

آزمون آزمایشی ۲۱ فروردین ۱۴۰۵

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

A

دفترچه شماره ۱

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۷۰ دقیقه	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات
مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۴۰		

دفترچه پاسخ تشریحی



داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینۀ دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند و ... با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

پاسخ تشریحی تصویری



۱- اگر $A = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{6+3\sqrt{3}} - \sqrt{6-3\sqrt{3}}}$ باشد، حاصل $A + \sqrt{A}$ کدام است؟

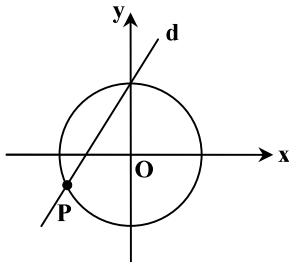
$$\sqrt{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{3} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۲- نقطه P مطابق شکل زیر، روی دایره مثلثاتی قرار دارد. اگر شیب خط d برابر $\frac{3}{4}$ باشد، مجموع مختصات نقطه P کدام است؟



$$-\frac{17}{13} \quad (1)$$

$$-\frac{7}{5} \quad (2)$$

$$-\frac{5}{13} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{5} \quad (4)$$

۳- در یک دنباله هندسی با قدرنسبت مثبت، جمله سوم از جمله اول، ۲۰ واحد کمتر و از جمله پنجم، ۴۵ واحد بیشتر است. واسطه حسابی جملات دوم و چهارم این دنباله کدام است؟

$$-34 \quad (4)$$

$$-37 \quad (3)$$

$$-39 \quad (2)$$

$$-36 \quad (1)$$

۴- نمودار سهمی $y = 2x^2 - mx + m - 2$ محورهای مختصات را در نقاط A، B و C قطع می‌کند. اگر مثلث ABC در ربع اول بوده و مساحت آن برابر $\frac{3}{4}$ باشد، مقدار m کدام است؟

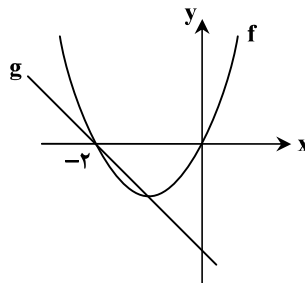
$$4 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

۵- در شکل زیر، خط g از رأس سهمی f عبور می‌کند. اگر تابع $y = xg(x) + af(x)$ ثابت باشد، مقدار a کدام است؟



$$1 \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

۶- اگر $3^a = 6$ و $\log_3 b = \frac{3}{2}(2-a)$ باشد، مقدار $\log_3 (8b^2 + 5)$ کدام است؟

$$6 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات:

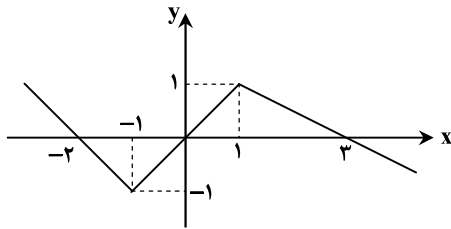
۷- اگر α زاویه‌ای حاده به گونه‌ای باشد که $\sin(\alpha + 20^\circ) + \cos(70^\circ - \alpha) = \frac{6}{5}$ ، حاصل $\sin(250^\circ - \alpha)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $-\frac{4}{5}$ (۳) $-\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۸- با فرض $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5 \cos \alpha}}$ ، مقدار $\cos 4\alpha$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{5}$ (۲) $-\frac{8}{25}$ (۳) $-\frac{4}{5}$ (۴) $-\frac{6}{25}$

۹- نمودار تابع f به صورت زیر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{f(x)+1}{x+1} + \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-f(x)}{x-1}$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۱۰- اگر a و b ریشه‌های معادله $2x^2 + ax + 4b + 3 = 0$ باشند، حاصل $\frac{a^2}{b}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

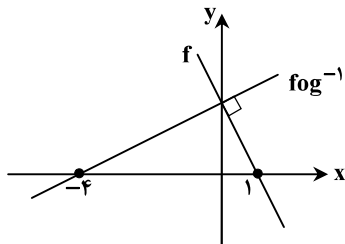
۱۱- اگر α و β ریشه‌های معادله $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-1} = \sqrt{5x}$ باشند، حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟

- (۱) $2/5$ (۲) $1/25$ (۳) $1/75$ (۴) $2/75$

۱۲- اگر $A(-2, 2)$ و $C(2, 0)$ دو رأس مقابل از مربع $ABCD$ باشند، حاصل ضرب مختصات رأس B کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) -1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) -4

۱۳- در شکل زیر، نمودار f و $f \circ g^{-1}$ رسم شده است. مقدار $(f^{-1} \circ g)(2)$ کدام است؟



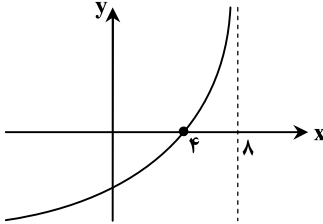
- (۱) 3 (۲) 4 (۳) 5 (۴) 6

محل انجام محاسبات:

۱۴- اگر ضابطه تابع وارون پذیر f به صورت $f(x) = x^3 - 2(x^2 - x + 1)$ بوده و $f \circ f(a)$ برابر a باشد، مقدار $f(a+2)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱۳ (۳) ۲۸ (۴) ۳۸

۱۵- اگر نمودار تابع $f(x) = a - \log_7(bx + c)$ به صورت روبه‌رو باشد، حاصل $f^{-1}(-3)$ کدام است؟



(۱) -۱۲

(۲) -۱۶

(۳) -۲۰

(۴) -۲۴

۱۶- اگر $\frac{\sin \alpha + \sin 2\alpha}{\cos \alpha - \cos 2\alpha} = 3$ و α حاده باشد، مقدار $\sin \alpha - \cos \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $-\frac{3}{5}$ (۴) $-\frac{1}{5}$

۱۷- اگر $f(x) = (x^2 - 1)[-3x]$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1+f(x)}{x-1+f(-x)}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{5}{7}$ (۳) $-\frac{7}{6}$ (۴) ۱

۱۸- n یک عدد طبیعی به گونه‌ای است که تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + \frac{1}{x} & |x| \geq n \\ x + b & |x| < n \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. مقدار $\frac{na}{b}$ کدام است؟ ($b \neq 0$)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) -۱

۱۹- فرض کنید α و β صفرهای تابع $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ به گونه‌ای باشند که $\alpha + \beta = \frac{-3}{2}$ و $\alpha\beta = -1$. ریشه‌های کدام معادله

زیر $a+b$ و $a-b$ است؟

(۱) $x^2 + 2x - 24 = 0$

(۳) $x^2 + 4x - 12 = 0$

۲۰- مجموعه جواب نامعادله $|x-2| + mx \leq x^2$ به صورت $[-\alpha, \alpha]$ است. حاصل $\alpha^2 + m^2$ کدام است؟ ($0 < \alpha < 2$, $m < 0$)

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات:

۲۱- می‌خواهیم متوازی‌الاضلاعی به طول قطرهای a و $2a + 5$ و طول یک ضلع ۵ رسم کنیم. اگر a عددی صحیح باشد، مجموع مقادیر ممکن

برای a کدام است؟

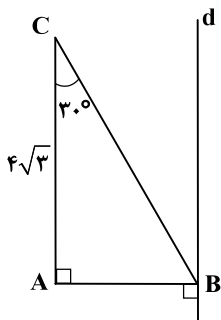
۹ (۲)

۸ (۱)

۱۰ (۴)

۶ (۳)

۲۲- در شکل زیر، اگر مثلث ABC را حول خط d دوران دهیم، حجم جسم حاصل چقدر است؟



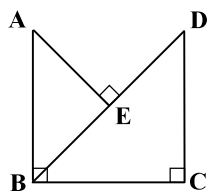
$\frac{64\pi}{3}$ (۱)

$\frac{64\pi\sqrt{3}}{3}$ (۲)

$\frac{128\pi}{3}$ (۳)

$\frac{128\pi\sqrt{3}}{3}$ (۴)

۲۳- در شکل زیر، اگر $BC = 2BE$ و $AE \times DC = 18$ باشد، اندازه BC کدام است؟



۶ (۱)

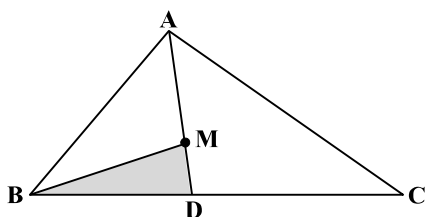
۹ (۲)

$3\sqrt{2}$ (۳)

$2\sqrt{6}$ (۴)

۲۴- در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A در مثلث ABC است. $AB = 6$ ، $AC = 8$ و M نقطه‌ای روی AD است به طوری که $AM = 2MD$ ،

مساحت مثلث BMD چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



$\frac{3}{7}$ (۱)

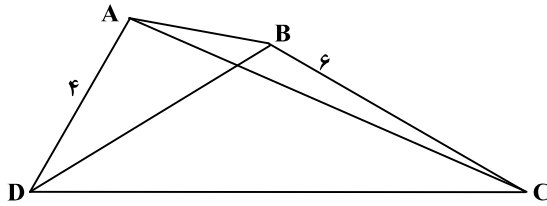
$\frac{1}{14}$ (۲)

$\frac{1}{7}$ (۳)

$\frac{5}{14}$ (۴)

محل انجام محاسبات:

۲۵- در چهارضلعی ABCD، امتداد اضلاع AD و BC بر هم عمودند. اگر در این چهارضلعی وسطهای دو قطر و وسطهای AB و CD را به طور متوالی به هم وصل کنیم، مساحت شکل حاصل کدام است؟



(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۱۲

۲۶- دو خط عمود بر هم D_1 و D_2 مفروض اند. نقطه دلخواه M از صفحه را ابتدا نسبت به D_1 بازتاب نموده و سپس تصویر را نسبت به خط D_2 بازتاب می‌کنیم تا به نقطه M' برسیم. با چه تبدیلی مستقیماً می‌توان از M به M' رسید؟

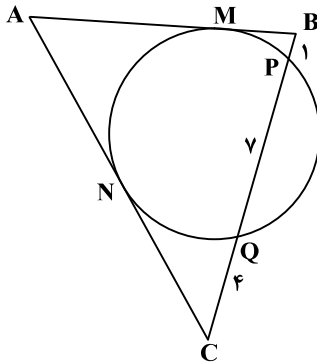
(۱) انتقال یا دوران

(۲) تجانس یا دوران

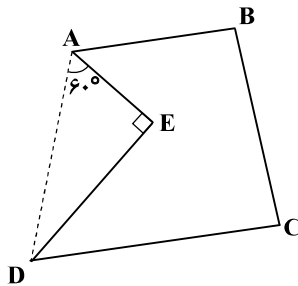
(۳) دوران یا بازتاب

(۴) انتقال یا تجانس

۲۷- در شکل زیر، AB و AC بر دایره در نقاط M و N مماس هستند. با توجه به اندازه‌های روی شکل، حاصل $|AC - AB|$ کدام است؟

(۱) $2(\sqrt{7} - \sqrt{2})$ (۲) $2(\sqrt{10} - \sqrt{3})$ (۳) $2(\sqrt{11} - \sqrt{2})$ (۴) $2(\sqrt{13} - \sqrt{3})$

۲۸- در شکل زیر، بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع چندضلعی ABCDE، می‌توان مساحت آن را به اندازه $12\sqrt{3}$ واحد افزایش داد. شعاع دایره محیطی مثلث ADE چقدر است؟

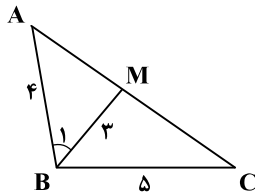
(۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$

(۳) ۴

(۴) ۶

محل انجام محاسبات:

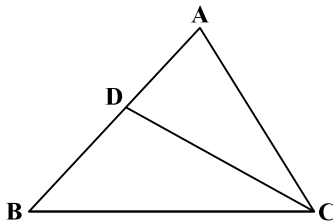
۲۹- در مثلث ABC زیر، اگر M وسط AC باشد، با توجه به اندازه‌های روی شکل، حاصل $\cos \hat{B}_1$ کدام است؟



$$(1) \frac{7}{16} \quad (2) \frac{9}{25}$$

$$(3) \frac{9}{16} \quad (4) \frac{7}{25}$$

۳۰- در مثلث ABC زیر، اگر CD نیمساز زاویه C و $AC = 6$ ، $AB = 7$ و $BC = 8$ باشد، شعاع دایره محاطی داخلی مثلث BCD چقدر است؟



$$(1) \frac{\sqrt{15}}{3}$$

$$(2) \frac{\sqrt{15}}{6}$$

$$(3) \frac{\sqrt{21}}{3}$$

$$(4) \frac{\sqrt{21}}{6}$$

مرحله ۱۲ | داوطلب ریاضی | ریاضیات

ریاضی: فصل‌های ۶ و ۷ (ص ۱۱۸ تا ۱۷۰)
محدوده: آمار و احتمال: کل کتاب (ص ۱ تا ۱۳۱)

۳۱- با حروف کلمه «جهانگردی» چند کلمه ۸ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها حروف کلمه «جهان» چهار حرف اول باشند؟

$$(1) 448 \quad (2) 144 \quad (3) 24 \quad (4) 576$$

۳۲- بازه‌های $A = [3a^2 - 1, 5]$ و $B = (2a, 6]$ مفروض‌اند. اگر مجموعه $A - B$ مجموعه‌ای متناهی و غیرتهی باشد، بازه $[4a, -9a]$ شامل

چند عدد صحیح است؟ ($a < 0$)

$$(1) 3 \quad (2) 4 \quad (3) 5 \quad (4) 2$$

۳۳- تعداد دندان‌های معیوب ۵ دانش‌آموز انتخاب شده از یک کلاس به ترتیب ۵، ۲، ۲، ۰ و ۳ است. برآورد نقطه‌ای میانگین تعداد دندان‌های معیوب دانش‌آموزان کلاس کدام است؟

$$(1) 2/5 \quad (2) 2/4 \quad (3) 2/6 \quad (4) 2/7$$

۳۴- اگر مجموعه $D = \{n \in \mathbb{W} \mid 3^n < 81\}$ دامنه متغیر باشد، ارزش کدام گزاره سوری نادرست است؟

$$(1) \forall x \in D; x^3 \geq 0 \quad (2) \exists x \in D; x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(3) \exists x \in D; x^3 + 9x^2 - 10 = 0 \quad (4) \forall x \in D; x^4 > x^3$$

۳۵- مجموعه‌های $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x-1| < 3\}$ و $B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{8}{x+1} \in \mathbb{N}\right\}$ مفروض‌اند. بیشترین فاصله بین دو نقطه از نمودار $B \times A$ کدام است؟

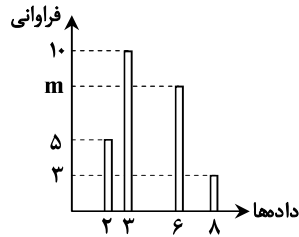
$$(1) 2\sqrt{17} \quad (2) 2\sqrt{13} \quad (3) 2\sqrt{15} \quad (4) 2\sqrt{19}$$

محل انجام محاسبات:

۳۶- سه فرد a, b و c در یک مسابقه شرکت می کنند. احتمال برنده شدن a دو برابر احتمال برنده شدن b و احتمال باخت b سه برابر احتمال برد c است. احتمال آنکه a برنده نشود، چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۳۷- با توجه به نمودار میله ای زیر، میانگین داده ها برابر $\frac{56}{13}$ می باشد. اگر اختلاف میانه و مد



برابر a و فراوانی نسبی داده $x = 6$ برابر b باشد، حاصل $b - a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{13}$ (۲) $-\frac{9}{13}$ (۳) $\frac{5}{13}$ (۴) $-\frac{7}{13}$

۳۸- روی یک تاس اعداد ۱, ۱, ۲, ۲, ۳, ۳, ۴, ۴ حک شده است، اگر این تاس را دو بار پرتاب کنیم، احتمال آنکه مجموع اعداد رو شده زوج باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{5}{36}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{5}{18}$

۳۹- هر کدام از ۱۰ داده آماری را دو برابر کرده و از هر کدام ۳ واحد کم می کنیم. اگر ضریب تغییرات داده های جدید $\frac{4}{3}$ ضریب تغییرات داده های

اولیه باشد، مجموع ۱۰ داده اولیه چقدر است؟

- (۱) ۷۰ (۲) ۴۰ (۳) ۶۰ (۴) ۵۰

۴۰- یک فرزند از خانواده ای با ۵ فرزند به طور تصادفی انتخاب می کنیم. اگر این فرزند ۲ برادر بزرگ تر از خود داشته باشد، چقدر احتمال دارد که

فرزند انتخاب شده، فرزند چهارم خانواده باشد؟

- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{5}{8}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{3}{8}$

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۵ گروه علوم ریاضی

مدیر گروه	عنوان درس	مستول درس	طراحان	دستیار مستول درس
سید امیر محمد سید شاکری	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- وحید جعفری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی- فرهاد فرزانی- سعید اکبرزاده	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی- سعید اکبرزاده- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد حسین کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی منصور داودوندی- جمال خم خاجی	ساناز دریکوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم پور- مهرداد ملاصالحی- سید صمد صفوی حسین شرانلو- رضا بخشیان- محمدرضا پورجاوید- یاسر راش	حنانه شریف خطیبی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمد هاشمی

آزمون آزمایشی ۲۱ فروردین ۱۴۰۵

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

A

دفترچه شماره ۲

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۴۵ دقیقه	۷۵	۴۱	۳۵	فیزیک
۳۰ دقیقه	۱۰۵	۷۶	۳۰	شیمی
مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۶۵		

دفترچه پاسخ تشریحی



داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند و ... با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

پاسخ تشریحی تصویری



۴۱- یکای فرعی گرمای ویژه برحسب یکاهای اصلی دستگاه SI کدام است؟

(۱) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}}$ (۲) $\frac{\text{m}^2}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$ (۳) $\frac{\text{m}^2}{\text{K} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{kg}}$ (۴) $\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}}$

۴۲- قطر خارجی و داخلی یک لوله فلزی به ترتیب ۱۲ cm و ۸ cm و جرم آن ۲۴۰ کیلوگرم است. طول این لوله چند متر است؟

($\rho = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\pi = 3$)

(۱) ۲/۵ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۸

۴۳- دقت اندازه گیری توسط یک خط کش با درجه بندی میلی متری، چند سانتی متر است؟

(۱) ۰/۱ (۲) ۰/۰۵ (۳) ۰/۰۱ (۴) ۰/۵

۴۴- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست بیان شده است؟

- (الف) با کشش سطحی می توان توضیح داد که چرا قطره آبی که آزادانه سقوط می کند تقریباً کروی است.
(ب) جیوه، سطح شیشه ای تمیز که روی آن قرار می گیرد را تر نمی کند.
(پ) افزایش دما، نیروی هم چسبی مولکول های مایع را کاهش می دهد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۴۵- ظرف مقابل حاوی آب است و پیستون با جرم m و سطح مقطع $A = 100 \text{ mm}^2$ مانع بالا رفتن آب در لوله سمت راست شده است. بزرگی نیرویی که پیستون بر آب وارد می کند،

چند نیوتون است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $P_0 = 1.05 \text{ Pa}$ ، $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و اصطکاک پیستون

با بدنه داخلی لوله ناچیز است.)

(۱) ۰/۶

(۲) ۶

(۳) ۱/۰۶

(۴) ۱۰/۶

۴۶- دو بارومتر که یکی حاوی جیوه با چگالی $13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و دیگری حاوی مایعی با چگالی $3/4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است، روی سطح زمین قرار دارند.

چنانچه هر دو بارومتر را تا ارتفاع برابر از سطح زمین بالا ببریم، از هر دو بارومتر حجم یکسانی از ستون مایع درون آن ها کاهش می یابد. اگر قطر مقطع بارومتر جیوه ای ۸ mm باشد، قطر مقطع بارومتر دیگر چند میلی متر است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۴۷- کار انجام شده توسط نیروی $F = 40 \text{ N}$ روی یک جسم، در جابه جایی $d = 10 \text{ m}$ برابر با -200 J است. زاویه بین نیرو با جابه جایی چند درجه است؟

(۱) ۳۰ (۲) ۶۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۵۰

۴۸- در شکل روبه رو، پدر با نیروی F_1 و پسر با نیروی F_2 جعبه ای به جرم 400 kg را روی سطح افقی حرکت می دهند و نیروی اصطکاک

$f_k = 135 \text{ N}$ هم بر جعبه وارد می شود. اگر تندى جعبه در ابتدا $0/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، تندى آن پس از جابه جایی افقی $d = 2 \text{ m}$ روی سطح چند

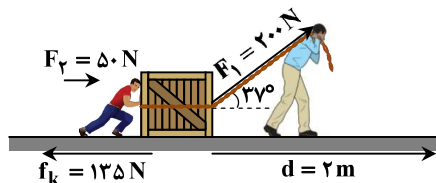
متر بر ثانیه است؟ ($\cos 37^\circ = 0/8$)

(۱) ۱

(۲) ۱/۲

(۳) ۱/۵

(۴) ۲



محل انجام محاسبات:



۴۹- موتورسواری به جرم کل 200 kg از لبه یک بلندی با تندی v_0 پرشی مطابق شکل از ارتفاع h_1 تا h_2 انجام می‌دهد. اگر تندی موتورسوار در این پرش $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ افزایش یابد، تندی اولیه آن (v_0) چند متر بر ثانیه است؟ (کار نیروی مقاومت هوا روی موتورسوار در این پرش $22/5 \text{ kJ}$ و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است.)

(۱) ۵ (۲) ۱۰

(۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۵۰- در چه دمایی، مقدار عددی دما در مقیاس فارنهایت، $2/8$ برابر مقدار عددی دما در مقیاس سلسیوس است؟

(۱) -32°C (۲) $-89/6^\circ\text{C}$ (۳) 32°F (۴) $89/6^\circ\text{F}$

۵۱- طول دو میله فلزی A و B در دمای 0°C یکسان و برابر با ۱ متر است. در چه دمایی برحسب درجه سلسیوس، طول یکی از میله‌ها ۲ میلی‌متر از دیگری بیشتر است؟ ($\alpha_A = 10 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$ و $\alpha_B = 12 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$)

(۱) ۱۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱۰۰۰ (۴) ۲۰۰۰

۵۲- به درون یک ظرف با ظرفیت گرمایی $840 \frac{\text{J}}{\text{K}}$ و دمای θ_1 ، 50 گرم آب با دمای 60°C و 252 گرم اتانول با دمای 20°C می‌ریزیم. پس از

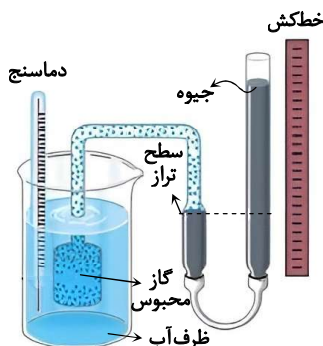
تبادل گرمایی، دمای مجموعه به 40°C می‌رسد. θ_1 چند درجه سلسیوس است؟ (اتلاف گرمایی صورت نمی‌گیرد، $c = 2/5 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}$ و $c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}$)

(۱) ۳۵ (۲) ۴۵ (۳) ۵۰ (۴) ۵۵

۵۳- وقتی بخار آب روی سطح شیشه به مایع تبدیل می‌شود، گرما می‌شود و وقتی آب در یخ‌ساز به یخ تبدیل می‌شود، گرما می‌شود. جاهای خالی به ترتیب با کدام گزینه به درستی کامل می‌شود؟

(۱) به شیشه داده- از آب گرفته (۲) به شیشه داده- به آب منتقل
(۳) از شیشه گرفته- از آب گرفته (۴) از شیشه گرفته- به آب منتقل

۵۴- در شکل زیر، دمای آب ظرف را تغییر می‌دهیم و سپس با بالا یا پایین آوردن لوله محتوی جیوه، سطح تراز جیوه را ثابت نگه می‌داریم تا اینکه حجم گاز محبوس ثابت بماند. اگر دمای اولیه آب (= دمای گاز محبوس) 17°C باشد، خطکش اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه را 25 cm نشان می‌دهد. حال اگر دمای آب (= دمای گاز محبوس) را به 75°C برسانیم، خطکش اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه را چند سانتی‌متر نشان می‌دهد؟ ($P_0 = 75 \text{ cmHg}$)



(۱) ۱۲

(۲) ۱۵

(۳) ۴۵

(۴) ۴۸

محل انجام محاسبات:

۵۵- فشار یک گاز آرمانی 400 kPa و حجم آن 10 L است. اگر در فشار ثابت، دمای گاز برحسب کلوین را 20% درصد افزایش دهیم، کاری که گاز روی محیط انجام می‌دهد، چند ژول است؟

- (۱) 800 (۲) 3200 (۳) -800 (۴) -3200

۵۶- یک ماشین گرمایی در هر چرخه 8000 J گرما به منبع دما پائین می‌دهد و 4000 ژول کار انجام می‌دهد. اگر گرمای حاصل از هر گرم سوخت $5 \times 10^4 \text{ J}$ باشد، ماشین گرمایی چند کیلوگرم سوخت باید مصرف کند تا 60 MJ کار انجام دهد؟

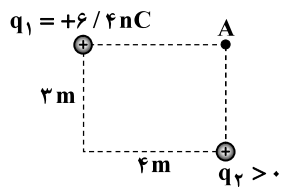
- (۱) $0/9$ (۲) $1/8$ (۳) $2/7$ (۴) $3/6$

۵۷- دو ذره باردار با بارهای q_1 و q_2 که $q_2 = 2q_1$ است، از فاصله 1 متر یکدیگر را با نیرویی به اندازه F می‌رانند. اگر $1/25 \times 10^{14}$ الکترون از ذره با بار q_1 بگیریم، دو ذره در فاصله 1 متر از یکدیگر، با همان نیروی F یکدیگر را می‌ربایند. نیروی F چند نیوتون است؟

$$\left(e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C} \text{ و } k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \right)$$

- (۱) $0/9$ (۲) $1/8$ (۳) 9 (۴) 18

۵۸- دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 مطابق شکل در دو گوشه مستطیل قرار دارند و میدان الکتریکی خالص آن‌ها در گوشه A در راستای قطر مستطیل است. بزرگی میدان الکتریکی خالص در رأس A چند نیوتون بر کولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2})$



- (۱) $4/5$

- (۲) $5/4$

- (۳) 9

- (۴) $10/8$

۵۹- پتانسیل الکتریکی نقاط A و B به ترتیب برابر $V_A = 12 \text{ V}$ و $V_B = 18 \text{ V}$ است. کار نیروی الکتریکی در انتقال بار نقطه‌ای $q = -4 \text{ mC}$ از نقطه A به نقطه B چند میلی‌ژول است؟

- (۱) -24 (۲) $1/5$ (۳) 24 (۴) $-1/5$

۶۰- یک خازن تخت با ظرفیت $20 \mu\text{F}$ را که بین صفحه‌های آن هوا است، توسط یک باتری با اختلاف پتانسیل 100 V شارژ نموده و آن را از باتری جدا می‌کنیم. سپس فاصله صفحه‌های خازن را 4 mm افزایش می‌دهیم. در این حالت دو صفحه خازن را به یک لامپ وصل می‌کنیم. خازن در مدت $0/005 \text{ s}$ با توان 25 W به‌طور کامل تخلیه می‌شود. فاصله صفحه‌های خازن در ابتدا چند میلی‌متر بوده است؟

- (۱) $0/8$ (۲) $1/2$ (۳) $1/6$ (۴) 2

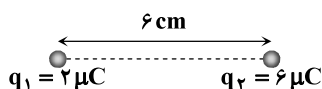
۶۱- در شکل مقابل، در چه نقطه‌ای روی خط واصل دو بار الکتریکی نقطه‌ای، میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 هم‌جهت و سه برابر میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 است؟

- (۱) خارج از دو بار و در فاصله 3 سانتی‌متری از بار q_2

- (۲) خارج از دو بار و در فاصله 9 سانتی‌متری از بار q_2

- (۳) بین دو بار در فاصله 4 سانتی‌متری از بار q_2

- (۴) بین دو بار در فاصله 3 سانتی‌متری از بار q_2



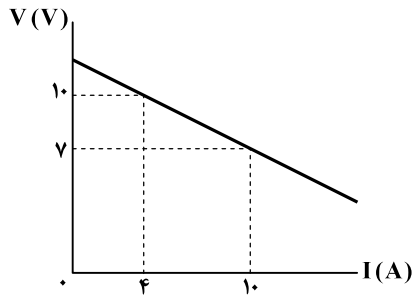
۶۲- طول یک سیم گرماده (المنت) 50 m و سطح مقطع آن 2 mm^2 است. مقاومت این سیم در دمای صفر درجه سلسیوس $0/5 \Omega$ است.

$$\left(\alpha = 4 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{K}} \right) \text{ مقاومت ویژه این سیم در چه دمایی برحسب درجه سلسیوس } 2/4 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \text{ خواهد بود؟}$$

- (۱) 300 (۲) 500 (۳) 600 (۴) 800

محل انجام محاسبات:

۶۳- نمودار اختلاف پتانسیل دو سر یک مولد بر حسب جریان عبوری از آن مطابق شکل است. اگر مقاومت $3/5$ اهمی را به دو سر این مولد ببندیم، اختلاف پتانسیل دو سر آن چند ولت می‌شود؟

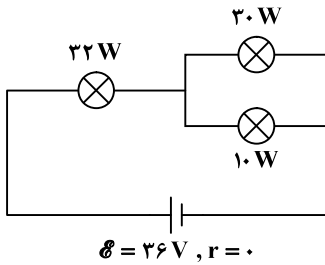
(۱) $6/5$

(۲) ۸

(۳) $10/5$

(۴) ۱۲

۶۴- سه لامپ در مداري مانند شکل مقابل قرار دارند و توانی که در این مدار مصرف می‌کنند، روی آن‌ها نوشته شده است. مقاومت لامپی که کمترین مقدار مقاومت را دارد، چند اهم است؟

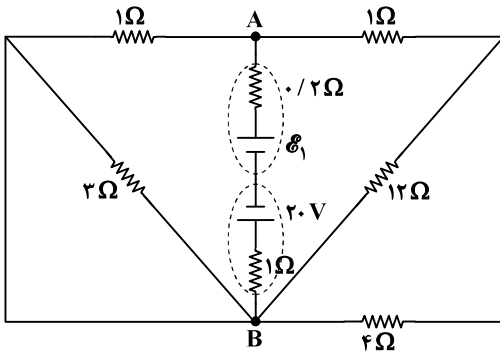
(۱) $2/5$

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۸

۶۵- در مدار شکل زیر $V_A - V_B = 12/8V$ است. نیروی محرکه $\mathcal{E}_1$ چند ولت است؟



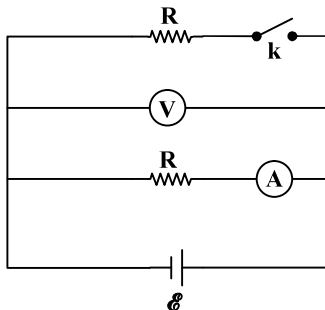
(۱) ۴۱

(۲) ۴۵

(۳) ۴۸

(۴) ۵۲

۶۶- با بستن کلید k در مدار شکل مقابل، عدد ولت‌سنج و آمپرسنج به ترتیب چگونه تغییر می‌کند؟ (ولت‌سنج، آمپرسنج و منبع، همگی آرمانی هستند.)



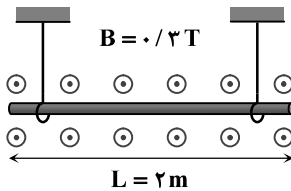
(۱) ثابت می‌ماند - کاهش می‌یابد.

(۲) کاهش می‌یابد - ثابت می‌ماند.

(۳) ثابت می‌ماند - ثابت می‌ماند.

(۴) کاهش می‌یابد - کاهش می‌یابد.

محل انجام محاسبات:



۶۷- در شکل مقابل، یک میله فلزی به جرم ۶۰۰ گرم و طول ۲ متر به طور افقی از دو نخ سبک و مشابه آویزان شده و در میدان مغناطیسی یکنواخت و برون سوی $\vec{B}$ به بزرگی ۰/۳ تسلا در حال تعادل قرار دارد. اگر از میله جریان الکتریکی ۵ آمپر از چپ به راست عبور کند،

بزرگی نیروی کشش هر نخ چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۱) ۱/۵ (۲) ۳

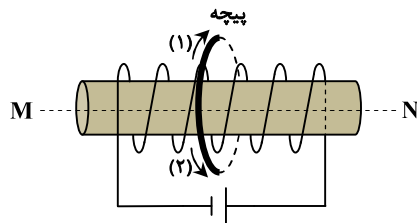
(۳) ۴/۵ (۴) ۶

۶۸- از سیم‌لوله‌ای آرمانی شامل ۲۰۰ دور سیم، جریان ۳ آمپر می‌گذرد. اگر بزرگی میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله $1/6\pi$ میلی‌تسلا باشد،

طول سیم‌لوله چند سانتی‌متر است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$)

(۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۳۰

۶۹- یک سیم‌لوله و یک پیچه با تعداد حلقه برابر مطابق شکل طوری قرار دارند که محور آن‌ها منطبق بر یکدیگر است (خط چین MN از مرکز پیچه و سیم‌لوله می‌گذرد). از پیچه جریان ۲۰ A و از سیم‌لوله جریان ۲۴ A می‌گذرد و میدان مغناطیسی خالص در مرکز پیچه صفر است. طول سیم‌لوله چند برابر قطر پیچه است و جهت جریان در پیچه به کدام سو است؟



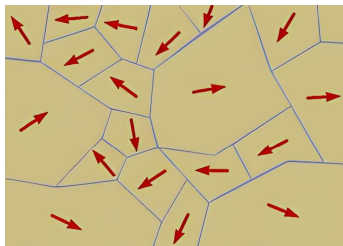
(۱) ۲/۴ ، جهت (۱)

(۲) ۲/۴ ، جهت (۲)

(۳) ۱/۲ ، جهت (۱)

(۴) ۱/۲ ، جهت (۲)

۷۰- شکل زیر، دو قطبی‌های مغناطیسی یک ماده را در را در میدان مغناطیسی خارجی نشان می‌دهد. جاهای خالی با کدام گزینه به درستی کامل می‌شود؟



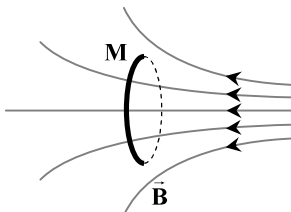
(۱) پارامغناطیسی - نبود

(۲) پارامغناطیسی - حضور

(۳) فرومغناطیسی - نبود

(۴) فرومغناطیسی - حضور

۷۱- در شکل زیر، پیچه M شامل ۲۰۰ حلقه درون میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در راستای میدان در حرکت است. اگر در لحظه $t_1 = 1s$ شار مغناطیسی عبوری از پیچه $0.2 Wb$ و در لحظه $t_2 = 1/4s$ شار مغناطیسی عبوری از پیچه $0.1 Wb$ باشد، نیروی محرکه القایی متوسط در آن چند ولت و جهت جریان در آن کدام است؟



(۱) ۵۰ و (۲) ۵۰ و

(۳) ۴۰ و (۴) ۴۰ و

محل انجام محاسبات:

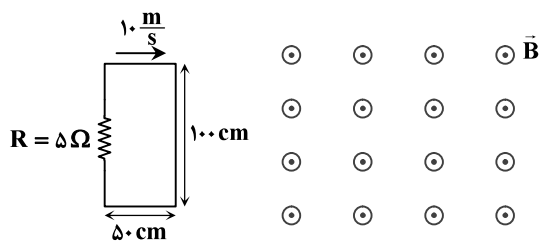
۷۲- از یک القاگر آرمانی به ضریب القاوری L جریان I عبور می‌کند و بزرگی میدان مغناطیسی درون آن B است. اگر آن را درست از وسط به دو نیمه با طول یکسان تقسیم کنیم و از یکی از نیمه‌ها همان جریان I را عبور دهیم، ضریب القاوری و بزرگی میدان مغناطیسی درون آن کدام است؟ (حلقه‌های القاگر کنار هم و در تمام طول آن به‌طور یکنواخت پیچیده شده است.)

(۱) $\frac{B}{2}$ و $\frac{L}{2}$ (۲) B و $\frac{L}{2}$ (۳) $\frac{B}{2}$ و L (۴) B و L

۷۳- از یک القاگر آرمانی به ضریب القاوری 0.4 H جریان متناوب به معادله $I = 20 \sin 24\pi t$ در SI عبور می‌کند. انرژی مغناطیسی القاگر در لحظه $t = \frac{1}{9} \text{ s}$ زول است و در این لحظه القاگر در حال انرژی است.

(۱) تخلیه، 60 (۲) انباشت، 60 (۳) تخلیه، 6 (۴) انباشت، 6

۷۴- در شکل زیر، در مدتی که حلقه رسانا با تندی ثابت $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به درون میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 1/6 \text{ T}$ وارد می‌شود، انرژی الکتریکی که در مقاومت $R = 5 \Omega$ مصرف می‌شود، چند ژول و جهت جریان در مقاومت کدام است؟ (مقاومت سیم‌های حلقه ناچیز فرض شود.)



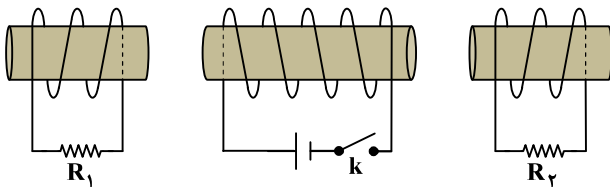
(۱) $2/56$ و رو به بالا

(۲) $2/56$ و رو به پایین

(۳) $1/28$ و رو به بالا

(۴) $1/28$ و رو به پایین

۷۵- در لحظه وصل کلید k در مدار شکل مقابل، جهت جریان القایی در مقاومت‌های R_1 و R_2 به ترتیب از راست به چپ به کدام سمت است؟



(۱) راست، راست

(۲) چپ، چپ

(۳) راست، چپ

(۴) چپ، راست

مرحله ۱۲ | داوطلب ریاضی | شیمی

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

شیمی ۱: کل کتاب (ص ۱ تا ۱۲۲)
محدوده:
شیمی ۲: کل کتاب (ص ۱ تا ۱۲۳)

۷۶- در بین عبارات‌های زیر کدام عبارت‌ها درست هستند؟

(الف) خواص شیمیایی اتم‌های هر عنصر به عدد اتمی آن وابسته است.

(ب) در بین ایزوتوپ‌های پرتوزای هیدروژن، ^3H دومین جایگاه از جهت پایداری را دارد.

(پ) در بین ایزوتوپ‌های Mg و Li ایزوتوپ‌های سنگین‌تر پایداری بیشتری دارند.

(ت) بخش عمده ^{99}Tc تولیدشده در جهان به‌طور مصنوعی تهیه می‌شود.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف»، «ب» و «پ»

(۳) «ب»، «پ» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

محل انجام محاسبات:

۷۷- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) طول موج نور نشر شده به دلیل انتقال الکترون از $n = 7$ به $n = 3$ بیشتر از طول موج مربوط به انتقال الکترون از $n = 2$ به $n = 1$ است.
 (۲) انرژی لایه‌ها و تفاوت انرژی میان آن‌ها در اتم عنصرهای گوناگون متفاوت است.
 (۳) در طیف نشری خطی اتم هیدروژن، انتقال الکترون از $n = 2$ به $n = 6$ کمترین طول موج نشر شده در ناحیه مرئی را دارد.
 (۴) با تغییر تعداد نوترون‌ها طیف نشری خطی دچار تغییر نمی‌شود.

۷۸- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- (الف) مجموع عددهای کوانتومی $n + l$ الکترون‌های لایه ظرفیت دومین عنصر گروه ۱۷ در جدول تناوبی برابر با ۳۳ است.
 (ب) زیرلایه‌های d همواره پس از پر شدن کامل زیرلایه‌های s و p هم‌تراز خود آغاز به پر شدن می‌کنند.
 (پ) وقتی زیرلایه‌ای پر می‌شود، انرژی کل اتم کاهش یافته و آرایش الکترونی آن پایدارتر می‌شود.
 (ت) در نوشتن آرایش الکترونی عناصر، ترتیب عددی برای عدد کوانتومی اصلی زیرلایه‌ها لزوماً با ترتیب پر شدنشان یکی نیست.
 (۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «ت» (۳) «الف» و «پ» (۴) «پ» و «ت»

۷۹- چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

- (الف) حدود ۷۵ درصد از حجم هواکره در نزدیک‌ترین لایه به زمین (تروپوسفر) قرار دارد.
 (ب) فراوان‌ترین ترکیب موجود در هواکره مولکولی دو اتمی دارد.
 (پ) اگر دمای هوای مایعی با دمای -200°C را افزایش دهیم، به ترتیب Ar ، O_2 و CO_2 از مخلوط جدا خواهند شد.
 (ت) هلیوم از واکنش‌های شیمیایی در ژرفای زمین تولید شده و حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد.
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۰- در مولکول کدام ترکیب در رسم ساختار لوویس شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی برابر $\frac{1}{3}$ است؟

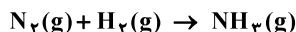
- (۱) CH_3O (۲) SCO (۳) SO_2Cl_2 (۴) CHCl_3

۸۱- در چند مورد زیر نام شیمیایی و فرمول شیمیایی همخوانی دارند؟

- Al_2O_3 : آلومینیم (III) اکسید
 ■ N_2O : نیتروژن دی‌اکسید
 ■ N_2S_3 : دی‌نیتروژن تری سولفید
 ■ HCl(g) : هیدروکلریک اسید
 ■ SF_6 : گوگرد تترا فلئوئور
 ■ CaO : آهک
 (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۶

۸۲- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) مولکول‌های اوزون درصد کمی از تابش‌های فرابنفش گسیل شده از خورشید به زمین را جذب می‌کنند.
 (۲) در واکنش مولکول اکسیژن با اتم اکسیژن و تشکیل اوزون تابش فروسرخ آزاد می‌شود.
 (۳) واکنش تبدیل اکسیژن به اوزون در تروپوسفر یک واکنش برگشت‌پذیر است.
 (۴) زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده را به صورت تابش فروسرخ از دست می‌دهد.
 ۸۳- مخلوطی از گازهای نیتروژن و هیدروژن در شرایط STP، حجمی معادل با $7/84$ لیتر دارد. اگر بر اثر واکنش کامل میان این دو گاز مطابق با واکنش زیر که با نسبت‌های مولی مخلوط شده‌اند، دمای فراورده در فشار ثابت به $136/5$ درجه سلسیوس برسد، حجم فراورده در شرایط پایانی چند لیتر است؟ (معادله واکنش موازنه شود.)



- (۱) $1/96$ (۲) $2/94$ (۳) $3/92$ (۴) $5/88$

۸۴- اگر فرمول شیمیایی سولفات فلز M از دسته S جدول دوره‌ای به صورت باشد، فرمول شیمیایی نیترات آن به صورت خواهد بود.

- (۱) $\text{MNO}_3 - \text{M}_2\text{SO}_4$ (۲) $\text{M(NO}_3)_2 - \text{M}_2(\text{SO}_4)_3$
 (۳) $\text{M(NO}_3)_2 - \text{MSO}_4$ (۴) $\text{M(NO}_2)_2 - \text{M}_2\text{SO}_4$

محل انجام محاسبات:

۸۵- به ۲۰۰ mL محلول ۸۰٪ سدیم هیدروکسید با چگالی $1/2 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ ، ۳۰۰ mL محلول ۲۰٪ سدیم هیدروکسید با چگالی

$1/04 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ می‌افزاییم. درصد جرمی سدیم هیدروکسید در محلول حاصل به تقریب کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۴۶ (۳) ۵۵ (۴) ۶۸

۸۶- در یک نمونه آب، غلظت یون‌های سولفات و سدیم به ترتیب ۲۴۰ ppm و ۱۱۵۰ ppm است. اگر ۲ کیلوگرم از این نمونه آب را حرارت دهیم

تا آب به طور کامل تبخیر شود، چند مول سدیم سولفات به دست خواهد آمد؟ ($\text{O} = ۱۶, \text{Na} = ۲۳, \text{S} = ۳۲ : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- (۱) ۰/۰۰۵ (۲) ۰/۰۵ (۳) ۰/۰۱ (۴) ۰/۱

۸۷- معادله انحلال پذیری (S) نمک A به صورت $S = -0.2\theta + b$ و نمک B به صورت $S = +0.2\theta + b'$ است. کدام نتیجه‌گیری در مورد این

دو نمک به یقین درست است؟

(۱) انحلال پذیری نمک B در دمای ۶۰°C از نمک A بیشتر است.

(۲) در هیچ دمای انحلال پذیری دو نمک برابر نیست.

(۳) با تغییر دمای آب به اندازه ۴۰°C میزان انحلال پذیری B بیشتر تغییر می‌کند.

(۴) اگر $b < b'$ باشد، در ۱۰۰°C مقدار مول بیشتری از نمک B در مقایسه با نمک A می‌توان حل کرد.

۸۸- کدام یک از مقایسه‌های زیر به درستی انجام نشده است؟

(۱) سهولت در تبدیل شدن به مایع: $\text{HF} > \text{HCl} > \text{F}_2$ نقطه جوش: $\text{NH}_3 > \text{AsH}_3 > \text{HBr}$

(۲) قدرت نیروهای بین مولکولی: $\text{H}_2\text{O} > \text{HF} > \text{NH}_3$ گشتاور دوقطبی: $\text{CH}_3\text{CCH}_3 > \text{C}_6\text{H}_{14} > \text{I}_2$



۸۹- پاسخ پرسش‌های «الف» و «ب» و درست یا نادرست بودن عبارت «پ» به ترتیب در کدام گزینه آورده شده است؟

(الف) نخستین نافلز از دوره سوم جدول، چندمین عنصر از دسته p است؟

(ب) چند درصد از عناصر دوره سوم، به صورت کاتیون تک اتمی در ترکیب‌ها یافت می‌شوند؟

(پ) نیمی از نافلزهای دوره سوم جدول، در شرایط معمولی حالت فیزیکی گازی دارند.

- (۱) سومین؛ ۳۰، درست (۲) سومین، ۳۷/۵، نادرست (۳) نهمین، ۳۷/۵، درست (۴) نهمین، ۳۰، نادرست

۹۰- کدام عبارت نادرست است؟

(۱) اختلاف شعاع اتمی ۱۴Si و ۱۳Al بیشتر از اختلاف شعاع اتمی ۱۴Si و ۱۷Cl است.

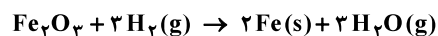
(۲) شعاع اتمی ۳۸Sr با وجود داشتن لایه‌های بیشتر از شعاع اتمی ۱۹K کوچک‌تر است.

(۳) در تولید لامپ چراغ جلوی خودروها از گازهای نجیب مانند نئون و هلیوم استفاده می‌شود.

(۴) شدت واکنش گاز کلر با گاز هیدروژن در دمای اتاق کمتر از شدت واکنش گاز فلوئور با گاز هیدروژن است.

۹۱- اگر در ظرفی سرباز ۴۰۰°C گرم آهن (III) اکسید خالص با مقدار کافی گاز هیدروژن به میزان ۸۰ درصد واکنش داده باشد، مجموع جرم مواد

جامد باقی‌مانده کدام است؟ ($\text{H} = ۱, \text{O} = ۱۶, \text{Fe} = ۵۶ : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



- (۱) ۲۸۰ (۲) ۳۰۴ (۳) ۳۶۰ (۴) ۳۶۸

۹۲- جرم مولی یک آلکن از جرم مولی آلکین هم‌کربن خودش ۵ درصد بیشتر است. از سوزاندن کامل ۰/۴ مول از آلکین موردنظر، چند مول آب

تولید خواهد شد؟ ($\text{H} = ۱, \text{C} = ۱۲ : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- (۱) ۱/۲ (۲) ۰/۸ (۳) ۰/۴ (۴) ۰/۶

۹۳- از سوختن کامل ۱۸ گرم از یک آلکان با خلوص ۸۰ درصد، $۱۶/۲$ گرم بخار آب تولید شده است. گرانیوی این آلکان از هپتان و

فراریت آن از نونان است. (بازده درصدی واکنش را ۷۵ درصد فرض کنیم.) ($\text{H} = ۱, \text{C} = ۱۲ : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

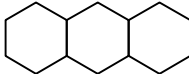
(۱) بیشتر - بیشتر (۲) کمتر - کمتر

(۳) بیشتر - کمتر (۴) کمتر - بیشتر

محل انجام محاسبات:

۹۴- کدام عبارت درست است؟

(۱) C_6H_8 دو ایزومر غیر حلقوی و دو ایزومر حلقوی دارد.

(۲) اگر در ساختار  هر سه حلقه آروماتیک باشند، ۹ پیوند دوگانه کربن-کربن وجود دارد.

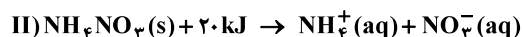
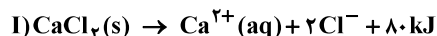
(۳) نسبت شمار اتم‌های کربن به اتم‌های هیدروژن ساده‌ترین آلکین و ساده‌ترین ماده آروماتیک یکسان است.

(۴) هر مول سیکلوپنتان با جذب سه مول هیدروژن به بنزن تبدیل می‌شود.

۹۵- مخلوطی از دو نمک کلسیم کلرید و آمونیوم نیترات را مطابق واکنش‌های زیر در مقداری آب حل می‌کنیم. اگر پس از انحلال کامل دو نمک،

جرم محلول ۱۰۰ گرم و مقدار مول یون‌های Cl^- و NO_3^- به ترتیب 0.1 mol و 0.5 mol باشد، تغییر دمای محلول چگونه خواهد بود؟

(ظرفیت گرمایی ویژه محلول را $4 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ در نظر بگیرید.)



(۱) دمای محلول $7/5^\circ\text{C}$ افزایش خواهد یافت.

(۳) دمای محلول 5°C افزایش خواهد یافت.

۹۶- چه تعداد از موارد زیر عبارت داده‌شده را به‌درستی کامل می‌کند؟

«اگر در واکنش $2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(g)$ به جای ، را جایگزین کنیم گرمای آزادشده بیشتر خواهد بود.»

الف) $H_2O(g)$ - مول برابر $H_2O(g)$ ب) $H_2O(l)$ - مول برابر $H_2O(g)$

پ) H_2 - جرم برابر H ت) O_2 - جرم برابر O_3

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۷- با توجه به داده‌های جدول زیر، بر اثر سوختن $1/3$ گرم اتیلن در دمای اتاق، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ (آنتالپی تبخیر آب را برابر با

44 کیلوژول بر مول در نظر بگیرید.) ($H = 1, C = 12: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

پیوند	O=O	O-H	C=O	C=C	C-H
(میانگین) آنتالپی پیوند ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$)	۴۹۵	۴۶۳	۸۰۰	۶۱۴	۴۱۵

(۱) $64/65$

(۲) $69/05$

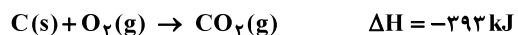
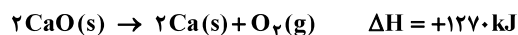
(۳) $129/3$

(۴) $138/1$

۹۸- با گرمای آزادشده در واکنش: $2Ca(s) + 2C(s) + 3O_2(g) \rightarrow 2CaCO_3(s)$ می‌توان 20 گرم گاز هیدروژن مطابق واکنش:

$2H_2O(g) \rightarrow 2H_2(g) + O_2(g)$, $\Delta H = 484 \text{ kJ}$ ، به‌دست آورد. با توجه به واکنش‌های زیر، ΔH واکنش تجزیه کلسیم کربنات به

فرآورده‌های $CaO(s)$ و $CO_2(g)$ کدام است؟ ($H = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

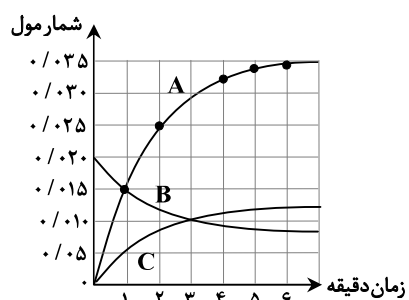


$+1452$ (۴)

$+1392$ (۳)

$+182$ (۲)

$+2238$ (۱)



۹۹- در نمودار زیر تغییر شمار مول مواد شرکت‌کننده در یک واکنش شیمیایی فرضی

نمایش داده شده است. سرعت واکنش در ۳ دقیقه آغازی چند برابر سرعت

متوسط تولید A در یک دقیقه دوم پس از آغاز واکنش است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۳

(۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $1/5$

محل انجام محاسبات:

۱۰۰- مقدار کافی گاز فلوئور را به ۴ لیتر محلول ۱/۲۵ مولار سدیم هیدروکسید وارد می‌کنیم تا مطابق معادله موازنه‌نشده زیر به‌طور کامل واکنش دهند. اگر پس از گذشت ۴۵ ثانیه از آغاز واکنش، ۳۳ گرم از جرم محلول کاسته شود، سرعت متوسط واکنش چند $\text{mol} \cdot \text{min}^{-1}$ است و اگر واکنش با همین سرعت متوسط ادامه یابد، کل مدت‌زمان انجام واکنش، چند ثانیه به طول می‌انجامد؟ (از تغییر حجم محلول صرف‌نظر شود). ($\text{O} = 16, \text{F} = 19 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



(۴) ۹۰.۱

(۳) ۹۰.۲

(۲) ۷۵.۱

(۱) ۷۵.۲

۱۰۱- چند لیتر گاز پروپن برای تولید ۸/۴ کیلوگرم پلی‌پروپن در شرایط استاندارد مصرف می‌شود؟ (بازده درصدی واکنش پلیمری شدن را ۷۰٪ در نظر بگیرید). ($\text{H} = 1, \text{C} = 12 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

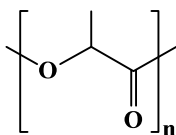
(۴) ۵۶۴۲

(۳) ۶۴۰۰

(۲) ۶۵۲۰

(۱) ۴۴۸۰

۱۰۲- کدام مطلب درباره پلیمر داده‌شده نادرست است؟



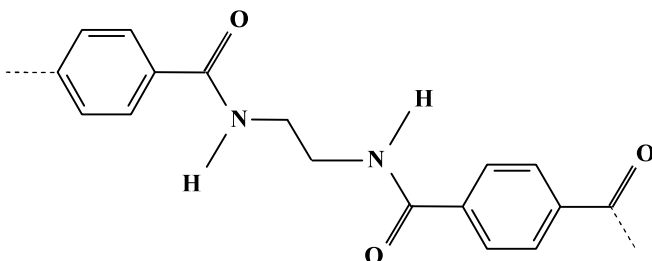
(۱) نوعی پلی‌استر است که فرمول مولکولی آن $(\text{C}_3\text{H}_4\text{O}_2)_n$ است.

(۲) تفاوت فرمول مولکولی واحد تکرارشونده و مونومر سازنده آن یک مولکول آب است.

(۳) در مونومر سازنده آن شمار پیوندهای $\text{C}-\text{C}$ دو برابر شمار پیوندهای $\text{C}-\text{O}$ است.

(۴) در صورت رها شدن این پلیمر در طبیعت در مدت چند ماه به مولکول‌های ساده مانند آب و کربن‌دی‌اکسید تبدیل می‌شود.

۱۰۳- شکل زیر بخشی از ساختار یک پلیمر ساختمانی را نشان می‌دهد. در شرایط مناسب از آبکافت این پلیمر، و حاصل می‌شوند.



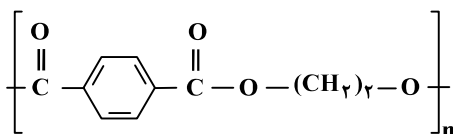
(۱) $\text{H}_2\text{NCH}_2\text{NH}_2$ ، $\text{HOOCCH}_2\text{CH}_2\text{COOH}$

(۲) $\text{H}_2\text{NCH}_2\text{CH}_2\text{NH}_2$ ، $\text{HOOCCH}_2\text{CH}_2\text{COOH}$

(۳) $\text{CH}_2\text{CH}_2\text{NH}_2$ ، $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$

(۴) $\text{HOOCCH}_2\text{CH}_2\text{NH}_2$ ، $\text{HOOCCH}_2\text{CH}_2\text{NH}_2$

۱۰۴- چند مورد از عبارت‌های زیر در مورد پلیمر مورد استفاده در ساخت بطری آب که واحد تکرارشونده آن به صورت زیر است، درست است؟
 ■ پلیمری از خانواده استرها است.
 ■ مونومرهای سازنده آن یک دی‌الکل آروماتیک و یک دی‌اسید است.
 ■ فرمول شیمیایی آن $(\text{C}_{10}\text{H}_{10}\text{O}_4)_n$ است.
 ■ در ساختار خود دارای چهار اتم کربن است که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.



(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۰۵- کدام مطلب درست است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۱) پلی‌اتن سنگین برخلاف پلی‌اتن سبک در آب فرو می‌رود.

(۲) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در وینیل کلرید برابر ۲/۵ است.

(۳) تفاوت جرم مولی الکل و کربوکسیلیک اسید سازنده اتیل‌بوتانوات برابر جرم مولی دومین عنصر خانواده آلکن‌هاست.

(۴) نیروی بین‌مولکولی در تری‌متیل‌آمین از نوع پیوند هیدروژنی است.

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۵ گروه علوم ریاضی

مدیر گروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید امیر محمد سید شاگری	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- وحید جعفری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی- فرهاد فرزادی- سعید اکبرزاده	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی- سعید اکبرزاده- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزادی
محمد حسین کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی منصور داودوندی- جمال خم خاجی	ساناز دریگوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم پور- مهرداد ملاصالحی- سید صمد صفوی حسین شرانلو- رضا بخشیان- محمدرضا پور جاوید- یاسر راش	حنانه شریف خطیبی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمد هاشمی

A

دفترچه پاسخ تشریحی

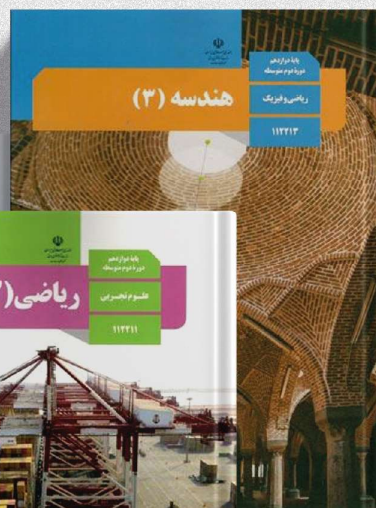
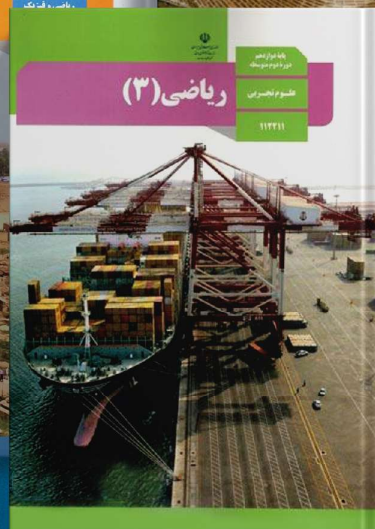
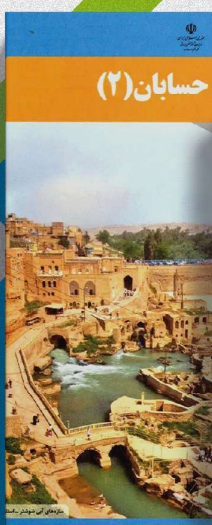
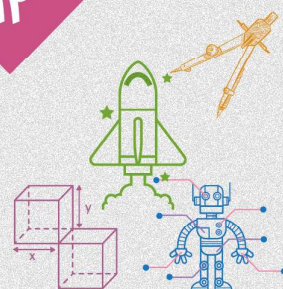
گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی ۲۱ فروردین ۱۴۰۵

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

پایه
دوازدهم

مرحله
۱۲



۱۴۰۴-۱۴۰۵



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزیده دو

مؤسسه آموزشی فرهنگی

تذکرات مهم

➡ آزمون آزمایشی مرحله ۱۲ گزینه دو، در روز جمعه ۴ اردیبهشت ۱۴۰۵ برگزار می گردد.

➡ داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

➡ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➡ کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۱۲ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

● **معاون تولید محتوا: علی الفتی**

● مدیر واحد آموزش تخصصی: محمد رضا محمد هاشمی

گروه ریاضی

ریاست: سرگودھا

کارشناسان		طراحان		حسابان و ریاضی پایه
سید مهدی عابدی	سید علی موسوی‌راد	حسین شفیع‌زاده	ایمان اردستانی	مسئول درس: علی افضل‌زاده دستیاران: عباس سعیدی - وحید جعفری
علی صادقی	مانی خداپنده	سید محسن میراسلامی سعید اکبرزاده	فرهاد فرزانی	مسئول درس: سعید اکبرزاده دستیار: هادی کاظم‌نژاد
حسین خواجه‌وند	مانی خداپنده	علیرضا شریف‌خطیبی امیدرضا پورحسینی	سعید اکبرزاده	مسئول درس: سعید اکبرزاده دستیار: فرهاد فرزانی
پوپک مقدم		مهرداد کیوان ایمان اردستانی	علی افضل‌زاده	مسئول درس: ایمان اردستانی دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی
امیرحسین حریری	ایمان حسین‌زاده	وحید رباعی حسین افسری	علی افضل‌زاده	مسئول درس: حسین افسری دستیاران: مهدی پوررضایی - عباس مالکی

گروه علوم

پیش گوئی: محمد حسین کشانی

زمین شناسی	فیزیک	طراحان	کارشناسان
مسئول درس: امیر کبیری راد دستیار: پرسا کامکار	مسئول درس: منصور داودوندی دستیار: ساناز دریگوندی	- محمد پازوکی - علی پناهی شایق - بهرام میرحبیبی - منصور کهن دل	- امیر کبیری راد - علیرضا اکبرپور - مسعود حدادی - محمد شاملو
مسئول درس: شهرام شاه پرویزی دستیار: حنا شریف خطیبی	- علی نعیمی - احمد رضوانی - جمال خم خاجی	- بهمن شاهمردی - منصور داودوندی	- بتول خواجه پور - مهدیار مسعودی نیا
مسئول درس: شکیبا کریمی	- فرزانه رجایی - فرزانه صاعدی	- حسن علیمحمدی - عباس روزبهانی	- مرتضی قدیانی - فرزانه صاعدی - روزبه اسحاقیان

گروه انسانی

گروه: علی ابن ابی طالب

کارشناسان

طراحان

علوم و فنون ادبی

جامعه شناسی

روان شناسی

زبان عربی

تاریخ

جغرافیا

فلسفه و منطق

اقتصاد

مسئول درس: محمدرضا پیرو
دستیار: حسنا محمدی - سپهر سالارکیا

مسئول درس: الهام رضایی
دستیار: فاطمه صفری

مسئول درس: سیده ضحی سکاکی
دستیار: ثنا کاشیان

مسئول درس: پویا رضاداد

مسئول درس: سیده ساره زاهدی

مسئول درس: الناز گنج کار
دستیار: الهه ریاحی نسب

مسئول درس: سعید رحیمیان
دستیاران: محمدحسین خدام - فرات مختاری نژاد

مسئول درس: امیر محمدبیگی
دستیار: محمدرضا مبارکی

ابوالفضل قاضی
علی عطری
محمدرضا پیرو
محمدرضا لمسه چی
ظاهره موسی زاده
امیرمهید اسفندی

آریتا بیدقی
علیرضا مختاری
محمود حسن پور

سیمین زاهدی
حمیدرضا توکلی

کاظم غلامی
حمید جوهری مجد
پویا رضاداد

شهرام امامی
نگار مروتی

شهرام امامی
نگار مروتی

حمید سودیان طهرانی
سعید رحیمیان
فرهاد قاسمی نژاد

حسین خاکساری

فروغ تیموریان
محمدزمان کبیر

سیده ضحی سکاکی

اسرافیل قربانپور
پدرام علیمرادی
عرفان جالیزی

بهروز یحیی
مریم قلی پور

بهروز یحیی

علی اکبر آخوندی
مهدی لاچوردی
ناصر آزادجو

میترا چینی ساز
محمدرضا مبارکی
رش بدری

محمدصادق حسام زاده
محمدرضا حسینی

مهتاب شیرازی
هستی ناصح

علی شکری
فاطمه یاری

فاطمه نظری
مهتاب شیرازی
سارا حمزه
صبا پهلوان

مهتاب شیرازی
محمدرضا حسینی

مهتاب شیرازی
محمدرضا حسینی

سپهر علی پور
امیررضا علیزاده
ابوالفضل میرمحمدی

کوش رعدی

سنتورکاد
www.SanjeshCloud.ir

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ریاضیات



۱- اگر $A = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{6+3\sqrt{3}} - \sqrt{6-3\sqrt{3}}}$ باشد، حاصل $A + \sqrt{A}$ کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۴)

۱- پاسخ: گزینه ۲

خوبه اینو بدونی



$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

- برای دو عدد دلخواه a و b «اتحاد مربع دو جمله‌ای» به صورت زیر برقرار است:

جوابش اینه



$$A^2 = \frac{2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{4-3}}{6 + 3\sqrt{3} + 6 - 3\sqrt{3} - 2\sqrt{36-27}} = \frac{4+2}{12-6} = \frac{6}{6} = 1$$

عبارت A را به توان ۲ می‌رسانیم:

مقدار A مثبت است، پس $A = 1$ و در نتیجه مقدار $A + \sqrt{A}$ برابر ۲ است.

اینجوری هم میشه



اگر از مخرج کسر، $\sqrt{3}$ فاکتور بگیریم، عبارت مزدوج صورت به دست می‌آید، سپس به کمک گویا کردن مخرج مقدار A را پیدا می‌کنیم.

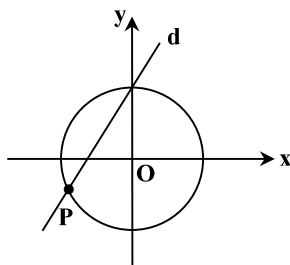
$$A = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{6+3\sqrt{3}} - \sqrt{6-3\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{3}(\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}})} \times \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{(2+\sqrt{3}) + (2-\sqrt{3}) + 2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}}{\sqrt{3}((2+\sqrt{3}) - (2-\sqrt{3}))} = \frac{4+2\sqrt{4-3}}{\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}} = \frac{6}{6} = 1$$

$$A + \sqrt{A} = 1 + \sqrt{1} = 2$$

یعنی $A = 1$ و مقدار خواسته شده برابر است با:

۲- نقطه P مطابق شکل زیر، روی دایره مثلثاتی قرار دارد. اگر شیب خط d برابر $\frac{3}{4}$ باشد، مجموع مختصات نقطه P کدام است؟



(۱) $-\frac{17}{13}$

(۲) $-\frac{7}{5}$

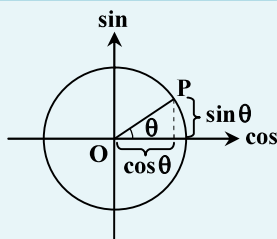
(۳) $-\frac{5}{13}$

(۴) $-\frac{1}{5}$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۲)

۲- پاسخ: گزینه ۱

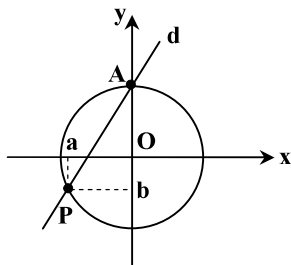
خوبه اینو بدونی



- در دایره مثلثاتی، محور طول‌ها را «محور کسینوس‌ها» و محور عرض‌ها را «محور سینوس‌ها» می‌نامیم. به عبارت دیگر، اگر P نقطه دلخواهی روی دایره مثلثاتی باشد که نیم خط OP با جهت مثبت محور x زاویه θ می‌سازد، آنگاه P نقطه‌ای با مختصات (x, y) است که در آن $y = \sin \theta$ و $x = \cos \theta$



نقطه $P(a, b)$ را روی دایره مثلثاتی در نظر بگیرید. خط d ، از دو نقطه P و $A(0, 1)$ می‌گذرد و شیب آن برابر $\frac{3}{2}$ است:



$$m_d = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1-b}{-a} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = -\frac{2}{3}(1-b) \quad (1)$$

از طرفی نقطه P روی دایره مثلثاتی است:

$$PO = 1 \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 1 \xrightarrow{(1)} \frac{4}{9}(1-b)^2 + b^2 = 1$$

$$4(b^2 - 2b + 1) + 9b^2 = 9 \Rightarrow 13b^2 - 8b - 5 = 0$$

$$\Rightarrow b = 1, -\frac{5}{13} \xrightarrow{b < 0} b = -\frac{5}{13} \xrightarrow{(1)} a = -\frac{12}{13}$$

$$a + b = -\frac{17}{13}$$

بنابراین مجموع مختصات نقطه P برابر است با:

۳- در یک دنباله هندسی با قدرنسبت مثبت، جمله سوم از جمله اول، ۲۰ واحد کمتر و از جمله پنجم، ۴۵ واحد بیشتر است. واسطه حسابی

جملات دوم و چهارم این دنباله کدام است؟

$$\begin{array}{llll} -36 & (1) & -39 & (2) \\ -37 & (3) & -34 & (4) \end{array}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۴)

۳- پاسخ: گزینه ۲



- جمله n ام دنباله هندسی به صورت $t_n = t_1 r^{n-1}$ است که در آن t_1 جمله اول و r قدرنسبت می‌باشد. ($t_1, r \neq 0$)

- اگر a, b, c ، سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، آنگاه $b = \frac{a+c}{2}$ است. (b را واسطه حسابی a و c می‌نامیم).



در این دنباله هندسی جمله اول را a و قدرنسبت را q نام‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} a_3 = a_1 - 20 \\ a_3 = a_5 + 45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} aq^2 = a - 20 \\ aq^2 = aq^4 + 45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(q^2 - 1) = -20 \\ aq^2(1 - q^2) = 45 \end{cases} \Rightarrow \frac{a(q^2 - 1)}{aq^2(1 - q^2)} = \frac{-20}{45} \Rightarrow \frac{-1}{q^2} = -\frac{4}{9} \xrightarrow{q > 0} q = \frac{3}{2}$$

$$aq^2 = a - 20 \xrightarrow{q = \frac{3}{2}} \frac{9}{4}a = a - 20 \Rightarrow \frac{5}{4}a = -20 \Rightarrow a = -\frac{80}{5} \Rightarrow a = -16$$

بنابراین واسطه حسابی جملات دوم و چهارم دنباله برابر است با:

$$\frac{a_2 + a_4}{2} = \frac{aq + aq^3}{2} = \frac{aq(1 + q^2)}{2} = \frac{-16 \times \frac{3}{2} \times \frac{13}{4}}{2} = -39$$

۴- نمودار سهمی $y = 2x^2 - mx + m - 2$ محورهای مختصات را در نقاط A ، B و C قطع می‌کند. اگر مثلث ABC در ربع اول بوده و مساحت

آن برابر $\frac{3}{4}$ باشد، مقدار m کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 4 & (4) & 5 & (3) \\ 6 & (2) & 7 & (1) \end{array}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۲)

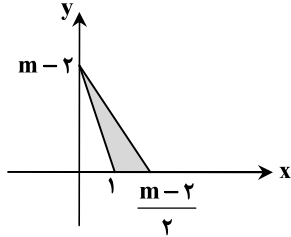
۴- پاسخ: گزینه ۳



- اگر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، مقدار $a + b + c$ برابر صفر باشد، یکی از ریشه‌های این معادله برابر یک و دیگری برابر $\frac{c}{a}$ است.



مجموع ضرایب در معادله درجه دوم $2x^2 - mx + m - 2 = 0$ برابر صفر است، پس یکی از ریشه‌ها برابر یک و دیگری برابر $\frac{m-2}{2}$ است. یعنی تابع درجه دوم در دو نقطه با طول‌های ۱ و $\frac{m-2}{2}$ به محور طول‌ها برخورد می‌کند. از طرفی به‌ازای $x=0$ داریم $y = m-2$ ، پس نقاط برخورد با محورهای به‌صورت فرضی مقابل است:



مساحت مثلث ABC برحسب m به‌صورت زیر است:

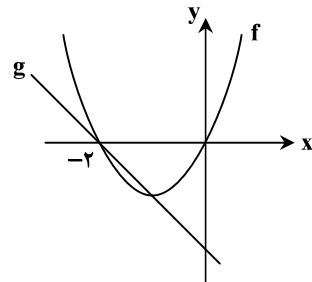
$$S = \frac{1}{2} \left| m-2 \right| \cdot \left| \frac{m-2}{2} - 1 \right| = \frac{1}{4} \left| m-2 \right| \cdot \left| m-4 \right| = \frac{1}{4} \left| m^2 - 6m + 8 \right|$$

این مساحت برابر $\frac{3}{4}$ است؛ بنابراین:

$$S = \frac{3}{4} \Rightarrow \left| m^2 - 6m + 8 \right| = 3 \Rightarrow m^2 - 6m + 8 = \pm 3 \Rightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 = 0 \Rightarrow m = 5, m = 1 \\ m^2 - 6m + 11 = 0 \end{cases}$$

توجه کنید اگر $m = 1$ ، مثلث ABC در ربع اول قرار نمی‌گیرد، پس $m = 5$ تنها جواب قابل قبول است.

۵- در شکل زیر، خط g از رأس سهمی f عبور می‌کند. اگر تابع $y = xg(x) + af(x)$ ثابت باشد، مقدار a کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۴)

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۵، درس ۳)

۵- پاسخ: گزینه ۱



- تابعی مانند f را که برد آن تنها شامل یک عضو است، «تابع ثابت» می‌نامیم. اگر این عضو را k بنامیم، تابع ثابت را معمولاً با معادله $f(x) = k$ نمایش می‌دهیم.



مطابق شکل صفرهای تابع f برابر صفر و -۲ است، پس:

$$f(x) = kx(x+2)$$

طول رأس این سهمی برابر $-1 = \frac{-2+0}{2}$ است، پس با توجه به ضابطه f، مختصات رأس سهمی به‌صورت $S(-1, -k)$ است و در نتیجه معادله خط g که از دو نقطه S و $(-2, 0)$ می‌گذرد، به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} (-2, 0) \rightarrow \text{شیب} &= \frac{0+k}{-2+1} = -k \Rightarrow y-0 = -k(x+2) \Rightarrow g(x) = -k(x+2) \\ (-1, -k) \end{aligned}$$

اکنون ضابطه تابع ثابت را به‌دست می‌آوریم:

$$y = xg(x) + af(x) = -kx(x+2) + akx(x+2)$$

به شرطی این تابع ثابت است که در معادله تابع، x نباشد. پس a باید برابر یک باشد.



۶- اگر $3^a = 6$ و $\log_3 b = \frac{3}{2}(2-a)$ باشد، مقدار $\log_3 (8b^2 + 5)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)



- اگر هرکدام از لگاریتم‌های زیر تعریف شده باشند، آنگاه:

$$\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$$

- اگر هرکدام از لگاریتم‌های زیر تعریف شده باشند، آنگاه:

$$\log_a b^n = n \log_a b$$



از آنجاکه $3^a = 6$ ، پس $a = \log_3 6$ و مطابق رابطه داده شده، داریم:

$$\begin{aligned} \log_3 b &= \frac{3}{2}(2-a) = \frac{3}{2}(\log_3 9 - \log_3 6) = \frac{3}{2} \log_3 \frac{9}{6} = \log_3 \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{3}{2}} = \log_3 \sqrt{\frac{27}{8}} \\ \Rightarrow b &= \sqrt{\frac{27}{8}} \Rightarrow 8b^2 = 27 \end{aligned}$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

$$\log_3 (8b^2 + 5) = \log_3 32 = \log_3 2^5 = 5 \log_3 2 = 5$$

۷- اگر α زاویه‌ای حاده به گونه‌ای باشد که $\sin(\alpha + 20^\circ) + \cos(70^\circ - \alpha) = \frac{6}{5}$ ، حاصل $\sin(250^\circ - \alpha)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $-\frac{4}{5}$ (۳) $-\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۲)



- برای زاویه دلخواه θ داریم:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta$$

- برای زاویه دلخواه α داریم:

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha \quad \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$



فرض کنید $\alpha + 20^\circ = x$ ، پس $90^\circ - \alpha = 70^\circ - x$ و داریم:

$$\sin x + \cos(90^\circ - x) = \frac{6}{5} \Rightarrow 2 \sin x = \frac{6}{5} \Rightarrow \sin x = \frac{3}{5}$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

$$\sin(250^\circ - \alpha) = \sin(270^\circ - x) = -\cos x$$

از طرفی α حاده است، پس x هم حاده است (زیرا $x \approx 37^\circ$)، پس مقدار $\cos x$ مثبت است.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos x = \frac{4}{5}$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر $-\frac{4}{5}$ است. $\sin(250^\circ - \alpha) = -\frac{4}{5}$

۸- با فرض $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5} \cos \alpha}$ ، مقدار $\cos 4\alpha$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{5}$ (۲) $-\frac{8}{25}$ (۳) $-\frac{4}{5}$ (۴) $-\frac{6}{25}$

۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۴)



- برای زاویه دلخواه α رابطه نسبت مثلثاتی زاویه 2α به صورت زیر است:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$



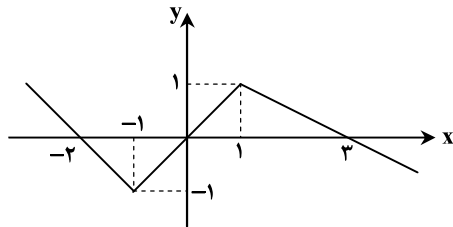
ابتدا با توجه به رابطه داده شده، مقدار $\sin 2\alpha$ را محاسبه می کنیم:

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5} \cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\cos 4\alpha = 1 - 2 \sin^2 2\alpha = 1 - 2 \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \right)^2 = 1 - \frac{8}{5} = -\frac{3}{5}$$

اکنون مقدار $\cos 4\alpha$ را به دست می آوریم:

۹- نمودار تابع f به صورت زیر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{f(x)+1}{x+1} + \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-f(x)}{x-1}$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) $-\frac{3}{2}$

۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۴)



- برای رفع ابهام حالت صفر تقسیم بر صفر چند جمله ای کافی است از راه تجزیه اقدام کنیم.



ابتدا با توجه به نقاط داده شده، ضابطه تابع f را می نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} -x-2 & x \leq -1 \\ x & -1 < x < 1 \\ -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} & x \geq 1 \end{cases}$$

اکنون به محاسبه دو حد داده شده می پردازیم:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{f(x)+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-x-2+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-x-1}{x+1} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 - (-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2})}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\frac{1}{2}(x-1)}{x-1} = \frac{1}{2}$$

حاصل جمع این دو حد برابر $-\frac{1}{2}$ است.

۱۰- اگر a و b ریشه‌های معادله $2x^2 + ax + 4b + 3 = 0$ باشند، حاصل $\frac{a^2}{b}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۱۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)



- در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر جمع ریشه‌ها S و ضرب ریشه‌ها P باشد، این روابط برقرار است.

$$S = -\frac{b}{a}, \quad P = \frac{c}{a}$$



از روابط مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} S = -\frac{a}{2} \Rightarrow a + b = -\frac{a}{2} \Rightarrow a = -\frac{2}{3}b \\ P = \frac{4b+3}{2} \Rightarrow ab = \frac{4b+3}{2} \Rightarrow 2ab = 4b+3 \end{cases} \Rightarrow 2(-\frac{2}{3}b)b = 4b+3 \Rightarrow 4b^2 + 12b + 9 = 0 \Rightarrow (2b+3)^2 = 0$$

$$\Rightarrow b = -\frac{3}{2} \Rightarrow a = 1$$

با توجه به مقادیر a و b ، مقدار خواسته شده برابر است با:

$$\frac{a^2}{b} = \frac{1^2}{(-\frac{3}{2})} = -\frac{2}{3}$$

۱۱- اگر α و β ریشه‌های معادله $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-1} = \sqrt{5x}$ باشند، حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟

- (۱) $2/5$ (۲) $1/25$ (۳) $1/75$ (۴) $2/75$

۱۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۳)



- برای حل معادلات گنگ با به توان رساندن طرفین معادله (و در صورت لزوم تکرار این عمل) و ساده کردن به معادله‌ای بدون رادیکال می‌رسیم که آن را حل می‌کنیم، جواب‌های به دست آمده باید در معادله اصلی آزمایش شوند، زیرا عملیات توان‌رسانی ممکن است جواب‌های اضافی تولید کند.



دو طرف معادله را به توان دو می‌رسانیم:

$$x+3+x-1+2\sqrt{(x+3)(x-1)} = 5x \Rightarrow 2\sqrt{x^2+2x-3} = 3x-2$$

با فرض $3x-2 \geq 0$ ، مجدداً دو طرف تساوی را به توان دو می‌رسانیم:

$$4(x^2+2x-3) = 9x^2-12x+4 \Rightarrow 5x^2-20x+16=0$$

هر دو جواب این معادله درجه دوم قابل قبول هستند.

مقدار خواسته شده با توجه به روابط بین ریشه‌ها در معادله درجه دوم برابر است با:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c} = -\frac{-20}{16} = \frac{5}{4} = 1/25$$

۱۲- اگر $A(-2, 2)$ و $C(2, 0)$ دو رأس مقابل از مربع $ABCD$ باشند، حاصل ضرب مختصات رأس B کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) -1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) -4



- به طور کلی، اگر در صفحه مختصات دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ را داشته باشیم، طول پاره خط AB برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

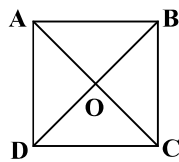
- اگر A و B دو نقطه در صفحه مختصات و M وسط پاره خط AB باشد، مختصات نقطه M برابر است با:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

- اگر خطوط d_1 و d_2 به ترتیب با شیبهای m_1 و m_2 بر هم عمود باشند، آنگاه $m_1 m_2 = -1$ و برعکس.



شکل فرضی مقابل را در نظر بگیرید.



با توجه به اینکه می دانیم در مربع $ABCD$ ، قطر BD عمود منصف قطر AC است، به محاسبه معادله قطر BD می پردازیم:

$$O = \frac{A+C}{2} = (0, 1)$$

$$m_{AC} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-0}{-2-2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m_{BD} = 2$$

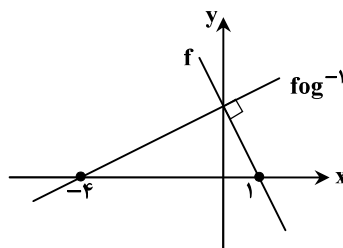
$$BD \text{ معادله: } y = 2x + 1$$

نقطه $B(x, 2x+1)$ را روی خط بالا در نظر بگیرید. در مربع قطرها برابر و منصف یکدیگر هستند، پس:

$$AC = 2OB \Rightarrow \sqrt{(2+2)^2 + (0-2)^2} = 2\sqrt{(x-0)^2 + (2x+1-1)^2} \Rightarrow 20 = 4(x^2 + 4x^2) \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

پس مختصات B به یکی از دو صورت $B(1, 3)$ و یا $B(-1, -1)$ بوده و حاصل ضرب مختصات B برابر ۳ یا ۱ است.

۱۳- در شکل زیر، نمودار f و $f \circ g^{-1}$ رسم شده است. مقدار $(f^{-1} \circ g)(2)$ کدام است؟



۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)



$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

- طبق تعریف ترکیب دو تابع f و g می دانیم:

$$f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$$

- درباره تابع وارون پذیر f می دانیم:



شیب f را m و شیب $f \circ g^{-1}$ را m' فرض کنید و نقطه برخورد این دو تابع با محور عرضها را $(0, a)$ در نظر بگیرید. دو خط f و $f \circ g^{-1}$ یکدیگر عمود هستند، پس:

$$mm' = -1 \Rightarrow \frac{-a}{1} \times \frac{a}{4} = -1 \xrightarrow{a>0} a = 2 \Rightarrow \begin{cases} (0, 2), (1, 0) \in f \Rightarrow f(x) = -2x + 2 \\ (0, 2), (-4, 0) \in f \circ g^{-1} \Rightarrow f \circ g^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + 2 \end{cases}$$

با توجه به ضابطه $f \circ g^{-1}$ و ضابطه f ضابطه تابع g را به دست می آوریم:

$$f(x) = -2x + 2 \Rightarrow (f \circ g^{-1})(x) = -2(g^{-1}(x)) + 2 \Rightarrow \frac{1}{4}x + 2 = -2g^{-1}(x) + 2 \Rightarrow g^{-1}(x) = -\frac{1}{4}x \Rightarrow g(x) = -4x$$

حال مقدار $(f^{-1} \circ g)(2)$ را محاسبه می کنیم. اگر این مقدار را برابر b فرض کنیم، داریم:

$$(f^{-1} \circ g)(2) = b \Rightarrow f(b) = g(2) \Rightarrow -2b + 2 = -8 \Rightarrow b = 5$$

۱۴- اگر ضابطه تابع وارون پذیر f به صورت $f(x) = x^3 - 2(x^2 - x + 1)$ بوده و $f \circ f(a)$ برابر a باشد، مقدار $f(a+2)$ کدام است؟

۳۸ (۴)

۲۸ (۳)

۱۳ (۲)

-۱ (۱)

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۴)

۱۴- پاسخ: گزینه ۴



$$f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$$

- درباره تابع وارون پذیر f می دانیم:



$$f \circ f(a) = a \Rightarrow f(a) = f^{-1}(a)$$

از آنجاکه f تابعی وارون پذیر است، پس:

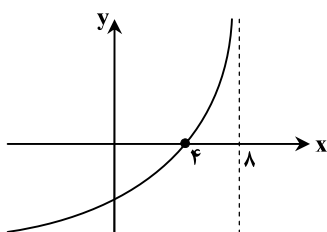
پس کافی است نقطه برخورد f با f^{-1} را محاسبه کنیم. برای این کار کافی است که معادله $f(x) = x$ را حل کنیم.

$$f(x) = x \Rightarrow x^3 - 2x^2 + 2x - 2 = x \Rightarrow x^3 - 2x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x^2(x-2) + x-2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x^2+1) = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$f(a+2) = f(4) = 64 - 2(16 - 4 + 1) = 38$$

پس $a = 2$ و در نتیجه مقدار خواسته شده برابر است با:

۱۵- اگر نمودار تابع $f(x) = a - \log_7(bx + c)$ به صورت روبه رو باشد، حاصل $f^{-1}(-3)$ کدام است؟



-۱۲ (۱)

-۱۶ (۲)

-۲۰ (۳)

-۲۴ (۴)

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

۱۵- پاسخ: گزینه ۴



- اگر هر کدام از لگاریتم های زیر تعریف شده باشند، آنگاه:

$$\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$$



با توجه به نمودار تابع، دامنه این تابع لگاریتمی به صورت $(-\infty, 8)$ است، پس $x = 8$ همان ریشه معادله $bx + c = 0$ است، پس $8b + c = 0$ و در نتیجه $c = -8b$ ، بنابراین:

$$f(x) = a - \log_7(bx - 8b)$$

$$f(4) = 0 \Rightarrow a - \log_7(-4b) = 0 \Rightarrow a = \log_7(-4b)$$

$$\Rightarrow f(x) = \log_7(-4b) - \log_7(bx - 8b) = \log_7 \frac{-4b}{bx - 8b} = \log_7 \frac{4}{\lambda - x}$$

برای محاسبه $f^{-1}(-3)$ باید معادله $f(x) = -3$ را حل کنیم:

$$f(x) = -3 \Rightarrow \log_7 \frac{4}{\lambda - x} = -3 \Rightarrow \frac{4}{\lambda - x} = 7^{-3} \Rightarrow \frac{4}{\lambda - x} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow x = -24 \Rightarrow f^{-1}(-3) = -24$$

۱۶- اگر $\frac{\sin \alpha + \sin 2\alpha}{\cos \alpha - \cos 2\alpha} = 3$ و α حاده باشد، مقدار $\sin \alpha - \cos \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $-\frac{3}{5}$ (۴) $-\frac{1}{5}$

۱۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۴)



- برای زاویه دلخواه α رابطه نسبت مثلثاتی زاویه 2α به صورت زیر است:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$



از اتحادهای مثلثاتی 2α استفاده می کنیم تا عبارت داده شده را ساده کنیم:

$$\frac{\sin \alpha + \sin 2\alpha}{\cos \alpha - \cos 2\alpha} = 3 \Rightarrow \frac{\sin \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha - 2 \cos^2 \alpha + 1} = 3 \Rightarrow \frac{\sin \alpha (1 + 2 \cos \alpha)}{(1 - \cos \alpha)(1 + 2 \cos \alpha)} = 3 \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = 3$$

اکنون دو طرف رابطه به دست آمده را به توان دو می رسانیم تا بتوانیم عبارت را فقط بر حسب $\cos \alpha$ بنویسیم:

$$\frac{\sin^2 \alpha}{(1 - \cos \alpha)^2} = 9 \Rightarrow \frac{1 - \cos^2 \alpha}{(1 - \cos \alpha)^2} = 9 \Rightarrow \frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} = 9 \Rightarrow 1 + \cos \alpha = 9 - 9 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5} \xrightarrow{\alpha \text{ حاده}} \sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{-1}{5}$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

۱۷- اگر $f(x) = (x^2 - 1)[-3x]$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - 1 + f(x)}{x - 1 + f(-x)}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{5}{7}$ (۳) $-\frac{7}{6}$ (۴) ۱

۱۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۴)



- برای رفع ابهام حالت صفر تقسیم بر صفر چند جمله ای کافی است از راه تجزیه اقدام کنیم.



ضابطه f را در حد خواسته شده، جایگزین می کنیم و مقدار حد را به دست می آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - 1 + f(x)}{x - 1 + f(-x)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - 1 + (x^2 - 1)[-3x]}{x - 1 + (x^2 - 1)[3x]} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(1 + (x + 1)[-3x])}{(x - 1)(1 + (x + 1)[3x])} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 + (x + 1)(-4)}{1 + (x + 1)(3)} = \frac{1 + 2(-4)}{1 + 2(3)} = \frac{-7}{7} = -1$$

۱۸- یک عدد طبیعی به گونه ای است که تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + \frac{1}{x} & |x| \geq n \\ x + b & |x| < n \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. مقدار $\frac{na}{b}$ کدام است؟ ($b \neq 0$)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) -۱

۱۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۵)



- تابع f در نقطه $x = a$ پیوسته است، هرگاه $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.



پیوستگی تابع f را در نقاط با طول n و $-n$ بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow n^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow n^-} f(x) = f(n) \Rightarrow an^2 + \frac{1}{n} = n + b$$

$$\lim_{x \rightarrow (-n)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-n)^-} f(x) = f(-n) \Rightarrow an^2 - \frac{1}{n} = -n + b$$

دو رابطه به دست آمده را با یکدیگر یک بار جمع و یک بار کم می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} \text{جمع: } 2an^2 = 2b \Rightarrow an^2 = b \\ \text{کم: } \frac{2}{n} = 2n \Rightarrow n^2 = 1 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow a = b$$

پس مقدار $\frac{na}{b}$ برابر یک است.

۱۹- فرض کنید α و β صفرهای تابع $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ به گونه‌ای باشند که $\alpha + \beta = \frac{-3}{2}$ و $\alpha\beta = -1$. ریشه‌های کدام

معادله زیر $a+b$ و $a-b$ است؟

$$(1) \quad x^2 + 2x - 24 = 0 \quad (2) \quad x^2 - 2x - 24 = 0 \quad (3) \quad x^2 + 4x - 12 = 0 \quad (4) \quad x^2 - 4x - 12 = 0$$

۱۹- پاسخ: گزینه ۲ $\blacktriangle$ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)



$$x^2 - Sx + P = 0$$

- معادله درجه دومی که ریشه‌های آن α و β باشد به صورت زیر است:
به طوری که $S = \alpha + \beta$ و $P = \alpha\beta$ است.



در این سؤال، α و β ریشه‌های معادله $x^2 + \frac{3}{2}x - 1 = 0$ یا $2x^2 + 3x - 2 = 0$ هستند. ریشه دیگر معادله $f(x) = 0$ ، $x = 1$ است، پس ضابطه تابع درجه سوم f به صورت زیر است:

$$f(x) = (x-1)(2x^2 + 3x - 2) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$$

پس $a = 1$ و $b = -5$ است. معادله‌ای که ریشه‌های آن به صورت $a+b = -4$ و $a-b = 6$ باشد، به صورت $x^2 - 2x - 24 = 0$ است.

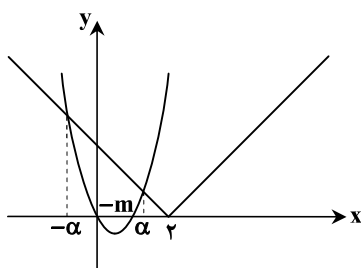
۲۰- مجموعه جواب نامعادله $x^2 + mx \leq |x-2|$ به صورت $[-\alpha, \alpha]$ است. حاصل $\alpha^2 + m^2$ کدام است؟ ($0 < \alpha < 2$, $m < 0$)

$$(1) \quad 6 \quad (2) \quad 5 \quad (3) \quad 3 \quad (4) \quad 4$$

۲۰- پاسخ: گزینه ۳ $\blacktriangle$ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۴)



- اگر f و g دو تابع باشند، طول نقاط تلاقی نمودارهای این دو تابع جواب‌های معادله $f(x) = g(x)$ است و برعکس، هر جواب این معادله طول یکی از نقاط تلاقی این دو نمودار است.



نمودار توابع $y = |x-2|$ و $y = x^2 + mx$ با توجه به دو شرط $m < 0$ و $0 < \alpha < 2$ به صورت مقابل است:

برای آنکه در بازه $(-\alpha, \alpha)$ سهمی زیر نمودار قدرمطلق باشد، می بایست α و $-\alpha$ طول نقاط برخورد سهمی $y = x^2 + mx$ و خط $y = 2 - x$ باشند.

$$x^2 + mx = 2 - x \Rightarrow x^2 + (m+1)x - 2 = 0$$

با توجه به روابط بین ریشه ها در معادله درجه دوم، داریم:

$$\begin{cases} \alpha + (-\alpha) = -(m+1) \Rightarrow m = -1 \\ \alpha(-\alpha) = -2 \xrightarrow{\alpha > 0} \alpha = \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \alpha^2 + m^2 = 3$$

۲۱- می خواهیم متوازی الاضلاعی به طول قطرهای a و $2a+5$ و طول یک ضلع 5 رسم کنیم. اگر a عددی صحیح باشد، مجموع مقادیر ممکن

برای a کدام است؟

۹ (۲)

۸ (۱)

۱۰ (۴)

۶ (۳)

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۱)

۲۱- پاسخ: گزینه ۲

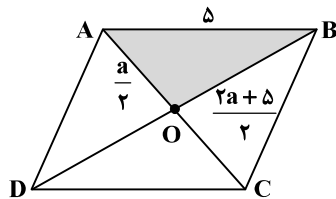


سه عدد a, b و c می توانند اضلاع یک مثلث باشند، هرگاه سه رابطه زیر برقرار باشد.

$$a+b > c, a+c > b, b+c > a$$



شکل مقابل را در نظر بگیرید، در متوازی الاضلاع قطرهای یکدیگر را نصف می کنند.



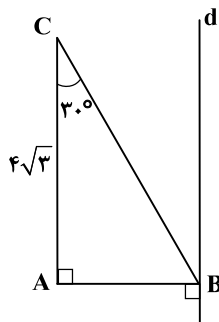
$$AO = \frac{a}{2}, BO = \frac{2a+5}{2}$$

برای رسم این متوازی الاضلاع، باید مثلث AOB قابل رسم باشد و لذا باید نامساوی مثلثی در آن صدق کند. بهتر است طول اضلاع این مثلث را در ۲ ضرب کرده و سپس نامساوی مثلثی را برای اعداد $a, 2a+5$ و ۱۰ بنویسیم:

$$\left. \begin{aligned} a+2a+5 &> 10 \Rightarrow a > \frac{5}{3} \\ a+10 &> 2a+5 \Rightarrow a < 5 \\ 2a+5+10 &> a \Rightarrow a > -15 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{5}{3} < a < 5$$

a عددی صحیح است، پس مقادیر ممکن برای a فقط می تواند ۲، ۳ و ۴ باشد؛ بنابراین خواسته سؤال برابر است با: $2+3+4=9$

۲۲- در شکل زیر، اگر مثلث ABC را حول خط d دوران دهیم، حجم جسم حاصل چقدر است؟



$$\frac{64\pi}{3} \quad (1)$$

$$\frac{64\pi\sqrt{3}}{3} \quad (2)$$

$$\frac{128\pi}{3} \quad (3)$$

$$\frac{128\pi\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$

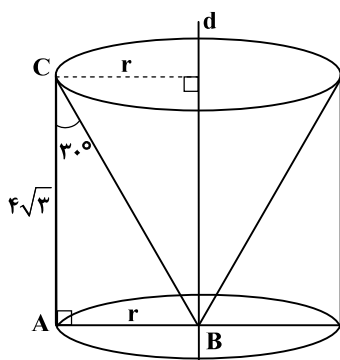
▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۴، درس ۲)

۲۲- پاسخ: گزینه ۴



حجم استوانه ای به شعاع قاعده r و ارتفاع h برابر $V = \pi r^2 h$ است.

حجم مخروط قائم به شعاع قاعده r و ارتفاع h برابر $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ است.



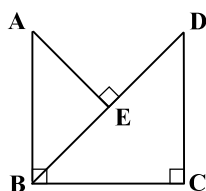
با توجه به شکل، از دوران مثلث ABC حول خط d ، یک استوانه ایجاد می‌شود که یک مخروط قائم از آن خارج شده است. شعاع قاعده و ارتفاع استوانه و مخروط یکسان است و داریم:

$$\triangle ABC : \tan 30^\circ = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AB}{4\sqrt{3}} \Rightarrow AB = \frac{12}{3} = 4 \Rightarrow r = AB = 4$$

$$h = AC = 4\sqrt{3}$$

$$V = V_{\text{استوانه}} - V_{\text{مخروط}} = \pi r^2 h - \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{2}{3} \pi r^2 h = \frac{2}{3} \pi \times 4^2 \times 4\sqrt{3} = \frac{128\pi\sqrt{3}}{3}$$

۲۳- در شکل زیر، اگر $BC = 2BE$ و $AE \times DC = 18$ باشد، اندازه BC کدام است؟



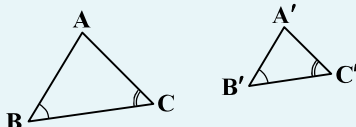
- (۱) ۶
(۲) ۹
(۳) $3\sqrt{2}$
(۴) $2\sqrt{6}$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

۲۳- پاسخ: گزینه ۱



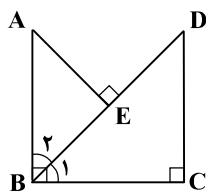
- هرگاه دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه از مثلث دیگر هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.



$$(\hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}' \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C')$$



مثلث‌های ABE و BCD متشابه هستند؛ زیرا:



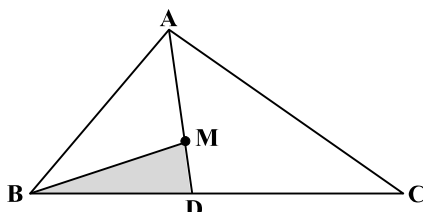
$$\left. \begin{aligned} \hat{A} + \hat{B}_\gamma &= 90^\circ \\ \hat{B}_\gamma + \hat{B}_\gamma &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}_\gamma, \hat{E} = \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle BCD$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{BE}{CD} = \frac{AE}{BC} \Rightarrow \frac{BE}{CD} = \frac{AE}{BC} \Rightarrow AE \times CD = BE \times BC$$

با استفاده از مفروضات $AE \times DC = 18$ و $BC = 2BE$ ، داریم:

$$18 = BE \times 2BE \Rightarrow BE^2 = 9 \Rightarrow BE = 3 \Rightarrow BC = 2BE = 2 \times 3 = 6$$

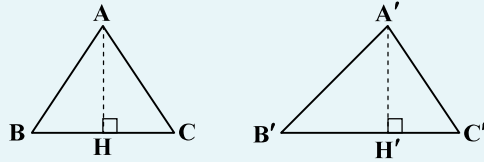
۲۴- در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A در مثلث ABC است. $AB = 6$ ، $AC = 8$ و M نقطه‌ای روی AD است به طوری که $AM = 2MD$ ، مساحت مثلث BMD چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



- (۱) $\frac{3}{7}$
(۲) $\frac{1}{14}$
(۳) $\frac{1}{7}$
(۴) $\frac{5}{14}$



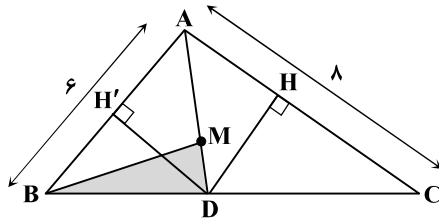
- هر نقطه که روی نیمساز یک زاویه قرار داشته باشد، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است و هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز آن زاویه قرار دارد.
- در دو مثلث که اندازه دو ارتفاع برابر باشد، نسبت مساحت‌ها برابر نسبت اندازه قاعده‌های متناظر این دو ارتفاع است.



$$AH = A'H' \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{BC}{B'C'}$$



- از نقطه D، عمودهای DH و DH' را به ترتیب بر اضلاع AC و AB رسم می‌کنیم. می‌دانیم هر نقطه روی نیمساز زاویه، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است و چون D روی نیمساز زاویه A است، داریم:



$$DH = DH'$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{ABD}} = \frac{\frac{1}{2} DH \cdot AC}{\frac{1}{2} DH' \cdot AB} = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

با ترکیب در صورت، داریم:

$$\frac{S_{ACD} + S_{ABD}}{S_{ABD}} = \frac{4+3}{3} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ABD}} = \frac{7}{3} \Rightarrow S_{ABD} = \frac{3}{7} S_{ABC} \quad (1)$$

- در دو مثلث ABM و BMD اگر ارتفاع رأس B را در نظر بگیریم، این دو مثلث دارای ارتفاع مشترک هستند و نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت قاعده‌های آن‌ها است.

$$\frac{S_{ABM}}{S_{BMD}} = \frac{AM}{MD} \xrightarrow{AM=2MD} \frac{S_{ABM}}{S_{BMD}} = \frac{2MD}{MD} = 2$$

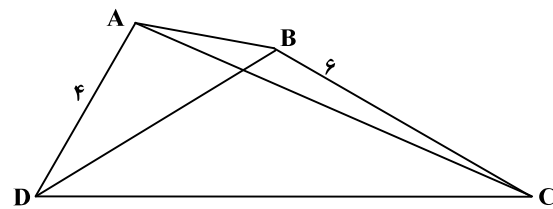
$$\frac{S_{ABM} + S_{BMD}}{S_{BMD}} = \frac{2+1}{1} \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{BMD}} = 3 \Rightarrow S_{BMD} = \frac{1}{3} S_{ABD}$$

دوباره با ترکیب در صورت، داریم:

$$S_{BMD} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{7} S_{ABC} = \frac{1}{7} S_{ABC}$$

با استفاده از رابطه (۱)، داریم:

- ۲۵- در چهارضلعی ABCD، امتداد اضلاع AD و BC بر هم عمودند. اگر در این چهارضلعی وسط‌های دو قطر و وسط‌های AB و CD را به‌طور متوالی به هم وصل کنیم، مساحت شکل حاصل کدام است؟

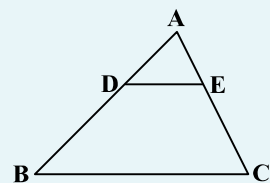


۴ (۱)

۶ (۲)

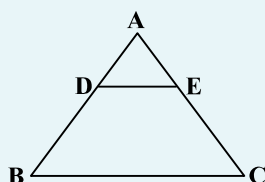
۸ (۳)

۱۲ (۴)



- (تعمیم قضیه تالس): اگر خطی دو ضلع مثلثی را در دو نقطه قطع کند و با ضلع سوم آن موازی باشد، مثلثی پدید می‌آید که اندازه ضلع‌های آن با اندازه ضلع‌های مثلث اصلی متناسب‌اند؛ مثلاً در شکل روبه‌رو داریم:

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$



- (عکس قضیه تالس): اگر خطی دو ضلع مثلثی را قطع کند و روی آن‌ها، چهار پاره‌خط با اندازه‌های متناسباً متناسب جدا کند، آنگاه با ضلع سوم مثلث موازی است.

$$\frac{AD}{DE} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow DE \parallel BC$$



شکل زیر را با توجه به مفروضات سؤال رسم می‌کنیم. در مثلث ABD، داریم:

$$\begin{aligned} & \left. \begin{array}{l} \text{M وسط AB} \\ \text{Q وسط DB} \end{array} \right\} \\ & \Rightarrow \frac{BM}{MA} = \frac{BQ}{QD} = 1 \xrightarrow{\text{عکس تالس}} MQ \parallel AD \\ & \Rightarrow \frac{MQ}{AD} = \frac{BM}{BA} = \frac{1}{2} \Rightarrow MQ = \frac{1}{2} AD \\ & \Rightarrow MQ = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \end{aligned}$$

به طریق مشابه در مثلث ACD، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{N وسط AC} \\ \text{P وسط CD} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{CN}{NA} = \frac{CP}{PD} = 1 \Rightarrow NP \parallel AD \Rightarrow \frac{NP}{AD} = \frac{CN}{CA} = \frac{1}{2} \Rightarrow NP = \frac{1}{2} AD \Rightarrow NP = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

در چهارضلعی MNPQ اضلاع MQ و NP موازی و مساوی‌اند، پس این چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.

در مثلث ABC، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{M وسط AB} \\ \text{N وسط AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = 1 \Rightarrow MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = \frac{1}{2} BC \Rightarrow MN = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

MN $\parallel$ BC و MQ $\parallel$ AD پس اضلاع زاویه $\hat{M}$ با اضلاع زاویه $\hat{Q}$ موازی‌اند و در نتیجه $\hat{M} = \hat{Q} = 90^\circ$ لذا چهارضلعی MNPQ مستطیل است و داریم:

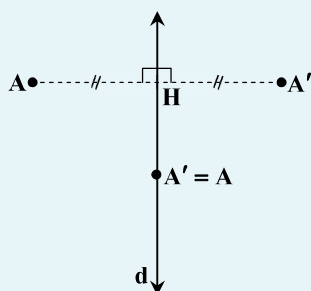
$$S_{MNPQ} = MQ \times MN = 2 \times 3 = 6$$

۲۶- دو خط عمود بر هم D_1 و D_2 مفروض‌اند. نقطه دلخواه M از صفحه را ابتدا نسبت به D_1 بازتاب نموده و سپس تصویر را نسبت به خط D_2 بازتاب می‌کنیم تا به نقطه M' برسیم. با چه تبدیلی مستقیماً می‌توان از M به M' رسید؟

(۱) انتقال یا دوران (۲) تجانس یا دوران (۳) دوران یا بازتاب (۴) انتقال یا تجانس

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۱)

۲۶- پاسخ: گزینه ۲



- برای پیدا کردن بازتاب یک نقطه مثل A نسبت به خط d، کافی است از نقطه A به خط داده‌شده عمودی وارد کنیم و پای عمود را H بنامیم. حال AH را از سمت H به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا A' به دست آید. در این صورت A' را بازتاب یا قرینه A نسبت به خط d می‌نامیم و می‌نویسیم:

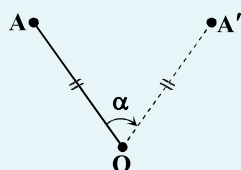
$$S(A) = A'$$

در چنین حالتی خط d عمود منصف پاره‌خط AA' خواهد بود.

خط d، خط بازتاب یا محور بازتاب نامیده می‌شود.

اگر نقطه‌ای روی خط بازتاب باشد، تصویر آن بر خودش منطبق می‌شود؛ به عبارتی A' همان A است.

- دوران R به مرکز نقطه ثابت O و زاویه α ، تبدیلی از صفحه است که در آن اگر A' تصویر نقطه A باشد، داریم:



$$OA = OA' \text{ و } \widehat{AOA'} = \alpha$$

- اگر O نقطه‌ای ثابت در صفحه و $k \neq 0$ یک عدد حقیقی باشد، نقطه M' را متجانس نقطه M در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس k گوئیم؛ هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:
الف) سه نقطه M ، O و M' روی یک خط راست باشند.

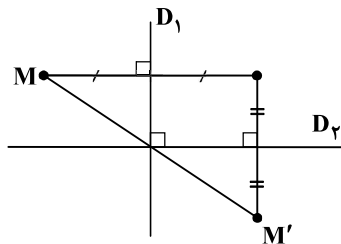
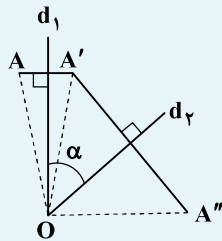
$$OM' = |k| \cdot OM \quad \text{ب)}$$

- اگر k مثبت باشد، M' روی نیم خط OM و نقاط M و M' در یک طرف نقطه O قرار دارند.

$$\left. \begin{array}{l} \text{مثال: } OM' = 2OM \quad k = 2 \\ \text{مثال: } OM' = \frac{1}{2}OM \quad k = \frac{1}{2} \\ \text{مثال: } OM' = -2OM \quad k = -2 \end{array} \right\} \text{پ)}$$

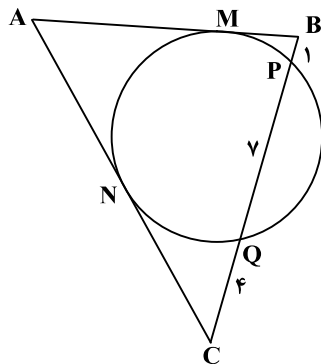
- ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع، یک دوران است به مرکز نقطه برخورد دو محور بازتاب متقاطع و زاویه دوران، دو برابر زاویه بین دو محور بازتاب متقاطع است.

در شکل مقابل، A'' دوران یافته A به مرکز O و زاویه 2α است.



مطابق شکل، چون دو خط D_1 و D_2 بر هم عمودند، ترکیب این دو بازتاب، دورانی است با زاویه $180^\circ = 2 \times 90^\circ$ و دوران 180° همان تجانس با نسبت -1 نیز هست.

۲۷- در شکل زیر، AB و AC بر دایره در نقاط M و N مماس هستند. با توجه به اندازه‌های روی شکل، حاصل $|AC - AB|$ کدام است؟



$$(1) 2(\sqrt{7} - \sqrt{2})$$

$$(2) 2(\sqrt{10} - \sqrt{3})$$

$$(3) 2(\sqrt{11} - \sqrt{2})$$

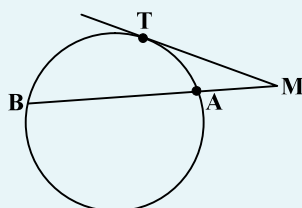
$$(4) 2(\sqrt{13} - \sqrt{3})$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲)

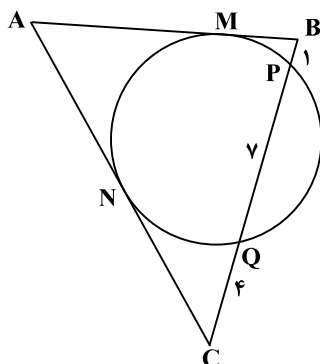
۲۷- پاسخ: گزینه ۳



- هرگاه M نقطه‌ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصل ضرب اندازه‌های دو قطعه قاطع



$$MT^2 = MA \cdot MB$$



با استفاده از نکته، داریم:

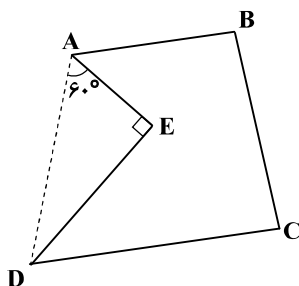
$$BM^2 = BP \cdot BQ \Rightarrow BM^2 = 1 \times 8 = 8 \Rightarrow BM = 2\sqrt{2}$$

$$CN^2 = CQ \times CP \Rightarrow CN^2 = 4 \times 11 \Rightarrow CN = 2\sqrt{11}$$

می‌دانیم طول دو مماس مرسوم بر دایره از نقطه‌ای خارج دایره با هم برابرند، پس $AM = AN$ و خواسته سؤال برابر است با:

$$\begin{aligned} |AC - AB| &= |AN + NC - (AM + MB)| = |AM + NC - AM - MB| \\ &= |NC - MB| = |2\sqrt{11} - 2\sqrt{2}| = 2\sqrt{11} - 2\sqrt{2} = 2(\sqrt{11} - \sqrt{2}) \end{aligned}$$

۲۸- در شکل زیر، بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع چندضلعی $ABCDE$ ، می‌توان مساحت آن را به اندازه $12\sqrt{3}$ واحد افزایش داد. شعاع دایره محیطی مثلث ADE چقدر است؟



$$2\sqrt{3} \quad (۱)$$

$$4\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$۴ \quad (۳)$$

$$۶ \quad (۴)$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۳) و (فصل ۲، درس ۲)

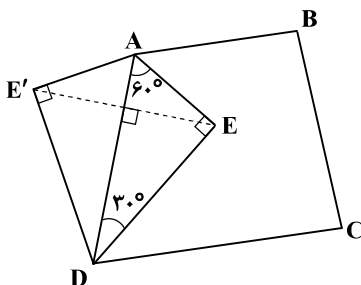
۲۸- پاسخ: گزینه ۱



- یکی از کاربردهای بازتاب، حل مسائلی است که به مسائل هم‌پیرامونی یا هم‌محیطی معروف است. در این گونه مسائل، هدف این است که بدون این که محیط یک چندضلعی تغییر کند، مساحت آن چندضلعی را تغییر دهیم.



با توجه به شکل، بازتاب E را نسبت به AD یافته و E' می‌نامیم. E' را به A و D وصل می‌کنیم. میزان افزایش مساحت برابر است با:



$$S = 2S_{ADE} = 2 \times \frac{1}{2} AE \times ED = AE \times ED \Rightarrow AE \times ED = 12\sqrt{3}$$

در مثلث قائم‌الزاویه ADE اگر وتر مثلث را $AD = x$ در نظر بگیریم، داریم:

$$\hat{ADE} = 30^\circ \Rightarrow AE = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} x$$

$$\hat{DAE} = 60^\circ \Rightarrow ED = \frac{\sqrt{3}}{2} \times AD = \frac{\sqrt{3}}{2} x$$

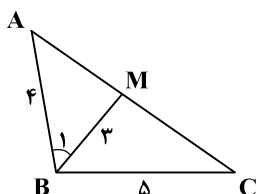
$$AE \times ED = 12\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{2} x \times \frac{\sqrt{3}}{2} x = 12\sqrt{3} \Rightarrow \frac{x^2}{4} = 12$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow x = 4\sqrt{3}$$

$$R = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} \times x = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

شعاع دایره محیطی مثلث قائم‌الزاویه ADE برابر با نصف وتر است، پس:

۲۹- در مثلث ABC زیر، اگر M وسط AC باشد، با توجه به اندازه‌های روی شکل، حاصل $\cos \hat{B}_1$ کدام است؟

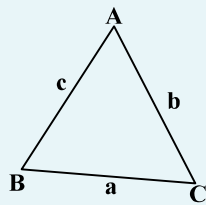


$$\frac{9}{25} \quad (۲)$$

$$\frac{7}{16} \quad (۱)$$

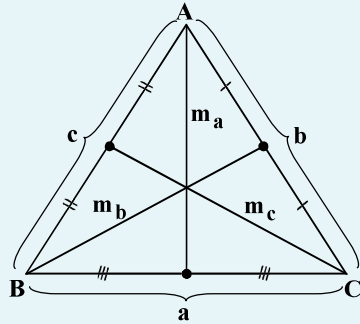
$$\frac{7}{25} \quad (۴)$$

$$\frac{9}{16} \quad (۳)$$



– (قضیه کسینوسها): در هر مثلث، مربع اندازه هر ضلع برابر است با مجموع مربع‌های اندازه‌های دو ضلع دیگر، منهای دو برابر حاصل ضرب اندازه آن دو ضلع در کسینوس زاویه بین آنها:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}, \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \hat{B}, \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \hat{C}$$



– (قضیه میانه‌ها): بر طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC در شکل زیر داریم:

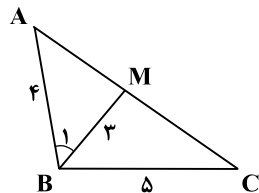
$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2}$$

$$a^2 + c^2 = 2m_b^2 + \frac{b^2}{2}$$

$$a^2 + b^2 = 2m_c^2 + \frac{c^2}{2}$$



با استفاده از قضیه میانه‌ها در مثلث ABC، داریم:



$$AB^2 + BC^2 = 2BM^2 + \frac{1}{2}AC^2 \Rightarrow 4^2 + 5^2 = 2 \times 3^2 + \frac{1}{2}AC^2$$

$$\Rightarrow 16 + 25 = 18 + \frac{1}{2}AC^2 \Rightarrow \frac{1}{2}AC^2 = 23 \Rightarrow AC^2 = 46$$

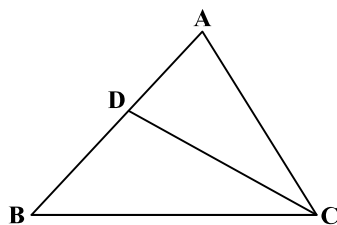
$$\Rightarrow AC = \sqrt{46} \Rightarrow AM = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{46}$$

با استفاده از قضیه کسینوسها در مثلث ABM، داریم:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos \hat{B}_1 \Rightarrow \frac{1}{4} \times 46 = 16 + 9 - 2 \times 4 \times 3 \cos \hat{B}_1$$

$$\Rightarrow 24 \cos \hat{B}_1 = 25 - \frac{23}{2} \Rightarrow 24 \cos \hat{B}_1 = \frac{27}{2} \Rightarrow \cos \hat{B}_1 = \frac{27}{48} = \frac{9}{16}$$

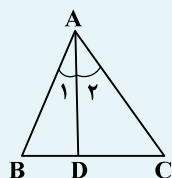
۳۰- در مثلث ABC زیر، اگر CD نیمساز زاویه C و $AC = 6$ ، $AB = 7$ و $BC = 8$ باشد، شعاع دایره محاطی داخلی مثلث BCD چقدر است؟



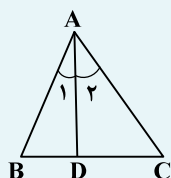
- (۱) $\frac{\sqrt{15}}{3}$
- (۲) $\frac{\sqrt{15}}{6}$
- (۳) $\frac{\sqrt{21}}{3}$
- (۴) $\frac{\sqrt{21}}{6}$



– در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های ضلع‌های آن زاویه تقسیم می‌کند.



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$



- در هر مثلث، مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه دو ضلع زاویه منتهای حاصل ضرب اندازه دو قطعه‌ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می‌کند.

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$$

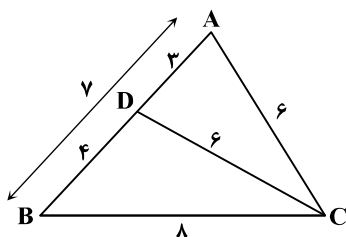
- در مثلث ABC، که $BC = a$ ، $AB = c$ و $AC = b$ مساحت از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \quad (\text{دستور هرون})$$

که در این دستور $P = \frac{a+b+c}{2}$ نصف محیط مثلث است.



ابتدا با استفاده از نکته‌های بالا، اندازه AD ، BD و CD را می‌یابیم:



$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{AD}{BD} &= \frac{AC}{CB} \Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{6}{8} \Rightarrow \frac{7-DB}{DB} = \frac{3}{4} \\ \Rightarrow 3DB &= 28-4DB \Rightarrow 7DB = 28 \Rightarrow DB = 4 \Rightarrow AD = 7-4 = 3 \\ CD^2 &= AC \cdot CB - AD \cdot DB \Rightarrow CD^2 = 6 \times 8 - 4 \times 3 = 48 - 12 = 36 \\ \Rightarrow CD &= 6 \end{aligned}$$

حال به کمک هرون، مساحت مثلث CBD را می‌یابیم.

$$P = \frac{4+6+8}{2} = 9 \Rightarrow S = \sqrt{9(9-8)(9-6)(9-4)} = \sqrt{9 \times 1 \times 3 \times 5} = 3\sqrt{15}$$

شعاع دایره محاطی داخلی مثلث BCD برابر است با:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{3\sqrt{15}}{9} = \frac{\sqrt{15}}{3}$$

۳۱- با حروف کلمه «جهانگردی» چند کلمه ۸ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها حروف کلمه «جهان» چهار حرف اول باشند؟

۵۷۶ (۴)

۲۴ (۳)

۱۴۴ (۲)

۴۴۸ (۱)

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۲)

۳۱- پاسخ: گزینه ۴



- تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر است با $n!$.



چهار حرف اول با حروف کلمه «جهان» پر می‌شوند و حروف «ج ه ا ن» ۴! جایگشت دارند. چهار حرف بعدی با حروف «گ ر د ی» پر می‌شوند که آن‌ها نیز ۴! جایگشت دارند، پس تعداد حالات برابر است با:

$$\underbrace{\text{گ ر د ی}}_{4!} \underbrace{\text{ج ه ا ن}}_{4!} = 4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

۳۲- بازه‌های $A = [2a^2 - 1, 5]$ و $B = (2a, 6]$ مفروض‌اند. اگر مجموعه $A - B$ مجموعه‌ای متناهی و غیرتهی باشد، بازه $[4a, -9a]$

شامل چند عدد صحیح است؟ ($a < 0$)

۲ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۱)

۳۲- پاسخ: گزینه ۲

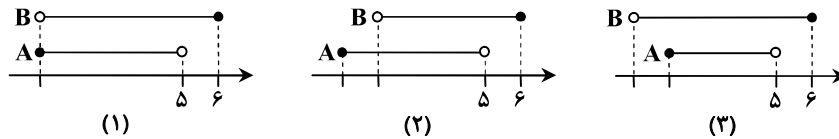


- مجموعه‌هایی را که تعداد اعضای آن‌ها یک عدد حسابی است، «مجموعه‌های متناهی» می‌نامیم.

- بازه‌هایی که تنها شامل یکی از نقاط انتهایی خود می‌باشد را بازه نیم‌باز می‌نامیم و به صورت $[a, b)$ یا $(a, b]$ نمایش می‌دهیم.



برای بازه‌های $A = [3a^2 - 1, 5]$ و $B = (2a, 6]$ حالات زیر را در نظر بگیرید.



با توجه به نمودارهای بالا، زمانی $A - B$ مجموعه‌ای متناهی و غیر تهی است که حالت (۱) اتفاق بیفتد و داشته باشیم:

$$3a^2 - 1 = 2a \Rightarrow 3a^2 - 2a - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

چون $a < 0$ ، پس $a = -\frac{1}{3}$ قابل قبول است و داریم:

$$[4a, -9a) = \left[-\frac{4}{3}, 3\right) \Rightarrow \text{تعداد} = 4 \Rightarrow -1, 0, 1, 2 \text{ : اعداد صحیح}$$

۳۳- تعداد دندان‌های معیوب ۵ دانش آموز انتخاب شده از یک کلاس به ترتیب ۵، ۲، ۰ و ۳ است. بر آورد نقطه‌ای میانگین تعداد دندان‌های معیوب دانش آموزان کلاس کدام است؟

۲/۷ (۴)

۲/۶ (۳)

۲/۴ (۲)

۲/۵ (۱)

▲ مشخصات سؤال: ساده * آمار و احتمال (فصل ۴، درس ۲)

۳۳- پاسخ: گزینه ۲



– بر آورد نقطه‌ای پارامتر جامعه برابر است با مقدار عددی حاصل از جای گذاری اعداد نمونه تصادفی در آماره نظیر آن پارامتر. به بیان دیگر مقدار عددی آماره را بر آورد یا بر آورد نقطه‌ای می‌نامند.



در این مسئله جامعه، دانش آموزان این کلاس و پارامتر جامعه، میانگین تعداد دندان‌های معیوب دانش آموزان کلاس است، ۵ دانش آموز انتخاب شده نمونه‌ای از اندازه ۵ را تشکیل می‌دهد و آماره برابر میانگین تعداد دندان‌های معیوب این ۵ دانش آموز است.

$$\bar{x} = \frac{3+0+2+2+5}{5} = \frac{12}{5} \Rightarrow \text{آماره یا بر آورد نقطه‌ای} = \frac{12}{5} = 2.4$$

۳۴- اگر مجموعه $D = \{n \in \mathbb{W} \mid 3^n < 81\}$ دامنه متغیر باشد، ارزش کدام گزاره سوری نادرست است؟

$$\exists x \in D; x^2 + 2x - 8 = 0 \quad (2)$$

$$\forall x \in D; x^2 \geq 0 \quad (1)$$

$$\forall x \in D; x^4 > x^3 \quad (4)$$

$$\exists x \in D; x^3 + 9x^2 - 10 = 0 \quad (3)$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

۳۴- پاسخ: گزینه ۴



– در هر گزاره‌نما به مجموعه مقادیری که می‌توان آن‌ها را به جای متغیرهای آن قرار داد، تا اینکه گزاره‌نما به گزاره تبدیل شود، «دامنه متغیر گزاره‌نما» می‌گویند و آن را با حرف D نمایش می‌دهند.

– در هر گزاره‌نما، به مجموعه عضوهایی از دامنه متغیر که به‌ازای آن‌ها، گزاره‌نما تبدیل به گزاره‌ای با ارزش درست شود، مجموعه «جواب گزاره‌نما» می‌گویند و آن را با حرف S نمایش می‌دهند و همواره داریم: $S \subseteq D$.

– گزاره‌نمای شامل متغیر x که با سور وجودی همراه می‌شود، وقتی درست است که مجموعه جواب آن تهی نباشد.

– گزاره‌نمای شامل سور عمومی هنگامی درست است که مجموعه جواب با دامنه متغیر برابر باشد.



$$D = \{0, 1, 2, 3\}$$

با توجه به تعریف مجموعه D ، داریم:

اینگ هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱: درست؛ زیرا مکعب همه اعضای D بزرگ‌تر یا مساوی صفر است.

گزینه ۲: درست؛ زیرا ریشه‌های معادله $x^2 + 2x - 8 = 0$ اعداد ۲ و -۴ است که $2 \in D$.

گزینه ۳: درست؛ زیرا در معادله $x^3 + 9x^2 - 10 = 0$ مجموع ضرایب، برابر صفر است و حتماً ریشه $x = 1$ دارد که $1 \in D$.

گزینه ۴: نادرست؛ زیرا اعداد صفر و یک در رابطه $x^4 > x^3$ صدق نمی‌کنند.

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۳۵- مجموعه‌های $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x-1| < 3\}$ و $B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{1}{x+1} \in \mathbb{N}\right\}$ مفروض‌اند. بیشترین فاصله بین دو نقطه از نمودار $B \times A$ کدام

است؟

$$2\sqrt{19} \quad (4)$$

$$2\sqrt{15} \quad (3)$$

$$2\sqrt{13} \quad (2)$$

$$2\sqrt{17} \quad (1)$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

۳۵- پاسخ: گزینه ۲



- (عمل ضرب دکارتی بین دو مجموعه): اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشند، $A \times B$ مجموعه‌ای است که به صورت زیر تعریف می‌شود:
 $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$
 در این تعریف توجه دارید که در هر (x, y) متعلق به $A \times B$ ، همواره مؤلفه یا مختص اول، یعنی x باید از مجموعه A و متناظراً مؤلفه دوم، یعنی y باید از مجموعه B باشد.



ابتدا اعضای مجموعه‌های A و B را مشخص می‌کنیم.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x-1| < 3\}, \quad |x-1| < 3 \Rightarrow -3 < x-1 < 3 \Rightarrow -2 < x < 4 \Rightarrow A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{1}{x+1} \in \mathbb{N}\right\}$$

$x+1$ مقسوم‌علیه‌های عدد ۸ است، پس:

$$x+1=1 \Rightarrow x=0 \quad \checkmark, \quad x+1=2 \Rightarrow x=1 \quad \checkmark, \quad x+1=4 \Rightarrow x=3 \quad \checkmark, \quad x+1=8 \Rightarrow x=7 \quad \checkmark$$

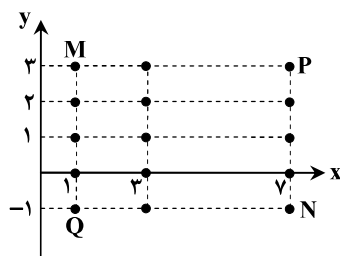
$$B = \{1, 3, 7\}$$

چون $x \in \mathbb{N}$ ، بنابراین داریم:

مجموعه $B \times A$ را می‌یابیم.

$$B \times A = \{(1, -1), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (3, -1), (3, 0), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (7, -1), (7, 0), (7, 1), (7, 2), (7, 3)\}$$

نمودار $B \times A$ به صورت زیر است.



بیشترین فاصله بین دو نقطه، فاصله بین M و N یا فاصله بین P و Q است و داریم:

$$M(1, 3), \quad N(7, -1) \Rightarrow MN = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

۳۶- سه فرد a ، b و c در یک مسابقه شرکت می‌کنند. احتمال برنده شدن a دو برابر احتمال برنده شدن b و احتمال باخت b سه برابر احتمال برد c است. احتمال آنکه a برنده نشود، چقدر است؟

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{5} \quad (1)$$



- در فضای نمونه‌ای متناهی با احتمال غیرهم‌شانس، اگر $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ فضای نمونه‌ای و $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ یک زیرمجموعه k عضوی S باشد، همواره داریم:

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad (1)$$

$$P(S) = 1 \quad (2)$$

$$P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_k) \quad (3)$$



اگر احتمال برنده شدن سه نفر را با $P(a)$ ، $P(b)$ و $P(c)$ نشان دهیم، طبق مفروضات سؤال، داریم:

$$S = \{a, b, c\}, \quad P(a) = 2P(b), \quad P(b') = 3P(c) \Rightarrow 1 - P(b) = 3P(c) \Rightarrow P(c) = \frac{1}{3}(1 - P(b))$$

از نکته بالا استفاده می‌کنیم.

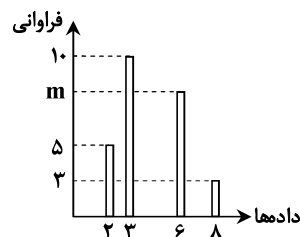
$$P(a) + P(b) + P(c) = 1 \Rightarrow 2P(b) + P(b) + \frac{1}{3}(1 - P(b)) = 1$$

$$\xrightarrow{\times 3} 9P(b) + 1 - P(b) = 3 \Rightarrow 8P(b) = 2 \Rightarrow P(b) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow P(a) = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$P(a') = 1 - P(a) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

خواسته سؤال برابر است با:

۳۷- با توجه به نمودار میله‌ای زیر، میانگین داده‌ها برابر $\frac{56}{13}$ می‌باشد. اگر اختلاف میانه و مد برابر a و فراوانی نسبی داده $x = 6$ برابر b باشد، حاصل $b - a$ کدام است؟



- (۱) $\frac{4}{13}$
- (۲) $-\frac{9}{13}$
- (۳) $\frac{5}{13}$
- (۴) $-\frac{7}{13}$



- (فراوانی نسبی یک داده): با تقسیم فراوانی هر داده به تعداد کل داده‌ها، فراوانی نسبی آن داده به‌دست می‌آید. اگر فراوانی نسبی داده‌ها در ۱۰۰ ضرب شود، آنگاه درصد داده‌ها به‌دست می‌آید.

- (میانگین موزون داده‌ها): اگر n داده $x_1, x_2, \dots, x_n$ داشته باشیم به‌طوری که هریک از این داده‌ها به‌ترتیب دارای فراوانی $f_1, f_2, \dots, f_n$ باشند، میانگین موزون داده‌ها را با نماد $\bar{x}_f$ نشان می‌دهیم و آن را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

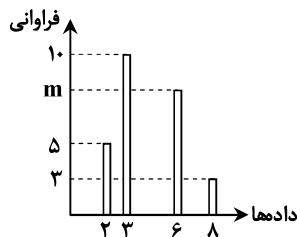
$$\bar{x}_f = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$$

- (نما (مد)): داده‌ای که بیشترین فراوانی را داشته باشد، «نما» یا «مد» داده‌ها نام دارد. اگر در داده‌هایی، همه داده‌ها یک فراوانی داشته باشند، آنگاه این داده‌ها مد ندارند. اگر در داده‌هایی، دو داده بیشترین فراوانی را داشته باشند، آنگاه این داده‌ها دو مد دارند.

- اگر تعدادی داده داشته باشیم که از کوچک به بزرگ مرتب باشند، اگر تعداد آن‌ها فرد باشد، عدد وسط و اگر تعداد آن‌ها زوج باشد، میانگین دو داده وسط را میانه می‌گوییم و با Q_2 نشان می‌دهیم.



با توجه به اینکه میانگین داده‌ها برابر $\frac{56}{13}$ است، داریم:



$$\bar{x} = \frac{2 \times 5 + 3 \times 10 + 6 \times m + 8 \times 3}{5 + 10 + m + 3} = \frac{10 + 30 + 6m + 24}{m + 18} = \frac{64 + 6m}{m + 18}$$

$$\Rightarrow \frac{64 + 6m}{m + 18} = \frac{56}{13} \Rightarrow 78m + 832 = 56m + 1008$$

$$\Rightarrow 22m = 176 \Rightarrow m = 8$$

$$\Rightarrow x = 6 = \text{فراوانی نسبی} = \frac{m}{5 + 10 + m + 3} = \frac{8}{26} = \frac{4}{13}$$

مد داده‌ای است که بیشترین فراوانی را دارد، پس مد برابر ۳ است. حال برای تعیین میانه، داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

$$2, \dots, 2, \underbrace{3, \dots, 3}_{\text{تا } 5}, \underbrace{6, \dots, 6}_{\text{تا } 10}, \underbrace{8, 8, 8}_{\text{تا } 8}, \underbrace{8}_{\text{تا } 3} \Rightarrow \text{تعداد داده‌ها} = 26$$

میانه برابر با میانگین داده‌های سیزدهم و چهاردهم است که هر دو برابر ۳ هستند، پس:

$$\text{میانه} = 3 \Rightarrow |\text{مد} - \text{میانه}| = |3 - 3| = 0$$

$$\text{پس } a = 0 \text{ و } b = \frac{4}{13} \text{ داریم:}$$

$$b - a = \frac{4}{13}$$

۳۸- روی یک تاس اعداد ۱، ۱، ۲، ۲، ۳، ۳، ۴ حک شده است، اگر این تاس را دو بار پرتاب کنیم، احتمال آنکه مجموع اعداد روشده زوج باشد، چقدر است؟

$$\frac{5}{36} \quad (1) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad \frac{1}{3} \quad (3) \quad \frac{5}{18} \quad (4)$$

۳۸- پاسخ: گزینه ۲ $\blacktriangle$ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۴)



- پیشامدهای A و B را مستقل می‌گوییم، هرگاه وقوع یکی از آن‌ها در احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. به عبارت دیگر دو پیشامد A و B مستقل‌اند، اگر و تنها اگر $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. دو پیشامدی که مستقل نباشند، وابسته نامیده می‌شوند.



احتمال رو شدن هر کدام از اعداد در یک بار پرتاب تاس به صورت زیر است:

$$P(1) = P(2) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \quad P(3) = P(4) = \frac{1}{6}$$

در دو بار پرتاب تاس، مجموع دو عدد زمانی زوج است که هر دو زوج یا هر دو فرد باشند، پس احتمال موردنظر به صورت زیر است:

$$(2, 2) \text{ یا } (3, 1) \text{ یا } (1, 3) \text{ یا } (4, 4) \text{ یا } (4, 2) \text{ یا } (2, 4) \text{ یا } (2, 2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{9} + \frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \frac{1}{36} + \frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \frac{1}{36} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9} + \frac{4}{18} + \frac{2}{36} = \frac{8+8+2}{36} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

۳۹- هر کدام از ۱۰ داده آماری را دو برابر کرده و از هر کدام ۳ واحد کم می‌کنیم. اگر ضریب تغییرات داده‌های جدید $\frac{4}{3}$ ضریب تغییرات داده‌های اولیه باشد، مجموع ۱۰ داده اولیه چقدر است؟

$$50 \quad (4) \quad 60 \quad (3) \quad 40 \quad (2) \quad 70 \quad (1)$$



- در حالت کلی اگر تمام داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ در عدد a ضرب و سپس با مقدار b جمع شوند، داریم:

$$ax + b = a \cdot \bar{x} + b$$

- ضریب تغییرات داده‌ها: معیاری است که از تقسیم انحراف معیار داده‌ها (σ) به میانگین داده‌ها ($\bar{x}$) به دست می‌آید و آن را با نماد CV نشان می‌دهند:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

- در حالت کلی برای داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ داریم:

$$\sigma_{ax \pm b} = |a| \sigma_x, \sigma_{ax \pm b}^2 = a^2 \sigma_x^2$$



ده داده اولیه را $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ در نظر گرفته و میانگین آن‌ها را با $\bar{x}$ و انحراف معیار آن‌ها را با σ_x نشان می‌دهیم. طبق فرض سؤال، داده‌های جدید به صورت زیر هستند.

داده‌های جدید: $2x_1 - 3, 2x_2 - 3, \dots, 2x_{10} - 3$

میانگین جدید $= 2\bar{x} - 3$

انحراف معیار جدید $= \sigma_{2x-3} = 2\sigma_x$

چون ضریب تغییرات داده‌های جدید، $\frac{4}{3}$ ضریب تغییرات داده‌های اولیه است، داریم:

$$CV_{2x-3} = \frac{4}{3} CV_x \Rightarrow \frac{\sigma_{2x-3}}{2\bar{x}-3} = \frac{4}{3} \times \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \Rightarrow \frac{2\sigma_x}{2\bar{x}-3} = \frac{4}{3} \times \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \\ \Rightarrow \frac{2}{2\bar{x}-3} = \frac{4}{3} \times \frac{1}{\bar{x}} \Rightarrow \frac{1}{2\bar{x}-3} = \frac{2}{3\bar{x}} \Rightarrow 4\bar{x} - 6 = 3\bar{x} \Rightarrow \bar{x} = 6$$

بنابراین، مجموع ۱۰ داده اولیه برابر است با:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 10\bar{x} = 10 \times 6 = 60$$

۴۰- یک فرزند از خانواده‌ای با ۵ فرزند به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. اگر این فرزند ۲ برادر بزرگ‌تر از خود داشته باشد، چقدر احتمال دارد که فرزند انتخاب شده، فرزند چهارم خانواده باشد؟

$\frac{3}{8}$ (۴)	$\frac{1}{5}$ (۳)	$\frac{5}{8}$ (۲)	$\frac{4}{5}$ (۱)
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------



- فرض کنید $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A، داریم:

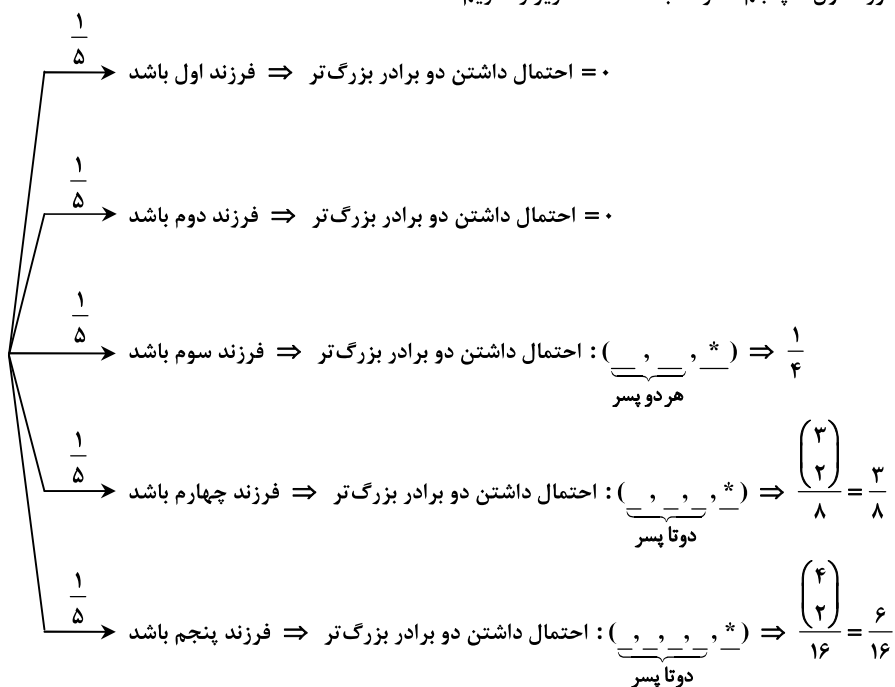
$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k)$$

- فرض کنید $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A و هر $i \leq n$ داریم:

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(A)}$$



برحسب اینکه فرزند انتخاب شده، فرزند اول تا پنجم خانواده باشد، حالات زیر را داریم:



طبق احتمال کل داریم:

$$P(\text{داشتن دو برادر بزرگتر}) = \frac{1}{5}(0 + 0 + \frac{1}{4} + \frac{3}{8} + \frac{6}{16}) = \frac{1}{5}(\frac{1}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8}) = \frac{1}{5}(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}) = \frac{1}{5}$$

حال خواسته سؤال را با استفاده از قاعده بیز محاسبه می کنیم.

$$P(\text{فرزند چهارم باشد} | \text{داشتن دو برادر بزرگتر}) = \frac{P(\text{فرزند چهارم باشد}) \cdot P(\text{داشتن دو برادر بزرگتر})}{P(\text{داشتن دو برادر بزرگتر})} = \frac{\frac{1}{5} \times \frac{3}{8}}{\frac{1}{5}} = \frac{3}{8}$$

فیزیک



۴۱- یکای فرعی گرمای ویژه برحسب یکاهای اصلی دستگاه SI کدام است؟

(۱) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}}$ (۲) $\frac{\text{m}^2}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$ (۳) $\frac{\text{m}^2}{\text{K} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{kg}}$ (۴) $\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}}$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

۴۱- پاسخ: گزینه ۴



$$Q = mc\Delta T \Rightarrow c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} \Rightarrow \text{یکای } c = \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{K}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}}$$

۴۲- قطر خارجی و داخلی یک لوله فلزی به ترتیب ۱۲ cm و ۸ cm و جرم آن ۲۴۰ کیلوگرم است. طول این لوله چند متر است؟

$$(\pi = 3 \text{ و } \rho_{\text{فلز}} = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

۸ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۲/۵ (۱)

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

۴۲- پاسخ: گزینه ۳



حجم ماده به کار رفته در لوله فلزی برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 8000 = \frac{240}{V} \Rightarrow V = \frac{240}{8000} = \frac{3}{100} \text{ m}^3$$

سطح مقطع لوله برابر است با:

$$A = \pi(R^2 - r^2) \Rightarrow A = 3 \times (6^2 - 4^2) \times 10^{-4} = 6 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$V = AL \Rightarrow \frac{3}{100} = 6 \times 10^{-3} \times L \Rightarrow L = 5 \text{ m}$$

۴۳- دقت اندازه گیری توسط یک خط کش با درجه بندی میلی متری، چند سانتی متر است؟

۰/۵ (۴)

۰/۰۱ (۳)

۰/۰۵ (۲)

۰/۱ (۱)

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۱)

۴۳- پاسخ: گزینه ۱



دقت ابزارهای اندازه گیری مدرج، برابر کمینه درجه بندی آن ابزار است؛ پس دقت اندازه گیری این خط کش ۱ میلی متر یا ۰/۱ سانتی متر است.

۴۴- چه تعداد از عبارات های زیر نادرست بیان شده است؟

الف) با کشش سطحی می توان توضیح داد که چرا قطره آبی که آزادانه سقوط می کند تقریباً کروی است.

ب) جیوه، سطح شیشه ای تمیز که روی آن قرار می گیرد را تر نمی کند.

پ) افزایش دما، نیروی هم چسبی مولکول های مایع را کاهش می دهد.

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۲)

۴۴- پاسخ: گزینه ۴

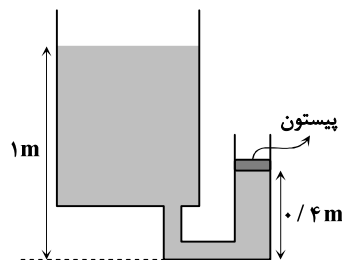


طبق متن کتاب درسی همه موارد درست بیان شده اند.

۴۵- ظرف مقابل حاوی آب است و پیستون با جرم m و سطح مقطع $A = 100 \text{ mm}^2$ مانع بالا رفتن آب در لوله سمت راست شده است. بزرگی

نیروی که پیستون بر آب وارد می کند، چند نیوتون است؟ ($P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و اصطکاک پیستون با بدنه داخلی

لوله ناچیز است.)



۰/۶ (۱)

۶ (۲)

۱/۰۶ (۳)

۱۰/۶ (۴)

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

۴۵- پاسخ: گزینه ۴



اندازه نیرویی که آب بر پیستون وارد می کند با اندازه نیروی پیستون بر آب برابر است؛ پس کافی است فشار در زیر پیستون را بیابیم:

$$P = \rho gh + P_0 \Rightarrow P = 1000 \times 10 \times (1 - 0/4) + 10^5 \Rightarrow P = 106000 \text{ Pa}$$

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow 106000 = \frac{F}{100 \times 10^{-6}} \Rightarrow F = 10/6 \text{ N}$$

۴۶- دو بارومتر که یکی حاوی جیوه با چگالی $\frac{13}{6} \frac{g}{cm^3}$ و دیگری حاوی مایعی با چگالی $\frac{3}{4} \frac{g}{cm^3}$ است، روی سطح زمین قرار دارند. چنانچه هر دو بارومتر را تا ارتفاع برابر از سطح زمین بالا ببریم، از هر دو بارومتر حجم یکسانی از ستون مایع درون آن‌ها کاهش می‌یابد. اگر قطر مقطع بارومتر جیوه‌ای ۸ mm باشد، قطر مقطع بارومتر دیگر چند میلی‌متر است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

۴۶- پاسخ: گزینه ۲



در اثر بالا بردن دو بارومتر تا یک ارتفاع مشخص، کاهش فشار (ΔP) برای هر دو بارومتر یکسان است. اگر کمیت‌های مربوط به بارومتر جیوه‌ای را با زیروند ۲ و کمیت‌های مربوط به بارومتر دیگر را با زیروند ۱ نشان دهیم، می‌توان نوشت:

$$\Delta P = \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow \frac{3}{4} \times g \times h_1 = \frac{13}{6} \times g \times h_2 \Rightarrow h_1 = \frac{13}{2} h_2$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 h_1 = A_2 h_2 \Rightarrow A_1 \times \frac{13}{2} h_2 = A_2 h_2 \Rightarrow A_1 = \frac{A_2}{2} \Rightarrow \pi r_1^2 = \frac{\pi r_2^2}{2} \Rightarrow r_1 = \frac{r_2}{\sqrt{2}} \Rightarrow d_1 = \frac{d_2}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{8}{\sqrt{2}} \Rightarrow d_1 = 4 \text{ mm}$$

۴۷- کار انجام‌شده توسط نیروی $F = 40 \text{ N}$ روی یک جسم، در جابه‌جایی $d = 10 \text{ m}$ برابر با -200 J است. زاویه بین نیرو با جابه‌جایی چند درجه است؟

(۱) ۳۰ (۲) ۶۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۵۰

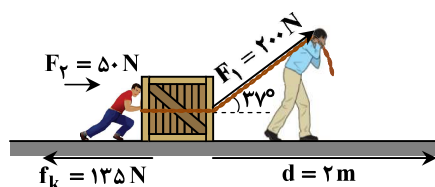
▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۳)

۴۷- پاسخ: گزینه ۳



$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow -200 = 40 \times 10 \times \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = -\frac{200}{400} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 120^\circ$$

۴۸- در شکل روبه‌رو، پدر با نیروی F_1 و پسر با نیروی F_2 جعبه‌ای به جرم 400 kg را روی سطح افقی حرکت می‌دهند و نیروی اصطکاک $f_k = 135 \text{ N}$ هم بر جعبه وارد می‌شود. اگر تندى جعبه در ابتدا $\frac{5}{18} \text{ m/s}$ باشد، تندى آن پس از جابه‌جایی افقی $d = 2 \text{ m}$ روی سطح چند متر بر ثانیه است؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$)



(۱) ۱

(۲) ۱/۲

(۳) ۱/۵

(۴) ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

۴۸- پاسخ: گزینه ۱



$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow \begin{cases} W_{F_1} = 200 \times 2 \times \cos 37^\circ = 320 \text{ J} \\ W_{F_2} = 50 \times 2 \times \cos 0^\circ = 100 \text{ J} \\ W_{f_k} = 135 \times 2 \times \cos 180^\circ = -270 \text{ J} \\ W_{mg} = 0 \\ W_{F_N} = 0 \end{cases}$$

$$W_t = 320 + 100 - 270 + 0 + 0 = 150 \text{ J}$$

کار کل روی جعبه برابر است با:

از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \Rightarrow 150 = \frac{1}{2} \times 400 \times (v_f^2 - 0.5^2) \Rightarrow v_f = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۴۹- موتورسواری به جرم کل 200 kg از لبه یک بلندی با تندی v_0 پرشی مطابق شکل از ارتفاع h_1 تا h_2 انجام می‌دهد. اگر تندی موتورسوار در این پرش $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ افزایش یابد، تندی اولیه آن (v_0) چند متر بر ثانیه است؟ (کار نیروی مقاومت هوا روی موتورسوار در این پرش $-22/5 \text{ kJ}$ و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است.)

- (۱) ۵
(۲) ۱۰
(۳) ۱۵
(۴) ۲۰

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

۴۹- پاسخ: گزینه ۳



$$\Delta E = W_f \Rightarrow (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = W_f$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2} \times 200 \times (v_0 + 25)^2 + 200 \times 10 \times 20 \right) - \left(\frac{1}{2} \times 200 \times v_0^2 + 200 \times 10 \times 100 \right) = -22/5 \times 10^3$$

$$\xrightarrow{+100} (v_0^2 + 625 + 50v_0 + 400) - (v_0^2 + 2000) = -225 \Rightarrow 50v_0 - 975 = -225 \Rightarrow 50v_0 = 750 \Rightarrow v_0 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۵۰- در چه دمایی، مقدار عددی دما در مقیاس فارنهایت، $2/8$ برابر مقدار عددی دما در مقیاس سلسیوس است؟

- (۱) -32°C
(۲) $-89/6^\circ\text{C}$
(۳) 32°F
(۴) $89/6^\circ\text{F}$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۵۰- پاسخ: گزینه ۴



$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 2/80 = 1/80\theta + 32 \Rightarrow \theta = 32^\circ\text{C}$$

$$F = \frac{9}{5} \times 32 + 32 \Rightarrow F = 89/6^\circ\text{F}$$

۵۱- طول دو میله فلزی A و B در دمای 0°C یکسان و برابر با ۱ متر است. در چه دمایی بر حسب درجه سلسیوس، طول یکی از میله‌ها ۲ میلی‌متر از دیگری بیشتر است؟ ($\alpha_A = 10 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$ و $\alpha_B = 12 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$)

- (۱) ۱۰۰
(۲) ۲۰۰
(۳) ۱۰۰۰
(۴) ۲۰۰۰

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۵۱- پاسخ: گزینه ۳



چون ضریب انبساط طولی میله B بیشتر از A است، با افزایش دمای یکسان $\Delta\theta$ ، افزایش طول میله B بیشتر است؛ بنابراین داریم:

$$L_{2,B} - L_{2,A} = 2 \text{ mm} \Rightarrow L_{1,B}(1 + \alpha_B \Delta T) - L_{1,A}(1 + \alpha_A \Delta T) = 2 \text{ mm} \Rightarrow L_1(\alpha_B - \alpha_A)\Delta T = 2$$

$$\Rightarrow 1000 \times (12 \times 10^{-6} - 10 \times 10^{-6}) \times \Delta T = 2 \Rightarrow \Delta T = 1000 \text{ K} \xrightarrow{\Delta T = \Delta\theta} \theta_2 - \theta_1 = 1000 \Rightarrow \theta_2 = 1000^\circ\text{C}$$

۵۲- به درون یک ظرف با ظرفیت گرمایی $840 \frac{\text{J}}{\text{K}}$ و دمای θ_1 ، 50 گرم آب با دمای 60°C و 252 گرم اتانول با دمای 20°C می‌ریزیم. پس از تعادل گرمایی، دمای مجموعه به 40°C می‌رسد. θ_1 چند درجه سلسیوس است؟ (اتلاف گرمایی صورت نمی‌گیرد، $c_{\text{اتانول}} = 2/5 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}$)

- (۱) ۳۵
(۲) ۴۵
(۳) ۵۰
(۴) ۵۵

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۵۲- پاسخ: گزینه ۳



$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow Q_{\text{ظرف}} + 50 \times 4 / 2 \times (40 - 60) + 252 \times 2 / 5 \times (40 - 20) = 0$$

$$\Rightarrow Q_{\text{ظرف}} - 4200 + 12600 = 0 \Rightarrow Q_{\text{ظرف}} = -8400 \text{ J}$$

علامت منفی نشان دهنده آن است که ظرف به اندازه ۸۴۰۰ J گرما از دست می دهد.

$$Q_{\text{ظرف}} = C\Delta\theta \Rightarrow -8400 = 840 \times (40 - \theta_1) \Rightarrow \theta_1 = 50^\circ\text{C}$$

۵۳- وقتی بخار آب روی سطح شیشه به مایع تبدیل می شود، گرما می شود و وقتی آب در یخ ساز به یخ تبدیل می شود، گرما می شود. جاهای خالی به ترتیب با کدام گزینه به درستی کامل می شود؟

- (۱) به شیشه داده - از آب گرفته
(۲) به شیشه داده - به آب منتقل
(۳) از شیشه گرفته - از آب گرفته
(۴) از شیشه گرفته - به آب منتقل

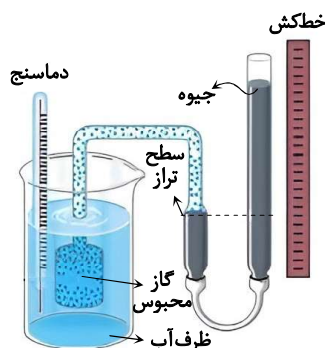
▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۵۳- پاسخ: گزینه ۱



در حالت اول میعان صورت می گیرد و بخار آب گرما می دهد و شیشه گرما می گیرد.
در حالت دوم انجماد صورت می گیرد و آب گرما می دهد و یخ ساز گرما می گیرد.

۵۴- در شکل زیر، دمای آب ظرف را تغییر می دهیم و سپس با بالا یا پایین آوردن لوله محتوی جیوه، سطح تراز جیوه را ثابت نگه می داریم تا اینکه حجم گاز محبوس ثابت بماند. اگر دمای اولیه آب (= دمای گاز محبوس) 17°C باشد، خطکش اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه را ۲۵ cm نشان می دهد. حال اگر دمای آب (= دمای گاز محبوس) را به 75°C برسانیم، خطکش اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه را چند سانتی متر نشان می دهد؟ ($P_0 = 75 \text{ cmHg}$)



(۱) ۱۲

(۲) ۱۵

(۳) ۴۵

(۴) ۴۸

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۵۴- پاسخ: گزینه ۳



چون سطح تراز ثابت نگه داشته شده، حجم گاز (گاز داخل مخزن + گاز داخل لوله تا سطح تراز) ثابت می ماند. از طرفی دهانه بالای لوله محتوی جیوه به هوای محیط مرتبط است؛ پس در فشاری که جیوه به گاز درون مخزن می آورد، فشار هوای محیط هم مؤثر است:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{75 + 25}{273 + 17} = \frac{P_2}{273 + 75} \Rightarrow P_2 = 120 \text{ cmHg}$$

$$P_2 = P_0 + P_{\text{جیوه}} \Rightarrow 120 = 75 + P_{\text{جیوه}} \Rightarrow P_{\text{جیوه}} = 120 - 75 = 45 \text{ cmHg} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 45 \text{ cm}$$

۵۵- فشار یک گاز آرمانی ۴۰۰ kPa و حجم آن ۱۰ L است. اگر در فشار ثابت، دمای گاز برحسب کلوین را ۲۰ درصد افزایش دهیم، کاری که گاز روی محیط انجام می دهد، چند ژول است؟

(۴) -۳۲۰۰

(۳) -۸۰۰

(۲) ۳۲۰۰

(۱) ۸۰۰

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۵۵- پاسخ: گزینه ۱



چون فشار گاز ثابت است، با توجه به رابطه $PV = nRT$ حجم با دمای کلویین متناسب است؛ پس وقتی دمای کلویین گاز ۲۰ درصد افزایش یابد، حجم گاز هم ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.

$$V_2 = V_1 + \frac{20}{100} V_1 \Rightarrow V_2 = 10 + \frac{20}{100} \times 10 = 12 \text{ L}$$

$$W_{\text{محیط روی گاز}} = -P\Delta V \Rightarrow W_{\text{محیط روی گاز}} = -400 \times 10^3 \times (12 - 10) \times 10^{-3} = -800 \text{ J}$$

$$W_{\text{گاز روی محیط}} = -W_{\text{محیط روی گاز}} = +800 \text{ J}$$

۵۶- یک ماشین گرمایی در هر چرخه ۸۰۰۰ J گرما به منبع دمایی می‌دهد و ۴۰۰۰ ژول کار انجام می‌دهد. اگر گرمای حاصل از هر گرم سوخت

۵ × ۱۰^۴ J باشد، ماشین گرمایی چند کیلوگرم سوخت باید مصرف کند تا ۶۰ MJ کار انجام دهد؟

۳/۶ (۴)

۲/۷ (۳)

۱/۸ (۲)

۰/۹ (۱)

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۵۶- پاسخ: گزینه ۴



بازده ماشین گرمایی برابر است با:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \eta = \frac{4000}{8000 + 4000} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{60 \times 10^6}{Q_H} = \frac{1}{3} \Rightarrow Q_H = 180 \times 10^6 \text{ J}$$

$$m = \frac{180 \times 10^6 \text{ J}}{5 \times 10^4 \frac{\text{J}}{\text{g}}} = 3600 \text{ g} = 3.6 \text{ kg}$$

۵۷- دو ذره باردار با بارهای q_1 و q_2 که $q_2 = 2q_1$ است، از فاصله ۱ متر یکدیگر را با نیرویی به اندازه F می‌رانند. اگر $1/25 \times 10^{14}$ الکترون

از ذره با بار q_1 بگیریم، دو ذره در فاصله ۱ متر از یکدیگر، با همان نیروی F یکدیگر را می‌ربایند. نیروی F چند نیوتون است؟

$$(e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C و } k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2})$$

۱۸ (۴)

۹ (۳)

۱/۸ (۲)

۰/۹ (۱)

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۵۷- پاسخ: گزینه ۲



برای آنکه اندازه نیرو تغییر نکند، باید با گرفتن الکترون از ذره با بار q_1 ، بار آن قرینه شود تا اینکه حاصل ضرب بارها تغییر نکند. به این ترتیب باید بار q_1 ابتدا منفی باشد تا با گرفتن الکترون از آن، بار آن مثبت شود.

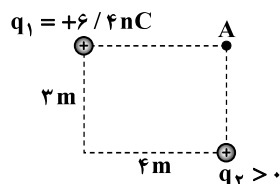
$$\begin{cases} q_1 < 0 \text{ بار ذره (۱): قبل از تغییرات} \\ q'_1 = -q_1 \text{ بار ذره (۱): بعد از تغییرات} \end{cases} \Rightarrow q'_1 - q_1 = ne \Rightarrow -2q_1 = 1/25 \times 10^{14} \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow -2q_1 = 2 \times 10^{-5} \Rightarrow q_1 = -10^{-5} \text{ C} = -10 \mu\text{C}, \quad q_2 = 2q_1 = -20 \mu\text{C}$$

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F = 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 20 \times 10^{-12}}{1^2} = 18 \text{ N}$$

۵۸- دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 مطابق شکل در دو گوشه مستطیل قرار دارند و میدان الکتریکی خالص آن‌ها در گوشه A در راستای

قطر مستطیل است. بزرگی میدان الکتریکی خالص در رأس A چند نیوتون بر کولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



(۱) ۴/۵

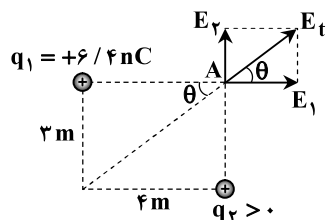
(۲) ۵/۴

(۳) ۹

(۴) ۱۰/۸

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۵۸- پاسخ: گزینه ۱



$$\tan \theta = \frac{3}{4} = \frac{E_2}{E_1} \Rightarrow E_2 = \frac{3}{4} E_1$$

$$E_t = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{E_1^2 + \left(\frac{3}{4} E_1\right)^2} = \frac{5}{4} E_1$$

$$E = k \frac{|q|}{r^2} : E_t = \frac{5}{4} \times (9 \times 10^9 \times \frac{6/4 \times 10^{-9}}{4^2}) = 4/5 \frac{N}{C}$$

۵۹- پتانسیل الکتریکی نقاط A و B به ترتیب برابر $V_A = ۱۲V$ و $V_B = ۱۸V$ است. کار نیروی الکتریکی در انتقال بار نقطه‌ای

$q = -۴mC$ از نقطه A به نقطه B چند میلی‌ژول است؟

(۴) -۱/۵

(۳) ۲۴

(۲) ۱/۵

(۱) -۲۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۵۹- پاسخ: گزینه ۳



$$\Delta V = \frac{-W_E}{q} \Rightarrow V_B - V_A = \frac{-W_E}{q} \Rightarrow ۱۸ - ۱۲ = \frac{-W_E}{-۴ \times 10^{-3}} \Rightarrow W_E = ۲۴ \times 10^{-3} J = ۲۴ mJ$$

۶۰- یک خازن تخت با ظرفیت $۲۰ \mu F$ را که بین صفحه‌های آن هوا است، توسط یک باتری با اختلاف پتانسیل $۱۰۰V$ شارژ نموده و آن را از

باتری جدا می‌کنیم. سپس فاصله صفحه‌های خازن را $۰/۴ mm$ افزایش می‌دهیم. در این حالت دو صفحه خازن را به یک لامپ وصل

می‌کنیم. خازن در مدت $۰/۰۰۵ s$ با توان $۲۵ W$ به‌طور کامل تخلیه می‌شود. فاصله صفحه‌های خازن در ابتدا چند میلی‌متر بوده است؟

(۴) ۲

(۳) ۱/۶

(۲) ۱/۲

(۱) ۰/۸

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۰- پاسخ: گزینه ۳



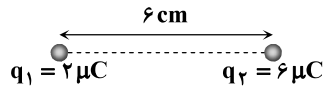
$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow U_1 = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-6} \times 100^2 = ۰/۱ J$$

$$P = \frac{U_2}{\Delta t} \Rightarrow ۲۵ = \frac{U_2}{\Delta t} \Rightarrow U_2 = ۰/۱۲۵ J$$

پس از جدا نمودن خازن از باتری، بار آن ثابت می‌ماند و داریم:

$$\begin{cases} U = \frac{Q^2}{2C} \\ C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \end{cases} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{d_2}{d_1} \Rightarrow \frac{۰/۱۲۵}{۰/۱} = \frac{d_1 + ۰/۴}{d_1} \Rightarrow ۱/۲۵ d_1 = d_1 + ۰/۴ \Rightarrow d_1 = ۱/۶ mm$$

۶۱- در شکل مقابل، در چه نقطه‌ای روی خط واصل دو بار الکتریکی نقطه‌ای، میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 هم‌جهت و سه برابر میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 است؟



- (۱) خارج از دو بار و در فاصله ۳ سانتی‌متری از بار q_2
- (۲) خارج از دو بار و در فاصله ۹ سانتی‌متری از بار q_2
- (۳) بین دو بار در فاصله ۴ سانتی‌متری از بار q_2
- (۴) بین دو بار در فاصله ۳ سانتی‌متری از بار q_2

۶۱- پاسخ: گزینه ۲ **▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۱)**



چون بارها همنام‌اند، در حد فاصل دو بار میدان الکتریکی آن‌ها در خلاف جهت یکدیگر است. در خارج از حد فاصل دو بار و سمت راست بار q_2 امکان ندارد که میدان حاصل از بار q_1 بیشتر از میدان حاصل از بار q_2 باشد، زیرا بار q_2 بزرگ‌تر از q_1 است و فاصله از بار q_2 کمتر است. پس نقطه مورد نظر خارج از حد فاصل دو بار و نزدیک به بار q_1 است.

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{x^2} = \frac{k|q_2|}{(6+x)^2} \Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{6}{(6+x)^2}$$

$$\Rightarrow 9x^2 = (6+x)^2 \Rightarrow 3x = 6+x \Rightarrow x = 3 \text{ cm}$$

این نقطه در فاصله ۳ سانتی‌متری از بار q_1 و فاصله ۹ سانتی‌متری از بار q_2 قرار دارد.

۶۲- طول یک سیم گرماده (المنت) 50 m و سطح مقطع آن 2 mm^2 است. مقاومت این سیم در دمای صفر درجه سلسیوس 0.5Ω است.

مقاومت ویژه این سیم در چه دمایی برحسب درجه سلسیوس $2 / 4 \times 10^{-4} \Omega \cdot \text{m}$ خواهد بود؟ $(\alpha = 4 \times 10^{-4} \frac{1}{K})$

۳۰۰ (۱) ۵۰۰ (۲) ۶۰۰ (۳) ۸۰۰ (۴)

۶۲- پاسخ: گزینه ۲ **▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)**

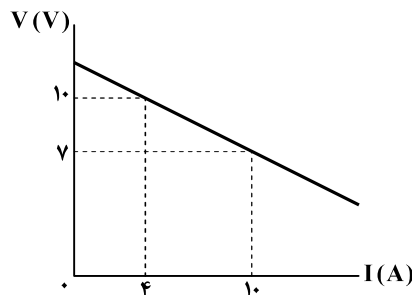


$$R = \rho_0 \frac{L}{A} \Rightarrow 0.5 = \rho_0 \times \frac{50}{2 \times 10^{-6}} \Rightarrow \rho_0 = 2 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \Delta\theta) \Rightarrow 2 / 4 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-8} \times (1 + 4 \times 10^{-4} \Delta\theta) \Rightarrow \Delta\theta = \frac{0.2}{4 \times 10^{-4}} = 500^\circ \text{C}$$

$$\Rightarrow \theta - 0 = 500 \Rightarrow \theta = 500^\circ \text{C}$$

۶۳- نمودار اختلاف پتانسیل دو سر یک مولد برحسب جریان عبوری از آن مطابق شکل است. اگر مقاومت $3/5$ اهمی را به دو سر این مولد ببندیم، اختلاف پتانسیل دو سر آن چند ولت می‌شود؟



(۱) ۶/۵

(۲) ۸

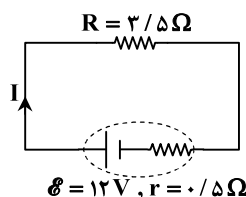
(۳) ۱۰/۵

(۴) ۱۲

۶۳- پاسخ: گزینه ۳ **▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)**



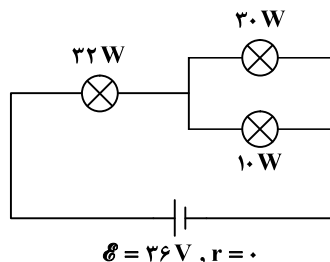
$$V_{\text{دو سر مولد}} = \mathcal{E} - Ir \Rightarrow \begin{cases} 10 = \mathcal{E} - 4r \\ 7 = \mathcal{E} - 10r \end{cases} \Rightarrow 6r = 3 \Rightarrow r = 0.5 \Omega, \mathcal{E} = 12 \text{ V}$$

با بستن مقاومت $R = 3/5 \Omega$ به دو سر مولد داریم:

$$I = \frac{E}{R+r} = \frac{12}{3/5 + 0.5} = 3A$$

$$V = 12 - 0.5I \Rightarrow V = 12 - 0.5 \times 3 = 10.5V$$

۶۴- سه لامپ در مداري مانند شکل مقابل قرار دارند و تواني که در اين مدار مصرف مي کنند، روی آن ها نوشته شده است. مقاومت لامپي که کمترین مقدار مقاومت را دارد، چند اهم است؟



(۱) ۲/۵

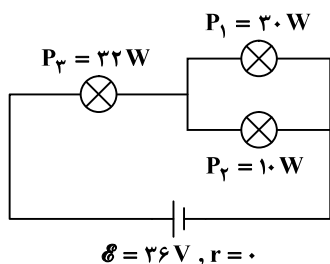
(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۸

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۴- پاسخ: گزینه ۴

دو لامپ R_1 و R_2 موازی اند و نسبت مقاومت آن ها به نسبت عکس توان مصرفی آن هاست؛ یعنی:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{10}{30} \Rightarrow R_2 = 3R_1$$

$$R_{1,2} = \frac{3R_1 \times R_1}{4R_1} = \frac{3}{4}R_1$$

مقاومت $R_{1,2}$ با مقاومت R_3 متوالی است و نسبت مقاومت آن ها به نسبت توان مصرفی آن هاست؛ یعنی:

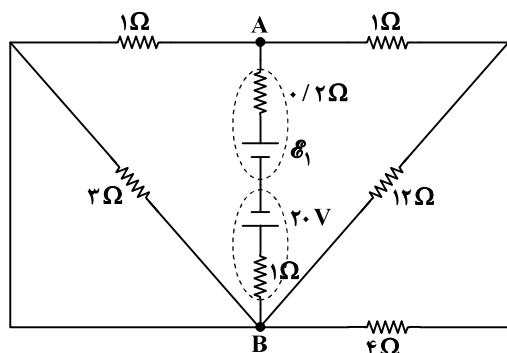
$$\frac{R_{1,2}}{R_3} = \frac{10+30}{32} \Rightarrow \frac{\frac{3}{4}R_1}{R_3} = \frac{5}{4} \Rightarrow R_3 = 0.6R_1$$

به این ترتیب مقاومت R_3 از همه کمتر است.

$$P_{\text{کل}} = \frac{V^2}{R_{\text{eq}}} \Rightarrow 30+10+32 = \frac{36^2}{R_{\text{eq}}} \Rightarrow R_{\text{eq}} = 18\Omega$$

$$\frac{3}{4}R_1 + 0.6R_1 = 18 \Rightarrow \frac{5/4}{4}R_1 = 18 \Rightarrow R_1 = \frac{4 \times 18}{5/4} \Rightarrow R_1 = \frac{40}{3}\Omega$$

$$R_3 = 0.6 \times \frac{40}{3} = 8\Omega$$

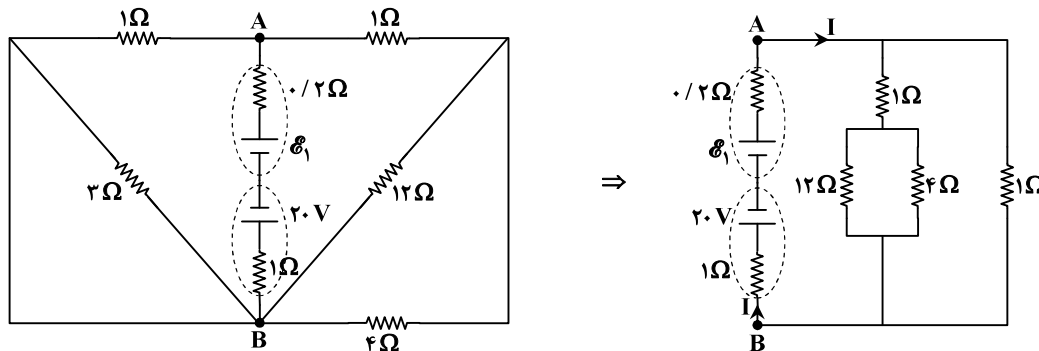
۶۵- در مدار شکل زیر $V_A - V_B = 12/8V$ است. نیروی محرکه $\mathcal{E}_1$ چند ولت است؟

(۱) ۴۱

(۲) ۴۵

(۳) ۴۸

(۴) ۵۲



$$R_{f,12} = \frac{12 \times 4}{12 + 4} = 3\Omega$$

$$R_{f,12,1} = 3 + 1 = 4\Omega$$

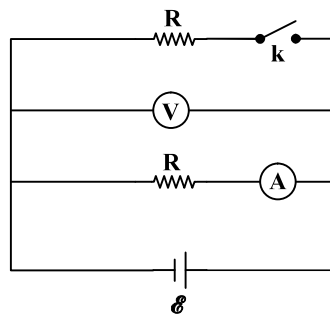
دو سر مقاومت 3Ω در سمت چپ با سیم رابط به هم متصل اند. به این ترتیب جریانی از آن نمی گذرد و در سمت چپ مدار فقط مقاومت 1Ω وجود دارد که با مقاومت های سمت راست مدار موازی است. به این ترتیب مقاومت کل مدار برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{4 \times 1}{4 + 1} = 0.8\Omega$$

$$V_{AB} = R_{eq} \times I \Rightarrow 12/8 = 0.8 \times I \Rightarrow I = 1.6A$$

$$V_B - 1 \times 1.6 - 20 + \mathcal{E}_1 - 0.2 \times 1.6 = V_A \Rightarrow V_A - V_B = -3.6 + \mathcal{E}_1 - 0.32 \Rightarrow 12/8 = -3.9/2 + \mathcal{E}_1 \Rightarrow \mathcal{E}_1 = 5.2V$$

۶۶- با بستن کلید k در مدار شکل مقابل، عدد ولت سنج و آمپرسنج به ترتیب چگونه تغییر می کند؟ (ولت سنج، آمپرسنج و منبع، همگی آرمانی هستند.)



(۱) ثابت می ماند - کاهش می یابد.

(۲) کاهش می یابد - ثابت می ماند.

(۳) ثابت می ماند - ثابت می ماند.

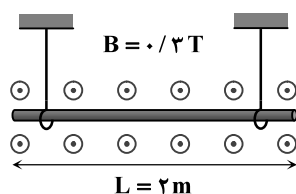
(۴) کاهش می یابد - کاهش می یابد.



چون باتری آرمانی است، ولتاژ دو سر آن با توجه به رابطه $\mathcal{E} - rI = \mathcal{E} - 0 = \mathcal{E}$ ثابت می ماند و ولت سنج آرمانی، ولتاژ دو سر باتری که ثابت است را نشان می دهد.

چون ولتاژ دو سر باتری ثابت می ماند، جریان عبوری از آمپرسنج آرمانی که برابر با $\frac{\mathcal{E}}{R}$ است، ثابت می ماند (R مقاومت در شاخه آمپرسنج است).

۶۷- در شکل مقابل، یک میله فلزی به جرم ۶۰۰ گرم و طول ۲ متر به طور افقی از دو نخ سبک و مشابه آویزان شده و در میدان مغناطیسی یکنواخت و برون سوی $\vec{B}$ به بزرگی 0.3 تسلا در حال تعادل قرار دارد. اگر از میله جریان الکتریکی ۵ آمپر از چپ به راست عبور کند،



بزرگی نیروی کشش هر نخ چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۱) $1/5$

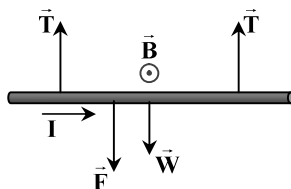
(۲) 3

(۳) $4/5$

(۴) 6

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۶۷- پاسخ: گزینه ۳



نیروی وارد بر میله از طرف میدان مغناطیسی برابر است با:

$$F = I l B \sin \theta \Rightarrow F = 5 \times 2 \times 0.3 \times 1 = 3 \text{ N}$$

طبق قانون دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر میله فلزی به سمت پایین است.

$$2T = W + F \Rightarrow 2T = (0.6 \times 10) + 3 = 9 \Rightarrow T = 4.5 \text{ N}$$

۶۸- از سیم‌لوله‌ای آرمانی شامل ۲۰۰ دور سیم، جریان ۳ آمپر می‌گذرد. اگر بزرگی میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله $1/6\pi$ میلی‌تسلا باشد،

$$\text{طول سیم‌لوله چند سانتی‌متر است؟} \left(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \right)$$

۳۰ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

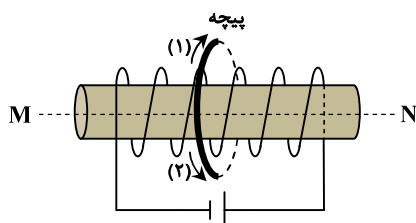
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۶۸- پاسخ: گزینه ۲



$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell} \Rightarrow 1/6\pi \times 10^{-3} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 200 \times 3}{\ell} \Rightarrow \ell = \frac{2400 \times 10^{-7}}{1/6 \times 10^{-3}} = 15 \times 10^{-2} \text{ m} = 15 \text{ cm}$$

۶۹- یک سیم‌لوله و یک پیچه با تعداد حلقه برابر مطابق شکل طوری قرار دارند که محور آن‌ها منطبق بر یکدیگر است (خط چین MN از مرکز پیچه و سیم‌لوله می‌گذرد). از پیچه جریان ۲۰ A و از سیم‌لوله جریان ۲۴ A می‌گذرد و میدان مغناطیسی خالص در مرکز پیچه صفر است. طول سیم‌لوله چند برابر قطر پیچه است و جهت جریان در پیچه به کدام سو است؟



(۱) جهت ، ۲/۴ (۱)

(۲) جهت ، ۲/۴ (۲)

(۱) جهت ، ۱/۲ (۳)

(۲) جهت ، ۱/۲ (۴)

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۶۹- پاسخ: گزینه ۳



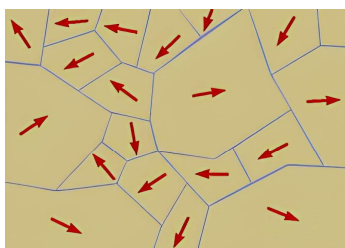
$$B_{\text{پیچه}} = N \frac{\mu_0 I}{2r}$$

$$B_{\text{سیم‌لوله}} = N \frac{\mu_0 I}{L}$$

$$B_{\text{پیچه}} = B_{\text{سیم‌لوله}} \Rightarrow N \frac{\mu_0}{2} \times \frac{20}{r} = N \frac{\mu_0 \times 24}{L} \Rightarrow \frac{L}{2r} = \frac{24}{20} = 1/2$$

با توجه به قاعده دست راست، میدان مغناطیسی سیم‌لوله به طرف راست است؛ پس باید میدان مغناطیسی پیچه به طرف چپ باشد تا برآیند آن‌ها صفر شود. با استفاده از قاعده دست راست در مورد پیچه، جهت جریان در پیچه در جهت (۱) تعیین می‌شود.

۷۰- شکل زیر، دوقطبی‌های مغناطیسی یک ماده را در میدان مغناطیسی خارجی نشان می‌دهد. جاهای خالی با کدام گزینه به درستی کامل می‌شود؟



(۱) پارامغناطیسی - نبود

(۲) پارامغناطیسی - حضور

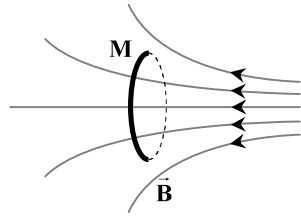
(۳) فرومغناطیسی - نبود

(۴) فرومغناطیسی - حضور



اینکه در فضای ماده، حوزه‌های مغناطیسی دیده می‌شود، ماده فرومغناطیسی است و اینکه برخی حوزه‌ها با حجم بزرگ تر و دوقطبی‌ها با جهت‌گیری منظم دیده می‌شوند، ماده در حضور میدان مغناطیسی خارجی است.

۷۱- در شکل زیر، پیچه M شامل ۲۰۰ حلقه درون میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در راستای میدان در حرکت است. اگر در لحظه $t_1 = 1s$ شار مغناطیسی عبوری از پیچه $0.2Wb$ و در لحظه $t_2 = 1/4s$ شار مغناطیسی عبوری از پیچه $0.1Wb$ باشد، نیروی محرکه القایی متوسط در آن چند ولت و جهت جریان در آن کدام است؟



- (۱) ۵۰ و (۲) ۵۰
(۳) ۴۰ و (۴) ۴۰



$$\mathcal{E}_{av} = \left| -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow \mathcal{E}_{av} = \left| -200 \times \frac{0.1 - 0.2}{0.25} \right| = 40V$$

با توجه به اینکه شار مغناطیسی در بازه زمانی t_1 تا t_2 افزایش یافته می‌توان نتیجه گرفت که پیچه به‌طرف میدان مغناطیسی قوی‌تر (به‌طرف راست) حرکت نموده است. به این ترتیب طبق قانون لنز، جهت جریان در آن به‌صورت خواهد بود.

۷۲- از یک القاگر آرمانی به ضریب القاوری L جریان I عبور می‌کند و بزرگی میدان مغناطیسی درون آن B است. اگر آن را درست از وسط به دو نیمه با طول یکسان تقسیم کنیم و از یکی از نیمه‌ها همان جریان I را عبور دهیم، ضریب القاوری و بزرگی میدان مغناطیسی درون آن کدام است؟ (حلقه‌های القاگر کنار هم و در تمام طول آن به‌طور یکنواخت پیچیده شده است).

- (۱) $\frac{B}{2}$ و $\frac{L}{2}$ (۲) $\frac{B}{2}$ و $\frac{L}{4}$ (۳) L و $\frac{B}{2}$ (۴) B و L



بزرگی میدان مغناطیسی درون القاگر (سیم‌لوله) از رابطه $B = \mu_0 \frac{NI}{\ell}$ به‌دست می‌آید.

با دو نیم نمودن القاگر، هم تعداد حلقه‌ها (N) و هم طول القاگر (L) هر دو نصف می‌شود. به این ترتیب با همان جریان، میدان مغناطیسی درون آن همان B باقی می‌ماند و تغییر نمی‌کند.

با توجه به رابطه ضریب القاوری ($L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$) با دو نیم نمودن القاگر، ضریب القاوری نصف می‌شود.

۷۳- از یک القاگر آرمانی به ضریب القاوری $0.4H$ جریان متناوب به معادله $I = 20 \sin 24\pi t$ در SI عبور می‌کند. انرژی مغناطیسی القاگر در

لحظه $t = \frac{1}{9}s$ ژول است و در این لحظه القاگر در حال انرژی است.

- (۱) ۶۰، تخلیه (۲) ۶۰، انباشت (۳) ۶، تخلیه (۴) ۶، انباشت

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۷۳- پاسخ: گزینه ۱

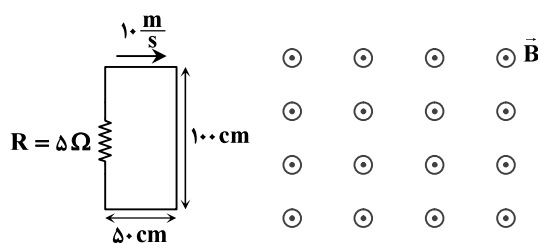


$$I = 20 \sin 24\pi \times \frac{1}{9} = 20 \sin \frac{8\pi}{3} = 20 \sin \left(2\pi - \frac{\pi}{3} \right) = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \text{ A}$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} \times 0.4 \times (10\sqrt{3})^2 = 60 \text{ J}$$

با توجه به اینکه در لحظه $t = \frac{1}{9} \text{ s}$ زاویه سینوس در ربع دوم قرار گرفته است. با افزایش زمان، حاصل $\sin 24\pi t$ کاهش یافته و در نتیجه جریان در حال کاهش است؛ به این ترتیب القاگر در حال تخلیه انرژی است.

۷۴- در شکل زیر، در مدتی که حلقه رسانا با تندی ثابت $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به درون میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 1/6 \text{ T}$ وارد می‌شود، انرژی الکتریکی که در مقاومت $R = 5 \Omega$ مصرف می‌شود، چند ژول و جهت جریان در مقاومت کدام است؟ (مقاومت سیم‌های حلقه ناچیز فرض شود).



(۱) ۲/۵۶ و رو به بالا

(۲) ۲/۵۶ و رو به پایین

(۳) ۱/۲۸ و رو به بالا

(۴) ۱/۲۸ و رو به پایین

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۷۴- پاسخ: گزینه ۱



با توجه به تندی ثابت حرکت حلقه، نیروی محرکه القاشده در حلقه ثابت و برابر است با:

$$|\mathcal{E}_{av}| = BLv \Rightarrow |\mathcal{E}_{av}| = 1/6 \times 1 \times 10 = 16 \text{ V}$$

$$d = vt \Rightarrow 0.5 = 10 \times t \Rightarrow t = 0.05 \text{ s}$$

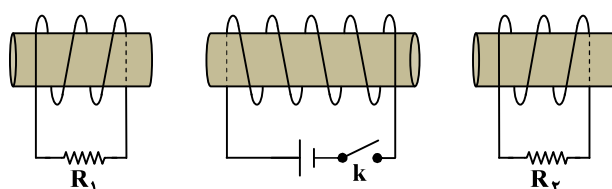
مدت زمانی که طول می‌کشد تا حلقه به‌طور کامل وارد میدان شود، برابر است با:

$$U = \frac{\mathcal{E}_{av}^2}{R} t = \frac{16^2}{5} \times 0.05 = 2.56 \text{ J}$$

انرژی مصرفی در مقاومت R برابر است با:

هنگام ورود حلقه به درون میدان مغناطیسی برون‌سو، شار مغناطیسی عبوری از حلقه افزایش می‌یابد؛ بنابراین طبق قانون لنز، جریان ساعتگرد در حلقه القا می‌شود تا میدان مغناطیسی حاصل از آن در حلقه، با افزایش شار مغناطیسی مخالفت کند؛ در نتیجه جریان عبوری از مقاومت R رو به بالا است.

۷۵- در لحظه وصل کلید k در مدار شکل مقابل، جهت جریان القایی در مقاومت‌های R_1 و R_2 به ترتیب از راست به چپ به کدام سمت است؟



(۱) راست، راست

(۲) چپ، چپ

(۳) راست، چپ

(۴) چپ، راست

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۷۵- پاسخ: گزینه ۲



در لحظه وصل کلید، جریان در مدار شامل باتری زیاد می‌شود و میدان مغناطیسی در سیم‌لوله آن به‌طرف راست زیاد می‌شود؛ از این رو طبق قانون لنز باید میدان مغناطیسی در هر دو سیم‌لوله شامل مقاومت‌ها به‌طرف چپ به‌وجود آید.

شیمی



۷۶- در بین عبارتهای زیر کدام عبارت‌ها درست هستند؟

(الف) خواص شیمیایی اتم‌های هر عنصر به عدد اتمی آن وابسته است.

(ب) در بین ایزوتوپ‌های پرتوزای هیدروژن، ${}^3\text{H}$ دومین جایگاه از جهت پایداری را دارد.

(پ) در بین ایزوتوپ‌های Mg و Li ایزوتوپ‌های سنگین‌تر پایداری بیشتری دارند.

(ت) بخش عمده ${}^{99}\text{Tc}$ تولیدشده در جهان به‌طور مصنوعی تهیه می‌شود.

۱) «الف» و «ب» ۲) «الف»، «ب» و «پ» ۳) «ب»، «پ» و «ت» ۴) «پ» و «ت»

۷۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)



عبارتهای «الف» و «ب» درست هستند و شکل درست عبارت‌های «پ» و «ت» به‌صورت زیر است.

(پ) برای Mg سبک‌ترین ایزوتوپ ولی برای Li ایزوتوپ سنگین‌تر پایداری بیشتری دارند.

(ت) همه ${}^{99}\text{Tc}$ به‌صورت مصنوعی تهیه می‌شود.

۷۷- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) طول موج نور نشر شده به دلیل انتقال الکترون از $n=7$ به $n=3$ بیشتر از طول موج مربوط به انتقال الکترون از $n=2$ به $n=1$ است.

۲) انرژی لایه‌ها و تفاوت انرژی میان آن‌ها در اتم عنصرهای گوناگون متفاوت است.

۳) در طیف نشری خطی اتم هیدروژن، انتقال الکترون از $n=2$ به $n=6$ کمترین طول موج نشر شده در ناحیه مرئی را دارد.

۴) با تغییر تعداد نوترون‌ها طیف نشری خطی دچار تغییر نمی‌شود.

۷۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)



گزینه ۳: نادرست؛ انتقال الکترون از $n=2$ به $n=6$ به‌صورت جذبی است نه نشری



گزینه ۱: درست؛ تفاوت سطح انرژی $n=2$ و $n=1$ انرژی بیشتر از تفاوت سطح انرژی $n=7$ به $n=3$ است. بنابراین طول موج نور نشرشده در انتقال از $n=2$ به $n=1$ کوتاه‌تر است.

گزینه ۲: درست؛ انرژی لایه‌ها و تفاوت انرژی میان آن‌ها به عدد اتمی وابسته است.

گزینه ۴: درست؛ با تغییر تعداد نوترون در اتم (ایزوتوپ) طیف نشری خطی تغییر نمی‌کند.

۷۸- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(الف) مجموع عددهای کوانتومی $n+l$ الکترون‌های لایه ظرفیت دومین عنصر گروه ۱۷ در جدول تناوبی برابر با ۳۳ است.

(ب) زیرلایه‌های d همواره پس از پر شدن کامل زیرلایه‌های s و p هم‌تراز خود آغاز به پر شدن می‌کنند.

(پ) وقتی زیرلایه‌ای پر می‌شود، انرژی کل اتم کاهش یافته و آرایش الکترونی آن پایدارتر می‌شود.

(ت) در نوشتن آرایش الکترونی عناصر، ترتیب عددی برای عدد کوانتومی اصلی زیرلایه‌ها لزوماً با ترتیب پر شدنشان یکی نیست.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ت» ۳) «الف» و «پ» ۴) «پ» و «ت»

۷۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)



(الف) نادرست؛ دومین عنصر گروه ۱۷ جدول تناوبی، کلر (${}^{35}\text{Cl}$) است. آرایش الکترونی اتم این عنصر به‌صورت زیر است:



مجموع عددهای کوانتومی $n+l$ الکترون‌های لایه ظرفیت اتم عنصر کالر را حساب می‌کنیم:
 $2(3+0) + 5(3+1) = 6 + 20 = 26$
 (ب) نادرست: زیر لایه d از نظر انرژی میان دو لایه قرار دارد، مثلاً $3d$ پس از $4s$ پر می‌شود (نه پس از $3p$). این نشان می‌دهد که ترتیب انرژی با عدد اصلی همیشه هم‌مرتبه نیست و ترکیبی از n و l است که تعیین‌کننده توالی واقعی پر شدن زیر لایه‌ها است.
 (پ) درست: پر شدن کامل یک زیر لایه مانند s^2 یا p^6 تعادل توزیع الکترونی را افزایش می‌دهد، به همین دلیل، گازهای نجیب با زیر لایه‌های کامل و پر شده، پایدارترین عناصرند.
 (ت) درست: برای مثال ترتیب عددی برای عدد کوانتومی اصلی زیر لایه‌های $3d$ و $4s$ ، به ترتیب ۳ و ۴ است ولی پر شدن به شکل $4s \rightarrow 3d$ صورت می‌گیرد.

۷۹- چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

- الف) حدود ۷۵ درصد از حجم هواکره در نزدیک‌ترین لایه به زمین (تروپوسفر) قرار دارد.
 ب) فراوان‌ترین ترکیب موجود در هواکره مولکولی دو اتمی دارد.
 پ) اگر دمای هوای مایعی با دمای -200°C را افزایش دهیم، به ترتیب Ar ، N_2 و O_2 از مخلوط جدا خواهند شد.
 ت) هلیوم از واکنش‌های شیمیایی در ژرفای زمین تولید شده و حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

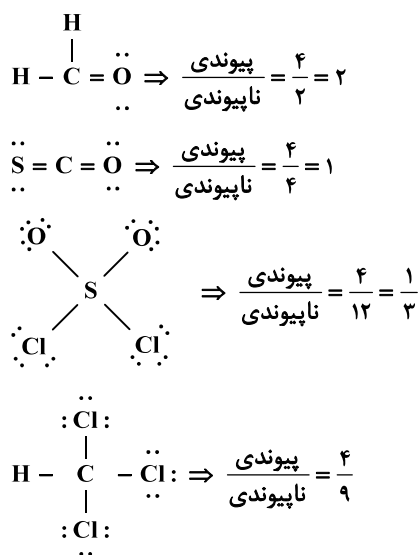


- الف) حدود ۷۵ درصد از جرم هواکره در نزدیک‌ترین لایه به زمین (تروپوسفر) قرار دارد.
 ب) فراوان‌ترین ترکیب موجود در هواکره (کربن‌دی‌اکسید) مولکولی سه اتمی دارد.
 پ) اگر دمای هوای مایعی با دمای -200°C را افزایش دهیم، به ترتیب Ar ، N_2 و O_2 از مخلوط جدا خواهند شد.
 ت) هلیوم از واکنش‌های هسته‌ای در ژرفای زمین تولید شده و در حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد.

۸۰- در مولکول کدام ترکیب در رسم ساختار لوویس شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی برابر $\frac{1}{3}$ است؟

۱ (۱) CH_2O ۲ (۲) SCO ۳ (۳) SO_2Cl_2 ۴ (۴) CHCl_3

۸۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)



۸۱- در چند مورد زیر نام شیمیایی و فرمول شیمیایی همخوانی دارند؟

- ۱ (۱) Al_2O_3 : آلومینیم (III) اکسید
 ۲ (۲) SF_6 : گوگرد تترا فلئوئور
 ۳ (۳) CaO : آهک
 ۴ (۴) HCl(g) : هیدروکلریک اسید
 ۵ (۵) N_2O : نیتروژن دی‌اکسید

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل‌های ۱ تا ۳)

۸۱- پاسخ: گزینه ۱



N_2S_3 درست گزارش شده است.
 شکل درست نام شیمیایی ترکیبات ذکر شده به شرح زیر است:
 Al_2O_3 : آلومینیم اکسید
 N_2O : دی‌نیتروژن اکسید
 $HCl(g)$: هیدروژن کلرید و نام هیدروکلریک اسید برای $HCl(aq)$ است.
 SF_6 : گوگرد تترافلوئورید
 CaO : کلسیم اکسید و نام تجاری آن آهک است.

۸۲- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) مولکول‌های اوزون درصد کمی از تابش‌های فرابنفش گسیل شده از خورشید به زمین را جذب می‌کنند.
- ۲) در واکنش مولکول اکسیژن با اتم اکسیژن و تشکیل اوزون تابش فروسرخ آزاد می‌شود.
- ۳) واکنش تبدیل اکسیژن به اوزون در تروپوسفر یک واکنش برگشت پذیر است.
- ۴) زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده را به صورت تابش فروسرخ از دست می‌دهد.

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۲)

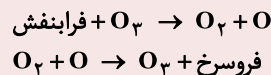
۸۲- پاسخ: گزینه ۳



گزینه ۳: نادرست: تبدیل اکسیژن به اوزون در استراتوسفر یک واکنش برگشت پذیر است.

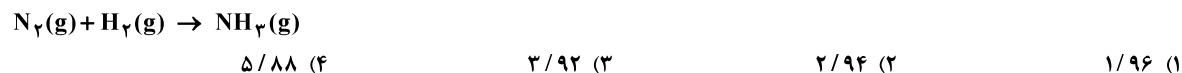


گزینه ۱: درست: با توجه به شکل ۱۹ فصل ۲ کتاب شیمی ۱، درصد زیادی از تابش‌های فرابنفش توسط اوزون جذب می‌شود.
 گزینه ۲: درست



گزینه ۴: درست

۸۳- مخلوطی از گازهای نیتروژن و هیدروژن در شرایط STP، حجمی معادل با $7/84$ لیتر دارد. اگر بر اثر واکنش کامل میان این دو گاز مطابق با واکنش زیر که با نسبت‌های مولی مخلوط شده‌اند، دمای فراورده در فشار ثابت به $136/5$ درجه سلسیوس برسد، حجم فراورده در شرایط پایانی چند لیتر است؟ (معادله واکنش موازنه شود.)

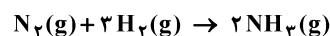


▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۲)

۸۳- پاسخ: گزینه ۴



معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



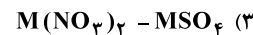
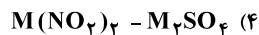
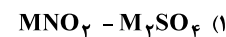
ابتدا با فرض ثابت بودن دما، حجم فراورده را در شرایط STP حساب می‌کنیم:

$$1(N_2, 3H_2) \sim 2NH_3 \Rightarrow \frac{7/84L}{(1+3) \times 22/4} = \frac{xLNH_3}{2 \times 22/4} \Rightarrow x = 3/92LNH_3$$

حالا با توجه به ثابت بودن فشار و با استفاده از رابطه زیر، حجم فراورده در شرایط پایانی را به دست می‌آوریم:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{3/92}{273} = \frac{V_2}{(273 + 136/5)} \Rightarrow V_2 = 5/88L$$

۸۴- اگر فرمول شیمیایی سولفات فلز M از دسته S جدول دوره‌ای به صورت باشد، فرمول شیمیایی نیترات آن به صورت خواهد بود.



۸۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۲)



فرمول شیمیایی یون سولفات به صورت SO_4^{2-} است، پس در فرمول شیمیایی M_2SO_4 یون فلزی به شکل M^+ است و فرمول نیترات (NO_3^-) آن به صورت MNO_3 خواهد بود، پس گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست هستند. یون فلزی در MSO_4 و $M_2(SO_4)_3$ به ترتیب به صورت M^{2+} و M^{3+} خواهد بود که فرمول شیمیایی نیترات آن‌ها به ترتیب $M(NO_3)_2$ و $M(NO_3)_3$ است.

۸۵- به ۲۰۰ mL محلول ۸۰٪ سدیم هیدروکسید با چگالی 1.04 g/mL ، ۱/۲ g محلول ۲۰٪ سدیم هیدروکسید با چگالی 1.04 g/mL می‌افزاییم. درصد جرمی سدیم هیدروکسید در محلول حاصل به تقریب کدام است؟

۶۸ (۴)

۵۵ (۳)

۴۶ (۲)

۳۲ (۱)

۸۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)



$$\begin{aligned} \text{جرم کل} &= \frac{\text{مجموع جرم NaOH در دو محلول}}{\text{جرم کل}} \times 100 \\ &= \frac{(200 \times 1/2 \times 0.8) + (300 \times 1/0.4 \times 0.2)}{(200 \times 1/2) + (300 \times 1/0.4)} \times 100 = \frac{192 + 62/4}{552} \times 100 = \frac{254/4}{552} \times 100 \approx 46\% \end{aligned}$$

۸۶- در یک نمونه آب، غلظت یون‌های سولفات و سدیم به ترتیب ۲۴۰ ppm و ۱۱۵۰ ppm است. اگر ۲ کیلوگرم از این نمونه آب را حرارت دهیم تا آب به طور کامل تبخیر شود، چند مول سدیم سولفات به دست خواهد آمد؟ ($O = 16, Na = 23, S = 32; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۰/۱ (۴)

۰/۰۱ (۳)

۰/۰۵ (۲)

۰/۰۰۵ (۱)

۸۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)



غلظت قسمت در میلیون (ppm)، جرم حل‌شونده موجود در یک تن از محلول را نشان می‌دهد. در ۲۰۰۰ گرم از نمونه آب ذکرشده:

$$2000 \text{ g} \times \frac{240 \text{ g } SO_4^{2-}}{1000000 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol } SO_4^{2-}}{96 \text{ g } SO_4^{2-}} = 0.005 \text{ mol } SO_4^{2-}$$

$$2000 \text{ g} \times \frac{1150 \text{ g } Na^+}{1000000 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol } Na^+}{23 \text{ g } Na^+} = 0.1 \text{ mol } Na^+$$

مجموع یک مول سولفات و ۲ مول یون سدیم، یک مول سدیم سولفات را ایجاد می‌کند. با توجه به کمتر بودن مقدار یون سولفات، ۰/۰۰۵ مول سدیم سولفات حاصل خواهد شد.

۸۷- معادله انحلال پذیری (S) نمک A به صورت $S = -0.2\theta + b$ و نمک B به صورت $S = +0.3\theta + b'$ است. کدام نتیجه‌گیری در مورد این دو نمک به یقین درست است؟

(۱) انحلال‌پذیری نمک B در دمای 60°C از نمک A بیشتر است.

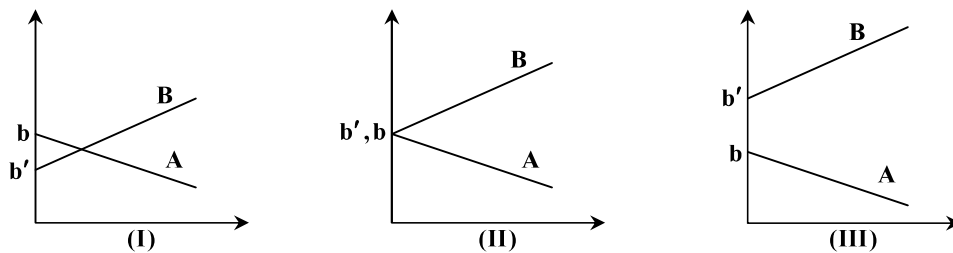
(۲) در هیچ دمایی انحلال‌پذیری دو نمک برابر نیست.

(۳) با تغییر دمای آب به اندازه 40°C میزان انحلال‌پذیری B بیشتر تغییر می‌کند.

(۴) اگر $b < b'$ باشد، در 100°C مقدار مول بیشتری از نمک B در مقایسه با نمک A می‌توان حل کرد.



با توجه به اینکه عرض از مبدأ انحلال نمک مشخص نیست وضعیت انحلال این دو نمک به یکی از سه حالت زیر می تواند باشد:



بررسی گزینه ها:

گزینه ۱: نادرست؛ در حالت (I) این حالت می تواند نادرست باشد.

گزینه ۲: نادرست؛ در حالت (I) و (II) این حالت نادرست است.

گزینه ۳: درست؛ با توجه به اینکه قدرمطلق شیب انحلال پذیری نمک B از A بیشتر است، در تغییرات دمایی برابر انحلال پذیری B بیشتر تغییر می کند.

گزینه ۴: نادرست؛ با توجه به اینکه جرم مولی نمکها مشخص نیست نمی توان در مورد مقایسه مقدار مول حل شده آنها نظر داد.

۸۸- کدام یک از مقایسه های زیر به درستی انجام نشده است؟

(۱) سهولت در تبدیل شدن به مایع: $HF > HCl > F_2$

(۲) نقطه جوش: $NH_3 > AsH_3 > HBr$

(۳) گشتاور دوقطبی: $CH_3-C(=O)-CH_3 > C_2H_5I > I_2$

(۴) قدرت نیروهای بین مولکولی: $H_2O > HF > NH_3$



ترتیب قدرت نیروی بین مولکولی به صورت $HF > H_2O > NH_3$ است؛ زیرا پیوند هیدروژنی $H \cdots F$ از پیوندهای هیدروژنی در دو مولکول H_2O و NH_3 قوی تر است که دلیل آن بیشتر بودن خصلت نافلزی اتم F در مقایسه با اتمهای O و N است.

۸۹- پاسخ پرسش های «الف» و «ب» و درست یا نادرست بودن عبارت «پ»، به ترتیب در کدام گزینه آورده شده است؟

(الف) نخستین نافلز از دوره سوم جدول، چندمین عنصر از دسته p است؟

(ب) چند درصد از عناصر دوره سوم، به صورت کاتیون تک اتمی در ترکیبها یافت می شوند؟

(پ) نیمی از نافلزهای دوره سوم جدول، در شرایط معمولی حالت فیزیکی گازی دارند.

(۱) سومین: ۳۰، درست (۲) سومین، ۳۷/۵، نادرست (۳) نهمین، ۳۷/۵، درست (۴) نهمین، ۳۰، نادرست



پاسخ سؤالات مطرح شده:

(الف) نخستین نافلز از دوره سوم جدول، فسفر است که نهمین عنصر از دسته p است.

(ب) از عناصر دوره سوم، ۳ عنصر (فلزها) به صورت کاتیون تک اتمی در ترکیبها یافت می شوند، یعنی ۳۷/۵ درصد.

(پ) در دوره سوم جدول، دو نافلز کلر و آرگون در شرایط معمولی حالت فیزیکی گازی دارند که ۵۰ درصد از کل نافلزهای این دوره را تشکیل می دهند.

۹۰- کدام عبارت نادرست است؟

(۱) اختلاف شعاع اتمی Si و Al بیشتر از اختلاف شعاع اتمی Si و Cl است.

(۲) شعاع اتمی Sr با وجود داشتن لایه های بیشتر از شعاع اتمی K کوچک تر است.

(۳) در تولید لامپ چراغ جلوی خودروها از گازهای نجیب مانند نئون و هلیوم استفاده می شود.

(۴) شدت واکنش گاز کلر با گاز هیدروژن در دمای اتاق کمتر از شدت واکنش گاز فلوئور با گاز هیدروژن است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۱)

۹۰- پاسخ: گزینه ۳



در تولید لامپ چراغ جلو خودروها از هالوژن‌ها استفاده می‌شود. البته استفاده از گاز نجیب زنون نیز در لامپ چراغ جلو خودروها کاربرد دارد.

۹۱- اگر در ظرفی سرباز ۴۰۰ گرم آهن (III) اکسید خالص با مقدار کافی گاز هیدروژن به میزان ۸۰ درصد واکنش داده باشد، مجموع جرم مواد جامد باقی‌مانده کدام است؟ ($H = 1, O = 16, Fe = 56 : g \cdot mol^{-1}$)



۳۶۸ (۴)

۳۶۰ (۳)

۳۰۴ (۲)

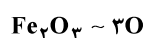
۲۸۰ (۱)

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱)

۹۱- پاسخ: گزینه ۲



کاهش جرم صورت گرفته در واکنش مربوط به حذف سه اتم اکسیژن از ساختار Fe_2O_3 است.



$$\frac{400}{1 \times 160 g} \times \frac{80}{100} = \frac{m}{3 \times 16 g} \Rightarrow m = 96 g$$

$$400 - 96 = 304 g$$



مواد جامد موجود در ظرف شامل Fe تولیدشده و ۲۰ درصد از Fe_2O_3 است که وارد واکنش نشده است.



$$\frac{400 g \times \frac{80}{100}}{1 \times 160 g} = \frac{? g}{2 \times 56 g} \Rightarrow ? = 224 g Fe$$

$$= (224 g Fe) + \left(\frac{20}{100} \times 400 g Fe_2O_3\right) = 304 g$$

۹۲- جرم مولی یک آلکن از جرم مولی آلکین هم‌کربن خودش ۵ درصد بیشتر است. از سوزاندن کامل ۰/۴ مول از آلکین موردنظر، چند مول

آب تولید خواهد شد؟ ($H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$)

۰/۶ (۴)

۰/۴ (۳)

۰/۸ (۲)

۱/۲ (۱)

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

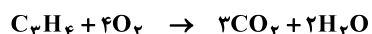
۹۲- پاسخ: گزینه ۲



اگر شمار اتم کربن در مولکول هریک از این دو ماده را n در نظر بگیریم، جرم مولی آلکن ۱۴n و جرم مولی آلکین ۱۴n - ۲ گرم بر مول است:

$$14n = 1/0.5(14n - 2) \Rightarrow 14n = 14/7n - 2/1 \Rightarrow n = 3$$

پس آلکین موردنظر C_3H_4 (پروپین) است.



$$\frac{0.4 mol}{1 mol} = \frac{? mol}{2 mol} \Rightarrow ? = 0.8 mol$$

۹۳- از سوختن کامل ۱۸ گرم از یک آلکان با خلوص ۸۰ درصد، ۱۶/۲ گرم بخار آب تولید شده است. گرانیوی این آلکان از هپتان و

فراریت آن از نونان است. (بازده درصدی واکنش را ۷۵ درصد فرض کنیم.) ($H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$)

۲ - کمتر - کمتر

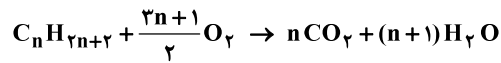
۱ - بیشتر - بیشتر

۴ - کمتر - بیشتر

۳ - بیشتر - کمتر



ابتدا لازم است مشخص کنید آلکان موردنظر چیست. با توجه به معادله واکنش شیمیایی سوختن کامل آلکان‌ها می‌توان گفت:



$$18g \text{ آلکان ناخالص} \times \frac{80g \text{ آلکان خالص}}{100g \text{ آلکان ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol آلکان}}{(14n+2)g \text{ آلکان}} \times \frac{(n+1) \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol آلکان}} \times \frac{18g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} \times \frac{75g \text{ عملی}}{100g \text{ نظری}} = 16/2 g H_2O$$

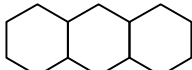
$$\Rightarrow \frac{18 \times 80 \times (n+1) \times 18 \times 75}{100 \times (14n+2) \times 100} = 16/2 \Rightarrow n = 5 \Rightarrow C_5H_{12}$$

مقایسه‌های داده شده عبارتند از:



۹۴- کدام عبارت درست است؟

(۱) C_7H_8 دو ایزومر غیرحلقوی و دو ایزومر حلقوی دارد.

(۲) اگر در ساختار  هر سه حلقه آروماتیک باشند، ۹ پیوند دوگانه کربن-کربن وجود دارد.

(۳) نسبت شمار اتم‌های کربن به اتم‌های هیدروژن ساده‌ترین آلکین و ساده‌ترین ماده آروماتیک یکسان است.

(۴) هر مول سیکلوپنتان با جذب سه مول هیدروژن به بنزن تبدیل می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

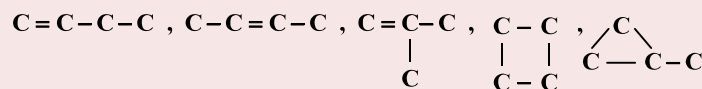
۹۴- پاسخ: گزینه ۳



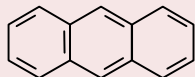
گزینه ۳: درست؛ فرمول مولکولی ساده‌ترین آلکین و ساده‌ترین ترکیب آروماتیک به ترتیب C_2H_2 و C_6H_6 است که نسبت شمار اتم‌های کربن به هیدروژن در هر دو ماده یکسان و برابر ۱ است.



گزینه ۱: نادرست؛ C_7H_8 دارای سه ایزومر غیرحلقوی و دو ایزومر حلقوی است.

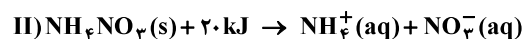
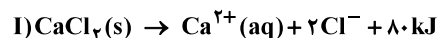


گزینه ۲: نادرست؛ تعداد پیوندهای دوگانه در حلقه‌های آروماتیک، نصف تعداد کربن‌ها است. از این رو در این ساختار ۷ پیوند دوگانه وجود دارد.



گزینه ۴: نادرست؛ هر مول سیکلوپنتان با ۶ اتم هیدروژن یا سه مول H_2 به بنزن تبدیل می‌شود.

۹۵- مخلوطی از دو نمک کلسیم کلرید و آمونیوم نیترات را مطابق واکنش‌های زیر در مقداری آب حل می‌کنیم. اگر پس از انحلال کامل دو نمک، جرم محلول ۱۰۰ گرم و مقدار مول یون‌های Cl^- و NO_3^- به ترتیب 0.1 mol و 0.5 mol باشد، تغییر دمای محلول چگونه خواهد بود؟ (ظرفیت گرمایی ویژه محلول را $4J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ در نظر بگیرید.)



(۲) دمای محلول $5^\circ C$ کاهش خواهد یافت.

(۱) دمای محلول $5^\circ C$ افزایش خواهد یافت.

(۴) دمای محلول $5^\circ C$ کاهش خواهد یافت.

(۳) دمای محلول $5^\circ C$ افزایش خواهد یافت.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)

۹۵- پاسخ: گزینه ۱



ابتدای گرمای مبادله شده را به ازای مول یون‌های موجود در محلول محاسبه می‌کنیم:

$$I) 0.1 \text{ mol Cl}^- \times \frac{80 \text{ kJ}}{2 \text{ mol Cl}^-} = 4 \text{ kJ} \text{ آزاد می‌شود}$$

$$II) 0.05 \text{ mol NO}_3^- \times \frac{20 \text{ kJ}}{1 \text{ mol NO}_3^-} = 1 \text{ kJ} \text{ مصرف می‌شود}$$

مقدار گرمای آزاد شده از انحلال CaCl_2 به اندازه ۳ kJ از گرمای مورد نیاز برای انحلال NH_4NO_3 بیشتر است و صرف افزایش دمای

$$Q = mc\Delta\theta$$

محلول می‌شود که به صورت زیر می‌توان آن را محاسبه کرد:

$$3000 = 100 \times 4 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 7.5^\circ\text{C}$$

۹۶- چه تعداد از موارد زیر عبارت داده شده را به درستی کامل می‌کند؟

«اگر در واکنش $2\text{H}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ به جای ، را جایگزین کنیم گرمای آزاد شده بیشتر خواهد بود.»الف) $\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ - مول برابر $\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ ب) $\text{H}_2\text{O}(\text{l})$ - مول برابر $\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ پ) H_2 - جرم برابر H_2 ت) O_2 - جرم برابر O_2

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

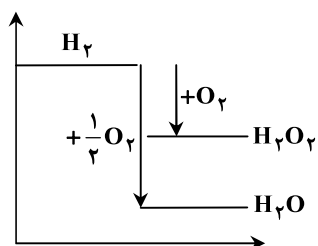
۱ (۱)

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

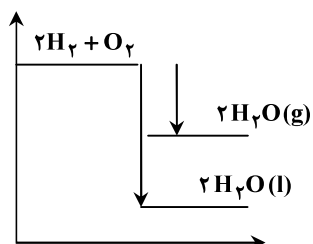
۹۶- پاسخ: گزینه ۳



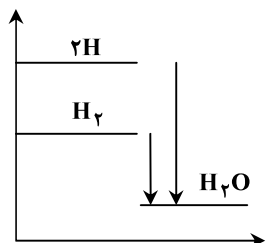
الف) نادرست



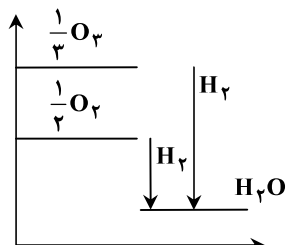
ب) درست



پ) درست



ت) درست



۹۷- با توجه به داده‌های جدول زیر، بر اثر سوختن ۱/۳ گرم اتیلن در دمای اتاق، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ (آنتالپی تبخیر آب را برابر با

۴۴ کیلوژول بر مول در نظر بگیرید.) ($H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$)

پیوند	O=O	O-H	C=O	C=C	C-H
(میانگین) آنتالپی پیوند ($kJ \cdot mol^{-1}$)	۴۹۵	۴۶۳	۸۰۰	۶۱۴	۴۱۵

(۱) ۶۴/۶۵

(۲) ۶۹/۰۵

(۳) ۱۲۹/۳

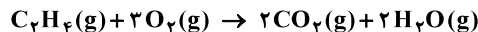
(۴) ۱۳۸/۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۷- پاسخ: گزینه ۲



معادله واکنش سوختن اتن (C_2H_4) یا اتیلن با فراورده‌های گازی شکل به صورت زیر است:



ابتدا با استفاده از آنتالپی‌های پیوند، آنتالپی سوختن اتن را حساب می‌کنیم:

$\Delta H(\text{واکنش}) = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [4\Delta H(C=O) + 4\Delta H(O-H)] - [4\Delta H(C=C) + 4\Delta H(O-H)] \rightarrow$$

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [4(614) + 4(463)] - [4(800) + 4(463)] = -1293 \text{ kJ}$$

در دمای $25^\circ C$ حالت فیزیکی آب به صورت مایع، آنتالپی این واکنش برابر خواهد بود با:

$$\Delta H(\text{واکنش}) = -1293 - 2(44) = -1381 \text{ kJ}$$

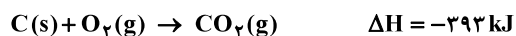
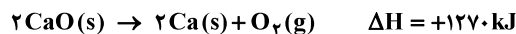
در نهایت می‌توان گرمای آزاد شده بر اثر سوختن ۱/۳ گرم از این هیدروکربن را به دست آورد:

$$1C_2H_4 \sim -1381 \text{ kJ} \Rightarrow \frac{1/3 \text{ g } C_2H_4}{1 \times 26} = \frac{Q \text{ kJ}}{-1381} \Rightarrow Q = -69/05 \text{ kJ}$$

۹۸- با گرمای آزاد شده در واکنش: $2Ca(s) + 2C(s) + 3O_2(g) \rightarrow 2CaCO_3(s)$ می‌توان ۲۰ گرم گاز هیدروژن مطابق واکنش:

$2H_2O(g) \rightarrow 2H_2(g) + O_2(g)$, $\Delta H = 484 \text{ kJ}$ ، با توجه به واکنش‌های زیر، ΔH واکنش تجزیه کلسیم کربنات به

فراورده‌های $CO_2(g)$ و $CaO(s)$ کدام است؟ ($H = 1 g \cdot mol^{-1}$)



(۴) +۱۴۵۲

(۳) +۱۳۹۲

(۲) +۱۸۲

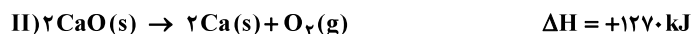
(۱) +۲۲۳۸

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

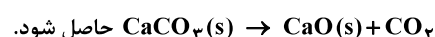
۹۸- پاسخ: گزینه ۲



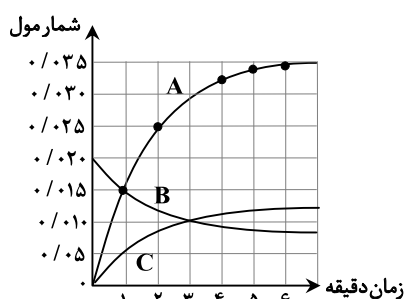
$$\frac{20 \text{ g } H_2}{2 \times 2 \text{ g } H_2} = \frac{Q}{-484 \text{ kJ}} \Rightarrow Q = 2420$$



واکنش اول را در $-\frac{1}{2}$ ، دوم نیز در $-\frac{1}{2}$ و سوم به شکل اصلی خودش می‌نویسیم. سپس واکنش‌ها را جمع می‌کنیم تا واکنش



$$\Rightarrow \Delta H = -\frac{1}{2}(-2420) - \frac{1}{2} \times (1270) - 393 = 1210 - 635 - 393 \Rightarrow \Delta H = +182 \text{ kJ}$$



۹۹- در نمودار زیر تغییر شمار مول مواد شرکت کننده در یک واکنش شیمیایی فرضی نمایش داده شده است. سرعت واکنش در ۳ دقیقه آغازی چند برابر سرعت متوسط تولید A در یک دقیقه دوم پس از آغاز واکنش است؟

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{5} \quad (4)$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۹- پاسخ: گزینه ۱



با توجه به نمودارهای مول - زمان، معادله واکنش انجام شده $B \rightarrow C + 2A$ است.

$$\bar{R}_A = \frac{(0.25 - 0.15) \text{ mol}}{(2-1) \text{ min}} = 0.1 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$R = \frac{\bar{R}_A}{3} \xrightarrow{-3 \text{ min}} \bar{R}_A = \frac{0.3}{3} = 0.1 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} \Rightarrow R = \frac{0.1}{3} \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

پس نسبت سرعت واکنش (R) در ۳ دقیقه آغازی به سرعت متوسط تولید A در دقیقه دوم، $\frac{1}{3}$ است.

۱۰۰- مقدار کافی گاز فلوئور را به ۴ لیتر محلول $1/25$ مولار سدیم هیدروکسید وارد می‌کنیم تا مطابق معادله موازنه نشده زیر به طور کامل واکنش دهند. اگر پس از گذشت ۴۵ ثانیه از آغاز واکنش، ۳۳ گرم از جرم محلول کاسته شود، سرعت متوسط واکنش چند $\text{mol} \cdot \text{min}^{-1}$ است و اگر واکنش با همین سرعت متوسط ادامه یابد، کل مدت زمان انجام واکنش، چند ثانیه به طول می‌انجامد؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر شود). ($O = 16, F = 19 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



$$90, 1 \quad (4)$$

$$90, 2 \quad (3)$$

$$75, 1 \quad (2)$$

$$75, 2 \quad (1)$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۱



معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



مطابق با معادله واکنش، بر اثر افزودن ۲ مول گاز فلوئور به محلول سدیم هیدروکسید و انجام واکنش، ۲ مول سدیم هیدروکسید مصرف شده و جرم محلول به دلیل وارد شدن ۲ مول گاز F_2 به اندازه 2×38 یا ۷۶ گرم افزایش می‌یابد و بر اثر خروج یک مول گاز OF_2 جرم محلول ۵۴ گرم کاهش می‌یابد. بنابراین به طور کلی بر اثر مصرف ۲ مول سدیم هیدروکسید، جرم محلول به اندازه $76 - 54$ یا ۲۲ گرم افزایش می‌یابد. قسمت اول: اگر پس از ۴۵ ثانیه، جرم محلول ۳۳ گرم کاهش یافته باشد، شمار مول‌های سدیم هیدروکسید مصرف شده برابر است با:

$$? \text{ mol NaOH} = 22 \text{ g (کاهش جرم)} \times \frac{2 \text{ mol NaOH}}{22 \text{ g (کاهش جرم)}} = 2 \text{ mol NaOH}$$

حالا سرعت متوسط واکنش در ۴۵ ثانیه ابتدایی واکنش را با استفاده از مقدار مصرف شده NaOH حساب می‌کنیم:

$$\bar{R}_{NaOH} = \frac{2 \text{ mol}}{\left(\frac{45}{60}\right) \text{ min}} = 4 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}_{NaOH}}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

قسمت دوم: در ۴ لیتر محلول $1/25$ مولار سدیم هیدروکسید، ۵ مول $(4 \times 1/25)$ از آن وجود دارد که ۳ مول از آن در مدت زمان ۴۵ ثانیه مصرف شده است. با ادامه مصرف آن با همین سرعت متوسط، مدت زمانی که طول می‌کشد تا ۲ مول باقی‌مانده آن نیز مصرف شود، برابر است با:

$$مدت زمان مصرف ۲ مول باقی‌مانده = 2 \text{ mol} \times \frac{45 \text{ s}}{2 \text{ mol}} = 45 \text{ s}$$

بنابراین کل مدت زمان انجام واکنش در مجموع برابر با $45 + 30$ یا ۷۵ ثانیه است.

۱۰۱- چند لیتر گاز پروپن برای تولید ۸/۴ کیلوگرم پلی پروپن در شرایط استاندارد مصرف می شود؟ (بازده درصدی واکنش پلیمری شدن را

۷۰٪ در نظر بگیرید.) ($H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$)

۵۶۴۲ (۴)

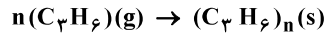
۶۴۰۰ (۳)

۶۵۲۰ (۲)

۴۴۸۰ (۱)

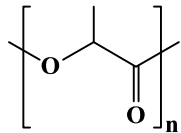
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۳



$$x L C_3H_6 = 8/4 kg(C_3H_6)_n \times \frac{1000 g(C_3H_6)_n}{1 kg(C_3H_6)_n} \times \frac{1 mol(C_3H_6)_n}{42 g(C_3H_6)_n} \times \frac{n mol C_3H_6}{1 mol(C_3H_6)_n} \times \frac{22/4 L C_3H_6}{n mol C_3H_6} \times \frac{100}{70} = 6400 L C_3H_6$$

۱۰۲- کدام مطلب درباره پلیمر داده شده نادرست است؟



(۱) نوعی پلی استر است که فرمول مولکولی آن $(C_3H_4O_2)_n$ است.

(۲) تفاوت فرمول مولکولی واحد تکرارشونده و مونومر سازنده آن یک مولکول آب است.

(۳) در مونومر سازنده آن شمار پیوندهای C-C دو برابر شمار پیوندهای C-O است.

(۴) در صورت رها شدن این پلیمر در طبیعت در مدت چند ماه به مولکول های ساده مانند آب و کربن دی اکسید تبدیل می شود.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۳)

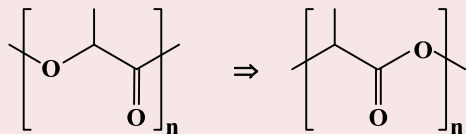
۱۰۲- پاسخ: گزینه ۳



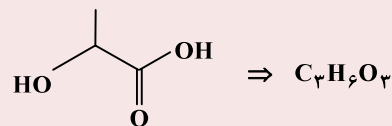
گزینه ۳: نادرست؛ در مونومر آن ۲ پیوند C-C و ۲ پیوند C-O وجود دارد.



گزینه ۱: درست؛ با جابه جا کردن گروه به اندازه یک پیوند به ساختار پلی استر می رسیم.

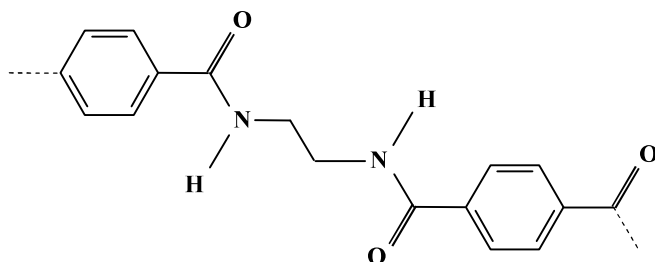


گزینه ۲: درست؛ مونومر آن دارای دو گروه عاملی -OH و -COOH است که با از دست دادن H و OH به یکدیگر متصل می شوند.



گزینه ۴: درست؛ این پلیمر از نوع پلیمرهای سبز است.

۱۰۳- شکل زیر بخشی از ساختار یک پلیمر ساختگی را نشان می دهد. در شرایط مناسب از آبکافت این پلیمر، و حاصل می شوند.



(۲) $H_2HCH_2CH_2NH_2$, $HOOCC_6H_4COOH$

(۴) $HOOCC_6H_4NH_2$, $HOOCC_6H_4COOH$

(۱) $H_2NCH_2CH_2NH_2$, $HOOCC_6H_4COOH$

(۳) $CH_3CH_2NH_2$, C_6H_5COOH

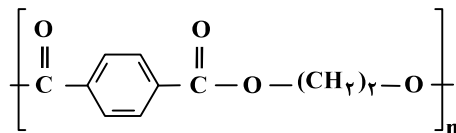
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۲



ساختار نمایش داده شده به یک پلی آمید مربوط است که در اثر آبگافت به اسید دو عاملی (آروماتیک و دارای دو گروه کربوکسیل) و آمین دو عاملی (دارای ۲ اتم کربن و ۲ گروه آمین) تبدیل می شود.

۱۰۴- چند مورد از عبارتهای زیر در مورد پلیمر مورد استفاده در ساخت بطری آب که واحد تکرارشونده آن به صورت زیر است، درست است؟



- پلیمری از خانواده استرها است.
- مونومرهای سازنده آن یک دی الکل آروماتیک و یک دی اسید است.
- فرمول شیمیایی آن $(\text{C}_{11}\text{H}_{10}\text{O}_4)_n$ است.
- در ساختار خود دارای چهار اتم کربن است که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

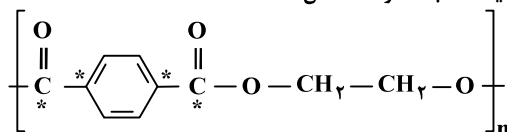
۱ (۱)

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۱



تنها عبارت «چهارم» درست است. اتمهای کربن که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند با ستاره مشخص شده اند:



عبارت «اول»: پلی اتیلن ترفتالات از خانواده پلی استرها است.

عبارت «دوم»: مونومرهای سازنده آن یک دی الکل و یک دی اسید آروماتیک هستند.

عبارت «سوم»: فرمول شیمیایی آن $(\text{C}_{11}\text{H}_{10}\text{O}_4)_n$ است.

۱۰۵- کدام مطلب درست است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- (۱) پلی اتن سنگین بر خلاف پلی اتن سبک در آب فرو می رود.
- (۲) نسبت شمار جفت الکترونهای پیوندی به ناپیوندی در وینیل کلرید برابر ۲/۵ است.
- (۳) تفاوت جرم مولی الکل و کربوکسیلیک اسید سازنده اتیل بوتانوات برابر جرم مولی دومین عنصر خانواده آلکن هاست.
- (۴) نیروی بین مولکولی در تری متیل آمین از نوع پیوند هیدروژنی است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۳)

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۳

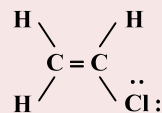


گزینه ۳: درست: اتیل بوتانوات از اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) و بوتانویک اسید ($\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$) به دست آمده است که تفاوت جرم مولی این دو ماده برابر ۴۲ گرم است. جرم مولی دومین عنصر خانواده آلکن ها یا پروپن با فرمول مولکولی C_3H_6 نیز $42 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ است.



گزینه ۱: نادرست: چگالی پلی اتن سنگین کمتر از چگالی آب است و همانند پلی اتن سبک روی آب شناور می ماند.

گزینه ۲: نادرست: نسبت شمار جفت الکترونهای پیوندی به ناپیوندی در وینیل کلرید برابر ۲ است.



گزینه ۴: نادرست: از ساختار تری متیل آمین اتم H متصل به N وجود ندارد و نیروی بین مولکولی در آن از نوع واندروالسی است.

