q قرار گرفته است، در این حالت با توجه به

شکل زیر، داریم:



$$\begin{aligned} E'_M &= \sqrt{(\sqrt{2}E_1)^2 + E_2^2} = \sqrt{(\sqrt{2}E_1)^2 + (\sqrt{2}E_1)^2} = \sqrt{2E_1^2 + 2E_1^2} \\ &= \sqrt{4E_1^2} = 2E_1 = 2 \frac{kq}{2a^2} = \frac{kq}{a^2} = E \end{aligned}$$

در شکل بالا دقت کنید که دو بردار E_1 در نقطه M برهم عمودند و برآیند

آن‌ها یعنی $\sqrt{2}E_1$ بر بردار E_3 عمود است و به همین دلیل است که برای

محاسبه بردار میدان برآیند در نقطه M از رابطه فیثاغورس استفاده کردیم.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۷- پاسخ: گزینه ۳

$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow Q = \sigma A \Rightarrow ne = \sigma A \Rightarrow n = \frac{\sigma A}{e} = \frac{-8 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-4}}{-1/6 \times 10^{-19}} = 5 \times 10^9$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۸- پاسخ: گزینه ۲

طبق اطلاعات نمودار می توان نوشت:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} 9 \times 10^3 = 9 \times 10^9 \frac{|q|}{1^2} \Rightarrow |q| = 10^{-6} \text{ C} = 1 \mu\text{C} \\ 1 \times 10^3 = 9 \times 10^9 \frac{10^{-6}}{r^2} \Rightarrow r = 3 \text{ m} \end{cases}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۹- پاسخ: گزینه ۳

$$\Delta K = W_t = W_{\text{خارجی}} + W_E \Rightarrow \Delta K = W_{\text{خارجی}} - q\Delta V$$

$$\Rightarrow 8 = W_{\text{خارجی}} - (-3) \times (2 - (-2)) = W_{\text{خارجی}} + 12 \Rightarrow W_{\text{خارجی}} = -4 \mu\text{J}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۵۰- پاسخ: گزینه ۱

با اتصال نیم کره ها به کره، یک مجموعه رسانا خواهیم داشت. در یک رسانا، بار الکتریکی به سطح خارجی رسانا منتقل می شود؛ پس همه بارها به نیم کره ها انتقال می یابد. مجموع بار در نیم کره ها پس از تعادل برابر است با:

$$-Q + Q + Q = +Q$$

که این بار بین دو نیم کره به طور مساوی تقسیم می شود، پس بار کره صفر و بار هر نیم کره $\frac{Q}{2}$ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۵۱- پاسخ: گزینه ۴

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_1} = 200 \mu\text{J}$$

بار خازن جدا از مولد ثابت بوده و با بیرون کشیدن عایق، ظرفیت خازن $\frac{1}{4}$ برابر می شود:

$$C_2 = \frac{1}{4} C_1$$

$$U_2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_2} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{(\frac{1}{4} C_1)} = 4U_1 = 800 \mu\text{J}$$

$$W_{\text{ملاز}} = \Delta U \Rightarrow W_{\text{ملاز}} = 800 \mu\text{J} - 200 \mu\text{J} = 600 \mu\text{J}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۵۲- پاسخ: گزینه ۱

کار نیروی الکتریکی در جابه جایی بین دو نقطه به مسیر حرکت بستگی ندارد.

$$\tan 37^\circ = \frac{\sin 37^\circ}{\cos 37^\circ} = \frac{3}{4} = \frac{d_1}{20} \Rightarrow d_1 = 15 \text{ cm}$$

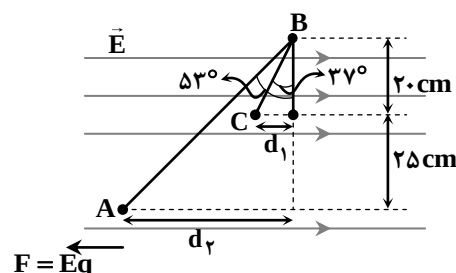
$$\tan 53^\circ = \frac{4}{3} = \frac{d_2}{45} \Rightarrow d_2 = 60 \text{ cm}$$

$$d_2 - d_1 = 60 - 15 = 45 \text{ cm}$$

$$W_E = |F| \times |d_2 - d_1| \times \cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow W_E = E|q|(d_2 - d_1) \times -1$$

$$W_E = 2 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-6} \times 45 \times 10^{-2} \times -1 = -0.18 \text{ J}$$



$$\Delta U = -W_E = +0.18 \text{ J}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۵۳- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به اتصال خازن به باتری، اختلاف پتانسیل خازن ثابت خواهد ماند.

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{d}{d+4} \Rightarrow d = 1 \text{ mm}$$

از طرفی خواهیم داشت:

$$C = \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d} : \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{20} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{1+4} \Rightarrow C_2 = 8 \mu\text{F}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۵۴- پاسخ: گزینه ۲

در مقاومت های نوری با افزایش شدت روشنایی، مقاومت الکتریکی کاهش می یابد و این وسیله در چشم های الکترونیکی، دزدگیرها، کنترل کننده های خودکار و چراغ های روشنایی خیابان ها استفاده می شوند. نوعی از این مقاومت ها از جنس نیم رسانای خالص مانند سیلیسیم هستند. لذا گزاره های «ب» و «پ» درست هستند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۵۵- پاسخ: گزینه ۱

مقاومت الکتریکی یک رسانا با مقاومت ویژه آن رابطه مستقیم دارد.

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha \Delta T) \Rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho_0} = \alpha \Delta T \Rightarrow 0.9 = 75\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{9 \times 10^{-2}}{75} = 1.2 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

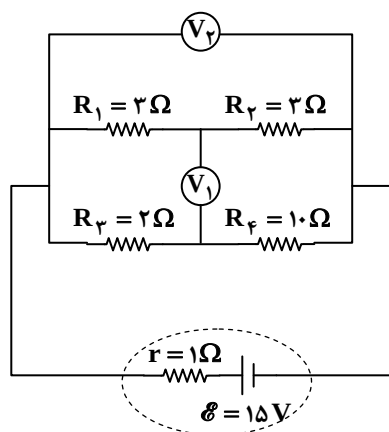
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۵۶- پاسخ: گزینه ۱

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = \frac{26}{1/8 \times 10^3} = 20 \text{ mA}$$

$$\left. \begin{aligned} R_{eq} &= R_1 + R_2 + R_3 = R + 2R + 2R = 6R \\ R_{eq} &= 1/8 \text{ k}\Omega \end{aligned} \right\} \Rightarrow R = 0.2 \text{ k}\Omega = 200 \Omega$$

$$P_2 = R_2 I^2 = 2 \times 200 \times (0.02)^2 = 0.16 \text{ W}$$



▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۵۷- پاسخ: گزینه ۳

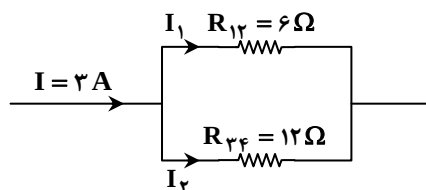
ابتدا مقاومت معادل مدار را محاسبه می‌کنیم.

مقاومت‌های R_1 و R_2 سری، مقاومت‌های R_3 و R_4 سری و مقاومت معادل آن‌ها با هم موازی است.

$$\left\{ \begin{aligned} R_1 + R_2 &= 3 + 3 = 6 \Omega \\ R_3 + R_4 &= 2 + 10 = 12 \Omega \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} \Rightarrow R_{eq} = 4 \Omega$$

اکنون جریان گذرنده از هر شاخه را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{15}{4 + 1} = 3 \text{ A}$$



$$V_{12} = V_{34} \Rightarrow R_{12} I_1 = R_{34} I_2 \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} 6 I_1 &= 12 I_2 \\ I_1 + I_2 &= 3 \text{ A} \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} I_1 &= 2 \text{ A} \\ I_2 &= 1 \text{ A} \end{aligned} \right.$$

برای محاسبه اختلاف پتانسیل‌ها به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$V_A + 3 \times 2 - 2 \times 1 = V_B$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = 4 \text{ V} \Rightarrow V_1 = 4 \text{ V}$$

$$V_M - 3 \times 2 - 3 \times 2 = V_N$$

$$\Rightarrow V_M - V_N = 12 \text{ V} \Rightarrow V_2 = 12 \text{ V}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{12}{4} = 3$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۵۸- پاسخ: گزینه ۳

$$\Delta q = ne \Rightarrow \Delta q = 15 \times 10^{18} \times 1.6 \times 10^{-19} = 2.4 \text{ C}$$

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{2.4}{120} = 0.02 \text{ A}$$

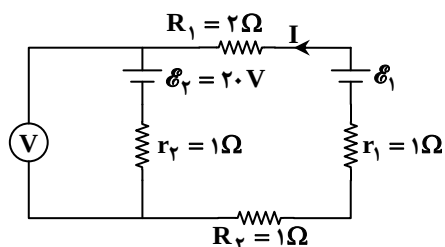
$$V = RI \Rightarrow 16 = R \times 0.02 \Rightarrow R = 800 \Omega$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۵۹- پاسخ: گزینه ۳

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۲) را نشان می‌دهد و چون جریان از قطب مثبت وارد باتری شده است، داریم:

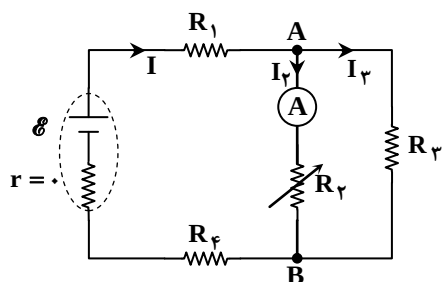
$$V = \mathcal{E}_2 + r_2 I \Rightarrow 22 = 20 + 1 \times I \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$



در این مدار باتری (۱) تولیدکننده انرژی و باتری (۲) و مقاومت‌های مدار نقش مصرف‌کننده دارند.

$$P_{\text{تولیدی}} = P_{R_1} + P_{\text{باتری}} + P_{R_2} + P_{r_1} = R_1 I^2 + VI + R_2 I^2 + r_1 I^2 \Rightarrow P_{\text{تولیدی}} = 2 \times 2^2 + 22 \times 2 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^2 = 60 \text{ W}$$

۶۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)



$$R_2 \downarrow \Rightarrow R_{\text{eq}} \downarrow \Rightarrow \uparrow I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{eq}} + r}$$

$$\uparrow I = I_2 + I_3$$

$$\mathcal{E} - IR_1 - V_{AB} - IR_2 = 0$$

$$\downarrow V_{AB} = \mathcal{E} - I \uparrow (R_1 + R_2) \Rightarrow \downarrow V_{AB} = \downarrow I_3 R_3$$

$$(\text{به اندازه ۲A}) \uparrow I = \uparrow I_2 + \downarrow I_3$$

$$\uparrow I_2 = \uparrow I - \downarrow I_3 \Rightarrow \uparrow I_2 \text{ (بیش از ۲ آمپر)}$$

۶۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

با کشیدن سیم حجم آن ثابت می‌ماند.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{\pi r_1^2}{\pi (\frac{1}{2} r_1)^2} = 4$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho \frac{L_2}{A_2}}{\rho \frac{L_1}{A_1}} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{L_2}{L_1} = 4 \times 4 = 16$$

۶۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$\begin{aligned} P = 0, I = 4 \text{ A} & \Rightarrow 4\mathcal{E} - 16r = 0 \Rightarrow \mathcal{E} = 4r \\ P = \mathcal{E}I - rI^2 & \Rightarrow 2\mathcal{E} - 4r = 12 \xrightarrow{\mathcal{E}=4r} 4r = 12 \Rightarrow r = 3\Omega \\ P = 12 \text{ W}, I = \frac{4}{2} = 2 \text{ A} & \Rightarrow \mathcal{E} = 12 \text{ V} \end{aligned}$$

توجه کنید: بیشترین حالت توان مصرفی در مقاومت R (توان مفید) در حالت $(R = r \text{ و } I = \frac{\mathcal{E}}{2r})$ است.

۶۳- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۳)

با توجه به جهت خطوط میدان مغناطیسی در اطراف هر سیم، مشخص می‌شود که جریان در سیم A رو به پایین و جریان در سیم B رو به بالا است و چون جریان دو سیم در خلاف هم است، لذا نیروی مغناطیسی بین آن دو رانشی است.

توضیح بیشتر اینکه در این شکل، خطوط میدان مغناطیسی برآیند دو سیم طوری است که گویا خطوط میدان مغناطیسی تک‌تک سیم‌ها یکدیگر را پس زده‌اند و این شبیه وضعیت خطوط میدان برآیند دو آهن‌ربا است که قطب‌های هم‌نام آن‌ها در مجاورت هم قرار گرفته‌اند. همان‌طور که نیروی مغناطیسی بین این دو آهن‌ربا دافعه است، می‌توان درک کرد که نیروی مغناطیسی بین دو سیم نیز دافعه خواهد بود.

۶۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

برای آنکه ذره منحرف نشود، باید اندازه نیروی الکتریکی وارد بر آن با اندازه نیروی مغناطیسی برابر باشد:

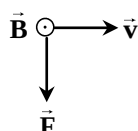
$$F_E = F_B \Rightarrow |q|E = |q|vB \sin 90^\circ \Rightarrow B = \frac{E}{v} = \frac{100}{2 \times 10^4} = 5 \times 10^{-4} \text{ T} = 50 \text{ G}$$

جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره به طرف بالا و در نتیجه جهت نیروی مغناطیسی وارد بر آن به طرف پایین است. بنا به قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی برون‌سو تعیین می‌شود.

۶۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

$$N = \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط هر حلقه}} = \frac{L}{2\pi R}$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} = \frac{\mu_0 LI}{4\pi R^2} \Rightarrow 240 \times 10^{-4} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 120 \times I}{4\pi \times 0.1^2} \Rightarrow I = 20 \text{ A}$$



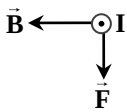
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۶۶- پاسخ: گزینه ۲

عدد نیروسنج پس از وصل کردن کلید ۲N کاهش یافته، پس به آهن ربا نیروی ۲N به سمت بالا وارد شده است. طبق قانون سوم نیوتون به سیم نیروی ۲N به سمت پایین وارد می شود.

با توجه به پایانه های باتری جریان در سیم از P به Q است. طبق قاعده دست راست، جهت میدان باید به سمت چپ باشد تا نیروی وارد بر سیم به سمت پایین شود؛ بنابراین X قطب S آهن ربا است.

اندازه نیروی وارد بر سیم را برابر ۲N قرار می دهیم تا بزرگی میدان مغناطیسی به دست بیاید.



$$F = BIl \sin \theta \Rightarrow 2 = B \times 2 \times 0.2 / \sin 90^\circ \Rightarrow B = 5T$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۶۷- پاسخ: گزینه ۳

اگر طول سیم را L و طول سیم لوله را l در نظر بگیریم، می توان نوشت:

$$L = N \times (\text{محیط هر حلقه}) = N(2\pi r)$$

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{N(2\pi r)}{\pi(\frac{d}{2})^2} = \frac{4N\rho r}{d^2}$$

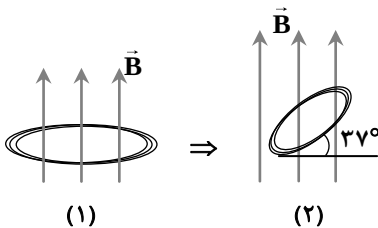
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}d^2}{4N\rho r} \text{ و } N = \frac{l}{d} \Rightarrow l = Nd$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} = \frac{\mu_0 N \mathcal{E} d^2}{(N \times d) 4N\rho r} = \frac{\mu_0 \mathcal{E} d}{4N\rho r}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۶۸- پاسخ: گزینه ۳

با توجه به شکل (۱)، زاویه بین بردار عمود بر صفحه و خطوط میدان مغناطیسی صفر است و در شکل (۲)، این زاویه برابر ۳۷° خواهد شد.



از رابطه شار مغناطیسی، برای ادامه حل استفاده می کنیم:

$$\Phi = BA \cos \theta$$

$$\Rightarrow \Delta \Phi = B_r A_r \cos \theta_r - B_l A_l \cos \theta_l = B(A_r \cos \theta_r - A_l \cos \theta_l)$$

می دانیم با نصف شدن قطر دایره، مساحت آن $\frac{1}{4}$ برابر می شود؛ بنابراین داریم:

$$A_r = \frac{1}{4} A_l = \frac{1}{4} \times 10 = 2.5 \text{ cm}^2$$

$$|\Delta \Phi| = 0.02 \left| 2.5 \times 10^{-4} \times \cos 37^\circ - 10 \times 10^{-4} \times \cos 0^\circ \right| \Rightarrow |\Delta \Phi| = 0.02 \left| 2 \times 10^{-4} - 10 \times 10^{-4} \right| = 16 \mu \text{Wb}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۶۹- پاسخ: گزینه ۱

$$L = \mu_0 \frac{AN^2}{l} = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{10 \times 10^{-4} \times 500^2}{3/14 \times 10^{-1}} = 1 \times 10^{-3} \text{ H} = 1 \text{ mH}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۴)

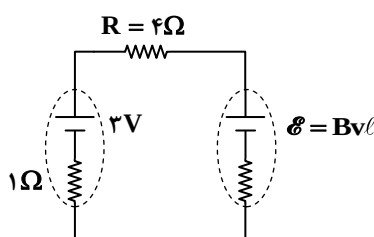
۷۰- پاسخ: گزینه ۴

برای صفر شدن جریان در مقاومت R باید یک نیروی محرکه القایی بین دو سر میله ایجاد شود که اندازه آن ۳ ولت باشد و سرهای $\oplus$ و $\ominus$ آن به صورت شکل روبه رو و در نتیجه جریان الکتریکی القایی به صورت پادساعتگرد باشد.

$$\mathcal{E} = Bv\ell \Rightarrow 3 = B \times 20 \times 0.6 \Rightarrow B = 0.25T$$

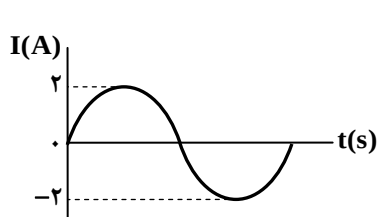
ضمناً با توجه به قانون لنز و در نظر داشتن اینکه مساحت قاب در حال زیاد شدن

است، جهت $\vec{B}$ درون سو به دست می آید. (X)



۷۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)



دوره، زمان یک بار چرخش پیچیده است: $\frac{50}{1} \mid \frac{1.0}{T} \Rightarrow T = \frac{1.0}{50} = \frac{1}{50} \text{ s}$

جریان بین $-2A$ تا $+2A$ تغییر می‌کند؛ به این ترتیب مانند شکل روبه‌رو بزرگی جریان بین صفر تا $2A$ تغییر می‌کند و بیشینه جریان $2A$ است.

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow I = 2 \sin \frac{2\pi}{1/50} t = 2 \sin 100\pi t$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۷۲- پاسخ: گزینه ۱

جهت میدان در هر دو حلقه درون سو است و با افزایش مقاومت R ، جریان الکتریکی و به دنبال آن میدان مغناطیسی و در نتیجه شار عبوری از حلقه کاهش می‌یابد؛ بنابراین طبق قانون لنز، در هر دو حلقه جریان ساعتگرد ایجاد می‌شود تا از کاهش شار جلوگیری کند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۷۳- پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{2} LI^2 \\ U_2 = \frac{1}{2} L \times (2I)^2 = 4U_1 \end{cases} \Rightarrow \Delta U = 4U_1 - U_1 = 3U_1 = 400 \text{ mJ} \Rightarrow U_1 = 50 \text{ mJ} \Rightarrow U_2 = 4U_1 = 400 \text{ mJ}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۷۴- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به توضیح مربوط به مبدل‌ها در متن کتاب درسی جملات «الف»، «ب» و «پ» نادرست و جمله «ت» درست است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۷۵- پاسخ: گزینه ۲

در مدت $t = 0$ تا $t = 1.0 \text{ s}$ میدان مغناطیسی B و در نتیجه شار $(\Phi = BA)$ به صورت خطی (تابع درجه ۱) زیاد می‌شوند؛ بنابراین در این مدت نیروی محرکه القایی ثابت است و مقدار متوسط و لحظه‌ای آن برابر می‌شود.

$$|\mathcal{E}_{av}| = \left| \frac{N\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = \left| \frac{N\Delta B}{\Delta t} \right| = \frac{200 \times 0.5 \times 0.5 \times 800 \times 10^{-4}}{1.0} = 50 \times 800 \times 10^{-5} = 0.4 \text{ V}$$

مقاومت الکتریکی دوره‌های سیم با یکدیگر سری هستند؛ پس مقاومت کل قاب می‌شود $200 \times 5 \text{ m}\Omega$.

$$I = \frac{\mathcal{E}_{av}}{R + r} = \frac{0.4}{4 + (200 \times 5 \times 10^{-3})} = \frac{0.4}{5} = 0.08 \text{ A} = 80 \text{ mA}$$

شیمی



۷۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۱)

رسانایی الکتریکی بالا و از دست دادن الکترون در واکنش با دیگر اتم‌ها از خصلت‌های فلزی است که دو فلز قلع (Sn) و سرب (Pb) در این گروه آن‌ها را دارا هستند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

۷۷- پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: فلزها عمدتاً در سمت چپ و مرکز جدول قرار دارند.

گزینه ۲: به طور مثال در گروه ۲ جدول دوره‌ای، همه عناصر فلز هستند.

گزینه ۳: خواص فیزیکی شبه فلزها بیشتر به فلزها شبیه بوده، در حالی که رفتار شیمیایی آن‌ها همانند نافلزها است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

۷۸- پاسخ: گزینه ۳

به جز عبارت «سوم»، بقیه عبارت‌ها درست هستند.

■ A فلزی فعال‌تر از B و E نافلزی فعال‌تر از F است؛ پس واکنش عناصر A و E شدیدتر از عناصر B و F است.

■ شعاع اتمی عناصر در جدول دوره‌ای از بالا به پایین و از راست به چپ افزایش می‌یابد، بنابراین:

$$A > B > {}_{13}\text{Al} : \text{شعاع اتمی}$$

■ عنصر G در گروه ۱۵ جدول دوره‌ای قرار دارد و آرایش الکترونی آن به $4s^2 4p^3$ ختم می‌شود؛ بنابراین یک زیرلایه نیمه‌پر دارد. آرایش

الکترونی اتم Cu به $3d^1 4s^1$ ختم می‌شود؛ بنابراین Cu نیز یک زیرلایه نیمه‌پر دارد.

■ در هر دوره، خاصیت نافلزی عنصر گروه ۱۷ از بقیه عناصر آن دوره بیشتر است.

۷۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱)

عنصر M، فلز آهن (Fe) با آرایش الکترونی روبه‌رو است:



گزینه ۱: فعالیت شیمیایی آن کم است.

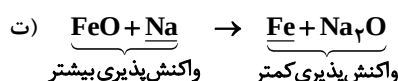
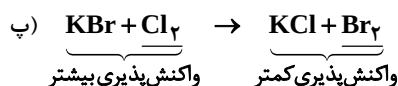
گزینه ۲: M فلزی متعلق به گروه ۸ و دوره ۴ جدول است.

گزینه ۳: در عنصر M، بیرونی‌ترین زیرلایه $4s^2$ است که دو الکترون دارد.

گزینه ۴: فلز آهن دارای دو اکسید طبیعی FeO و Fe_2O_3 است.

۸۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

در واکنش‌هایی که به‌طور طبیعی انجام می‌شوند، واکنش‌پذیری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کمتر است.



واکنش‌های «الف»، «ب» و «ث» به‌دلیل واکنش‌پذیری کمتر C و Cu نسبت به Na و Fe انجام نمی‌شوند.

۸۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

$$640 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{72 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \text{ خالص}}{100 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \text{ ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{2 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{22.4 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 201.6 \text{ L CO}_2$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 30 = \frac{x}{201.6 \text{ L CO}_2} \times 100 \Rightarrow x = 60.48 \text{ L CO}_2$$

۸۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳) و شیمی ۲ (فصل ۱)

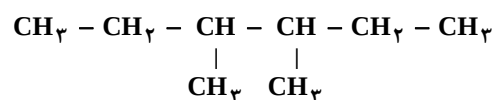
$$\text{Cl}_2 \text{ مقدار نظری} = 0.2 \text{ L HCl} \times \frac{1/5 \text{ mol HCl}}{1 \text{ L HCl}} \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{2 \text{ mol HCl}} \times \frac{71 \text{ g Cl}_2}{1 \text{ mol Cl}_2} \times \frac{1 \text{ L Cl}_2}{3 \text{ g Cl}_2} = \frac{71}{40} \text{ L}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی Cl}_2}{\text{مقدار نظری Cl}_2} \times 100 = \frac{1/42}{71/40} \times 100 = 80\%$$

۸۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

عبارت‌های «دوم» و «سوم» درست هستند.

فرمول ساختاری این ترکیب به‌صورت زیر است.

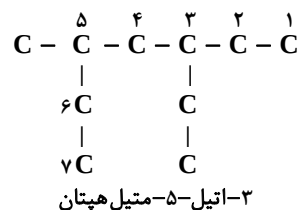


بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «اول»: فرمول مولکولی آن C_8H_{18} است.

عبارت «چهارم»: یک هیدروکربن سیرشده ناقطبی و نامحلول در آب است.

۸۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)



۸۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

عبارت‌های «اول»، «دوم» و «چهارم» درست هستند.

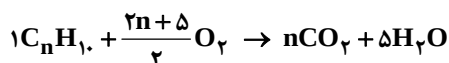
بررسی عبارت‌های «سوم» و «چهارم»:

عبارت «سوم»: ۲- بوتن یک آلکن سیرنشده با فرمول C_4H_8 است.

عبارت «چهارم»: آلکن‌ها و سیکلو آلکان‌های هم‌کربن، فرمول مولکولی یکسانی (C_nH_{2n}) دارند.

۸۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱)



$$1mol C_nH_{10} \times \frac{\frac{2n+5}{2}mol O_2}{1mol C_nH_{10}} \times \frac{32g O_2}{1mol O_2} = 272g O_2 \Rightarrow n=6 \Rightarrow C_6H_{14}: \text{فرمول هیدروکربن}$$

الف) این ترکیب نسبت به آلکان هم کربن خود (C_6H_{14})، ۴ اتم هیدروژن کمتر دارد که می تواند به علت یک پیوند سه گانه ($C \equiv C$) یا دو پیوند دوگانه ($C = C$) باشد.

ب) تعداد پیوند ($C-H$) برابر با اتم های H یعنی ۱۰ است.

$$C_6H_{14}: \text{تعداد کل پیوندها در } C_6H_{14} = \frac{(6 \times 4) + (10 \times 1)}{2} = 17$$

$$\frac{10}{17} < \frac{6}{10}$$

پ) به ازای سوختن کامل ۱ مول از C_6H_{14} ، ۶ مول CO_2 و ۵ مول H_2O یعنی در مجموع ۱۱ مول فراورده، تولید می شود؛ بنابراین به ازای

سوختن کامل ۵/۰ مول از آن، $\frac{11}{5} = 2.2$ مول فراورده تولید خواهد شد.

ت) یک مول از این ترکیب با ۲ مول H_2 به طور کامل سیر می شود.

۸۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

$$126kJ = 126000J = 3000 \times 4 / 2 \times 10 = 3000 \times 4 / 2 \times 10 = 126000J = 126kJ$$

$$2000g = 2000mL \times 1g/mL = 2000mL \times 1g/mL = 2000g$$

$$48kJ = 48000J = 2000 \times 2 / 4 \times 10 = 48000J = 48kJ$$

$$174kJ = 126 + 48 = 174kJ$$

۸۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

فقط عبارت «الف» درست است.

ب) در هر دو آلوتروپ، درصد جرمی کربن ۱۰۰ است.

پ) تبدیل الماس به گرافیت با آزاد شدن انرژی همراه است.

ت) گرافیت پایدارتر از الماس است.

۸۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

$$N_2: \text{گرماى آزادشده به ازای تولید ۱ گرم } N_2 = 1g N_2 \times \frac{1mol N_2}{28g N_2} \times \frac{1mol O_2}{2mol N_2} \times \frac{32g O_2}{1mol O_2} \times \frac{7/5kJ}{1g O_2} = 4/3kJ$$

به علت اینکه ضریب O_2 در معادله این واکنش برابر با ۱ است، گرماى آزادشده به ازای تولید ۱ مول O_2 با قدرمطلق ΔH این واکنش برابر

$$\text{است؛ بنابراین: } 1mol O_2 \times \frac{32g O_2}{1mol O_2} \times \frac{7/5kJ}{1g O_2} = 24kJ$$

با توجه به اینکه این واکنش گرماده است، ΔH آن -240 کیلوژول می باشد.

۹۰- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

ابتدا باید با استفاده از قانون هس، آنتالپی واکنش را محاسبه کنیم. آنتالپی این واکنش از رابطه زیر محاسبه می شود:

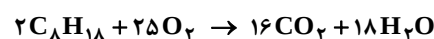
$$\Delta H_{\text{واکنش}} = -9\Delta H_1 + \Delta H_2 + 2\Delta H_3 + 4\Delta H_4 = -9(-285) + (-140) + 2(-220) + 4(-620) = -1015kJ$$

سپس مقدار نظری گرماى واکنش را محاسبه می کنیم:

$$1015kJ = 34g NH_3 \times \frac{1mol NH_3}{17g NH_3} \times \frac{1015kJ}{2mol NH_3}$$

$$\text{بازده درصدی واکنش} = \frac{\text{مقدار عملی گرماى واکنش}}{\text{مقدار نظری گرماى واکنش}} \times 100 = \frac{609}{1015} \times 100 = 60$$

۹۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)



$$4/56LC_8H_{18} \times \frac{1000mLC_8H_{18}}{1LC_8H_{18}} \times \frac{0/8gC_8H_{18}}{1mLC_8H_{18}} \times \frac{1mol C_8H_{18}}{114gC_8H_{18}} \times \frac{25mol O_2}{2mol C_8H_{18}} \times \frac{22/4LO_2}{1mol O_2} \times \frac{100L \text{ هوا}}{20LO_2} = 44800L \text{ هوا}$$

$$4/56LC_8H_{18} \times \frac{1000mLC_8H_{18}}{1LC_8H_{18}} \times \frac{0/8gC_8H_{18}}{1mLC_8H_{18}} \times \frac{1mol C_8H_{18}}{114gC_8H_{18}} \times \frac{5450kJ}{1mol C_8H_{18}} = 174400kJ$$

۹۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

نام ترکیب آلی ردیف (I)، ۲- هیتانول است.

نام ترکیب آلی ردیف (II)، بنزوئیک اسید است و موجب افزایش زمان ماندگاری کنسروها می‌باشد.

۹۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

موارد «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) CO و NO دو گاز آلاینده هوا که هستند که از آگروز خودروها وارد هوا کرده می‌شوند.

ب) هیدروژن پراکسید (H₂O₂) با نام تجاری آب اکسیژنه را نمی‌توان از واکنش مستقیم گازهای H₂ و O₂ به دست آورد.

۹۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۲)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: پاشیدن گرد آهن بر روی شعله، به دلیل افزایش سطح تماس سبب سوختن آن می‌شود.

گزینه ۳: واکنش سوختن قند آغشته به خاک باغچه نسبتاً سریع است؛ زیرا در خاک باغچه کاتالیزگر مناسب برای این واکنش وجود دارد.

گزینه ۴: سدیم و پتاسیم در شرایط یکسان، با آب سرد به سرعت واکنش می‌دهند.

۹۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

$$\bar{R}_{\text{(واکنش)}} = 0.02 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1} \Rightarrow \bar{R}_{\text{(H}_2\text{O)}} = 2 \times 0.02 = 0.04 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$0.04 = \frac{\text{تعداد مول های آب}}{120 \text{ s}} \Rightarrow \text{تعداد مول های آب} = 0.04 \times 120 = 4.8 \text{ mol}$$

$$\text{جرم آب} = 4.8 \text{ mol} \times \frac{18 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 86.4 \text{ g}$$

۹۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

چون نمودار «مول- زمان» داده شده صعودی است، پس مربوط به یکی از فراورده‌ها است. با توجه به گزینه‌ها می‌تواند مربوط به گاز NO باشد.

$$\text{زمان} = 10 \text{ min} = 600 \text{ s}$$

$$\text{تعداد مول NO تولیدی در زمان مورد نظر} = 3x - 2x = 1x$$

$$\bar{R}_{\text{(NO)}} = \frac{x \text{ mol}}{600 \text{ s}} = \frac{x}{1200} \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

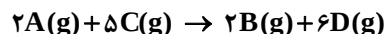
۹۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

راه حل اول:

$$\bar{R}_{\text{(واکنش)}} = \frac{\bar{R}_{\text{(ماده)}}}{\text{ضریب ماده}} \quad \text{با توجه به اینکه ابتدا تساوی را در } \frac{1}{2} \text{ ضرب می‌کنیم:}$$

$$\frac{-\Delta[A]}{2\Delta t} = \frac{\Delta[B]}{2\Delta t} = \frac{-\Delta[C]}{5\Delta t} = \frac{\Delta[D]}{6\Delta t}$$

با توجه به رابطه به دست آمده، معادله موازنه شده واکنش به صورت روبه‌رو است:



در یک بازه زمانی مشخص، تغییرات مول یا تغییرات حجم مواد اولیه و فراورده‌ها، متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها در معادله موازنه شده است.

$$\frac{\Delta V(D)}{\Delta V(C)} = \frac{6}{5} = 1.2$$

راه حل دوم:

$$\frac{6}{5} \text{ یا } 1.2$$

$$-\frac{2\Delta[C]}{5\Delta t} = \frac{\Delta[D]}{3\Delta t} \Rightarrow -\frac{6\Delta[C]}{5\Delta t} = \frac{\Delta[D]}{\Delta t}$$

۹۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

از آغاز واکنش تا پایان دقیقه بیستم، غلظت مولی NO₂ مجموعاً ۱/۷ مول بر لیتر کاهش یافته و به ۱/۸ مول بر لیتر رسیده است (۱/۸ = ۳/۶ - ۱/۷ = ۳/۶ - ۱/۷ = ۱/۸).

چون ضریب NO و NO₂ در واکنش برابر است، بنابراین غلظت مولی NO در پایان دقیقه بیستم برابر با ۱/۷ و تعداد مول آن

$$= \frac{3}{4} = 1.75 \text{ mol}$$

چون ضریب O_2 در واکنش نصف NO است، پس تعداد مول‌های آن $\frac{3/4}{2} = 1/4$ می‌باشد.

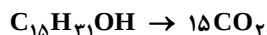
$$\text{مجموع مقدار مول گازها در پایان دقیقه بیستم} = 3/6 + 3/4 + 1/4 = 8/4$$

۹۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۳)

نمودار انحلال پذیری الکل‌های یک‌عاملی در آب، نزولی و نمودار انحلال پذیری آلکان‌های راست‌زنجیر در آب، تقریباً به صورت یک خط راست با شیب صفر است. الکل‌های دارای ۱ تا ۳ کربن، به هر نسبت در آب حل می‌شوند و انحلال پذیری آن‌ها در آب، مقدار معینی ندارد؛ بنابراین گزینه ۱ نادرست است.

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

می‌دانیم که اتانول در آب حل می‌شود، ولی یک الکل ۱۵ کربنه در آب حل نمی‌شود.



$$33/6 L CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22/4 L CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } C_{15}H_{31}OH}{15 \text{ mol } CO_2} \times \frac{228 g C_{15}H_{31}OH}{1 \text{ mol } C_{15}H_{31}OH} = 22/8 g C_{15}H_{31}OH$$

$$\text{جرم اتانول} = 114/8 - 22/8 = 92 g$$

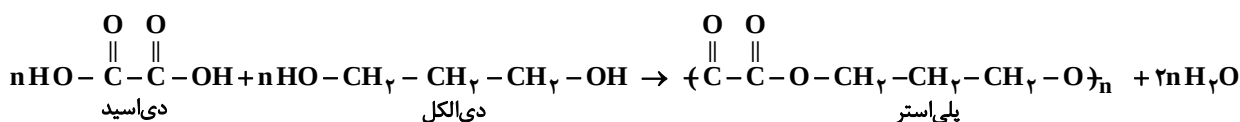
۱۰۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۳)

فرمول کلی دی‌اسیدها $C_nH_{2n-2}O_4$ می‌باشد؛ بنابراین جرم مولی آن‌ها $14n + 62$ است.

$$14n + 62 = 90 \Rightarrow n = 2$$

فرمول کلی دی‌الکل‌ها $C_nH_{2n+2}O_2$ می‌باشد؛ بنابراین جرم مولی آن‌ها $14n + 34$ است.

$$14n + 34 = 76 \Rightarrow n = 3$$



۱۰۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۳)

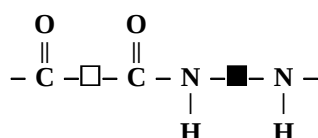
تنها عبارت «پ» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) بوی ماهی به دلیل وجود متیل آمین در آن است.

(ب) اسید و الکل سازنده آن، بوتانوئیک اسید و متانول است.

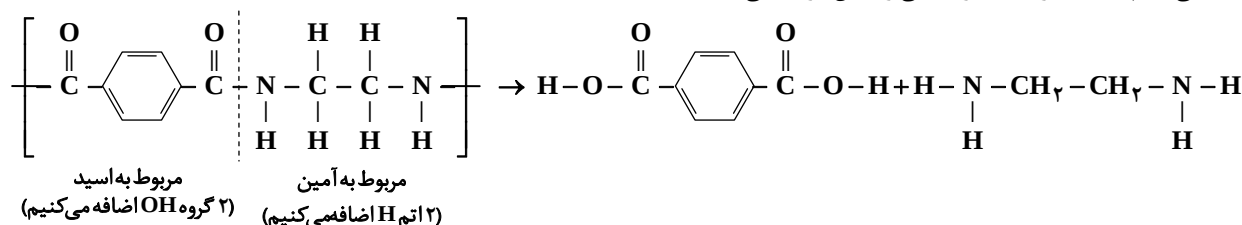
(ت) واحد تکرارشونده پلی‌آمیدها به صورت زیر است.



۱۰۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

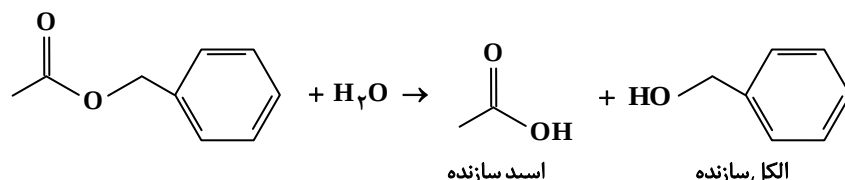
از واکنش n مولکول کربوکسیلیک اسید دو عاملی و n مولکول آمین دو عاملی، پلی‌آمید تولید می‌شود.

ابتدا در ساختار پلی‌آمید، قسمت‌های اسیدی و آمینی را شناسایی می‌کنیم و به قسمت اسیدی، دو گروه OH و به قسمت آمینی، دو اتم H اضافه می‌کنیم تا ساختار اسید دو عاملی و آمین دو عاملی به دست آید.

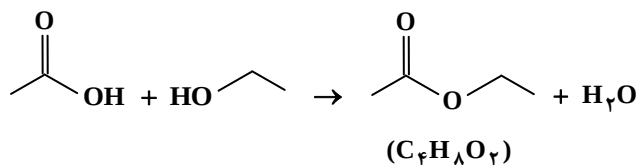


۱۰۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

(ب) الکل سازنده استر داده شده، مانند بنزوئیک اسید دارای ۷ اتم کربن است.



(پ)

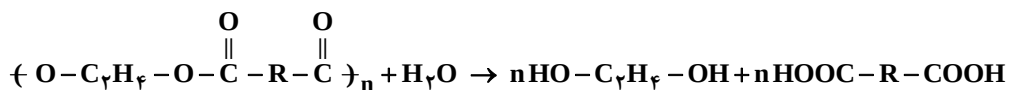


بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) اسید آلی سازنده استر داده شده، اتانویک اسید است که دومین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها به شمار می آید.
ت) نقطه جوش اتانویک اسید از نقطه جوش استر هم کربن آن بیشتر است؛ زیرا اتانویک اسید دارای پیوند O-H است و می تواند پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۳)

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۲



جرم مولی پلی استر = (R + ۱۱۶) × n

جرم مولی دی اسید = R + ۹۰

$$19/2 \text{ g پلی استر} \times \frac{1 \text{ mol پلی استر}}{(R + 116) \times n \text{ g پلی استر}} \times \frac{n \text{ mol دی اسید}}{1 \text{ mol پلی استر}} \times \frac{(R + 90) \text{ g دی اسید}}{1 \text{ mol دی اسید}} = 16/6 \text{ g دی اسید} \Rightarrow R = 76$$

در بین گزینه های داده شده، فقط در گزینه ۲، جرم مولی گروه R (حلقه بنزن متصل به دو گروه کربوکسیل) برابر با ۷۶ گرم بر مول است.