



آزمون مرحله (نهم) آلفا

دفترچه شماره (۱)

۱۴۰۴ - ۱۴۰۵

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۴/۱۲/۰۶

دوازدهم ریاضی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۷۰	۱	۷۰	۱۲۶

نکات مهم پیش از شروع آزمون:

- از پاسخ دادن به سوالات بدون مطالعه کامل صورت سؤال خودداری کنید.
- زمان را مدیریت کنید.
- لطفاً پس از پایان آزمون پاسخ‌نامه را بررسی نمایید.

هرگونه کپی برداری، باز نشر یا چاپ این فایل بدون کسب اجازه کتبی از ناشر ممنوع بوده و پیگرد قانونی دارد.

۱. اگر بازه $(-2, 1)$ بزرگ‌ترین بازه ممکن باشد که تابع $f(x) = x^3 + \frac{3}{4}mx^2 + nx + 3$ در آن بازه اکیداً نزولی است، مقدار $m+n$ کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) -۶ (۳) -۵ (۴) -۴

۲. نقطه $A(-2, -1)$ اکسترمم نسبی تابع $y = x^3 |x| + 2ax^2 + b$ است، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{2}{17}$ (۳) $-\frac{2}{17}$ (۴) -۲

۳. تعداد نقاط بحرانی تابع $f(x) = \frac{x|x-1|}{x^2-4}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۴. مقدار مینیمم نسبی تابع $f(x) = \sin x + 2\cos \frac{x}{3}$ روی بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) $-2\sqrt{3}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۴) $-\frac{5}{2}\sqrt{3}$

۵. اگر $A(-1, 5)$ نقطه اکسترمم نسبی تابع $y = x^2 + \frac{ax+b}{x+2}$ باشد، مقدار $2a+b$ کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴) ۲۵

محل محاسبات:

۶. تابع $f(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + x^2 + 1$ در بازه $[a, b]$ صعودی است و آهنگ تغییرات آن، کاهشی است. حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\sqrt{3} + 2$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۷. نمودار تابع $f(x) = \frac{2}{3}x^2 + (m-3)x + (\frac{2}{3}m^2 + m - 1)$ محور x ها را در نقاط α و β قطع می‌کند. اگر اختلاف α و β بیشترین مقدار باشد، مقدار m کدام است؟ ($\alpha > \beta$)

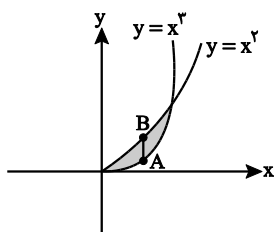
- (۱) صفر (۲) -2 (۳) 2 (۴) 1

۸. مینیمم مطلق تابع $f(x) = x|9 - x^2|$ در بازه $[-1, \sqrt{10}]$ کدام است؟

- (۱) $-3\sqrt{3}$ (۲) صفر (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) -8

۹. بیشترین مقدار طول پاره خط AB که بین نمودار دو تابع $y = x^2$ و $y = x^3$ و موازی محور y هاست، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{27}$ (۲) $\frac{2}{27}$ (۳) $\frac{4}{27}$ (۴) $\frac{5}{27}$



۱۰. ۱۰. تفرع تابع $f(x) = \frac{x^2}{4} - \cos x$ در کدام بازه رو به پایین است؟

- (۱) $(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3})$ (۲) $(\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3})$ (۳) $(\frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2})$ (۴) $(\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6})$

محل محاسبات:

۱۱. تابع $f(x) = x^4 - 3x^2 - 1$ مفروض است. اگر در هر نقطه از بازه (a, b) واقع بر نمودار، خطی مماس بر منحنی رسم کنیم، نمودار

تابع زیر خط مماس واقع می‌شود. حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

۱۲. معادله خط گذرنده از نقاط بحرانی تابع $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ به صورت $y = x$ است. اگر $x = 1$ طول نقطه عطف افقی

تابع f باشد، طول نقطه عطف دیگر تابع f کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) 3 (۳) -2 (۴) $-\frac{1}{3}$

۱۳. نقطه $x = 0$ برای تابع با ضابطه $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ طول چه نقطه‌ای است؟

(۱) مینیمم نسبی (۲) ماکزیمم نسبی (۳) عطف با مماس افقی (۴) عطف با مماس مایل

۱۴. نقطه $(1, 0)$ برای تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x|x^2 - 1| & ; x \geq 0 \\ \sqrt{-x(x^2 + 1)} & ; x < 0 \end{cases}$ چگونه است؟

(۱) مینیمم نسبی است اما مطلق نیست. (۲) مینیمم مطلق است اما نسبی نیست.

(۳) مینیمم نسبی و مطلق نیست. (۴) مینیمم نسبی و مطلق است.

۱۵. فاصله نقطه عطف تابع $f(x) = 4 + \sqrt{x-2}$ از خط $y = x - 2$ کدام است؟

(۱) $1 + \sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{2} - 1$ (۴) $\sqrt{2}$

محل محاسبات:

۱۶. اگر رابطه $f = \{(5, 2a-1), (5, a^2), (5, b-3), (b-3, 6), (1, c^2+c), (c-2, 6), (0, 1)\}$ تابع باشد، آنگاه مقدار $a+b-c$ کدام است؟

۳ (۱) ۲ (۲) صفر ۴ (۳) ۸ (۴)

۱۷. برد تابع $f(x) = \begin{cases} -1 & , -2 \leq x < 0 \\ 0 & , 0 \leq x < 1 \\ |x-2| & , x \geq 1 \end{cases}$ مجموعه $\{c\} \cup [a, +\infty)$ است. مقدار $2a+c$ کدام است؟

-۱ (۱) ۲ (۲) صفر ۱ (۳) ۲ (۴)

۱۸. اگر $f(x) = (2a-b)x + ab + c$ یک تابع ثابت و $g(x) = (a-2)x + c + 1$ یک تابع همانی باشد، مقدار $f(abc)$ کدام است؟

۱۸ (۱) ۱۷ (۲) ۱۶ (۳) ۱۵ (۴)

۱۹. جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = (2a-3)x^2 + (3b-5)x + c$ به صورت زیر است. اگر b عددی طبیعی باشد، مقدار $P(a)$ کدام است؟

x	$-\frac{1}{2}$
$P(x)$	$\begin{array}{c} + \\ \\ - \end{array}$

۲ (۱) ۴ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴)

۲۰. در مجموعه جواب نامعادله $3 < \frac{2x+7}{x-1} < -1$ چند عدد صحیح منفی وجود ندارد؟

۱ (۱) صفر ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) بی شمار

محل محاسبات:

۲۱. با توجه به جدول مقابل، حاصل $a + 2b - c - 3d$ کدام است؟

x_i (داده)	a	b	۵	d
$x_i - \bar{x}$	-۲	۱	c	۰

- (۱) ۲
(۲) ۱
(۳) -۱
(۴) -۲

۲۲. جدول زیر مربوط به ۶۰ داده‌ی آماری طبقه‌بندی شده است. اگر در نمودار بافت نگاشت این داده‌ها، مجموع مساحت

مستطیل‌های مربوط به دسته دوم و سوم برابر ۱۱۲ باشد، مجموع فراوانی نسبی دسته‌های دوم تا پنجم کدام است؟

حدود دسته‌ها	۲۲-۲۶	۲۶-۳۰	۳۰-۳۴	۳۴-۳۸	۳۸-۴۲	۴۲-۴۶
فراوانی	a	b	c	۸	۹	۹

- (۱) ۸/۰
(۲) ۷۵/۰
(۳) ۷/۰
(۴) ۸۵/۰

۲۳. نمرات آمار و احتمال دانش‌آموزان پایه‌ی یازدهم یک مدرسه در جدول زیر آمده است. تفاضل میانگین از میانه‌ی این نمرات

کدام است؟

X (نمره)	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
فراوانی	۷	۴	۳	۶	۵	۷	۸	۱۰

- (۱) ۹۸/۰
(۲) ۰۲/۰
(۳) ۵۲/۰
(۴) ۴۸/۰

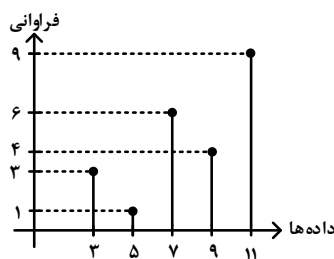
۲۴. ۳۶ داده‌ی آماری متمایز با میانگین ۲۴ داریم. اگر میانگین داده‌های بیشتر از چارک سوم ۱۲ واحد بیشتر از میانگین داده‌های

کمتر از چارک اول و میانگین داده‌های بین چارک اول و سوم ۶ واحد بیشتر از میانگین داده‌های کمتر از چارک اول باشد،

میانگین داده‌های بین چارک اول و سوم کدام است؟

- (۱) ۱۸
(۲) ۳۶
(۳) ۲۴
(۴) ۱۲

۲۵. با توجه به نمودار میله‌ای مقابل، حاصل $\frac{2Q_1 - Q_2 + 3Q_3}{Q_1 + Q_2 - Q_3}$ کدام است؟



- (۱) ۶/۷
(۲) ۶/۸
(۳) ۷/۶
(۴) ۸/۶

محل محاسبات:

۲۶. اگر داده‌های آماری زیر را با نمودار جعبه‌ای نشان دهیم، آن‌گاه واریانس داده‌های داخل جعبه کدام است؟

۲۲، ۲۲، ۲۲، ۲۳، ۲۳، ۲۰، ۱۵، ۱۷، ۱۵، ۱۳، ۳۴، ۲۹، ۳۵ : داده‌ها

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۸/۵ (۴) ۹/۵

۲۷. انحراف معیار داده‌های ۵، ۱۶، ۱۴، ۱۳، a ، ۸، ۱۵، ۱۲، ۱۱ سیزده برابر ضریب تغییرات آنهاست. دامنه میان چارکی این داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۷/۵ (۲) ۷ (۳) ۲/۵ (۴) ۶

۲۸. هشت داده آماری با میانگین ۱۲ و انحراف معیار ۲ مفروض است. اگر دو داده ۹ و ۱۵ به آن‌ها افزوده شود، واریانس ۱۰ داده حاصل کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۴/۵ (۴) ۵/۵

۲۹. داده‌های ۱، ۲، ۳، ...، $8n+1$ را در نمودار جعبه‌ای قرار داده‌ایم. اگر ضریب تغییرات داده‌های سمت چپ جعبه ۶/۲ برابر ضریب تغییرات داده‌های سمت راست جعبه باشد، آن‌گاه n کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۰. مجموعه A ، زیرمجموعه‌ای ۵ عضوی از مجموعه اعداد طبیعی دورقمی مضرب ۶ است. حداقل مقدار ضریب تغییرات اعضای

مجموعه A کدام است؟ ($\sqrt{2} = 1/4$)

- (۱) ۰/۳ (۲) ۰/۱ (۳) ۰/۱۵ (۴) ۰/۲

محل محاسبات:

۳۱. کدام گزاره درست است؟

(۱) اگر خطی با صفحه‌ای موازی باشد، با تمام خطوط آن صفحه موازی است.

(۲) اگر خطی بر صفحه‌ای عمود باشد، بر تمام خطوط آن صفحه عمود است.

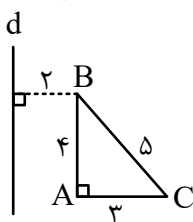
(۳) اگر خطی بر یک خط از صفحه‌ای عمود باشد، بر آن صفحه عمود است.

(۴) اگر خطی بر دو خط از صفحه‌ای عمود باشد، بر آن صفحه عمود است.

۳۲. دو خط d و d' موازی اند و خط L با آن‌ها متنافر است. اگر صفحه P دو خط d و L را در نقاط A و B قطع کند، وضعیت نسبی AB و d' چگونه است؟

(۱) موازی یا منطبق (۲) موازی یا متقاطع (۳) متنافر یا متقاطع (۴) متنافر یا موازی

۳۳. مثلث قائم‌الزاویه‌ای مطابق شکل، حول خط d که موازی ضلع AB از مثلث است، دوران می‌کند. حجم شکل حاصل کدام است؟



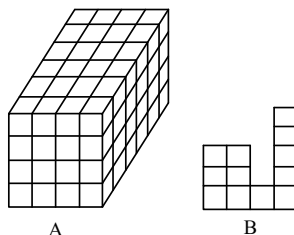
(۲) 36π

(۱) 32π

(۴) 48π

(۳) 42π

۳۴. در شکل A، به ترتیب حداقل و حداکثر چند تا از مکعب‌های کوچک حذف شوند تا نمای بالا به صورت شکل B در آید؟



(۲) $84 - 44$

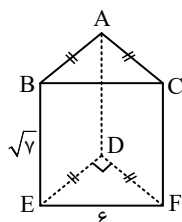
(۱) $88 - 44$

(۴) $84 - 48$

(۳) $88 - 48$

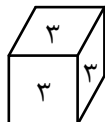
محل محاسبات:

۳۵. در شکل مقابل، مساحت سطح مقطع حاصل از صفحه‌ی گذرنده از نقاط A، E و F کدام است؟ (BCFE مستطیل است)



- | | |
|--------|--------|
| ۱۲ (۲) | ۹ (۱) |
| ۲۴ (۴) | ۱۸ (۳) |

۳۶. روی تمام وجه‌های یک مکعب، عدد ۳ نوشته شده است. چه تعداد از این مکعب‌ها را به صورت ستونی روی هم قرار دهیم تا



- مجموع تمام اعدادی که قابل رویت هستند، برابر ۱۳۵ شود؟
- | | |
|--------|--------|
| ۱۰ (۲) | ۹ (۱) |
| ۱۲ (۴) | ۱۱ (۳) |

۳۷. دو خط d_1 و d_2 موازی‌اند. از دوران d_1 حول خط d_2 یک سطح استوانه‌ای ایجاد می‌شود. مقطع صفحه P با این سطح استوانه‌ای کدام نمی‌تواند باشد؟

- (۱) مستطیل (۲) دایره (۳) بیضی (۴) دو خط موازی
۳۸. نقاط A و B در خارج از صفحه P مفروض‌اند. چند خط وجود دارد که از A و B بگذرد و با صفحه P موازی باشد؟
- (۱) دقیقاً یک خط (۲) حداقل یک خط (۳) حداکثر یک خط (۴) هیچ با به شمار

۳۹. دو صفحه متقاطع P و Q بر هم عمودند و فصل مشترک آن‌ها خط d است. کدام گزینه نادرست است؟

(۱) هر صفحه موازی با P ، بر صفحه Q عمود است.

(۲) هر صفحه عمود بر P ، با صفحه Q موازی است.

(۳) هر صفحه عمود بر خط d ، بر دو صفحه P و Q عمود است.

(۴) صفحه گذرنده از خط d و عمود بر صفحه P ، بر صفحه Q منطبق است.

۴۰. سه خط d_1, d_2, d_3 در صفحه مفروض‌اند. تعداد نقاطی از صفحه که از هر سه خط به یک فاصله باشند، کدام نمی‌تواند باشد؟

- 1 (F) 2 (W) 3 (T) 4 (I)

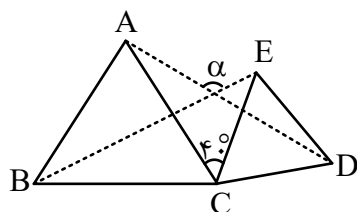
محل محاسبات:

۴۱. چه تعداد از جملات زیر درست است؟

- (الف) دو شکل متشابه، همواره متجانس اند.
(ب) تجانس لزوماً جهت شکل‌ها را حفظ نمی‌کند.
(ج) تجانس همواره اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کند.
(د) تجانس همواره شیب خط‌ها را حفظ می‌کند.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۲. در شکل زیر، دو مثلث ABC و ECD متساوی‌الاضلاع هستند. اگر $\widehat{ACE} = 40^\circ$ باشد، زاویه α چند درجه است؟



- (۱) 120°
(۲) 140°
(۳) 130°
(۴) 110°

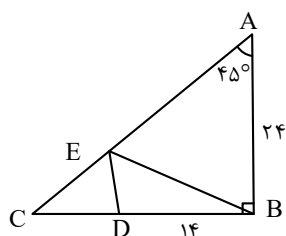
۴۳. کمترین مسیر ACB که در آن $A(2,1)$ و $B(6,2)$ و C نقطه‌ای دلخواه روی محور x باشد، کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۴۴. دو نقطه $A(3,-1)$ و $B(1,3)$ نسبت به خط d بازتاب یکدیگرند. کدام یک از نقاط زیر نقطه ثابت این تبدیل می‌تواند باشد؟

- (۱) $(5,10)$ (۲) $(1,5)$ (۳) $(4,-8)$ (۴) $(-8,4)$

۴۵. نقطه E روی وتر BC در مثلث قائم‌الزاویه ABC تغییر مکان می‌دهد. کمترین مقدار ممکن برای محیط مثلث DEB کدام است؟



- (۱) ۳۸
(۲) ۳۹
(۳) ۴۱
(۴) ۴۰

محل محاسبات:

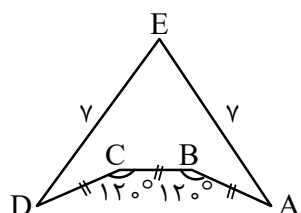
۴۶. تحت تجانس به مرکز O و نسبت ۳، نقطه A بر نقطه B تصویر می‌شود. اگر تحت تجانس به مرکز A و نسبت ۵-، نقطه B بر روی نقطه C تصویر گردد، تحت تجانس به مرکز O و با کدام نسبت، نقطه A بر نقطه C تصویر می‌شود؟

- (۱) -۶ (۲) -۹ (۳) ۶ (۴) ۹

۴۷. دایره $C(O, 3)$ را با بردار $\vec{v}$ به اندازه ۸ واحد به دایره $C'(O', r')$ تصویر می‌کنیم. سپس مجانس دایره C' به مرکز وسط OO' و نسبت تجانس $k=2$ را به دایره $C''(O'', r'')$ تبدیل می‌کنیم. طول مماس مشترک داخلی دایره‌های C و C'' چند واحد است؟

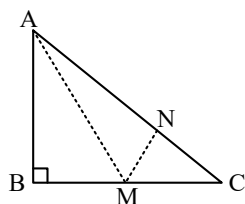
- (۱) $3\sqrt{7}$ (۲) $3\sqrt{5}$ (۳) $4\sqrt{7}$ (۴) $4\sqrt{5}$

۴۸. می‌خواهیم مساحت شکل زیر را بدون تغییر محیط افزایش دهیم. اگر $AB=BC=CD$ و میزان افزایش مساحت برابر $24\sqrt{3}$ باشد، محیط زمین اولیه چقدر بوده است؟



- (۱) ۲۶
(۲) ۲۳
(۳) ۲۹
(۴) ۳۲

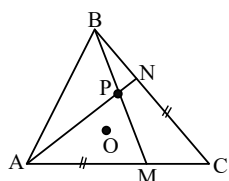
۴۹. در شکل مقابل، می‌خواهیم از نقطه A به نقطه M روی ضلع BC و سپس به نقطه N روی ضلع AC برویم. اگر $\frac{AN}{NC} = 4$ و



$AM+MN$ کمترین مقدار خود را دارا باشد، حاصل $\frac{BM}{MC}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲
(۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۳

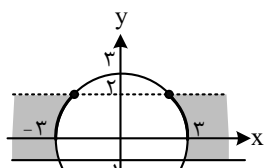
۵۰. نقطه O محل هم‌رسمی میانه‌های مثلث متساوی‌الاضلاع ABC است. کدام گزینه همواره درست است؟ ($NC=AM$)



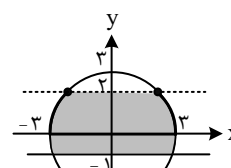
- (۱) $OM \perp ON$ (۲) $AO \perp OM$
(۳) $\hat{OPM} = 30^\circ$ (۴) $\hat{BPN} = 30^\circ$

محل محاسبات:

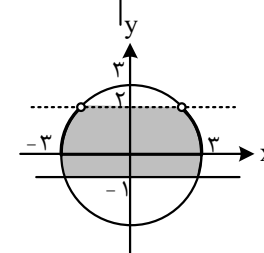
۵۱. نمودار مربوط به روابط $y^2 \leq 9 - x^2$ و $-1 \leq y < 2$ در کدام گزینه به درستی رسم شده است؟



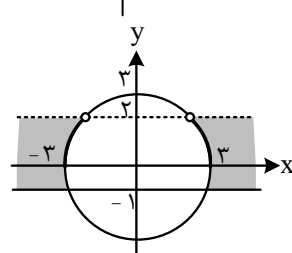
(۲)



(۱)



(۴)



(۲)

۵۲. اگر $\vec{a} = (1, m-2, -3)$ و $\vec{b} = (m, 1, -1)$ دو بردار در فضای R^3 باشند به طوری که $|\vec{a} - \vec{b}| = 2\sqrt{2}$ ، آن گاه بیشترین مقدار

ممکن برای اندازه بردار $2\vec{a} + \vec{b}$ کدام است؟

(۴) $\sqrt{13}$

(۳) $\sqrt{73}$

(۲) $\sqrt{69}$

(۱) $\sqrt{59}$

۵۳. خط d گذرا از نقطه $A = (1, 2, 3)$ و گذرنده از نواحی ۱ و ۲ محورهای مختصات مفروض است. اگر این خط فقط با یکی از

محورهای مختصات موازی باشد، قرینه کدام نقطه زیر نسبت به خط $d' = \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ روی خط d قرار دارد؟

(۴) $(3, 3, 0)$

(۳) $(3, 0, 3)$

(۲) $(3, -3, 0)$

(۱) $(0, -3, 3)$

۵۴. صفحه P از نقطه $A = (-1, 3, 5)$ می گذرد و بر محور Oy عمود است. اگر قرینه نقطه $B = (5, b, c)$ نسبت به صفحه P روی

خط گذرا از نقاط $C = (-5, 1, 2)$ و $D = (-3, 1, 2)$ قرار داشته باشد، حاصل $2b + c$ کدام است؟

(۴) ۱۱

(۳) ۱۰

(۲) ۱۲

(۱) ۹

۵۵. در ۶ ضلعی منتظم $ABCDEF$ ، حاصل $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} + \vec{AE} + \vec{AF}$ چند برابر $\vec{AD}$ است؟

(۴) ۳

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۲

محل محاسبات:

۵۶. برای دو بردار غیرصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ رابطه $|\vec{a}| + |\vec{a} + \vec{b}| - |\vec{b}| = 0$ برقرار است. اگر بردار $\vec{a} = (m, 2, n)$ در صفحه yz بوده و بردار $\vec{b} = (k, -1, 1)$ حاصل $(\vec{b} - 2\vec{a}) \cdot (\vec{b} + m\vec{b})$ کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۴۰ (۳) ۳۶ (۴) ۴۴

۵۷. اگر $2x - y + 3z = 14\sqrt{2}$ و عبارت $x^2 + y^2 + z^2$ حداقل مقدار خود را داشته باشد، حاصل $x - y + 2z$ کدام است؟

- (۱) $6\sqrt{2}$ (۲) $7\sqrt{2}$ (۳) $8\sqrt{2}$ (۴) $9\sqrt{2}$

۵۸. اگر سه نقطه $A(0, 1, 1)$ ، $B(-1, 0, 2)$ و $C(2, 1, 1)$ سه رأس یک مثلث باشند و بردار $\vec{BH} = (m, n, k)$ ارتفاع وارد بر ضلع AC باشد، حاصل $m + 2n + 3k$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

۵۹. اگر نقاط $A(-3, -2, m)$ ، $B(4, 2, 2)$ و $C(5, 1, 5)$ سه رأس مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{B} = 90^\circ$) باشد، اندازه تصویر قائم بردار $\vec{AB}$ بر بردار $\vec{AC}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{75}{\sqrt{98}}$ (۲) $\frac{65}{\sqrt{89}}$ (۳) $\frac{75}{\sqrt{89}}$ (۴) $\frac{65}{\sqrt{98}}$

۶۰. اگر بردارهای a ، b و c یکجه باشند و $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ، آن زاویه بین دو بردار $2\vec{a} + \vec{b}$ و $2\vec{b} + \vec{c}$ کدام است؟

- (۱) 30° (۲) 60° (۳) 120° (۴) 150°

محل محاسبات:

۶۱. با حروف کلمه «داوطلبی» چند کلمه ۷ حرفی و بدون تکرار حروف می توان ساخت به طوری که بین دو حرف «د» و «ط» دقیقاً دو حرف قرار گیرد؟

(۱) ۹۶۰ (۲) ۱۹۲۰ (۳) ۱۴۴۰ (۴) ۱۲۰۰

۶۲. با ارقام ۵, ۳, ۴, ۱, ۷, ۰ چند عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت به طوری که حاصل ضرب ارقام آن، زوج باشد؟

(۱) ۷۲ (۲) ۶۴ (۳) ۶۸ (۴) ۷۶

۶۳. یک کتاب ادبی، دو کتاب علمی متفاوت و چهار کتاب تاریخی متفاوت را به چند طریق می توان در یک ردیف چید به طوری که هیچ کدام از کتاب های علمی در کنار کتاب ادبی قرار نگیرند؟

(۱) ۲۲۸۰ (۲) ۲۴۰۰ (۳) ۲۶۴۰ (۴) ۲۵۲۰

۶۴. هر یک از حروف کلمه «BARADARI» بر روی ۸ گوی نوشته شده است. ۳ گوی از این ۸ گوی را انتخاب کرده و آن ها را در یک مجموعه قرار می دهیم. چند مجموعه مختلف می توان تشکیل داد؟

(۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰

۶۵. با ارقام ۴, ۳, ۳, ۲, ۲, ۱, ۰ چند عدد ۷ رقمی می توان ساخت به طوری که ارقام فرد و زوج در آن ها یک در میان باشند؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴۱ (۴) ۳۶

محل محاسبات:

۶۶. تعداد جملات بسط $(x+y+z+t)^n$ برابر با ۵۶ تا است. n کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۶۷. گل فروشی چهار نوع گل مختلف دارد. به چند طریق می توان ۶ شاخه گل از او خرید کرد به طوری که حداقل ۲ نوع گل در بین این شاخه ها موجود باشد؟

- (۱) ۷۵ (۲) ۸۰ (۳) ۷۸ (۴) ۷۲

۶۸. معادله $x_1 + \sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 9$ در مجموعه اعداد طبیعی با شرط $x_1 < 4$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۴۲ (۲) ۴۴ (۳) ۴۶ (۴) ۴۸

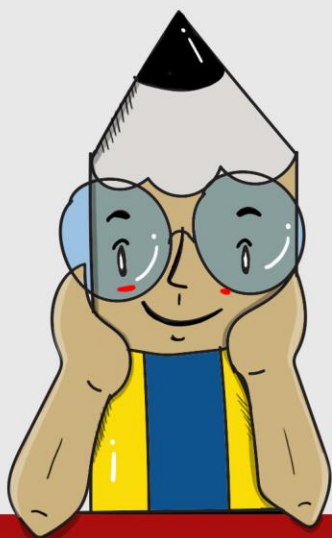
۶۹. معادله $x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 15$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۶ (۳) ۲۸ (۴) ۴۵

۷۰. به چند طریق می توان ۵ کتاب ریاضی و ۶ کتاب فیزیک یکسان را بین ۴ نفر تقسیم کرد به طوری که نفر اول حداقل یک کتاب ریاضی و نفر دوم دقیقاً ۲ کتاب فیزیک داشته باشد؟

- (۱) ۱۰۵۰ (۲) ۵۲۵ (۳) ۱۵۷۵ (۴) ۳۱۵

محل محاسبات:



آزمون مرحله (نهم) آلفا دفترچه شماره (۲)

۱۴۰۵ - ۱۴۰۴

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۴/۱۲/۰۶

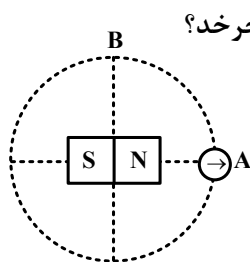
دوازدهم ریاضی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک	۲۰	۷۱	۹۰	۳۰
۲	شیمی	۳۰	۹۱	۱۲۰	۳۰

نکات مهم پیش از شروع آزمون:

- از پاسخ دادن به سوالات بدون مطالعه کامل صورت سؤال خودداری کنید.
- زمان را مدیریت کنید.
- لطفاً پس از پایان آزمون پاسخنامه را بررسی نمایید.

هرگونه کپی برداری، باز نشر یا چاپ این فایل بدون کسب اجازه کتبی از ناشر ممنوع بوده و پیگرد قانونی دارد.



۷۱. در شکل روبه‌رو اگر قطب‌نما را ساعتگرد از A تا B جابجا کنیم، عقربه قطب‌نما چند درجه می‌چرخد؟

(۱) ۲۷۰

(۲) ۹۰

(۳) ۵۴۰

(۴) ۱۸۰

۷۲. پروتونی در جهتی که با جهت میدان مغناطیسی یکنواخت 200 G ، زاویه 30° می‌سازد وارد میدان می‌شود و نیرویی به

اندازه $F = 3/2 \times 10^{-16}\text{ N}$ بر آن وارد می‌شود. تندی پروتون چند کیلومتر بر ثانیه است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19}\text{ C}$)

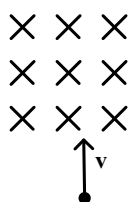
(۴) ۴۰۰

(۳) 4×10^5

(۲) ۲۰۰

(۱) 2×10^5

۷۳. در شکل زیر، یک عدد یون هلیوم (He^{2+}) در جهت نشان داده‌شده وارد میدان مغناطیسی یکنواخت درونسو می‌شود.



این ذره هنگام ورود به میدان، به کدام سمت منحرف می‌شود؟

(۲) برونسو

(۱) درونسو

(۴) سمت چپ

(۳) سمت راست

۷۴. سیم راستی به طول 4 cm حامل جریان 5 A است. سیم عمود بر یک میدان مغناطیسی به بزرگی 2 T قرار دارد و به

اندازه 20 cm در جهت نیروی مغناطیسی جابه‌جا می‌شود. کار نیروی مغناطیسی در این جابه‌جایی چند میلی‌ژول است؟

(۴) ۴

(۳) ۰/۰۰۴

(۲) ۸

(۱) ۰/۰۰۸

۷۵. ذره‌ای با بار الکتریکی $-2\mu\text{C}$ با تندی افقی 10^5 m/s وارد میدان الکتریکی یکنواخت $E = 10^4\text{ N/C}$ شکل زیر می‌شود. اگر

بخواهیم به کمک یک میدان مغناطیسی سرعت حرکت ذره ثابت بماند، جهت و اندازه کمینه میدان مغناطیسی در SI به

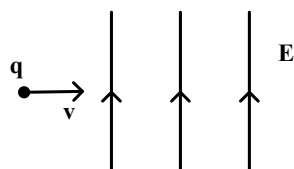
ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) $2 - \odot$

(۲) $2 - \otimes$

(۳) $1 - \odot$

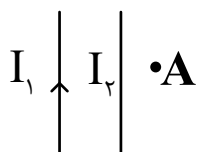
(۴) $1 - \otimes$



محل محاسبات:

۷۶. شکل زیر دو سیم موازی و بلند حامل جریان را نشان می‌دهد. اگر میدان مغناطیسی خالص در نقطه A صفر باشد، کدام

گزینه در مورد جهت جریان I_2 و مقایسه بزرگی جریان I_1 و I_2 درست است؟



(۱) پایین - $|I_1| < |I_2|$

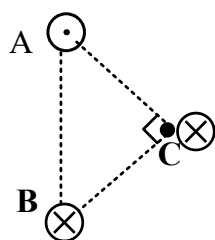
(۲) بالا - $|I_1| < |I_2|$

(۳) بالا - $|I_1| > |I_2|$

(۴) پایین - $|I_1| > |I_2|$

۷۷. در شکل زیر سه سیم حامل جریان‌های هم‌اندازه و در سه رأس یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین قرار گرفته است.

جهت نیروی مغناطیسی خالص وارد بر سیم C کدام است؟



(۱) ↓

(۲) →

(۳) ←

(۴) ↑

۷۸. کدام گزینه درست است؟

(۱) مواد دیامغناطیسی به طور ذاتی دارای خاصیت مغناطیسی‌اند.

(۲) مواد پارامغناطیسی دارای حوزه‌های مغناطیسی‌اند.

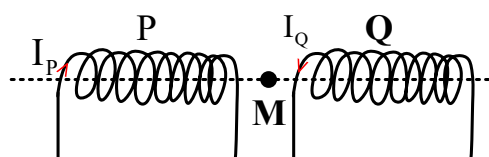
(۳) مواد فرومغناطیسی نرم برای ساختن آهنرباهای الکتریکی مناسب‌اند.

(۴) هر سه گزینه نادرست است.

۷۹. در شکل زیر دو سیم‌لوله P و Q هم‌محورند و طول برابر دارند. تعداد دور سیم‌لوله P برابر ۳۰۰ و تعداد دور سیم‌لوله Q

برابر ۴۰۰ است. اگر جریان A از سیم‌لوله Q عبور کند، جریان چند آمپری از سیم‌لوله P عبور کند تا میدان مغناطیسی در

نقطه M صفر شود؟ (با فرض نزدیک بودن نقطه M به هر دو سیم‌لوله)



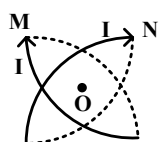
(۲) $\frac{4}{3}$

(۱) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{2}{3}$

محل محاسبات:



۸۰. در شکل روبه‌رو دو حلقه هم‌مرکز اند. جهت میدان خالص در مرکز حلقه‌ها کدام است؟

- (۱) ↑ (۲) ↓ (۳) ← (۴) →

۸۱. طول موج خط سوم رشته بالمر ($n' = 2$) در طیف اتمی بر حسب میکرومتر کدام است؟ ($R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$)

- (۱) $\frac{10000}{21}$ (۲) $\frac{10}{21}$ (۳) $\frac{1600}{15}$ (۴) $\frac{1/6}{15}$

۸۲. در اتم هیدروژن انرژی الکترون در دومین حالت برانگیخته چند برابر انرژی الکترون در چهارمین حالت برانگیخته است؟

- (۱) $\frac{9}{25}$ (۲) $\frac{25}{9}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{1}{4}$

۸۳. یک لیزر با توان خروجی ۳۰ میلی وات نوری با طول موج 660 nm تابش می‌کند. در مدت ۵ دقیقه چند فوتون از این لیزر

گسیل می‌شود. ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}$)

- (۱) 10^{21} (۲) 10^{22} (۳) 3×10^{21} (۴) 3×10^{19}

۸۴. در اتم هیدروژن برانگیخته الکترون برای رسیدن به حالت پایه گذارهای زیر را انجام می‌دهد.

$$n = 5 \xrightarrow{(1)} n = 3 \xrightarrow{(2)} n = 1$$

فوتون گسیل شده در گذار ۱ و ۲ به ترتیب در کدام ناحیه از امواج الکترومغناطیسی قرار دارد و اگر انرژی گسیلی در گذار

(۱) برابر E_1 و در گذار (۲) برابر E_2 باشد، نسبت $\frac{E_2}{E_1}$ کدام است؟

- (۱) فروسرخ - فرابنفش - 0.08 (۲) فروسرخ - فروسرخ - 0.08
(۳) فروسرخ - فرابنفش - $12/5$ (۴) فروسرخ - فروسرخ - $12/5$

محل محاسبات:

۸۵. شکل مقابل تعدادی از ترازهای انرژی اتم هیدروژن را نشان می‌دهد. اگر الکترونی در دومین حالت برانگیخته قرار داشته باشد، با تاباندن فوتونی با انرژی $۱/۸۹\text{eV}$ به این اتم چه اتفاقی برای الکترون می‌افتد؟

$n = 4$ ————— $-۰/۸۵\text{eV}$

$n = 3$ ————— $-۱/۵۱\text{eV}$

$n = 2$ ————— $-۳/۴\text{eV}$

$n = 1$ ————— $-۱۳/۶\text{eV}$

(۲) با گسیل القایی به تراز $n = 1$ می‌رود.

(۴) هیچکدام

(۱) با گسیل القایی به تراز $n = 2$ می‌رود.

(۳) با جذب فوتون به تراز $n = 4$ می‌رود.

۸۶. در اتم هیدروژن با گذار الکترون بین دو مدار شعاع مدار $\frac{4}{25}$ برابر می‌شود. بسامد فوتون گسیل شده در این گذار چند

تراهرتز است؟ ($E_R = ۱۳/۶\text{eV}$, $h = ۴ \times ۱۰^{-۱۵}\text{eV.s}$)

۹۱۵ (۴)

۷۱۴ (۳)

۲۸۸ (۲)

۵۴۴ (۱)

۸۷. کوتاه‌ترین طول موج رشته پاشن ($n' = 3$) برای اتم هیدروژن چند میکرومتر است؟ ($R = ۰/۰۱\text{nm}^{-1}$)

۰/۶ (۴)

۶۰۰ (۳)

۰/۹ (۲)

۹۰ (۱)

۸۸. کدام گزینه درست است؟

(۱) طیف گسیلی گاز هلیوم رقیق با مدل اتمی بور قابل توجیه است.

(۲) در مدل اتمی رادرفورد به ساختار داخل هسته اشاره شده است.

(۳) مدل اتمی تامسون را مدل اتم هسته‌ای گویند.

(۴) در بررسی طیف خورشید، خط‌های تاریک مربوط به عناصر موجود در جو زمین و خورشید است.

محل محاسبات:

۸۹. کدام گزینه گزاره‌های درست را مشخص می‌کند؟

الف) طبق پیش‌بینی فیزیک کلاسیک رخ دادن پدیده فوتوالکتریک به بسامد نور بستگی دارد.

ب) بنابر نظر انیشتین، وقتی نوری تکفام بر سطح فلز می‌تابد، هر فوتون صرفاً با یکی از الکترون‌های فلز بر هم کنش دارد.

پ) بنابر نظر انیشتین، با افزایش شدت نور تابشی بر سطح فلز (با ثابت ماندن بسامد نور) در صورت رخ دادن پدیده

فوتوالکتریک، انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها بدون تغییر می‌ماند.

۱) الف - ب ۲) ب - پ ۳) الف - پ ۴) الف - ب - پ

۹۰. در آزمایش فوتوالکتریک نوری با طول موج λ به الکتروود فلزی می‌تابد و فوتوالکترون‌هایی که بیشینه انرژی جنبشی آن‌ها

$J \times 10^{-19}$ است، گسیل می‌شوند. اگر طول موج نور فرودی 2λ شود، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها، $J \times 10^{-20}$ است.

می‌شود. تابع کار فلز چند الکترون ولت است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

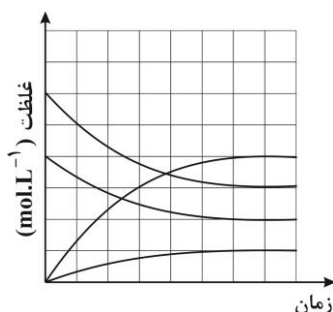
۱) $1/2$ ۲) $1/8$ ۳) $2/4$ ۴) $1/5$

محل محاسبات:

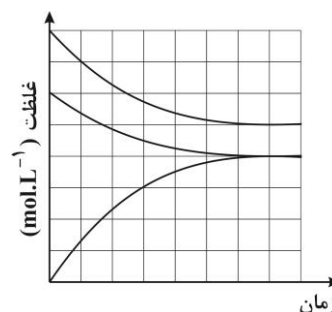
۹۱. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) گیاهان برای رشد، افزون بر کربن دی اکسید و آب، به عنصرهایی مانند S، N، P و K نیاز دارند.
- (۲) شناسایی، تولید و افزودن کودهای شیمیایی مناسب به خاک، بهترین راه حل افزایش بهره‌وری در تولید فراورده‌های کشاورزی است.
- (۳) در برخی کشورها اوره و گاز آمونیاک را به عنوان کود شیمیایی، به طور مستقیم به خاک تزریق می‌کنند.
- (۴) تأمین غذا به علت، محدودیت منابع و روند رو به افزایش جمعیت جهان، به یکی از چالش‌های زندگی بشر تبدیل شده است.
۹۲. واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن در دمای اتاق و در حضور کاتالیزگر یا جرقه از سویی دیگر این واکنش برگشت پذیر است و در شرایط مناسب با تأمین شرایط بهینه انجام واکنش، به تعادل می‌رسد. این تعادل در دمای معین شامل مخلوطی از گازهای واکنش دهنده و فراورده با غلظت است.

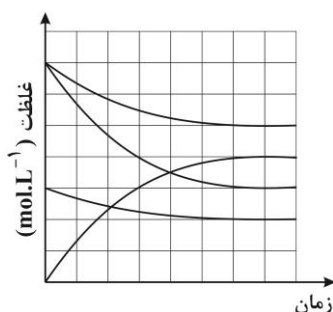
- (۱) پیش نمی‌رود - ثابت (۲) پیش نمی‌رود - برابر (۳) پیش می‌رود - ثابت (۴) پیش می‌رود - برابر
۹۳. نمودار داده شده در کدام گزینه، نمایانگر یک واکنش برگشت پذیر تعادلی با ثابت تعادل، بدون یکا است؟



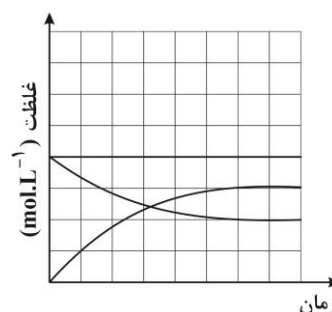
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

محل محاسبات:

۹۴. کدام گزینه از لحاظ علمی درست‌ترین عبارت توصیف‌کننده لحظه تعادل در یک واکنش برگشت‌پذیر است؟

(۱) در یک واکنش برگشت‌پذیر لحظه‌ای فرا می‌رسد که سرعت واکنش رفت و برگشت با هم برابر شده و از آن لحظه به بعد، غلظت‌های مواد (g) و (aq) به دلیل اینکه با تغییر غلظت همراه نیستند، ثابت می‌مانند.

(۲) از لحظه تعادل به بعد در واکنش برگشت‌پذیر، غلظت‌های مواد (g) و (aq) که ضرایب یکسانی دارند با هم برابر می‌شود و غلظت هیچ‌کدام به صفر نمی‌رسد.

(۳) حضور مواد (s) و (l) برای برقراری تعادل $\text{HCl(aq)} + \text{CaCO}_3(\text{s}) \rightleftharpoons \text{CaCl}_2(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O(l)} + \text{CO}_2(\text{g})$ الزامی است و در عبارت ثابت تعادل دخالت دارند.

(۴) در یک تعادل شیمیایی، لحظه‌ای فرا می‌رسد که واکنش‌های رفت و برگشت متوقف شده و آن لحظه را می‌توان لحظه تعادل نامید.

۹۵. در یک ظرف دربسته ۲ لیتری، ۴ مول از ماده A در واکنش تعادلی $2\text{A(g)} \rightleftharpoons \text{B(g)} + 2\text{C(g)}$ تجزیه می‌شود. اگر در حالت تعادل، غلظت واکنش‌دهنده به یک مول بر لیتر برسد، ثابت تعادل کدام است؟

- (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۵ (۳) ۱ (۴) ۲

۹۶. کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در شرایط یکسان، نقطه جوش هر سه مولکول آمونیاک، نیتروژن و هیدروژن، برخلاف مولکول هیدروژن فلوئورید، کوچک‌تر از صفر است.

(۲) افزایش فشار بر یک واکنش تعادلی با شمار مول‌های گازی برابر در دو سوی معادله واکنش، تأثیری بر جابه‌جایی تعادل نخواهد داشت.

(۳) شرایط بهینه واکنش تعادلی هابر، به صورت $\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \xrightleftharpoons[\text{Fe(s)}]{200\text{ atm}, 450^\circ\text{C}} 2\text{NH}_3(\text{g})$ بوده و در آن تنها

۲۸ درصد جرمی مخلوط تعادلی را آمونیاک تشکیل می‌دهد.

(۴) تولید آمونیاک با فرایند هابر یک نمونه تاریخی جالب از تأثیر پیچیده شیمی در زندگی ما با طولانی‌تر شدن جنگ جهانی اول بود.

۹۷. در چند مورد از واکنش‌های تعادلی داده شده، افزایش دما موجب افزایش مقدار ثابت تعادل (K) می‌شود؟

- $\text{CaCO}_3(\text{s}) \rightleftharpoons \text{CaO(s)} + \text{CO}_2(\text{g})$
- $\text{N}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NO(g)}$
- $3\text{O}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{O}_3(\text{g})$
- $2\text{N}_2\text{O}_5(\text{g}) \rightleftharpoons 4\text{NO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g})$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل محاسبات:

۹۸. با تغییر اشاره شده در کدام گزینه، در واکنش تعادلی $2SO_3(g) \rightleftharpoons 2SO_2(g) + O_2(g)$ ، غلظت تعادلی همه مواد

شرکت کننده در واکنش در تعادل جدید از تعادل اولیه بیشتر است؟

- (۱) افزایش حجم ظرف واکنش
(۲) افزایش غلظت گاز گوگرد تری اکسید
(۳) افزایش دمای سامانه تعادلی
(۴) افزایش غلظت گاز اکسیژن

۹۹. کدام گزینه در مورد سامانه تعادلی گازی: $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ نادرست است؟

- (۱) با افزایش دمای این سامانه تعادلی، بازده درصدی واکنش، مقدار ثابت تعادل و فشار سامانه افزایش می یابد.
(۲) با نصف کردن حجم سامانه در دمای ثابت، غلظت $NO_2(g)$ و $N_2O_4(g)$ در تعادل جدید دو برابر مقدار اولیه خواهد بود.
(۳) با افزودن مقداری $NO_2(g)$ به سامانه تعادلی در دما و حجم ثابت، سرعت واکنش های رفت و برگشت تعادل جدید نسبت به تعادل اولیه افزایش می یابد.
(۴) با افزایش حجم سامانه در دمای ثابت، در ابتدا مخلوط گازی کم رنگ تر شده و با رسیدن به تعادل جدید، غلظت همه مواد نسبت به تعادل اولیه کمتر خواهد شد.

۱۰۰. مقداری گاز HCl به حجم $13/44$ لیتر در شرایط STP، وارد یک ظرف $0/5$ لیتری در بسته می شود تا در تعادل گازی

$2HCl \rightleftharpoons H_2 + Cl_2$ شرکت کند. اگر مجموع جرم مواد فراورده های تولیدی تا لحظه برقراری تعادل برابر با $14/6$ گرم باشد،

مقدار ثابت تعادل چقدر بوده و در لحظه تعادل، نسبت $\frac{[H_2]}{[HCl]}$ کدام است؟ ($H = 1$, $Cl = 35/5$: $g.mol^{-1}$)

- (۱) $0/2$ ، 1 (۲) 1 ، 1 (۳) $0/2$ ، $0/2$ (۴) 1 ، $0/2$

۱۰۱. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) خشک کردن میوه ها، تهیه ترشی و نمک سود کردن برخی خوراکی ها، جزو روش های افزایش زمان ماندگاری مواد غذایی است.
(۲) روغن های مایع که در ظرف شفاف بسته بندی شده باشند، زمان ماندگاری بیشتری دارند.
(۳) حذف اکسیژن از محیط نگهداری مواد غذایی و خوراکی ها سبب افزایش زمان ماندگاری و بهبود کیفیت آن ها خواهد شد.
(۴) محیط سرد، خشک و تاریک برای نگهداری مواد غذایی، مناسب تر از محیط گرم، روشن و مرطوب است.

محل محاسبات:

۱۰۲. کدام عبارت‌ها درست است؟

(آ) شاخه‌ای از علم شیمی که به بررسی آهنگ تغییر شیمیایی در واکنش‌ها و عوامل مؤثر بر این آهنگ می‌پردازد، سینتیک شیمیایی نام دارد.

(ب) برای نگهداری سالم برخی خوراکی‌ها، آن‌ها را با خالی کردن هوای درون ظرف، بسته‌بندی می‌کنند.

(پ) برخی افراد با مصرف کلم و حبوبات دچار نفخ می‌شوند زیرا دارای آنزیمی هستند که آن‌ها را سریع و کامل هضم می‌کند.

(ت) سرعت مصرف یا تولید یک ماده شرکت‌کننده در واکنش در گستره زمانی قابل اندازه‌گیری را سرعت متوسط آن ماده می‌گویند و با R نمایش می‌دهند.

(۱) (آ) - (ب) (۲) (آ) - (پ) (۳) (ب) - (ت) (۴) (پ) - (ت)

۱۰۳. در کدام گزینه ترتیب سرعت انجام واکنش‌های مطرح شده به درستی اشاره شده است؟

(a) واکنش تجزیه سلولز سازنده کاغذ

(b) واکنش دو محلول بی‌رنگ سدیم کلرید و نقره نیترات

(c) انفجار مقدار کمی ماده منفجره جامد

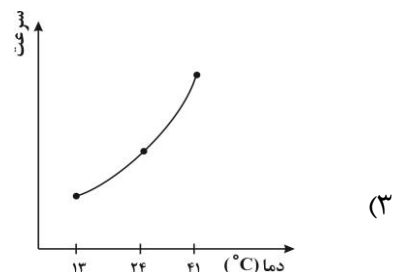
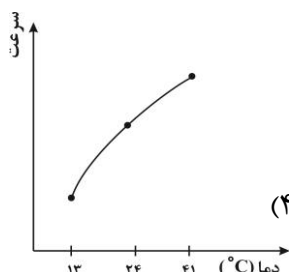
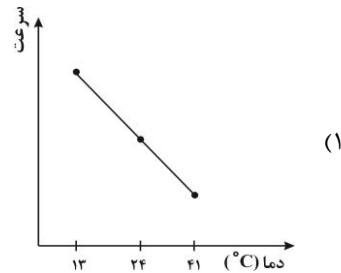
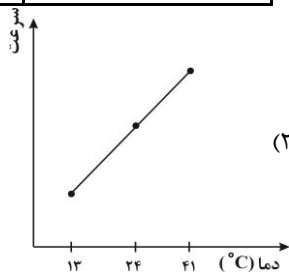
(d) زنگ‌زدن اشیای آهنی در محیط مرطوب

(۱) $a < d < b < c$ (۲) $c < b < d < a$ (۳) $a < c < d < b$ (۴) $d < a < b < c$

محل محاسبات:

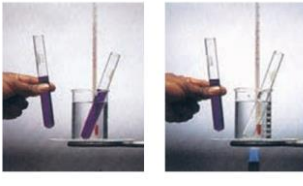
۱۰۴. جدول زیر، زمان حل شدن قرص سوءهاضمه در مقدار یکسانی آب با دماهای متفاوت داده شده است. کدام نمودار می تواند تأثیر دما بر سرعت واکنش را به درستی نشان دهد؟

زمان پایان یافتن خروج گاز (S)	دمای آب ($^{\circ}\text{C}$)
۷۸	۱۳
۴۲	۲۴
۲۲	۴۱

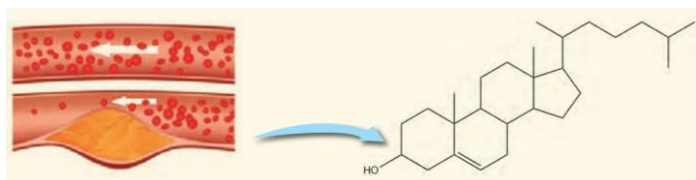


محل محاسبات:

۱۰۵. کدام گزینه به درستی، راهکار افزایش سرعت انجام واکنش‌های مشخص شده در شکل‌ها را به ترتیب (آ)، (ب)، (پ) و (ت) نشان می‌دهد.

			
(ت)	(پ)	(ب)	(آ)

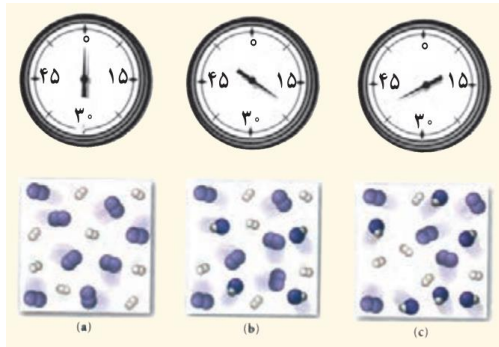
- (۱) نوع مواد واکنش‌دهنده - افزایش غلظت واکنش‌دهنده - استفاده از کاتالیزگر - افزایش دما
 (۲) افزایش غلظت واکنش‌دهنده - استفاده از کاتالیزگر - افزایش دما - افزایش سطح تماس
 (۳) نوع مواد واکنش‌دهنده - افزایش دما - افزایش غلظت واکنش‌دهنده - استفاده از کاتالیزگر
 (۴) افزایش غلظت واکنش‌دهنده - افزایش سطح تماس - افزایش دما - استفاده از کاتالیزگر
۱۰۶. کدام گزینه در مورد شکل و ساختار داده شده درست است؟



- (۱) نشان‌دهنده مولکول کلسترول است که نوعی الکل آروماتیک است.
 (۲) یک ماده آلی موجود در همه غذاهای جانوری و گیاهی است.
 (۳) در ساختار آن پنج نوع پیوند اشتراکی متفاوت وجود دارد.
 (۴) همه مقدار مصرفی آن در دیواره رگ‌ها رسوب کرده و منجر به گرفتگی رگ‌ها و سکته می‌شود.

محل محاسبات:

۱۰۷. با توجه به شکل داده شده، سرعت متوسط مصرف واکنش دهنده رنگی در واکنش گازی میان دو مولکول هیدروژن و ید طبق معادله $H_2(g) + I_2(g) \rightarrow 2HI(g)$ در بازه زمانی a تا b چند برابر بازه زمانی b تا c بوده و سرعت متوسط تولید فراورده بر حسب $mol.L^{-1}.h^{-1}$ در بازه زمانی a تا c، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (هر ذره هم‌ارز ۱/۱ مول از ماده و سامانه ۲ لیتر باشد.)



(۱) ۴۵ - ۲ / ۰

(۲) ۹ - ۴ / ۰

(۳) ۹ - ۲ / ۰

(۴) ۴۵ - ۴ / ۰

۱۰۸. روابط مطرح شده در کدام گزینه در مورد واکنش $N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$ نادرست است؟

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{N_2} = \frac{\bar{R}_{NH_3}}{2} = \frac{\bar{R}_{H_2}}{3} \quad (۲) \quad + \frac{\Delta n(NH_3)}{2 \Delta t} = - \frac{\Delta n(H_2)}{3 \Delta t} = - \frac{\Delta n(N_2)}{\Delta t} \quad (۱)$$

$$\bar{R}_{H_2} = 3 \bar{R}_{N_2} = 1/5 \bar{R}_{NH_3} \quad (۴) \quad + 2 \Delta[NH_3] = -3 \Delta[H_2] = -\Delta[N_2] \quad (۳)$$

۱۰۹. کدام گزینه درست است؟

(۱) واکنش نوار منیزیم با مقدار کافی هیدروکلریک اسید در دمای اتاق انجام پذیر است و با استفاده از پودر منیزیم به جای نوار منیزیم سرعت واکنش افزایش می یابد.

(۲) سمنو تهیه شده از جوانه گندم، محتوی مواد گوناگونی از جمله مالتوز است که طی واکنش $C_{12}H_{22}O_{11}(s) + H_2O(l) \rightarrow 2C_6H_{12}O_6(aq)$ به گلوکوز تبدیل می شود.

(۳) کاتالیزگرهای دو واکنش سوختن قند و تجزیه محلول هیدروژن پراکسید به ترتیب خاک باغچه و ترکیب یونی پتاسیم یدید (KI(s)) است.

(۴) یکی از آلاینده های هوا که باعث تولید باران اسیدی می شود، گاز گوگرد دی اکسید است که مطابق واکنش $2SO_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2SO_3(g)$ بر اثر ترکیب شدن با اکسیژن منجر به تولید گازی قطبی می شود.

محل محاسبات:

۱۱۰. در یک واکنش در ۵ دقیقه آغازی، تغییر غلظت ماده A برابر 0.4 مول بر لیتر و تغییر غلظت ماده X برابر 0.5 مول بر لیتر است و پس از طی شدن ۲۰ دقیقه غلظت اولیه واکنش دهنده Y که 0.4 مول بر لیتر بوده به صفر می‌رسد. به ترتیب از راست به چپ بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ضرایب استوکیومتری در معادله واکنش به کدام مواد مربوط می‌شود؟

(۱) Y و A (۲) X و Y (۳) A و Y (۴) X و A

۱۱۱. با توجه به جدول داده شده که مربوط به غلظت‌های مواد موجود در واکنش در زمان‌های مشخصی است، کدام گزینه به ترتیب X، Y و Z را به درستی نشان می‌دهد؟

زمان (min) \ غلظت	۰	۲	۴	۶	۸
A	۰	0.2	0.35	X	0.5
B	2.5	1.9	Y	1.15	۱
C	۰	0.4	0.7	0.9	Z

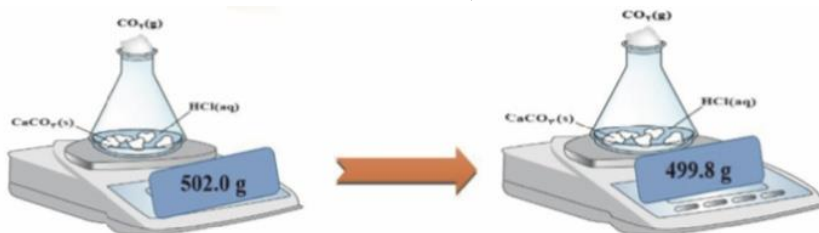
(۱) $1 - 1/6 - 0.1$

(۲) $1 - 1/45 - 0.45$

(۳) $0.95 - 1/5 - 0.1$

(۴) $1/0.5 - 1/45 - 0.45$

۱۱۲. برای شکل داده شده، واکنش میان محلول هیدروکلریک اسید با کلسیم کربنات در دمای اتاق را در نظر بگیرید. سرعت متوسط مصرف محلول اسید طی ۴ دقیقه چند $\text{mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$ است؟ (حجم محلول ۴ لیتر است.)



(۱) 10^{-4}

(۲) 10^{-2}

(۳) $6/25 \times 10^{-4}$

(۴) $6/25 \times 10^{-2}$

۱۱۳. در واکنش فرضی گازی $2AB(g) \rightarrow A_2(g) + B_2(g)$ اگر ۲۰۰۰ گرم از ماده AB وارد ظرف سر بسته ۲ لیتری شود و طی ۱۰ دقیقه اول با سرعت متوسط $0.2 \text{ mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$ تجزیه گردد، در همین لحظه چند لیتر گاز در شرایط STP در ظرف

واکنش وجود دارد؟ ($A = 100$, $B = 60 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۴) ۳۵

(۳) ۷۰

(۲) ۱۴۰

(۱) ۲۸۰

محل محاسبات:

۱۱۴. واکنش موازنه نشده $N_2O_5(g) \rightarrow NO_2(g) + O_2(g)$ در یک ظرف ۳ لیتری در حال انجام است. اگر سرعت متوسط تولید اکسیژن $0.025 \text{ mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$ باشد، چند ثانیه طول می‌کشد که مقدار $6/48$ گرم گاز N_2O_5 مصرف شود؟
($O = 16, N = 14 \text{ g.mol}^{-1}$)

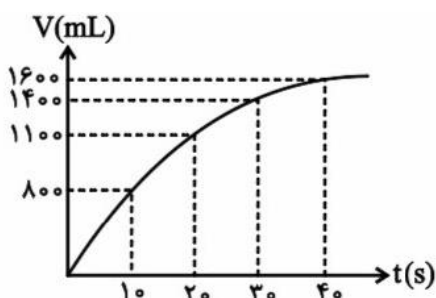
۳۶ (۴)

۲۴ (۳)

۱۲ (۲)

۶ (۱)

۱۱۵. نمودار «حجم - زمان» زیر، برای یکی از مواد فراورده واکنش $2N_2O_5(g) \rightarrow 4NO_2(g) + O_2(g)$ رسم شده است. اگر در پایان واکنش، $0/16$ مول N_2O_5 مصرف شده باشد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ (حجم مولی گازها در شرایط واکنش برابر با ۲۰ لیتر بر مول است).



الف) نمودار داده شده برای یک گاز قهوه‌ای رنگ رسم شده است.

ب) سرعت واکنش در ۲۰ ثانیه اول برابر با $0/165$ مول بر دقیقه است.

پ) سرعت متوسط مصرف N_2O_5 در ۱۰ ثانیه پایانی واکنش برابر با $0/6$ لیتر بر دقیقه است.

ت) مجموع مقدار تولیدشده گازها در ۲۰ ثانیه دوم واکنش برابر با $0/125$ مول است.

چهار (۴)

سه (۳)

دو (۲)

یک (۱)

۱۱۶. اگر در واکنش تجزیه پتاسیم کلرات $KClO_3(s)$ پس از گذشت ۸ دقیقه $1/08$ مول از آن باقی مانده و $0/12$ مول گاز تشکیل شده باشد، مقدار اولیه پتاسیم کلرات چند گرم بوده است؟ ($K = 39, Cl = 35/5, O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)



۷۱/۰۵ (۴)

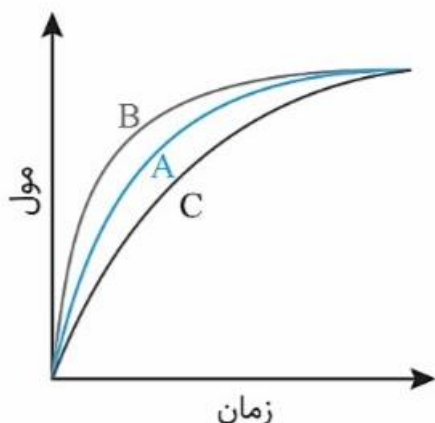
۹۸ (۳)

۱۴۷ (۲)

۱۴۲/۱ (۱)

محل محاسبات:

۱۱۷. با توجه به نمودار زیر چنانچه منحنی A نشان دهنده تغییر مول یکی از مواد فراورده در یک واکنش فرضی باشد، چه تعداد از عبارتهای زیر درست هستند؟



(آ) منحنیهای B و C به ترتیب می توانند مربوط به افزودن کاتالیزگر و افزودن بازدارنده به سامانه واکنش باشند.

(ب) اگر منحنی A مربوط به واکنش فلز سدیم و آب باشد، منحنیهای B و C به ترتیب می توانند مربوط به واکنش فلزهای لیتیم و پتاسیم با آب در همان شرایط باشند.

(پ) اگر منحنی A مربوط به تغییر مول CO_2 در واکنش $\text{CaCO}_3(\text{s})$ با $\text{HCl}(\text{aq})$ باشد، منحنی B و C به ترتیب می توانند مربوط به افزودن مقداری کلسیم کربنات و انجام واکنش در دمای پایین تر باشند.

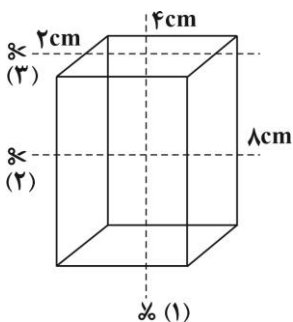
(ت) اگر منحنی A مربوط به واکنش براده آهن با محول HCl باشد، منحنیهای B و C به ترتیب می توانند مربوط به واکنش پودر آهن با $\text{HCl}(\text{aq})$ و انجام واکنش در فشار کمتر باشند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۸. یک تیغه از جنس روی با جرم 240 گرم را در یک بالن حجمی به حجم 2 لیتر، دارای مقداری محلول 0.1% مولار هیدروکلریک اسید وارد کرده و مشاهده می کنیم، گاز هیدروژن تولید شده با سرعت متوسط $0.04 \text{ mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$ از ظرف خارج شده و واکنش پس از 20 ثانیه خاتمه می یابد. چند درصد تیغه روی در ظرف واکنش باقی مانده است؟ ($\text{Zn} = 65 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) ۴۳/۳۳ (۲) ۵۶/۶۶ (۳) ۲۱/۶۶ (۴) ۲۸/۳۳

۱۱۹. اگر یک مکعب مستطیل به ابعاد 2 ، 4 ، 8 سانتی متر را سه برش به صورت شکل زیر دهیم. تفاوت سطح تماس این مکعب قبل و بعد از برش خوردن چند سانتی متر مربع است؟



(۱) ۵۶

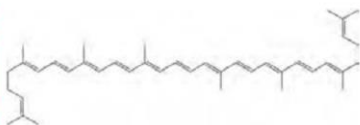
(۲) ۱۱۲

(۳) ۲۸

(۴) ۶۴

محل محاسبات:

۱۲۰. در مورد ساختار و شکل نشان داده شده کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) مصرف مواد غذایی دارای این ماده غذایی می تواند نقش بازدارندگی مؤثری در برابر سرطان و پیری زودرس داشته باشد.
- (۲) تعداد گروه CH_2 در آن نصف تعداد کربن های فاقد اتم هیدروژن بوده و با مصرف آن می توان فعالیت رادیکال ها را متوقف کرد.
- (۳) یک ساختار متقارن غیرآروماتیک دارای ۸ گروه متیل بوده و یک مول از آن با ۱۳ مول بخار قرمز رنگ برم واکنش می دهد.
- (۴) این ماده نوعی ترکیب آلی سیرنشده به نام ریزمغذی ها بوده که در حفظ سلامت بافت ها و اندام های بدن دخالت دارد.

محل محاسبات:

۱۴۰۵ - ۱۴۰۴



آزمون مرحله (نهم) آلفا

رشته ریاضی دوازدهم

alphaschool.ir

مدرسه آنلاین کنکور



نام درس	مستول درس	ناظر علمی - ویراستار	طراحان سوال
هندسه	آرش عمید	ناظر علمی: آرش عمید ویراستار: رضا خطیری	احسان خیرالهی
گسسته	آرش عمید	ناظر علمی: آرش عمید ویراستار: رضا خطیری	احسان خیرالهی
حسابان	معین گرمی محمدرضا میرجلایی	ناظر علمی: محمدرضا میرجلایی ویراستاران: مینا نظری - یاسمین میرزایی	امیرحسین آجرو - عباس اشرفی میثم حمزه لویی - ندا داورپناه مسعود درویشی - فاطمه کیانی مهدی مرادی - محمدرضا میرجلایی
فیزیک	رضا خالو امیرعلی میری نیما نوروزی	ناظرین علمی: رضا خالو امیرعلی میری ویراستار: ارشیا شکوری	امیرعلی میری
شیمی	مهدی جبرئیلی	ناظر علمی: سروش عبادی ویراستاران: محمد معروفی - یاسین سلیمی بنی	مهدی جبرئیلی - یاسین سلیمی بنی

مدیر واحد آزمون

هانیه توکلیان نیاسری - محمد محمدیان

گروه فنی و تولید

تایپیست	هاجر زارع - مژگان حسن زاده
صفحه بندی	مهتا محمدی
رسام	مهتا محمدی

۱. پاسخ: گزینه ۳

تابع مشتق پذیر f روی بازه $(-2, 1)$ اکیداً نزولی است، پس:

$$\forall x \in (-2, 1): f'(x) < 0$$

$$f'(x) = 3x^2 + 3mx + n$$

پس علامت این تابع درجه دوم روی بازه $(-2, 1)$ منفی است. چون این بازه بزرگترین بازه‌ای است که این ویژگی را دارد، پس ۲ و ۱ ریشه‌های تابع f' هستند؛ یعنی:

$$\begin{cases} f'(-2) = 0 \Rightarrow 3(-2)^2 + 3m(-2) + n = 0 \Rightarrow 12 - 6m + n = 0 \Rightarrow 6m - n = 12 \\ f'(1) = 0 \Rightarrow 3(1)^2 + 3m(1) + n = 0 \Rightarrow 3m + n = -3 \end{cases}$$

با حل دستگاه $\begin{cases} 6m - n = 12 \\ 3m + n = -3 \end{cases}$ به $m = 1$ و $n = -6$ می‌رسیم که مجموع آن‌ها ۵- می‌شود.

۲. پاسخ: گزینه ۳

مختصات نقطه A در ضابطه تابع صدق می‌کند و x_A در معادله $y' = 0$ صادق است.

$$A(-2, -1) \xrightarrow{\text{صدق در تابع}} -1 = (-8)(2) + 2a(4) + b \Rightarrow 15 = 8a + b \quad *$$

$$\xrightarrow{\text{قدرمطلق را برمی داریم}} y = -x^4 + 2ax^2 + b \Rightarrow y' = -4x^3 + 4ax \xrightarrow{y'(-2)=0} -4(-2)^3 + 4a(-2) = 0 \Rightarrow 32 - 8a = 0 \Rightarrow a = 4$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در } *} 15 = 32 + b \Rightarrow b = -17 \Rightarrow \frac{a}{2b} = \frac{4}{2 \times (-17)} = -\frac{2}{17}$$

۳. پاسخ: گزینه ۲

تابع را به صورت دوضابطه‌ای می‌نویسیم و از آن مشتق می‌گیریم.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x^2 - 4} & ; \{x \geq 1\} - \{2\} \\ \frac{-x^2 + x}{x^2 - 4} & ; \{x < 1\} - \{-2\} \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{(2x-1)(x^2-4) - 2x(x^2-x)}{(x^2-4)^2} = \frac{x^2 - 8x + 4}{(x^2-4)^2} & ; \{x > 1\} - \{2\} \\ \frac{(-2x+1)(x^2-4) - 2x(-x^2+x)}{(x^2-4)^2} = \frac{-x^2 + 8x - 4}{(x^2-4)^2} & ; \{x < 1\} - \{-2\} \end{cases}$$

نقطه $x=1$ جزء دامنه تابع است، اما در این نقطه مشتق وجود ندارد؛ پس $x=1$ نقطه بحرانی است. برای یافتن سایر نقاط بحرانی، ریشه‌های تابع مشتق را می‌یابیم.

$$x^2 - 8x + 4 = 0 \xrightarrow{+12} x^2 - 8x + 16 = 12 \Rightarrow (x-4)^2 = 12 \Rightarrow x-4 = \pm 2\sqrt{3} \Rightarrow x = 4 \pm 2\sqrt{3}$$

با توجه به شرط در ضابطه اول، فقط $x = 4 + 2\sqrt{3}$ قابل قبول است.

$$-x^2 + 8x - 4 = 0 \xrightarrow{\times(-1)} x^2 - 8x + 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \pm 2\sqrt{3}$$

با توجه به شرط در ضابطه دوم فقط $x = 4 - 2\sqrt{3}$ قابل قبول است.

در مجموع تابع سه نقطه بحرانی دارد.

۴. پاسخ: گزینه ۳

از تابع f مشتق می‌گیریم و جواب‌های معادله $f'(x) = 0$ آن را می‌یابیم.

$$f'(x) = \cos x - \sin \frac{x}{2} = 0 \Rightarrow 1 - 2\sin^2 \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} = 0$$

$$\Rightarrow 2\sin^2 \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} - 1 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} \sin \frac{x}{2} = -1 \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = 3\pi \text{ غ ق } (3\pi \notin [0, 2\pi]) \\ \sin \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \\ \frac{x}{2} = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{3} \end{cases} \end{cases}$$

چون مقدار اکسترمم نسبی خواسته شده است، پس فقط به ازای $x = \frac{\pi}{3}$ و $x = \frac{5\pi}{3}$ مقادیر تابع پیوسته f را می‌یابیم و مقدار تابع را در نقاط ابتدا و انتهای بازه محاسبه می‌کنیم:

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{3} + 2\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$f\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \sin \frac{5\pi}{3} + 2\cos \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

مقدار ماکزیمم تابع $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ و مقدار مینیمم آن $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$ است.

۵. پاسخ: گزینه ۱

مختصات نقطه A در ضابطه تابع صدق می‌کند.

$$y = x^2 + \frac{ax+b}{x+2} \xrightarrow{A(-1, \Delta)} \Delta = (-1)^2 + \frac{a(-1)+b}{-1+2} \Rightarrow -a+b=4$$

طول نقطه A در معادله $y' = 0$ صدق می‌کند:

$$y' = 2x + \frac{a(x+2) - (ax+b)}{(x+2)^2} \xrightarrow{x_A=-1} y'(-1) = 0 \Rightarrow 0 = 2(-1) + \frac{a(-1+2) - (-a+b)}{(-1+2)^2} \Rightarrow 0 = -2 + a + a - b \Rightarrow 2a - b = 2$$

با تشکیل دستگاه دو معادله دو مجهول مقادیر a و b را می‌یابیم:

$$\begin{cases} -a+b=4 \\ 2a-b=2 \end{cases} \Rightarrow a=6, b=10$$

حاصل عبارت خواسته شده عبارت است از: $2a+b=2(6)+10=22$

۶. پاسخ: گزینه ۴

$$f'(x) \geq 0 \Rightarrow x^3 - 3x^2 + 2x \geq 0 \Rightarrow x(x^2 - 3x + 2) \geq 0 \Rightarrow x(x-1)(x-2) \geq 0 \Rightarrow \frac{x}{f'} \begin{array}{c|c|c|c|c} & - & 0 & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

۱. مجموعه جواب $= [0, 1] \cup [2, +\infty)$

آهنگ تغییرات کاهشی: y

$$f'' \leq 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x + 2 \leq 0 \xrightarrow{\Delta=12} x = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{x}{f''} \begin{array}{c|c|c|c|c} & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$$2. \text{ مجموعه جواب } = \left[\frac{3-\sqrt{3}}{3}, \frac{3+\sqrt{3}}{3} \right]$$

با نمایش مجموعه‌های ۱ و ۲ روی محور و اشتراک گرفتن داریم:

۱

$$(1) \cap (2) \rightarrow x \in \left[\frac{3-\sqrt{3}}{3}, 1 \right]$$

با مقایسه با بازه صورت سؤال نتیجه می شود $a = \frac{3-\sqrt{3}}{3}$ و $b=1$ ، بنابراین مقدار عبارت خسته شده برابر است با:

$$b-a = 1 - \left(\frac{3-\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

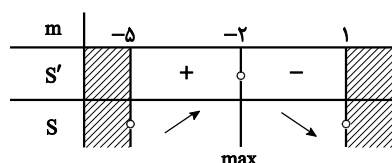
۷. پاسخ: گزینه ۲

با توجه به فرض α و β ریشه های معادله $\frac{2}{3}x^2 + (m-3)x + (\frac{2}{3}m^2 + m - 1) = 0$ هستند و از آن جایی که اختلاف α و β از

رابطه $\frac{\sqrt{\Delta}}{|x^2 \text{ ضریب}|}$ به دست می آید، داریم:

$$\alpha - \beta = \frac{\sqrt{(m-3)^2 - 4(\frac{2}{3})(\frac{2}{3}m^2 + m - 1)}}{|\frac{2}{3}|} \Rightarrow S(m) = \frac{\sqrt{m^2 - 6m + 9 - 4m^2 - 6m + 6}}{\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow S(m) = \frac{2}{3} \sqrt{-3m^2 - 12m + 15} \xrightarrow{\text{مشتق می گیریم}} S'(m) = \frac{2}{3} \times \frac{-6m - 12}{2\sqrt{-3m^2 - 12m + 15}}$$



$$\begin{cases} S'(m) = 0 : -6m - 12 = 0 \Rightarrow m = -2 \\ S'(m) \rightarrow \infty : -3m^2 - 12m + 15 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} m = 1 \\ m = -5 \end{cases} \end{cases}$$

۸. پاسخ: گزینه ۴

ابتدا ضابطه تابع f را بدون قدرمطلق می نویسیم:

$$9 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$f(x) = \begin{cases} x(x^2 - 9) ; x \leq -3 \\ x(9 - x^2) ; -3 \leq x < 3 \\ x(x^2 - 9) ; x \geq 3 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x^3 - 9x ; x \leq -3 \\ -x^3 + 9x ; -3 \leq x < 3 \\ x^3 - 9x ; x \geq 3 \end{cases}$$

حالا ضابطه مشتق تابع f را می نویسیم:

$$f'(x) = \begin{cases} 3x^2 - 9 ; x < -3 \\ -3x^2 + 9 ; -3 < x < 3 \\ 3x^2 - 9 ; x > 3 \end{cases}$$

$$\text{نقاط بحرانی : } \begin{cases} f'(x) = 0 : \text{نقاطی که } -3x^2 + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \in [-1, \sqrt{10}] \\ x = -\sqrt{3} \notin [-1, \sqrt{10}] \end{cases} \\ \text{نقاطی که } f'(x) \text{ موجود نیست : } \begin{cases} x = 3 \in [-1, \sqrt{10}], x = -3 \notin [-1, \sqrt{10}] \\ x = -1, x = \sqrt{10} \end{cases} \end{cases}$$

حالا مقدار تابع را در نقاط بحرانی می یابیم:

$$f(-1) = -(-1)^3 + 9(-1) = -8$$

$$f(\sqrt{3}) = -3\sqrt{3} + 9\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$f(3) = -27 + 27 = 0$$

$$f(\sqrt{10}) = 10\sqrt{10} - 9\sqrt{10} = \sqrt{10}$$

کمترین مقدار تابع روی این بازه برابر ۸- است.

۹. پاسخ: گزینه ۳

نقطه B روی منحنی $y = x^2$ و نقطه A روی منحنی $y = x^3$ قرار دارد. از طرفی نقاط A و B روی خطی موازی محور y ها هستند؛ پس مختصات آنها به صورت $A(a, a^3)$ و $B(a, a^2)$ است و طول AB برابر با $L(a) = a^3 - a^2$ خواهد بود. برای پیدا کردن بیشترین مقدار طول AB، کافی است ماکزیمم تابع L را در بازه $(0, 1)$ به دست آوریم.

$$L'(a) = 3a^2 - 2a \xrightarrow{L'(a)=0} a(3a-2)=0 \Rightarrow a=0 \text{ یا } a=\frac{2}{3}$$

$a = \frac{2}{3}$ طول نقطه ماکزیمم تابع L است و عرض آن بیشترین مقدار طول پاره خط AB است.

$$\max(L) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{8}{27} - \frac{4}{9} = \frac{8-12}{27} = -\frac{4}{27}$$

۱۰. پاسخ: گزینه ۲

از تابع $f(x) = \frac{x^2}{4} - \cos x$ ، دوبار مشتق می گیریم:

$$f'(x) = \frac{x}{2} + \sin x \Rightarrow f''(x) = \frac{1}{2} + \cos x$$

می خواهیم تقعر تابع رو به پایین باشد، پس f'' باید منفی باشد.

$$f''(x) = \frac{1}{2} + \cos x \xrightarrow{f''(x)=0} \cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

k	-۱	۰	۱
x	$-\frac{8\pi}{3}$	$-\frac{2\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$
	,	,	,
	$-\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{2\pi}{3}$	$\frac{8\pi}{3}$

با تشکیل جدول تعیین علامت داریم:

x	$-\frac{8\pi}{3}$	$-\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{2\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{8\pi}{3}$
f''	-	+	-	+	-	+
f	∩	∪	∩	∪	∩	∪

چون $f''(0) = \frac{1}{2} + \cos 0 = \frac{3}{2} > 0$ پس در بازه $[-\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$ علامت $f''(x)$ مثبت است.

با توجه به گزینه ها در بازه $(\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3})$ جهت تقعر رو به پایین است.

۱۱. پاسخ: گزینه ۱

از آن جایی که نمودار تابع زیر خط مماس قرار دارد پس تقعر منحنی رو به پایین است و علامت f'' منفی است.

$$f'(x) = 4x^3 - 6x \Rightarrow f''(x) = 12x^2 - 6 \xrightarrow{f''(x)=0} x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

x	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
f''	+	-
f	∪	∩

تابع روی بازه $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ تقعر رو به پایین دارد، پس حداکثر مقدار $b-a$ برابر است با: $\frac{\sqrt{2}}{2} - (-\frac{\sqrt{2}}{2}) = \sqrt{2}$

۱۲. پاسخ: گزینه ۱

۱. طول نقطه عطف افقی تابع f است؛ پس:

$$\begin{cases} f'(l) = 0 \\ f''(l) = 0 \end{cases}$$

و از آن جایی که $f'(1) = 0$ است؛ پس این نقطه یک نقطه بحرانی است و در نتیجه روی خط $y = x$ قرار دارد؛ یعنی $f(1) = 1$.

$$f(1) = 3 + a + b + c = 1 \Rightarrow a + b + c = -2 \quad (1)$$

$$f'(x) = 12x^5 + 3ax^2 + 2bx + c \xrightarrow{x=1} f'(1) = 12 + 3a + 2b + c = 0 \Rightarrow 3a + 2b + c = -12 \quad (r)$$

$$f''(x) = 3x^2 + 5x + 7 \xrightarrow{x=1} f''(1) = 3 + 5 + 7 = 15 \Rightarrow 3 + 5 + 7 = 15 \Rightarrow 3 + 5 + 7 = 15 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(2)-(1)} 2a + b = -1. \quad (4)$$

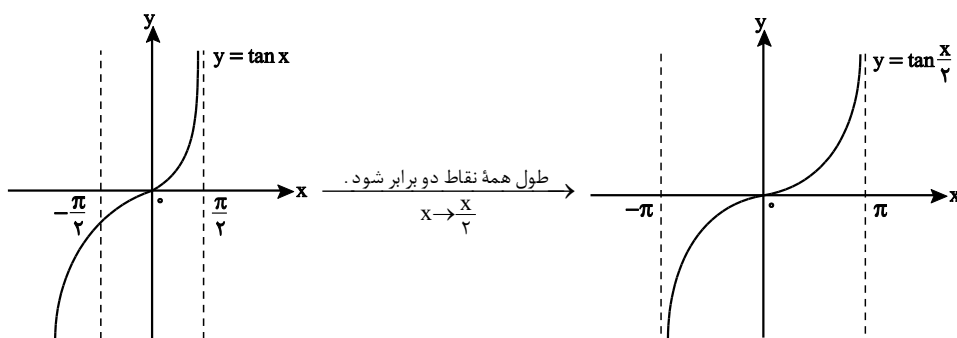
$$\xrightarrow{(\text{r}), (\text{f})} \begin{cases} \text{ra} + \text{b} = -1_0 \\ \text{ra} + \text{b} = -1_\lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{a} = -\lambda \\ \text{b} = \epsilon \end{cases} \Rightarrow f''(x) = \text{r}\epsilon x^{\text{r}} - \text{f}\lambda x + 1\text{r} = 0 \xrightarrow{\div 1\text{r}} \text{r}x^{\text{r}} - \text{f}x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{a} + \text{b} + \text{c} = 0} \begin{cases} x = 1 & \checkmark \\ x = \frac{1}{\text{r}} & \checkmark \end{cases}$$

خط مماس در $x = \frac{1}{3}$ وجود دارد.

۱۳. پاسخ: گزینه ۴

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم.

$$y = \frac{\sin x}{1 + \cos x} \Rightarrow y = \frac{r \sin \frac{x}{r} \cos \frac{x}{r}}{r \cos^r(\frac{x}{r})} = \frac{\sin \frac{x}{r}}{\cos \frac{x}{r}} = \tan \frac{x}{r}$$



با توجه به نمودارها مشخص است که نقطه $x=0$ طول نقطه عطف است. حال باید ببینیم این عطف افقی است یا مایل؛ پس:

$$y = \tan \frac{x}{r} \Rightarrow y' = \frac{1}{r} (1 + \tan^2 \frac{x}{r}) \xrightarrow{x=0} y'(\cdot) = \frac{1}{r}$$

بنابراین نقطه $x=0$ ، عطف مایل تابع است.

۱۴. پاسخ: گزینه ۴

مقدار تابع در $x=1$ برابر صفر است. در ضابطه اول چون $x \geq 0$ است، مقدار $|x^2 - 1|$ نیز بزرگتر یا مساوی صفر است.

$$\underbrace{x}_{\geq 0} \underbrace{|x^2 - 1|}_{\geq 0} \geq 0.$$

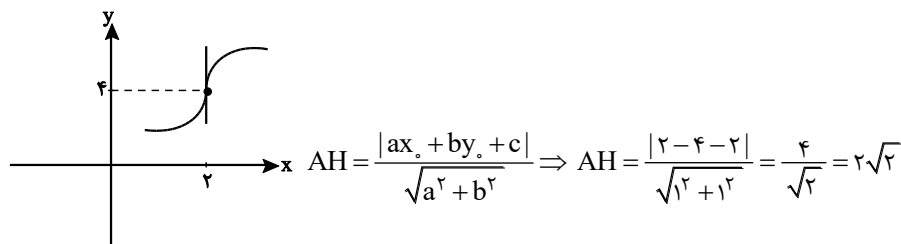
در ضابطه دوم یک رادیکال با فرجه زوج (۲) داریم، پس خروجی این رادیکال قطعاً عبارتی نامنفی است: $\sqrt{-x(x^2+1)} \geq 0$.

پس برد تابع f به صورت $[0, +\infty)$ است. با توجه به برد تابع واضح است کمترین مقداری که تابع f می‌تواند بگیرد، صفر است.

پس نقطه $(1, 0)$ min مطلق آن است. از طرفی چون f در همسایگی $x=1$ تعریف می‌شود، این نقطه min نسبی است.

۱۵. پاسخ: گزینه ۲

با توجه به نمودار، مختصات نقطه عطف تابع به صورت $A(2, 4)$ است و فاصله آن از خط $x - y - 2 = 0$ برابر است با:



۱۶. پاسخ: گزینه ۴

رابطه‌ای تابع است که اگر در آن زوج مرتب‌هایی با مؤلفه‌های اول برابر وجود دارند، آن گاه مؤلفه‌های دومشان نیز باید با هم برابر باشند؛ پس:

$$(\Delta, 2a - 1) = (\Delta, a^2) \Rightarrow a^2 = 2a - 1 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow (a - 1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$(\Delta, a^2) = (\Delta, b - 3) \xrightarrow{a=1} 1 = b - 3 \Rightarrow b = 4$$

اگر $b = 4$ باشد، آنگاه زوج مرتب $(b - 3, 6)$ می‌شود $(1, 6)$ و این زوج مرتب باید با زوج مرتب $(1, c^2 + c)$ برابر باشد؛ پس:

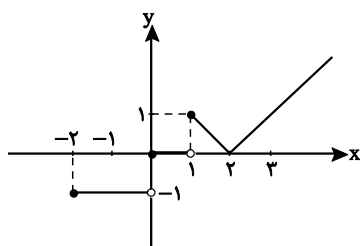
$$(1, 6) = (1, c^2 + c) \Rightarrow c^2 + c = 6 \Rightarrow c^2 + c - 6 = 0 \Rightarrow (c - 2)(c + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ c = -3 \end{cases}$$

$c = 2$ قابل قبول نیست؛ زیرا در این صورت دو زوج مرتب $(0, 6)$ و $(0, 1)$ در این رابطه خواهند بود که غیرممکن است، پس $c = -3$ قابل قبول است، بنابراین:

$$a + b - c = 1 + 4 - (-3) = 8$$

۱۷. پاسخ: گزینه ۱

نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



برد این تابع مجموعه $\{-1\} \cup [0, +\infty)$ است و در نتیجه $c = -1$ و $a = 0$ و مقدار $2a + c$ برابر -1 است.

۱۸. پاسخ: گزینه ۲

برای آن که $f(x) = (2a - b)x + ab + c$ تابع ثابت باشد، باید ضریب x برابر صفر باشد، پس داریم: $2a - b = 0 \Rightarrow b = 2a$ *
برای آن که تابع $g(x) = (a - 2)x + c + 1$ همانی باشد، باید حتماً به صورت $g(x) = x$ باشد؛ پس:

$$\begin{cases} a - 2 = 1 \Rightarrow a = 3 \\ c + 1 = 0 \Rightarrow c = -1 \end{cases} \xrightarrow{\text{جایگذاری در *}} b = 2a = 2 \times 3 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow f(x) = ab + c = 3 \times 6 + (-1) = 17 \Rightarrow f(abc) = 17$$

۱۹. پاسخ: گزینه ۴

با توجه به جدول تعیین علامت نتیجه می گیریم که $P(x)$ یک عبارت درجه اول با ضریب x منفی است؛ پس داریم:

$$\begin{cases} 2a - 3 = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \\ 2b - 5 < 0 \Rightarrow 2b < 5 \Rightarrow b < \frac{5}{2} \end{cases} \xrightarrow{b \in \mathbb{N}} b = 1 \Rightarrow P(x) = -2x + c$$

همچنین با توجه به جدول تعیین علامت، نتیجه می گیریم که $x = -\frac{1}{2}$ ریشه معادله $P(x) = 0$ است؛ پس:

$$P(-\frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow -2(-\frac{1}{2}) + c = 0 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow P(x) = -2x - 1 \Rightarrow P(a) = P(\frac{3}{2}) = -2(\frac{3}{2}) - 1 = -4$$

۲۰. پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned} -1 < \frac{3x+7}{x-1} < 3 &\xrightarrow{-1} -2 < \frac{3x+7}{x-1} - 1 < 2 \Rightarrow -2 < \frac{2x+8}{x-1} < 2 \xrightarrow{\div 2} -1 < \frac{x+4}{x-1} < 1 \Rightarrow \left| \frac{x+4}{x-1} \right| < 1 \xrightarrow{x \neq 1} \\ |x+4| < |x-1| &\xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2 + 8x + 16 < x^2 - 2x + 1 \Rightarrow 10x < -15 \Rightarrow x < -\frac{15}{10} \Rightarrow x < -\frac{3}{2} \Rightarrow x \in (-\infty, -\frac{3}{2}) \end{aligned}$$

در این بازه فقط عدد صحیح (-1) وجود ندارد.

۲۱. پاسخ: گزینه ۳

اگر $\bar{x}$ میانگین داده‌ها $x_1, x_2, \dots, x_n$ باشد، آن‌گاه مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین برابر صفر است. داریم:

$$-2 + 1 + c + 0 = 0 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow 5 - \bar{x} = 1 \Rightarrow \bar{x} = 4$$

$$\begin{cases} a - 4 = -2 \Rightarrow a = 2 \\ b - 4 = 1 \Rightarrow b = 5 \\ d - 4 = 0 \Rightarrow d = 4 \end{cases}$$

بنابراین حاصل عبارت مطلوب برابر است با $a + 2b - c - 3d = -1$.

۲۲. پاسخ: گزینه ۲

طول هر دسته برابر ۴ است. داریم:

$$112 = 4b + 4c \rightarrow b + c = 28$$

$$\text{مجموع فراوانی‌های نسبی دسته‌های دوم تا پنجم} = \frac{b+c+8+9}{60} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4} = 0.75$$

۲۳. پاسخ: گزینه ۴

می‌توانیم از همه داده‌ها ۱۷ واحد کم کنیم و سپس از میانگین سریع استفاده کنیم. داریم:

$$\bar{x} = 17 + \frac{7 \times (-4) + 4 \times (-3) + 3 \times (-2) + 6 \times (-1) + 0 + 7 \times 1 + 8 \times 2 + 10 \times 3}{50} = 17.2$$

میانهای این ۵۰ نمره برابر میانگین نمرات ۱۲۵ام و ۱۲۶ام می‌باشد.

$$\text{میانها} = \frac{x_{125} + x_{126}}{2} = \frac{17 + 18}{2} = 17.5$$

بنابراین تفاضل میانگین از میانها برابر $17.5 - 17.2 = 0.3 = \frac{3}{10}$

۲۴. پاسخ: گزینه ۳

داده‌ها به صورت زیر در نمودار جعبه‌ای طبقه بندی می‌شود.

$$\frac{x_1, x_2, \dots, x_9}{\bar{x} = k - 6} \quad \underbrace{x_{10}, x_{11}, \dots, x_{27}}_{\bar{x} = k} \quad \frac{x_{28}, x_{29}, \dots, x_{36}}{\bar{x} = k + 6}$$

با توجه به اینکه میانگین کل داده‌ها برابر ۳۶ است، داریم:

$$36 \times 24 = 9(k-6) + 18k + 9(k+6) \Rightarrow 36 \times 24 = 36k \Rightarrow k = 24$$

پس میانگین داده‌های بین چارک اول و سوم برابر ۲۴ می‌باشد.

۲۵. پاسخ: گزینه ۳

تعداد داده‌ها $n = 23$ تا است. در ۲۳ داده واضح است که $Q_1 = x_6 = 7$ ، $Q_2 = x_{12} = 9$ و $Q_3 = x_{18} = 11$ می‌باشد. داریم:

$$\frac{2Q_1 - Q_2 + 3Q_3}{Q_1 + Q_2 - Q_3} = \frac{14 - 9 + 33}{7 + 9 - 11} = \frac{38}{5} = 7.6$$

۲۶. پاسخ: گزینه ۲

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

$$\underbrace{13, 15, 15, 17, 20, 22, 22}_{Q_1=17}, \quad \underbrace{22, 23, 29, 32, 34, 34, 35}_{Q_2=22}, \quad \underbrace{22, 23, 29, 32, 34, 34, 35}_{Q_3=22}$$

توجه داشته باشید داده‌های ۱۷ و ۳۲ روی جعبه هستند. داده‌های درون جعبه عبارتند از:

$$20, 22, 22, 22, 23, 29 \Rightarrow \bar{x} = \frac{20 + 3 \times 22 + 23 + 29}{6} = 23$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{9 + 3 \times 1 + 0 + 36}{6} = 8$$

۲۷. پاسخ: گزینه ۴

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow x = \frac{\sigma}{CV} = 13$$

پس میانگین این داده‌ها برابر ۱۳ است. از همه داده‌ها ۱۳ واحد کم می‌کنیم تا میانگین برابر صفر شود. پس مجموع داده‌ها باید صفر باشد. داریم:

$$(-2) + (-1) + 2 + (-5) + a - 13 + 0 + 1 + 3 + (-8) = 0 \Rightarrow a = 23$$

داده‌ها را مرتب می‌کنیم و چارک‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\underbrace{5, 8, 11, 12}_{Q_1=9/5}, \quad \underbrace{13}_{Q_2=13}, \quad \underbrace{14, 15, 16, 23}_{Q_3=15/5} \Rightarrow IQR = Q_3 - Q_1 = 15/5 - 9/5 = 6$$

۲۸. پاسخ: گزینه ۱

هشت داده‌ی $x_1, x_2, \dots, x_7, x_8$ و با $\bar{x} = 12$ و $\sigma = 2$ در نظر بگیرید.

$$4 = \frac{(x_1 - 12)^2 + (x_2 - 12)^2 + \dots + (x_8 - 12)^2}{8} \Rightarrow (x_1 - 12)^2 + (x_2 - 12)^2 + \dots + (x_8 - 12)^2 = 32$$

دو داده‌ی ۹ و ۱۵ دارای میانگین ۱۲ می‌باشند و اگر به ۸ داده‌ی دیگر که دارای میانگین ۱۲ بودند، اضافه شوند، باز هم میانگین همان ۱۲ باقی خواهد ماند. واریانس جدید به صورت زیر می‌باشد:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - 12)^2 + (x_2 - 12)^2 + \dots + (x_8 - 12)^2 + (9 - 12)^2 + (15 - 12)^2}{10} = \frac{32 + 9 + 9}{10} = 5$$

نکته: اگر n داده با میانگین $\bar{x}$ و واریانس σ_1^2 و هم‌چنین m داده با میانگین $\bar{x}$ و واریانس σ_2^2 داشته باشیم، با توجه به برابری میانگین‌ها، در صورت ترکیب این داده‌ها با هم واریانس به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\sigma^2 = \frac{n \times \sigma_1^2 + m \times \sigma_2^2}{n + m}$$

۲۹. پاسخ: گزینه ۳

داده‌های $2n, \dots, 3, 2, 1$ در سمت چپ جعبه، داده‌های $6n+1, \dots, 2n+2, 2n+1$ داخل جعبه و داده‌های $8n+1, \dots, 6n+3, 6n+2$ در سمت راست جعبه قرار می‌گیرند.

انحراف معیار داده‌های سمت چپ جعبه با انحراف معیار داده‌های سمت راست جعبه برابر است زیرا هر دو دنباله حسابی با اختلاف مشترک ۱ و تعداد $2n$ می‌باشند. از طرفی به دلیل دنباله حسابی بودن، میانگین داده‌های سمت چپ جعبه برابر $\frac{2n+1}{2}$ و میانگین داده‌های سمت راست جعبه برابر $\frac{14n+3}{2}$ است. داریم:

$$CV_{\text{جعبه چپ}} = 6/2 CV_{\text{جعبه راست}} \rightarrow \frac{\sigma}{\frac{2n+1}{2}} = 6/2 \times \frac{\sigma}{\frac{14n+3}{2}} \rightarrow 12/4n + 6/2 = 14n + 3 \rightarrow n = 2$$

۳۰. پاسخ: گزینه ۲

از فرمول ضریب تغییرات می‌دانیم $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ که هرچه انحراف معیار کمتر و میانگین بیشتر شود، مقدار ضریب تغییرات کمتر است. انحراف معیار در صورتی کمترین می‌شود که پنج عدد متوالی، اعداد ۷۲ و ۷۸ و ۸۴ و ۹۰ و ۹۶ باشند. در صورتی که n داده تشکیل دنباله حسابی با اختلاف مشترک d بدهند، واریانس از رابطه $\sigma^2 = \frac{d^2(n^2-1)}{12}$ به دست می‌آید.

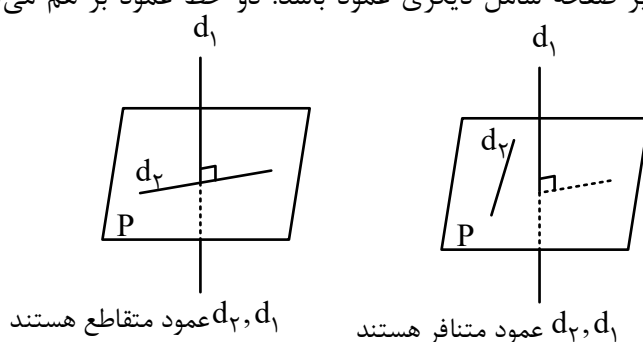
داده‌ها: $72, 78, 84, 90, 96 \Rightarrow \bar{x} = \text{داده وسطی} = 84$

$$\sigma^2 = \frac{36 \times 24}{12} = 72 \Rightarrow \sigma = 6\sqrt{2}$$

$$CV_{\min} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{6\sqrt{2}}{84} = \frac{\sqrt{2}}{14} = \frac{1/4}{14} = 0.1$$

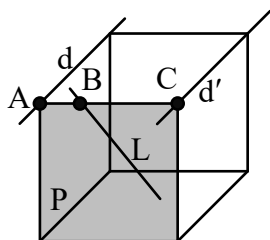
۳۱. پاسخ: گزینه ۲

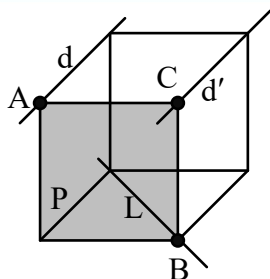
دو خط بر هم عمودند، هرگاه یکی از آن‌ها بر صفحه شامل دیگری عمود باشد. دو خط عمود بر هم می‌توانند متقاطع یا متنافر باشند.



۳۲. پاسخ: گزینه ۳

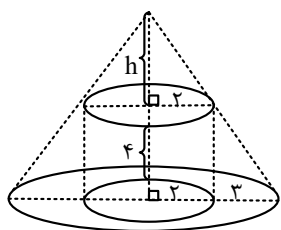
اگر صفحه‌ای یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را هم قطع می‌کند. از آنجایی که صفحه P خط d را قطع می‌کند، پس خط d' را نیز در نقطه‌ای مانند C قطع می‌کند. دو حالت داریم:
(۱) اگر امتداد AB از نقطه C عبور کند، AB و d' متقاطع می‌شوند.





۲) اگر امتداد AB از نقطه C عبور نکند، AB و d' متناظر می‌شوند.

نکته: همواره برای تحلیل بهتر این نوع تست‌ها از فضای مکعب استفاده کنید و حالت‌های نامطلوب را حذف کنید تا به جواب درست دست پیدا کنید.



۳۳. پاسخ: گزینه ۲

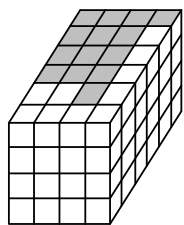
شکل حاصل یک مخروط ناقص می‌باشد که یک استوانه درون آن خالی شده است.

$$\frac{h}{h+3} = \frac{2}{5} \Rightarrow h = \frac{6}{3} = 2$$

$$\left. \begin{aligned} \text{حجم مخروط بزرگ} &= \frac{1}{3} \pi (3^2) \times \left(\frac{20}{3}\right) = \frac{500\pi}{9} \\ \text{حجم مخروط کوچک} &= \frac{1}{3} \pi (2^2) \times \left(\frac{10}{3}\right) = \frac{32\pi}{9} \\ \text{حجم استوانه} &= \pi (2^2) \times (4) = 16\pi \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{حجم مطلوب} = \frac{500\pi}{9} - \frac{32\pi}{9} - 16\pi = 36\pi$$

۳۴. پاسخ: گزینه ۴

شکل A از $4 \times 4 \times 6 = 96$ مکعب کوچک تشکیل شده است. اگر ۱۲ مکعب رنگی را تا پایین، یعنی ۴ ردیف حذف کنیم که می‌شود ۴۸ مکعب.



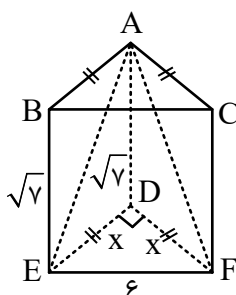
A

این کمترین تعداد مکعب حذف شده برای رسیدن به شکل B است. از طرف دیگر حداکثر تعداد مکعب‌های کوچک برای حذف برابر است با کل مکعب‌های موجود در شکل A منهای تعداد مکعب‌های شکل B از ردیف بالا که ۱۲ تاست، پس بیشترین تعداد مکعب حذف شده برابر $96 - 12 = 84$ تا می‌باشد.

۳۵. پاسخ: گزینه ۲

$$x^2 + x^2 = 36 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$$

$$AF = AE = \sqrt{18 + 7} = 5$$

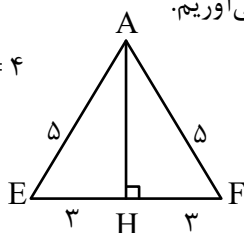


مثلث EDF متساوی الساقین است، داریم:
واضح است مثلث AEF نیز متساوی الساقین است.

برای پیدا کردن مساحت، ابتدا ارتفاع وارد بر EF را به دست می آوریم.

$$AH = \sqrt{AF^2 - HF^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$$

$$S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$$



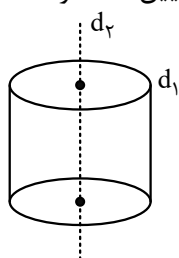
۳۶. پاسخ: گزینه ۳

اگر n مکعب را روی هم قرار داده باشیم، واضح است که فقط ۴ وجه جانبی مکعب پایینی و مکعبهای میانی قابل رویت هستند و در مکعب بالایی علاوه بر ۴ وجه جانبی، وجه بالایی آن ها نیز دیده می شود، داریم:

$$135 = (n-1) \times 4 \times 3 + 3 \times 5 \Rightarrow 135 = 12n + 3 \Rightarrow n = 11$$

۳۷. پاسخ: گزینه ۱

از دوران d_1 حول d_2 سطحی ایجاد می شود که آن را یک سطح استوانه ای می نامیم. این سطح از دو طرف بالا و پایین نامحدود است. وقتی صفحه ای را با این سطح استوانه ای تلاقی می دهیم، چهار حالت رخ می دهد:



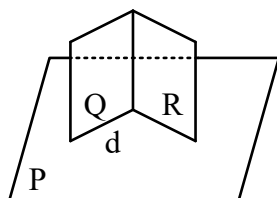
- (۱) اگر صفحه عمود بر خط d_2 باشد، سطح مقطع حاصل دایره است.
- (۲) اگر صفحه، سطح استوانه ای را به طور مایل قطع کند، سطح مقطع حاصل یک بیضی است.
- (۳) اگر صفحه موازی d_2 ، سطح استوانه ای را قطع کند، دو خط موازی به وجود می آید.
- (۴) اگر صفحه ای بر سطح استوانه ای مماس باشد، یک خط به وجود می آید.

۳۸. پاسخ: گزینه ۳

اگر A و B در یک طرف صفحه و به یک فاصله از صفحه باشند، تنها یک خط وجود دارد. ولی اگر A و B به یک فاصله از صفحه واقع نباشند یا در طرفین صفحه قرار داشته باشند، چنین خطی وجود ندارد.

۳۹. پاسخ: گزینه ۲

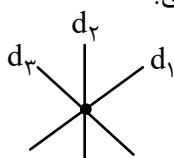
با توجه به شکل مقابل، دو صفحه P و Q بر هم عمودند و صفحه R بر صفحه P عمود است ولی صفحه R با صفحه Q موازی نیست.

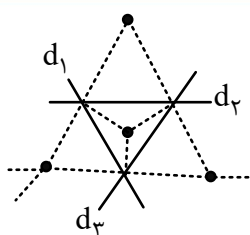


۴۰. پاسخ: گزینه ۲

سه حالت برای این خطوط امکان پذیر است. داریم:

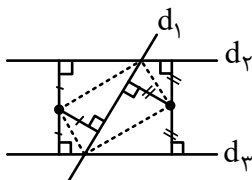
(۱) اگر سه خط همگی در یک نقطه متقاطع باشند، مسئله یک جواب دارد که همان نقطه برخورد هر سه خط می باشد.





۲) اگر سه خط دوه‌دو با هم متقاطع باشند، در این حالت نیمسازهای آن در چهار نقطه متقاطع‌اند.

۳) اگر دو خط موازی و خط سوم با هر دو متقاطع باشد، در این حالت نیمسازهای داخلی یکدیگر را در ۲ نقطه قطع می‌کنند.



۴۱. پاسخ: گزینه ۳

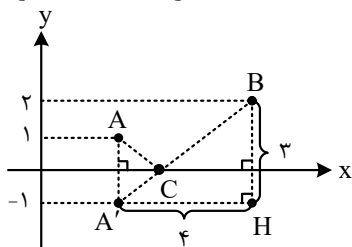
تجانس چه در حالت مستقیم و چه در حالت معکوس، همواره جهت شکل‌ها، اندازه زاویه‌ها و شیب خطوط را حفظ می‌کند. توجه داشته باشید که دو شکل متجانس با یکدیگر متشابه‌اند ولی دو شکل متشابه ممکن است متجانس نباشند زیرا در دو شکل متجانس، اضلاع نظیر باید دوه‌دو موازی یکدیگر باشند، بنابراین جملات «الف» و «ب» نادرست و جملات «ج» و «د» درست می‌باشند.

۴۲. پاسخ: گزینه ۱

در دوران به مرکز C و زاویه 60° ، نقطه D به E و نقطه A به B تصویر می‌شود. بنابراین پاره‌خط AD به پاره‌خط EB تصویر می‌شود. از آنجایی که BE دوران یافته AD به مرکز C و زاویه 60° است، پس زاویه بین آن‌ها 60° می‌باشد و $\alpha = 120^\circ$

۴۳. پاسخ: گزینه ۳

طبق مسئله هرون برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر ACB به گونه‌ای که C روی محور X باشد، کافیست بازتاب نقطه A را نسبت به محور X به دست آوریم و آن را به B وصل کنیم. محل تقاطع این خط با محور X همان نقطه C مورد نظر است.



$$ACB \text{ مسیر کوتاه‌ترین} = A'B = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

۴۴. پاسخ: گزینه ۲

خط d عمود منصف پاره‌خط AB است، پس نقطه وسط AB، نقطه‌ای از خط d می‌باشد. اگر M نقطه پاره‌خط AB باشد، داریم:

$$M = \frac{A+B}{2} = (2, 1)$$

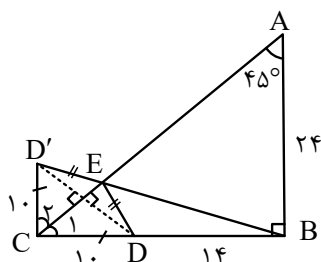
$$d \perp AB \Rightarrow m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4}{-2} = -2 \Rightarrow m_d = \frac{1}{2}$$

$$d \text{ معادله خط: } y = \frac{1}{2}x$$

۴۵. پاسخ: گزینه ۴

محیط مثلث EDB در صورتی کمترین مقدار می شود که ED+BE کمترین مقدار خود را دارا باشد. بازتاب نقطه D را نسبت به وتر AC نقطه D' می نامیم و از D' به B وصل می کنیم تا AC را در نقطه E قطع کند، بنابر مسئله ED+BE هرون

کمترین مقدار خود را دارا می باشد و مقدار مینیمم آن برابر طول D'B است، داریم:



$$\begin{cases} \hat{A} = 45^\circ \\ \hat{B} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{C}_1 = 45^\circ \Rightarrow BC = AB = 24 \Rightarrow CD = 10$$

بازتاب تبدیلی ایزومتري است، بنابراین $\hat{C}_2 = 45^\circ$ و $CD' = CD = 10$ ، داریم:

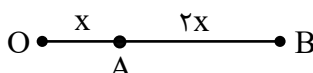
$$D'B = \sqrt{CD'^2 + CB^2} = \sqrt{100 + 576} = 26$$

پس کمترین مقدار محیط مثلث EBD برابر ۴۰ می باشد.

۴۶. پاسخ: گزینه ۲

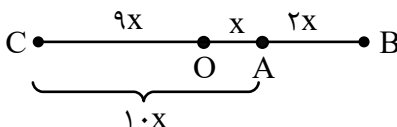
ابتدا مجانس نقطه A به مرکز O و نسبت $k_1 = 3$ را مشخص می کنیم، داریم:

$$\frac{OB}{OA} = 3 \Rightarrow OB = 3OA$$



اکنون مجانس نقطه B را به مرکز A و نسبت $k_2 = -5$ تجانس می کنیم. داریم:

$$\frac{AC}{AB} = -5 \Rightarrow AC = -5AB$$



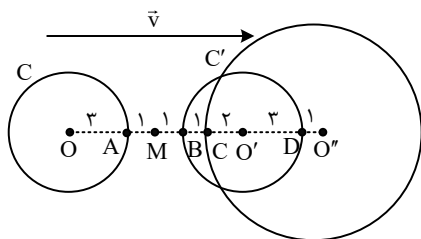
مطابق شکل نقاط A و C در دو طرف نقطه O قرار دارند و نسبت تجانسی که A را به مرکز O بر C تصویر می کند، منفی است.

$$|k_3| = \frac{OC}{OA} = 9 \Rightarrow k_3 = -9$$

۴۷. پاسخ: گزینه ۱

انتقال تبدیلی ایزومتري است. مرکز دایره O را در راستای بردار $\vec{v}$ به اندازه ۸ واحد به دایره $C'(O', r')$ تصویر می کنیم، پس $r' = 3$.

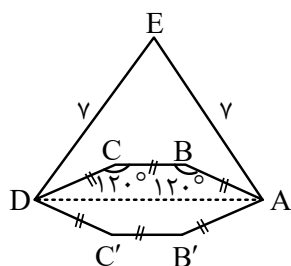
C'' تجانس مستقیم به مرکز M و نسبت ۲ می باشد، پس $MO'' = 2OM$ ، بنابراین $r'' = 6$. مطابق شکل داریم:



$$C \text{ و } C'' \text{ مشترک داخلی} = \sqrt{OO''^2 - (r + r'')^2} = \sqrt{14^2 - 9^2} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$$

۴۸. پاسخ: گزینه ۱

بازتاب رئوس B و C نسبت به AD را B' و C' می‌نامیم.



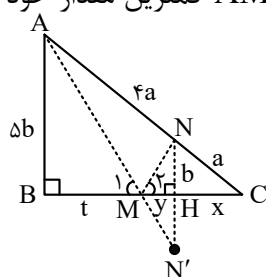
با توجه به ویژگی بازتاب، میزان افزایش مساحت برابر مساحت ۶ ضلعی منتظم است. اگر طول ضلع این ۶ ضلعی منتظم را a در نظر بگیریم، می‌دانیم با رسم قطرهای بزرگ ۶ ضلعی، ۶ مثلث متساوی‌الاضلاع پدید می‌آید. داریم:

$$6\left(\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\right) = 24\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

$$ABCDE \text{ محیط} = 2 \times 7 + 3 \times 4 = 26$$

۴۹. پاسخ: گزینه ۲

بازتاب N نسبت به BC را N' می‌نامیم. AN' ضلع BC را در نقطه M قطع می‌کند و مسیر AMN کمترین مقدار خود را داراست، پس $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$.



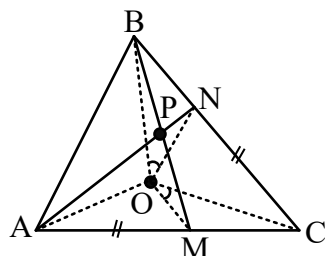
$$NH \parallel AB: \begin{cases} \text{از تالس: } \frac{NC}{AN} = \frac{HC}{BH} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{x}{y+t} \Rightarrow y+t = 4x \quad (1) \\ \text{از تعمیم تالس: } \frac{NH}{AB} = \frac{NC}{AC} = \frac{1}{5} \end{cases}$$

از تشابه دو مثلث MNH و ABM داریم $\frac{t}{y} = 5$ ، پس $t = 5y$. از رابطه (۱) داریم:

$$t + y = 4x \xrightarrow{t=5y} 6y = 4x \Rightarrow x = \frac{3}{2}y \Rightarrow \frac{BM}{MC} = \frac{5y}{\frac{3}{2}y} = 2$$

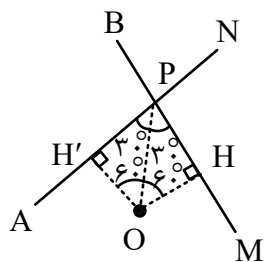
۵۰. پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم در مثلث متساوی‌الاضلاع محل هم‌رسمی میانه‌ها، ارتفاع‌ها و نیم‌سازها روی هم قرار دارند، بنابراین $\hat{A}OB = \hat{A}OC = \hat{B}OC = 120^\circ$ و $AO = BO = CO$ می‌باشند، داریم:



$$\begin{cases} BN = MC \\ \hat{O}BN = \hat{O}CM = 30^\circ \xrightarrow{\text{(ض.ض)}} \hat{O}BN \cong \hat{O}CM \Rightarrow \begin{cases} ON = OM \\ \hat{B}ON = \hat{C}OM \end{cases} \\ BO = CO \end{cases}$$

از آن جایی که $\hat{COB} = 12^\circ$ ، پس $\hat{MON} = 12^\circ$ می‌باشد. در دوران به مرکز O و زاویه 12° ، نقطه B به A و نقطه M به N تصویر می‌شود، بنابراین پاره خط BM به AN تصویر می‌شود. دوران تبدیلی ایزومتري است پس $BM = AN$. از طرفی مرکز دوران روی نیمساز بین دو خط قرار دارد.



۵۱. پاسخ: گزینه ۴

$x^2 + y^2 \leq 9$ مساحت درون و روی دایره‌ای به مرکز $O(0,0)$ و شعاع ۳ می‌باشد. از طرفی $-1 \leq y < 2$ مساحت ناحیه‌ای بین دو خط $y = -1$ و $y = 2$ است به طوری که مرز $y = 2$ باید به صورت نقطه چین باشد، بنابراین شکل موردنظر به صورت گزینه «۴» می‌باشد، زیرا هیچ نقطه‌ای با عرض $y = 2$ روی دایره جزئی از جواب نیست.

۵۲. پاسخ: گزینه ۴

$$\vec{a} - \vec{b} = (1 - m, m - 3, -2)$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = 2\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{(1-m)^2 + (m-3)^2 + 4} = 2\sqrt{2} \Rightarrow 2m^2 - 4m + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 3 \end{cases}$$

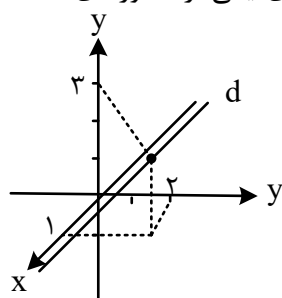
به ازای هر دو مقدار m ، اندازه بردار $2\vec{a} + \vec{b}$ را به دست می‌آوریم.

$$m = 1 \Rightarrow 2\vec{a} + \vec{b} = 2(1, -1, -3) + (1, 1, -1) = (3, -1, -7) \Rightarrow |2\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{59}$$

$$m = 3 \Rightarrow 2\vec{a} + \vec{b} = 2(1, 1, -3) + (3, 1, -1) = (5, 3, -7) \Rightarrow |2\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{83}$$

۵۳. پاسخ: گزینه ۳

از آن جایی که خط d از نقطه A گذشته و همچنین از نواحی ۱ و ۲ می‌گذرد و فقط موازی یکی از محورهای مختصات



است، بنابراین این خط موازی محور x ها می‌باشد و معادله آن به صورت $d: \begin{cases} y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$ است.

می‌دانیم قرینه نقطه $A(\alpha, \beta, \gamma)$ نسبت به خط $\begin{cases} x = k \\ y = k' \end{cases}$ به صورت $A'(\gamma k - \alpha, \gamma k' - \beta, \gamma)$ می‌باشد، داریم:

$$1 \text{ گزینه } (0, -3, 3) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به خط } d'} (-2, 5, 3) \notin d$$

$$2 \text{ گزینه } (3, -3, 0) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به خط } d'} (-5, 5, 0) \notin d$$

$$3 \text{ گزینه } (3, 0, 3) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به خط } d'} (-5, 2, 3) \in d$$

$$4 \text{ گزینه } (3, 3, 0) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به خط } d'} (-5, -1, 0) \notin d$$

گزینه «۳» جواب درست می‌باشد.

۵۴. پاسخ: گزینه ۲

صفحه P گذرا از نقطه $A = (-1, 3, 5)$ و عمود بر محور Oy به صورت $y = 3$ می‌باشد.

می‌دانیم قرینه نقطه $A(\alpha, \beta, \gamma)$ نسبت به صفحه $y = k$ به صورت $A'(\alpha, \gamma k' - \beta, \gamma)$ می‌باشد، داریم:

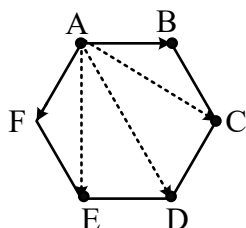
$$B = (\delta, b, c) \xrightarrow{y=3} B' = (\delta, 6-b, c)$$

از طرفی معادله خط گذرا از دو نقطه C و D به صورت $\begin{cases} y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$ است. نقطه B' روی این خط قرار دارد، داریم:

$$\begin{cases} 6-b=1 \Rightarrow b=5 \\ c=2 \end{cases}$$

بنابراین $2b+c=12$ می‌باشد.

۵۵. پاسخ: گزینه ۴



در ۶ ضلعی منتظم اضلاع مقابل موازی و مساوی هستند، پس: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$ و $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CD}$.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} &= \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CD} \\ &= (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED}) + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AD} \end{aligned}$$

۵۶. پاسخ: گزینه ۲

از رابطه داده شده داریم:

$$\begin{aligned} |\vec{a} + \vec{b}| &= |\vec{b}| - |\vec{a}| \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}|^2 = (|\vec{b}| - |\vec{a}|)^2 \\ \Rightarrow |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha &= |\vec{b}|^2 + |\vec{a}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}| \\ \Rightarrow \cos\alpha &= -1 \Rightarrow \alpha = 180^\circ \end{aligned}$$

بنابراین زاویه بین $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر 180° است. به عبارت بهتر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ هم‌راستا و در خلاف جهت هم هستند. بردار $\vec{a}$ در صفحه yz واقع است پس $m = 0$ و $\vec{a} = (0, 2, n)$ می‌باشد. با توجه به موازی بودن دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داریم:

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \Rightarrow (0, 2, n) \parallel (k, -1, 1) \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ n = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{a} = (0, 2, -2) \Rightarrow |\vec{a}| = 2\sqrt{2} \\ \vec{b} = (0, -1, 1) \Rightarrow |\vec{b}| = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$(n\vec{a} + m\vec{b}) \cdot (\vec{b} - 2\vec{a}) = (-2\vec{a}) \cdot (\vec{b} - 2\vec{a}) = -2\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{a} \cdot \vec{a}$$

$$= -2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha + 4|\vec{a}|^2 = 8 + 32 = 40$$

۵۷. پاسخ: گزینه ۴

فرض می‌کنیم $\vec{a}(x, y, z)$ و $\vec{b}(2, -1, 3)$ باشد، طبق نامساوی کوشی شوارتز داریم:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} \leq |\vec{a}||\vec{b}| \Rightarrow 2x - y + 3z \leq \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \times \sqrt{4 + 1 + 9}$$

$$\Rightarrow 14\sqrt{2} \leq \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \times \sqrt{14} \Rightarrow \sqrt{28} \leq \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \Rightarrow 28 \leq x^2 + y^2 + z^2$$

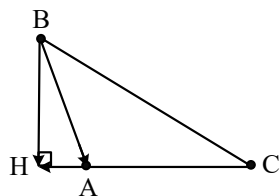
از آن جایی که $x^2 + y^2 + z^2$ کمترین مقدار خود را داراست، پس $x^2 + y^2 + z^2 = 28$. این مقدار زمانی به دست می‌آید که $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|$ در این حالت $\cos\theta = 1$ و $\theta = 0$ می‌باشد و دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ باید با هم موازی باشند. داریم:

$$\vec{a} = k\vec{b} \xrightarrow{k>0} (x, y, z) = k(2, -1, 3) = (2k, -k, 3k)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 28 \Rightarrow 4k^2 + k^2 + 9k^2 = 28 \Rightarrow k^2 = 2 \Rightarrow k = \sqrt{2}$$

بنابراین $x = 2\sqrt{2}$ ، $y = -\sqrt{2}$ و $z = 3\sqrt{2}$ باشد، پس $x - y + 2z = 9\sqrt{2}$ است.

۵۸. پاسخ: گزینه ۳



بردارهای $\vec{AC} = (2, 0, 0)$ و $\vec{AB} = (-1, -1, 1)$ را در نظر بگیرید. داریم: $\vec{AC} \cdot \vec{AB} = -2$

بنابراین زاویه بین دو بردار $\vec{AC}$ و $\vec{AB}$ منفرجه است.

$\vec{AH}$ تصویر قائم بردار $\vec{AB}$ روی امتداد بردار $\vec{AC}$ می‌باشد، داریم:

$$\vec{AH} = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AC}|^2} (\vec{AC}) = \frac{-2}{4} (\vec{AC}) = (-1, 0, 0)$$

از بردارهای رسم شده داریم:

$$\vec{BA} + \vec{AH} = \vec{BH} \Rightarrow \vec{BH} = (1, 1, -1) + (-1, 0, 0) = (0, 1, -1)$$

پس $m = 0$ ، $n = 1$ و $k = -1$ است، بنابراین $m + 2n + 3k = -1$ می‌باشد.

۵۹. پاسخ: گزینه ۳

زاویه $\hat{B}$ قائمه است پس $\vec{AB} \perp \vec{BC}$ عمود است. $\vec{AB} = (7, 5, 2 - m)$ و $\vec{BC} = (1, -2, 3)$ را در نظر بگیرید. داریم:

$$\vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0 \Rightarrow 7 - 10 + 6 - 3m = 0 \Rightarrow m = 1$$

بنابراین $\vec{AB} = (7, 5, 1)$ و $\vec{AC} = (8, 3, 4)$ داریم:

$$\vec{AC} \text{ بر } \vec{AB} \text{ تصویر} = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AC}|^2} \vec{AC} = \frac{75}{\sqrt{89}}$$

۶۰. پاسخ: گزینه ۳

از آن جایی که $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ بردارهای یکه هستند، بنابراین: $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$.

$$\vec{a} + \vec{b} = -\vec{c} \Rightarrow |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a}\vec{b} = |\vec{c}|^2 \Rightarrow \vec{a}\vec{b} = -\frac{1}{2}$$

به همین صورت می توان نشان داد $\vec{a}\vec{c} = \vec{b}\vec{c} = -\frac{1}{2}$ داریم:

$$|\vec{b}\vec{c} + \vec{c}|^2 = 4|\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2 + 4\vec{b}\vec{c} = 4 + 1 - 2 = 3 \Rightarrow |\vec{b}\vec{c} + \vec{c}| = \sqrt{3}$$

$$|\vec{r}\vec{a} + \vec{b}|^2 = 4|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 4\vec{a}\vec{b} = 4 + 1 - 2 = 3 \Rightarrow |\vec{r}\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{3}$$

زاویه بین دو بردار $\vec{r}\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{b}\vec{c} + \vec{c}$ را θ در نظر می گیریم.

$$(\vec{r}\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{b}\vec{c} + \vec{c}) = |\vec{r}\vec{a} + \vec{b}| |\vec{b}\vec{c} + \vec{c}| \cos \theta$$

$$4\vec{a}\vec{b} + 2\vec{a}\vec{c} + 2\vec{b}\vec{b} + \vec{b}\vec{c} = (\sqrt{3})(\sqrt{3}) \cos \theta$$

$$-2 \quad -1 \quad 2|\vec{b}|^2 = 2 \quad -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \theta = -\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 120^\circ$$

۶۱. پاسخ: گزینه ۱

ابتدا از ۵ حرف دیگر، دو حرف را انتخاب می کنیم که بین دو حرف «د» و «ط» قرار دهیم که این کار به $\binom{5}{2}$ طریق انجام می شود. توجه داشته باشید که این دو حرف انتخابی به ۲! قابلیت جابه جایی دارند. از طرفی دو حرف «د» و «ط» نیز به ۲! حالت می توانند جابه جا شوند.

□□□: ط ؟ × د

این بسته با سه حرف باقی مانده، ۴ شی را تشکیل می دهند که به ۴! قابلیت جابه جایی دارند، بنابراین تعداد کل جایگشت ها به صورت زیر می باشد.

$$\text{تعداد کل جایگشت ها} = \binom{5}{2} \times 2! \times 2! \times 4! = 960$$

۶۲. پاسخ: گزینه ۴

حاصل ضرب سه رقم در صورتی زوج می شود که حداقل یکی از ارقام آن عددی زوج باشد، بنابراین از متمم گیری استفاده می کنیم.

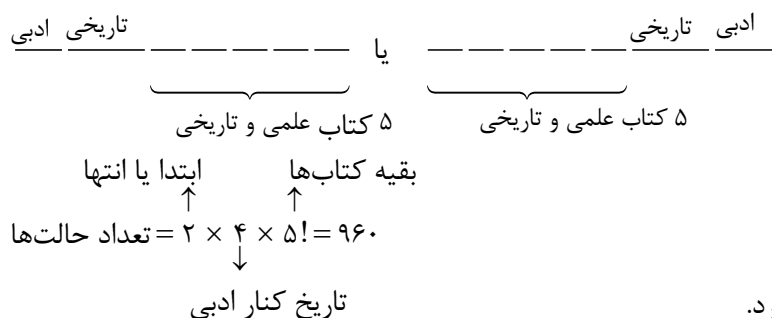
$$100 = 5 \times 5 \times 4 = \text{تعداد کل اعداد سه رقمی با این ارقام}$$

$$24 = 4 \times 3 \times 2 = \text{تعداد کل اعداد سه رقمی فقط به ارقام فرد}$$

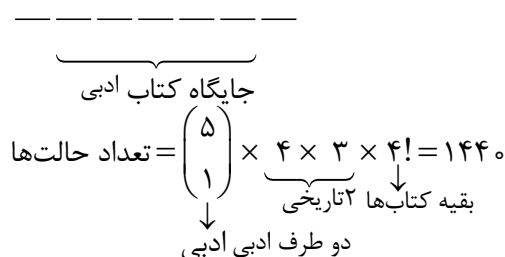
بنابراین تعداد حالت های مطلوب برابر $100 - 24 = 76$ تا است.

۶۳. پاسخ: گزینه ۲

حالت ۱: کتاب ادبی ابتدا یا انتهای این ردیف قرار گیرد.



حالت ۲: کتاب ادبی ابتدا یا انتهای این ردیف قرار نگیرد.



در کل $960 + 1440 = 2400$ حالت مختلف وجود دارد.

۶۴. پاسخ: گزینه ۳

حالت ۱: حروف تکراری انتخاب نشوند. با توجه به ۵ حرف متمایز، این عمل به $\binom{5}{3} = 10$ حالت مختلف انجام می شود.

حالت ۲: دو حرف R و یک حرف غیر R انتخاب شود. با توجه به ۴ حرف متمایز غیر R، این عمل به $\binom{4}{1} = 4$ حالت امکان پذیر است.

حالت ۳: دو حرف A و یک حرف غیر A انتخاب شود. با توجه به ۴ حرف متمایز غیر A، این عمل به $\binom{4}{1} = 4$ حالت امکان پذیر است.

حالت ۴: هر سه حرف A انتخاب شود. این عمل به یک طریق امکان پذیر است.

$$19 = 1 + 4 + 4 + 10 = \text{تعداد کل حالتها}$$

۶۵. پاسخ: گزینه ۲

این اعداد باید به صورت زیر قرار گیرند.



چهار رقم فرد ۱، ۳، ۵ به $\frac{4!}{2! \times 2!}$ حالت و سه رقم زوج ۲، ۴ به $\frac{3!}{2! \times 1!}$ حالت می توانند در مکان های مورد نظر قرار گیرند،

داریم:

$$\text{تعداد جایگشتها} = \left(\frac{4!}{2! \times 2!} \right) \times \left(\frac{3!}{2! \times 1!} \right) = 6 \times 3 = 18$$

۶۶. پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم در بسط $(x+y+z+t)^n$ هر جمله آن به صورت $x^{\alpha_1}y^{\alpha_2}z^{\alpha_3}t^{\alpha_4}$ است که در آن $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = n$ و α_i ها نیز اعداد صحیح و نامنفی می‌باشند و داریم:

$$\binom{n+4-1}{4-1} = 56 \Rightarrow \binom{n+3}{3} = 56 \Rightarrow n = 5$$

تعداد جملات

۶۷. پاسخ: گزینه ۲

تعداد کل حالات، تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x+y+z+t=6$ می‌باشد که برابر $\binom{9}{3} = 84$ تا است. تعداد حالات نامطلوب، حالاتی است که هر ۶ شاخه از یک نوع باشند که عدد موردنظر ۴ تا است، بنابراین تعداد حالت‌های مطلوب برابر $84 - 4 = 80$ است.

۶۸. پاسخ: گزینه ۳

با فرض $\sqrt{x_2} = y_2$ تغییری در حل مسئله ایجاد نمی‌شود زیرا به ازای هر عدد طبیعی y_i یک عدد طبیعی x_i یافت می‌شود.

$$x_1 = 1 \Rightarrow y_2 + x_3 + x_4 = 8 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{7}{2} = 21$$

$$x_1 = 2 \Rightarrow y_2 + x_3 + x_4 = 7 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{6}{2} = 15$$

$$x_1 = 3 \Rightarrow y_2 + x_3 + x_4 = 6 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{5}{2} = 10$$

تعداد کل حالت‌ها برابر $21 + 15 + 10 = 46$ تا می‌باشد.

روش سریع‌تر: استفاده از متمم $\binom{8}{3} - \binom{5}{3} = 46$ (تعداد حالت‌هایی که $x_1 \geq 4$) - (تعداد کل حالت‌ها) = حالت‌های مطلوب در اعداد طبیعی

۶۹. پاسخ: گزینه ۲

از معادله واضح است که x_1 عددی فرد است، بنابراین $x_1 = 2k_1 + 1$ و k_1 عددی حسابی می‌باشد، داریم:

$$2k_1 + 1 + 2x_2 + 2x_3 = 15 \Rightarrow k_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{9}{2} = 36$$

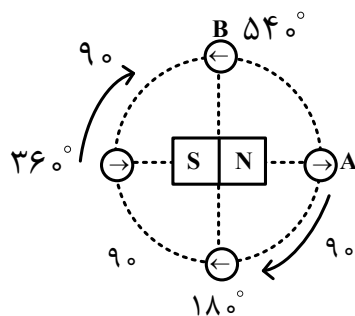
۷۰. پاسخ: گزینه ۲

تعداد حالات تقسیم کردن کتاب‌های ریاضی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \text{تعداد مطلوب} = \binom{7}{3} = 35$$

تعداد حالات تقسیم کردن کتاب‌های فیزیک را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 6 \\ y_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow y_1 + y_3 + y_4 = 4 \Rightarrow \text{تعداد مطلوب} = \binom{6}{2} = 15$$



۷۱. پاسخ: گزینه ۳

دقت کنید عقربه را ساعتگرد از A به B برده‌ایم و در این جابه‌جایی عقربه کمان (زاویه) 270° طی کرده است.
عقربه آن به اندازه $2 \times 270 = 540^\circ$ می‌چرخد.

۷۲. پاسخ: گزینه ۲

نیروی وارد بر ذره باردار از رابطه $F = |q|VB \sin \theta$ به دست می‌آید:

$$3/2 \times 10^{-16} = 1/6 \times 10^{-19} \times V \times 200 \times 10^{-4} \times \frac{1}{2} \Rightarrow V = 2 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 200 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

۷۳. پاسخ: گزینه ۴

بار ذره مثبت است، با توجه به قاعده دست راست وارد بر ذره به سمت چپ است و باعث انحراف ذره به سمت چپ می‌شود.

۷۴. پاسخ: گزینه ۲

ابتدا نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را حساب می‌کنیم:

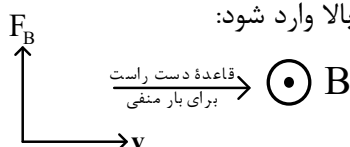
$$F = I l B \sin \theta \Rightarrow F = 5 \times 0/2 \times 0/04 \times 1 \Rightarrow F = 0/04 \text{ N}$$

کار نیرو از رابطه $W = Fd \cos \theta$ به دست می‌آید و چون نیرو در جهت جابه‌جایی پس $\cos \theta = 1$ است:

$$W_F = Fd \rightarrow W_F = 0/04 \times 0/2 = 0/008 \text{ J} = 8 \text{ mJ}$$

۷۵. پاسخ: گزینه ۳

برای آنکه سرعت ثابت باشد باید نیروها متوازن باشند. بار ذره منفی است پس نیروی الکتریکی خلاف جهت میدان الکتریکی رو به پایین وارد می‌شود و باید نیروی مغناطیسی به سمت بالا وارد شود:



$$F_E = F_B \rightarrow Eq = qVB \rightarrow E = VB \rightarrow 10^4 = 10^5 B \rightarrow B = 0/1 \text{ T}$$

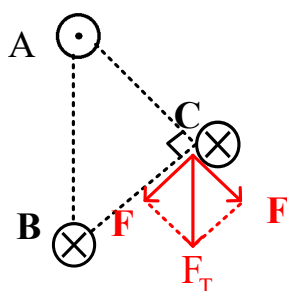
۷۶. پاسخ: گزینه ۴

میدان مغناطیسی خارج دو سیم صفر شده پس جریان دو سیم ناهمسو است و جریان سیم I_1 به سمت پایین است.

نقطه خارج دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کوچکتر صفر می‌شود پس $|I_1| > |I_2|$

۷۷. پاسخ: گزینه ۱

دو سیم با جریان همسو یکدیگر را جذب و دو سیم با جریان ناهمسو یکدیگر را دفع می‌کنند. فاصله سیم‌های A و B تا سیم C یکسان و جریان‌ها هم‌اندازه‌اند پس نیرویی که به سیم C وارد می‌شوند هم‌اندازه است:



۷۸. پاسخ: گزینه ۳

مواد دیامغناطیسی به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی اند و گزینه ۱ نادرست است.
مواد فرومغناطیسی دارای حوزه‌های مغناطیسی هستند و گزینه ۲ نادرست است.
گزینه ۳ درست است.

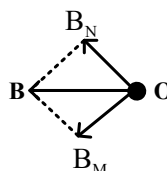
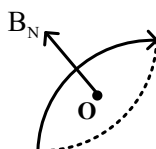
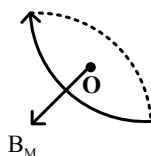
۷۹. پاسخ: گزینه ۲

میدان مغناطیسی سیم‌لوله‌ها باید هم‌اندازه و خلاف جهت باشند که با توجه به جهت جریان این دو میدان مغناطیسی خلاف جهت هم‌اند:

$$B_P = B_Q \rightarrow \frac{\mu \cdot N_P I_P}{\ell} = \frac{\mu \cdot N_Q I_Q}{\ell} \rightarrow 30 \cdot I_P = 40 \cdot I_Q \rightarrow I_P = \frac{4}{3} A$$

۸۰. پاسخ: گزینه ۳

با توجه به قاعده دست راست جهت میدان حلقه‌ها را به دست می‌آوریم:



۸۱. پاسخ: گزینه ۲

سومین خط رشته بالمر $n = 2 + 3 = 5$ است.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{25} \right) \rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{21}{10000} \rightarrow \lambda = \frac{10000}{21} \text{ nm}$$

حال این طول موج را بر حسب میکرومتر حساب می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{10000}{21} \text{ nm} \xrightarrow{\times 10^{-3}} \lambda = \frac{10}{21} \mu\text{m}$$

۸۲. پاسخ: گزینه ۲

انرژی الکترون در تراز n برابر $E_n = \frac{-E_R}{n^2}$ است. دومین حالت برانگیخته $n = 3$ و چهارمین حالت برانگیخته $n = 5$ است:

$$\frac{E_3}{E_5} = \frac{\frac{-E_R}{9}}{\frac{-E_R}{25}} = \frac{25}{9}$$

۸۳. پاسخ: گزینه ۴

$$P = \frac{E}{t} \xrightarrow{E = n \frac{hc}{\lambda}} P = \frac{nhc}{\lambda \cdot t}$$

توان لیزر از رابطه $P = \frac{nhc}{\lambda \cdot t}$ به دست می‌آید. مدت زمان برابر $300 \times 10^{-9} = 3 \times 10^{-7}$ s و طول موج برابر $\lambda = 660 \times 10^{-9}$ m است.

$$300 \times 10^{-3} = \frac{n \times 6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{660 \times 10^{-9} \times 300} \rightarrow n = 3 \times 10^{19}$$

۸۴. پاسخ: گزینه ۳

گذار (۱) در رشته پاشن و تابش فروسرخ است. گذار (۲) در رشته لیمن است و تابش فرابنفش است. حال انرژی در گذارها را حساب می‌کنیم:

$$E_1 = E_U - E_L \rightarrow E_1 = \frac{-E_R}{25} - \frac{-E_R}{9} \rightarrow E_1 = \frac{16E_R}{225}$$

$$E_2 = E_U - E_L \rightarrow E_2 = \frac{-E_R}{9} - \frac{-E_R}{1} \rightarrow E_2 = \frac{8E_R}{9}$$

نسبت $\frac{E_2}{E_1}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{8E_R}{9}}{\frac{16E_R}{225}} = \frac{225 \times 8}{16 \times 9} = 12/5$$

۸۵. پاسخ: گزینه ۱

الکترون در تراز $n = 3$ است. اختلاف انرژی تراز بین $n = 3$ و $n = 2$ است بنابراین الکترون با گسیل القایی به تراز $n = 2$ می‌رود.

۸۶. پاسخ: گزینه ۳

شعاع مدار اتم هیدروژن از رابطه $r_n = n^2 a$ به دست می‌آید:

$$\frac{r_L}{r_U} = \frac{n_L^2 a}{n_U^2 a} \rightarrow \frac{4}{25} = \left(\frac{n_L}{n_U}\right)^2 \rightarrow \frac{n_L}{n_U} = \frac{2}{5} \rightarrow n_L = 2, n_U = 5$$

ابتدا انرژی فوتون گسیلی را حساب می‌کنیم:

$$E = E_U - E_L \rightarrow E = \frac{-13/6}{25} - \frac{-13/6}{4} = -0.544 + 3/4 = 2/856 \text{ eV} \Rightarrow E = 2/856 \text{ eV}$$

حال بسامد را حساب می‌کنیم:

$$hf = 2/856 \rightarrow 4 \times 10^{-15} f = 2/856 \rightarrow f = 7/14 \times 10^{14} \text{ Hz} = 714 \text{ THz}$$

۸۷. پاسخ: گزینه ۲

کوتاه‌ترین رشته پاشن مربوط به گذار الکترون از $n = \infty$ به $n' = 3$ است:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{9} - 0 \right) \rightarrow \lambda = 900 \text{ nm} = 0.9 \mu\text{m}$$

۸۸. پاسخ: گزینه ۴

- گزینه ۱: مدل بور مربوط به اتم هیدروژن و هیدروژن گونه‌ها است پس گزینه (۱) نادرست است.
گزینه ۲: مدل اتمی رادرفورد در مورد ساختار هسته اظهارنظر نمی‌کند و گزینه (۲) نادرست است.
گزینه ۳: مدل اتمی رادرفورد مدل اتم هسته‌ای است و گزینه (۳) نادرست است.

۸۹. پاسخ: گزینه ۲

طبق پیش‌بینی فیزیک کلاسیک رخ دادن پدیده فوتوالکتریک به شدت نور بستگی دارد و گزاره (الف) نادرست است. دو گزاره (ب) و (پ) درست است.

۹۰. پاسخ: گزینه ۴

با توجه به رابطه $E = \frac{hc}{\lambda}$ با دو برابر شدن طول موج انرژی فوتون نصف می‌شود. به کمک رابطه انیشتین برای پدیده فوتوالکتریک می‌توان نوشت:

$$K_m = \frac{hc}{\lambda} - w_0 \quad \left[\begin{array}{l} 4 \times 10^{-19} = \frac{hc}{\lambda} - w_0 \Rightarrow 4 \times 10^{-19} = E - w_0 \\ 0.8 \times 10^{-19} = \frac{hc}{2\lambda} - w_0 \Rightarrow 0.8 \times 10^{-19} = \frac{E}{2} - w_0 \xrightarrow{\times 2} 1.6 \times 10^{-19} = E - 2w_0 \end{array} \right.$$

دو معادله بالا را از هم کم می‌کنیم تا تابع کار (w_0) به دست آید:

$$w_0 = 2 / 4 \times 10^{-19} \text{ J}$$

حال تابع کار را برحسب الکترون ولت به دست می‌آوریم:

$$w_0 = \frac{2 / 4 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 1 / 2 \text{ eV}$$

۹۱. پاسخ: گزینه ۳

در برخی کشورها برای افزایش بازده فراورده‌های کشاورزی، آمونیاک مایع را به‌عنوان کود شیمیایی به‌طور مستقیم به خاک تزریق می‌کنند.

۹۲. پاسخ: گزینه ۱

۹۳. پاسخ: گزینه ۲

واحد ثابت تعادل به صورت $(\text{mol.L}^{-1})^{\Delta n}$ مطرح می‌شود.

مجموع توان مخرج کسر عبارت ثابت تعادل - مجموع توان صورت کسر عبارت ثابت تعادل = Δn

نمودارهای نزولی مربوط به غلظت تعادلی واکنش‌دهنده‌ها است.

نمودارهای صعودی مربوط به غلظت تعادلی فراورده‌ها است.

نمودارهای افقی مربوط به واکنش‌دهنده یا فراورده، جامد (s) یا مایع (l) می‌باشد که غلظت آن‌ها ثابت بوده و در عبارت K دخالت ندارد.

بررسی همه گزینه‌ها:

$$K = \frac{[\text{ }]^4}{[\text{ }]^3 [\text{ }]^2} \Rightarrow (\text{mol.L}^{-1})^{\Delta n} = 4 - 5 = -1 \Rightarrow \text{mol}^{-1} \cdot \text{L}^1 \quad (۱)$$

$$K = \frac{[\text{ }]^1 [\text{ }]^4}{[\text{ }]^3 [\text{ }]^2} \Rightarrow (\text{mol.L}^{-1})^{\Delta n} = 5 - 5 = 0 \Rightarrow \text{فاقد یکا است}$$

$$K = \frac{[\text{ }]^3}{[\text{ }]^2} \Rightarrow (\text{mol.L}^{-1})^{\Delta n} = 3 - 2 = +1 \Rightarrow \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \quad (۳)$$

$$K = \frac{[\text{ }]^4}{[\text{ }]^2 [\text{ }]^4 [\text{ }]^1} \Rightarrow (\text{mol.L}^{-1})^{\Delta n} = 4 - 7 = -3 \Rightarrow \text{mol}^{-3} \cdot \text{L}^3 \quad (۴)$$

۹۴. پاسخ: گزینه ۱

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) در یک واکنش برگشت‌پذیر تعادلی اگر چند ماده دارای ضرایب استوکیومتری برابری باشند هیچ الزامی وجود ندارد که حتماً و قطعاً غلظت‌های تعادلی برابری داشته باشند.

(۳) اولاً بدانید واکنش داده شده یک واکنش گرماده با افزایش تعداد مول گازی بوده و اصلاً واکنشی تعادلی نیست. ثانیاً اینکه مواد جامد (s) و مایع (l) در محاسبه ثابت تعادل (K) دخالتی ندارد.

(۴) در یک واکنش تعادلی، از لحظه تعادل به بعد واکنش تعادلی متوقف نشده و در سطح ذره‌ای و میکروسکوپی واکنش‌های رفت و برگشت با سرعت برابر، به طور پیوسته و دائمی در حال انجام هستند.

۹۵. پاسخ: گزینه ۲

	$2A(g)$	$\rightleftharpoons$	$B(g)$	$2C(g)$
مول اولیه	۴		۰	۰
تغییرات مول	$-2x$		$+x$	$+2x$
مول تعادلی	۲		x	$2x$

حتماً دقت کنید جدول بر اساس مول نوشته شده و مول تعادلی ماده A به صورت $2 \text{ mol} = 2 \text{ L} \times 1 \text{ mol.L}^{-1}$ است و مقدار X به صورت $2 - 2x = 2 \Rightarrow x = 1$ محاسبه می‌شود.

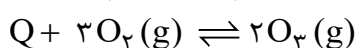
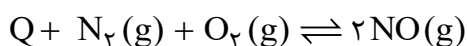
$$K = \frac{[B]^1 [C]^2}{[A]^2} = \frac{\left[\frac{1}{2}\right]^1 \left[\frac{2}{2}\right]^2}{\left[\frac{2}{2}\right]^2} = 0.5 \text{ mol.L}^{-1}$$

۹۶. پاسخ: گزینه ۳

در شرایط بهینه هابر، ۲۸٪ مولی مخلوط تعادلی، شامل گاز آمونیاک است.

۹۷. پاسخ: گزینه ۴

در یک واکنش تعادلی گرماگیر افزایش دما، موجب افزایش مقدار ثابت تعادل با جابه‌جایی واکنش به سمت رفت برای رسیدن به تعادل جدید می‌شود. گرما (Q) به طور معمول در یک واکنش تعادلی در سمتی از واکنش قرار می‌گیرد که دارای مول گاز کمتری داشته باشد به جز دو معادله مهم زیر:

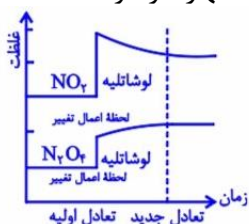


۹۸. پاسخ: گزینه ۲

با افزایش غلظت گاز گوگرد تری‌اکسید، تعادل به سمت رفت جابه‌جا شده و قطعاً غلظت گازهای O_2 و SO_2 افزایش می‌یابد. چون غلظت گاز SO_3 توسط عامل برهم‌زننده تعادل افزایش یافته و سپس توسط جابه‌جایی واکنش به سمت رفت، گاز SO_3 دچار کاهش غلظت می‌شود؛ اما مقدار اثرگذاری روی غلظت، توسط عامل برهم‌زننده تعادل از جابه‌جایی واکنش به سمت رفت بیشتر بوده و غلظت SO_3 نیز مانند در نتیجه غلظت فراورده‌ها در تعادل جدید بیشتر از تعادل اولیه خواهد بود.

۹۹. پاسخ: گزینه ۲

در نخستین لحظه اعمال تغییر (نصف کردن حجم ظرف) غلظت هر دو گونه $NO_2(g)$ و $N_2O_4(g)$ ۲ برابر می‌شود؛ اما به دلیل جابه‌جایی تعادل در جهت مول‌های گازی کمتر، (جهت برگشت) از غلظت $NO_2(g)$ کاسته شده و بر غلظت $N_2O_4(g)$ افزوده می‌شود و نمی‌توان به‌طور دقیق از نسبت غلظت‌ها بدون داشتن مقدار ثابت تعادل اظهار نظر کرد.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: تعادل: $Q + N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ ، گرماگیر است، پس با افزایش دما این تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود. بدین ترتیب بر مقدار $NO_2(g)$ افزوده شده و از مقدار N_2O_4 کاسته می‌شود که این موضوع خود به معنای افزایش بازده درصدی واکنش (به علت تولید بیشتر فراورده‌ها) و افزایش مقدار ثابت تعادل است. در ضمن فشار سامانه هم به دو دلیل افزایش می‌یابد، اول اینکه به علت جابه‌جایی تعادل در جهت رفت تعداد مول‌های گازی بیشتری تولید می‌شود و دوم اینکه خود افزایش دما باعث افزایش میانگین انرژی جنبشی مولکول‌ها و افزایش برخورد مولکول‌های گازی به ظرف سامانه و در نتیجه افزایش فشار سامانه گازی می‌شود.

گزینه «۳»: با افزودن مقداری گاز $NO_2(g)$ به سامانه تعادلی سرعت واکنش برگشت افزایش می‌یابد، با افزایش غلظت $N_2O_4(g)$ در اثر انجام واکنش برگشت، سرعت واکنش رفت هم بیشتر می‌شود تا اینکه دوباره در تعادل جدید سرعت

واکنش‌های رفت و برگشت با هم برابر شود در تعادل جدید سرعت واکنش بیشتر از تعادل اولیه است. (با افزایش غلظت هر کدام از مواد شرکت‌کننده در واکنش، سرعت واکنش رفت و برگشت افزایش می‌یابد).

گزینه «۴»: با افزایش حجم سامانه، غلظت هر دو گونه (همهٔ مواد) از جمله $\text{NO}_2(\text{g})$ کم شده، پس رنگ مخلوط گازی نیز روشن‌تر می‌شود. (رنگ سامانه‌های تعادلی رنگی، تابع تغییر غلظت مادهٔ رنگی در اثر تغییر فشار (حجم) است).

۱۰۰. پاسخ: گزینه ۲

ابتدا مقدار مول اولیهٔ HCl را محاسبه می‌کنیم:

$$13/44 \text{ L HCl} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{22/4 \text{ L HCl}} = 0/6 \text{ mol HCl}$$

به جدول تغییرات مول توجه کنیم:

	2HCl	H_2	Cl_2
مول اولیه	۰/۶	۰	۰
تغییرات مول	-۲X	+X	+X
مول تعادلی	۰/۶ - ۲X	X	X

مقدار X مول گاز H_2 ، معادل ۲X گرم و مقدار X مول گاز Cl_2 که معادل ۷۱X گرم، به‌عنوان فراورده تولید می‌شوند. اکنون می‌توان نوشت:

$$2X + 71X = 14/6 \Rightarrow 73X = 14/6 \Rightarrow X = 0/2 \text{ mol}$$

بنابراین مطابق جدول تغییرات مول، در لحظهٔ تعادل ۰/۲ مول از هر یک از گازهای H_2 ، Cl_2 و HCl در اختیار داریم. با توجه به اینکه، مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در دو طرف معادله واکنش، برابر است، حجم ظرف در مقدار K بی‌تأثیر بوده و داریم:

$$K = \frac{[\text{H}_2] [\text{Cl}_2]}{[\text{HCl}]^2} = \frac{0/2 \times 0/2}{(0/2)^2} = 1$$

و در لحظهٔ تعادل نسبت $\frac{[\text{H}_2]}{[\text{HCl}]}$ نیز برابر یک خواهد بود.

۱۰۱. پاسخ: گزینه ۲

روغن‌های مایع که در ظرف مات و کدر بسته‌بندی شده باشند، زمان ماندگاری بیشتری دارند.

۱۰۲. پاسخ: گزینه ۱

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

(آ) درست

(ب) درست

(پ) نادرست: افرادی که دچار نفخ می‌شوند فاقد آنزیمی هستند که کلم و حبوبات را سریع و کامل هضم کند.

(ت) نادرست: سرعت متوسط یک ماده را با $\bar{R}$ نمایش می‌دهند.

۱۰۳. پاسخ: گزینه ۱

به سرعت واکنش‌های مطرح شده دقت کنید.

(a) بسیار کند (b) سریع (c) بسیار سریع (d) کند

۱۰۴. پاسخ: گزینه ۳

خیلی دقت داشته باشید که یک واکنش با افزایش دما، دچار افزایش سرعت و کاهش زمان انجام واکنش می‌شود. کاملاً منطقی بر اساس اصول ریاضی می‌توان فهمید به X برابر شدن زمان، سرعت $\frac{1}{X}$ برابر و نیز با $\frac{1}{X}$ برابر شدن زمان، سرعت X برابر می‌شود (البته نمودار سرعت نمی‌تواند کاملاً خطی باشد و ما بر اساس داده‌های جدول کتاب درسی نمودار سرعت را رسم کرده‌ایم).

$$\theta = 13^{\circ}\text{C} \Rightarrow t = 78\text{s} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta t (24^{\circ}\text{C})}{\Delta t (13^{\circ}\text{C})} = \frac{42\text{s}}{78\text{s}} = 0.538 \Rightarrow \frac{\text{سرعت } (24^{\circ}\text{C})}{\text{سرعت } (13^{\circ}\text{C})} = \frac{1}{0.538} = 1.858 \text{ برابر} \\ \theta = 24^{\circ}\text{C} \Rightarrow t = 42\text{s} \end{array} \right.$$

$$\theta = 24^{\circ}\text{C} \Rightarrow t = 42\text{s} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta t (41^{\circ}\text{C})}{\Delta t (24^{\circ}\text{C})} = \frac{22\text{s}}{42\text{s}} = 0.523 \Rightarrow \frac{\text{سرعت } (41^{\circ}\text{C})}{\text{سرعت } (24^{\circ}\text{C})} = \frac{1}{0.523} = 1.91 \text{ برابر} \\ \theta = 41^{\circ}\text{C} \Rightarrow t = 22\text{s} \end{array} \right.$$

با توجه به محاسبه شیب نمودارها متوجه می‌شویم، باید نمودار سرعت را صعودی با شیب روبه افزایش به صورت تندشونده رسم کنیم. دقت کنید این اعداد فقط برای یک واکنش خاص بوده و نمی‌توان سرعت را همواره تندشونده در نظر گرفت.

۱۰۵. پاسخ: گزینه ۳

۱۰۶. پاسخ: گزینه ۳

بررسی همه گزینه‌ها:

(۱) نوعی الکل حلقوی غیرآروماتیک است، زیرا که فاقد حلقه بنزنی است.

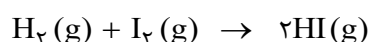
(۲) یک ماده آلی موجود در غذاهای جانوری است.

(۳) پنج نوع پیوند اشتراکی متفاوت و متنوع آن عبارت است از: $(C = C)$ ، $(C - C)$ ، $(C - H)$ ، $(C - O)$ و $(O - H)$

(۴) مقدار اضافی مصرفی آن در دیواره رگ رسوب می‌کند.

۱۰۷. پاسخ: گزینه ۱

واکنش گازی انجام شده به صورت زیر است:



بخار بنفش‌رنگ گاز

بی‌رنگ

به شمارش ذرات و مقدار مول آن‌ها از هر لحظه از واکنش دقت کنید.

$t = 0 \text{ min}$ 0.8 mol H_2 0.8 mol I_2 0 mol HI	$t = 2 \text{ min}$ 0.6 mol H_2 0.6 mol I_2 0.4 mol HI	$t = 4 \text{ min}$ 0.5 mol H_2 0.5 mol I_2 0.6 mol HI
---	---	---

(a)

(b)

(c)

$$\frac{\bar{R}(\text{I}_2)_{2 \text{ min} - 0 \text{ min}}}{\bar{R}(\text{I}_2)_{4 \text{ min} - 2 \text{ min}}} = \frac{\frac{\Delta n}{V \Delta t}}{\frac{\Delta n}{V \Delta t}} = \frac{0.2 \text{ mol}}{2 \text{ L} \times 2 \text{ min}} = \frac{0.1 \text{ mol}}{2 \text{ L} \times 2 \text{ min}} = 2$$

$$R_{\text{HI}} = \frac{\Delta n}{V \Delta t} = \frac{0.6 \text{ mol}}{2 \text{ L} \times \frac{4}{60} \text{ h}} = \frac{0.6 \times 60}{2 \times 4} = \frac{36}{8} = 4.5 \text{ mol.L}^{-1}.\text{h}^{-1}$$

۳۰

هرگونه کپی‌برداری، باز نشر یا چاپ از این اثر بدون کسب اجازه‌ی کتبی از ناشر، ممنوع بوده و پیگرد قانونی دارد.

۱۰۸. پاسخ: گزینه ۳

تغییرات غلظت گاز N_2 ، $\frac{1}{3}$ برابر گاز H_2 و $\frac{1}{3}$ برابر گاز NH_3 است.

۱۰۹. پاسخ: گزینه ۱

علت نادرستی سایر گزینه‌ها:

(۲) مالتوز موجود در سمنو به صورت $C_{12}H_{22}O_{11}(aq)$ است.

(۳) سرعت واکنش تجزیه محلول هیدروژن پراکسید با افزودن دو قطره محلول پتاسیم یدید $KI(aq)$ به‌طور چشمگیری افزایش می‌یابد.

(۴) گاز گوگرد تری‌اکسید تولید شده (گاز ناقطبی) یکی از آلاینده‌هایی است که موجب تولید باران اسیدی می‌شود.

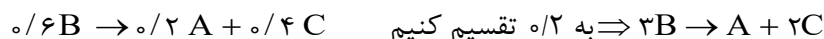
۱۱۰. پاسخ: گزینه ۲

بزرگ‌تر بوده و نیز طی ۲۰ دقیقه تفسیر A از X بیشتر است، بنابراین ضریب استوکیومتری X طی ۵ دقیقه آغازی، تغییر غلظت است. بنابراین بزرگ A یک چهارم برابر Y طی ۵ دقیقه برابر است بنابراین می‌توان نتیجه گرفت ضریب A با تغییر غلظت Y غلظت است. X و Y و کوچک‌ترین ضرایب به‌ترتیب متعلق به

۱۱۱. پاسخ: گزینه ۲

با توجه به اینکه در لحظه شروع ($t = 0$) مقدار A و C برابر صفر بوده می‌توان فهمید C و A فراورده بوده و می‌توان معادله موازنه نشده را به صورت $B \rightarrow A + C$ نوشت سپس به دنبال ضرایب مواد باشیم.

برای تعیین ضرایب بایستی تغییرات غلظت هر سه ماده در یک بازه زمانی معین را به‌عنوان ضریب قرار داده و سپس بین آن‌ها از کوچک‌ترین مضرب مشترک استفاده کنیم مثلاً در بازه $(0 - 2)$ می‌توان نوشت:



بنابراین در تمام بازه‌های زمانی تغییرات B سه برابر A و $1/5$ برابر C در نظر بگیرید.

زمان \ غلظت	۰	Δt	۲	Δt	۴	Δt	۶	Δt	۸
A	۰	0.2	0.2	0.15	0.35	0.1	$x = 0.45$	0.55	0.5
B	$2/5$	0.6	$1/9$	0.45	$y = 1/45$	0.3	$1/15$	0.15	۱
C	۰	0.4	0.4	0.3	0.7	0.2	0.9	0.1	$z = 1$

۱۱۲. پاسخ: گزینه ۱

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



همان‌طور که در شکل مشاهده می‌کنید به دلیل تولید و خروج گاز CO_2 ، سامانه انجام واکنش دچار کاهش جرم شده است بنابراین خواهیم داشت:

$$0.5 \Delta n CO_2 = \text{جرم مولی } 44 \div \text{تولیدی } CO_2 = 2/2 g = 50.2 g - 49.9/8 g = \text{کاهش جرم سامانه (جرم کربن دی‌اکسید)}$$

$$\Delta n \text{HCl} = 2 \Delta n \text{CO}_2 = 2 \times 0.5 = 1 \text{ mol}$$

$$\bar{R}_{\text{HCl}} = \frac{\Delta n}{V \Delta t} = \frac{1 \text{ mol}}{4 \text{ L} \times 240 \text{ s}} = \frac{1}{960} = 0.00104 \Rightarrow 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

۱۱۳. پاسخ: گزینه ۱

$$\text{اولیه } 12/5 \text{ mol} = \text{جرم مولی } 160 \div 2000 \text{ gAB}$$

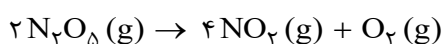
$$\bar{R}_{\text{AB}} = \frac{\Delta n}{V \Delta t} \Rightarrow 0.2 = \frac{\Delta n}{2 \times 10} \Rightarrow \Delta n_{\text{AB}} = 4 \text{ mol}$$

حال بررسی کنیم طی ۱۰ دقیقه وضعیت ظرف واکنش به چه صورتی است.

۴ مول AB مصرف شده و از مقدار اولیه آن (۱۲/۵ mol) کم کنیم ۸/۵ مول AB مصرف نشده باقی مانده و نیز ۲ مول A_۲ و ۲ مول B_۲ نیز تولید می‌شود. بنابراین:

$$\text{مجموع مول مواد گازی موجود در ظرف واکنش} = 8/5 \text{ mol AB} + 2 \text{ mol A}_2 + 2 \text{ mol B}_2 = 12/5 \text{ mol} \times 22/4 = 28 \text{ L}$$

۱۱۴. پاسخ: گزینه ۳



$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{\text{N}_2\text{O}_5}}{2} = \frac{\bar{R}_{\text{NO}_2}}{4} = \frac{\bar{R}_{\text{O}_2}}{1} \Rightarrow 0.25 = \frac{0.50}{2} = \frac{1.00}{4} = \frac{0.25}{1}$$

$$\bar{R}_{\text{N}_2\text{O}_5} = \frac{\Delta n}{V \Delta t} \Rightarrow 0.50 = \frac{6/48 \text{ g N}_2\text{O}_5}{1.8 \times 3 \times \Delta t (\text{min})} \Rightarrow \Delta t = 0.4 \text{ min}$$

$$\Rightarrow 0.4 \text{ min} \times 60 \text{ s} = 24 \text{ s}$$

۱۱۵. پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

ابتدا باید پیدا کنیم که نمودار برای کدامیک از مواد O_۲ و NO_۲ رسم شده است. طی واکنش، ۱۶۰۰ mL یکی از فراورده‌ها که معادل با ۱/۶ لیتر از آن است، تولید شده است. مقدار مول این گاز برابر است با:

$$\text{گاز } 1/6 \text{ L} \times \frac{1 \text{ mol}}{24 \text{ L}} = 0.08 \text{ mol}$$

با توجه به رابطه O_۲ ~ ۱۰ O_۲، ۲ N_۲O_۵ می‌توان نتیجه گرفت که از مصرف ۱۶۰۰ mL N_۲O_۵، مقدار ۰/۰۸ مول گاز O_۲ تولید شده است، در نتیجه نمودار رسم شده، تغییرات حجم گاز O_۲ را بر حسب زمان نمایش می‌دهد.

بررسی همه موارد:

الف) گاز NO_۲ قهوه‌ای‌رنگ است، درحالی‌که نمودار برای گاز O_۲ رسم شده است.

ب) با توجه به اینکه ضریب O_۲ برابر ۱ است، در نتیجه می‌توان گفت: (واکنش $\bar{R}_{\text{O}_2} = \bar{R}$) در ۲۰ ثانیه ابتدایی واکنش، ۱۱۰۰ mL یا ۱/۱ L گاز O_۲ که معادل با ۰/۰۵۵ = $\frac{1/1}{2}$ مول از آن است، تولید می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{|\Delta n|}{\Delta t} = \frac{0.55 \text{ mol}}{20 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 0.165 \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

پ) سرعت متوسط تولید O_۲ در بازه ۳۰ تا ۴۰ ثانیه برابر است با:

$$\bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{|\Delta n|}{\Delta t} = \frac{(1600 - 1400) \text{ mL}}{10 \text{ s}} = \frac{200 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}}}{10 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 1/2 \frac{\text{L}}{\text{min}}$$

با توجه به اینکه ضریب N_2O_5 ، دو برابر ضریب O_2 است؛ در نتیجه سرعت متوسط مصرف N_2O_5 در این بازه زمانی برابر $\frac{L}{min}$ ۲/۴ است.

(ت) مقدار مول O_2 تولید شده در بازه زمانی ۲۰ تا ۴۰ ثانیه برابر است با:

$$1600 - 1100 = 500 \text{ mL} = 0.5 \text{ L } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{22.4 \text{ L } O_2} = 0.022 \text{ mol}$$

با توجه به اینکه ضریب NO_2 ، ۴ برابر ضریب O_2 است، پس مقدار مول NO_2 تولید شده برابر با $4 \times 0.022 = 0.088$ مول است. بر این اساس مجموع مقدار فراورده‌های تولیدشده در این بازه زمانی برابر است با:

$$0.088 + 0.022 = 0.11 \text{ mol}$$

۱۱۶. پاسخ: گزینه ۱



$$-\frac{\Delta n \text{KClO}_3}{2} = +\frac{\Delta n \text{O}_2}{3} \Rightarrow -\frac{\Delta n \text{KClO}_3}{2} = +\frac{0.12}{3}$$

$$-\Delta n \text{KClO}_3 = 0.08 \text{ mol (مصرف شده)}$$

$$\text{KClO}_3(s) \text{ اولیه} = \text{مقدار مول مصرفی} + \text{مقدار مول باقی‌مانده} = 0.08 + 0.08 = 0.16$$

$$\Rightarrow 0.16 \text{ mol} \times 122.5 = 19.6 \text{ g KClO}_3 \text{ اولیه}$$

۱۱۷. پاسخ: گزینه ۱

به بررسی عبارت‌ها می‌پردازیم:

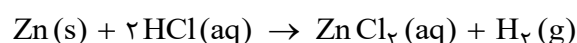
«آ»: درست است. زیرا کاتالیزگر سرعت واکنش را زیاد و زمان انجام واکنش را کوتاه می‌کند؛ درحالی‌که بازدارنده سرعت واکنش را کم و زمان انجام واکنش را طولانی‌تر می‌کند.

«ب»: نادرست است. واکنش‌پذیری (فعالیت شیمیایی) فلزهای قلیایی لیتیم (Li)، سدیم (Na) و پتاسیم (K) به صورت: $Li < Na < K$ می‌باشد؛ پس در شرایط یکسان ترتیب سرعت واکنش این سه فلز با آب به صورت: $Li < Na < K$ است. بنابراین منحنی B مربوط به واکنش فلز پتاسیم با آب و منحنی C مربوط به واکنش فلز لیتیم با آب می‌باشد.

«پ»: نادرست است. کلسیم کربنات ($CaCO_3(s)$) جامد است و افزودن مقداری از آن به سامانه واکنش تغییری در غلظت آن ایجاد نمی‌کند. بنابراین سرعت واکنش هم تغییری نخواهد کرد.

«ت»: نادرست است. کاهش فشار سرعت واکنشی را کم می‌کند که حداقل یکی از مواد واکنش‌دهنده در آن، گازی شکل باشد. در این واکنش ($Fe(s) + 2HCl(aq) \rightarrow FeCl_2(aq) + H_2(g)$) هیچ کدام از مواد واکنش‌دهنده گازی شکل نیستند.

۱۱۸. پاسخ: گزینه ۲



$$\bar{R}_{H_2} = 0.04 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} = \frac{\Delta n}{V \Delta t} \Rightarrow 0.04 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \times 2 \text{ L} \times 20 \text{ s}$$

$$\Rightarrow 1.6 \text{ mol } H_2 \text{ تولیدی} \Rightarrow 1.6 \text{ mol } Zn \text{ مصرفی} \times 65 \Rightarrow 104 \text{ g } Zn$$

$$\text{مصرف نشده باقی‌مانده } Zn = 136 \text{ g} - 104 \text{ g} = 32 \text{ g}$$

$$\text{جرم تیغه باقی مانده} = \frac{\text{جرم اولیه تیغه}}{\text{جرم اولیه تیغه}} \times 100 = \frac{136}{240} \times 100 = 56.66\%$$

۱۱۹. پاسخ: گزینه ۲

ابتدا کل مساحت شکل را حساب می کنیم:

دو سطح ۲ در ۸ سانتی متر + دو سطح ۴ در ۸ سانتی متر + دو سطح ۲ در ۴ سانتی متر

$$= 2(2 \times 4) + 2(4 \times 8) + 2(2 \times 8) = 16 + 64 + 32 = 112 \text{ cm}^2$$

با سه برش از سطح مقطع مشخص شده باید حساب کنیم چه مقدار به مساحت اضافه شده است.

برش (۱): دو سطح 2×8 سانتی متری (16 cm^2) اضافه شده، $\Leftarrow (32 \text{ cm}^2)$ مساحت اضافه شده

برش (۲): دو سطح 2×4 سانتی متری (8 cm^2) اضافه شده $\Leftarrow (16 \text{ cm}^2)$ مساحت اضافه شده

برش (۳): دو سطح 4×8 سانتی متری (32 cm^2) اضافه شده $\Leftarrow (64 \text{ cm}^2)$ مساحت اضافه شده

پس $112 \text{ cm}^2 = 32 + 64 + 16$ به سطح تماس جسم اضافه شده است.

۱۲۰. پاسخ: گزینه ۲

با مصرف این ماده می توان فعالیت رادیکال ها را کاهش داد؛ ولی نمی توان به طور کامل متوقف کرد.