آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم | آزمون جامع (مرحله بیست‌ویکم)

سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴ | ۲۳/مرداد/۱۴۰۵

دفترچه شماره یک

پایه

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دوازدهم	یازدهم	دهم
حسابان و ریاضیات پایه	۱۸	۱	۱۸	۷۰ دقیقه	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۴۴	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۵۱	فصل ۱ تا ۵ صفحهٔ ۱ تا ۱۱۷
هندسه	۱۲	۱۹	۳۰		کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۸۶	کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۷۵	کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۹۶
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰		کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۸۴	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۱	فصل ۶ و ۷ صفحهٔ ۱۱۸ تا ۱۷۰
مجموع	۴۰ سؤال			۷۰ دقیقه	–		

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس ـ گزینشگر
حسابان و ریاضیات پایه	طراحان: کاظم اجلالی ـ کوروش اسلامی ـ فرشاد حسن‌زاده ـ عادل حسینی بابک سادات ـ علی شهرابی ـ مصطفی کرمی ـ محمد گودرزی ـ میلاد منصوری سروش موئینی ـ حسین نادری ـ محمدسجاد نقیه کارشناسان علمی: علی افضل‌زاده ـ احمد عابدزاده ـ سروش موئینی ـ مازیار احمدی‌ناو	محمدسجاد نقیه
هندسه	طراحان: امیرحسین ابومحبوب ـ سید محمدرضا حسینی‌فرد ـ کیوان صارمی محمدطاهر شعاعی ـ حمید گلزاری ـ حسین هاشمی طاهری کارشناس علمی: امیرحسین ابومحبوب ـ سید عباس حسینی	حمید گلزاری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	طراح: مصطفی دیداری کارشناسان علمی: سعید قندچی ـ سید عباس حسینی	مصطفی دیداری

مدیر تألیف آزمون: دکتر فاطمه آقاجانپور

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱- تابع f با دامنهٔ $\mathbb{R}$ دارای مشخصات زیر است:

الف) $f(۲)=۳$ و $f(-۵)=-۲$ است.

ب) روی بازهٔ $[۰,۲]$ ثابت است.

پ) برای هر عدد بزرگ‌تر از ۲، مربع آن را نسبت می‌دهد.

ت) برای xهای منفی خطی است که محور طول‌ها را در $x=-۲$ قطع می‌کند.

تعداد جواب‌های معادلهٔ $f(x)+|x|=۳$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲- اگر $f(x)=۲x-۳$ و $(gof)(x)=۸x^۲-۲۲x+۱۵$ باشد، برد تابع fog کدام است؟

۱) $[-\frac{۱۳}{۴},+\infty)$ ۲) $[-۳,+\infty)$

۳) $[-\frac{۷}{۲},+\infty)$ ۴) $[-۴,+\infty)$

۳- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=۲x^۳-۲۴x^۲+۹۶x+a$ مفروض است. اگر $f^{-۱}(۳a)=۱$ باشد، مقدار a کدام است؟

۱) ۳۵ ۲) ۳۶ ۳) ۳۷ ۴) ۳۸

۴- حاصل عبارت $\tan ۱۰^\circ+\tan ۲۰^\circ+\cot ۴۰^\circ+\cot ۲۰^\circ$ کدام است؟

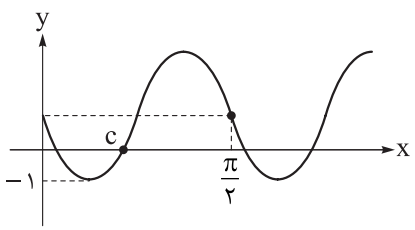
۱) $\cot ۱۰^\circ-\cot ۴۰^\circ$ ۲) $\cot ۲۰^\circ-\cot ۴۰^\circ$

۳) $\cot ۸۰^\circ$ ۴) ۲

۵- تعداد جواب‌های معادلهٔ $\tan ۵x-\tan ۳x=\cot(\frac{۱۷\pi}{۲}+\frac{\pi}{۳})+۲^{\log_۲\sqrt{۳}}$ در بازهٔ $(۰,۲\pi)$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۶- قسمتی از نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=۱+a\sin bx$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار c کدام است؟



۱) $\frac{\pi}{۱۲}$ ۲) $\frac{\pi}{۲۴}$

۳) $\frac{۵\pi}{۱۲}$ ۴) $\frac{۵\pi}{۲۴}$

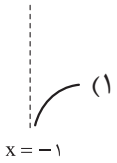
۷- حاصل $\lim\limits_{x\to ۱۶^+}\frac{\sqrt[۴]{x}+\sqrt[۴]{x^۲-۲۵۶}-۲}{\sqrt[۴]{x-۱۶}}$ کدام است؟

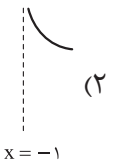
۱) $\sqrt[۴]{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $۲\sqrt[۴]{۲}$ ۴) $۲\sqrt{۲}$

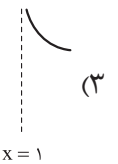
محل انجام محاسبات

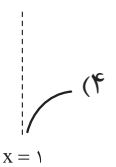
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸- نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\log(\frac{\sqrt{x}}{x^{۲}-۱})$ در همسایگی مجانب قائم آن کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۹- اگر $f(x)=\begin{cases} x^{۳}-x+۴ & ; \ x<۱ \\ x^{۳}+۳x & ; \ x\geq ۱ \end{cases}$ باشد، حاصل $\lim\limits_{h\to ۰}\frac{f(۱)-f(۱-h^{۲})}{h^{۲}}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۱۰- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}$ مفروض است. اگر $f'(۱)=\frac{a}{۲}(۱+\frac{۳}{۴\sqrt{۲}})$ باشد، مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{۱}{\sqrt{\sqrt{۲}-۱}}$ ۲) $\frac{۱}{\sqrt{\sqrt{۲}+۱}}$ ۳) $\frac{۱}{\sqrt{۲}+۱}$ ۴) $\frac{۱}{۱-\sqrt{۲}}$

۱۱- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=۲\sqrt{x}-۲\sqrt{۴-x}$ مفروض است. عرض نقطهٔ عطف نمودار تابع $f^{-۱}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۲

۱۲- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\sqrt[۳]{|x-۱|}$ مفروض است. اگر m، n و p به ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی و عطف نمودار تابع $|f|$ باشد، حاصل $\frac{p+n}{m}$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۳- دنبالهٔ هندسی ... , $۲+\sqrt{۳}$, ۱, $۲-\sqrt{۳}$ شامل ۲۰ جمله است. در این دنباله مجموع جملات ردیف زوج چند برابر مجموع جملات ردیف فرد است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۲) $۲-\sqrt{۳}$ ۳) $۲+\sqrt{۳}$ ۴) $\sqrt{۳}-۲$

۱۴- اگر $\frac{۳}{\alpha}=\alpha+۱$ باشد، مقدار عبارت $\frac{(x-۱)(x^{۶}-۶۴)(x+۳)}{(x^{۲}+۲)^{۲}+۱۲}$ به ازای مقدار $x=\alpha$ کدام است؟

۱) −۴ ۲) −۳ ۳) −۲ ۴) −۱

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

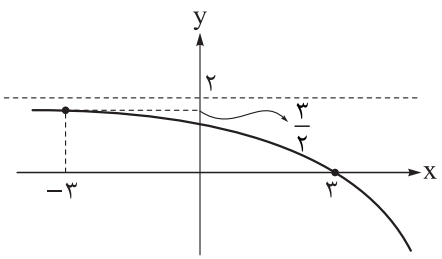
۱۵- نقطهٔ A روی نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x^3+2x^2+1$ و نقطهٔ B روی نمودار تابع g با ضابطهٔ $g(x)=x^3-x-4$ قرار دارد. اگر پاره‌خط AB موازی محور عرض‌ها باشد، کم‌ترین مقدار طول آن کدام است؟

۱) $\frac{19}{8}$ ۲) $\frac{29}{4}$ ۳) $\frac{31}{4}$ ۴) $\frac{39}{8}$

۱۶- مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $\frac{ax^3+bx^2+cx-4}{x-2}<0$، بازهٔ $(-\infty,-1)$ است. حاصل $[\frac{b}{c}]$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) صفر ۲) -2 ۳) -1 ۴) ۱

۱۷- نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=a+b\times c^x$ در شکل زیر رسم شده است. عرض از مبدأ نمودار تابع f کدام است؟



۱) $\sqrt{2}-1$
۲) $\sqrt{3}-1$
۳) $\frac{1}{2}$
۴) ۱

۱۸- تعداد جواب‌های معادلهٔ $\log_{x^3}(\frac{x^3}{3}-x)=\frac{1}{\log_2 x^3}+\frac{1}{\log_4 x^3}-\frac{1}{\log_3 x^3}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

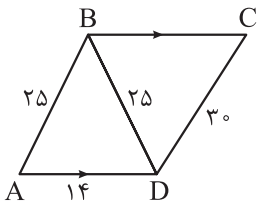
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC ($\hat{A} = ۹۰^\circ$)، ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. اگر I و J به ترتیب نقاط همرسی نیمسازهای زوایای دو مثلث قائم‌الزاویهٔ ABH و ACH باشند، آن‌گاه نقطهٔ همرسی نیمسازهای زوایای مثلث ABC برای مثلث AIJ چگونه نقطه‌ای است؟

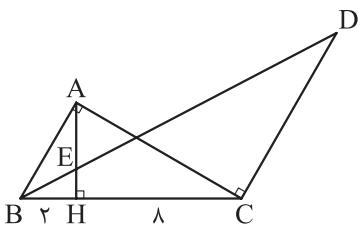
۱) نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها
۲) نقطهٔ همرسی ارتفاع‌ها
۳) نقطهٔ همرسی نیمسازها
۴) نقطهٔ همرسی میانه‌ها

۲۰- در ذوزنقهٔ زیر، فاصلهٔ رأس A از خط شامل ساق CD کدام است؟



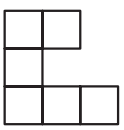
۱) ۱۱/۲
۲) ۱۲
۳) ۱۰/۸
۴) ۱۴/۴

۲۱- در شکل زیر، مثلث ABC قائم‌الزاویه و $AC = CD$ است. اگر $BH = ۲$ و $CH = ۸$ باشد، طول پاره‌خط AE کدام است؟



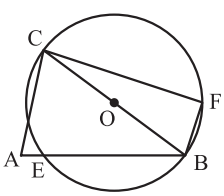
۱) $\frac{۲۰}{۷}$
۲) ۳
۳) $\frac{۲۵}{۷}$
۴) ۴

۲۲- تفاضل حداقل و حداکثر تعداد مکعب‌های کوچکی که باید از یک مکعب به ابعاد ۳×۳×۳ حذف کنیم تا نمای بالای آن به صورت زیر باشد، چه‌قدر است؟



۱) ۹
۲) ۱۸
۳) ۱۲
۴) ۱۵

۲۳- در شکل زیر، نقطهٔ O، وسط قطر $BC = ۸$ و فاصلهٔ F از وسط پاره‌خط AC برابر با ۷ است. اگر $\overset{\frown}{EBF} = \overset{\frown}{CF}$، آن‌گاه طول پاره‌خط AB کدام است؟

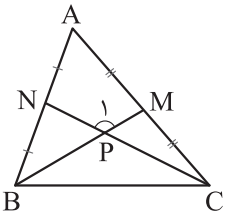


۱) ۷
۲) ۶
۳) ۵
۴) ۸

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۴- مطابق شکل، M و N وسط‌های AC و AB هستند و نقطهٔ تقاطع BM و CN را P نامیده‌ایم. اگر زاویه‌های $\hat{A}$ و $\hat{P}_1$ مکمل باشند، آن‌گاه حاصل $\frac{BM}{CN}$ برابر با کدام است؟

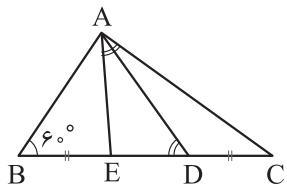


۱) $\frac{AB}{AC}$
۲) $(\frac{AB}{AC})^{۲}$
۳) $\sqrt{\frac{AB}{AC}}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

۲۵- می‌خواهیم از نقطهٔ $A(-۱,۵)$ به نقطهٔ B واقع بر محور yها رفته و پس از طی مسیری به طول ۲ روی این محور به نقطهٔ C رسیده و از C به نقطهٔ $D(۴,-۲)$ برویم. عرض نقطهٔ B کدام باشد تا طول مسیر شکستهٔ ABCD کوتاه‌ترین مقدار ممکن شود؟

۱) ۴
۲) ۳
۳) $\frac{۹}{۲}$
۴) $\frac{۷}{۲}$

۲۶- در شکل زیر، $BE = CD$، $A\hat{D}B = E\hat{A}C$ و $\hat{B} = ۶۰^\circ$. اگر $AB = ۵$ و $DE = ۳$، آن‌گاه طول پاره‌خط BC کدام است؟



۱) ۸
۲) ۷
۳) ۱۰
۴) ۱۱

۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} ۴ & a \\ b & -۱ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix}$ و $(A+B)\times(A-B)$ یک ماتریس قطری باشد، آن‌گاه نسبت درایه‌های غیرصفر در این ماتریس قطری کدام است؟

۱) -۵
۲) -۴
۳) ۶
۴) ۸

۲۸- اگر $A = \begin{bmatrix} -۱ & ۰ & ۲ \\ ۰ & a & ۰ \\ ۲ & ۰ & -۱ \end{bmatrix}$ و $|A^{۲}+۲A| = ۲۷$ باشد، آن‌گاه اختلاف بین حداکثر و حداقل مقدار دترمینان $(a+۱)I_۳$ کدام است؟

۱) ۸
۲) ۱۶
۳) ۳۲
۴) ۶۴

۲۹- طول مماس‌مشترک خارجی دو دایره با معادله‌های $x^{۲}+y^{۲}-۴x+۲y=۴$ و $x^{۲}+y^{۲}+۴y+۳=۰$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$
۲) ۲
۳) $\sqrt{۳}$
۴) ۱

۳۰- توسط بردارهای $\vec{a}=(۱,۱,۰)$، $\vec{b}=(۰,m,۱)$ و $\vec{a}\times\vec{b}$، یک مکعب‌مستطیل تولید می‌شود. حجم این مکعب‌مستطیل، کدام است؟

۱) ۲
۲) $\sqrt{۲}$
۳) $۲\sqrt{۲}$
۴) $۳\sqrt{۲}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۱- اگر گزارهٔ $r \Rightarrow (p \vee q)$ درست باشد، احتمال این‌که گزارهٔ q نادرست باشد، چه‌قدر است؟

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

۳۲- دو مجموعهٔ $A = \{y-۱, xz, ۴\}$ و $B = \{۶, -۳, x+۱\}$ داده شده است. اگر $A \times B = B \times A$ باشد، بیشترین مقدار $x-y+z$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) -۵

۳۳- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال حداقل یکی مضرب ۳ و حداکثر یکی عدد اول ظاهر شده است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۱۲}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۳۴- یک تیم والیبال ۷ بازیکن دارد که قد هیچ دو نفری یکسان نیست. یک والیبالیست به تصادف انتخاب می‌کنیم، اگر دو نفر دیگر انتخاب کنیم و ببینیم هر دو از والیبالیست اولی کوتاه‌ترند، با کدام احتمال والیبالیست اول، سومین والیبالیست قدبلند است؟

۱) $\frac{۱}{۷}$ ۲) $\frac{۲}{۷}$ ۳) $\frac{۶}{۳۵}$ ۴) $\frac{۴}{۷}$

۳۵- داده‌های زیر را از کوچک به بزرگ با شماره‌های ۱ تا n شماره‌گذاری می‌کنیم. برای انتخاب نمونهٔ ۵عضوی به روش سیستماتیک شمارهٔ اولین دادهٔ نمونه برابر ۳ است. واریانس داده‌های انتخاب‌شده کدام است؟

داده	۸	۶	۵	۴	۳
فراوانی	۲	۳	۶	۴	۵

۱) ۲/۴ ۲) ۲/۶ ۳) ۲/۸ ۴) ۳

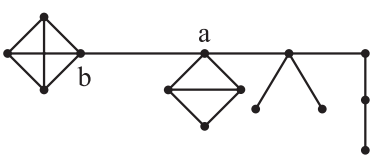
۳۶- اگر m بزرگ‌ترین عدد طبیعی باشد که $(m-۱۳)! \overset{۲۱}{\equiv} ۴۲$، بزرگ‌ترین عدد طبیعی دورقمی y که در معادلهٔ $۱۱x+my=۲۹$ صدق می‌کند، کدام است؟

۱) ۹۴ ۲) ۹۳ ۳) ۹۲ ۴) ۹۱

۳۷- عدد $۱۲^{۳۶} - x^۲$ بر ۱۹ بخش‌پذیر است. رقم یکان بزرگ‌ترین عدد دورقمی x کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۳۸- در گراف G با نمودار زیر، تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم برابر با کدام است؟



۱) $|N_G(a) \cup N_G[b]|$ ۲) $۴\gamma(G)$

۳) $\frac{q(\bar{G})-۱}{۳}$ ۴) $\Delta(G)+\gamma(G)$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۹- معادلهٔ $x_1 + x_2 + ... + x_5 = 19$ چند جواب صحیح نامنفی با این شرط که حداقل سه‌تا از متغیرها زوج و حداقل یکی از آن‌ها فرد باشد، دارد؟

۱) ۳۴۲۵ ۲) ۳۵۷۵ ۳) ۳۹۷۵ ۴) ۳۹۲۵

۴۰- از مجموعهٔ $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 11, 24\}$، حداقل چند عدد انتخاب کنیم تا مطمئن شویم که دست کم دو عدد هست که ضربشان برابر ۲۴ است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.
azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم | آزمون جامع (مرحله بیست‌ویکم)

سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴ | ۲۳/مرداد/۱۴۰۵

دفترچه شماره دو

پایه

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دوازدهم	یازدهم	دهم
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۵۶	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۳۰	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۴۹
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۳	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۳	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۲
مجموع	۶۵ سؤال			۷۵ دقیقه	–		

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس ـ گزینشگر
فیزیک	طراحان: علیرضا جباری ـ یاشار انگوتی ـ رضا سبزمیدانی ـ هادی حمزه‌پور ـ نوید شاهی کارشناسان علمی: علیرضا جباری ـ سعید محبی ـ هادی نجفی	رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی
شیمی	طراحان: فرشید ابراهیمی ـ عین‌الله ابوالفتحی ـ مهدی براتی ـ پیمان خواجوی‌مجد سروش عبادی ـ یاسر عبداللهی ـ محمد عظیمیان زواره ـ وحید فارسیان محمد قهرمانی‌نژاد ـ محسن مجنونی ـ محمد مرادی ـ امیرحسین مسلمی ـ مرتضی نصیرزاده کارشناسان علمی: یاشار ذریه ـ محمدمهدی کریمیان ـ مرتضی نصیرزاده	یاسر عبداللهی

مدیر تألیف آزمون: دکتر فاطمه آقاجانپور

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

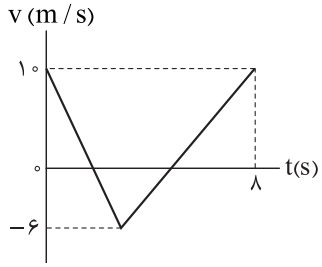
دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

Azmoon.kheilisabz.com

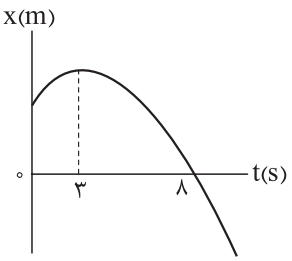
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در بازه‌ای که متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، اندازهٔ جابه‌جایی آن چند متر است؟



۱) ۶
۲) ۹
۳) ۱۲
۴) ۱۸

۴۲- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در ۸ ثانیهٔ اول برابر با $۸/۵\ m/s$ باشد، اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در ۳ ثانیهٔ اول، برابر چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۳
۲) ۶
۳) ۹
۴) ۱۸

۴۳- خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبزشدن چراغ، خودرو با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت از آن سبقت می‌گیرد و در فاصلهٔ ۴۰۰متری چراغ راهنمایی، خودرو به کامیون می‌رسد. در لحظه‌ای که تندی خودرو با تندی کامیون برابر می‌شود، فاصلهٔ آن‌ها از هم چند متر است؟

۱) ۵۰
۲) ۱۰۰
۳) ۲۰۰
۴) ۳۰۰

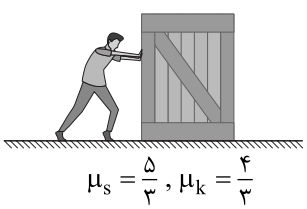
۴۴- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۸۰متری سطح زمین رها می‌شود. این گلوله بعد از رسیدن به سطح زمین، $۰/۴\ s$ طول می‌کشد تا سرعتش به صفر برسد. بزرگی شتاب متوسط گلوله در این $۰/۴\ s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟

$(g = ۱۰\ m/s^۲)$

۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۵۰
۴) ۱۰۰

۴۵- در شکل زیر، شخصی به یک جعبهٔ ساکن به جرم $۳۰\ kg$، در حالت اول نیروی افقی ۲۲۵نیوتونی و در حالت دوم نیروی افقی ۵۲۵نیوتونی وارد می‌کند. نیرویی که سطح افقی به جعبه وارد می‌کند، در حالت دوم چند برابر حالت اول است؟

$(g = ۱۰\ N/kg)$

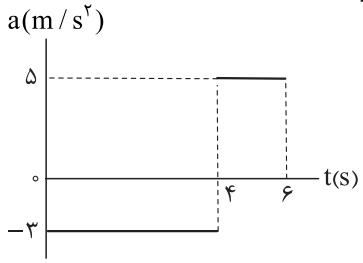


۱) $\frac{۳}{۴}$
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) $\frac{\sqrt{۳۴}}{۵}$
۴) $\frac{۵}{\sqrt{۳۴}}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۶- نمودار شتاب ـ زمان جسمی به جرم $3\ kg$ که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در بازهٔ زمانی $t_1 = 1\ s$ تا $t_2 = 6\ s$ برحسب نیوتون کدام است؟



۱) $\vec{i}$

۲) $-\vec{i}$

۳) $0/6\vec{i}$

۴) $-0/6\vec{i}$

۴۷- اندازهٔ شتاب گرانش در فاصلهٔ ۲۶۰۰کیلومتری سطح زمین، چند برابر اندازهٔ شتاب گرانش در فاصلهٔ ۵۶۰۰کیلومتری سطح زمین است؟ (شعاع کرهٔ زمین $6400\ km$ است.)

۱) $\frac{3}{4}$

۲) $\frac{4}{3}$

۳) $\frac{9}{16}$

۴) $\frac{16}{9}$

۴۸- یک پروتون و یک ذرهٔ α با تندی یکسان به ناحیه‌ای از یک میدان مغناطیسی به طور عمود بر میدان یکنواخت وارد می‌شوند و در مسیر دایره‌ای که بر میدان مغناطیسی عمود است، حرکت می‌کنند. کدام موارد دربارهٔ حرکت این دو ذره درست است؟

الف) شتاب مرکزگرای پروتون، بزرگ‌تر از شتاب مرکزگرای ذرهٔ α است.

ب) شتاب مرکزگرای پروتون، کوچک‌تر از شتاب مرکزگرای ذرهٔ α است.

پ) شعاع مسیر پروتون، بزرگ‌تر از شعاع مسیر ذرهٔ α است.

ت) شعاع مسیر پروتون، کوچک‌تر از شعاع مسیر ذرهٔ α است.

۱) الف ـ پ ۲) الف ـ ت ۳) ب ـ پ ۴) ب ـ ت

۴۹- طول آونگ ساده‌ای $144\ cm$ است. طول این آونگ چند سانتی‌متر و چگونه تغییر کند تا دورهٔ تناوب آن $0/8\ s$ کاهش پیدا کند؟ $(g = \pi^2\ m/s^2)$

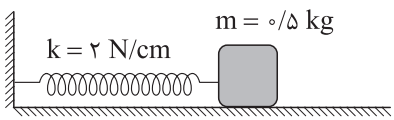
۱) ۱۶، کاهش پیدا کند.

۲) ۱۶، افزایش پیدا کند.

۳) ۸۰، کاهش پیدا کند.

۴) ۸۰، افزایش پیدا کند.

۵۰- در شکل زیر، جسم متصل به فنر روی سطح افقی بدون اصطکاک در حال نوسان است. اگر مسافت طی‌شده توسط جسم در هر نوسان برابر $30\ cm$ باشد، بیشینهٔ تندی جسم، چند متر بر ثانیه است؟



۱) $1/5$

۲) ۳

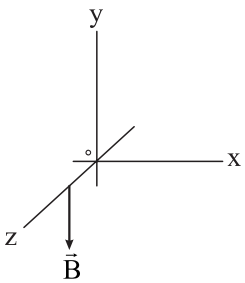
۳) ۱۵

۴) ۳۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۱- شکل زیر، میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی سینوسی را در نقطه‌ای معین و دور از چشمه، در یک لحظه نشان می‌دهد. اگر موج، انرژی را در خلاف جهت محور x انتقال دهد، جهت میدان الکتریکی موج در این لحظه و در این نقطه کدام است؟



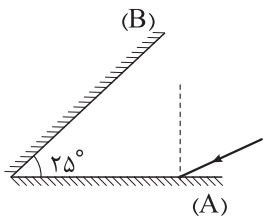
۱) $+x$

۲) $-x$

۳) $+z$

۴) $-z$

۵۲- در شکل زیر، پرتوی نوری با زاویهٔ تابش 50° به آینهٔ A می‌تابد. در دومین برخورد این پرتو به آینهٔ B، زاویهٔ بازتاب چند درجه است؟



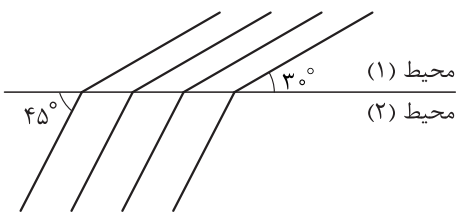
۱) ۲۵

۲) ۳۵

۳) ۵۵

۴) ۶۵

۵۳- جبهه‌های موج تختی در مرز دو محیط (۱) و (۲) به شکل زیر هستند. تندی انتشار موج در محیط (۲) چند برابر تندی انتشار موج در محیط (۱) است؟



۱) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

۲) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۴) $\sqrt{2}$

۵۴- طول موج پرتوی نوری در خلأ برابر ۶۰۰ nm است. با ورود این پرتوی نور به یک محیط شفاف، طول موج آن ۲۰۰ nm تغییر می‌کند. ضریب شکست این محیط شفاف برابر کدام است؟

۱) ۴

۲) ۳

۳) $\frac{۴}{۳}$

۴) $\frac{۳}{۲}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۵- شدت تابش متوسط خورشید در سطح زمین $300\ W/m^2$ است. اگر طول موج متوسط این تابش برابر با $550\ nm$ باشد، در هر ساعت چند فوتون به هر متر مربع از سطح زمین می‌رسد؟ $(h = 6/6\times10^{-34}\ J.s$ و $c = 3\times10^{8}\ m/s)$

۱) 3×10^{24}
۲) 5×10^{24}
۳) 3×10^{23}
۴) 5×10^{23}

۵۶- در طیف اتمی هیدروژن، اختلاف کوتاه‌ترین طول موج گسیلی کدام دو رشته برابر $\frac{1}{2}\ \mu m$ است؟ $(R = \frac{1}{100}\ (nm)^{-1})$

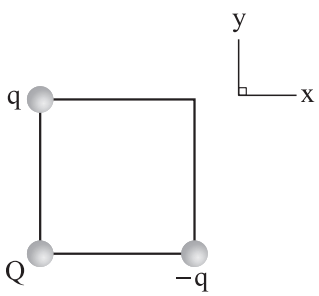
نام رشته	لیمان	بالمر	پاشن	براکت
n'	۱	۲	۳	۴

۱) بالمر، پاشن
۲) بالمر، لیمان
۳) براکت، پاشن
۴) براکت، لیمان

۵۷- اگر یک هستهٔ پرتوزا ۳ ذرهٔ β^- و یک ذرهٔ α گسیل کند، به ترتیب از راست به چپ، عدد اتمی و عدد نوترونی آن چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۱ واحد افزایش می‌یابد، ۳ واحد کاهش می‌یابد.
۲) ۱ واحد کاهش می‌یابد، ۳ واحد کاهش می‌یابد.
۳) ۱ واحد افزایش می‌یابد، ۵ واحد کاهش می‌یابد.
۴) ۱ واحد کاهش می‌یابد، ۵ واحد کاهش می‌یابد.

۵۸- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی سه رأس مربعی قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در رأس چهارم مربع در جهت محور x باشد، $\frac{Q}{q}$ برابر کدام است؟

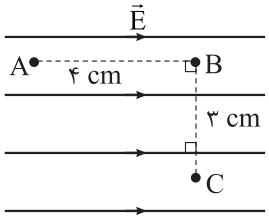


۱) $2\sqrt{2}$
۲) $-2\sqrt{2}$
۳) $\sqrt{2}$
۴) $-\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۹- در شکل زیر، اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت برابر $۵\times۱۰^{۳}\ N/C$ است. اگر پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A برابر ۳۰۰ V باشد، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ C برابر چند ولت است؟

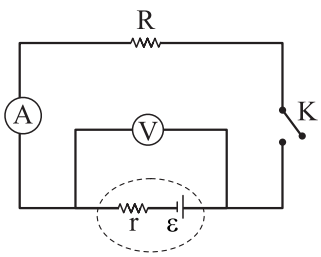


۱) ۵۰
۲) ۱۰۰
۳) ۲۰۰
۴) ۵۰۰

۶۰- ظرفیت خازنی که بین صفحه‌های آن هواست، برابر ۲۰ nF و بار الکتریکی ذخیره‌شده در آن ۱/۸ μC است. خازن را از باتری جدا کرده و فاصلهٔ بین صفحه‌های آن را ۳ برابر می‌کنیم. انرژی ذخیره‌شده در خازن چند میکروژول و چگونه تغییر می‌کند؟

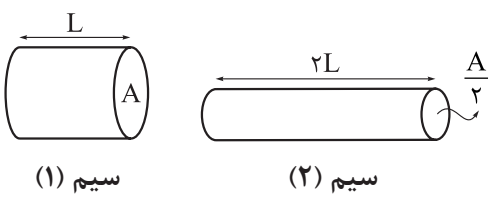
۱) ۵۴، کاهش می‌یابد.
۲) ۵۴، افزایش می‌یابد.
۳) ۱۶۲، کاهش می‌یابد.
۴) ۱۶۲، افزایش می‌یابد.

۶۱- در مدار شکل زیر، ابتدا کلید K باز است. اگر با بستن کلید، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، ۱ V و مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، ۲ A تغییر کند، مقاومت درونی باتری برابر چند اهم است؟



۱) ۰/۵
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۴

۶۲- شکل زیر، دو سیم مسی استوانه‌ای را در یک دما نشان می‌دهد. سطح مقطع سیم (۲) نصف سطح مقطع سیم (۱) و طول آن دو برابر طول سیم (۱) است. نسبت مقاومت سیم (۲) به مقاومت سیم (۱) برابر کدام است؟

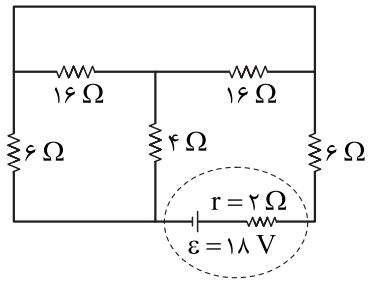


۱) $\frac{۱}{۸}$
۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) ۴
۴) ۸

محل انجام محاسبات

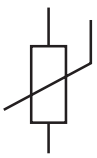
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۳- در مدار شکل مقابل، توان خروجی باتری برابر چند وات است؟



۱) ۲۲ / ۵
۲) ۲۴
۳) ۳۰
۴) ۳۱ / ۵

۶۴- شکل زیر، نماد کدام قطعه در مدارهای الکتریکی است؟



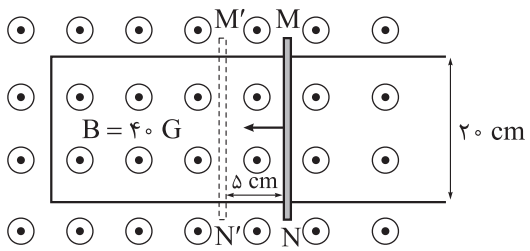
۱) مقاومت نوری
۲) دیود
۳) پتانسیومتر
۴) ترمیستور

۶۵- جریان عبوری از سیملوله‌ای که دارای ۵۰۰ حلقهٔ نزدیک به هم است، برابر ۴۰۰ mA و بزرگی میدان مغناطیسی در نقطه‌ای درون سیملوله و دور از لبه‌های آن برابر ۴ / ۸ G است. طول این سیملوله برابر چند سانتی‌متر است؟

$(\mu_{\circ} = ۱۲\times ۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A})$

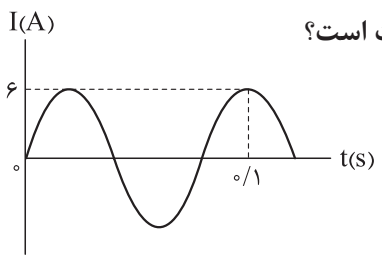
۱) ۲۰۰
۲) ۲۰
۳) ۲۵
۴) ۵۰

۶۶- در شکل زیر، میلهٔ فلزی را روی رسانای U‌شکل در مدت ۰ / ۲ s از وضعیت MN به وضعیت M′N′ درمی‌آوریم. در این مدت، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القاشده چند میلی‌ولت و جهت جریان القاشده در میله کدام است؟



۱) ۲ و از N به طرف M
۲) ۲ و از M به طرف N
۳) ۰ / ۲ و از N به طرف M
۴) ۰ / ۲ و از M به طرف N

۶۷- از یک مقاومت الکتریکی ۵ اُهمی، جریان متناوب سینوسی که نمودار تغییرات آن برحسب زمان به صورت شکل زیر است، عبور می‌کند. توان مصرفی این مقاومت در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۲۰}\ s$ برابر چند وات است؟



۱) ۴۵
۲) ۹۰
۳) ۱۳۵
۴) ۱۸۰

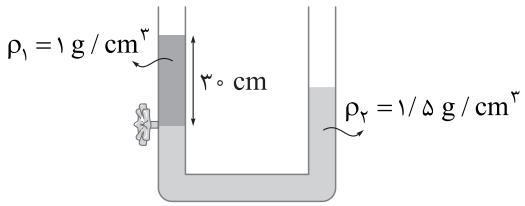
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۸- درون یک ظرف استوانه‌ای به مساحت قاعدهٔ $۲۰\ cm^۲$، $۸۰۰\ g$ روغن ریخته شده است. فشار پیمانه‌ای در کف ظرف برابر چند کیلوپاسکال است؟ $(P_۰ = ۱۰۰\ kPa \text{ و } g = ۱۰\ N/kg)$

۱) ۰/۴ ۲) ۴ ۳) ۱۰۰/۴ ۴) ۱۰۴

۶۹- در شکل زیر، دو مایع مخلوط‌نشدنی در لولهٔ U‌شکل قرار دارند و شیر رابط، بسته است. با بازشدن شیر رابط، اختلاف ارتفاع سطح آزاد مایع‌ها در دو شاخهٔ لوله به چند سانتی‌متر می‌رسد؟

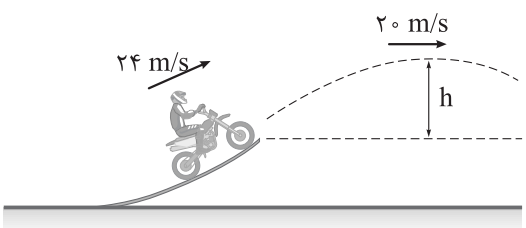


۱) ۱۰
۲) ۱۲
۳) ۱۸
۴) ۲۰

۷۰- تندی خودرویی به جرم $۱۲۰۰\ kg$ از $۵۴\ km/h$ به $۹۰\ km/h$ می‌رسد. در این مدت، کار کل انجام‌شده روی خودرو برابر چند کیلوژول است؟

۱) $۲/۴\times۱۰^۲$ ۲) $۲/۴\times۱۰^۳$ ۳) $۲/۴\times۱۰^۴$ ۴) $۲/۴\times۱۰^۵$

۷۱- موتورسواری از انتهای سکویی مطابق شکل زیر، پرشی را با تندی $۲۴\ m/s$ انجام می‌دهد. اگر تندی موتورسوار در بالاترین نقطهٔ مسیرش به $۲۰\ m/s$ برسد، ارتفاع h برحسب متر کدام است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$ و مقاومت هوا را در طول مسیر حرکت موتورسوار نادیده بگیرید.)



۱) ۷/۸
۲) ۸/۸
۳) ۱۷/۶
۴) ۱۸/۶

۷۲- ضریب انبساط طولی مس $\frac{۱}{K}$ $۱/۸\times۱۰^{-۵}$ است. اگر دمای یک میلهٔ مسی $۵۰\ ^\circ F$ افزایش یابد، طول آن چند درصد تغییر می‌کند؟

۱) ۰/۰۵ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۰۹ ۴) ۰/۹

۷۳- درون ظرفی $۲۰۰\ g$ یخ با دمای $-۱۰\ ^\circ C$ قرار دارد. حداقل چند گرم آب با دمای $۴۰\ ^\circ C$ به آن اضافه کنیم تا تمام یخ ذوب شود؟ (تبادل گرما فقط بین آب و یخ انجام می‌شود، $c_{یخ} = ۲c_{آب} = ۴/۲\ \frac{J}{g.K}$ و $L_F = ۳۳۶\ J/g$ است.)

۱) ۳۷۵ ۲) ۴۰۰ ۳) ۴۲۵ ۴) ۴۵۰

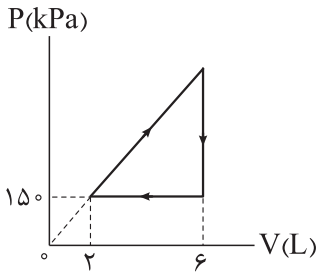
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۴- اگر فشار مقدار معینی گاز کامل، ۲۵ درصد افزایش و حجم آن، ۳۶ درصد کاهش یابد، انرژی درونی آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۲۰، کاهش می‌یابد.
۲) ۲۵، کاهش می‌یابد.
۳) ۲۰، افزایش می‌یابد.
۴) ۲۵، افزایش می‌یابد.

۷۵- نمودار فشار مقدار معینی گاز کامل برحسب حجم آن در طی چرخه‌ای به شکل زیر است. در این چرخه بین گاز و محیط چند کیلوژول گرما و چگونه مبادله شده است؟



۱) ۰/۶، از گاز به محیط منتقل شده است.
۲) ۰/۹، از گاز به محیط منتقل شده است.
۳) ۰/۶، از محیط به گاز منتقل شده است.
۴) ۰/۹، از محیط به گاز منتقل شده است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

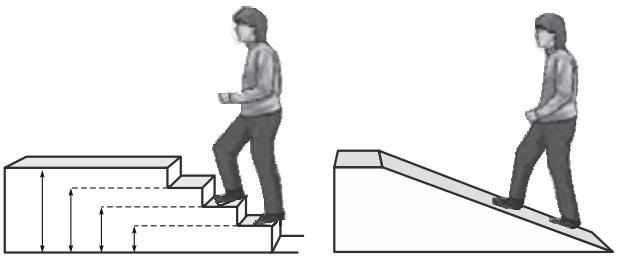
۷۶- در فرمول مولکولی کدام ترکیب، شمار اتم‌های کربن با شمار اتم‌های هیدروژن برابر نیست؟

۱) استیلن ۲) استیرن ۳) سیانو اتن ۴) استون

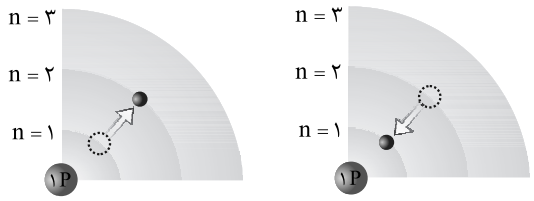
۷۷- یک نمونه آب به روش‌های تقطیر، صافی کربنی و اسمز معکوس تصفیه می‌شود. کدام مورد در آب تصفیه‌شده به هر سه روش، هم‌چنان وجود دارد؟

۱) ترکیب‌های آلی فرّار ۲) نافلزها
۳) میکروب‌ها ۴) حشره‌کش‌ها

۷۸- با توجه به شکل‌های زیر، کدام موارد درست است؟



(۱)



(۲)

الف) مبادلهٔ انرژی در انتقال الکترون بین لایه‌ها در مدل کوانتومی اتم، مشابه شکل (۱ ــ الف) است.
ب) مقدار انرژی مبادله‌شده در انتقال‌های انجام‌شده در شکل (۲) با هم برابر است.
پ) طبق مدل بور، مبادلهٔ انرژی الکترون بین لایه‌ها در اتم هیدروژن مشابه شکل (۱ ــ ب) است.
ت) انرژی پرتو حاصل در شکل (۲ ــ ب) کم‌تر از انرژی پرتو بنفش‌رنگ است.

۱) الف و ب ۲) پ و ت ۳) الف و پ ۴) ب و ت

۷۹- در کدام گزینه، مقایسهٔ شمار لایه‌های الکترونی پرشده در دو اتم به درستی انجام شده و ترکیب حاصل از دو عنصر، از کدام نوع (مولکولی یا یونی) است؟

۱) $_{۲۶}Fe < {}_{۱۶}S$ - مولکولی ۲) $_{۳۵}Br < {}_{۳۱}Ga$ - یونی
۳) $_{۲۰}Ca = {}_{۱۵}P$ - یونی ۴) $_{۸}O > {}_{۹}F$ - مولکولی

۸۰- با توجه به جدول دوره‌ای عنصرها، کدام موارد درست است؟

الف) شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم عناصر در دورهٔ سوم برخلاف اتم عناصر دورهٔ چهارم، با افزایش عدد اتمی به طور منظم افزایش می‌یابد.
ب) تفاوت عدد اتمی نخستین نافلز دورهٔ دوم و قوی‌ترین نافلز جامد دورهٔ سوم، برابر عدد اتمی عنصر سازندهٔ دومین گاز فراوان هواکره است.
پ) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های ظرفیت در اتم سبک‌ترین شبه‌فلز گروه ۱۴، با عدد اتمی آن برابر است.
ت) نخستین عنصری که لایهٔ سوم اتم آن کاملاً پر می‌شود، دارای ۸ الکترون با $l = ۰$ است.

۱) الف و ت ۲) ب و ت ۳) ب و پ ۴) الف و پ

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۱- کدام گزینه نادرست است؟

۱) گازی که در میان اجزای هوای پاک و خشک رتبهٔ سوم را از لحاظ درصد حجمی دارد، دومین گازی است که در تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع از ستون تقطیر خارج می‌شود.

۲) در فرایند جداسازی اجزای هوا، اولین گاز خارج‌شده بعد از رطوبت هوا، گاز کربن دی‌اکسید است که در دمای $۱۸۵\ K$ به حالت جامد از هوا خارج می‌شود.

۳) آرایش الکترون ـ نقطه‌ای $\cdot\ddot{X}:$، منحصربه‌فرد و متعلق به عنصری است که در حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد.

۴) در دما و فشار اتاق، مخلوطی از گازهای $N_۲$ و $H_۲$ برخلاف مخلوط گازهای $O_۲$ و $H_۲$، در حضور جرقه منفجر نمی‌شود.

۸۲- با توجه به معادلهٔ داده‌شده، کدام مورد نادرست است؟

$$M_۲O(s) + Al(s) \rightarrow Al_۲O_۳(s) + M(s)$$

۱) پس از موازنه، تفاوت ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها برابر ۵ است.

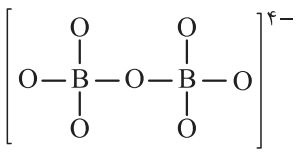
۲) ترکیب موجود در فراورده‌ها، یکی از واکنش‌دهنده‌های فرایند هال است.

۳) عنصر M می‌تواند فلز مس یا کروم باشد.

۴) یک واکنش اکسایش ـ کاهش است و در آن، آلومینیم نقش کاهنده را دارد.

۸۳- اگر در ساختارهای زیر، A عنصری از دورهٔ دوم و B عنصری از دورهٔ سوم جدول تناوبی باشد، کدام مطلب در مورد این دو عنصر درست است؟ (در ساختار یون‌های داده‌شده، همهٔ اتم‌ها از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی می‌کنند.)





۱) B عنصری نیمه‌رسانا است که با هیچ عنصر گازی در جدول تناوبی هم‌گروه نیست.

۲) A نافلزی است که در آخرین زیرلایهٔ الکترونی آن چهار الکترون وجود دارد و حداقل دو نوع اکسید تشکیل می‌دهد.

۳) یکی از رادیوایزوتوپ‌های عنصر B در ایران تولید می‌شود و اختلاف عدد اتمی A و B برابر عدد اتمی نخستین هالوژن جدول است.

۴) اتم A تمایل دارد با گرفتن یا اشتراک الکترون، خود را به آرایش هشت‌تایی برساند و ایزوتوپی از آن که شمار پروتون و نوترون برابری دارد، در طبیعت فراوان‌تر است.

۸۴- در دو فرایند جداگانه، ۱۲/۸ گرم گاز متان مطابق معادله‌های زیر می‌سوزد. اختلاف حجم گاز اکسیژن مصرف‌شده در این دو فرایند در شرایط STP چند لیتر است و در این دو واکنش، در مجموع چند گرم بخار آب تولید می‌شود؟

$$(H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$$

$$CH_۴(g) + ۲O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) + ۲H_۲O(g)$$

$$۲CH_۴(g) + ۳O_۲(g) \rightarrow ۲CO(g) + ۴H_۲O(g)$$

۱) ۲۸/۸ ـ ۸/۹۶

۲) ۵۷/۶ ـ ۸/۹۶

۳) ۲۸/۸ ـ ۱۷/۹۲

۴) ۵۷/۶ ـ ۱۷/۹۲

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۵- جدول زیر، انحلال‌پذیری گاز نیتروژن مونوکسید را در دمای $20\ ^\circ C$ و در فشارهای مختلف نشان می‌دهد. کدام مورد درست است؟ $(N=14, O=16 : g.mol^{-1})$

P(atm)	۲/۵	۶	۸
$S(\frac{mg}{100\ g\ H_2O})$	۱۶/۵	۳۹/۶	۵۲/۸

۱) معادلهٔ انحلال‌پذیری نیتروژن مونوکسید (برحسب گرم در ۱۰۰ گرم آب) برحسب فشار را می‌توان به صورت $S = 6/6\ P$ نشان داد.

۲) برای انحلال کامل $10^{19} \times 22/66$ مولکول NO در ۱۰۰ گرم آب با دمای $20\ ^\circ C$، فشار گاز حداقل باید ۵ اتمسفر باشد.

۳) در دمای $10\ ^\circ C$ و فشار $3\ atm$ نیز انحلال‌پذیری گاز نیتروژن مونوکسید برابر ۳۹/۶ میلی‌گرم است.

۴) در فشار $9 atm$ و دمای $20\ ^\circ C$، انحلال‌پذیری گاز اکسیژن می‌تواند برابر ۶۲/۴ میلی‌گرم در ۱۰۰ گرم آب باشد.

۸۶- کدام مورد درست است؟

۱) نقطهٔ جوش آب (برحسب کلوین)، بیش از دو برابر نقطهٔ جوش هیدروژن سولفید در فشار ۱ اتمسفر است.

۲) هر چه جرم مولی یک ماده بیشتر باشد، جهت‌گیری مولکول‌های آن در میدان الکتریکی، محسوس‌تر است.

۳) در انحلال یونی مانند حل‌شدن اتانول در آب، مولکول‌های حلال و حل‌شونده با یکدیگر جاذبهٔ یون ـ دوقطبی برقرار می‌کنند.

۴) ممکن است یک ماده ساختار مولکولی داشته باشد، اما با اضافه‌شدن به آب، به صورت یونی در آن حل شود.

۸۷- کدام مورد دربارهٔ جدول تناوبی عنصرها درست است؟

۱) در هر گروه، شمار عنصرهای شبه‌فلزی کم‌تر از شمار عنصرهای نافلزی است.

۲) اگر فعالیت شیمیایی فلز X بیشتر از فلز قلیایی M باشد، X و M در یک دوره قرار ندارند.

۳) اگر A تنها نافلز مایع جدول باشد، نزدیک‌ترین فلز هم‌دوره به آن با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب می‌رسد.

۴) اگر شعاع اتمی B از عنصر هم‌گروه آن (R) بیشتر باشد، واکنش‌پذیری B از R بیشتر است.

۸۸- ۲۵۲/۵ گرم از نمک MXO_3 با خلوص ۸۰ درصد مطابق واکنش زیر تجزیه می‌شود:

(معادله موازنه نشده است.) $MXO_3(s) \rightarrow M_2O(s) + X_2(g) + O_2(g)$

اگر طی این فرایند، ۹۴ گرم M_2O تولید شود و نیمی از گاز اکسیژن تولیدشده بتواند ۱۳ گرم بنزن را به طور کامل بسوزاند، تفاوت جرم مولی دو عنصر M و X چند گرم است؟ $(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۹ ۲) ۲۵ ۳) ۳۵ ۴) ۴۱

۸۹- اگر شمار مولکول‌های موجود در ۳۳ گرم $C_{10}H_n$ با مجموع شمار اتم‌ها در یک گرم پروپان برابر باشد و این ترکیب فاقد پیوند سه‌گانه و دارای یک حلقه باشد، چند پیوند دوگانه در ساختار آن وجود دارد؟ $(H=1, C=12 : g.mol^{-1})$

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۹۰- کدام مورد درست است؟

۱) انجام واکنش تولید متان از عناصر سازنده‌اش، به دلیل گرماگیربودن دشوار است.

۲) با افزایش درصد جرمی هیدروژن در آلکان‌ها، گرمای سوختن مولی آن‌ها نیز افزایش می‌یابد.

۳) برای پیوندهای $C \equiv O$ و $H - C$ برخلاف پیوندهای $N \equiv N$ و $H - Cl$، از میانگین آنتالپی پیوند استفاده می‌شود.

۴) اگر واکنش $A(l) \rightarrow B(g)$ گرماده باشد، واکنش $A(g) \rightarrow B(l)$ نیز به یقین گرماده است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۱- با توجه به ΔH واکنش‌های (I) تا (III)، اگر سرعت تولید انرژی در واکنش (IV)، ۲/۳ کیلوژول بر ثانیه باشد، سرعت مصرف گاز اکسیژن در این واکنش چند گرم بر دقیقه است؟ $(O = 16\ g.mol^{-1})$

I) $4NH_3 + 5O_2 \rightarrow 4NO + 6H_2O$ $\quad \Delta H = -900\ kJ$

II) $2NO + O_2 \rightarrow 2NO_2$ $\quad \Delta H = -112\ kJ$

III) $3NO_2 + H_2O \rightarrow 2HNO_3 + NO$ $\quad \Delta H = -118\ kJ$

IV) $NH_3 + 2O_2 \rightarrow HNO_3 + H_2O$ $\quad \Delta H = ?$

۱) ۱۶ ۲) ۲۴ ۳) ۳۲ ۴) ۴۰

۹۲- کدام مورد نادرست است؟

۱) لیکوپن و بنزوئیک اسید نمونه‌هایی از نگهدارنده‌ها هستند که فعالیت رادیکال‌های آزاد در بدن را کاهش می‌دهند.

۲) اگر هیدروژن متصل به کربن را در فورمیک اسید، با سرگروه خانوادهٔ آروماتیک‌ها جایگزین کنیم، ترکیب موجود در توت‌فرنگی با فرمول $C_7H_6O_2$ حاصل می‌شود.

۳) گروه عاملی که طعم و بوی گشنیز به طور عمده به آن وابسته است، در کلسترول نیز وجود دارد.

۴) در الگوی کاهش ردپای غذا، طراحی مواد و فراورده‌های شیمیایی سالم‌تر، موجب کاهش مصرف غذاهای فراوری‌شده می‌شود.

۹۳- کدام ویژگی زیر در مولکول استر حلال چسب با اسید آلی سازندهٔ آن، یکسان است؟

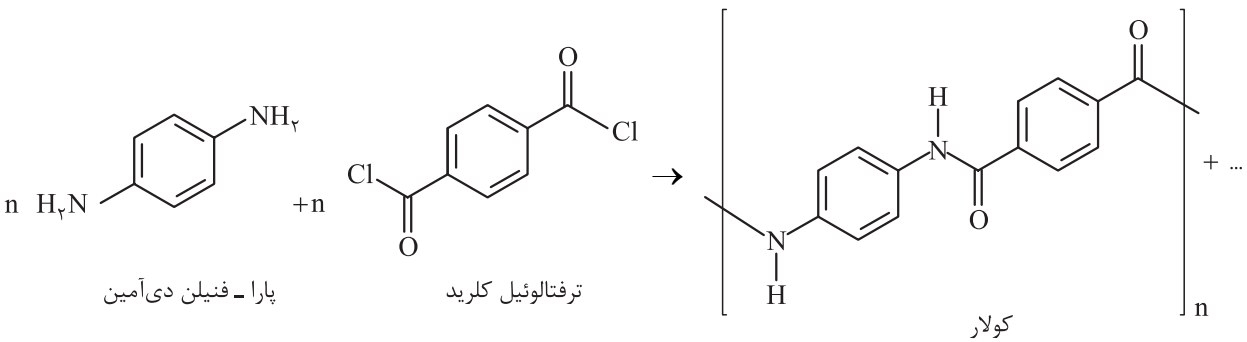
۱) نسبت شمار پیوندهای $C-H$ به $C-C$

۲) شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش مثبت

۳) شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی

۴) شمار مول گاز اکسیژن مورد نیاز برای سوختن کامل ۱ مول از آن

۹۴- کولار را در صنعت از واکنش پارا ـ فنیلن دی‌آمین و ترفتالوئیل کلرید، مطابق معادلهٔ زیر تهیه می‌کنند:



پارا ـ فنیلن دی‌آمین ترفتالوئیل کلرید کولار

کدام مورد نادرست است؟

۱) کولار، یک پلی‌آمید آروماتیک است و توانایی برقراری پیوند هیدروژنی را دارد.

۲) فراوردهٔ جانبی این واکنش، در واکنش تهیهٔ PET از اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید نیز تولید می‌شود.

۳) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در ساختار ترفتالوئیل کلرید برابر ۲/۱ است.

۴) فرمول کولار را می‌توان به صورت $+C_{14}H_{10}N_2O_2+_n$ نشان داد.

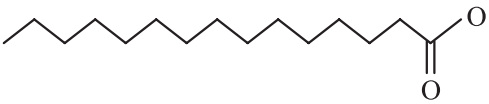
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۵- مواد زیست‌تخریب‌پذیر، موادی هستند که در طبیعت توسط جانداران ذره‌بینی به مولکول‌های ساده و کوچک مانند A، D، E و ... تبدیل می‌شوند. کدام مورد نادرست است؟

۱) هیچ‌یک از ترکیب‌های A، D و E، گاز گلخانه‌ای محسوب نمی‌شوند.
۲) یکی از این سه ترکیب، ساده‌ترین هیدروکربن بوده و به آن گاز مرداب نیز می‌گویند.
۳) اگر E یک هیدروکربن باشد، A و D فراورده‌های سوختن کامل آن هستند.
۴) شمار پیوندها در مولکول دو مورد از این ترکیب‌ها با هم یکسان است.

۹۶- درستی یا نادرستی مطالب زیر دربارهٔ ترکیب داده‌شده، به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟



$(H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶, Na = ۲۳, S = ۳۲ : g.mol^{-۱})$

الف) تفاوت جرم مولی آن با پاک‌کنندهٔ غیرصابونی با زنجیر سیرشده و هم‌کربن با آن برابر ۴۲ گرم است.
ب) این ماده با ذرات چربی، واکنش شیمیایی داده و مخلوطی ناهمگن تشکیل می‌دهد.
پ) با تغییر یون فلزی به $NH_۴^+$، نسبت مولی یون‌های سازندهٔ ماده ثابت می‌ماند، ولی حالت فیزیکی آن تغییر می‌کند.
ت) می‌توان آن را از واکنش استر سنگین با سود سوزآور به دست آورد.

۱) درست ـ نادرست ـ درست ـ درست
۲) درست ـ نادرست ـ درست ـ نادرست
۳) نادرست ـ نادرست ـ نادرست ـ درست
۴) نادرست ـ درست ـ درست ـ نادرست

۹۷- رسانایی الکتریکی محلول ۰/۴ مولار اسید HA با رسانایی الکتریکی محلول ۰/۰۰۵ مولار آهن (III) کلرید برابر است. ثابت یونش این اسید به تقریب کدام است و اگر pH محلول این اسید با pH محلولی از نیتریک اسید با چگالی $۱/۲۶\ g.mL^{-۱}$ برابر باشد، غلظت محلول نیتریک اسید چند ppm است؟ $(H = ۱, N = ۱۴, O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) $۵۰۰ \_ ۲/۵\times۱۰^{-۴}$
۲) $۵۰۰ \_ ۲/۵\times۱۰^{-۳}$
۳) $۱۰۰۰ \_ ۲/۵\times۱۰^{-۴}$
۴) $۱۰۰۰ \_ ۲/۵\times۱۰^{-۳}$

۹۸- یُد ماده‌ای سمی و واکنش‌پذیر است. در آزمایشگاه شیمی بعد از استفاده از ید جامد، بلافاصله باید باقی‌ماندهٔ آن را از محیط پاک کنند. بهترین روش برای این کار، تبدیل‌کردن ید به آنیون یدید می‌باشد که بتوان آن را به راحتی با آب شست‌وشو داد. با توجه به پتانسیل‌های کاهشی ارائه‌شده در جدول زیر، کدام ماده برای این منظور مناسب است؟

نیم‌واکنش	$E^\circ(V)$
$S_۴O_۶^{۲-}(aq) + ۲e^- \rightarrow ۲S_۲O_۳^{۲-}(aq)$	۰/۰۸
$I_۲(s) + ۲e^- \rightarrow ۲I^-(aq)$	۰/۵۴
$O_۲(g) + ۲H^+(aq) + ۲e^- \rightarrow H_۲O_۲(aq)$	۰/۶۸

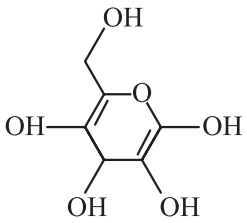
۱) $O_۲$
۲) $H_۲O_۲$
۳) $Na_۲S_۲O_۳$
۴) $Na_۲S_۴O_۶$

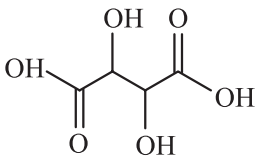
محل انجام محاسبات

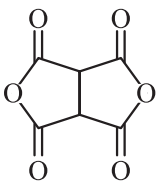
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

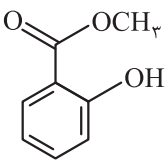
۹۹- اختلاف مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن در کدام دو ترکیب بیشتر است؟

۱) a و b
۲) a و d
۳) b و c
۴) c و d


(a)


(b)


(c)


(d)

۱۰۰- درستی یا نادرستی کدام گزینه با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

۱) برای تأمین انرژی یک سلول الکترولیتی با یک سلول گالوانی، قطب منفی و مثبت سلول گالوانی را به ترتیب به کاتد و آند سلول الکترولیتی وصل می‌کنند.

۲) الکترود آند در سلول‌های گالوانی، به دلیل پتانسیل کاهشی کم‌تر، با محلول ۱ مولار HCl واکنش می‌دهد.

۳) اگر جرم الکترود آند یا کاتد در یک سلول گالوانی تغییری نکند، عملاً واکنشی رخ نداده است.

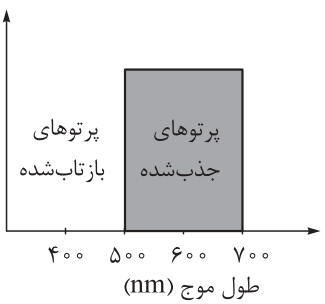
۴) یک جامد یونی را می‌توان به عنوان الکترولیت در یک سلول الکتروشیمیایی استفاده کرد.

۱۰۱- کدام گزینه مقایسهٔ نقطهٔ جوش مواد را درست نشان می‌دهد؟

$\underset{(A)}{Cu}$, $\underset{(B)}{NaCl}$, $\underset{(C)}{HF}$, $\underset{(D)}{HCl}$, $\underset{(E)}{CCl_4}$

۱) $A > B > E > C > D$
۲) $A > B > C > D > E$
۳) $B > A > C > D > E$
۴) $C > B > A > E > D$

۱۰۲- با توجه به نمودار زیر که میزان جذب طول موج‌های نور مرئی توسط یک جسم را نشان می‌دهد، کدام گزینه در ارتباط با این جسم نادرست است؟



۱) همهٔ پرتوهای مرئی که توسط این جسم بازتاب می‌شوند، توسط یک نمونه دوده جذب می‌شوند.

۲) به طور کلی میزان انرژی پرتوهای مرئی بازتاب‌شده توسط این جسم، بیشتر از میزان انرژی پرتوهای مرئی جذب‌شده توسط آن است.

۳) در صورت تاباندن نور سفید به آن، جسم مورد نظر به رنگ قرمز دیده می‌شود.

۴) جسم مورد نظر تنها یکی از پرتوهای موجود در طیف نشری خطی عنصر هیدروژن در محدودهٔ مرئی را جذب می‌کند.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۳- کدام موارد داده‌شده دربارهٔ واکنش زیر، درست است؟ ($H=۱, N=۱۴ : g.mol^{-۱}$)

$$NO(g)+NO_۲(g)+۲NH_۳(g)\rightarrow ۲N_۲(g)+۳H_۲O(g)$$

الف) به ازای مصرف ۵/۱ گرم آمونیاک، $۵/۴۱۸\times ۱۰^{۲۳}$ الکترون در واکنش مبادله می‌شود.
ب) این واکنش در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی برای کاهش مقدار اکسیدهای نیتروژن استفاده می‌شود.
پ) مولکول‌های سازندهٔ همهٔ واکنش‌دهنده‌ها، در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.
ت) یکی از اکسیدهای نیتروژن، نقش کاهنده و یکی از اکسیدهای نیتروژن، نقش اکسنده را ایفا می‌کند.

۱) الف و ب ۲) ب و ت ۳) الف و پ ۴) ب و پ

۱۰۴- درستی یا نادرستی کدام گزینه دربارهٔ واکنش $A(g)+B(g)\rightleftharpoons ۲X(g)$، با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

۱) با افزایش فشار، غلظت تعادلی مواد شرکت‌کننده در واکنش تغییری نمی‌کند.
۲) با افزودن مقداری گاز A به سامانه، تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و مقدار ثابت تعادل واکنش افزایش می‌یابد.
۳) با انتقال سامانهٔ تعادلی به ظرف کوچک‌تر، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت تغییر نمی‌کند.
۴) اگر با کاهش دما، مقدار ثابت تعادل واکنش کاهش یابد، علامت ΔH واکنش، مانند علامت ΔH واکنش $N_۲(g)+O_۲(g)\rightarrow ۲NO(g)$ است.

۱۰۵- در دما و فشار معین، ۵۰۰ لیتر گاز متان با چگالی $۱/۶\ g.L^{-۱}$ با مقدار کافی بخار آب واکنش می‌دهد. اگر فراورده‌های این واکنش برای تولید متانول استفاده شوند، چند گرم متانول به دست می‌آید و چند مول از گاز هیدروژن تولیدشده در واکنش اول، به صورت اضافی باقی می‌ماند؟ (بازده واکنش اول را ۵۰ درصد و بازده واکنش دوم را ۱۰۰ درصد فرض کنید؛ $H=۱, C=۱۲, O=۱۶ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۵۰ ـ ۸۰۰ ۲) ۲۵ ـ ۲۴۰۰ ۳) ۵۰ ـ ۲۴۰۰ ۴) ۲۵ ـ ۸۰۰

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.
azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	آزمون جامع (مرحله بیست‌ویکم)
سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴	۲۳/مرداد/۱۴۰۵

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	کاظم اجلالی ـ کوروش اسلامی ـ فرشاد حسن‌زاده ـ عادل حسینی ـ بابک سادات ـ علی شهرابی مصطفی کرمی ـ محمد گودرزی ـ میلاد منصوری ـ سروش موئینی ـ حسین نادری ـ محمدسجاد نقیه
هندسه	امیرحسین ابومحبوب ـ سید محمدرضا حسینی‌فرد ـ کیوان صارمی ـ محمدطاهر شعاعی ـ حمید گلزاری حسین هاشمی طاهری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	مصطفی دیداری
فیزیک	علیرضا جباری ـ یاشار انگوتی ـ رضا سبزمیدانی ـ هادی حمزه‌پور ـ نوید شاهی
شیمی	فرشید ابراهیمی ـ عین‌الله ابوالفتحی ـ مهدی براتی ـ پیمان خواجوی‌مجد ـ سروش عبادی ـ یاسر عبداللهی محمد عظیمیان زواره ـ وحید فارسیان ـ محمد قهرمانی‌نژاد ـ محسن مجنونی ـ محمد مرادی امیرحسین مسلمی ـ مرتضی نصیرزاده

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	محمدسجاد نقیه	محمدسجاد نقیه	عادل حسینی	علی افضل‌زاده احمد عابدزاده سروش موئینی مازیار احمدی‌ناو	محبوبه اصفهانی سید محمدمهدی حسینی سهند محمدکریم‌نژاد
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	حمید گلزاری	امیرحسین ابومحبوب سید عباس حسینی	ابوالفضل ناصری مریم نظری ماهان فنی‌فر
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	سعید قندچی عباس حسینی	مریم نظری محمد خندان ماهان فنی‌فر
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	علیرضا جباری علیرضا جعفری‌آثار مریم گلی‌حسنلو	علیرضا جباری سعید محبی هادی نجفی	آیدین طهماسقلی‌زاده امیر محمودی انزابی فاطمه نجفی محمدرضا یاری
شیمی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	عین‌الله ابوالفتحی یاسر عبداللهی	یاشار ذریه محمدمهدی کریمیان مرتضی نصیرزاده	امیر بیات هادی عبادی مهدیس محبت‌پناه

مدیر تألیف آزمون: دکتر فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز

تیم اجرایی و تألیف آزمون	بیتا ابراهیمی ـ علیرضا جعفری ـ عادل حسینی ـ مینا کریم‌زاده

سرپرست تولید	الناز علی‌یاری‌زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی ـ نیوشا پیمان ـ زهرا صفری الهه صفری ـ فاطمه علی‌اکبری ـ محیا غنی‌فرد نادره نازآوری ـ ساعده نمازی
رسام	ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه‌آرایی	مریم حسین‌زاده ـ سپیده سخائی ـ الهام سهرابی طاهره صادق‌نژاد ـ مائده صبری ـ نیلوفر فرخجسته فاطمه قیاسوند ـ مهدیه گل‌پور ـ دریا لطفی

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱ تابع f با دامنهٔ $\mathbb{R}$ دارای مشخصات زیر است:

الف) $f(۲)=۳$ و $f(-۵)=-۲$ است.

ب) روی بازهٔ $[۰,۲]$ ثابت است. ← روی این بازه مقدار تابع ۳ است.

پ) برای هر عدد بزرگ‌تر از ۲، مربع آن را نسبت می‌دهد. ← $f(x)=x^۲$

ت) برای xهای منفی خطی است که محور طول‌ها را در $x=-۲$ قطع می‌کند.

تعداد جواب‌های معادلهٔ $f(x)+|x|=۳$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint اول ضابطهٔ تابع f رو بساز، بعد نمودارش رو رسم کن و معادله رو به روش هندسی حل کن.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** از عبارت‌های «الف» و «ب» نتیجه می‌گیریم که تابع روی بازهٔ $[۰,۲]$ با تابع ثابت $y=۳$ برابر است.

از عبارت «پ» نتیجه می‌گیریم که برای $x>۲$، $f(x)=x^۲$ است.

هم‌چنین از عبارت‌های «الف» و «ت» نتیجه می‌گیریم که نمودار تابع f برای $x<۰$، خطی است که از دو نقطهٔ $(-۵,-۲)$ و $(-۲,۰)$ می‌گذرد:

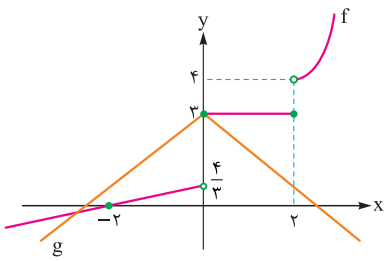
$$\begin{cases} m=\dfrac{-۲-۰}{-۵+۲}=\dfrac{۲}{۳} \\ y-y_۰=m(x-x_۰) \end{cases} \Rightarrow y-۰=\frac{۲}{۳}(x+۲)$$

در نهایت داریم:

$$f(x)=\begin{cases} \frac{۲}{۳}(x+۲) & ; \quad x<۰ \\ ۳ & ; \quad ۰\le x\le ۲ \\ x^۲ & ; \quad x>۲ \end{cases}$$

گام دوم: اگر $g(x)=۳-|x|$ باشد، جواب‌های معادلهٔ مورد نظر سؤال، تعداد نقاط برخورد نمودارهای توابع f و g هستند.

حالا سعی می‌کنیم، با رسم نمودار تابع g در کنار نمودار تابع f، معادله را به روش هندسی حل کنیم:



همان‌طور که مشخص است، معادله دو جواب دارد.

یه جور دیگه پس از پیداکردن ضابطهٔ تابع f؛ می‌توانیم هر ضابطهٔ آن را مساوی $۳-|x|$ قرار دهیم:

- $x<۰: \frac{۲}{۳}(x+۲)=۳-|x| \xrightarrow{|x|=-x} \frac{۲}{۳}x+\frac{۴}{۳}=۳+x \Rightarrow x=-۵$ ✓
- $۰\le x\le ۲: ۳=۳-|x| \Rightarrow x=۰$ ✓
- $x>۲: x^۲=۳-|x| \xrightarrow{|x|=x} x^۲=۳-x \Rightarrow x^۲+x-۳=۰ \Rightarrow x=\frac{-۱\pm\sqrt{۱۳}}{۲}<۲$ ×

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲ اگر $f(x)=۲x-۳$ و $(gof)(x)=۸x^۲-۲۲x+۱۵$ باشد، برد تابع fog کدام است؟

۱) $[-\frac{۱۳}{۴},+\infty)$

۲) $[-۳,+\infty)$

۳) $[-\frac{۷}{۲},+\infty)$

۴) $[-۴,+\infty)$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

$۲x-۳$ رو t بگیر و ضابطهٔ $g(t)$ رو به دست بیار.

درس Box

عرض رأس نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=ax^۲+bx+c$ برابر $y_s=-\frac{b^۲-۴ac}{۴a}$ است.

اگر $a<۰$ باشد، برد تابع بازهٔ $(-\infty,y_s]$ و اگر $a>۰$ باشد، برد آن $[y_s,+\infty)$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: لازم است که در ابتدا ضابطهٔ تابع g را به دست آوریم:

$$g(۲x-۳)=۸x^۲-۲۲x+۱۵$$

اگر $۲x-۳=t$ باشد، آن‌گاه $x=\frac{۳+t}{۲}$ است:

$$\Rightarrow g(t)=۸(\frac{۳+t}{۲})^۲-۲۲(\frac{۳+t}{۲})+۱۵=۲(t^۲+۶t+۹)-۱۱(۳+t)+۱۵=۲t^۲+t$$

$$\Rightarrow g(x)=۲x^۲+x$$

گام دوم: حالا باید ضابطهٔ تابع fog را به دست آوریم:

$$(fog)(x)=f(g(x))=۲g(x)-۳=۴x^۲+۲x-۳$$

گام سوم: مطابق درس‌باکس، برد تابع fog را به دست می‌آوریم:

$$y_s=-\frac{\Delta}{۴a}=-\frac{۴+۴۸}{۱۶}=-\frac{۱۳}{۴}$$

$$\Rightarrow R_{fog}=[-\frac{۱۳}{۴},+\infty)$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=۲x^۳-۲۴x^۲+۹۶x+a$ مفروض است. اگر $f^{-۱}(۳a)=۱$ باشد، مقدار a کدام است؟

۱) ۳۵ ۲) ۳۶ ۳) ۳۷ ۴) ۳۸

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint ضابطهٔ تابع رو به فرم مکعب دوجمله‌ای بنویس.

نکته اگر $f^{-۱}(\alpha)=\beta$ باشد، آن‌گاه $f(\beta)=\alpha$ است.

پاسخ خیلی تشریحی طبق نکته، تساوی $f(۱)=۳a$ را داریم، پس در ضابطهٔ تابع $x=۱$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$f(۱)=۷۴+a=۳a \Rightarrow ۲a=۷۴ \Rightarrow a=۳۷$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴ حاصل عبارت $\tan ۱۰^\circ + \tan ۲۰^\circ + \cot ۲۰^\circ + \cot ۴۰^\circ$ کدام است؟

۱) $\cot ۱۰^\circ - \cot ۴۰^\circ$ ۲) $\cot ۲۰^\circ - \cot ۴۰^\circ$ ۳) $\cot ۸۰^\circ$ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint به $\cot ۴۰^\circ$ اضافه و کم کن.

نکته $\cot\theta - \tan\theta = ۲\cot ۲\theta \Rightarrow \tan\theta + ۲\cot ۲\theta = \cot\theta$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ به عبارت خواستهٔ سؤال، $\cot ۴۰^\circ$ را اضافه می‌کنیم و سپس از آن کم می‌کنیم:

$$A = \underbrace{۲\cot ۴۰^\circ + \tan ۲۰^\circ}_{\cot ۲۰^\circ} + \cot ۲۰^\circ + \tan ۱۰^\circ - \cot ۴۰^\circ$$

طبق نکتهٔ بالا داریم:

$$\xrightarrow{۲\cot ۴۰^\circ + \tan ۲۰^\circ = \cot ۲۰^\circ} A = \underbrace{۲\cot ۲۰^\circ + \tan ۱۰^\circ}_{\cot ۱۰^\circ} - \cot ۴۰^\circ$$

مجدداً از نکته استفاده می‌کنیم:

$$\Rightarrow A = \cot ۱۰^\circ - \cot ۴۰^\circ$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵ تعداد جواب‌های معادلهٔ $\tan 5x - \tan 3x = \cot(\frac{17\pi}{2} + \frac{\pi}{3}) + 2^{\log_2 \sqrt{3}}$ در بازهٔ $(0, 2\pi)$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

$\tan \square = \tan \theta_\circ \Rightarrow \square = k\pi + \theta_\circ \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا $\cot(\frac{17\pi}{2} + \frac{\pi}{3})$ و $2^{\log_2 \sqrt{3}}$ را پیدا می‌کنیم:

$$\cot(\underbrace{\frac{17\pi}{2} + \frac{\pi}{3}}_{\text{ربع دوم}}) = -\tan\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

$$2^{\log_2 \sqrt{3}} = \sqrt{3}^{\log_2 2} = \sqrt{3}$$

بنابراین معادلهٔ سادهٔ $\tan 5x = \tan 3x$ را داریم.

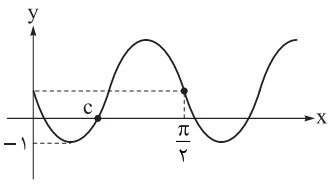
گام دوم: این معادله را به صورت زیر حل می‌کنیم:

$$5x = k\pi + 3x \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$$

باید حواسمان باشد که $3x$ و $5x$ مضارب فرد $\frac{\pi}{2}$ نشوند؛ بنابراین در بازهٔ $(0, 2\pi)$ فقط $x = \pi$ جواب است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶ قسمتی از نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=۱+a\sin bx$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار c کدام است؟



۱) $\frac{\pi}{۱۲}$

۲) $\frac{\pi}{۲۴}$

۳) $\frac{۵\pi}{۱۲}$

۴) $\frac{۵\pi}{۲۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=a\sin bx+c$ یا $f(x)=a\cos bx+c$ مفروض‌اند.
- بیشترین مقدار تابع $y_{max}=c+|a|$ و کم‌ترین مقدار تابع $y_{min}=c-|a|$ است.
- فاصلهٔ هر دو نقطهٔ هم‌فاز متوالی برابر دورهٔ تناوب یعنی $T=\frac{۲\pi}{|b|}$ است.

نکته

- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=a\sin(bx+c)$ مفروض است.
- اگر $-\frac{\pi}{۲}<c<\frac{\pi}{۲}$ باشد، در صورتی که نمودار تابع در $x=۰$ صعودی باشد، $ab>۰$ و اگر نزولی باشد، $ab<۰$ است.
- اگر $\frac{\pi}{۲}<c<\frac{۳\pi}{۲}$ باشد، در صورتی که نمودار تابع در $x=۰$ صعودی باشد، $ab<۰$ و اگر نزولی باشد، $ab>۰$ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: کم‌ترین مقدار تابع -۱ است.

$$\Rightarrow ۱-|a|=-۱ \Rightarrow |a|=۲ \Rightarrow a=\pm ۲$$

دورهٔ تناوب هم برابر $\frac{\pi}{۲}$ است.

$$\frac{۲\pi}{|b|}=\frac{\pi}{۲} \Rightarrow |b|=۴ \Rightarrow b=\pm ۴$$

گام دوم: اما طبق نکتهٔ بالا، چون تابع در $x=۰$ نزولی است، a و b باید غیرهم‌علامت باشند؛ بنابراین $f(x)=۱-۲\sin ۴x$ است.

گام سوم: c طول دومین نقطهٔ برخورد نمودار تابع f با محور x در xهای مثبت است:

$$\xrightarrow{f(x)=۰} ۲\sin ۴x=۱ \Rightarrow \sin ۴x=\frac{۱}{۲}=\sin\frac{\pi}{۶}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۴x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶} \Rightarrow x=\frac{(۱۲k+۱)\pi}{۲۴} \\ ۴x=۲k\pi+\frac{۵\pi}{۶} \Rightarrow x=\frac{(۱۲k+۵)\pi}{۲۴} \end{cases}$$

گام چهارم: جواب‌های مثبت را به ترتیب می‌نویسیم:

$$x: \frac{\pi}{۲۴}, \frac{۵\pi}{۲۴}, \frac{۱۳\pi}{۲۴}, \frac{۱۷\pi}{۲۴}, \dots$$

در نتیجه $c=\frac{۵\pi}{۲۴}$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷ حاصل $\lim\limits_{x\to ۱۶^+}\dfrac{\sqrt[۴]{x}+\sqrt[۴]{x^۲-۲۵۶}-۲}{\sqrt[۴]{x-۱۶}}$ کدام است؟

۱) $\sqrt[۴]{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$

۳) $۲\sqrt[۴]{۲}$ ۴) $۲\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint حد رو به مجموع دوتا حد بشکن.

نکته در حد $\frac{۰}{۰}$، اگر مرتبهٔ ریشهٔ صورت (همان عامل صفرکننده) از مرتبهٔ ریشهٔ مخرج بیشتر باشد، حاصل حد قطعاً صفر است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: حد داده‌شده را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$L=\lim_{x\to ۱۶^+}\frac{\sqrt[۴]{x}-۲+\sqrt[۴]{x^۲-۲۵۶}}{\sqrt[۴]{x-۱۶}}=\lim_{x\to ۱۶^+}\frac{\sqrt[۴]{x}-۲}{\sqrt[۴]{x-۱۶}}+\lim_{x\to ۱۶^+}\frac{\sqrt[۴]{x^۲-۲۵۶}}{\sqrt[۴]{x-۱۶}}$$

حاصل $\lim\limits_{x\to ۱۶^+}\dfrac{\sqrt[۴]{x}-۲}{\sqrt[۴]{x-۱۶}}$ برابر صفر است، زیرا $x_۰=۱۶$ ریشهٔ سادهٔ صورت، اما در مخرج از مرتبهٔ $\frac{۱}{۴}$ است:

$$\lim_{x\to ۱۶^+}\frac{\sqrt[۴]{x}-۲}{\sqrt[۴]{x-۱۶}}=\lim_{x\to ۱۶^+}\left(\frac{\sqrt[۴]{x}-۲}{\sqrt[۴]{x-۱۶}}\times\frac{(\sqrt[۴]{x}+۲)(\sqrt{x}+۴)}{(\sqrt[۴]{x}+۲)(\sqrt{x}+۴)}\right)$$

$$=\frac{۱}{۳۲}\lim_{x\to ۱۶^+}\frac{x-۱۶}{\sqrt[۴]{x-۱۶}}=\frac{۱}{۳۲}\lim_{x\to ۱۶^+}\sqrt[۴]{(x-۱۶)^۳}=۰$$

گام دوم: پس داریم:

$$L=\lim_{x\to ۱۶^+}\frac{\sqrt[۴]{x^۲-۲۵۶}}{\sqrt[۴]{x-۱۶}}=\lim_{x\to ۱۶^+}\frac{\sqrt[۴]{x-۱۶}\sqrt[۴]{x+۱۶}}{\sqrt[۴]{x-۱۶}}=\sqrt[۴]{۳۲}=۲\sqrt[۴]{۲}$$

یه‌جور دیگه در محاسبهٔ حاصل $\lim\limits_{x\to ۱۶^+}\dfrac{\sqrt[۴]{x}-۲}{\sqrt[۴]{x-۱۶}}$، $x-۱۶$ را متغیر t می‌گیریم:

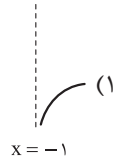
$$\Rightarrow\lim_{x\to ۱۶^+}\frac{\sqrt[۴]{x}-۲}{\sqrt[۴]{x-۱۶}}=\lim_{t\to ۰^+}\frac{\sqrt[۴]{۱۶+t}-۲}{\sqrt[۴]{t}}=۲\lim_{t\to ۰^+}\frac{\sqrt[۴]{۱+\frac{t}{۱۶}}-۱}{\sqrt[۴]{t}}$$

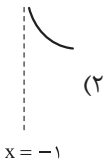
حالا از هم‌ارزی $\sqrt[n]{۱+u}\sim ۱+\frac{۱}{n}u$ وقتی $u\to ۰$، استفاده می‌کنیم:

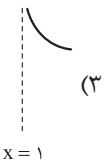
$$\lim_{x\to ۱۶^+}\frac{\sqrt[۴]{x}-۲}{\sqrt[۴]{x-۱۶}}=۲\lim_{t\to ۰^+}\frac{۱+\frac{t}{۶۴}-۱}{\sqrt[۴]{t}}=۲\lim_{t\to ۰^+}\frac{\sqrt[۴]{t^۳}}{۶۴}=۰$$

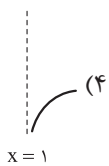
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸ نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\log\left(\frac{\sqrt{x}}{x^2-1}\right)$ در همسایگی مجانب قائم آن کدام است؟

۱) 

۲) 

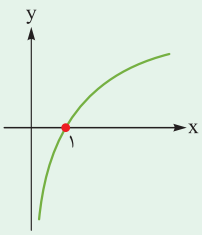
۳) 

۴) 

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint دامنهٔ تابع رو به دست بیار.

نکته نمودار تابع $y=\log x$ را ببینید:



$$\lim_{x\to+\infty}(\log x)=+\infty$$

خط $x=0$ مجانب قائم نمودار این تابع است و داریم:

$$\lim_{x\to0^+}(\log x)=-\infty$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا دامنهٔ تابع f را به دست می‌آوریم؛ باید $\frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$ مثبت باشد، از آن‌جا که $\sqrt{x}$ به ازای $x>0$، مثبت است، باید x^2-1 را مثبت کنیم:

$$x^2-1>0 \xrightarrow[x>0]{\text{خارج ریشه‌ها}} x>1$$

پس دامنهٔ تابع f بازهٔ $(1,+\infty)$ است و یکی از گزینه‌های (۳) و (۴) پاسخ صحیح سؤال است.

گام دوم: در یک همسایگی راست $x=1$، حد عبارت $\frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$ برابر $+\infty$ است، پس داریم:

$$\lim_{x\to1^+}f(x)=\lim_{t\to+\infty}\log t=+\infty$$

پس نمودار گزینهٔ (۳) درست است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹ اگر $f(x)=\begin{cases} x^۳-x+۴ & ; \ x<۱ \\ x^۳+۳x & ; \ x\geq ۱ \end{cases}$ باشد، حاصل $\lim\limits_{h\to ۰}\dfrac{f(۱)-f(۱-h^۲)}{h^۲}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint $-h^۲$ رو متغیر جدید H بگیر.

درس Box **تعریف مشتق‌های یک‌طرفه**: فرض کنید تابع f در $x=a$ پیوسته باشد، آن‌گاه مشتق‌های چپ و راست آن در این نقطه به صورت زیر تعریف می‌شوند:

مشتق چپ: $f'_-(a)=\lim\limits_{h\to ۰^-}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$

مشتق راست: $f'_+(a)=\lim\limits_{h\to ۰^+}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: ابتدا حاصل حد خواسته‌شده را به دست می‌آوریم. در این محاسبه $-h^۲$ را متغیر H می‌گیریم: در این صورت $H\to ۰^-$.

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f(۱)-f(۱-h^۲)}{h^۲}=\lim_{H\to ۰^-}\frac{f(۱)-f(۱+H)}{-H}=\lim_{H\to ۰^-}\frac{f(۱+H)-f(۱)}{H}=f'_-(۱)$$

گام دوم: یعنی کافی است، مشتق چپ تابع f را در $x=۱$ حساب کنیم:

$$f'(x)=\begin{cases} ۳x^۲-۱ & ; \ x<۱ \\ ۳x^۲+۳ & ; \ x>۱ \end{cases} \Rightarrow f'_-(۱)=۲$$

دقت کنید که تابع f روی $\mathbb{R}$ پیوسته است.

یه‌جور دیگه از قضیهٔ هوپیتال استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f(۱)-f(۱-h^۲)}{h^۲}=\lim_{h\to ۰}\frac{۲hf'(۱-h^۲)}{۲h}=\lim_{h\to ۰}f'(۱-h^۲)=f'_-(۱)=۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}$ مفروض است. اگر $f'(1)=\frac{a}{2}(1+\frac{3}{4\sqrt{2}})$ باشد، مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}-1}}$ ۲) $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}}$ ۳) $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ ۴) $\frac{1}{1-\sqrt{2}}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint باید طبق مشتق مرکب، مرحله‌به‌مرحله مشتق بگیری.

درس Box

مشتق تابع مرکب:

$$(fog)'(x)=g'(x)\cdot f'(g(x))$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: تابع g را با ضابطهٔ $g(x)=\sqrt{x+\sqrt{x}}$ مفروض می‌گیریم؛ بنابراین $f(x)=\sqrt{x+g(x)}$ است.

مشتق تابع g را در $x=1$ حساب می‌کنیم:

$$g'(x)=\frac{1+\frac{1}{2\sqrt{x}}}{2g(x)} \Rightarrow g'(1)=\frac{\frac{3}{2}}{2\sqrt{2}}$$

گام دوم: حالا $f'(1)$ را حساب می‌کنیم:

$$f'(x)=\frac{1+g'(x)}{2f(x)} \Rightarrow f'(1)=\frac{1+\frac{3}{4\sqrt{2}}}{2\sqrt{1+\sqrt{2}}}$$

که این مقدار را باید مساوی عبارت $\frac{a}{2}(1+\frac{3}{4\sqrt{2}})$ قرار دهیم:

$$\frac{1+\frac{3}{4\sqrt{2}}}{\frac{2}{a}}=\frac{1+\frac{3}{4\sqrt{2}}}{2\sqrt{1+\sqrt{2}}} \Rightarrow \frac{1}{a}=\sqrt{1+\sqrt{2}} \Rightarrow a=\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=۲\sqrt{x}-۲\sqrt{۴-x}$ مفروض است. عرض نقطهٔ عطف نمودار تابع f^{-1} کدام است؟

تابع f اکیداً صعودی است.

طول نقطهٔ عطف نمودار تابع f

۱) صفر ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

نقطهٔ $(c,f(c))$ برای نمودار تابع f عطف محسوب می‌شود، وقتی که دو شرط زیر برقرار باشد:

- تابع f در $x=c$ خط مماس داشته باشد.
- در $x=c$ جهت تقعر نمودار (همان $f''(x)$) تغییر کند.

نکته

اگر نقطهٔ (α,β) عطف نمودار تابع وارون‌پذیر f باشد، نقطهٔ (β,α) عطف نمودار تابع f^{-1} است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: تابع f با دامنهٔ $[۰,۴]$ اکیداً صعودی و بنابراین وارون‌پذیر است. طبق نکتهٔ بالا، هدف سؤال محاسبهٔ طول نقطهٔ عطف نمودار آن است.

گام دوم: ضابطه‌های دو تابع f' و f'' را به دست می‌آوریم:

$$f'(x)=\frac{۱}{\sqrt{x}}+\frac{۱}{\sqrt{۴-x}} \Rightarrow f''(x)=-\frac{۱}{۲\sqrt{x^{۳}}}+\frac{۱}{۲\sqrt{(۴-x)^{۳}}}$$

گام سوم: در نقطهٔ عطف در توابع مشتق‌پذیر، مشتق دوم صفر است، پس باید $f''(x)$ را برابر صفر قرار دهیم:

$$\xrightarrow{f''(x_۰)=۰} x_۰=۴-x_۰ \Rightarrow x_۰=۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\sqrt[۳]{x}\,|x-۱|$ مفروض است. اگر m، n و p به ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی و عطف نمودار تابع $|f|$ باشد، حاصل $\frac{p+n}{m}$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) $\frac{۲}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: تابع g را با ضابطهٔ $g(x)=|f(x)|$ مفروض می‌گیریم:

$$g(x)=|\sqrt[۳]{x}\,|x-۱||=|\sqrt[۳]{x}\,||x-۱|=|\sqrt[۳]{x}(x-۱)|$$

گام دوم: حالا ضابطهٔ g' را به دست می‌آوریم:

$$g'(x)=\begin{cases}-\frac{۴x-۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}} & ;\ ۰<x<۱\\ \frac{۴x-۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}} & ;\ x<۰ \text{ یا } x>۱\end{cases}$$

ریشه‌های سادهٔ $g'(x)$، طول نقاط اکسترمم نسبی نمودار تابع g هستند:

$$\xrightarrow{g'(x)=۰} ۴x-۱=۰ \Rightarrow x=\frac{۱}{۴}$$

هم‌چنین تابع g در $x=۰$ و $x=۱$ مشتق‌ناپذیر است.

گام سوم: حالا به کمک جدول تغییرات رفتار، نوع اکسترمم‌های نمودار تابع g را مشخص می‌کنیم:

x	۰		$\frac{۱}{۴}$		۱	
$g'(x)$	$-$	$+$	۰	$-$	۰	$+$
$g(x)$	↘	↗	Max نسبی	↘	min نسبی	↗

یعنی نمودار تابع $|f|$، دو نقطهٔ مینیمم نسبی و یک نقطهٔ ماکزیمم نسبی دارد، پس $m=۱$ و $n=۲$ است.

گام چهارم: ضابطهٔ تابع g'' را به دست می‌آوریم:

$$g''(x)=\begin{cases}-\frac{۴x+۲}{۹x\sqrt[۳]{x^۲}} & ;\ ۰<x<۱\\ \frac{۴x+۲}{۹x\sqrt[۳]{x^۲}} & ;\ x<۰ \text{ یا } x>۱\end{cases} \xrightarrow{g''(x)=۰} x=-\frac{۱}{۲}$$

علامت $g''(x)$ مطابق جدول زیر است:

x		$-\frac{۱}{۲}$		۰		۱	
$g''(x)$	$+$	۰	$-$	ت‌ن	$-$	ت‌ن	$+$

اما چون نمودار تابع $|f|$ در $x=۰$ و $x=۱$ خط مماس ندارد، طول تنها نقطهٔ عطف نمودار تابع $|f|$ برابر $-\frac{۱}{۲}$ است، این یعنی $p=۱$ است.

در نهایت داریم:

$$\frac{p+n}{m}=\frac{۱+۲}{۱}=۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۳ دنبالهٔ هندسی ... , $\sqrt{۳}+۲$, ۱ , $\sqrt{۳}-۲$ شامل ۲۰ جمله است. در این دنباله مجموع جملات ردیف زوج چند برابر مجموع جملات ردیف فرد است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۲) $۲-\sqrt{۳}$ ۳) $۲+\sqrt{۳}$ ۴) $\sqrt{۳}-۲$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint قدرنسبت رو حساب کن.

نکته در یک دنبالهٔ هندسی با ۲N جمله، نسبت مجموع جملات ردیف زوج به مجموع جملات ردیف فرد، برابر قدرنسبت دنباله است.

پاسخ خیلی تشریحی طبق نکتهٔ بالا کافی است، قدرنسبت دنباله را پیدا کنیم:

$$r=\frac{۲+\sqrt{۳}}{۱}=۲+\sqrt{۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴ اگر $\alpha+۱=\frac{۳}{\alpha}$ باشد، مقدار عبارت $\frac{(x-۱)(x^۶-۶۴)(x+۳)}{(x^۲+۲)^۲+۱۲}$ به ازای مقدار $x=\alpha$ کدام است؟

۱) -۴ ۲) -۳ ۳) -۲ ۴) -۱

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint اول عبارت برحسب x رو ساده کن، بعدش α رو جای‌گذاری کن.

درس Box

اتحاد چاق و لاغر:

$$(\square \pm \Delta)(\square^۲ \mp \square.\Delta+\Delta^۲)=\square^۳ \pm \Delta^۳$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا عبارت خواسته‌شده را ساده می‌کنیم:

$$P(x)=\frac{(x-۱)(x+۳)(x^۲-۴)(x^۴+۴x+۱۶)}{x^۴+۴x+۱۶}$$

$$\Rightarrow P(x)=(x-۱)(x+۳)(x^۲-۴)$$

گام دوم: عبارت $P(x)$ را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$P(x)=(x-۱)(x+۳)(x+۲)(x-۲)=((x-۱)(x+۲))((x+۳)(x-۲))=((x^۲+x)-۲)((x^۲+x)-۶)$$

گام سوم: چون طبق فرض $\alpha^۲+\alpha=۳$ است، داریم:

$$P(\alpha)=(۳-۲)(۳-۶)=-۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۵ نقطهٔ A روی نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x^۳+۲x^۲+۱$ و نقطهٔ B روی نمودار تابع g با ضابطهٔ $g(x)=x^۳-x-۴$ قرار دارد. اگر پاره‌خط AB موازی محور عرض‌ها باشد، کم‌ترین مقدار طول آن کدام است؟

طول نقاط A و B یکسان است.

۱) $\frac{۱۹}{۸}$ ۲) $\frac{۲۹}{۴}$ ۳) $\frac{۳۱}{۴}$ ۴) $\frac{۳۹}{۸}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق فرض نقاط A و B هم‌طول هستند، پس اگر طول آن‌ها را α بگیریم، طول پاره‌خط AB برابر است با:

$$AB=f(\alpha)-g(\alpha)=۲\alpha^۲+\alpha+۵$$

گام دوم: حالا مطابق درس‌باکس سؤال ۲، کم‌ترین مقدار طول پاره‌خط AB برابر است با $-\frac{\Delta}{۴a}$:

$$\Rightarrow AB_{min}=-\frac{۱-۴۰}{۸}=\frac{۳۹}{۸}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶ مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $\frac{ax^3+bx^2+cx-4}{x-2}<0$، بازهٔ $(-\infty,-1)$ است. حاصل $[\frac{b}{c}]$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) صفر ۲) -2 ۳) -1 ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

a باید صفر باشد.

درس Box

برای تعیین علامت عبارت $P(x)$ (یا چندجمله‌ای است یا عبارت گویا)، ابتدا همهٔ ریشه‌ها (هم صورت و هم مخرج) را به دست می‌آوریم.

اگر $(x-x_0)^n$ را در عبارت $P(x)$ دیدیم، می‌گوییم x_0 ریشهٔ مرتبهٔ nاُم است: بدیهی است که اگر $n=1$ باشد، ریشه ساده است.

حال نکتهٔ مهم در تعیین علامت $P(x)$ این‌جاست که اگر n فرد باشد، علامت $P(x)$ در x_0 تغییر می‌کند و اگر n زوج باشد، علامت تغییر نمی‌کند.

مثال عبارت $P(x)=\frac{x^2(x-1)^3(x+2)}{x(x+1)^2}$ **را تعیین علامت کنید.**

پس از ساده‌سازی داریم:

$$P(x)=\frac{x(x-1)^3(x+2)}{(x+1)^2}$$

ریشه‌های صورت صفر، ۱ و -2 و ریشه‌های مخرج صفر و -1 هستند. عبارت $P(x)$ به ازای $x>1$ مثبت است؛ بنابراین داریم:

x	-2		-1		0		1	
$P(x)$	$-$	۰	$+$	ت‌ن	$+$	ت‌ن	$-$	۰	$+$
	تغییر می‌کند		تغییر نمی‌کند		تغییر می‌کند		تغییر می‌کند	

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در تجزیهٔ عبارت صورت، عامل $x+1$ را باید داشته باشیم و از آن‌جا که مجموعهٔ جواب‌ها همسایگی $x_0=2$ نیست، یعنی صورت عامل $x-2$ را نیز داشته است که در نهایت $(x-2)$ها ساده شده‌اند.

اما چون مجموعهٔ جواب‌ها فقط یک بازه است (یعنی اجتماع دو بازهٔ جدا از هم نیست)، صورت دیگر ریشهٔ سوم یا حتی ریشهٔ مضاعف ۲ و یا -1 را ندارد. این زمانی رخ می‌دهد که عبارت صورت چندجمله‌ای درجه‌دوم باشد، پس $a=0$ است.

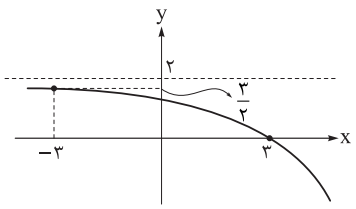
گام دوم: پس داریم:

$$\frac{ax^3+bx^2+cx-4}{x-2}=\frac{b(x+1)(x-2)}{x-2}=\frac{bx^2-bx-2b}{x-2}$$

در نتیجه $c=-b$ و $[\frac{b}{c}]=-1$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷ نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=a+b\times c^x$ در شکل زیر رسم شده است. عرض از مبدأ نمودار تابع f کدام است؟



$f(۰)=a+b$

۱) $\sqrt{۲}-۱$

۲) $\sqrt{۳}-۱$

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته در نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=a+b\times c^x$، معادلهٔ خط‌چین افقی (مجانب افقی) برابر $y=a$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق نکتهٔ سادهٔ بالا، $a=۲$ است:

$$f(x)=۲+b\times c^x$$

گام دوم: حالا تساوی‌های $f(۳)=۰$ و $f(-۳)=\frac{۳}{۲}$ را اعمال می‌کنیم:

$$f(۳)=۲+b\times c^۳=۰ \Rightarrow b\times c^۳=-۲$$

$$f(-۳)=۲+b\times c^{-۳}=\frac{۳}{۲} \Rightarrow b\times c^{-۳}=-\frac{۱}{۲}$$

با تقسیم رابطهٔ بالا بر رابطهٔ پایین داریم:

$$c^۶=۴ \Rightarrow c=\sqrt[۶]{۴}=\sqrt[۳]{۲}$$

گام سوم: از یکی از معادلات استفاده می‌کنیم تا مقدار b به دست آید:

$$b\times(\sqrt[۳]{۲})^۳=-۲ \Rightarrow b=-۱$$

خواستهٔ سؤال $f(۰)=a+b=۲-۱=۱$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۸ تعداد جواب‌های معادلهٔ $\frac{۱}{\log_{۲} x^{۳}}+\frac{۱}{\log_{۴} x^{۳}}-\frac{۱}{\log_{۳} x^{۳}}=\log_{x^{۳}}(\frac{x^{۳}}{۳}-x)$ کدام است؟

۱) صفر　　۲) ۱　　۳) ۲　　۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint لگاریتم‌های سمت چپ تساوی رو معکوس کن.

درس Box

ویژگی‌های لگاریتم:

۱) $\log_c x+\log_c y=\log_c xy$

۲) $\log_c x-\log_c y=\log_c \frac{x}{y}$

۳) $\log_{c^n} x^m=\frac{m}{n}\log_c x$

۴) $\log_y x=\frac{\log_c x}{\log_c y}$

نتیجه $\log_y x=\frac{۱}{\log_x y}$

۵) $x^{\log_c y}=y^{\log_c x}$

نتیجه $a^{\log_a x}=x$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{۱}{\log_{۲} x^{۳}}=\log_{x^{۳}} ۲\ ,\ \frac{۱}{\log_{۴} x^{۳}}=\log_{x^{۳}} ۴\ ,\ \frac{۱}{\log_{۳} x^{۳}}=\log_{x^{۳}} ۳$$

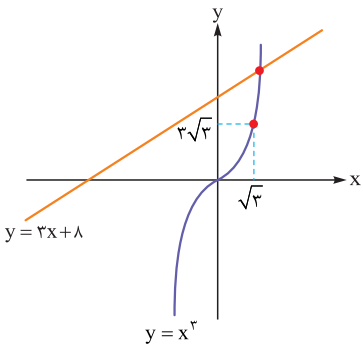
$$\Rightarrow \log_{x^{۳}} ۲+\log_{x^{۳}} ۴-\log_{x^{۳}} ۳=\log_{x^{۳}}(\frac{x^{۳}}{۳}-x)$$

$$\Rightarrow \log_{x^{۳}} \frac{۸}{۳}=\log_{x^{۳}}(\frac{x^{۳}}{۳}-x) \Rightarrow \frac{۸}{۳}=\frac{x^{۳}}{۳}-x$$

گام دوم: بنابراین داریم:

$$۸=x^{۳}-۳x \Rightarrow x^{۳}=۳x+۸$$

با رسم نمودارهای $y=x^{۳}$ و $y=۳x+۸$، تعداد جواب‌های معادله را پیدا می‌کنیم:



همان‌طور که واضح است، معادلهٔ بالا یک جواب دارد. چون محدودهٔ قابل قبول برای x در معادلهٔ صورت سؤال $x>\sqrt{۳}$ است، این جواب قابل قبول است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹ **در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC ($\hat{A}=۹۰^\circ$)، ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. اگر I و J به ترتیب نقاط همرسی نیمسازهای زوایای دو مثلث قائم‌الزاویهٔ ABH و ACH باشند، آن‌گاه نقطهٔ همرسی نیمسازهای زوایای مثلث ABC برای مثلث AIJ چگونه نقطه‌ای است؟**

۱) نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها
۲) نقطهٔ همرسی ارتفاع‌ها
۳) نقطهٔ همرسی نیمسازها
۴) نقطهٔ همرسی میانه‌ها

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث، ۱۸۰° است.

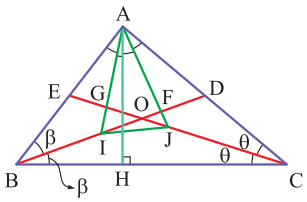
۲) نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث همرس‌اند.

۳) ارتفاع‌های هر مثلث، همرس‌اند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: شکل مناسب را رسم می‌کنیم. مطابق شکل، مثلث ABC در رأس A قائم‌الزاویه و AH ارتفاع وارد بر وتر است و I و J به ترتیب نقطهٔ همرسی نیمسازهای زوایای مثلث‌های ABH و ACH هستند.

گام دوم: با توجه به شکل داریم:



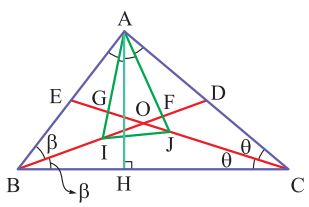
$$\begin{cases} B\hat{A}H + C\hat{A}H = ۹۰^\circ \\ B\hat{A}H + A\hat{B}H = ۹۰^\circ \end{cases} \Rightarrow C\hat{A}H = A\hat{B}H$$

پس بافرض $\hat{B}=۲\beta$ نتیجه می‌شود $C\hat{A}H=۲\beta$ و از آن‌جاکه AJ نیمساز زاویهٔ $C\hat{A}H$ است، نتیجه می‌گیریم $H\hat{A}J=C\hat{A}J=\beta$.

با استدلال مشابه داریم:

$$B\hat{A}I=H\hat{A}I=\theta \quad و \quad B\hat{A}H=\hat{C}=۲\theta$$

گام سوم: در ادامه می‌نویسیم:



$$\hat{A}=۹۰^\circ \Rightarrow ۲\theta+۲\beta=۹۰^\circ \Rightarrow \theta+\beta=۴۵^\circ$$

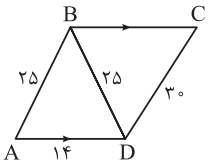
$$\overset{\Delta}{ABF}: A\hat{F}B=۱۸۰^\circ-\beta-(۲\theta+\beta)=۱۸۰^\circ-۲(\beta+\theta)=۱۸۰^\circ-۲\times۴۵^\circ=۹۰^\circ$$

$$\overset{\Delta}{ACG}: A\hat{G}C=۱۸۰^\circ-\theta-(۲\beta+\theta)=۱۸۰^\circ-۲(\theta+\beta)=۱۸۰^\circ-۲\times۴۵^\circ=۹۰^\circ$$

بنابراین AI بر JG و AJ بر IF عمود است و این یعنی O نقطهٔ همرسی ارتفاع‌های مثلث AIJ است. ضمناً O نقطهٔ همرسی نیمسازهای مثلث ABC نیز هست، زیرا نیمسازهای دو زاویهٔ $A\hat{B}C$ و $A\hat{C}B$ در O متقاطع‌اند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۰ در ذوزنقهٔ زیر، فاصلهٔ رأس A از خط شامل ساق CD کدام است؟



۱) ۱۱/۲

۲) ۱۲

۳) ۱۰/۸

۴) ۱۴/۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

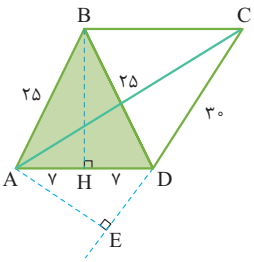
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در ذوزنقهٔ داده‌شده، قطر AC را رسم می‌کنیم.

دو مثلث ABD و ACD مساحت‌های برابر دارند:

$$S_{ABD} = S_{ACD} = \frac{۱}{۲} BH \times AD$$

گام دوم: در مثلث متساوی‌الساقین ABD، ارتفاع BH، میانهٔ وارد بر AD نیز هست، داریم:



$$\overset{\Delta}{ABH} : AB^۲ = AH^۲ + BH^۲ \Rightarrow ۲۵^۲ = ۷^۲ + BH^۲ \Rightarrow BH = ۲۴$$

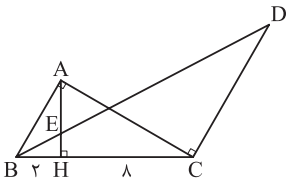
گام سوم: حالا مساحت مثلث ACD را به دو روش نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$S_{ACD} = S_{ABD} = \frac{۱}{۲} AD \times BH = \frac{۱}{۲} \times ۱۴ \times ۲۴ = ۱۶۸ \Rightarrow \frac{۱}{۲} AE \times CD = ۱۶۸ \Rightarrow \frac{۱}{۲} AE \times ۳۰ = ۱۶۸$$

$$\Rightarrow AE = \frac{۱۶۸}{۱۵} = ۱۱/۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱ در شکل زیر، مثلث ABC قائم‌الزاویه و $AC = CD$ است. اگر $BH = ۲$ و $CH = ۸$ باشد، طول پاره‌خط AE کدام است؟



۱) $\frac{۲۰}{۷}$

۲) ۳

۳) $\frac{۲۵}{۷}$

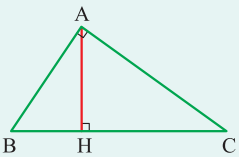
۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint اگر از نقطهٔ D، عمود DH' را بر امتداد BC وارد کنیم، آن‌گاه $\overset{\Delta}{ACH} \cong \overset{\Delta}{CDH'}$.

درس Box

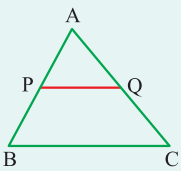
۱) در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، اگر AH ارتفاع وارد بر وتر باشد، آن‌گاه:



$$AH^۲ = BH \times CH$$

۲) اگر در دو مثلث قائم‌الزاویه، طول وترها و اندازهٔ یکی از زاویه‌های حاده، با هم برابر باشد، دو مثلث هم‌نهشت هستند.

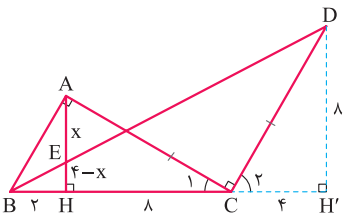
۳) مطابق شکل، در مثلث ABC، نقاط P و Q را به ترتیب روی AB و AC طوری در نظر گرفته‌ایم که $PQ \parallel BC$، بنا به تعمیم قضیهٔ تالس، داریم:



$$\frac{PQ}{BC} = \frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، AH ارتفاع وارد بر وتر است، پس داریم $AH^۲ = BH \times CH$؛ بنابراین:



$$AH^۲ = ۲ \times ۸ \Rightarrow AH = ۴$$

گام دوم: از نقطهٔ D، عمود DH' را بر امتداد BC وارد می‌کنیم، دو مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\Delta}{ACH}$ و $\overset{\Delta}{CDH'}$ بنا به حالت تساوی وتر و یک زاویهٔ حاده، هم‌نهشت هستند؛ زیرا:

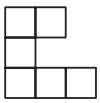
$$\begin{cases} \hat{C}_۱ + \hat{C}_۲ = ۹۰^\circ \\ \hat{C}_۱ + C\hat{A}H = ۹۰^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{C}_۲ = C\hat{A}H \Rightarrow CH' = AH = ۴$$

گام سوم: اگر فرض کنیم $AE = x$، آن‌گاه $EH = ۴ - x$ و بنا به تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث $\overset{\Delta}{BDH'}$، داریم:

$$\frac{EH}{DH'} = \frac{BH}{BH'} \Rightarrow \frac{۴-x}{۸} = \frac{۲}{۱۴} \Rightarrow \frac{۴-x}{۸} = \frac{۱}{۷} \Rightarrow x = \frac{۲۰}{۷}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۲ **تفاضل حداقل و حداکثر تعداد مکعب‌های کوچکی که باید از یک مکعب به ابعاد ۳×۳×۳ حذف کنیم تا نمای بالای آن به صورت زیر باشد، چه‌قدر است؟**



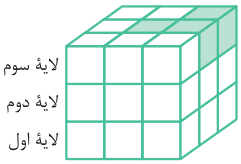
۱) ۹
۲) ۱۸
۳) ۱۲
۴) ۱۵

مشاوره این سؤال، مشابه سؤال ۲۵، کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴ طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: حداقل تعداد مکعب‌های کوچک حذفی، زمانی است که سه مکعب رنگی و تمام مکعب‌های زیر آن حذف شوند، پس کم‌ترین مقدار برابر است با:



$$۳\times۳=۹$$

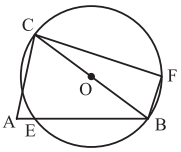
گام دوم: حداکثر تعداد مکعب‌های کوچک حذفی، زمانی است که سه مکعب رنگی و تمام مکعب‌های زیر آن و هم‌چنین تمام مکعب‌های کوچک باقی‌مانده در لایه‌های دوم و سوم حذف شوند، پس بیشترین مقدار برابر است با $۲۱=۲\times۶+۹$.

گام سوم: بنابراین، خواستهٔ سؤال، برابر است با:

$$۲۱-۹=۱۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۳ در شکل زیر، نقطهٔ O، وسط قطر $BC = 8$ و فاصلهٔ F از وسط پاره‌خط AC برابر با ۷ است. اگر $\overset{\frown}{EBF} = \overset{\frown}{CF}$، آن‌گاه طول پاره‌خط AB کدام است؟



۱) ۷

۲) ۶

۳) ۵

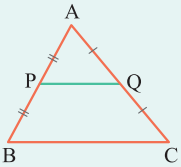
۴) ۸

مشاوره این سؤال، مشابه سؤال ۲۶، کنکور ریاضی تیر ۱۴۰۴ طراحی شده‌است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) از قضیهٔ تالس در مثلث و عکس آن می‌توان نتیجه گرفت که در مثلث ABC، اگر P وسط AB و Q وسط AC باشد، آن‌گاه $PQ \parallel BC$ و $PQ = \frac{۱}{۲}BC$.

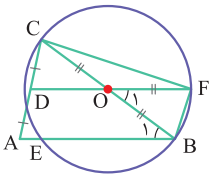


۲) در هر دایره، اندازهٔ هر زاویهٔ مرکزی، برابر با اندازهٔ کمان روبه‌روی آن و اندازهٔ هر زاویهٔ محاطی، نصف اندازهٔ کمان روبه‌روی آن است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: وسط AC را نقطهٔ D می‌نامیم. نقاط F و D را به O وصل می‌کنیم. از آن‌جا که در مثلث ABC، نقاط O و D به ترتیب وسط‌های BC و AC هستند، پس $OD \parallel AB$ و $OD = \frac{AB}{۲}$ می‌باشد.

گام دوم: با توجه به شکل، داریم:



$$\hat{B}_۱ = \frac{\overset{\frown}{CE}}{۲} = \frac{۳۶۰^\circ - \overset{\frown}{CF} - \overset{\frown}{EBF}}{۲} \xrightarrow{\overset{\frown}{CF} = \overset{\frown}{EBF}} \hat{B}_۱ = \frac{۳۶۰^\circ - ۲\overset{\frown}{CF}}{۲} = ۱۸۰^\circ - \overset{\frown}{CF} = \overset{\frown}{BF}$$

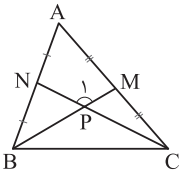
$$\xrightarrow{\hat{O}_۱ \text{ زاویهٔ مرکزی}} \hat{B}_۱ = \hat{O}_۱ \Rightarrow OF \parallel AB$$

گام سوم: از این‌که $OF \parallel AB$ و $OD \parallel AB$ نتیجه می‌گیریم که F، O و D روی یک امتدادند و DF از O می‌گذرد و می‌توان نوشت:

$$OD = DF - OF = ۷ - \frac{۸}{۲} = ۷ - ۴ = ۳ \Rightarrow \frac{AB}{۲} = ۳ \Rightarrow AB = ۶$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۴ مطابق شکل، M و N وسط‌های AC و AB هستند و نقطهٔ تقاطع BM و CN را P نامیده‌ایم. اگر زاویه‌های $\hat{A}$ و $\hat{P}_1$ مکمل باشند، آن‌گاه حاصل $\frac{BM}{CN}$ برابر با کدام است؟



۱) $\frac{AB}{AC}$

۲) $(\frac{AB}{AC})^{۲}$

۳) $\sqrt{\frac{AB}{AC}}$

۴) $\frac{۳}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

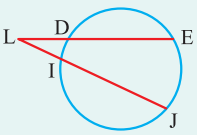
Hint

چهارضلعی AMPN محاطی است.

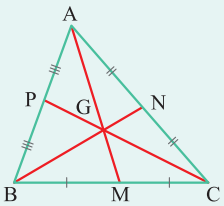
درس Box

۱) اگر دو زاویهٔ مقابل در یک چهارضلعی مکمل باشند، آن چهارضلعی محاطی است، یعنی از چهار رأس آن یک دایره می‌گذرد.

۲) مطابق شکل، اگر امتداد وترهای DE و IJ در نقطهٔ L بیرون دایره متقاطع باشند، آن‌گاه $LD \times LE = LI \times LJ$.



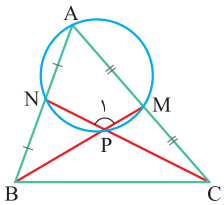
۳) میانه‌های هر مثلث همرس‌اند و نقطهٔ همرسی میانه‌ها، مطابق شکل، هر میانه را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کند، یعنی در شکل زیر داریم:



$$AG = \frac{۲}{۳}AM \ , \ BG = \frac{۲}{۳}BN \ , \ CG = \frac{۲}{۳}CP$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: از این‌که $\hat{A} + \hat{P}_1 = ۱۸۰^\circ$، نتیجه می‌گیریم چهارضلعی AMPN محاطی است و دایرهٔ محیطی آن را رسم می‌کنیم:



گام دوم: با توجه به شکل، بنا به رابطهٔ طولی در دایره داریم:

$$\begin{cases} BN \times AB = PB \times BM & (۱) \\ CM \times AC = PC \times CN & (۲) \end{cases}$$

گام سوم: از آن‌جا که BM و CN میانه‌های مثلث ABC هستند، P نقطهٔ همرسی میانه‌های مثلث ABC است و داریم $PB = \frac{۲}{۳}BM$ و $PC = \frac{۲}{۳}CN$، پس:

$$(۱) \Rightarrow \frac{AB}{۲} \times AB = \frac{۲}{۳}BM \times BM$$
$$(۲) \Rightarrow \frac{AC}{۲} \times AC = \frac{۲}{۳}CN \times CN$$
$$\Rightarrow \begin{cases} AB^{۲} = \frac{۴}{۳}BM^{۲} \\ AC^{۲} = \frac{۴}{۳}CN^{۲} \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{BM^{۲}}{CN^{۲}} = \frac{AB^{۲}}{AC^{۲}} \Rightarrow \frac{BM}{CN} = \frac{AB}{AC}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

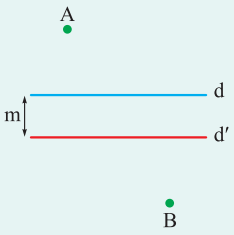
۲۵ **می‌خواهیم از نقطهٔ $A(-۱,۵)$ به نقطهٔ B واقع بر محور yها رفته و پس از طی مسیری به طول ۲ روی این محور به نقطهٔ C رسیده و از C به نقطهٔ $D(۴,-۲)$ برویم. عرض نقطهٔ B کدام باشد تا طول مسیر شکستهٔ ABCD کوتاه‌ترین مقدار ممکن شود؟**

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) $\frac{۹}{۲}$ ۴) $\frac{۷}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

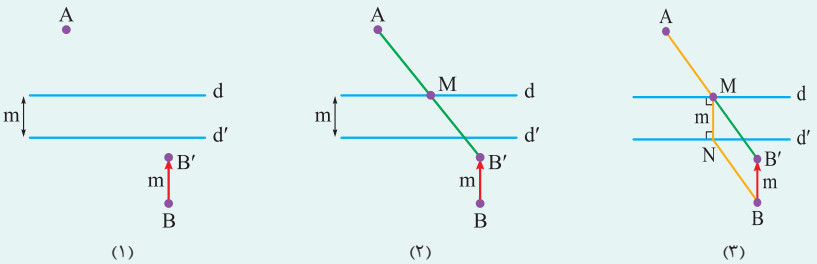
فرض کنید دو خط d و d' با هم موازی‌اند و فاصلهٔ بین آن‌ها m است. نقطهٔ A را بالای خط d و نقطهٔ B را پایین خط d' در نظر گرفته‌ایم. می‌خواهیم نقطهٔ M را روی d و نقطهٔ N را روی d' طوری مشخص کنیم که MN بر d و d' عمود بوده و مسیر شکستهٔ AMNB کم‌ترین طول ممکن را داشته باشد. روش انجام این کار، به صورت زیر است:



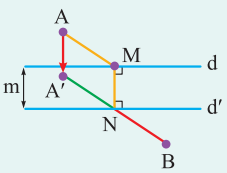
۱) نقطهٔ B را در راستای عمود بر d و d'، به اندازهٔ m واحد به سمت A منتقل می‌کنیم تا به B' برسیم.

۲) از B' به A وصل می‌کنیم، نقطهٔ برخورد AB' با d، نقطهٔ M است.

۳) از M خطی عمود بر d رسم می‌کنیم، نقطهٔ برخورد این خط با d'، نقطهٔ N است.



تذکر: می‌توانستیم در ابتدا A را به اندازهٔ m واحد به سمت پایین منتقل کنیم که در این صورت نقطهٔ برخورد $A'B$ با d'، نقطهٔ N را برایمان مشخص می‌کرد و از برخورد خط عمود بر d' در N با خط d، نقطهٔ M به دست می‌آمد.

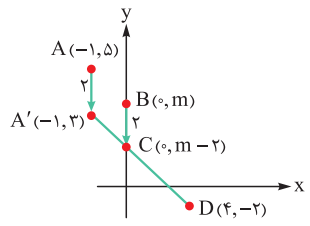


پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: اگر $A(-۱,۵)$ را با انتقالی که بردار آن به طول ۲، موازی و هم‌جهت با $\overrightarrow{BC}$ به $A'(-۱,۳)$ تبدیل کنیم، آن‌گاه C، محل برخورد خط $A'D$ با محور yها است.

گام دوم: معادلهٔ خط گذرنده از $A'(-۱,۳)$ و $D(۴,-۲)$ به صورت $x+y=۲$ است.

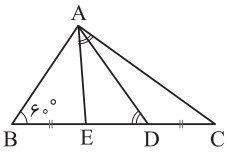
گام سوم: مطابق شکل اگر مختصات B را به صورت $B(۰,m)$ در نظر بگیریم، آن‌گاه مختصات C به صورت $C(۰,m-۲)$ خواهد بود و مختصات C باید در معادلهٔ $A'D$ صدق کند:



$$A'D: x+y=۲ \xrightarrow{C(۰,m-۲)} ۰+(m-۲)=۲ \Rightarrow m=۴$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۶ در شکل زیر، $BE = CD$، $A\hat{D}B = E\hat{A}C$ و $\hat{B} = ۶۰^\circ$. اگر $AB = ۵$ و $DE = ۳$، آن‌گاه طول پاره‌خط BC کدام است؟



۱) ۸
۲) ۷
۳) ۱۰
۴) ۱۱

مشاوره این سؤال، مشابه سؤال ۲۷ کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳ طراحی شده است، سؤال کنکور از موضوع تشابه مطرح شده است، ولی این سؤال به صورت ترکیبی از تشابه و قضیهٔ کسینوس‌ها مطرح شده و دشوارتر از آن است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

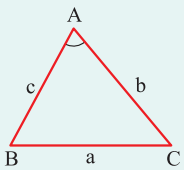
Hint

$\overset{\Delta}{AED} \sim \overset{\Delta}{AEC}$

درس Box

۱) اگر دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه از مثلثی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث متشابه‌اند.

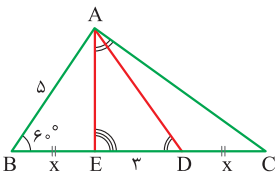
۲) قضیهٔ کسینوس‌ها: مطابق شکل، در مثلث ABC، داریم:



$$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc \times \cos \hat{A}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: با توجه به شکل داریم:



$$\begin{cases} E\hat{A}C = A\hat{D}B \\ A\hat{E}C = A\hat{E}C \end{cases} \Rightarrow \overset{\Delta}{AED} \sim \overset{\Delta}{AEC} \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{ED}{AE} \Rightarrow AE^۲ = ED \times EC$$

فرض می‌کنیم $BE = CD = x$، داریم:

$$AE^۲ = ۳(۳ + x) = ۹ + ۳x \quad (۱)$$

گام دوم: در مثلث ABE بنا بر رابطهٔ کسینوس‌ها داریم:

$$AE^۲ = AB^۲ + BE^۲ - ۲AB \times BE \times \cos ۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow AE^۲ = ۲۵ + x^۲ - ۵x \quad (۲)$$

گام سوم: از رابطه‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$۲۵ + x^۲ - ۵x = ۹ + ۳x \Rightarrow x^۲ - ۸x + ۱۶ = ۰ \Rightarrow x = ۴ \Rightarrow BC = ۲x + ۳ = ۱۱$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۷ اگر $A=\begin{bmatrix}۴ & a\\ b & -۱\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}$ و $(A+B)\times(A-B)$ یک ماتریس قطری باشد، آن‌گاه نسبت درایه‌های غیرصفر در این ماتریس قطری کدام است؟

۱) -۵ ۲) -۴ ۳) ۶ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) درایهٔ سطر iاُم و ستون jاُم ماتریس AB از ضرب سطر iاُم ماتریس A در ستون jاُم ماتریس B به دست می‌آید.

۲) **ماتریس قطری**: ماتریس مربعی که تمام درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن، صفر باشند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ماتریس $(A+B)\times(A-B)$ را تشکیل می‌دهیم:

$$A+B=\begin{bmatrix}۴ & a\\ b & -۱\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۵ & a-۲\\ b+۳ & ۱\end{bmatrix}$$

$$A-B=\begin{bmatrix}۴ & a\\ b & -۱\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳ & a+۲\\ b-۳ & -۳\end{bmatrix}$$

$$(A+B)\times(A-B)=\begin{bmatrix}۵ & a-۲\\ b+۳ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۳ & a+۲\\ b-۳ & -۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۵+(a-۲)(b-۳) & ۲a+۱۶\\ ۴b+۶ & (a+۲)(b+۳)-۳\end{bmatrix}$$

گام دوم: برای این‌که $(A+B)\times(A-B)$ یک ماتریس قطری باشد، باید داشته باشیم:

$$\begin{cases}۲a+۱۶=۰\\ ۴b+۶=۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-۸\\ b=-\frac{۳}{۲}\end{cases}$$

گام سوم: حالا می‌توانیم خواستهٔ سؤال را محاسبه کنیم:

$$\text{نسبت درایه‌های غیرصفر } (A+B)\times(A-B)=\frac{۱۵+(a-۲)(b-۳)}{(a+۲)(b+۳)-۳}$$

$$\Rightarrow\frac{۱۵+(-۸-۲)(-\frac{۳}{۲}-۳)}{(-۸+۲)(-\frac{۳}{۲}+۳)-۳}=\frac{۱۵+۴۵}{-۹-۳}=\frac{۶۰}{-۱۲}=-۵$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۸ اگر $A=\begin{bmatrix}-۱ & ۰ & ۲\\ ۰ & a & ۰\\ ۲ & ۰ & -۱\end{bmatrix}$ و $|A^۲+۲A|=۲۷$ باشد، آن‌گاه اختلاف بین حداکثر و حداقل مقدار دترمینان $(a+۱)I_۳$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱۶ ۳) ۳۲ ۴) ۶۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint برای محاسبهٔ دترمینان ماتریس $A^۲+۲A$، از ماتریس A فاکتور بگیرید.

درس Box

۱) اگر A و B دو ماتریس مربعی هم‌مرتبه باشند، آن‌گاه: $|AB|=|A||B|$

۲) اگر k عددی حقیقی و A یک ماتریس مربعی از مرتبهٔ n باشد، آن‌گاه: $|kA|=k^n|A|$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: می‌دانیم دترمینان حاصل‌ضرب دو ماتریس مربعی هم‌مرتبه برابر حاصل‌ضرب دترمینان‌های آن دو ماتریس است، پس:

$$|A^۲+۲A|=|A(A+۲I)|=|A||A+۲I|$$

گام دوم: دترمینان دو ماتریس A و $A+۲I$ را محاسبه می‌کنیم:

$$A=\begin{bmatrix}-۱ & ۰ & ۲\\ ۰ & a & ۰\\ ۲ & ۰ & -۱\end{bmatrix}\Rightarrow |A|=a-۴a=-۳a$$

$$A+۲I=\begin{bmatrix}-۱ & ۰ & ۲\\ ۰ & a & ۰\\ ۲ & ۰ & -۱\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۲ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۲ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۲\\ ۰ & a+۲ & ۰\\ ۲ & ۰ & ۱\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A+۲I|=(a+۲)-۴(a+۲)=-۳(a+۲)$$

گام سوم: با جای‌گذاری مقادیر دترمینان‌ها در رابطهٔ صورت سؤال، مقدار a را پیدا می‌کنیم:

$$|A||A+۲I|=۲۷\Rightarrow(-۳a)(-۳(a+۲))=۲۷\Rightarrow ۹a(a+۲)=۲۷\Rightarrow a^۲+۲a-۳=۰$$

$$\Rightarrow (a+۳)(a-۱)=۰\Rightarrow \begin{cases}a=-۳\\ a=۱\end{cases}$$

گام چهارم: مقدار دترمینان $(a+۱)I_۳$ را به ازای مقادیر به‌دست‌آمده برای a محاسبه می‌کنیم:

$$a=-۳\Rightarrow |-۲I_۳|=(-۲)^۳|I_۳|=-۸\times ۱=-۸$$

$$a=۱\Rightarrow |۲I_۳|=۲^۳|I_۳|=۸\times ۱=۸$$

$$\text{اختلاف مقادیر دترمینان}=۸-(-۸)=۱۶$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۹ طول مماس‌مشترک خارجی دو دایره با معادله‌های $x^۲+y^۲-۴x+۲y=۴$ و $x^۲+y^۲+۴y+۳=۰$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

۱) اگر معادلهٔ گستردهٔ یک دایره به صورت $x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$ باشد، آن‌گاه مرکز این دایره، نقطهٔ $O(-\frac{a}{۲},-\frac{b}{۲})$ و شعاع آن $R=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}$ است.

۲) اگر دو دایرهٔ $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ دارای مماس‌مشترک خارجی باشند، طول آن برابر است با $\sqrt{OO'^۲-(R-R')^۲}$.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مرکز دایرهٔ به معادلهٔ $x^۲+y^۲-۴x+۲y-۴=۰$، نقطهٔ $O(۲,-۱)$ و شعاع آن $R=\frac{۱}{۲}\sqrt{(-۴)^۲+۲^۲-۴(-۴)}=۳$

و مرکز دایرهٔ با معادلهٔ $x^۲+y^۲+۴y+۳=۰$ نقطهٔ $O'(۰,-۲)$ و شعاع آن $R'=\frac{۱}{۲}\sqrt{۰^۲+۴^۲-۴\times۳}=۱$ است.

گام دوم: طول خط‌المرکزین دو دایره $d=OO'=\sqrt{(۲-۰)^۲+(-۱-(-۲))^۲}=\sqrt{۵}$ است.

گام سوم: از فرمول محاسبهٔ طول مماس‌مشترک خارجی استفاده می‌کنیم:

طول مماس‌مشترک خارجی $=\sqrt{d^۲-(R-R')^۲}=\sqrt{(\sqrt{۵})^۲-(۳-۱)^۲}=۱$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۰ توسط بردارهای $\vec{a}=(۱,۱,۰)$، $\vec{b}=(۰,m,۱)$ و $\vec{a}\times\vec{b}$، یک مکعب‌مستطیل تولید می‌شود. حجم این مکعب‌مستطیل، کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\sqrt{۲}$

۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) $۳\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint باید دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمود باشند.

درس Box

۱) برای هر دو بردار مانند $\vec{a}=(a_۱,a_۲,a_۳)$ و $\vec{b}=(b_۱,b_۲,b_۳)$، داریم:

$$\vec{a}.\vec{b}=a_۱b_۱+a_۲b_۲+a_۳b_۳$$

۲) برای هر بردار دلخواه مانند $\vec{a}$ داریم $\vec{a}.\vec{a}=|\vec{a}|^۲$.

۳) دو بردار غیرصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند، اگر و فقط اگر $\vec{a}.\vec{b}=۰$.

۴) حجم متوازی‌السطوح تولیدشده توسط سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر است با $V=|\vec{c}.(\vec{a}\times\vec{b})|$.

۵) اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار غیرصفر و ناموازی باشند، بردار $\vec{a}\times\vec{b}$، بر صفحهٔ شامل دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و در نتیجه بر هر دوی آن‌ها عمود است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: می‌دانیم اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار غیرصفر و ناموازی باشند، آن‌گاه همواره بردار $\vec{a}\times\vec{b}$ بر هر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ عمود است، پس متوازی‌السطوح تولیدشده روی سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{a}\times\vec{b}$ زمانی به مکعب‌مستطیل تبدیل می‌شود که دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمود باشند. می‌دانیم اگر دو بردار بر هم عمود باشند، ضرب داخلی آن دو بردار برابر با صفر است، پس باید داشته باشیم:

$$\vec{a}.\vec{b}=۰ \Rightarrow (۱,۱,۰).(۰,m,۱)=۰ \Rightarrow ۱\times۰+۱\times m+۰\times۱=۰ \Rightarrow m=۰$$

گام دوم: حاصل‌ضرب خارجی $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ ۱ & ۱ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۱\end{vmatrix}=(۱,-۱,۰)$$

گام سوم: حجم متوازی‌السطوح تولیدشده توسط سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر است با $V=|\vec{c}.(\vec{a}\times\vec{b})|$، پس اگر $\vec{c}=\vec{a}\times\vec{b}$، آن‌گاه:

$$V=|(\vec{a}\times\vec{b}).(\vec{a}\times\vec{b})|=||\vec{a}\times\vec{b}|^۲|=|\vec{a}\times\vec{b}|^۲=(\sqrt{۱^۲+(-۱)^۲+(۰)^۲})^۲=(\sqrt{۲})^۲=۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۱ اگر گزارهٔ $r \Rightarrow (p \vee q)$ درست باشد، احتمال این‌که گزارهٔ q نادرست باشد، چه‌قدر است؟

با احتمال شرطی طرفی

۱) $\frac{۲}{۵}$

۲) $\frac{۳}{۵}$

۳) $\frac{۴}{۵}$

۴) $\frac{۱}{۵}$

مشاوره منطق ریاضی در سال‌های اخیر پای ثابت همهٔ کنکورها بوده است. سؤال با این موضوع در بین چند سؤال اول کنکور است. این سؤال مشابه سؤال کنکور ۱۴۰۰ است که ترکیبی از احتمال و منطق طرح شده است که باز هم می‌تواند از آن سؤال بیاید.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ببین در چند حالت گزارهٔ داده‌شده درست می‌شه (مخرج) و بعد تعداد ردیف‌هایی که q نادرست هست، می‌شه صورت.

درس Box

ارزش گزاره‌های ترکیبی:

ارزش	فارسی	ریاضی	ترکیب گزاره‌ها
وقتی درست است که حداقل یکی از گزاره‌های p یا q درست باشد.	p یا q	$p \vee q$	ترکیب فصلی
وقتی درست است که p و q هر دو درست باشند.	p و q	$p \wedge q$	ترکیب عطفی
فقط در حالت «ن $\Rightarrow$ د» نادرست است و در بقیهٔ حالت‌ها درست است.	اگر p آن‌گاه q	$p \Rightarrow q$	ترکیب شرطی
وقتی درست است که p و q هم‌ارزش باشند.	p اگر و فقط اگر q	$p \Leftrightarrow q$	ترکیب دوشرطی

پاسخ خیلی تشریحی کل حالت‌هایی که گزارهٔ $r \Rightarrow p \vee q$ درست است را شمارش می‌کنیم (فضای نمونه کاهش یافته). دو حالت برای r در نظر می‌گیریم:

گام اول: r درست باشد:

p	q	r	
د	د	د	
د	ن	د	✓
ن	د	د	
ن	ن	د	✓

در این حالت ارزش $p \vee q$ هر چه باشد، گزارهٔ شرطی درست است.

گام دوم: r نادرست باشد:

p	q	r	
ن	ن	ن	✓

در حالتی که $p \vee q$ درست باشد، گزارهٔ شرطی نادرست می‌شود؛ اما اگر $p \vee q$ نادرست باشد (یعنی p و q هر دو نادرست)، به انتفای مقدم کل گزاره درست است.

گام سوم: $۴ + ۱ = ۵$ حالت داریم. حالت‌های ✓ مطلوب (حالت‌های q نادرست) هستند، پس احتمال مورد نظر برابر $\frac{۳}{۵}$ است.

گول نخوری درست است که ۳ گزاره در جدول ارزش $۲ \times ۲ \times ۲ = ۸$ حالت دارند، ولی چون گفته گزارهٔ $p \vee q \Rightarrow r$ درست است، فقط باید حالت‌هایی را از جدول در نظر بگیریم که این گزاره درست باشد.

ارزش گزارهٔ $p \Rightarrow (q \vee r)$، درست است. احتمال این‌که ارزش گزارهٔ r نادرست باشد، کدام است؟

(سؤال ۱۲۵ کنکور ریاضی ۱۴۰۰)

۱) $\frac{۳}{۷}$

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۴}{۷}$

۴) $\frac{۲}{۳}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۲ دو مجموعهٔ $A=\{y-1, xz, 4\}$ و $B=\{6, -3, x+1\}$ داده شده است. اگر $A\times B=B\times A$ باشد، بیشترین مقدار $x-y+z$ کدام است؟

۱) ۲

۲) ۵

۳) ۷

۴) -5

مشاوره از مبحث مجموعه‌ها (جبر مجموعه، زیرمجموعه‌ها و ضرب دکارتی) معمولاً یک سؤال در کنکور می‌آید که بیشتر از جبر مجموعه‌ها بوده است. از ضرب دکارتی مشابه این سؤال تا حالا چند بار در کنکور آمده است که بعید نیست امسال از این موضوع سؤال داشته باشیم.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint باید $A=B$ باشه.

درس Box

تعریف ضرب دکارتی و ویژگی‌های آن:

$A\times B$ شامل تمام زوج‌های مرتبی است که مؤلفه‌های اول آن‌ها عضو A و مؤلفهٔ دوم آن‌ها عضو B باشد. اگر A دارای m و B دارای n عضو باشد، $A\times B$ دارای $m\times n$ عضو است.

خواص ضرب دکارتی:

۱) $A\times\varnothing=\varnothing\times A=\varnothing$

۲) $A\times A=A^2$

۳) ضرب دکارتی روی $\cup$ و $\cap$ و $-$ خاصیت پخشی دارد، یعنی:

- $A\times(B\cup C)=(A\times B)\cup(A\times C)$
- $A\times(B\cap C)=(A\times B)\cap(A\times C)$
- $A\times(B-C)=(A\times B)-(A\times C)$

۴) ضرب دکارتی برای مجموعه‌های ناتهی و متمایز خاصیت جابه‌جایی ندارد؛ یعنی در حالت کلی $A\times B\neq B\times A$؛ اما اگر A و B ناتهی باشند، از تساوی $A\times B=B\times A$ نتیجه می‌شود $A=B$.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: از فرض $A\times B=B\times A$ و این‌که A و B ناتهی هستند، نتیجه می‌شود: $A=B$.

گام دوم: عضوهای دو مجموعه باید یکسان باشد، چون $4\in A$ است، پس $x=3 \Rightarrow x+1=4$.

گام سوم: دو حالت داریم:

الف) $\begin{cases} y-1=6 \Rightarrow y=7 \\ xz=-3 \xrightarrow{x=3} z=-1 \end{cases}$

ب) $\begin{cases} y-1=-3 \Rightarrow y=-2 \\ xz=6 \xrightarrow{x=3} z=2 \end{cases}$

گام چهارم: حاصل $x-y+z$ را در هر دو حالت به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x-y+z=3-7-1=-5 \\ x-y+z=3-(-2)+2=7 \end{cases}$$

در مجموعه‌های چهارعضوی $A=\{x+2, 1, 4, y\}$ و $B=\{5, 7, z, t-1\}$، فرض کنید $A\times B=B\times A$ باشد. تعداد مجموعه‌ها به صورت $\{(x, y), (z, t)\}$ کدام است؟ (سؤال ۱۰۳ کنکور ریاضی ۱۳۹۹)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۳ دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال حداقل یکی مضرب ۳ و حداکثر یکی عدد اول ظاهر شده است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۱۲}$

۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

مشاوره مشابه این سؤال در سال‌های اخیر در کنکور ریاضی و تجربی زیاد مطرح شده است. سؤال ساده‌ای است، فقط حواستان به شمارش درست حالت‌های مطلوب باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ببین از ۳۶ حالت زوج‌های مرتب در کدوم حالت‌ها حداقل ۳ یا ۶ داریم و حداکثر یک عدد اول داریم.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** برای شمارش زوج مرتب‌های مطلوب دقت می‌کنیم حداقل یکی از مؤلفه‌ها ۳ یا ۶ است. اگر یکی از مؤلفه‌ها ۳ باشد، مؤلفهٔ دیگر نباید عدد اول باشد؛ اما اگر یکی از مؤلفه‌ها ۶ باشد، مؤلفهٔ دیگر ممکن است اول باشد یا نباشد.

گام دوم: اگر یکی از مؤلفه‌ها ۳ باشد:

$(۳, \square)$, $(\square, ۳) \Rightarrow$ ۶ حالت ($\square$: ۱, ۴, ۶)

گام سوم: اگر یکی از مؤلفه‌ها ۶ باشد

$(۶, \square) \Rightarrow$ ۹ حالت ($\square$: ۱, ۲, ۴, ۵, ۶) , $(\square, ۶)$ ($\square$: ۱, ۲, ۴, ۵)

گول نخوری $(۳, ۶)$ و $(۶, ۳)$ را در گام دوم شمردیم و این‌که $(۶, ۶)$ را دو بار نشمرید.

گام چهارم:

$$P(A) = \frac{۱۵}{۳۶} = \frac{۵}{۱۲}$$

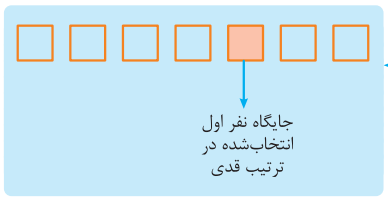
دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال عدد ظاهرشدهٔ یکی از تاس‌ها اول بوده و مجموع آن‌ها حداقل ۶ است؟

(سؤال ۲۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ ـ نوبت اول)

۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$ ۳) $\frac{۱۱}{۱۸}$ ۴) $\frac{۱۳}{۱۸}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۴ یک تیم والیبال ۷ بازیکن دارد که قد هیچ دو نفری یکسان نیست. یک والیبالیست به تصادف انتخاب می‌کنیم، اگر دو نفر دیگر انتخاب کنیم و ببینیم هر دو از والیبالیست اولی کوتاه‌ترند، با کدام احتمال والیبالیست اول، سومین والیبالیست قدبلند است؟



۱) $\frac{۱}{۷}$
۲) $\frac{۲}{۷}$
۳) $\frac{۶}{۳۵}$
۴) $\frac{۴}{۷}$

مشاوره از موضوع احتمال معمولاً دو سؤال در کنکور می‌آید که یکی از آن‌ها معمولاً از قانون احتمال کل یا بیز است. تمرین‌های کتاب درسی در موضوع احتمال را خیلی خوب بخوانید، چون خیلی‌خیلی مهم هستند.
این سؤال نیز مشابه یکی از تمرین‌های کتاب درسی است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint از رابطهٔ $P(B \mid A)=\frac{P(B \cap A)}{P(A)}$ استفاده کن. A می‌شه: نفر اول بلندتر از اون دوتا باشه و B می‌شه: نفر اول، سومین نفر قدی باشه.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: پیشامدهای A و B را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

A: نفر اول از ۲ نفر بعدی بلندتر است.

B: نفر اول انتخاب‌شده نفر سوم قدی است.

گام دوم: کافی است $P(B \mid A)$ را به دست آوریم، طبق قانون بیز داریم:

$$P(B \mid A)=\frac{P(B \cap A)}{P(A)}=\frac{P(B)P(A \mid B)}{P(A)}$$

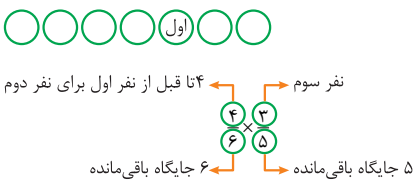
گام سوم:

نفر اول انتخاب‌شده در جایگاه سوم قدی است.
نفرات دوم و سوم از اولی کوتاه‌تر هستند.

$$=\frac{\frac{۱}{۷}\times\left(\frac{۴}{۶}\times\frac{۳}{۵}\right)}{\frac{۱}{۳}}=\frac{۶}{۳۵}$$

از بین ۳ نفر، نفر اول بلندترین است.

گام چهارم: دقت کنید وقتی نفر اول، سومین نفر قدی باشد، برای محاسبهٔ $P(A \mid B)$ (یعنی دو نفر بعدی قبل از نفر اول باشند و نفر اول در جایگاه سوم است.) داریم:



یه‌جور دیگه

گام اول: از روش کاهش فضای نمونه در احتمال شرطی استفاده می‌کنیم. فضای نمونهٔ کاهش‌یافته این است که نفر اول انتخاب‌شده از دو نفر بعدی بلندتر باشد، پس به $\binom{۷}{۳}$ روش ۳ جایگاه انتخاب کرده، نفر اول را در جایگاه اول و به $۲!$ روش نیز دو نفر.

گام دوم: نفرات بعدی را در جایگاه‌های بعدی قرار می‌دهیم.
برای شمارش حالت‌های مطلوب نفر اول انتخاب‌شده را در جایگاه سوم قرار می‌دهیم. از بین ۴ جایگاه قبل از نفر اول به $\binom{۴}{۲}$ روش دو جایگاه انتخاب کرده و به $۲!$ روش، ۲ نفر بعدی را در آن قرار می‌دهیم.

گام سوم:

$$P(B \mid A)=\frac{\binom{۴}{۲}\times ۲!\times ۴!}{\binom{۷}{۳}\times ۲!\times ۴!}=\frac{۶}{۳۵}$$

جایگشت نفرات بعدی

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۵ داده‌های زیر را از کوچک به بزرگ با شماره‌های ۱ تا n شماره‌گذاری می‌کنیم. برای انتخاب نمونهٔ ۵عضوی به روش سیستماتیک شمارهٔ اولین دادهٔ نمونه برابر ۳ است. واریانس داده‌های انتخاب‌شده کدام است؟

مشاوره از آمار توصیفی و استنباطی یک سؤال در کنکور می‌آید که معمولاً از شاخص‌های پراکندگی بوده است. این سؤال ترکیبی از هر دو موضوع است. (ترکیب روش‌های نمونه‌گیری و شاخص‌های پراکندگی)

داده	۳	۴	۵	۶	۸
فراوانی	۵	۴	۶	۳	۲

۳, ۳, ۳, ۳, ۳, ۴, ... ← ۵تا ۳ داریم.

۱) ۲/۴ ۲) ۲/۶ ۳) ۲/۸ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint کل ۲۰ عدد رو بنویس بعد ببین با روش سیستماتیک چه اعدادی باید انتخاب بشن.

درس Box

شاخص‌های پراکندگی:

شاخص	فرمول	توضیح فارسی
واریانس	$\sigma^2=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}$ یا $\sigma^2=\frac{x_1^2+\ldots+x_n^2}{n}-(\bar{x})^2$	هر داده را منهای میانگین کرده و به توان ۲ می‌رسانیم، سپس با هم جمع کرده و تقسیم بر تعداد می‌کنیم. به زبان دیگر، واریانس برابر میانگین مربع انحراف از میانگین‌هاست.
انحراف معیار	$\sigma=\sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}}$	جذر واریانس است.
ضریب تغییرات	$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}$	$\frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}}$
واریانس n عدد حسابی با قدرنسبت d	$\sigma^2=(\frac{n^2-1}{12})d^2$	اگر اعداد تشکیل دنبالهٔ حسابی بدهند، این فرمول راحت‌تر از تعریف واریانس است.

انواع روش‌های نمونه‌گیری (اندازهٔ نمونه برابر n و اندازهٔ جامعه برابر N است.):

روش	تعریف
تصادفی ساده	نوعی روش نمونه‌گیری که در آن همهٔ واحدهای آماری برای انتخاب‌شدن در نمونه، احتمال یکسان دارند.
خوشه‌ای	نمونه‌گیری که در آن واحدهای نمونه‌گیری اولیه در جامعه، گروه‌ها یا خوشه‌ها باشند؛ سپس همهٔ واحدهای آماری خوشه‌های انتخاب‌شده را به عنوان نمونه در نظر می‌گیریم.
طبقه‌ای	روش نمونه‌گیری که در آن با طبقه‌بندی جامعه به زیرجامعه‌های مجزا یک نمونهٔ تصادفی ساده از هر طبقه انتخاب می‌شود.
سامانمند (سیستماتیک)	نوعی نمونه‌گیری طبقه‌ای است که در آن اندازهٔ طبقات با هم برابر است. فقط از طبقهٔ اول، واحد آماری به تصادف انتخاب می‌شود و با همان رویه از طبقات دیگر، این کار انجام می‌گیرد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: داده‌ها به صورت زیر هستند:

(۳)(۳)(۳)(۳)(۳)(۴)(۴)(۴)(۴)(۵)(۵)(۵)(۵)(۵)(۵)(۶)(۶)(۶)(۸)(۸)

گام دوم: برای انتخاب نمونه‌ای به اندازهٔ ۵ کافی است داده‌ها را به ۴ گروه تقسیم کنیم و از هر کدام عدد سوم را انتخاب کنیم.

گام سوم: واریانس داده‌های مقابل را محاسبه می‌کنیم: ۳ , ۴ , ۵ , ۵ , ۸

$$\bar{x}=\frac{3+4+5+5+8}{5}=5$$

$$\sigma^2=\frac{(3-5)^2+(4-5)^2+(5-5)^2+(5-5)^2+(8-5)^2}{5}=\frac{14}{5}=2/8$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۶ اگر m بزرگ‌ترین عدد طبیعی باشد که $(۱۳-m)! \overset{۲۱}{\equiv} ۴۲$، بزرگ‌ترین عدد طبیعی دورقمی y که در معادلهٔ $۱۱x + my = ۲۹$ صدق می‌کند، کدام است؟

۱) ۹۴

۲) ۹۳

۳) ۹۲

۴) ۹۱

مشاوره از معادلهٔ هم‌نهشتی و سیاله معمولاً یک سؤال در کنکور می‌آید. البته این سؤال ترکیبی از دو موضوع و مشابه سؤال کنکور سال ۱۴۰۰ است. سؤال مهمی است حتماً آن را تحلیل کنید.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint $۴۲ \overset{۲۱}{\equiv} ۰$ و هم‌چنین $(۱۳-m)!$ باید توش ۷ داشته باشه.

درس Box

حل معادلهٔ سیالهٔ خطی:

تعریف: به معادلهٔ $ax + by = c$ که همهٔ ضرایب و مجهولات عدد صحیح هستند، معادلهٔ سیالهٔ خطی درجه‌اول می‌گوییم.

شرط جواب: شرط این‌که معادلهٔ $ax + by = c$ جواب داشته باشد، این است که $(a , b) \mid c$ (و برعکس).

روش حل معادلهٔ سیاله: معادلهٔ سیاله را به معادلهٔ هم‌نهشتی تبدیل می‌کنیم. برای این کار دو طرف معادله را به پیمانهٔ a می‌بریم.

ax که مضرب a است، هم‌نهشت صفر می‌شود، پس داریم:

$$ax + by \overset{a}{\equiv} c \Rightarrow by \overset{a}{\equiv} c$$

دقت کنید که می‌توانستیم به پیمانهٔ b هم ببریم که در این صورت، معادله به صورت $ax \overset{b}{\equiv} c$ درمی‌آید.

نکته این‌که به کدام‌یک از پیمانه‌های b یا a ببریم فرقی نمی‌کند، اما معمولاً به پیمانه‌ای که کوچک‌تر (از نظر قدرمطلق) است ببریم، بهتر است.

نکته بعد از این‌که معادلهٔ هم‌نهشتی را حل و آن متغیر را پیدا کردید، باید آن در معادلهٔ سیاله قرار دهید تا مجهول دیگر هم به دست آید.

معادلهٔ هم‌نهشتی و روش حل آن:

برای حل معادلهٔ هم‌نهشتی $ax \overset{m}{\equiv} b$ مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱) اگر a و b اعداد بزرگی هستند، به جایشان یک عدد هم‌نهشت با آن‌ها به پیمانهٔ m را قرار می‌دهیم.

۲) با اضافه‌کردن مضارب پیمانه به b، کاری می‌کنیم تا دو طرف بر a بخش‌پذیر باشند.

۳) با استفاده از ویژگی تقسیم، دو طرف را به a ساده می‌کنیم تا x به دست آید. (البته می‌توانیم با ضرب دو طرف هم‌نهشتی در عددی که نسبت به پیمانه، اول باشد نیز ضرایب را ساده‌تر کنیم.)

ویژگی تقسیم دو طرف هم‌نهشتی:

ویژگی تقسیم	ریاضی	توضیح
۱	$ca \overset{m}{\equiv} cb , (c , m) = ۱ \Rightarrow a \overset{m}{\equiv} b$	اگر عدد c که قرار است از دو طرف ساده شود با پیمانه، عامل مشترک نداشته باشند، آن را ساده می‌کنیم.
۲	$ca \overset{m}{\equiv} cb , (c , m) = d \Rightarrow a \overset{\frac{m}{d}}{\equiv} b$	اگر عدد c با پیمانه، ب‌م‌م d داشته باشد، c را از دو طرف ساده می‌کنیم، ولی پیمانه به d تقسیم می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ۴۲ بر ۲۱ بخش‌پذیر است، پس $۴۲ \overset{۲۱}{\equiv} ۰$.

گام دوم: $(۱۳-m)!$ بر ۳×۷ بخش‌پذیر است، پس در تجزیهٔ $(۱۳-m)!$ باید اعداد اول ۳ و ۷ وجود داشته باشند. اگر $m = ۷$ (یا بیشتر باشد) $۱۳ - m < ۷$، پس در $(۱۳-m)!$ عامل ۷ نداریم، پس بزرگ‌ترین مقدار m برابر ۶ است که $۷! \overset{۲۱}{\equiv} ۰$.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام سوم:

$$11x+6y=29 \xrightarrow[\text{به پیمانه ۱۱}]{\text{دو طرف را}} \overset{\frown}{11x}+6y\overset{11}{\equiv}29$$

$$\xrightarrow{29\overset{11}{\equiv}7} 6y\overset{11}{\equiv}7+11=18 \xrightarrow[(6,11)=1]{\div 6} y\overset{11}{\equiv}3 \Rightarrow y=11k+3$$

گام چهارم: بزرگ‌ترین عدد دورقمی ممکن برای y به ازای $k=8$، یعنی $y=91$ به دست می‌آید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۷ عدد $۱۲^{۳۶} - x^{۲}$ بر ۱۹ بخش‌پذیر است. رقم یکان بزرگ‌ترین عدد دورقمی x کدام است؟

۱) ۶

۲) ۷

۳) ۸

۴) ۹

مشاوره از نظریهٔ اعداد، معمولاً دو سؤال در کنکور می‌آید که معمولاً هر دو از هم‌نهشتی است یا لااقل یک ربطی به هم‌نهشتی دارد. پیداکردن باقی‌مانده توسط هم‌نهشتی خیلی مهم است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

عبارت رو با اتحاد مزدوج تجزیه کن؛ بعد هر کدام از پرانتزها باید به ۱۹ بخورن!

درس Box

پیداکردن باقی‌مانده با استفاده از هم‌نهشتی: مهم‌ترین کاربرد هم‌نهشتی، پیداکردن باقی‌ماندهٔ اعداد بزرگ در تقسیم بر m است. مراحل کار به صورت زیر است:

۱) یک هم‌نهشتی اولیه می‌نویسیم. اگر این هم‌نهشتی جوری باشد که سمت راست، ۱ یا ۱− باشد بهتر است.

۲) با توان‌رسانی، ضرب و جمع، مقسوم را می‌سازیم.

۳) اگر سمت راست منفی باشد یا بزرگ‌تر از پیمانه باشد، آن‌قدر از پیمانه به آن اضافه یا کم می‌کنیم تا در محدودهٔ باقی‌مانده $(۰ \le r < m)$ قرار گیرد.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: $۱۲^{۳۶} - x^{۲}$ بر ۱۹ بخش‌پذیر است، پس در تقسیم بر ۱۹ باقی‌ماندهٔ صفر دارد:

$$۱۲^{۳۶} - x^{۲} \overset{۱۹}{\equiv} ۰ \xrightarrow{\text{تجزیه}} (۱۲^{۱۸} - x)(۱۲^{۱۸} + x) \overset{۱۹}{\equiv} ۰$$

گام دوم:

$$۱۲^{۱۸} \overset{۱۹}{\equiv} (-۷)^{۱۸} = ۷^{۱۸}$$

$$۷^{۲} \overset{۱۹}{\equiv} ۱۱ \xrightarrow{\times ۷} ۷^{۳} \overset{۱۹}{\equiv} ۷۷ \overset{۱۹}{\equiv} ۱ \Rightarrow ۷^{۱۸} \overset{۱۹}{\equiv} ۱$$

گام سوم:

$$\begin{cases} ۱۲^{۱۸} - x \overset{۱۹}{\equiv} ۰ \Rightarrow x \overset{۱۹}{\equiv} ۱ \Rightarrow x = ۱۹k + ۱ \xrightarrow{k=۵} x = ۹۶ & \checkmark \\ ۱۲^{۱۸} + x \overset{۱۹}{\equiv} ۰ \Rightarrow x \overset{۱۹}{\equiv} -۱ \Rightarrow x = ۱۹k - ۱ \xrightarrow{k=۵} x = ۹۴ & \times \end{cases}$$

یه‌جور دیگه

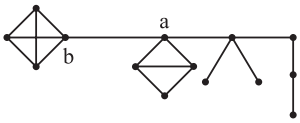
از قضیهٔ فرما داریم:

$$۱۲^{۱۸} \overset{۱۹}{\equiv} ۱ \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۱۲^{۳۶} \overset{۱۹}{\equiv} ۱$$

$$\rightarrow ۱ - x^{۲} \overset{۱۹}{\equiv} ۰ \xrightarrow{\times(-۱)} x^{۲} - ۱ \overset{۱۹}{\equiv} ۰ \Rightarrow (x-۱)(x+۱) \overset{۱۹}{\equiv} ۰ \begin{cases} \nearrow & x - ۱ \overset{۱۹}{\equiv} ۰ \Rightarrow x = ۱۹k + ۱ \\ \searrow & x + ۱ \overset{۱۹}{\equiv} ۰ \Rightarrow x = ۱۹k - ۱ \end{cases}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۸ در گراف G با نمودار زیر، تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم برابر با کدام است؟



۱) $|N_G(a) \cup N_G[b]|$

۲) $4\gamma(G)$

۳) $\frac{q(\bar{G})-1}{3}$

۴) $\Delta(G)+\gamma(G)$

مشاوره از گراف، یک سؤال در کنکور می‌آید. در سال‌های ۱۴۰۲ و ۱۴۰۳ این سؤال از درس اول و در سال ۱۴۰۴ ترکیبی از دو درس آمده است. به نظر می‌رسد امسال هم یک سؤال ترکیبی از احاطه‌گری و سایر موضوعات درس اول در گراف بیاید.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint اول عدد احاطه‌گری رو به دست بیار بعد ببین اون تعداد رأس رو چه‌جوری می‌تونی برداری.

درس Box

تعریف مجموعهٔ احاطه‌گر:

زیرمجموعهٔ D از رأس‌های گراف را مجموعهٔ احاطه‌گر می‌نامیم؛ هرگاه هر رأس از گراف که در D نباشد، حداقل به یکی از عضوهای D وصل باشد.

تعریف مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم:

در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G، مجموعه (یا مجموعه‌هایی) که کم‌ترین تعداد عضو را دارند، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم می‌گوییم. تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم. به یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم، یک $\gamma-$ مجموعه هم می‌گوییم.

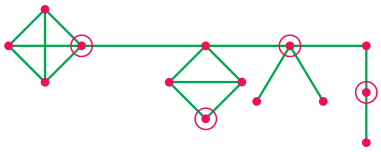
گراف مکمل:

اسم	نماد	تعریف	ویژگی‌ها
گراف مکمل G	$\bar{G}$	رأس‌های $\bar{G}$ همان رأس‌های G است. یال‌های $\bar{G}$، یال‌هایی هستند که در G وجود ندارد.	۱) $q(G)+q(\bar{G})=\frac{p(p-1)}{2}$ ۲) $\deg_G(a)+\deg_{\bar{G}}(a)=p-1$

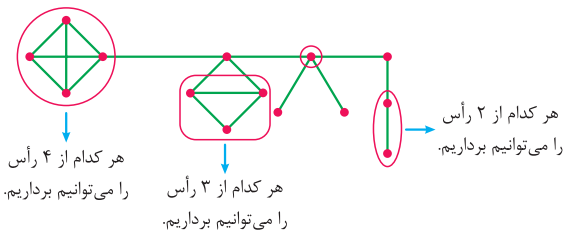
نماد	اسم	توضیح	نکته
$V(G)$	مجموعهٔ رأس‌های گراف	—	رأس‌ها را معمولاً با v_1 و v_2 و ... نمایش می‌دهیم.
$E(G)$	مجموعهٔ یال‌های گراف	—	یال‌ها را معمولاً به صورت ab نمایش می‌دهیم. 
p	مرتبهٔ گراف	تعداد رأس‌های گراف $(p>0)$	$\lvert V(G)\rvert = p$
q	اندازهٔ گراف	تعداد یال‌های گراف $(q\geq 0)$	$\lvert E(G)\rvert = q$
$\deg_G(v)$	درجهٔ رأس v	تعداد یال‌هایی که به رأس v متصل است (در گراف G).	درجهٔ رأس v را با نماد $d(v)$ هم نمایش می‌دهیم و $0\leq d(v)\leq p-1$
Δ	ماکزیمم درجه	بزرگ‌ترین درجه در بین کل درجهٔ رأس‌ها	$\Delta \leq p-1$
δ	مینیمم درجه	کوچک‌ترین درجه در بین کل درجهٔ رأس‌ها	$0\leq \delta \leq \Delta$
$N_G(a)$	همسایگی باز رأس a	مجموعه رأس‌هایی که به a متصل هستند (در گراف G).	$N_G(a)$ به تعداد $d(a)$ عضو دارد.
$N_G[a]$	همسایگی بستهٔ رأس a	مجموعه رأس‌هایی که به a متصل هستند، به‌علاوهٔ خود a (در گراف G).	$N_G[a]$ به تعداد $d(a)+1$ عضو دارد.
$\bar{K}p$	گراف تهی	گرافی که یال ندارد (همهٔ رأس‌ها ایزوله هستند).	تعدادی نقطه (رأس)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

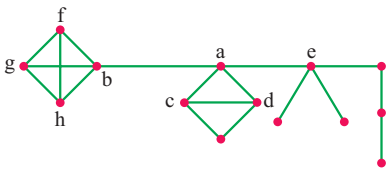
پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** با برداشتن کم‌ترین تعداد رأس (مثلاً به صورت زیر) کل رأس‌ها احاطه می‌شود، پس $\gamma(G) = ۴$.



گام دوم: از طرفی این ۴ رأس را به صورت‌های زیر می‌توانیم انتخاب کنیم، پس تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم برابر است با: $۲ \times ۳ \times ۴ = ۲۴$.



گام سوم: حاصل گزینه‌ها را به دست می‌آوریم:



بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱):

$$N_G(a) \cup N_G[b] = \{c , d , e , b\} \cup \{b , a , f , g , h\} = \{c , d , e , b , a , f , g , h\}$$

این مجموعه ۸ عضو دارد، پس برابر با این گزینه نیست.

گزینهٔ (۲):

$$۴\gamma(G) = ۴ \times ۴ = ۱۶ \quad \times$$

گزینهٔ (۳):

$$\begin{cases} p(G) = ۱۴ \\ q(G) = ۱۸ \end{cases} \Rightarrow \overbrace{q(G)}^{۱۸} + q(\bar{G}) = \frac{p(p-۱)}{۲} = \frac{۱۴ \times ۱۳}{۲}$$

$$\Rightarrow q(\bar{G}) = ۷۳ \Rightarrow \frac{q(\bar{G}) - ۱}{۳} = ۲۴ \quad ✓$$

گزینهٔ (۴):

$$\Delta(G) + \gamma(G) = ۴ + ۴ = ۸$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۹ معادلهٔ $x_1 + x_2 + ... + x_5 = 19$ چند جواب صحیح نامنفی با این شرط که حداقل سه‌تا از متغیرها زوج و حداقل یکی از آن‌ها فرد باشد، دارد؟

۱) ۳۴۲۵ ۲) ۳۵۷۵

۳) ۳۹۷۵ ۴) ۳۹۲۵

مشاوره معادلهٔ سیالهٔ خطی، هم در نهایی و هم در کنکور خیلی مهم است و معمولاً از آن سؤال می‌آید. حتماً روی تیپ‌های مختلف آن مسلط باشید.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint باید ۴ متغیر زوج و ۱ متغیر فرد داشته باشیم. به جای متغیر فرد $2a_i + 1$ و به جای متغیرهای زوج $2a_i$ بگذار.

درس Box **تعداد جواب‌های معادلهٔ سیالهٔ خطی در حالت‌های مختلف:**

معادله	تعداد جواب‌های صحیح نامنفی	تغییر یا روش حل
$\underbrace{x_1 + x_2 + ... x_k}_{k\text{تا متغیر}} = n$	$\binom{n+k-1}{k-1}$	توزیع n شیء یکسان بین k نفر انتخاب n شاخه گل از بین k نوع گل
$\begin{cases} x_1 + x_2 + ... + x_k = n \\ x_1 \geq a \end{cases}$	$\binom{n+k-1-a}{k-1}$	اگر متغیری شرط بزرگ‌تر یا مساوی (حداقلی) داشته باشد، آن را از n کم می‌کنیم.
$\begin{cases} x_1 + x_2 + ... + x_k = n \\ x_i \geq 1, i = 1, 2, ..., n \end{cases}$	$\binom{n-1}{k-1}$	جواب‌های طبیعی معادله
$\begin{cases} x_1 + x_2 + ... + x_k = n \\ x_1 \leq a \end{cases}$	$\binom{n+k-1}{k-1} - \binom{n-(a+1)+k-1}{k-1}$	کل جواب‌ها را از جواب‌های با شرط $x_1 \geq a+1$ کم می‌کنیم.
$x_1 + x_2 + ... + x_k \leq n$	$\binom{n+k}{k}$	متغیر نامنفی x_{k+1} را اضافه کرده تا نامعادله تبدیل به معادلهٔ $x_1 + x_2 + ... + x_{k+1} = n$ گردد.
$ax_1 + ... + x_k = n$ $x_1^n + ... + x_k = n$ $\sqrt{x_1} + ... + x_k = n$	—	متغیر دارای ضریب، توان، رادیکال و... را حالت‌بندی می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: اگر قرار باشد سه‌تا از متغیرها زوج و دوتا فرد باشد، مجموع متغیرها فرد نمی‌شود، پس تنها حالت ممکن این است که دقیقاً ۴تا از متغیرها زوج و یکی فرد باشد.

گام دوم: به $\binom{5}{1} = 5$ روش می‌توانیم یکی از متغیرها را انتخاب کنیم تا فرد باشد. فرض کنیم x_1 چنین متغیری است. قرار می‌دهیم $x_1 = 2a_1 + 1$ که $a_1 \geq 0$.

گام سوم: متغیرهای دیگر زوج هستند، پس قرار می‌دهیم:

$$x_i = 2a_i \quad , \quad (a_i \geq 0, i = 2, ..., 5)$$

گام چهارم: معادلهٔ سیاله به صورت زیر می‌شود:

$$(2a_1 + 1) + 2a_2 + 2a_3 + 2a_4 + 2a_5 = 19 \Rightarrow 2(a_1 + a_2 + ... + a_5) = 18$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 + ... + a_5 = 9 \quad , \quad (a_i \geq 0, i = 1, ..., 5)$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام پنجم: تعداد جواب‌های صحیح نامنفی این معادله برابر است با:

$$\binom{n+k-1}{k-1}=\binom{9+5-1}{5-1}=\binom{13}{4}=715$$

گام ششم: در نهایت، تعداد کل جواب‌های این معادله برابر است با:

$$5\times 715=3575$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۰ **از مجموعهٔ $\{۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۱۱, ۲۴\}$، حداقل چند عدد انتخاب کنیم تا مطمئن شویم که دست کم دو عدد هست که ضربشان برابر ۲۴ است؟**

۱) ۴

۲) ۵

۳) ۶

۴) ۷

مشاوره از اصل لانه‌کبوتری معمولاً یک سؤال در کنکور می‌آید. با توجه به این‌که این موضوع محاسبات خاصی ندارد در صورتی که مقداری روی تیپ‌های مهم کار کنید، تست آن در کم‌تر از ۳۰ ثانیه قابل حل است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint اعداد را تا حد امکان دوتا دوتا طوری دسته‌بندی کن که ضرب اون‌ها ۲۴ بشه.

درس Box **روش جفت‌سازی در حل مسئله‌های اصل لانه‌کبوتری**: برای به دست آوردن حداقل انتخاب برای این‌که دو عدد با ویژگی مورد نظر (مثلاً جمع خاص) حتماً در بین اعداد وجود داشته باشد، اعداد را دوتا دوتا طوری دسته‌بندی می‌کنیم که همان ویژگی را داشته باشند؛ البته ممکن است برخی اعداد جفتی نداشته باشند و تک‌عضوی باقی بمانند که هر کدام از آن‌ها را یک دسته در نظر می‌گیریم.

اگر یکی بیشتر از تعداد دسته‌ها (لانه‌ها) برداریم، مطمئن هستیم که دو عدد با همان ویژگی در بین اعداد انتخابی وجود دارد.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: اعداد را دوتا دوتا طوری دسته‌بندی می‌کنیم که حاصل‌ضرب اعداد هر دسته برابر ۲۴ شود. البته ممکن است برخی از اعداد جفتی نداشته باشند:

$$\boxed{۱, ۲۴}, \boxed{۳, ۸}, \boxed{۴, ۶}, ۲, ۱۱$$

گام دوم: ۵ لانه داریم، اگر یکی بیشتر از تعداد لانه‌ها (یعنی ۶تا) برداریم مطمئن هستیم که از یکی از لانه‌ها دو عدد برداشته شده است که حاصل‌ضرب همین دو عدد برابر ۲۴ است.

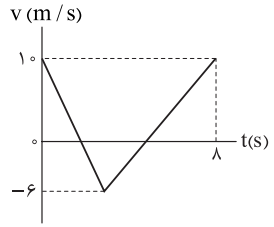
تیزبازی با انتخاب ۴ عدد ۱، ۲، ۳ و ۴ ضرب هیچ دو عددی برابر ۲۴ نمی‌شود، پس گزینهٔ (۱) غلط است.

با انتخاب ۵ عدد ۱، ۲، ۳، ۴ و ۱۱ هم همین‌طور، پس از همان اول گزینهٔ (۳) یا (۴) درست است.

گول‌نخوری درست است که ۲ و ۱۱ تک باقی می‌مانند، ولی در محاسبهٔ تعداد لانه‌ها حتماً باید آن‌ها را نیز شمارش کنیم.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در بازه‌ای که متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، اندازهٔ جابه‌جایی آن چند متر است؟



۱) ۶
۲) ۹
۳) ۱۲
۴) ۱۸

مشاوره در تست‌های حرکت‌شناسی که با نمودار مطرح می‌شوند، باید تسلط لازم بر یک سری مفاهیم ریاضی مانند رابطهٔ تالس، معادلات خط و سهمی، شیب خط مماس و ... را داشته باشید. اگر می‌خواهید در این نوع تست‌ها با مشکلی روبه‌رو نشوید، باید پایهٔ ریاضی خود را در این‌گونه موارد تقویت کنید.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

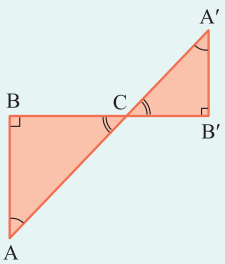
ابتدا نسبت تشابه بین مثلث‌ها را تعیین کنید. سپس بازهٔ زمانی‌ای را پیدا کنید که در آن، متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. در پایان، مساحت قسمتی از نمودار را که زیر محور t قرار دارد، پیدا کنید.

درس Box

۱) مساحت سطح محدود بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان در هر بازهٔ زمانی، برابر جابه‌جایی (تغییر مکان) در آن بازه است $(S = \Delta x)$. مساحت سطحی را که بالای محور t است با علامت مثبت و مساحت سطحی را که پایین محور t است با علامت منفی در نظر می‌گیریم.

۲) وقتی $v > 0$ است، یعنی متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند، اما هنگامی که $v < 0$ است، یعنی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

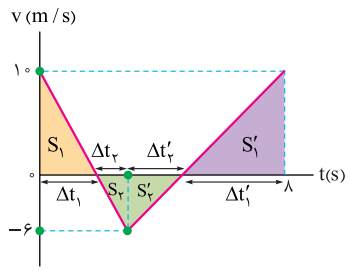
۳) یادآوری رابطهٔ تالس در مثلث‌ها!
برای دو مثلث متشابه $\overset{\Delta}{ABC}$ و $\overset{\Delta}{A'B'C}$ می‌توان نوشت:



$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C}{BC}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در نمودار زیر، مثلث‌های S_1 و S_2 با هم متشابه‌اند، مثلث‌های S'_1 و S'_2 نیز با هم متشابه‌اند:



$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{5}{3}\Delta t_2$$

$$\frac{\Delta t'_1}{\Delta t'_2} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \Rightarrow \Delta t'_1 = \frac{5}{3}\Delta t'_2$$

گام دوم: در بازهٔ زمانی $(\Delta t_2 + \Delta t'_2)$ که نمودار سرعت ـ زمان، در زیر محور t قرار دارد، سرعت متحرک منفی است و در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. این بازهٔ زمانی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t'_1 + \Delta t'_2 = 8 \xrightarrow[\Delta t'_1 = \frac{5}{3}\Delta t'_2]{\Delta t_1 = \frac{5}{3}\Delta t_2} \frac{5}{3}\Delta t_2 + \Delta t_2 + \frac{5}{3}\Delta t'_2 + \Delta t'_2 = 8 \Rightarrow \frac{8}{3}(\Delta t_2 + \Delta t'_2) = 8$$

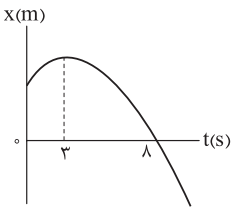
$$\Rightarrow \Delta t_2 + \Delta t'_2 = 3\,s$$

گام سوم: مساحت قسمتی از نمودار که زیر محور t قرار دارد، همان جابه‌جایی متحرک در بازه‌ای است که در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. اندازهٔ این جابه‌جایی را پیدا می‌کنیم:

$$|S_2 + S'_2| = \left|\frac{(\Delta t_2 + \Delta t'_2)(-6)}{2}\right| = \left|\frac{3(-6)}{2}\right| = 9\,m$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۲ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در ۸ ثانیهٔ اول برابر با $8/5\ m/s$ باشد، اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در ۳ ثانیهٔ اول، برابر چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۳

۲) ۶

۳) ۹

۴) ۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ابتدا به کمک رابطهٔ تندی متوسط، مسافت طی‌شده در مدت ۸s را به دست آورید؛ سپس معادلهٔ حرکت با شتاب ثابت روی محور x را یک بار در ۳ ثانیهٔ اول حرکت و بار دیگر در بازهٔ زمانی ۳s تا ۸s بنویسید و با ترکیب روابط به‌دست‌آمده، جابه‌جایی و اندازهٔ سرعت متوسط در ۳ ثانیهٔ اول را پیدا کنید.

درس Box

۱) **رابطهٔ تندی متوسط:**

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

s_{av}: تندی متوسط (m/s)

ℓ: مسافت (m)

$\Delta t = t_2 - t_1$: مدت‌زمان (s)

۲) **رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت روی محور x:**

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

v_{av}: سرعت متوسط (m/s)

$\Delta x = x_2 - x_1$: جابه‌جایی (m)

$\Delta t = t_2 - t_1$: مدت‌زمان (s)

۳) **مقایسهٔ مسافت و جابه‌جایی:** مسافت، طول مسیر پیموده‌شده توسط متحرک است و یک کمیت نرده‌ای محسوب می‌شود، اما جابه‌جایی، برداری است که مکان شروع حرکت را به مکان پایانی آن وصل می‌کند.

توجه تنها در صورتی که حرکت بدون تغییر جهت باشد، اندازه جابه‌جایی با مسافت برابر می‌شود.

۴) **معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت:**

معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان برحسب سرعت اولیه:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان برحسب سرعت پایانی:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt$$

$\Delta x = x - x_0$: جابه‌جایی (m)

x: مکان متحرک در لحظهٔ t (m)

a: شتاب حرکت (m/s^2)

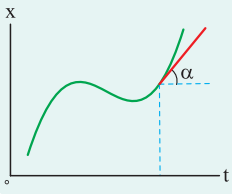
t: زمان (s)

v_0: سرعت اولیه (m/s)

x_0: مکان اولیه (m)

v: سرعت متحرک در لحظهٔ t (m/s)

۵) سرعت در هر لحظهٔ دلخواه t برابر با شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در آن لحظه است.



شیب خط مماس $= v$

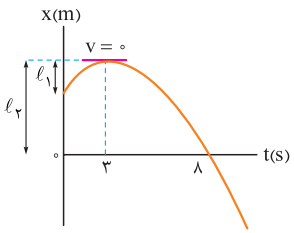
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** به کمک رابطهٔ تندی متوسط، جابه‌جایی متحرک در مدت ۸ s را به دست می‌آوریم:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۸-۰=۸\ s]{s_{av}=۸/۵\ m/s}۸/۵=\frac{\ell}{۸}\Rightarrow \ell=۶۸m$$

گام دوم: مسافتی را که متحرک در ۳ ثانیهٔ اول حرکت می‌پیماید، با $\ell_۱$ و مسافتی را که در بازهٔ زمانی ۳s تا ۸s می‌پیماید، با $\ell_۲$ نشان می‌دهیم؛ بنابراین با استفاده از معادلهٔ جابه‌جایی در حرکت شتاب ثابت روی محور x می‌توان نوشت:

الف) در بازهٔ زمانی ۰ تا ۳ s:



$$\Delta x=-\frac{۱}{۲}at^۲+vt$$

$$\Rightarrow \ell_۱=-\frac{۱}{۲}a(۳)^۲+۰\qquad (۱)$$

ب) در بازهٔ زمانی ۳ s تا ۸ s:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t$$

$$\Rightarrow -\ell_۲=\frac{۱}{۲}a(۸-۳)^۲+۰\qquad (۲)$$

گام سوم: روابط (۱) و (۲) را که در گام دوم به دست آمده، بر هم تقسیم می‌کنیم تا رابطهٔ بین $\ell_۱$ و $\ell_۲$ به دست آید:

$$\frac{\ell_۱}{-\ell_۲}=\frac{-\frac{۱}{۲}a(۳)^۲}{\frac{۱}{۲}a(۵)^۲}\Rightarrow \frac{\ell_۱}{\ell_۲}=\frac{۹}{۲۵}\Rightarrow \ell_۲=\frac{۲۵}{۹}\ell_۱$$

با توجه به این‌که $\ell=\ell_۱+\ell_۲=۶۸\ m$ است، می‌توانیم $\ell_۱$ را پیدا کنیم:

$$\ell_۱+\ell_۲=۶۸\ m\xrightarrow{\ell_۲=\frac{۲۵}{۹}\ell_۱}\ell_۱+\frac{۲۵}{۹}\ell_۱=۶۸\Rightarrow \frac{۳۴}{۹}\ell_۱=۶۸\Rightarrow \ell_۱=۱۸\ m$$

گام چهارم: در ۳ ثانیهٔ اول حرکت، جابه‌جایی و مسافت متحرک با هم برابرند. اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در این بازهٔ زمانی را حساب می‌کنیم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۳-۰=۳\ s]{\Delta x=\ell_۱=۱۸\ m}v_{av}=\frac{۱۸}{۳}=۶\ m/s$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۳ **خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبزشدن چراغ، خودرو با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت از آن سبقت می‌گیرد و در فاصلهٔ ۴۰۰متری چراغ راهنمایی، خودرو به کامیون می‌رسد. در لحظه‌ای که تندی خودرو با تندی کامیون برابر می‌شود، فاصلهٔ آن‌ها از هم چند متر است؟**

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰

۳) ۲۰۰ ۴) ۳۰۰

مشاوره این تست، برگرفته از یکی از پرسش‌های دوره‌ای آخر فصل ۱ کتاب درسی فیزیک ۳ است. تمرین‌ها و پرسش‌های کتاب درسی را جدی بگیرید.

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

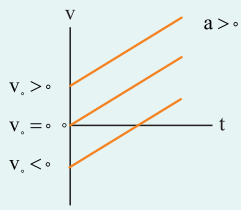
نمودار سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت:

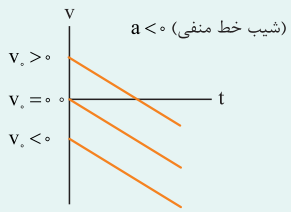
۱) با توجه به این‌که معادلهٔ سرعت ـ زمان در این نوع حرکت، از درجهٔ اول می‌باشد، نمودار آن به صورت یک خط شیب‌دار است و شیب آن شتاب متحرک را نشان می‌دهد.

۲) نقطهٔ شروع این نمودار روی محور v، سرعت اولیه (v_0) را نشان می‌دهد.

۳) مساحت سطح بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان، در هر بازهٔ زمانی برابر جابه‌جایی متحرک در آن بازه است. (مساحت بخشی از سطح را که زیر محور زمان است، منفی در نظر می‌گیریم، زیرا سرعت و جابه‌جایی در این بخش، منفی هستند.)

۴) قدرمطلق مساحت سطح بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان، مسافت پیموده‌شده در بازهٔ زمانی مورد نظر را نشان می‌دهد.





نمودار سرعت ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت:

۱) این نمودار به صورت یک خط افقی موازی محور زمان است.

۲) مساحت سطح محدود بین این نمودار و محور زمان در هر بازهٔ زمانی، برابر با جابه‌جایی یا تغییر مکان در آن بازه است.

رسم نمودار سرعت ـ زمان در اغلب سؤالات حرکت‌شناسی، به ساده‌ترشدن تحلیل سؤال می‌انجامد؛ به ویژه در مسائلی که جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط هر یک از متحرک‌ها بررسی می‌شوند.

معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت روی محور x:

$$x = vt + x_0$$

x : مکان متحرک (m)

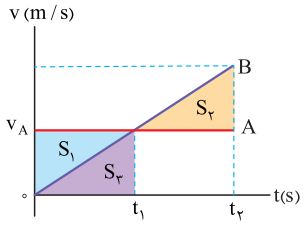
x_0 : مکان اولیهٔ متحرک (m)

v : سرعت (m/s)

t : زمان (s)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک را رسم می‌کنیم. توجه داشته باشید که حرکت کامیون A با سرعت ثابت و حرکت خودروی B با شتاب ثابت است.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

t_1، لحظهٔ یکسان‌شدن سرعت‌های دو متحرک و t_2، لحظهٔ یکسان‌شدن مکان‌های دو متحرک هستند.

با توجه به یکسان‌بودن مساحت سطح زیر نمودارهای دو متحرک A و B در لحظهٔ t_2، معلوم می‌شود که دو مثلث S_1 و S_2 هم‌نهشت هستند و داریم:

$$t_2 - t_1 = t_1 - 0 \Rightarrow t_2 = 2t_1$$

گام دوم: معادلهٔ مکان متحرک A را در لحظهٔ t_2 می‌نویسیم:

$$x_A = v_A t_2 + x_{0A} \xrightarrow[x_A=400\,m\,,\,x_{0A}=0]{t_2=2t_1} 400 = v_A(2t_1) \Rightarrow v_A t_1 = 200\,m$$

گام سوم: مثلث S_3 نیز با مثلث‌های S_1 و S_2 هم‌نهشت است، یعنی مساحت‌های آن‌ها با هم برابرند. در لحظهٔ t_1 که تندی دو متحرک A و B، برابر می‌شود، فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر به اندازهٔ اختلاف سطح زیر نمودار سرعت ـ زمان آن‌ها تا لحظهٔ t_1 است.

$$x_A - x_B = (S_1 + S_2) - S_2 = S_1 \Rightarrow x_A - x_B = \frac{1}{2} v_A t_1 \xrightarrow{v_A t_1 = 200\,m} x_A - x_B = 100\,m$$

خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبزشدن چراغ، خودرو با شتاب $2\ m/s^2$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت $36\ km/h$ از آن سبقت می‌گیرد.

الف) در چه لحظه و در چه مکانی خودرو به کامیون می‌رسد؟

ب) نمودار مکان ـ زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

پ) نمودار سرعت ـ زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

(فیزیک (۳) ـ پرسش ۲۱ صفحهٔ ۲۸ کتاب درسی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۴ گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۸۰متری سطح زمین رها می‌شود. این گلوله بعد از رسیدن به سطح زمین، ۰/۴ s طول می‌کشد تا سرعتش به صفر برسد. بزرگی شتاب متوسط گلوله در این ۰/۴ s چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(g = 10\ m/s^2)$

۱) ۵ ۲) ۱۰

۳) ۵۰ ۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

رابطهٔ مستقل از زمان (معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی) را برای این گلوله بنویسید و سرعت آن را در لحظهٔ رسیدن به سطح زمین به دست آورید؛ سپس به کمک رابطهٔ $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$، خواستهٔ سؤال را پیدا کنید.

درس Box

۱) اگر جهت مثبت محور y را رو به پایین در نظر بگیریم، معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی (رابطهٔ مستقل از زمان) در حرکت سقوط آزاد، به صورت زیر است:

$$v^2 - v_0^2 = 2gh$$

v: سرعت متحرک پس از پیمودن مسافت h (m/s)

v_0: سرعت اولیهٔ متحرک (m/s)

g: شتاب گرانش در سطح زمین (m/s^2)

h: ارتفاع سقوط (m)

۲) **شتاب متوسط**: در هر بازهٔ زمانی دلخواه، نسبت تغییر سرعت به بازهٔ زمانی را شتاب متوسط می‌گوییم.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

a_{av}: شتاب متوسط (m/s^2)

v_1: سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 (m/s)

v_2: سرعت متحرک در لحظهٔ t_2 (m/s)

اگر شتاب متوسط مثبت باشد، یعنی در جهت محور است و اگر منفی باشد، یعنی در خلاف جهت محور است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: سرعت گلوله، هنگام رسیدن به سطح زمین را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2gh \xrightarrow[h=80\ m]{v_0=0\ ,\ g=10\ m/s^2} v^2 = 2\times10\times80 = 1600 \Rightarrow v = 40\ m/s$$

گام دوم: به کمک رابطهٔ شتاب متوسط، بزرگی شتاب متوسط گلوله را حساب می‌کنیم:

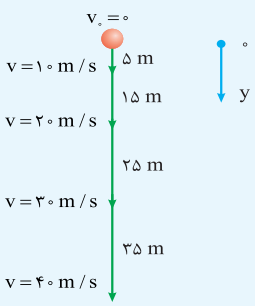
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=0/4\ s]{\Delta v = 0-40 = -40\ m/s} a_{av} = \frac{-40}{0/4} = -100\ m/s^2 \Rightarrow |a_{av}| = 100\ m/s^2$$

توجه کنید که این شتاب به‌دست‌آمده، مربوط به لحظهٔ برخورد گلوله به زمین تا لحظهٔ توقف کامل آن است و با شتاب سقوط آزاد فرق دارد.

یه‌جور دیگه

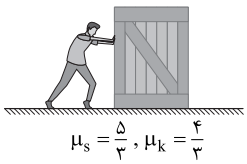
می‌دانیم وقتی جسمی سقوط آزاد انجام می‌دهد، جابه‌جایی آن در ثانیه‌های متوالی، یک دنبالهٔ عددی تشکیل می‌دهند که قدرنسبت آن $g = 10\ m/s^2$ است.

سرعت آن نیز در هر ثانیه، $10\ m/s$ افزایش می‌یابد؛ بنابراین زمان سقوط $4\ s$ بوده و سرعت گلوله هنگام رسیدن به سطح زمین، $40\ m/s$ است. بقیهٔ حل سؤال، مشابه گام دوم در پاسخ خیلی تشریحی است.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۵ در شکل زیر، شخصی به یک جعبهٔ ساکن به جرم ۳۰ kg، در حالت اول نیروی افقی ۲۲۵نیوتونی و در حالت دوم نیروی افقی ۵۲۵نیوتونی وارد می‌کند. نیرویی که سطح افقی به جعبه وارد می‌کند، در حالت دوم چند برابر حالت اول است؟ $(g = 10\ N/kg)$



۱) $\frac{3}{4}$

۲) $\frac{4}{3}$

۳) $\frac{\sqrt{34}}{5}$

۴) $\frac{5}{\sqrt{34}}$

مشاوره نیروی سطح بر جسم (R) را با نیروی عمودی سطح (F_N) اشتباه نگیرید. در کنکورهای سال‌های اخیر، محاسبهٔ نیروی R، بارها مطرح شده است.

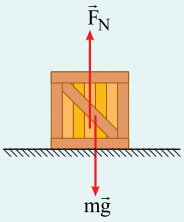
پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

نیروی عمودی سطح $(\vec{F}_N)$: نیرویی است که از طرف سطح تکیه‌گاه و عمود بر آن، بر جسمی که با سطح در تماس است، وارد می‌شود.

اگر جسم در راستای عمود بر سطح، شتابی نداشته باشد در این راستا $\vec{F}_{net} = 0$ بوده و از این رابطه $\vec{F}_N$ به دست می‌آید.

مثلاً در شکل مقابل داریم:

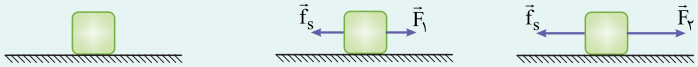


$$F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

نیروی اصطکاک ایستایی یا در حال سکون (f_s):

وقتی نیرویی بخواهد جسمی را روی سطحی به حرکت درآورد، ولی قادر به تکان‌دادن آن نباشد، معلوم می‌شود نیروی دیگری هم‌اندازهٔ آن و در جهت مخالف، بر جسم اثر می‌کند که مانع حرکت می‌شود. این نیروی مخالف، همان $\vec{f}_s$ است و مقدارهای متفاوتی بین صفر تا یک مقدار بیشینه دارد.

نیروی $\vec{f}_s$ را می‌توان با توجه به توازن نیروها و قانون دوم نیوتون تعیین کرد. مثلاً در شکل‌های زیر که جسم ساکن است، داریم:



$f_s = 0$ $\quad$ $f_s = F_1$ $\quad$ $f_s = F_2$

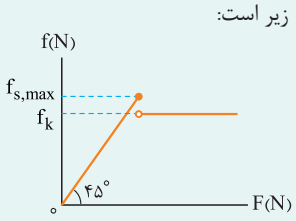
بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی که جسم برای شروع حرکت با آن روبه‌رو می‌شود، نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت $(f_{s,max})$ نامیده می‌شود و در واقع به اندازهٔ کم‌ترین نیروی محرکی است که می‌تواند حرکت جسم را آغاز کند:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N$$

μ_s: ضریب اصطکاک ایستایی

F_N: اندازهٔ نیروی عمودی سطح (N)

نمودار اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر یک جسم برحسب اندازهٔ نیروی محرک (F) به صورت زیر است:



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

نیروی اصطکاک جنبشی (لغزشی) (f_k):

نیروی اصطکاکی است که هنگام لغزش جسم، موازی با سطح و در خلاف جهت لغزش بر جسم اثر می‌کند.

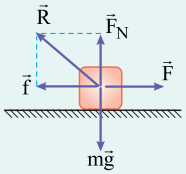
$$f_k = \mu_k F_N$$

μ_k: ضریب اصطکاک جنبشی

F_N: اندازهٔ نیروی عمودی سطح (N)

نیروی سطح:

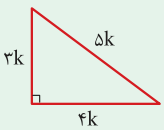
از طرف سطح تماس، دو نیروی $\vec{F}_N$ (نیروی عمودی سطح) و $\vec{f}$ (نیروی اصطکاک) بر جسم اثر می‌کنند. این دو نیرو بر هم عمود بوده و برایند آن‌ها، نیروی سطح بر جسم نام دارد که آن را با $\vec{R}$ نشان می‌دهیم:



$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

نکته

در مثلث قائم‌الزاویهٔ شکل مقابل داریم:



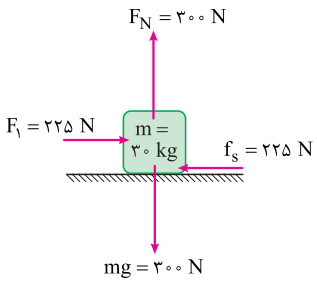
$$(3k)^2 + (4k)^2 = (5k)^2$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: نیروی اصطکاک ایستایی در آستانهٔ حرکت را به دست می‌آوریم:

$$f_{s,max} = \mu_s \times F_N \xrightarrow{F_N = mg} f_{s,max} = \mu_s \times mg = \frac{5}{3} \times 30 \times 10 = 500\ N$$

از آن‌جا که $F_1 = 225\ N$ است، بنابراین در حالت اول جسم حرکت نمی‌کند، زیرا $F_1 < f_{s,max}$ است. در این حالت، داریم:

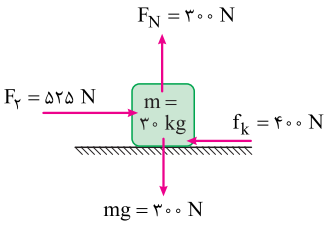


$$f_s = F_1 = 225\ N$$

گام دوم: نیرویی را که سطح افقی بر جعبه وارد می‌کند، در حالت اول پیدا می‌کنیم:

$$R_1 = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{300^2 + 225^2} = \sqrt{(4\times75)^2 + (3\times75)^2} = 5\times75 = 375\ N$$

گام سوم: نیروی محرک وارد بر جسم در حالت دوم از $f_{s,max}$ بیشتر است و جسم شروع به حرکت می‌کند. در این حالت نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح را به دست می‌آوریم:



$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = \frac{4}{3} \times 30 \times 10 = 400\ N$$

گام چهارم: نیرویی را که سطح افقی بر جعبه وارد می‌کند، در حالت دوم پیدا می‌کنیم:

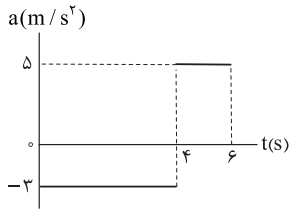
$$R_2 = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500\ N$$

گام پنجم: نسبت $\frac{R_2}{R_1}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{500}{375} = \frac{4}{3}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۶ نمودار شتاب ـ زمان جسمی به جرم $3\ kg$ که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در بازهٔ زمانی $t_1 = 1\ s$ تا $t_2 = 6\ s$ برحسب نیوتون کدام است؟



۱) $\vec{i}$

۲) $-\vec{i}$

۳) $0/6\vec{i}$

۴) $-0/6\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

به کمک مساحت سطح محدود بین نمودار شتاب ـ زمان و محور زمان، تغییرات سرعت متحرک را در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 به دست آورید؛ سپس با استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی خواسته‌شده را محاسبه کنید.

درس Box

نمودار شتاب ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت:

۱) این نمودار به صورت یک خط افقی موازی محور زمان است.

۲) مساحت سطح محدود بین این نمودار و محور زمان، در هر بازهٔ زمانی برابر با تغییر سرعت (Δv) در آن بازه است $(S = \Delta v)$، مساحت سطحی را که زیر محور زمان است، منفی در نظر می‌گیریم.

۳) اگر نمودار شتاب ـ زمان، شامل دو یا چند قسمت باشد که هر کدام شتاب ثابت خود را دارند، می‌توان نوشت:

کل $\Delta v = \Delta v_1 + \Delta v_2 + \dots$

قانون دوم نیوتون:

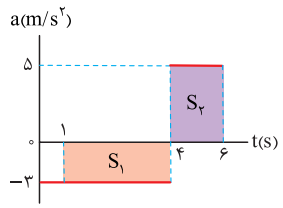
اگر به جسمی نیروی خالص وارد شود، شتابی هم‌جهت با نیروی خالص می‌گیرد. اندازهٔ این شتاب با نیروی خالص وارد بر جسم، رابطهٔ مستقیم و با جرم جسم نسبت وارون دارد. رابطهٔ قانون دوم نیوتون به صورت زیر است:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

اگر نیرو ثابت نباشد، از نیروی خالص متوسط $(\vec{F}_{av})$ استفاده می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با استفاده از نمودار $a - t$، تغییرات سرعت متحرک را در بازهٔ زمانی $t_1 = 1\ s$ تا $t_2 = 6\ s$ به دست می‌آوریم:



$$\Delta v_1 = S_1 = (4-1)(-3) = -9\ m/s$$

$$\Delta v_2 = S_2 = (6-4)(5) = 10\ m/s$$

$$\Delta v = \Delta v_1 + \Delta v_2 = -9 + 10 = 1\ m/s \Rightarrow \Delta\vec{v} = (1\ m/s)\vec{i}$$

گام دوم: با استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی خالص متوسط وارد بر جسم را حساب می‌کنیم:

$$\vec{F}_{av} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = 3 \times \frac{1\vec{i}}{6-1} = (0/6N)\vec{i}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

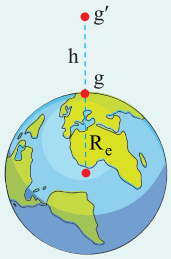
۴۷ **اندازهٔ شتاب گرانش در فاصلهٔ ۲۶۰۰کیلومتری سطح زمین، چند برابر اندازهٔ شتاب گرانش در فاصلهٔ ۵۶۰۰کیلومتری سطح زمین است؟ (شعاع کرهٔ زمین $6400\ km$ است.)**

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{9}{16}$ ۴) $\frac{16}{9}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

شتاب گرانش در اطراف کرهٔ زمین، با مربع فاصله از مرکز زمین، نسبت وارون دارد.



$$\frac{g'}{g}=\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2$$

g : شتاب گرانش در سطح زمین (m/s^2)

g' : شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح زمین (m/s^2)

R_e : شعاع کرهٔ زمین (m)

h : ارتفاع از سطح زمین (m)

پاسخ خیلی تشریحی ✓

شتاب گرانش در فاصلهٔ ۲۶۰۰کیلومتری از سطح زمین را با g'_1 و در فاصلهٔ ۵۶۰۰کیلومتری از سطح زمین را با g'_2 نشان می‌دهیم.

بر این اساس می‌توان نوشت:

$$\frac{g'_1}{g'_2}=\left(\frac{R_e+h_2}{R_e+h_1}\right)^2 \xrightarrow[h_1=2600\ km\ ,\ h_2=5600\ km]{R_e=6400\ km} \frac{g'_1}{g'_2}=\left(\frac{6400+5600}{6400+2600}\right)^2 \Rightarrow \frac{g'_1}{g'_2}=\left(\frac{12000}{9000}\right)^2=\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{16}{9}$$

تیزپازی

چون در حالت اول به زمین نزدیک‌تر هستیم، شتاب گرانش نسبت به حالت دوم بیشتر است $(g'_1 > g'_2)$؛ بنابراین بدون محاسبه، از همان ابتدا می‌توان گزینه‌های (۱) و (۳) را حذف نمود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۸ **یک پروتون و یک ذرهٔ α با تندی یکسان به ناحیه‌ای از یک میدان مغناطیسی به طور عمود بر میدان یکنواخت وارد می‌شوند و در مسیر دایره‌ای که بر میدان مغناطیسی عمود است، حرکت می‌کنند. کدام موارد دربارهٔ حرکت این دو ذره درست است؟**

الف) شتاب مرکزگرای پروتون، بزرگ‌تر از شتاب مرکزگرای ذرهٔ α است.

ب) شتاب مرکزگرای پروتون، کوچک‌تر از شتاب مرکزگرای ذرهٔ α است.

پ) شعاع مسیر پروتون، بزرگ‌تر از شعاع مسیر ذرهٔ α است.

ت) شعاع مسیر پروتون، کوچک‌تر از شعاع مسیر ذرهٔ α است.

۱) الف ـ پ ۲) الف ـ ت

۳) ب ـ پ ۴) ب ـ ت

مشاوره در بعضی تست‌ها، مطالبی از فصل‌های مختلف کتاب‌های درسی فیزیک، در کنار هم مطرح می‌شوند. در این‌جا یک نمونه از آن‌ها را می‌بینیم که مطالبی از فصل ۳ کتاب درسی فیزیک ۲ با فصل‌های ۲ و ۶ کتاب درسی فیزیک ۳، با هم ترکیب شده‌اند.

پاسخ: گزینهٔ ۲

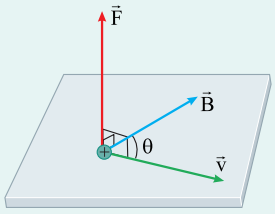
درس Box

۱) **نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در میدان مغناطیسی:**

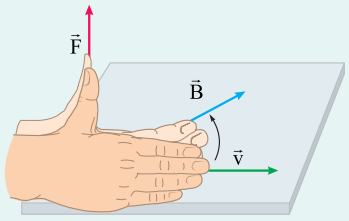
اگر ذرهٔ باردار q با سرعت $\vec{v}$ در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ حرکت کند (به شرط آن‌که جهت حرکت آن با میدان مغناطیسی موازی نباشد)، بر آن نیرویی وارد خواهد شد که بر راستای سرعت و میدان مغناطیسی عمود است.

۲) **قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت نیروی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در میدان مغناطیسی:**

اگر دست راست خود را طوری نگه داریم که انگشتان بازشدهٔ ما در جهت $\vec{v}$ باشد ـ به گونه‌ای که وقتی آن‌ها روی زاویهٔ کوچک‌تری که $\vec{v}$ با $\vec{B}$ می‌سازد، در جهت چرخش طبیعی انگشتان خم کنیم، در جهت $\vec{B}$ قرار گیرد ـ انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر ذرهٔ باردار مثبت خواهد بود. توجه کنید که نیروی وارد بر بار منفی، در خلاف جهت نیروی وارد بر بار مثبت است؛ به عبارت دیگر، طی همین مراحل، ولی با دست چپ تعیین می‌گردد.



نیروی $\vec{F}$ بر هر دو بردار $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عمود است.



جهت این نیرو به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود.

۳) $\odot$ نماد بردار عمود بر صفحه به طرف بیرون (برون‌سو) است.

$\otimes$ نماد بردار عمود بر صفحه به طرف درون (درون‌سو) است.

اندازهٔ این نیرو از رابطهٔ $F = |q| vB\sin\theta$ به دست می‌آید.

F: اندازهٔ نیرو (N)

$|q|$: بزرگی بار الکتریکی (C)

v: تندی (اندازهٔ سرعت) بار الکتریکی (m/s)

B: اندازهٔ میدان مغناطیسی (T)

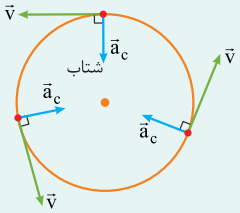
θ: زاویهٔ بین بردارهای سرعت و میدان مغناطیسی

- این نیرو بر راستای سرعت و راستای میدان عمود است $\vec{F} \perp \vec{B}$ و $\vec{F} \perp \vec{v}$.
- اگر $\theta = 0^\circ$ یا $\theta = 180^\circ$ باشد، $F = 0$ خواهد بود، اما اگر $\theta = 90^\circ$ باشد، F بیشینه است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

شتاب مرکزگرا ($\vec{a}_c$):

در حرکت دایره‌ای یکنواخت، با آن‌که اندازهٔ سرعت (تندی) ثابت است، اما جهت آن که همواره بر مسیر حرکت دایره‌ای مماس است، تغییر می‌کند و حرکتی شتاب‌دار محسوب می‌شود.



$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

a_c: اندازهٔ شتاب مرکزگرا (m/s^2)

v: تندی ذره (m/s)

r: شعاع مسیر (m)

نیروی مرکزگرا:

در حرکت دایره‌ای یکنواخت، یک نیروی خالص رو به مرکز، سبب ایجاد شتاب مرکزگرا می‌شود. به این نیروی خالص که منجر به حرکت دایره‌ای می‌شود، نیروی مرکزگرا می‌گوییم.

نیروی مرکزگرا به شکل‌های مختلف می‌تواند تأمین شود، مانند نیروهای کشش نخ، گرانشی، الکتریکی و ... .

با توجه به قانون دوم نیوتون، در حرکت دایره‌ای یکنواخت می‌توان نوشت:

$$F_{net} = m\frac{v^2}{r}$$

m: جرم جسم متحرک (kg)

F_{net}: بزرگی نیروی مرکزگرا (N)

v: تندی ذره (m/s)

r: شعاع مسیر (m)

ذرهٔ آلفا: ذرهٔ بارداری از جنس هستهٔ اتم هلیم است که از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده است؛ بنابراین ذرهٔ آلفا (α) دارای بار مثبت است.

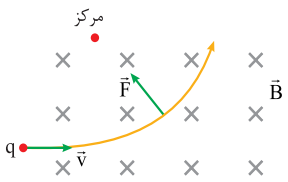
- جرم هر پروتون (m_p) با جرم هر نوترون (m_n)، تقریباً برابر است و می‌توان نوشت:

$$m_\alpha = 2m_p + 2m_n \xrightarrow{m_p = m_n} m_\alpha = 4m_p$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: پروتون و ذرهٔ آلفا، هر دو دارای بار مثبت هستند. هر بار مثبت q، مطابق شکل زیر، در یک میدان مغناطیسی یکنواخت درون‌سو، منحرف می‌شود.

در این‌جا، نیروی مرکزگرای وارد بر ذره، همان نیروی مغناطیسی است که بر آن اثر می‌کند و می‌توان نوشت:



$$F_{net} = F_B \Rightarrow m\frac{v^2}{r} = |q|vB\sin\theta$$

توجه کنید که اگر میدان مغناطیسی یکنواخت را برون‌سو فرض می‌کردیم، در جواب نهایی این تست تغییری ایجاد نمی‌شد.

گام دوم: با توجه به رابطهٔ به‌دست‌آمده در گام اول، می‌توان نوشت:

$$\frac{m_\alpha}{m_p}\times\left(\frac{v_\alpha}{v_p}\right)^2\times\frac{r_p}{r_\alpha} = \frac{q_\alpha v_\alpha B\sin\theta_\alpha}{q_p v_p B\sin\theta_p} \xrightarrow[q_\alpha=2q_p\ ,\ \theta_\alpha=\theta_p=90^\circ]{m_\alpha=4m_p\ ,\ v_\alpha=v_p} 4\times1\times\frac{r_p}{r_\alpha} = 2\times1 \Rightarrow \frac{r_p}{r_\alpha} = \frac{1}{2} \Rightarrow r_p < r_\alpha$$

بنابراین مورد «ت» درست و مورد «پ» نادرست است.

گام سوم: شتاب مرکزگرای پروتون را با شتاب مرکزگرای ذرهٔ α مقایسه می‌کنیم:

$$a = \frac{v^2}{r} \xrightarrow{v_\alpha = v_p} \frac{a_\alpha}{a_p} = \frac{r_p}{r_\alpha} \xrightarrow{r_p < r_\alpha} a_\alpha < a_p$$

یعنی مورد «الف» درست و مورد «ب» نادرست است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۹ طول آونگ ساده‌ای ۱۴۴ cm است. طول این آونگ چند سانتی‌متر و چگونه تغییر کند تا دورهٔ تناوب آن ۰/۸ s کاهش پیدا کند؟ ($g = \pi^2\ m/s^2$)

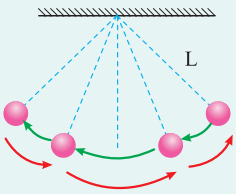
۱) ۱۶، کاهش پیدا کند.
۲) ۱۶، افزایش پیدا کند.
۳) ۸۰، کاهش پیدا کند.
۴) ۸۰، افزایش پیدا کند.

مشاوره این سؤال، مشابه یکی از تست‌های کنکور رشتهٔ ریاضی در نوبت دوم ۱۴۰۲ مطرح شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

رابطهٔ دورهٔ تناوب آونگ ساده:



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

T : دورهٔ تناوب آونگ (s)

L : طول آونگ (m)

g : شتاب گرانش در محل آونگ (m/s^2)

- دورهٔ تناوب آونگ ساده به جرم و دامنهٔ آن بستگی ندارد.
- برای مقایسهٔ دورهٔ تناوب آونگ ساده در دو حالت مختلف می‌توان نوشت:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1} \times \frac{g_1}{g_2}}$$

بنابراین دورهٔ تناوب آونگ ساده با جذر طول آن نسبت مستقیم دارد، اما با جذر شتاب گرانش در محل، نسبت وارون دارد.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: دورهٔ آونگ ساده را در حالت اول به دست می‌آوریم:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} \xrightarrow[L_1=144\ cm=1/44\ m]{g=\pi^2\ m/s^2} T_1 = 2\sqrt{1/44} = 2\times 1/2 = 2/4\ s$$

با توجه به این‌که دورهٔ تناوب آن ۰/۸ s کاهش پیدا می‌کند، در حالت دوم داریم:

$$T_2 = T_1 - 0/8 \xrightarrow{T_1=2/4\ s} T_2 = 2/4 - 0/8 = 1/6\ s$$

گام دوم: رابطهٔ مقایسه‌ای دورهٔ تناوب آونگ ساده را در دو حالت می‌نویسیم و از آن‌جا، طول آونگ در حالت دوم را به دست می‌آوریم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1} \times \frac{g_1}{g_2}} \xrightarrow[T_1=2/4\ s\ ,\ L_1=144\ cm]{T_2=1/6\ s\ ,\ g_1=g_2} \frac{1/6}{2/4} = \sqrt{\frac{L_2}{144}} \Rightarrow \frac{2}{3} = \sqrt{\frac{L_2}{144}} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{L_2}{144} \Rightarrow L_2 = 64\ cm$$

بنابراین تغییر طول آونگ به دست می‌آید:

$$L_2 - L_1 = 64 - 144 = -80\ cm$$

علامت منفی نشان می‌دهد که طول آونگ، کاهش پیدا کرده است.

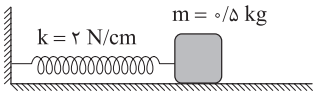
تیزبازی از آن‌جا که با کاهش طول آونگ ساده، دورهٔ تناوب آن نیز کاهش می‌یابد، می‌توانستیم از همان ابتدا، گزینه‌های (۲) و (۴) را حذف کنیم.

طول آونگ ساده‌ای را ۱۷ cm تغییر می‌دهیم، دورهٔ آن ۱۲/۵ درصد افزایش می‌یابد. دورهٔ آونگ (قبل از تغییر طول) چند ثانیه است؟ ($g = \pi^2\ m/s^2$) *(سؤال ۵۵ کنکور ریاضی ۱۴۰۲ ـ نوبت دوم)*

۱) ۱/۲
۲) ۱/۴
۳) ۱/۶
۴) ۱/۸

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۰ در شکل زیر، جسم متصل به فنر روی سطح افقی بدون اصطکاک در حال نوسان است. اگر مسافت طی‌شده توسط جسم در هر نوسان برابر ۳۰ cm باشد، بیشینهٔ تندی جسم، چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱/۵

۲) ۳

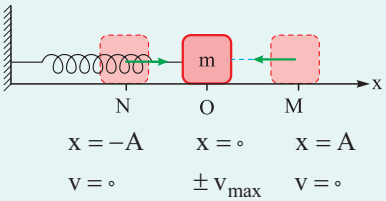
۳) ۱۵

۴) ۳۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ابتدا دامنهٔ نوسان و بسامد زاویه‌ای آن را پیدا کنید؛ سپس به کمک رابطهٔ $v_{max} = A\omega$، بیشینهٔ تندی نوسانگر را به دست آورید.

درس Box در یک حرکت هماهنگ سادهٔ جرم متصل به فنر، دامنهٔ A، بیشترین فاصلهٔ نوسانگر از نقطهٔ تعادل است و به دلیل صرف‌نظرکردن از نیروهای مقاوم مانند اصطکاک، مقداری ثابت فرض می‌شود.



x: مکان نوسانگر (m)

A: دامنه (m)

v: سرعت نوسانگر (m/s)

- در هر دوره، مسافت طی‌شده توسط نوسانگر، ۴ برابر دامنه است.
- نوسانگر، هنگام عبور از نقطهٔ تعادل، بیشینهٔ تندی خود را دارد که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$v_{max} = A\omega$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

v_{max}: بیشینهٔ تندی نوسانگر (m/s)

A: دامنه (m)

ω: بسامد زاویه‌ای (rad/s)

k: ثابت فنر (N/m)

m: جرم وزنه (kg)

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با توجه به این‌که مسافت طی‌شده توسط جسم در هر نوسان معلوم است، دامنهٔ نوسان را به دست می‌آوریم:

$$4A = ۳۰\,cm \Rightarrow A = ۷/۵\,cm$$

گام دوم: به کمک اطلاعات داده‌شده در شکل سؤال، بسامد زاویه‌ای نوسان را پیدا می‌کنیم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow[m=۰/۵\,kg]{k=۲\,N/cm=۲۰۰\,N/m} \omega = \sqrt{\frac{۲۰۰}{۰/۵}} = \sqrt{۴۰۰} = ۲۰\,rad/s$$

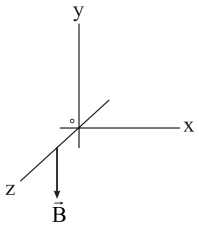
گام سوم: بیشینهٔ تندی جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{max} = A\omega = ۷/۵ \times ۲۰ = ۱۵۰\,cm/s = ۱/۵\,m/s$$

گول نخوری اگر مسافت طی‌شده در هر دوره را دو برابر دامنه در نظر بگیریم، در دام گزینهٔ نادرست (۲) می‌افتیم.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۱ **شکل زیر، میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی سینوسی را در نقطه‌ای معین و دور از چشمه، در یک لحظه نشان می‌دهد. اگر موج، انرژی را در خلاف جهت محور x انتقال دهد، جهت میدان الکتریکی موج در این لحظه و در این نقطه کدام است؟**



۱) $+x$

۲) $-x$

۳) $+z$

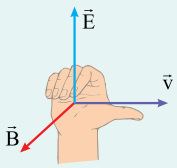
۴) $-z$

مشاوره این سؤال مشابه یکی از پرسش‌های متن فصل ۳ از کتاب درسی فیزیک ۳ مطرح شده است. پرسش‌ها و تمرین‌های متن کتاب درسی را نیز جدی بگیرید.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

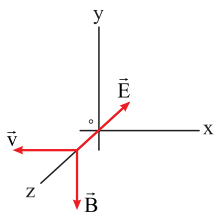
برای تعیین جهت انتشار یک موج الکترومغناطیسی در هر لحظه، از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم؛ به طوری که اگر چهار انگشت دست راست خود را در جهت $\vec{E}$ گرفته و آن‌ها را به طرف $\vec{B}$ ببندیم، انگشت شست، جهت انتشار موج را نشان می‌دهد. انرژی موج نیز در جهت انتشار آن انتقال می‌یابد.



پاسخ خیلی تشریحی

با معلوم‌بودن جهت انتشار موج که در همان جهت انتقال انرژی موج است و هم‌چنین معلوم‌بودن جهت میدان مغناطیسی $\vec{B}$، می‌توانیم با استفاده از قاعدهٔ دست راست، جهت میدان الکتریکی در لحظهٔ مورد نظر را تعیین کنیم.

با توجه به شکل زیر، جهت میدان الکتریکی این موج در این لحظه، در خلاف جهت محور z است.



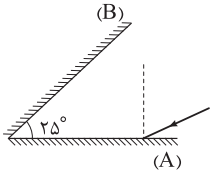
تیزپاری هیچ‌گاه بردارهای $\vec{E}$، $\vec{B}$ و $\vec{v}$ در یک راستا قرار نمی‌گیرند؛ بنابراین از همان ابتدا معلوم بود که گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند.

در یک لحظهٔ خاص، میدان الکتریکی مربوط به یک موج الکترومغناطیسی در نقطه‌ای از فضا در جهت $+z$ و میدان مغناطیسی مربوط به آن در جهت $+y$ است. جهت انتشار در کدام سو است؟

(فیزیک (۲) ـ پرسش ۳ ـ ۵ صفحهٔ ۷۵ کتاب درسی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۲ در شکل زیر، پرتوی نوری با زاویهٔ تابش 50° به آینهٔ A می‌تابد. در دومین برخورد این پرتو به آینهٔ B، زاویهٔ بازتاب چند درجه است؟



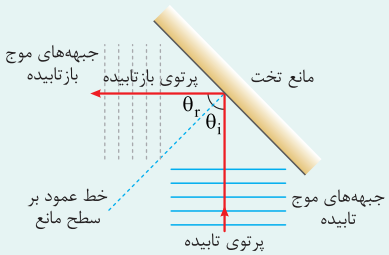
۱) ۲۵
۲) ۳۵
۳) ۵۵
۴) ۶۵

مشاوره مشابه این سؤال در کنکورهای سال‌های اخیر، چندین بار مطرح‌شده که یک نمونهٔ آن در کنکور رشتهٔ تجربی نوبت دوم ۱۴۰۴ بوده است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

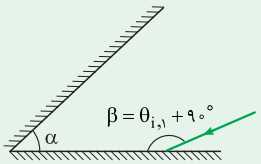
نمودار پرتویی در بازتاب: زاویهٔ بین خط عمود بر سطح مانع و پرتوی تابیده (فرودی) را زاویهٔ تابش می‌نامند و با θ_i نشان می‌دهند. زاویهٔ بین خط عمود بر سطح مانع و پرتوی بازتابیده را زاویهٔ بازتابش می‌نامند و با θ_r نشان می‌دهند.



قانون بازتاب عمومی: برای هر وضعیت مانع و همهٔ انواع موج، همواره زاویهٔ بازتابش برابر با زاویهٔ تابش است. یعنی: $\theta_i = \theta_r$

نکته

اگر دو آینهٔ تخت متقاطع با یکدیگر زاویهٔ حادهٔ α بسازند و پرتوی نوری با زاویهٔ تابش $\theta_{i,1}$ بر سطح یکی از آن‌ها بتابد:



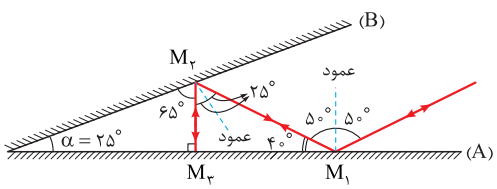
زاویه‌های تابش و بازتاب، در $n^{\text{ام}}$ین برخورد پرتو به آینه‌ها، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\theta_{i,n} = \theta_{r,n} = |(n-1)\alpha - \theta_{i,1}|$$

n : تعداد برخوردها یا بازتاب‌ها از هر دو آینه

پاسخ خیلی تشریحی

با استفاده از قانون بازتاب عمومی، زاویه‌های تابش و بازتاب را در هر بازتاب از سطح آینه‌ها روی شکل مشخص کرده و مسیر پرتوی نور را نشان می‌دهیم:



در نقطهٔ M_1:

$$\theta_{i,1} = \theta_{r,1} = 50^\circ$$

در نقطهٔ M_2:

$$2\theta_{i,2} = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ \Rightarrow \theta_{i,2} = \theta_{r,2} = 25^\circ$$

در نقطهٔ M_3:

$$\theta_{i,3} = 180^\circ - (90^\circ + 65^\circ + 25^\circ) = 0^\circ \Rightarrow \theta_{r,3} = 0^\circ$$

چون پرتوی نور در نقطهٔ M_3، عمود بر سطح آینهٔ A می‌تابد، بر روی خودش بازتاب می‌شود و پس از آن نیز، همان مسیر قبلی خود را برمی‌گردد؛ بنابراین در دومین برخورد به سطح آینهٔ B، زاویه‌های تابش و بازتاب، هر کدام 25° هستند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

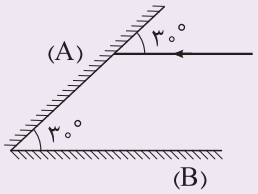
یه‌جور دیگه

با توجه به نکتهٔ مطرح‌شده در درس‌باکس، دومین برخورد پرتو به آینهٔ B، در واقع چهارمین برخورد از کل برخوردهای پرتوی نور به سطح این دو آینه است.

$$\theta_{r,n} = |(n-1)\alpha - \theta_{i,1}| \xrightarrow[\theta_{i,1}=50^\circ]{n=4\,,\ \alpha=25^\circ} \theta_{r,4} = |(4-1)25 - 50^\circ| = 25^\circ$$

در شکل زیر، پرتوی نوری با زاویهٔ 30° به آینهٔ (A) می‌تابد و پس از بازتاب به آینهٔ (B) می‌تابد، زاویهٔ تابش در دومین برخورد به آینهٔ (A) چند درجه است؟

(سؤال ۵۷ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)



۱) ۹۰

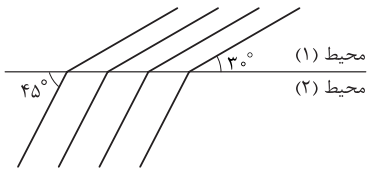
۲) ۶۰

۳) ۳۰

۴) صفر

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۳ جبهه‌های موج تختی در مرز دو محیط (۱) و (۲) به شکل زیر هستند. تندی انتشار موج در محیط (۲) چند برابر تندی انتشار موج در محیط (۱) است؟



۱) $\frac{\sqrt{۶}}{۲}$

۲) $\frac{\sqrt{۶}}{۳}$

۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۴) $\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

ابتدا زاویه‌های تابش و شکست را مشخص کنید؛ سپس به کمک قانون شکست عمومی، نسبت تندی انتشار موج در دو محیط را به دست آورید.

درس Box

هنگام شکست موج، در یک نمودار پرتویی، زاویهٔ پرتوی فرودی با خط عمود بر مرز جدایی دو محیط را با θ_i یا $\theta_۱$ نشان می‌دهیم و آن را **زاویهٔ تابش** می‌نامیم.

هم‌چنین زاویهٔ پرتوی شکسته با خط عمود بر مرز جدایی دو محیط را با θ_r یا $\theta_۲$ نشان می‌دهیم و آن را **زاویهٔ شکست** می‌نامیم.

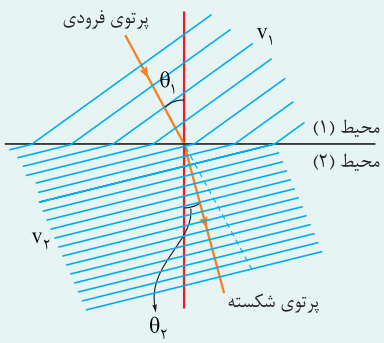
با توجه به قانون شکست عمومی، هنگامی که موج از یک محیط وارد محیط دیگری می‌شود، می‌توان نوشت:

$$\frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱}=\frac{v_۲}{v_۱}$$

$v_۱$: تندی انتشار موج در محیط (۱) (m/s)

$v_۲$: تندی انتشار موج در محیط (۲) (m/s)

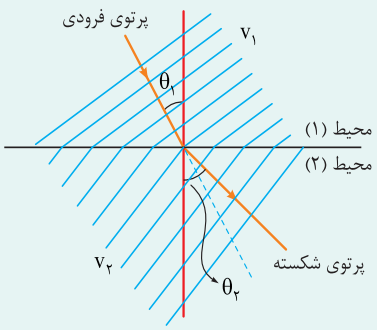
نمودار پرتویی در شکست:



شکل (۱)

$v_۲ < v_۱$

$\theta_۲ < \theta_۱$

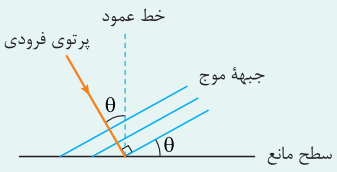


شکل (۲)

$v_۲ > v_۱$

$\theta_۲ > \theta_۱$

- این قانون، هم در مورد موج‌های مکانیکی مانند صوت و هم در مورد موج‌های الکترومغناطیسی مانند نور مرئی، صادق است.
- در هر محیط، زاویهٔ بین جبههٔ موج و سطح جدایی دو محیط (مانع)، همان زاویهٔ پرتو با خط عمود است.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: زاویهٔ بین جبهه‌های موج و سطح جدایی دو محیط در محیط‌های اول و دوم، به ترتیب، 30° و 45° است؛ بنابراین در مورد زاویه‌های تابش و شکست، می‌توان نوشت:

$$\theta_1 = 30^\circ \ , \ \theta_2 = 45^\circ$$

گام دوم: با استفاده از قانون شکست عمومی، نسبت تندی انتشار موج در محیط (۲) به تندی انتشار موج در محیط (۱) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

گول نخوری اگر مقادیر زاویه‌های θ_1 و θ_2 را جابه‌جا قرار می‌دادیم، به گزینهٔ نادرست (۳) می‌رسیدیم.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۴ طول موج پرتوی نوری در خلأ برابر ۶۰۰ nm است. با ورود این پرتوی نور به یک محیط شفاف، طول موج آن ۲۰۰ nm تغییر می‌کند. ضریب شکست این محیط شفاف برابر کدام است؟

۱) ۴

۲) ۳

۳) $\frac{۴}{۳}$

۴) $\frac{۳}{۲}$

مشاوره در مسیر آماده‌شدن برای کنکور، همیشه دنبال سؤال‌های پیچیده و عجیب و غریب نباشید، بسیاری از تست‌هایی که در کنکور مطرح می‌شوند، ساده یا متوسط هستند. مثلاً مشابه همین سؤال، در کنکور ریاضی ۱۴۰۲ نوبت اول، مطرح شده بود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

طول موج نور در یک محیط شفاف با ضریب شکست آن محیط، نسبت وارون دارد.

$$\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}$$

$\lambda_۱$: طول موج نور در محیط اول (m)

$\lambda_۲$: طول موج نور در محیط دوم (m)

$n_۱$: ضریب شکست محیط اول

$n_۲$: ضریب شکست محیط دوم

در بین محیط‌های شفاف مختلف، کم‌ترین ضریب شکست، مربوط به خلأ است که برابر یک می‌باشد. بیشترین طول موج هر پرتو نیز در خلأ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: از آن‌جا که بیشترین طول موج هر پرتو در خلأ مشاهده می‌شود، پس وقتی هر پرتوی نور از خلأ وارد محیط شفاف دیگری شود، طول موج آن کاهش می‌یابد و می‌توان نوشت:

$$\lambda_۲=\lambda_۱-۲۰۰=۶۰۰-۲۰۰=۴۰۰\ \text{nm}$$

گام دوم: با توجه به این‌که محیط اول خلأ است، ضریب شکست آن $n_۱=۱$ بوده و می‌توان ضریب شکست محیط دوم را پیدا کرد:

$$\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}\Rightarrow\frac{۴۰۰}{۶۰۰}=\frac{۱}{n_۲}\Rightarrow n_۲=\frac{۳}{۲}$$

نوری که طول موج آن در خلأ $\lambda_۱$ است وارد محیط شفافی می‌شود و طول موج آن ۱۵۰ نانومتر تغییر می‌کند. اگر بسامد این نور $۵\times۱۰^{۱۴}\ \text{Hz}$ باشد، ضریب شکست این محیط شفاف چه‌قدر است؟ $(c=۳\times۱۰^{۸}\ \text{m/s})$

(سؤال ۵۵ کنکور ریاضی ۱۴۰۲ ـ نوبت اول)

۱) $\frac{۳}{۲}$

۲) $\frac{۴}{۳}$

۳) $\frac{۵}{۴}$

۴) $\frac{۸}{۵}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۵ شدت تابش متوسط خورشید در سطح زمین $۳۰۰\ W/m^۲$ است. اگر طول موج متوسط این تابش برابر با $۵۵۰\ nm$ باشد، در هر ساعت چند فوتون به هر متر مربع از سطح زمین می‌رسد؟

$(h = ۶/۶\times۱۰^{-۳۴}\ J.s$ و $c = ۳\times۱۰^{۸}\ m/s)$

۱) ۳×۱۰^{۲۴} ۲) ۵×۱۰^{۲۴}

۳) ۳×۱۰^{۲۳} ۴) ۵×۱۰^{۲۳}

مشاوره این تست، مشابه یکی از پرسش‌های دوره‌ای آخر فصل ۵ کتاب فیزیک ۳ رشتهٔ ریاضی یا آخر فصل ۴ کتاب فیزیک ۳ تجربی، طرح شده است. به پرسش‌های کتاب درسی، توجه ویژه‌ای داشته باشید.

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) **رابطهٔ توان یک چشمهٔ موج الکترومغناطیس:**

$$P = \frac{E}{\Delta t}$$

P: توان (W)، E: انرژی تابشی (J)، Δt: بازهٔ زمانی (s)

۲) شدت تابش یک موج الکترومغناطیس، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$I = \frac{P}{A} \xrightarrow{P=\frac{E}{\Delta t}} I = \frac{E}{A\Delta t}$$

I: شدت تابش $(W/m^۲)$

E: انرژی تابشی (J)

A: مساحت سطحی که موج الکترومغناطیس بر آن می‌تابد. $(m^۲)$

Δt: بازهٔ زمانی تابش (s)

۳) یک موج الکترومغناطیس (نور مرئی و غیرمرئی) با بسامد f را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از بسته‌های انرژی در نظر گرفت؛ انرژی هر یک از این بسته‌ها که فوتون نامیده می‌شود، از رابطهٔ $E = hf$ به دست می‌آید.

E: انرژی (J)

h: ثابت پلانک $= ۶/۶\times۱۰^{-۳۴}\ J.s$

f: بسامد (Hz)

بنابراین انرژی کل موج الکترومغناطیس برای n فوتون، از رابطهٔ $E = nhf = nh\frac{c}{\lambda}$ به دست می‌آید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا انرژی تابشی‌ای را که در هر ساعت به هر متر مربع از سطح زمین می‌رسد، به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{E}{A\Delta t} \xrightarrow[A=۱\ m^۲\ ,\ \Delta t=۱\ h=۳۶۰۰\ s]{I=۳۰۰\ W/m^۲} ۳۰۰ = \frac{E}{۱\times۳۶۰۰} \Rightarrow E = ۳\times۳۶\times۱۰^{۴}\ J$$

گام دوم: تعداد فوتون‌هایی را که با این انرژی به هر متر مربع از سطح زمین می‌رسند، محاسبه می‌کنیم:

$$E = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{E\lambda}{hc} = \frac{۳\times۳۶\times۱۰^{۴}\times ۵۵۰\times۱۰^{-۹}}{۶/۶\times۱۰^{-۳۴}\times۳\times۱۰^{۸}} \Rightarrow n = \frac{۳۰۰۰\times۱۰^{-۵}}{۱۰^{-۲۶}} = ۳\times۱۰^{۲۴}$$

(۵۵۰ بالای λ، ۳ بالای E، ۶/۶ بالای h، ۳ بالای c، ۶ زیر h)

شدت تابشی خورشید در خارج جو زمین حدود $۱۳۶۰\ W/m^۲$ است؛ یعنی در هر ثانیه به سطحی برابر $۱\ m^۲$، مقدار انرژی $۱۳۶۰\ J$ می‌رسد. وقتی این تابش به سطح زمین می‌رسد مقدار زیادی از شدت آن، به علت جذب در جو و ابرها از دست می‌رود. اگر شدت تابشی متوسط خورشید در سطح زمین به ازای هر متر مربع حدود $۳۰۰\ W/m^۲$ باشد، در هر ثانیه چند فوتون به هر متر مربع از سطح زمین می‌رسد؟ طول موج متوسط فوتون‌ها را $۵۷۰\ nm$ فرض کنید.

(فیزیک (۳) ـ پرسش ۴ صفحهٔ ۱۳۴ کتاب درسی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۶ در طیف اتمی هیدروژن، اختلاف کوتاه‌ترین طول موج گسیلی کدام دو رشته برابر $\frac{۱}{۲}\ \mu m$ است؟ $(R = \frac{۱}{۱۰۰}\ (nm)^{-۱})$

نام رشته	لیمان	بالمر	پاشن	براکت
n'	۱	۲	۳	۴

۱) بالمر، پاشن
۲) بالمر، لیمان
۳) براکت، پاشن
۴) براکت، لیمان

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

با استفاده از رابطهٔ ریدبرگ و به ازای $n = \infty$، کوتاه‌ترین طول موج هر یک از رشته‌های طیف اتمی هیدروژن را به دست آورید و بررسی کنید که اختلاف کدام‌یک از آن‌ها، برابر $\frac{۱}{۲}\ \mu m$ یا $۵۰۰\ nm$ است.

درس Box

معادلهٔ ریدبرگ:

طول موج تمامی خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید. به طوری که اگر الکترون اتم هیدروژن از تراز n به تراز n' برود، طول موج λ را تابش می‌کند و اگر از n' به n برود، طول موج λ را جذب می‌کند.

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲})$$

λ: طول موج (nm)

n: شمارهٔ مدار بزرگ‌تر

n': شمارهٔ مدار کوچک‌تر

R: ثابت ریدبرگ $= ۰/۰۱۱\ (nm)^{-۱}$

نکته

طبق رابطهٔ $E = \frac{hc}{\lambda}$، کوتاه‌ترین طول موج گسیلی، متناظر با بیشترین انرژی گسیلی است، یعنی هنگامی که الکترون اتم هیدروژن از مدار $n = \infty$ به مدار n' بیاید.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: رابطهٔ مربوط به کوتاه‌ترین طول موج گسیل در اتم هیدروژن را برحسب n' به دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda_{min}} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{\infty})$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{\lambda_{min}} = \frac{۱۰^{-۲}}{n'^۲} \Rightarrow \lambda_{min} = ۱۰۰n'^۲$$

گام دوم: کوتاه‌ترین طول موج گسیلی را به ازای $n' = ۱$ تا $n' = ۴$ به دست می‌آوریم:

$$n' = ۱ \Rightarrow \lambda_{min,۱} = ۱۰۰(۱)^۲ = ۱۰۰\ nm$$

$$n' = ۲ \Rightarrow \lambda_{min,۲} = ۱۰۰(۲)^۲ = ۴۰۰\ nm$$

$$n' = ۳ \Rightarrow \lambda_{min,۳} = ۱۰۰(۳)^۲ = ۹۰۰\ nm$$

$$n' = ۴ \Rightarrow \lambda_{min,۴} = ۱۰۰(۴)^۲ = ۱۶۰۰\ nm$$

گام سوم: با توجه به مقادیر به‌دست‌آمده در گام دوم، به راحتی معلوم می‌شود که اختلاف $\lambda_{min,۳}$ و $\lambda_{min,۲}$ به اندازهٔ $۵۰۰\ nm$ یا $\frac{۱}{۲}\ \mu m$ است؛ بنابراین رشته‌های مورد نظر، $n' = ۲$ (بالمر) و $n' = ۳$ (پاشن) است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۷ **اگر یک هستهٔ پرتوزا ۳ ذرهٔ β^- و یک ذرهٔ α گسیل کند، به ترتیب از راست به چپ، عدد اتمی و عدد نوترونی آن چگونه تغییر می‌کند؟**

۱) ۱ واحد افزایش می‌یابد، ۳ واحد کاهش می‌یابد.

۲) ۱ واحد کاهش می‌یابد، ۳ واحد کاهش می‌یابد.

۳) ۱ واحد افزایش می‌یابد، ۵ واحد کاهش می‌یابد.

۴) ۱ واحد کاهش می‌یابد، ۵ واحد کاهش می‌یابد.

مشاوره پرتوزایی هسته‌ها، از مطالب بسیار مهم در فصل آخر کتاب فیزیک ۳ است که سؤالات مربوط به آن در بسیاری از کنکورهای سال‌های اخیر، به چشم می‌خورد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

عدد اتمی (Z): تعداد پروتون‌های یک هسته را عدد اتمی می‌نامند و در عنصرهای مختلف، متفاوت است.

عدد نوترونی (N): تعداد نوترون‌های یک هسته را عدد نوترونی آن هسته می‌نامند.

عدد جرمی (A): مجموع تعداد کل پروتون‌ها و نوترون‌ها، که همان تعداد نوکلئون‌ها می‌باشد را عدد جرمی می‌گوییم.

$$\underbrace{A}_{\text{تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها (عدد جرمی)}} = \underbrace{Z}_{\text{تعداد پروتون‌ها (عدد اتمی)}} + \underbrace{N}_{\text{تعداد نوترون‌ها (عدد نوترونی)}}$$

نمایش هسته: هستهٔ هر اتم با نماد شیمیایی X، به صورت ${}^{A}_{Z}X_{N}$ نشان داده می‌شود. معمولاً برای اختصار، N را نمی‌نویسند. مثلاً می‌توان ${}^{27}_{13}Al_{14}$ را به صورت ${}^{27}_{13}Al$ نمایش داد.

${}^{\text{عدد جرمی} \rightarrow A}_{\text{عدد اتمی} \rightarrow Z}X^{\leftarrow \text{نماد عنصر}}_{\leftarrow \text{عدد نوترونی}N}$

واپاشی آلفا (α):

در این نوع واپاشی، هستهٔ سنگین ${}^{A}_{Z}X$ با گسیل ذرهٔ آلفا وامی‌پاشد. پرتوهای آلفا، ذرات باردار مثبت از جنس هستهٔ اتم هلیم هستند و از دو پروتون و دو نوترون تشکل شده‌اند $(\alpha = {}^{4}_{2}He)$. واپاشی آلفا، با رابطهٔ زیر بیان می‌شود:

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}\alpha$$

در این رابطه X، هستهٔ مادر و Y، هستهٔ دختر نامیده می‌شوند.

واپاشی بتا، همراه با گسیل الکترون (${}^{0}_{-1}\beta^-$ یا ${}^{0}_{-1}e^-$):

الکترون گسیل‌شده در این واپاشی، در هستهٔ مادر وجود ندارد و همچنین یکی از الکترون‌های مداری اتم نیست. این الکترون وقتی به وجود می‌آید که نوترونی درون هسته، به پروتون و الکترون تبدیل شود. فرایند این واپاشی را با رابطهٔ زیر بیان می‌کنند:

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}\beta^-$$

در این رابطه X، هستهٔ مادر و Y، هستهٔ دختر نامیده می‌شوند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: وقتی از هستهٔ پرتوزای ${}^{A}_{Z}X$ به عنوان هستهٔ مادر، سه ذرهٔ β^- و یک ذرهٔ α گسیل شود، هستهٔ دختر ${}^{A'}_{Z'}Y$ به دست می‌آید.

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow 3({}^{0}_{-1}\beta) + ({}^{4}_{2}\alpha) + {}^{A'}_{Z'}Y$$

مجموع عددهای جرمی دو طرف واکنش، یکسان است. مجموع عددهای اتمی دو طرف واکنش نیز یکسان است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$A = 3(0) + 4 + A' \Rightarrow A' = A - 4$$

$$Z = 3(-1) + 2 + Z' \Rightarrow Z' = Z + 1$$

یعنی عدد جرمی، ۴ واحد کاهش می‌یابد، اما عدد اتمی یک واحد افزایش می‌یابد. در نتیجه، گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست هستند.

گام دوم: حالا باید ببینیم که عدد نوترونی چه تغییری کرده است.

$$A' = A - 4 \xrightarrow{A=Z+N} Z' + N' = Z + N - 4 \Rightarrow Z' - Z + N' - N = -4 \Rightarrow 1 + N' - N = -4$$

$$\Rightarrow N' - N = -5$$

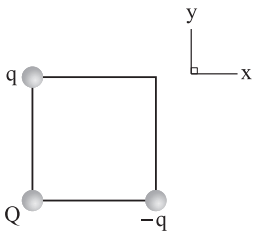
یعنی عدد نوترونی ۵ واحد کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۳) درست است.

گول نخوری

اگر عدد نوترونی را با عدد جرمی اشتباه می‌گرفتیم، به گزینهٔ نادرست (۱) می‌رسیدیم.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۸ در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی سه رأس مربعی قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در رأس چهارم مربع در جهت محور x باشد، $\frac{Q}{q}$ برابر کدام است؟



۱) $2\sqrt{2}$

۲) $-2\sqrt{2}$

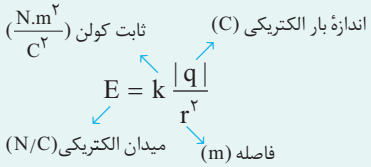
۳) $\sqrt{2}$

۴) $-\sqrt{2}$

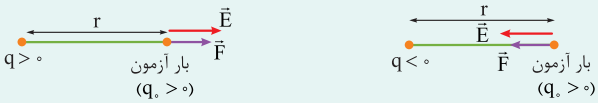
پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

هر بار الکتریکی نقطه‌ای q در اطراف خود خاصیتی به نام میدان الکتریکی ایجاد می‌کند که اندازهٔ این میدان در نقطه‌ای به فاصلهٔ r از بار q از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



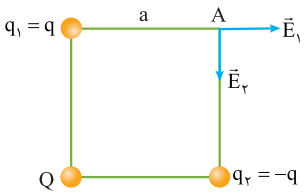
برای تشخیص جهت میدان الکتریکی حاصل از یک ذرهٔ باردار، بار آزمون $(q_0 > 0)$ را در نقطهٔ مورد نظر قرار می‌دهیم، جهت نیروی واردشده به بار q_0 هم‌جهت با میدان الکتریکی حاصل از بار q در آن نقطه است.



طبق شکل‌های بالا، میدان الکتریکی بار مثبت در جهتی است که از بار دور شود و میدان الکتریکی بار منفی در جهتی است که به بار نزدیک شود.

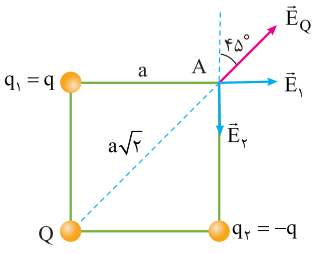
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با فرض این‌که $q > 0$ است، در نقطهٔ A (رأس چهارم مربع)، جهت میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای q و $-q$ را مشخص می‌کنیم:



(الف)

گام دوم: با توجه به شکل (الف)، برای این‌که میدان الکتریکی خالص در جهت محور x باشد، باید $Q > 0$ باشد تا مؤلفهٔ قائم میدان الکتریکی Q، میدان E_2 را خنثی کند (مطابق شکل (ب))، یعنی:



(ب)

$$E_{Q,y} = E_2 \Rightarrow E_Q \cos 45^\circ = E_2$$

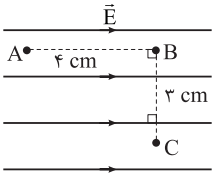
$$\Rightarrow \frac{k|Q|}{(a\sqrt{2})^2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{k|q|}{a^2}$$

$$\Rightarrow \frac{k|Q|}{2a^2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{k|q|}{a^2} \Rightarrow \left|\frac{Q}{q}\right| = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{Q>0,\ q>0} \frac{Q}{q} = 2\sqrt{2}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۹ در شکل زیر، اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت برابر $5\times10^{3}\ N/C$ است. اگر پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A برابر ۳۰۰ V باشد، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ C برابر چند ولت است؟



۱) ۵۰

۲) ۱۰۰

۳) ۲۰۰

۴) ۵۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

رابطهٔ اختلاف پتانسیل دو نقطه و اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت: $\Delta V=-Ed\cos\alpha$

در حالت خاص، اگر بار، در راستای میدان الکتریکی حرکت کند: $|\Delta V|=Ed$

وقتی جابه‌جایی در جهت میدان الکتریکی باشد $(\alpha=0^\circ)$: $\Delta V=-Ed$

وقتی جابه‌جایی در خلاف جهت میدان الکتریکی $(\alpha=180^\circ)$: $\Delta V=Ed$

وقتی جابه‌جایی عمود بر میدان الکتریکی باشد $(\alpha=90^\circ)$: $\Delta V=0$

ΔV: اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)

E: اندازهٔ میدان الکتریکی (V/m)

d: فاصلهٔ بین دو نقطه (m)

α: زاویهٔ بین میدان الکتریکی $\vec{E}$ و جابه‌جایی $\vec{d}$

پاسخ خیلی تشریحی

نقطهٔ B و نقطهٔ C هم‌پتانسیل هستند، پس کافی است پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B را به دست آوریم. با توجه به این‌که از A تا B در جهت میدان الکتریکی حرکت کرده‌ایم، داریم:

$$\Delta V=-Ed \Rightarrow V_B-300=-5\times10^{3}\times4\times10^{-2} \Rightarrow V_B=300-200 \Rightarrow V_B=100\ V$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۰ **ظرفیت خازنی که بین صفحه‌های آن هواست، برابر ۲۰ nF و بار الکتریکی ذخیره‌شده در آن ۱/۸ μC است. خازن را از باتری جدا کرده و فاصلهٔ بین صفحه‌های آن را ۳ برابر می‌کنیم. انرژی ذخیره‌شده در خازن چند میکروژول و چگونه تغییر می‌کند؟**

۱) ۵۴، کاهش می‌یابد.
۲) ۵۴، افزایش می‌یابد.
۳) ۱۶۲، کاهش می‌یابد.
۴) ۱۶۲، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

۱) ظرفیت خازن از ویژگی‌های ساختاری خازن است و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$C = \kappa \varepsilon_{\circ} \frac{A}{d}$$

ثابت دی‌الکتریک — مساحت هر یک از صفحه‌ها (m^2)
ضریب گذردهی الکتریکی خلأ (F/m) — فاصلهٔ صفحه‌ها از هم (m)

- ثابت دی الکتریک یکا ندارد.
- اگر خازن پرشده‌ای را از مولد جدا کنیم، بار الکتریکی Q ثابت می‌ماند.

۲) یکی از رابطه‌های انرژی ذخیره‌شده در خازن به صورت زیر است:

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

U: انرژی (J)، Q: بار ذخیره‌شده در خازن (C)، C: ظرفیت خازن (F)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: چون خازن را از باتری جدا کرده‌ایم، بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن ثابت است، یعنی:

$$Q = \text{ثابت} = 1/8\ \mu C$$

گام دوم: طبق رابطهٔ $C = \kappa \varepsilon_{\circ} \frac{A}{d}$، با سه برابر کردن فاصلهٔ بین صفحه‌ها، ظرفیت خازن $\frac{1}{3}$ می‌شود، در نتیجه:

$$C_2 = \frac{1}{3} C_1 = \frac{1}{3} \times 20 = \frac{20}{3}\ nF$$

گام سوم: تغییرات انرژی ذخیره‌شده در خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \Rightarrow \Delta U = \frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1}\right) = \frac{(1/8 \times 10^{-6})^2}{2}\left(\frac{1}{\frac{20}{3}} - \frac{1}{20}\right) \times 10^9$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{(1/8)^2 \times 10^{-12}}{2}\left(\frac{3}{20} - \frac{1}{20}\right) \times 10^9 = 162 \times 10^{-6}\ J = 162\ \mu J$$

پس انرژی ذخیره‌شده در خازن به اندازهٔ ۱۶۲ μJ افزایش می‌یابد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

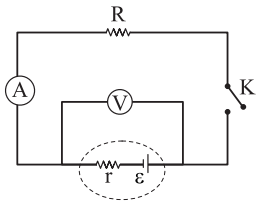
۶۱ در مدار شکل زیر، ابتدا کلید K باز است. اگر با بستن کلید، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، ۱ V و مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، ۲ A تغییر کند، مقاومت درونی باتری برابر چند اهم است؟

۱) ۰/۵

۲) ۱

۳) ۲

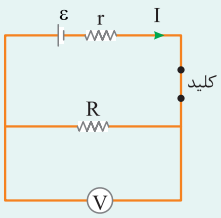
۴) ۴



پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل هر قسمت از مدار، ولت‌سنج با آن قسمت به طور موازی بسته می‌شود. مقاومت الکتریکی یک ولت‌سنج آرمانی، بی‌نهایت فرض می‌شود و جریان از آن عبور نمی‌کند. مثلاً در مدار زیر داریم:



ولت‌سنج هم با مقاومت R و هم با باتری موازی بسته شده است، پس اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها را نشان می‌دهد.

$V = IR$

$V = \varepsilon - Ir \xrightarrow{\text{اگر کلید قطع شود و جریان عبوری از باتری صفر شود.}} V = \varepsilon$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در حالتی که کلید K باز است، جریانی در مدار برقرار نمی‌شود و داریم:

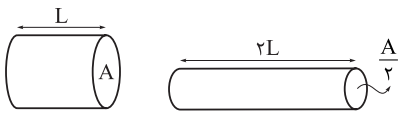
$I = 0 \ , \ V = \varepsilon$

گام دوم: در حالت دوم که کلید را می‌بندیم، جریان در مدار برقرار می‌شود، یعنی جریان ۲ A افزایش پیدا می‌کند و طبق رابطهٔ $V = \varepsilon - Ir$، اختلاف پتانسیل ۱ V کاهش پیدا کرده، پس:

$$\left.\begin{matrix} I' = 2\ A \ , \ V' = V - 1 = \varepsilon - 1 \\ V' = \varepsilon - I'r \end{matrix}\right\} \Rightarrow I'r = 1 \xrightarrow{I' = 2\ A} r = \frac{1}{2}\ \Omega = 0/5\ \Omega$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۲ شکل زیر، دو سیم مسی استوانه‌ای را در یک دما نشان می‌دهد. سطح مقطع سیم (۲) نصف سطح مقطع سیم (۱) و طول آن دو برابر طول سیم (۱) است. نسبت مقاومت سیم (۲) به مقاومت سیم (۱) برابر کدام است؟



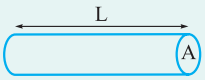
سیم (۱) سیم (۲)

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) ۴ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint فقط کافی است رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ را به صورت نسبتی بنویسید.

درس Box اگر سطح مقطع جسم در تمام طول آن یکسان باشد، مقاومت آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$R=\rho\frac{L}{A}$$

ρ: مقاومت ویژه (Ω.m) ← مقاومت الکتریکی (Ω)

L: طول رسانا (m)

A: مساحت مقطع جسم ($m^۲$)

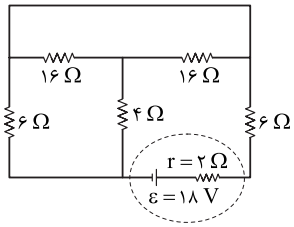
پاسخ خیلی تشریحی به کمک رابطهٔ نسبتی $R=\rho\frac{L}{A}$ داریم:

$$\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}\times\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}\xrightarrow{\rho_۲=\rho_۱}\frac{R_۲}{R_۱}=۱\times\frac{۲L}{L}\times\frac{A}{\frac{A}{۲}}=۴$$

گول نخوری اگه اشتباهاً نسبت $\frac{R_۱}{R_۲}$ را بنویسی، توی دام گزینهٔ (۲) می‌افتی.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۳ در مدار شکل مقابل، توان خروجی باتری برابر چند وات است؟



۱) ۲۲/۵

۲) ۲۴

۳) ۳۰

۴) ۳۱/۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) توان مصرفی در یک مقاومت مصرف‌کننده، از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$P = VI \ , \ P = RI^2 \ , \ P = \frac{V^2}{R}$$

V : اختلاف پتانسیل دو سر مصرف‌کننده (V)

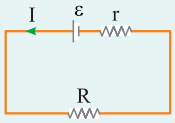
R : مقاومت الکتریکی مصرف‌کننده (Ω)

I : جریان الکتریکی عبوری از مصرف‌کننده (A)

۲) توان خروجی باتری از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود و برابر است با توان تولیدی (کل) منهای توان تلف‌شده:

$$P_{\text{خروجی}} = \underbrace{\varepsilon I}_{\text{توان کل باتری}} - \underbrace{rI^2}_{\text{توان اتلافی باتری}}$$

۳) رابطهٔ جریان الکتریکی در یک مدار تک‌حلقه:



$$\Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

I : جریان الکتریکی (A)

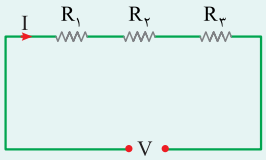
ε : نیروی محرکهٔ مولد (V)

r : مقاومت درونی مولد (Ω)

R : مقاومت خارجی یا مصرفی مدار (Ω)

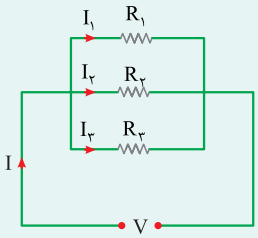
۴) به هم بستن مقاومت‌ها:

الف) اتصال متوالی (سری): در این حالت، مطابق شکل زیر، جریان عبوری از تمام مقاومت‌ها یکسان است و داریم:



$$\begin{cases} I_1 = I_2 = I_3 = I \\ V = V_1 + V_2 + V_3 \end{cases} \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

ب) اتصال موازی: مطابق شکل در اتصال موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با هم برابر است، پس:

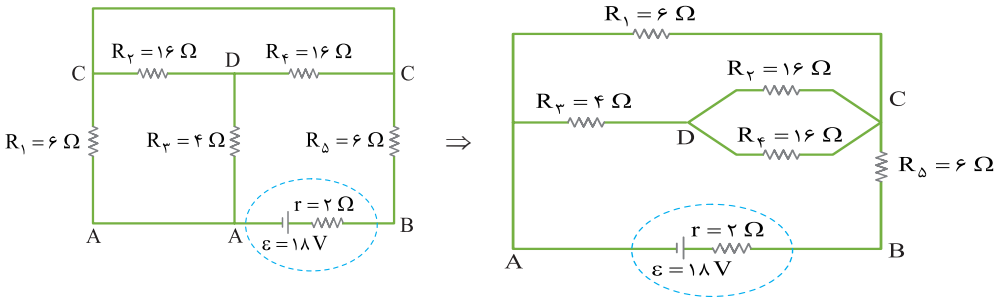


$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 + I_3 \\ V = V_1 = V_2 = V_3 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا شکل ساده‌شده‌ای از مدار را به کمک نام‌گذاری نقاط هم‌پتانسیل رسم می‌کنیم:



گام دوم: مقاومت معادل و سپس جریان الکتریکی عبوری از مدار را محاسبه می‌کنیم:

$$R_۲ \text{ و } R_۴ \text{ موازی } : R' = \frac{۱۶\times۱۶}{۱۶+۱۶} = ۸\,\Omega \quad , \quad R' \text{ و } R_۳ \text{ متوالی } : R'' = ۸+۴ = ۱۲\,\Omega$$

$$R_۱ \text{ و } R'' \text{ موازی } : R''' = \frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶} = ۴\,\Omega \quad , \quad R''' \text{ و } R_۵ \text{ متوالی } : R_{eq} = ۴+۶ = ۱۰\,\Omega$$

جریان الکتریکی عبوری:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} = \frac{۱۸}{۱۰+۲} = \frac{۳}{۲}\,A$$

گام سوم: با توجه به رابطهٔ $P_{\text{خروجی باتری}} = \varepsilon I - rI^۲$، داریم:

$$P_{\text{خروجی باتری}} = \varepsilon I - rI^۲ = ۱۸\times\frac{۳}{۲} - ۲(\frac{۳}{۲})^۲ = ۲۷ - ۴/۵ = ۲۲/۵\ W$$

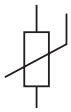
تیزبازی

توان خروجی باتری با توان مصرفی مقاومت معادل برابر است، یعنی بعد از به دست آوردن مقاومت معادل می‌توان نوشت:

$$P_{\text{خروجی باتری}} = P_{\text{مصرفی مقاومت معادل}} = R_{eq}I^۲ = ۱۰(\frac{۳}{۲})^۲ = ۲۲/۵\ W$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۴ شکل زیر، نماد کدام قطعه در مدارهای الکتریکی است؟



۱) مقاومت نوری

۲) دیود

۳) پتانسیومتر

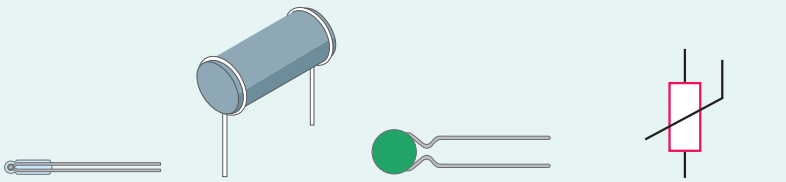
۴) ترمیستور

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

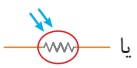
ترمیستور: ترمیستور نوعی از مقاومت است که بستگی مقاومت الکتریکی آن به دما با مقاومت‌های الکتریکی معمولی تفاوت دارد. اغلب از ترمیستورها به عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطر آتش و دماپاها و نیز در دماسنج‌ها استفاده می‌شود.

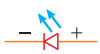
ترمیستورها در ابعاد کوچکی ساخته می‌شوند و شکل‌های متفاوتی دارند که رایج‌ترین آن‌ها دیسکی، مهره‌ای و میله‌ای است



پاسخ خیلی تشریحی ✔ مطابق مطلب بیان‌شده در درس‌باکس، این شکل نماد ترمیستور است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

نماد مقاومت نوری به صورت  یا  است.

نماد دیود به صورت  است.

نماد پتانسیومتر به صورت  یا  است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۵ جریان عبوری از سیملوله‌ای که دارای ۵۰۰ حلقهٔ نزدیک به هم است، برابر ۴۰۰ mA و بزرگی میدان مغناطیسی در نقطه‌ای درون سیملوله و دور از لبه‌های آن برابر ۴/۸ G است. طول این سیملوله برابر چند سانتی‌متر است؟

$(\mu_{\circ} = ۱۲\times۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A})$

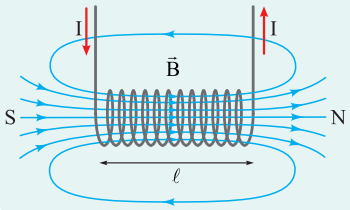
۱) ۲۰۰ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۵۰

مشاوره این تست مشابه کنکور ریاضی ۱۴۰۴ است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint داده‌ها را در رابطهٔ $B = \frac{\mu_{\circ} NI}{\ell}$ جای‌گذاری کنید تا ℓ به دست آید.

درس Box اندازهٔ میدان مغناطیسی در درون سیملوله و دور از لبه‌ها از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$B = \frac{\mu_{\circ} N I}{\ell}$

$\mu_{\circ}$: ضریب تراوایی مغناطیسی خلأ $(\frac{T.m}{A})$ — N: تعداد دورهای سیملوله — I: جریان الکتریکی (A) — B: میدان مغناطیسی (T) — ℓ: طول سیملوله (m)

پاسخ خیلی تشریحی ✔ کافی است داده‌ها را در رابطهٔ میدان مغناطیسی سیملوله جای‌گذاری کنیم:

$$B = \mu_{\circ}\frac{N}{\ell} I \Rightarrow ۴/۸\times۱۰^{-۴} = ۱۲\times۱۰^{-۷}\times\frac{۵۰۰}{\ell}\times۴۰۰\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{۱۲\times۵\times۴\times۱۰^{-۶}}{۴/۸\times۱۰^{-۴}} = ۰/۵\ m = ۵۰\ cm$$

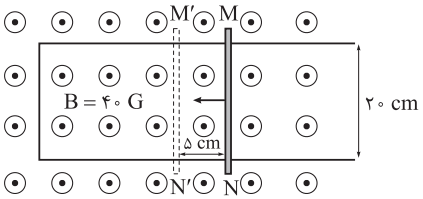
جریان الکتریکی ۲/۵ A از سیملولهٔ آرمانی به طول ۱۰ cm می‌گذرد. اگر میدان مغناطیسی ایجادشده در درون سیملوله ۱۵۷ G باشد، تعداد حلقه‌های آن چه‌قدر است؟ $(\mu_{\circ} = ۴\pi\times۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A})$

(سؤال ۶۷ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)

۱) ۱۵۰۰ ۲) ۱۰۰۰
۳) ۵۰۰ ۴) ۲۵۰

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۶ در شکل زیر، میلهٔ فلزی را روی رسانای U‌شکل در مدت $0/2\ s$ از وضعیت MN به وضعیت $M'N'$ درمی‌آوریم. در این مدت، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القاشده چند میلی‌ولت و جهت جریان القاشده در میله کدام است؟



۱) ۲ و از N به طرف M

۲) ۲ و از M به طرف N

۳) ۰/۲ و از N به طرف M

۴) ۰/۲ و از M به طرف N

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

۱) قانون لنز بیان می‌کند که وقتی شار مغناطیسی تغییر می‌کند، جریان در جهتی در حلقه القا می‌شود که میدان مغناطیسی ناشی از آن با تغییر شار مخالفت می‌کند، یعنی:

- وقتی شار مغناطیسی افزایش می‌یابد، میدان مغناطیسی اصلی و القایی در خلاف جهت هم هستند.



- وقتی شار مغناطیسی کاهش می‌یابد، میدان مغناطیسی اصلی و القایی هم‌جهت هستند.



۲) طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، با تغییر شار مغناطیسی عبوری از حلقه، نیروی محرکه‌ای در حلقه القا می‌شود که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$|\varepsilon_{av}| = \left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \Rightarrow \begin{cases} |\varepsilon_{av}| = |-NAB(\frac{\cos\theta_2 - \cos\theta_1}{\Delta t})| \\ |\varepsilon_{av}| = |-NA\cos\theta(\frac{\Delta B}{\Delta t})| \\ |\varepsilon_{av}| = |-NB\cos\theta(\frac{\Delta A}{\Delta t})| \end{cases}$$

نیروی محرکهٔ القایی (V) — تعداد حلقه — آهنگ تغییر شار مغناطیسی (Wb/s)

پاسخ خیلی تشریحی

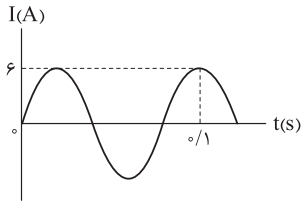
گام اول: میلهٔ MN با حرکت به سمت چپ و کاهش مساحت، باعث ایجاد نیروی محرکهٔ القایی شده، در نتیجه برای محاسبه اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی طبق رابطهٔ زیر داریم:

$$|\varepsilon_{av}| = |-NB\cos\theta\frac{\Delta A}{\Delta t}| = |-1\times 40\times 10^{-4}\times 1\times\frac{(5\times 20)\times 10^{-4}}{0/2}| = 2\times 10^{-4}\ V \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = 0/2\ mV$$

گام دوم: با توجه به این‌که مساحت در حال کاهش است، شار مغناطیسی عبوری از حلقه کاهش می‌یابد. طبق قانون لنز، میدان مغناطیسی القایی باید در جهت میدان مغناطیسی اصلی یعنی برون‌سو (⊙) باشد تا با این کاهش شار مخالفت کند. به کمک قاعدهٔ دست راست در حلقه، با توجه به این‌که میدان القایی برون‌سو است، جریان القایی در حلقه پادساعتگرد است، پس جهت جریان در میله، به سمت بالا (↑)، یعنی از N به طرف M است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۷ از یک مقاومت الکتریکی ۵ اُهمی، جریان متناوب سینوسی که نمودار تغییرات آن برحسب زمان به صورت شکل زیر است، عبور می‌کند. توان مصرفی این مقاومت در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۲۰}\,s$ برابر چند وات است؟

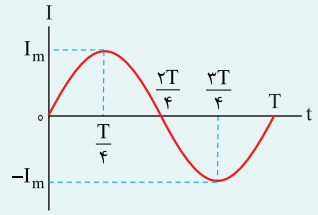


۱) ۴۵
۲) ۹۰
۳) ۱۳۵
۴) ۱۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

جریان متناوب، جریانی است که اندازه و علامت آن به صورت تابع سینوسی با زمان تغییر می‌کند. نمودار و معادلهٔ جریان متناوب برحسب زمان به صورت زیر است:



$$I = I_m \sin(\frac{۲\pi}{T}t)$$

جریان (A) — جریان بیشینه (A) — دورهٔ تناوب (s)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: برای محاسبهٔ دورهٔ تناوب، با توجه به نمودار داریم:

$$۰/۱ = ۵\frac{T}{۴} \Rightarrow T = ۰/۰۸\,s$$

گام دوم: با داشتن I_m و T، معادلهٔ جریان ـ زمان به راحتی نوشته می‌شود:

$$I = I_m \sin(\frac{۲\pi}{T}t) = ۶\sin(\frac{۲\pi}{۰/۰۸}t) = ۶\sin(۲۵\pi t)$$

گام سوم: برای محاسبهٔ توان مصرفی مقاومت در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۲۰}\,s$، طبق رابطهٔ $P = RI^۲$، به جریان عبوری از مقاومت در این لحظه نیاز داریم، پس:

$$I = ۶\sin(۲۵\pi \times \frac{۱}{۲۰}) = ۶\underbrace{\sin(\frac{۵\pi}{۴})}_{\sin(\pi+\frac{\pi}{۴})} = ۶\times(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = -۳\sqrt{۲}\,A$$

در نتیجه توان مصرفی برابر است با:

$$P = RI^۲ = ۵(-۳\sqrt{۲})^۲ = ۹۰\,W$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۸ درون یک ظرف استوانه‌ای به مساحت قاعدهٔ $20\ cm^2$، $800\ g$ روغن ریخته شده است. فشار پیمانه‌ای در کف ظرف برابر چند کیلوپاسکال است؟ $(g = 10\ N/kg \text{ و } P_\circ = 100\ kPa)$

۱) ۰/۴ ۲) ۴

۳) ۱۰۰/۴ ۴) ۱۰۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) فشار کل در کف یک ظرف استوانه‌ای، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$P = P_\circ + \frac{mg}{A}$$

P : فشار کل (Pa)

$P_\circ$: فشار جو (Pa)

m : جرم (kg)

g : شتاب گرانش $(N/kg$ یا $m/s^2)$

A : مساحت مقطع (m^2)

۲) به اختلاف فشار مطلق (P) و فشار هوای محیط $(P_\circ)$، فشار پیمانه‌ای می‌گویند و آن را با نماد P_g نمایش می‌دهند:

$$P = P_\circ + \rho gh \Rightarrow P_g = P - P_\circ = \rho gh$$

ρ : چگالی مایع (kg/m^3)

h : ارتفاع مایع (m)

$g \simeq 10\ N/kg$: شتاب گرانش در سطح زمین

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با استفاده از رابطهٔ فشار کل، فشار پیمانه‌ای وارد بر کف ظرف را به دست می‌آوریم:

$$P = P_\circ + \frac{mg}{A} \Rightarrow P_g = P - P_\circ = \frac{mg}{A} \xrightarrow[g=10\ N/kg\ ,\ A=20\ cm^2=20\times10^{-4}\ m^2]{P_\circ=100\ kPa=10^5\ Pa\ ,\ m=800\ g=0/8\ kg}$$

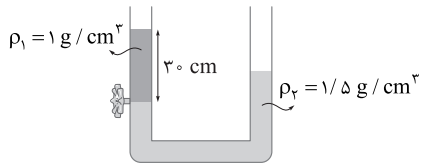
$$P_g = \frac{0/8\times10}{20\times10^{-4}} = \frac{8}{2\times10^{-3}} = 4000\ Pa = 4\ kPa$$

گول نخوری ✗

اگه به کلمهٔ پیمانه‌ای هواست نباشه، به اشتباه گزینهٔ (۴) رو می‌زنی!

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۹ در شکل زیر، دو مایع مخلوط‌نشدنی در لولهٔ U شکل قرار دارند و شیر رابط، بسته است. با بازشدن شیر رابط، اختلاف ارتفاع سطح آزاد مایع‌ها در دو شاخهٔ لوله به چند سانتی‌متر می‌رسد؟



۱) ۱۰

۲) ۱۲

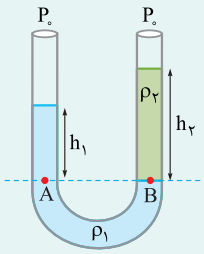
۳) ۱۸

۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

در لوله‌های U شکل، مطابق شکل زیر، در نقاط هم‌تراز که در یک مایع قرار دارند، فشار برابر است:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_0 = \rho_2 g h_2 + P_0 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در نقاط هم‌تراز درون یک مایع، از برابری فشار استفاده می‌کنیم:

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \xrightarrow[\rho_2 = 1/5\ g/cm^3]{\rho_1 = 1\ g/cm^3,\ h_1 = 30\ cm} 1 \times 30 = 1/5 \times h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{30}{1/5} = 20\ cm$$

گام دوم: با توجه به آن‌که اختلاف ارتفاع دو ستون را خواسته، h_2 را از h_1 کم می‌کنیم:

$$h_1 - h_2 = 30 - 20 = 10\ cm$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۰ تندی خودرویی به جرم $1200\ kg$ از $54\ km/h$ به $90\ km/h$ می‌رسد. در این مدت، کار کل انجام‌شده روی خودرو برابر چند کیلوژول است؟

۱) $2/4\times10^{2}$

۲) $2/4\times10^{3}$

۳) $2/4\times10^{4}$

۴) $2/4\times10^{5}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: کار کل انجام‌شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_2 - K_1$$

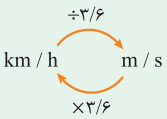
W_t : کار برایند (J)

K_2 : انرژی جنبشی در حالت ۲ (J)

K_1 : انرژی جنبشی در حالت ۱ (J)

نکته

برای تبدیل یکای سرعت و تندی از km/h به m/s و بالعکس، می‌توانیم به شکل زیر عمل کنیم:



پاسخ خیلی تشریحی ✔

با تبدیل یکای سرعت‌ها و جای‌گذاری در قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، به راحتی کار برایند را محاسبه می‌کنیم.

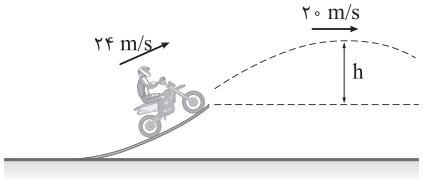
$$W_t = \Delta K$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow[v_2=90\ km/h=25\ m/s]{m=1200\ kg\ ,\ v_1=54\ km/h=15\ m/s}$$

$$W_t = \frac{1}{2}\times1200\times\underbrace{(625-225)}_{400} = 600\times400 = 24\times10^{4}\ J = 2/4\times10^{2}\ kJ$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۱ موتورسواری از انتهای سکویی مطابق شکل زیر، پرشی را با تندی $24\ m/s$ انجام می‌دهد. اگر تندی موتورسوار در بالاترین نقطهٔ مسیرش به $20\ m/s$ برسد، ارتفاع h برحسب متر کدام است؟ ($g = 10\ N/kg$ و مقاومت هوا را در طول مسیر حرکت موتورسوار نادیده بگیرید.)



۱) ۷/۸

۲) ۸/۸

۳) ۱۷/۶

۴) ۱۸/۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

انرژی پتانسیل گرانشی جسمی به جرم m در ارتفاع h از سطح مبدأ پتانسیل گرانشی برابر است با:

انرژی پتانسیل گرانشی (J) — شتاب گرانش (m/s^2)

$$U = mgh$$

جرم (kg) — ارتفاع (m)

۱) انرژی مکانیکی جسم برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل آن است:

$$E = K + U$$

E: انرژی مکانیکی (J)

K: انرژی جنبشی (J)

U: انرژی پتانسیل گرانشی (J)

۲) اصل پایستگی انرژی مکانیکی: در غیاب نیروهای اتلافی مانند مقاومت هوا، اصطکاک و ...، انرژی مکانیکی جسم در تمام نقاط مسیر حرکت جسم مقدار یکسانی دارد:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

پاسخ خیلی تشریحی

مبدأ پتانسیل را ارتفاعی که پرش شروع می‌شود، در نظر می‌گیریم و اصل پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم.

$$E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

با جای‌گذاری مقادیر خواهیم داشت:

$$\xrightarrow[U_1=0,\ g=10\ m/s^2]{v_1=24\ m/s,\ v_2=20\ m/s} \frac{1}{2}m(24)^2 = \frac{1}{2}m(20)^2 + m\times 10\times h$$

$$\Rightarrow \frac{576}{2} = 200 + 10h \Rightarrow 288 - 200 = 10h \Rightarrow 88 = 10h \Rightarrow h = 8/8\ m$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۲ ضریب انبساط طولی مس $\frac{۱}{K}$ $۱/۸\times۱۰^{-۵}$ است. اگر دمای یک میلهٔ مسی $۵۰\ ^\circ F$ افزایش یابد، طول آن چند درصد تغییر می‌کند؟

۱) ۰/۰۵ ۲) ۰/۵

۳) ۰/۰۹ ۴) ۰/۹

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) فرمول تبدیل تغییرات دما از مقیاس کلوین به فارنهایت:

$$\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta T$$

می‌تونی $\Delta\theta$ هم بنویسی!

ΔF : تغییر دما برحسب درجهٔ فارنهایت $(^\circ F)$

ΔT : تغییر دما برحسب کلوین (K)

۲) رابطهٔ انبساط طولی در اثر تغییر دمای ΔT برای جامدات:

$$\Delta L = L_۱\alpha\Delta T$$

$$\frac{\Delta L}{L_۱} = \alpha\Delta T \Rightarrow \text{درصد تغییر طول} = \frac{\Delta L}{L_۱}\times۱۰۰ = \alpha\Delta T\times۱۰۰$$

$\Delta L = L_۲ - L_۱$: تغییر طول (m)

$L_۲$: طول ثانویه یا طول تغییریافته (m)

$L_۱$: طول اولیه (m)

α : ضریب انبساط طولی $(\frac{۱}{K})$

ΔT : تغییرات دما (K)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا تغییرات دما را برحسب کلوین به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta T \xrightarrow{\Delta F=۵۰\ ^\circ F} ۵۰ = \frac{۹}{۵}\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{۲۵۰}{۹}\ K$$

گام دوم: حالا از رابطهٔ درصدی درس‌باکس استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\Delta L}{L_۱}\times۱۰۰ = \alpha\Delta T\times۱۰۰ = ۱/۸\times۱۰^{-۵}\times\frac{۲۵۰}{۹}\times۱۰۰ = ۵۰\times۱۰^{-۵}\times۱۰۰ = ٪۰/۰۵$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۳ درون ظرفی $200\ g$ یخ با دمای $-10\ ^\circ C$ قرار دارد. حداقل چند گرم آب با دمای $40\ ^\circ C$ به آن اضافه کنیم تا تمام یخ ذوب شود؟ (تبادل گرما فقط بین آب و یخ انجام می‌شود، $c_{\text{آب}} = 2c_{\text{یخ}} = 4/2\ \frac{J}{g.K}$ و $L_F = 336\ J/g$ است.)

۱) ۳۷۵ ۲) ۴۰۰

۳) ۴۲۵ ۴) ۴۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

۱) برای جسمی که بدون تغییر حالت، در اثر تبادل گرما، فقط دمای آن تغییر می‌کند، می‌توان نوشت:

$$Q = mc\Delta T$$

Q: گرما (J)

m: جرم (kg)

c: گرمای ویژه $(\frac{J}{kg.K})$

$\Delta T = \Delta\theta$: تغییر دما (K) یا $(^\circ C)$

۲) وقتی جسم جامدی در دمای ذوب خود از حالت جامد به مایع تبدیل شود و یا مایعی در همین دما به جامد تبدیل شود، داریم:

$$Q = \overset{\text{ذوب}}{\underset{\text{انجماد}}{\pm}} mL_F$$

Q: گرما (J)

m: جرم (kg)

L_F: گرمای نهان ذوب (J/kg)

۳) اگر دو یا چند جسم با دماهای متفاوت در تماس با یکدیگر قرار بگیرند، پس از مدتی هم‌دما می‌شوند و به تعادل گرمایی می‌رسند. براساس قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$Q_1 + Q_2 + \ldots = 0$$

در این رابطه، برای اجسامی که گرما می‌گیرند، $Q > 0$ و برای اجسامی که گرما از دست می‌دهند، $Q < 0$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا طرح‌وارهٔ مسائل گرما را رسم می‌کنیم:

یخ $-10\ ^\circ C$ $\xrightarrow{Q>0}$ یخ $0\ ^\circ C$ $\xrightarrow{Q>0}$ آب $0\ ^\circ C$ $\xleftarrow{Q<0}$ آب $40\ ^\circ C$

گام دوم: گرمای مورد نیاز تبدیل یخ $-10\ ^\circ C$ به یخ 0 درجهٔ سلسیوس را به دست می‌آوریم:

$$Q_1 = mc\Delta\theta \xrightarrow[c=2/1\ \frac{J}{g.K},\ \Delta\theta=0-(-10)=10\ ^\circ C]{m=200\ g} Q_1 = 200\times 2/1\times 10 = 4200\ J$$

گام سوم: گرمای مورد نیاز تبدیل یخ صفر درجهٔ سلسیوس به آب صفر درجهٔ سلسیوس را به دست می‌آوریم:

$$Q_2 = mL_F \xrightarrow[L_F=336\ J/g]{m=200\ g} Q_2 = 200\times 336 = 67200\ J$$

گام چهارم: گرمای مورد نیاز تبدیل آب $40\ ^\circ C$ به آب صفر درجهٔ سلسیوس را به دست می‌آوریم:

$$Q_3 = mc\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta=0-40=-40\ ^\circ C]{m=?,\ c=4/2\ \frac{J}{g.K}} Q_3 = m\times 4/2\times(-40) = -168\ m$$

گام پنجم: با جمع جبری Qها و برابر قرار دادن آن‌ها با صفر، جرم آب را به دست می‌آوریم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow 4200 + 67200 - 168m = 0 \Rightarrow 71400 = 168m \Rightarrow m = \frac{71400}{168} \Rightarrow m = 425\ g$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۴ **اگر فشار مقدار معینی گاز کامل، ۲۵ درصد افزایش و حجم آن، ۳۶ درصد کاهش یابد، انرژی درونی آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟**

۱) ۲۰، کاهش می‌یابد.
۲) ۲۵، کاهش می‌یابد.
۳) ۲۰، افزایش می‌یابد.
۴) ۲۵، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

قانون گازهای کامل (آرمانی):

$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1}=\frac{P_2V_2}{n_2T_2}$$

P : فشار مطلق (Pa)

V : حجم (m^3)

n : تعداد مول (mol)

T : دمای مطلق (K)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

از قانون گاز کامل در حالت نسبتی استفاده می‌کنیم:

$$PV=nRT \Rightarrow \frac{T_2}{T_1}=\frac{P_2}{P_1}\times\frac{V_2}{V_1}=\frac{۱۲۵}{۱۰۰}\times\frac{۶۴}{۱۰۰}=\frac{۸۰}{۱۰۰} \Rightarrow T_2=۰/۸\,T_1$$

بنابراین دما بر حسب کلوین، ۲۰٪ کاهش یافته است.

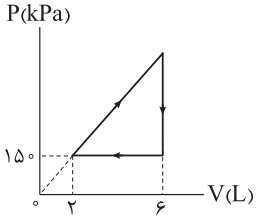
$$T_2-T_1=۰/۸T_1-T_1=-۰/۲\,T_1$$

علامت منفی نشان‌دهندهٔ کاهش دما است.

برای مقدار معینی گاز، انرژی درونی، تابع دمای مطلق آن است؛ بنابراین انرژی درونی نیز ۲۰٪ کاهش می‌یابد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۵ نمودار فشار مقدار معینی گاز کامل برحسب حجم آن در طی چرخه‌ای به شکل زیر است. در این چرخه بین گاز و محیط چند کیلوژول گرما و چگونه مبادله شده است؟



۱) ۰/۶، از گاز به محیط منتقل شده است.

۲) ۰/۹، از گاز به محیط منتقل شده است.

۳) ۰/۶، از محیط به گاز منتقل شده است.

۴) ۰/۹، از محیط به گاز منتقل شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

با توجه به ثابت‌بودن شیب پاره‌خطی که امتداد آن از مبدأ نمودار می‌گذرد، بیشینهٔ فشار در چرخه را به دست آورید؛ سپس به کمک مساحت سطح داخل چرخه، کار انجام‌شده را حساب کنید. در انتها نیز با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، گرمای مبادله‌شده در چرخه را پیدا کنید.

درس Box

قانون اول ترمودینامیک:

در یک فرایند ایستاوار، تغییر انرژی درونی دستگاه، برابر است با مجموع کار انجام‌شده توسط محیط روی دستگاه (گاز) و گرمای داده‌شده به دستگاه (گاز).

$$\Delta U = Q + W$$

$\Delta U = U_2 - U_1$: تغییر انرژی درونی (J)

U_1 : انرژی درونی اولیه (J)

U_2 : انرژی درونی نهایی (J)

اگر دستگاه گرما بگیرد، $Q > 0$ و اگر دستگاه گرما از دست بدهد، $Q < 0$.

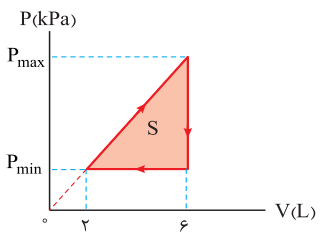
چرخهٔ ترمودینامیکی:

وقتی دستگاه پس از طی چند فرایند مختلف به حالت اولیهٔ خود برمی‌گردد، به مجموعهٔ این فرایندها چرخهٔ ترمودینامیکی گفته می‌شود.

- مساحت سطح داخل یک چرخه در نمودار $P - V$ با قدرمطلق کار انجام‌شده در آن چرخه برابر است. اگر جهت چرخه ساعتگرد باشد، $W < 0$ و اگر پادساعتگرد باشد، $W > 0$ خواهد بود.
- در یک چرخه، تغییر انرژی درونی دستگاه صفر است. $(\Delta U = 0)$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در نمودار داده‌شده، شیب پاره‌خطی که امتداد آن از مبدأ می‌گذرد، ثابت است؛ بنابراین می‌توانیم بیشینهٔ فشار (P_{max}) در چرخه را به دست آوریم:



$$\text{شیب خط} = \frac{P_{min} - 0}{2 - 0} = \frac{P_{max} - 0}{6 - 0} \xrightarrow{P_{min} = 150\ kPa} \frac{150}{2} = \frac{P_{max}}{6} \Rightarrow P_{max} = 450\ kPa$$

گام دوم: مساحت سطح داخل چرخه را حساب می‌کنیم تا اندازهٔ کار انجام‌شده در هر چرخه به دست آید:

$$S = |W| = \frac{(P_{max} - P_{min})\Delta V}{2} = \frac{(450 - 150) \times 10^{3} \times (6 - 2) \times 10^{-3}}{2}$$

$$\Rightarrow |W| = 300 \times 2 = 600\ J = 0/6\ kJ$$

از آن‌جا که چرخه ساعتگرد است، داریم:

$$W = -0/6\ kJ$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام سوم: با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، گرمای مبادله‌شده بین گاز و محیط در یک چرخه را حساب می‌کنیم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U = 0} 0 = Q + (-0/6) \Rightarrow Q = 0/6\ kJ$$

چون گرمای محاسبه‌شده با علامت مثبت به دست آمده است، یعنی دستگاه (گاز) گرما دریافت کرده و به عبارت دیگر گرما از محیط به گاز منتقل شده است.

گول نخوری اگر در محاسبهٔ مساحت داخل چرخه، ارتفاع آن را ۴۵۰ kPa قرار دهید، در دام گزینهٔ (۴) می‌افتید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۶ در فرمول مولکولی کدام ترکیب، شمار اتم‌های کربن با شمار اتم‌های هیدروژن برابر نیست؟

۱) استیلن
۲) استیرن
۳) سیانو اتن
۴) استون

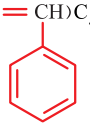
پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ در مولکول استون برخلاف سایر ترکیب‌ها، شمار اتم‌های کربن و هیدروژن برابر نیست.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): استیلن یا اتین ← $(HC \equiv CH)C_2H_2$

گزینهٔ (۲): استیرن ← $(CH_2 = CH)C_8H_8$



گزینهٔ (۳): سیانو اتن ← $(CH_2 = \underset{\displaystyle CN}{\underset{|}{CH}})C_3H_3N$

گزینهٔ (۴): استون ← $(CH_3\overset{\displaystyle O}{\overset{\|}{C}}CH_3)C_3H_6O$

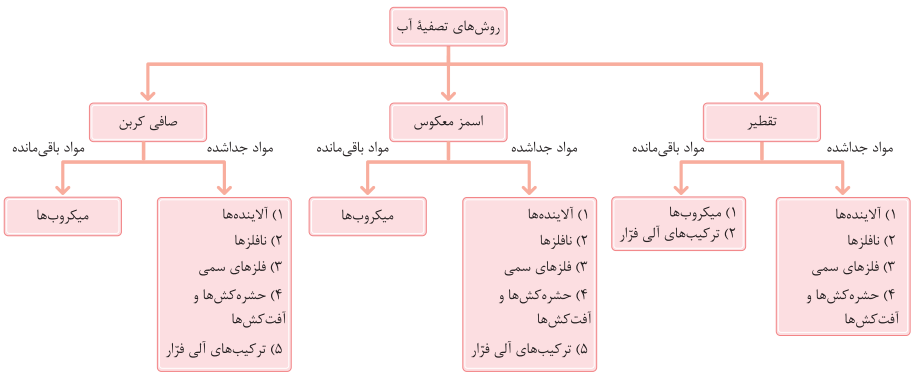
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۷ **یک نمونه آب به روش‌های تقطیر، صافی کربنی و اسمز معکوس تصفیه می‌شود. کدام مورد در آب تصفیه‌شده به هر سه روش، هم‌چنان وجود دارد؟**

۱) ترکیب‌های آلی فرّار
۲) نافلزها
۳) میکروب‌ها
۴) حشره‌کش‌ها

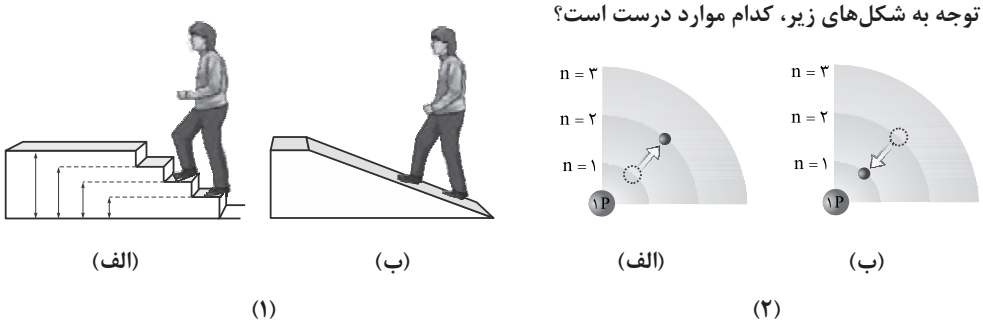
پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی در هر سه روش، میکروب‌ها در آب باقی می‌مانند، به همین دلیل قبل از مصرف، آب را باید کلرزنی کرد.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۸ با توجه به شکل‌های زیر، کدام موارد درست است؟



الف) مبادلهٔ انرژی در انتقال الکترون بین لایه‌ها در مدل کوانتومی اتم، مشابه شکل (۱ ــ الف) است.

ب) مقدار انرژی مبادله‌شده در انتقال‌های انجام‌شده در شکل (۲) با هم برابر است.

پ) طبق مدل بور، مبادلهٔ انرژی الکترون بین لایه‌ها در اتم هیدروژن مشابه شکل (۱ ــ ب) است.

ت) انرژی پرتو حاصل در شکل (۲ ــ ب) کم‌تر از انرژی پرتو بنفش‌رنگ است.

۱) الف و ب
۲) پ و ت
۳) الف و پ
۴) ب و ت

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف و پ) هم در مدل بور و هم در مدل کوانتومی، انرژی الکترون در لایه‌ها کوانتومی (گسسته) در نظر گرفته می‌شود و مشابه شکل (۱ ــ الف) است.

ب) انرژی مبادله‌شده در انتقال الکترون از یک لایه به لایهٔ بالاتر (n_1 به n_2)، با انرژی مبادله‌شده در بازگشت الکترون (n_2 به n_1) برابر است.

ت) شکل (۲- ب) انتقال الکترون از لایهٔ دوم به لایهٔ اول را نشان می‌دهد. با توجه به این‌که اختلاف سطح انرژی لایه‌های اول و دوم، بیشتر از لایه‌های دوم و سوم است، پرتو نشرشده در انتقال $n = ۲ \rightarrow n = ۱$ در محدودهٔ فرابنفش (طول موج کوتاه‌تر از مرئی) قرار دارد.

نکته طول موج پرتوهای حاصل از همهٔ انتقال‌های الکترونی در اتم هیدروژن و این‌که هر یک در کدام گسترهٔ امواج الکترومغناطیس قرار می‌گیرند، در زیر آورده شده است:

طول موج:	فرابنفش	>	نور مرئی	>	فروسرخ
	↓		↓		↓
	انتقال از لایه‌های بالاتر به لایهٔ اول (مانند $n = ۵ \rightarrow n = ۱$) و انتقال از لایهٔ هفتم به لایهٔ دوم ($n = ۷ \rightarrow n = ۲$)		انتقال از لایه‌های ۳، ۴، ۵ و ۶ به لایهٔ دوم ($n = ۶, ۵, ۴, ۳ \rightarrow n = ۲$)		انتقال از لایه‌های بالاتر به یکی از لایه‌های سوم تا پنجم (مانند $n = ۴ \rightarrow n = ۳$)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۹ **در کدام گزینه، مقایسهٔ شمار لایه‌های الکترونی پرشده در دو اتم به درستی انجام شده و ترکیب حاصل از دو عنصر، از کدام نوع (مولکولی یا یونی) است؟**

۱) ${}_{26}Fe < {}_{16}S$ - مولکولی
۲) ${}_{35}Br < {}_{31}Ga$ - یونی
۳) ${}_{20}Ca = {}_{15}P$ - یونی
۴) ${}_{8}O < {}_{9}F$ - مولکولی

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

بررسی گزینه‌ها:

ترکیب حاصل از یک فلز و یک نافلز، یونی است؛ بنابراین *گزینهٔ (۱) پر!*

گزینهٔ (۲): در هر دو اتم ${}_{31}Ga$ و ${}_{35}Br$، سه لایهٔ الکترونی اول به طور کامل پر شده‌اند.

${}_{31}Ga: [{}_{18}Ar]\, 3d^{10} 4s^2 4p^1$

${}_{35}Br: [{}_{18}Ar]\, 3d^{10} 4s^2 4p^5$

گزینهٔ (۳): در هر دو اتم ${}_{15}P$ و ${}_{20}Ca$، فقط لایه‌های اول و دوم به طور کامل پر شده‌اند.

${}_{15}P: [{}_{10}Ne] \underbrace{3s^2 3p^3}$

لایهٔ سوم پر نیست.

${}_{20}Ca: \underbrace{[{}_{18}Ar]\, 4s^2}$

لایه‌های سوم و چهارم پر نیستند.

گزینهٔ (۴): در هر دو اتم ${}_{8}O$ و ${}_{9}F$، فقط لایهٔ اول به طور کامل پر شده است:

${}_{8}O: [{}_{2}He]\, 2s^2 2p^4$

${}_{9}F: [{}_{2}He]\, 2s^2 2p^5$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۰ با توجه به جدول دوره‌ای عنصرها، کدام موارد درست است؟

الف) شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم عناصر در دورهٔ سوم برخلاف اتم عناصر دورهٔ چهارم، با افزایش عدد اتمی به طور منظم افزایش می‌یابد.

ب) تفاوت عدد اتمی نخستین نافلز دورهٔ دوم و قوی‌ترین نافلز جامد دورهٔ سوم، برابر عدد اتمی عنصر سازندهٔ دومین گاز فراوان هواکره است.

پ) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های ظرفیت در اتم سبک‌ترین شبه‌فلز گروه ۱۴، با عدد اتمی آن برابر است.

ت) نخستین عنصری که لایهٔ سوم اتم آن کاملاً پر می‌شود، دارای ۸ الکترون با $l = 0$ است.

$_{14}Si$

۱) الف و ت
۲) ب و ت
۳) ب و پ
۴) الف و پ

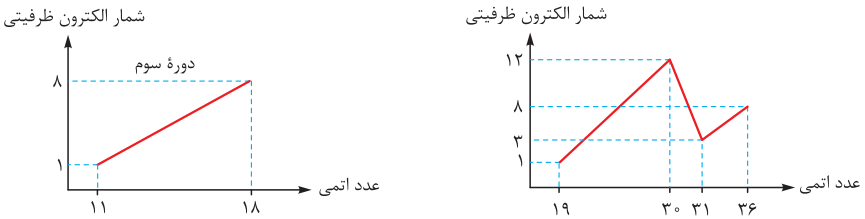
پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

عبارت‌های «الف» و «پ» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) در دورهٔ سوم شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم‌ها از $_{11}Na$ تا $_{18}Ar$ روند افزایشی دارد، ولی در دورهٔ چهارم، این روند منظم نیست.



نکته شمار الکترون‌های ظرفیتی برای اتم عنصرهای گروه‌های ۱ تا ۱۲ برابر با شمارهٔ گروه و برای اتم عنصرهای گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ برابر با یکان شمارهٔ گروه است.

ب) نخستین نافلز دورهٔ دوم، $_{6}C$ و قوی‌ترین نافلز جامد دورهٔ سوم، $_{16}S$ است که تفاوت عدد اتمی آن‌ها ۱۰ واحد است. دومین گاز فراوان هواکره اکسیژن است. عدد اتمی عنصر اکسیژن $(_{8}O)$ برابر ۸ است.

پ) سبک‌ترین شبه‌فلز گروه ۱۴، سیلیسیم است:

$$_{14}Si: [_{10}Ne]\ \underbrace{3s^2}_{2+0=3}\ \underbrace{3p^2}_{3+1=4} \Rightarrow 2(3)+2(4)=14$$

ت) نخستین عنصری که لایهٔ سوم اتم آن کاملاً پر می‌شود، $_{29}Cu$ با ۷ الکترون با $l = 0$ است. (منظور از $l = 0$ زیرلایهٔ s است.)

$$_{29}Cu \rightarrow 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^{10} / 4s^1$$

کدام موارد دربارهٔ «جدول تناوبی عنصرها» درست است؟ *(سؤال ۷۷ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)*

الف) تفاوت عدد اتمی قوی‌ترین نافلز گروه ۱۶ و قوی‌ترین فلز دورهٔ دوم، برابر ۶ است.

ب) تفاوت عدد اتمی قوی‌ترین نافلز جامد دورهٔ سوم و نخستین عنصر واسطهٔ دورهٔ چهارم، برابر ۵ است.

ج) شمار عنصرهای میان نخستین شبه‌فلز گروه ۱۴ و دومین نافلز دورهٔ سوم، برابر عدد اتمی یک گاز نجیب جدول است.

د) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های ظرفیت نافلز مایع دورهٔ چهارم، برابر با عدد اتمی یکی از عنصرهای گروه ۱۵ است.

۱) «الف» و «ب»
۲) «الف» و «ج»
۳) «ب» و «د»
۴) «ج» و «د»

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۱ کدام گزینه نادرست است؟

۱) گازی که در میان اجزای هوای پاک و خشک رتبهٔ سوم را از لحاظ درصد حجمی دارد، دومین گازی است که در تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع از ستون تقطیر خارج می‌شود. Ar

۲) در فرایند جداسازی اجزای هوا، اولین گاز خارج‌شده بعد از رطوبت هوا، گاز کربن دی‌اکسید است که در دمای ۱۸۵ K به حالت جامد از هوا خارج می‌شود.

۳) آرایش الکترون ـ نقطه‌ای $X:$، منحصربه‌فرد و متعلق به عنصری است که در حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد.

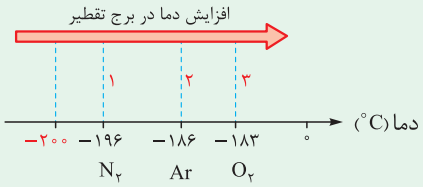
۴) در دما و فشار اتاق، مخلوطی از گازهای N_2 و H_2 برخلاف مخلوط گازهای O_2 و H_2، در حضور جرقه منفجر نمی‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): سومین گاز هوای پاک و خشک، آرگون است که در ستون تقطیر، بعد از نیتروژن از مخلوط جدا می‌شود.

نکته با گرم‌کردن هوای مایع در ستون تقطیر، هر چه نقطهٔ جوش ماده‌ای پایین‌تر باشد، زودتر به جوش آمده و زودتر از مخلوط خارج می‌شود.



مقایسهٔ نقطهٔ جوش: $\underset{-196\,^\circ C}{N_2} < \underset{-186\,^\circ C}{Ar} < \underset{-183\,^\circ C}{O_2}$

ترتیب جداشدن گازها: $N_2 \rightarrow Ar \rightarrow O_2$

گزینهٔ (۲): در فرایند جداسازی اجزای هوا، بعد از رطوبت، کربن دی‌اکسید در دمای $-78\,^\circ C$ به صورت جامد از هوا جدا می‌شود.

$$T(K) = \theta(^\circ C) + 273 = -78 + 273 = 195\ K$$

گزینهٔ (۳): آرایش الکترون ـ نقطه‌ای: $X:$ را فقط می‌توان به هلیم نسبت داد. هلیم حدود ۷ درصد حجمی گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد.

آرایش الکترون ـ نقطه‌ای هلیم با دو الکترون ظرفیتی $\Rightarrow$ $He:$

آرایش الکترون ـ نقطه‌ای عنصرهای گروه ۲ با دو الکترون ظرفیتی $\Rightarrow$ $A:$

گزینهٔ (۴): گاز نیتروژن، فراوان‌ترین گاز سازندهٔ هواکره است و واکنش‌پذیری ناچیزی دارد، به طوری که عملاً در مقایسه با اکسیژن که واکنش‌پذیری بالایی دارد، گازی غیرفعال و واکنش‌ناپذیر محسوب می‌شود. *نشون به این نشون که* در دما و فشار اتاق، گاز اکسیژن با گاز هیدروژن در حضور کاتالیزگر یا جرقه، واکنش می‌دهد، اما گاز نیتروژن با گاز هیدروژن هیچ واکنشی نمی‌دهد:

$2H_2(g) + O_2(g) \xrightarrow{\text{کاتالیزگر یا جرقه}} 2H_2O(l)$ واکنش انفجاری

$H_2(g) + N_2(g) \xrightarrow[\text{(دما و فشار اتاق)}]{\text{کاتالیزگر یا جرقه}}$ واکنشی رخ نمی‌دهد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۲ با توجه به معادلهٔ داده‌شده، کدام مورد نادرست است؟

$$M_2O(s) + Al(s) \rightarrow Al_2O_3(s) + M(s)$$

۱) پس از موازنه، تفاوت ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها برابر ۵ است.

۲) ترکیب موجود در فراورده‌ها، یکی از واکنش‌دهنده‌های فرایند هال است.

۳) عنصر M می‌تواند فلز مس یا کروم باشد.

۴) یک واکنش اکسایش ـ کاهش است و در آن، آلومینیم نقش کاهنده را دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به فرمول M_2O، نماد کاتیون M به صورت M^+ است. مس دارای کاتیون‌های یک بار مثبت (Cu^+) و دو بار مثبت (Cu^{2+}) است، اما کروم دارای کاتیون‌های Cr^{2+} و Cr^{3+} می‌باشد؛ پس M نمی‌تواند فلز کروم باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

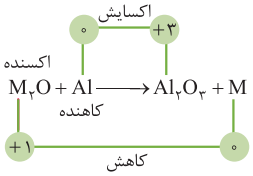
گزینهٔ (۱): معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$3M_2O + 2Al \rightarrow \underbrace{Al_2O_3 + 6M}_{\text{تفاوت ضرایب}=6-1=5}$$

گزینهٔ (۲): Al_2O_3 یکی از واکنش‌دهنده‌های فرایند هال است:

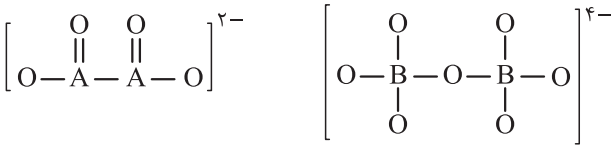
$$3Al_2O_3 + 3C \rightarrow 4Al + 3CO_2$$

گزینهٔ (۴): در واکنش مورد نظر، عدد اکسایش M و Al تغییر می‌کند؛ پس از نوع اکسایش ـ کاهش است. هم‌چنین آلومینیم، اکسایش یافته و نقش کاهنده را دارد.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۳ **اگر در ساختارهای زیر، A عنصری از دورهٔ دوم و B عنصری از دورهٔ سوم جدول تناوبی باشد، کدام مطلب در مورد این دو عنصر درست است؟ (در ساختار یون‌های داده‌شده، همهٔ اتم‌ها از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی می‌کنند.)**



۱) B عنصری نیمه‌رسانا است که با هیچ عنصر گازی در جدول تناوبی هم‌گروه نیست.

۲) A نافلزی است که در آخرین زیرلایهٔ الکترونی آن چهار الکترون وجود دارد و حداقل دو نوع اکسید تشکیل می‌دهد.

۳) یکی از رادیوایزوتوپ‌های عنصر B در ایران تولید می‌شود و اختلاف عدد اتمی A و B برابر عدد اتمی نخستین هالوژن جدول است. ← ${}_{۹}F$

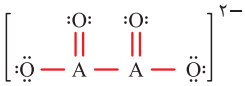
۴) اتم A تمایل دارد با گرفتن یا اشتراک الکترون، خود را به آرایش هشت‌تایی برساند و ایزوتوپی از آن که شمار پروتون و نوترون برابری دارد، در طبیعت فراوان‌تر است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته با توجه به تعداد کل الکترون‌های به‌کاررفته در ساختار لوویس یک یون، می‌توان از فرمول زیر برای محاسبهٔ بار یک یون مجهول استفاده کرد.

(مجموع شمار الکترون‌های به‌کاررفته در ساختار لوویس) − (مجموع شمار الکترون‌های لایهٔ ظرفیت اتم‌ها) = بار یون (q)

پاسخ خیلی تشریحی ابتدا باید با مشخص‌کردن شمار الکترون‌های ظرفیتی A و B، این عنصرها را پیدا کنیم:

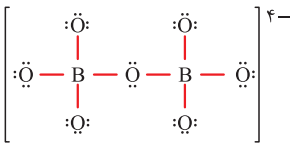


الکترون‌های پیوندی

$$-۲ = (۲A + (۴\times۶)) - (۲۰ + \overbrace{۱۴}) \Rightarrow A = ۴$$

الکترون‌های ناپیوندی

A دارای ۴ الکترون ظرفیتی بوده و متعلق به دورهٔ دوم است. ⇐ ${}_{۶}C$



الکترون‌های پیوندی

$$-۴ = (۲B + (۷\times۶)) - (۴۰ + \overbrace{۱۶}) \Rightarrow B = ۵$$

الکترون‌های ناپیوندی

B دارای ۵ الکترون ظرفیتی بوده و متعلق به دورهٔ سوم است. ⇐ ${}_{۱۵}P$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): فسفر، نافلز و نارسانا است. در ضمن فسفر با نیتروژن که در دما و فشار اتاق به حالت گاز است، هم‌گروه می‌باشد.

گزینهٔ (۲): A، کربن است که در آخرین زیرلایهٔ اتم آن، ۲ الکترون وجود دارد:

${}_{۶}C: [He]\,۲s^{۲}\,۲p^{۲}$

گزینهٔ (۳): در فصل اول شیمی دهم، شکلی از رادیوایزوتوپ فسفر تولیدشده در ایران نشان داده شده است.

عدد اتمی ${}_{۹}F$ (نخستین هالوژن) $\Rightarrow$ تفاوت عدد اتمی A و B = ۱۵ − ۶ = ۹

گزینهٔ (۴): A، نافلز کربن است که فقط با اشتراک الکترون به آرایش هشت‌تایی می‌رسد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۴ در دو فرایند جداگانه، ۱۲/۸ گرم گاز متان مطابق معادله‌های زیر می‌سوزد. اختلاف حجم گاز اکسیژن مصرف‌شده در این دو فرایند در شرایط STP چند لیتر است و در این دو واکنش، در مجموع چند گرم بخار آب تولید می‌شود؟

$(H = ۱ , C = ۱۲ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

$CH_۴(g) + ۲O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) + ۲H_۲O(g)$

$۲CH_۴(g) + ۳O_۲(g) \rightarrow ۲CO(g) + ۴H_۲O(g)$

۱) ۸/۹۶ ـ ۲۸/۸

۲) ۸/۹۶ ـ ۵۷/۶

۳) ۱۷/۹۲ ـ ۲۸/۸

۴) ۱۷/۹۲ ـ ۵۷/۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

طبق معادله‌های داده‌شده، به ازای مصرف ۱ مول متان در واکنش اول، ۲ مول $O_۲$ و در واکنش دوم، $\frac{۳}{۲} = ۱/۵$ مول $O_۲$ مصرف می‌شود؛ یعنی اختلاف تعداد مول گاز اکسیژن مصرف‌شده در دو واکنش به ازای مصرف ۱ مول متان برابر ۰/۵ مول است. به ازای ۱۲/۸ گرم متان خواهیم داشت:

$$۱۲/۸\ g\ CH_۴ \times \frac{۱\ mol\ CH_۴}{۱۶\ g\ CH_۴} \times \frac{۰/۵\ mol\ O_۲}{۱\ mol\ CH_۴} \times \frac{۲۲/۴\ L\ O_۲}{۱\ mol\ O_۲} = ۸/۹۶\ L\ O_۲$$

در هر دو واکنش، به ازای مصرف ۱ مول $CH_۴$، ۲ مول $H_۲O$ تولید می‌شود:

$$\text{در هر واکنش جرم } H_۲O: ۱۲/۸\ g\ CH_۴ \times \frac{۱\ mol\ CH_۴}{۱۶\ g\ CH_۴} \times \frac{۲\ mol\ H_۲O}{۱\ mol\ CH_۴} \times \frac{۱۸\ g\ H_۲O}{۱\ mol\ H_۲O} = ۲۸/۸\ g\ H_۲O$$

$$\text{جرم کل } H_۲O = ۲ \times ۲۸/۸ = ۵۷/۶\ g$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۵ **جدول زیر، انحلال‌پذیری گاز نیتروژن مونوکسید را در دمای $۲۰\ ^\circ C$ و در فشارهای مختلف نشان می‌دهد. کدام مورد درست است؟ $(N = ۱۴ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$**

P(atm)	۲/۵	۶	۸
$S(\frac{mg}{۱۰۰\ g\ H_۲O})$	۱۶/۵	۳۹/۶	۵۲/۸

۱) معادلهٔ انحلال‌پذیری نیتروژن مونوکسید (برحسب گرم در ۱۰۰ گرم آب) برحسب فشار را می‌توان به صورت $S = ۶/۶\ P$ نشان داد.

۲) برای انحلال کامل $۶۶/۲۲\times ۱۰^{۱۹}$ مولکول NO در ۱۰۰ گرم آب با دمای $۲۰\ ^\circ C$، فشار گاز حداقل باید ۵ اتمسفر باشد.

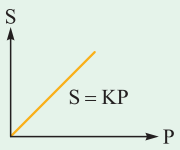
۳) در دمای $۱۰\ ^\circ C$ و فشار ۳ atm نیز انحلال‌پذیری گاز نیتروژن مونوکسید برابر ۳۹/۶ میلی‌گرم است.

۴) در فشار ۹ atm و دمای $۲۰\ ^\circ C$، انحلال‌پذیری گاز اکسیژن می‌تواند برابر ۶۲/۴ میلی‌گرم در ۱۰۰ گرم آب باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته

نمودار انحلال‌پذیری گازها برحسب فشار، به صورت یک خط راست با عرض از مبدأ صفر است.



به این ترتیب، با n برابر شدن فشار گاز در دمای ثابت، انحلال‌پذیری گاز نیز n برابر می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): معادلهٔ انحلال‌پذیری گازها برحسب فشار را می‌توان به صورت $S = KP$ نشان داد. برای به دست آوردن K، کافی است مقدار انحلال‌پذیری در یک فشار را به آن فشار تقسیم کنیم.

$$K = \frac{S}{P} = \frac{۱۶/۵\times ۱۰^{-۳}\ g}{۲/۵\ atm} = ۶/۶\times ۱۰^{-۳} \Rightarrow S = ۶/۶\times ۱۰^{-۳}\ P$$

دقت کنید که در جدول، انحلال‌پذیری گاز برحسب میلی‌گرم داده شده است.

گزینهٔ (۲): ابتدا ببینیم $۶۶/۲۲\times ۱۰^{۱۹}$ مولکول NO معادل چند گرم است:

$$\frac{۶۶/۲۲\times ۱۰^{۱۹}\ \text{مولکول}}{۶/۰۲\times ۱۰^{۲۳}\ \text{مولکول}} \times \frac{۱\ mol\ NO}{۱} \times \frac{۳۰\ g\ NO}{۱\ mol\ NO} = ۰/۰۳۳\ g\ NO$$

حالا با توجه به معادلهٔ انحلال‌پذیری، فشار گاز را حساب می‌کنیم:

$$S = ۶/۶\times ۱۰^{-۳} P \Rightarrow \frac{۰/۰۳۳}{۱} = \frac{۶/۶\times ۱۰^{-۳}}{۲۰۰} P \Rightarrow P = \frac{۱}{۲\times ۱۰^{-۱}} = \frac{۱۰}{۲} = ۵\ atm$$

گزینهٔ (۳): در دمای ثابت، با نصف‌شدن فشار از ۶ atm به ۳ atm، انحلال‌پذیری گاز نصف شده و به $\frac{۳۹/۶}{۲}$ می‌رسد. هرچند با کاهش دما از $۲۰\ ^\circ C$ به $۱۰\ ^\circ C$، انحلال‌پذیری گاز افزایش می‌یابد، اما دقیقاً دو برابر نمی‌شود، زیرا نمودار انحلال‌پذیری گازها برحسب دما، خطی نیست.

گزینهٔ (۴): در فشار ۹ atm، انحلال‌پذیری NO، ۱/۵ برابر انحلال‌پذیری آن در فشار ۶ atm است:

$$S = ۱/۵\times ۳۹/۶ = ۵۹/۴\ mg$$

$O_۲$، ناقطبی است و در شرایط یکسان، انحلال‌پذیری کم‌تری نسبت به NO $(S < ۵۹/۴)$ دارد؛ بنابراین انحلال‌پذیری $O_۲$ در فشار ۹ atm نمی‌تواند عدد ۶۲/۴ باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۶ کدام مورد درست است؟

۱) نقطهٔ جوش آب (برحسب کلوین)، بیش از دو برابر نقطهٔ جوش هیدروژن سولفید در فشار ۱ اتمسفر است.

۲) هر چه جرم مولی یک ماده بیشتر باشد، جهت‌گیری مولکول‌های آن در میدان الکتریکی، محسوس‌تر است.

۳) در انحلال یونی مانند حل‌شدن اتانول در آب، مولکول‌های حلال و حل‌شونده با یکدیگر جاذبهٔ یون ـ دوقطبی برقرار می‌کنند.

۴) ممکن است یک ماده ساختار مولکولی داشته باشد، اما با اضافه‌شدن به آب، به صورت یونی در آن حل شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): نقطهٔ جوش آب و هیدروژن سولفید به ترتیب $100\,^{\circ}C$ و $-60\,^{\circ}C$ است:

$$\frac{T(H_2O)}{T(H_2S)} = \frac{(100+273)\,K}{(-60+273)\,K} = \frac{373}{213} \simeq 1/75$$

دقت کنید که گشتاور دوقطبی آب، حدود دو برابر گشتاور دوقطبی هیدروژن سولفید است.

$$\frac{\mu(H_2O)}{\mu(H_2S)} = \frac{1/85\ D}{0/97\ D} \simeq 1/9$$

گزینهٔ (۲): جهت‌گیری مولکول‌ها در میدان الکتریکی به میزان قطبیت آن‌ها بستگی دارد، یعنی هر چه گشتاور دوقطبی یک مولکول بیشتر باشد، جهت‌گیری آن در میدان الکتریکی محسوس‌تر است.

گزینهٔ (۳): جاذبهٔ بین مولکول‌های اتانول (C_2H_5OH) و آب از نوع پیوند هیدروژنی است. جاذبهٔ یون ـ دوقطبی بین یون‌ها و حلال‌های قطبی برقرار می‌شود.

گزینهٔ (۴): مثلاً HCl یک ترکیب مولکولی است، اما در آب به طور کامل یونیده می‌شود و انحلال آن از نوع یونی است.

$$HCl(g) \xrightarrow{\text{آب}} H^+(aq) + Cl^-(aq)$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۷ **کدام مورد دربارهٔ جدول تناوبی عنصرها درست است؟**

۱) در هر گروه، شمار عنصرهای شبه‌فلزی کم‌تر از شمار عنصرهای نافلزی است.

۲) اگر فعالیت شیمیایی فلز X بیشتر از فلز قلیایی M باشد، X و M در یک دوره قرار ندارند.

۳) اگر A تنها نافلز مایع جدول باشد، نزدیک‌ترین فلز هم‌دوره به آن با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب می‌رسد.

$_{35}Br$

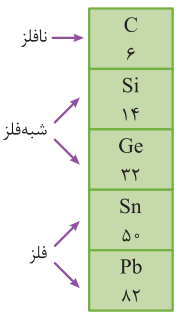
۴) اگر شعاع اتمی B از عنصر هم‌گروه آن (R) بیشتر باشد، واکنش‌پذیری B از R بیشتر است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): مثلاً در گروه ۱۴، شمار عنصرهای شبه‌فلزی بیشتر از شمار عنصرهای نافلزی است.

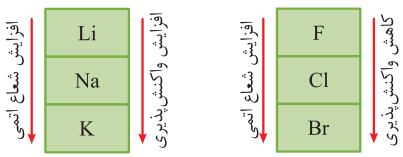


گزینهٔ (۲): در بین فلزهای هر دوره، فلزهای قلیایی (گروه ۱) بیشترین واکنش‌پذیری را دارند؛ پس اگر واکنش‌پذیری فلزی از یک فلز قلیایی بیشتر باشد، آن فلز نمی‌تواند با آن فلز قلیایی هم‌دوره باشد.

گزینهٔ (۳): تنها نافلز مایع جدول دوره‌ای، برم $(_{35}Br)$ است. نزدیک‌ترین فلز هم‌دوره به برم، گالیم است که کاتیون آن به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد.

$$_{31}Ga: [Ar]\,3d^{10}\,4s^{2}\,4p^{1} \Rightarrow {}_{31}Ga^{3+}: [Ar]\,3d^{10}$$

گزینهٔ (۴): واکنش‌پذیری عنصرها فقط به شعاع اتمی آن‌ها وابسته نیست. به نوع عنصر (فلز یا نافلز) نیز بستگی دارد. در فلزها، واکنش‌پذیری با شعاع اتمی رابطهٔ مستقیم دارد، در حالی که در نافلزها، واکنش‌پذیری با شعاع اتمی رابطهٔ وارونه دارد.



چند مورد از موارد زیر دربارهٔ عنصرهای جدول دوره‌ای، درست است؟ *(سؤال ۸۸ کنکور تجربی ۱۴۰۲ (خارج از کشور))*

- **شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر گروه‌های مختلف، می‌تواند برابر باشد.**
- **شعاع اتمی نافلز مایع جدول (Z_{35})، از شعاع اتمی فلز مایع جدول (R_{80})، کوچک‌تر است.**
- **اگر فعالیت شیمیایی نافلز Y، بیشتر از هالوژن D باشد، این دو عنصر در یک دوره جای ندارند.**
- **اگر شعاع اتمی نافلز X، برابر r_1 باشد، شعاع اتمی فلز هم‌گروه X، به یقین، بزرگ‌تر از r_1 است.**

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۸ **۲۵۲/۵ گرم از نمک MXO_3 با خلوص ۸۰ درصد مطابق واکنش زیر تجزیه می‌شود:**

($MXO_3(s) \rightarrow M_2O(s) + X_2(g) + O_2(g)$ (معادله موازنه نشده است.)

اگر طی این فرایند، ۹۴ گرم M_2O تولید شود و نیمی از گاز اکسیژن تولیدشده بتواند ۱۳ گرم بنزن را به طور کامل بسوزاند، تفاوت جرم مولی دو عنصر M و X چند گرم است؟ ($H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1}$)

۱) ۹ ۲) ۲۵ ۳) ۳۵ ۴) ۴۱

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ معادلهٔ موازنه‌شده تجزیهٔ MXO_3 و سوختن کامل بنزن به صورت زیر است:

$$4MXO_3 \rightarrow 2M_2O + 2X_2 + 5O_2$$

$$2C_6H_6 + 15O_2 \rightarrow 12CO_2 + 6H_2O$$

ابتدا با توجه به جرم بنزن، تعداد مول گاز اکسیژن مصرف‌شده در واکنش سوختن بنزن و سپس تعداد مول گاز اکسیژن تولیدشده در تجزیهٔ MXO_3 را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{C_6H_6}} = \frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{O_2}} \Rightarrow \frac{13}{2\times 78} = \frac{X}{15} \Rightarrow X = \frac{15}{2\times 6} = \frac{5}{4}\ mol\ O_2$$

با توجه به اطلاعات این سؤال، این مقدار O_2، نصف O_2 تولیدشده در تجزیهٔ MXO_3 است:

$$\text{تعداد مول } O_2 \text{ تولیدشده در واکنش تجزیهٔ } MXO_3 = 2\times\frac{5}{4} = \frac{5}{2}\ mol$$

حالا با توجه به مقدار MXO_3، M_2O و O_2 در واکنش اول، می‌توانیم جرم مولی M و X را حساب کنیم:

$$4MXO_3 \sim 2M_2O \sim 5O_2$$

$$\frac{\frac{\text{درصد خلوص}}{100} \times \text{جرم ناخالص}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{MXO_3}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{M_2O}} = \frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{O_2}} \Rightarrow \frac{252/5 \times \frac{80}{100}}{4(M+X+48)} = \frac{\frac{47}{94}}{2(2M+16)} = \frac{\frac{5}{2}}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{50/5}{M+X+48} = \frac{47}{2M+16} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{47}{2M+16} = \frac{1}{2} \Rightarrow 94 = 2M+16 \Rightarrow M = 39 \\ \frac{50/5}{M+X+48} = \frac{1}{2} \Rightarrow 101 = 39+X+48 \Rightarrow X = 14 \end{cases}$$

$$M - X = 39 - 14 = 25$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۹ اگر شمار مولکول‌های موجود در ۳۳ گرم $C_{10}H_n$ با مجموع شمار اتم‌ها در یک گرم پروپان برابر باشد و این ترکیب فاقد پیوند سه‌گانه و دارای یک حلقه باشد، چند پیوند دوگانه در ساختار آن وجود دارد؟ $(H=1, C=12 : g.mol^{-1})$

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته برای محاسبهٔ شمار اتم‌های هیدروژن در هیدروکربن‌ها می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

(تعداد پیوندهای سه‌گانه $\times 4$) $-$ (تعداد حلقه‌ها $+$ تعداد پیوندهای دوگانه) $\times 2 - (2n+2) =$ شمار اتم‌های هیدروژن یک هیدروکربن n کربنی

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: محاسبهٔ مجموع شمار مول اتم‌ها در یک گرم پروپان:

C_3H_8 ~ ۱۱ اتم

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{C_3H_8}} = \frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{\text{اتم}}} \Rightarrow \frac{1}{44} = \frac{x}{11} \Rightarrow x = \frac{1}{4}\ mol \text{ اتم}$$

(۴ و ۱)

گام دوم: محاسبهٔ n در $C_{10}H_n$:

طبق اطلاعات سؤال در ۳۳ گرم از این ترکیب، $\frac{1}{4}$ مول مولکول وجود دارد:

$C_{10}H_n$ ~ ۱ مولکول

$$\frac{33}{120+n} = \frac{\frac{1}{4}}{1} \Rightarrow 132 = 120 + n \Rightarrow n = 12$$

گام سوم: محاسبهٔ تعداد پیوندهای دوگانه در $C_{10}H_{12}$:

با فرمول شمار اتم‌های هیدروژن، تعداد پیوندهای دوگانه در این ترکیب را به دست می‌آوریم:

$$12 = \underbrace{(2\times 10)+2}_{2n+2} - 2(\underbrace{x}_{\text{تعداد پیوندهای دوگانه}} + \underbrace{1}_{\text{تعداد حلقه}}) \Rightarrow x = 4$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۰ کدام مورد درست است؟

۱) انجام واکنش تولید متان از عناصر سازنده‌اش، به دلیل گرماگیربودن دشوار است.

۲) با افزایش درصد جرمی هیدروژن در آلکان‌ها، گرمای سوختن مولی آن‌ها نیز افزایش می‌یابد.

۳) برای پیوندهای $C \equiv O$ و $H - C$ برخلاف پیوندهای $N \equiv N$ و $H - Cl$، از میانگین آنتالپی پیوند استفاده می‌شود.

۴) اگر واکنش $A(l) \rightarrow B(g)$ گرماده باشد، واکنش $A(g) \rightarrow B(l)$ نیز به یقین گرماده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): واکنش $CH_4(g) \rightarrow 2H_2(g) + C(s, \text{گرافیت})$، گرماده است. تأمین شرایط بهینه برای انجام این واکنش در آزمایشگاه، بسیار دشوار است.

گزینهٔ (۲): در آلکان‌ها با افزایش جرم مولی، درصد جرمی کربن افزایش و درصد جرمی هیدروژن کاهش می‌یابد؛ مثلاً:

$$CH_4 \begin{cases} 12\,g\,C \rightarrow \%C = \frac{12}{16} \times 100 = 75 \\ 4\,g\,H \rightarrow \%H = \frac{4}{16} \times 100 = 25 \end{cases}$$

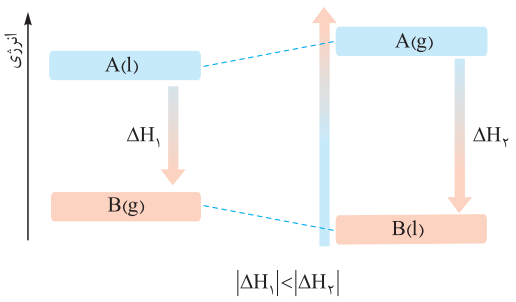
$$C_2H_6 \begin{cases} 24\,g\,C \rightarrow \%C = \frac{24}{30} \times 100 = 80 \\ 6\,g\,H \rightarrow \%H = \frac{6}{30} \times 100 = 20 \end{cases}$$

پس با افزایش درصد جرمی هیدروژن، آلکان سبک‌تر و جرم مولی کم‌تر می‌شود، در حالی که در آلکان‌های سبک‌تر با جرم مولی کم‌تر، گرمای سوختن مولی کم‌تر است.

گزینهٔ (۳): در پیوندهای موجود در مولکول‌های دواتمی مستقل مانند کربن مونوکسید $(C \equiv O)$ و نیتروژن $(N \equiv N)$ و هیدروژن کلرید $(H - Cl)$ از آنتالپی پیوند استفاده می‌شود، اما زمانی که پیوند قسمتی از یک مولکول بزرگ‌تر باشد مانند $C - H$ که بخشی از $H - \underset{H}{\overset{H}{\underset{|}{\overset{|}{C}}}} - H$ یا دیگر مولکول‌ها است، از میانگین آنتالپی پیوند استفاده می‌شود.

گزینهٔ (۴): اگر واکنش $A(l) \rightarrow B(g)$ گرماده باشد، با تبدیل $A(l)$ به $A(g)$ و تبدیل $B(g)$ به $B(l)$ اختلاف انرژی بین واکنش‌دهنده و فراورده (ΔH) افزایش می‌یابد و واکنش گرماده‌تر می‌شود.

برای دو واکنش فوق می‌توان نمودار انرژی زیر را در نظر گرفت:



$|\Delta H_1| < |\Delta H_2|$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۱ با توجه به ΔH واکنش‌های (I) تا (III)، اگر سرعت تولید انرژی در واکنش (IV)، ۲/۳ کیلوژول بر ثانیه باشد، سرعت مصرف گاز اکسیژن در این واکنش چند گرم بر دقیقه است؟ $(O = 16\ g.mol^{-1})$

I) $4NH_3 + 5O_2 \rightarrow 4NO + 6H_2O$ $\quad \Delta H = -900\ kJ$

II) $2NO + O_2 \rightarrow 2NO_2$ $\quad \Delta H = -112\ kJ$

III) $3NO_2 + H_2O \rightarrow 2HNO_3 + NO$ $\quad \Delta H = -118\ kJ$

IV) $NH_3 + 2O_2 \rightarrow HNO_3 + H_2O$ $\quad \Delta H = ?$

۱) ۱۶ ۲) ۲۴ ۳) ۳۲ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به قانون هس، ΔH واکنش (IV) را به دست می‌آوریم:

واکنش (I) را در $\frac{1}{4}$ و واکنش (II) را در $\frac{3}{4}$ و واکنش (III) را در $\frac{1}{2}$ ضرب می‌کنیم:

I) $NH_3 + \frac{5}{4}O_2 \rightarrow NO + \frac{3}{2}H_2O$ $\quad \Delta H_1 = -\frac{900}{4} = -225$

II) $\frac{3}{2}NO + \frac{3}{4}O_2 \rightarrow \frac{3}{2}NO_2$ $\quad \Delta H_2 = -112 \times \frac{3}{4} = -84$

III) $\frac{3}{2}NO_2 + \frac{1}{2}H_2O \rightarrow HNO_3 + \frac{1}{2}NO$ $\quad \Delta H_3 = -118 \times \frac{1}{2} = -59$

بنابراین ΔH واکنش (IV) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta H = (-225) + (-84) + (-59) = -368\ kJ$$

گام دوم: برای محاسبهٔ سرعت مصرف اکسیژن برحسب گرم بر دقیقه، باید گرم اکسیژن مصرفی را در یک دقیقه محاسبه کرد:

$$1\ min \times \frac{60\ s}{1\ min} \times \frac{2/3\ kJ}{1\ s} \times \frac{2\ mol\ O_2}{368\ kJ} \times \frac{32\ g\ O_2}{1\ mol\ O_2} = 24\ g\ O_2$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۲ **کدام مورد نادرست است؟**

۱) لیکوپن و بنزوئیک اسید نمونه‌هایی از نگهدارنده‌ها هستند که فعالیت رادیکال‌های آزاد در بدن را کاهش می‌دهند.

۲) اگر هیدروژن متصل به کربن را در فورمیک اسید، با سرگروه خانوادهٔ آروماتیک‌ها جایگزین کنیم، ترکیب موجود در توت‌فرنگی با فرمول $C_7H_6O_2$ حاصل می‌شود.

بنزن

۳) گروه عاملی که طعم و بوی گشنیز به طور عمده به آن وابسته است، در کلسترول نیز وجود دارد.

۴) در الگوی کاهش ردپای غذا، طراحی مواد و فراورده‌های شیمیایی سالم‌تر، موجب کاهش مصرف غذاهای فراوری‌شده می‌شود.

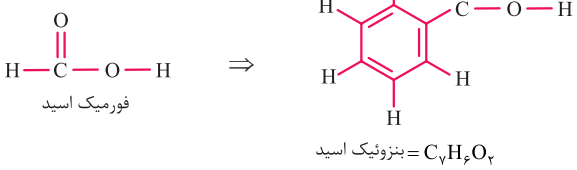
پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): لیکوپن یک بازدارنده است که فعالیت رادیکال‌های آزاد را کاهش می‌دهد.

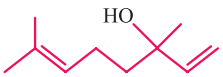
گزینهٔ (۲):



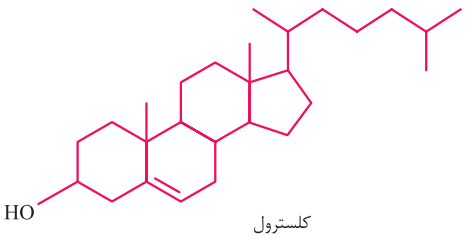
فورمیک اسید

بنزوئیک اسید $= C_7H_6O_2$

گزینهٔ (۳): گشنیز و کلسترول، دارای گروه عاملی هیدروکسیل (OH) هستند:



ترکیب موجود در گشنیز



کلسترول

گزینهٔ (۴): *کاملا درسته!*

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۳ کدام ویژگی زیر در مولکول استر حلال چسب با اسید آلی سازندهٔ آن، یکسان است؟

۱) نسبت شمار پیوندهای $C-H$ به $C-C$

۲) شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش مثبت

۳) شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی

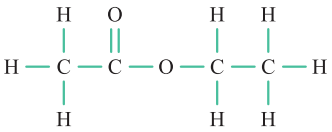
۴) شمار مول گاز اکسیژن مورد نیاز برای سوختن کامل ۱ مول از آن

اتیل استات

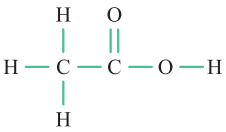
پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ استر حلال چسب، همان اتیل اتانوات است که از اتانول و اتانوئیک اسید به دست می‌آید:

(A) اتیل اتانوات: $(C_4H_8O_2)$



(B) اتانوئیک اسید: $(C_2H_4O_2)$

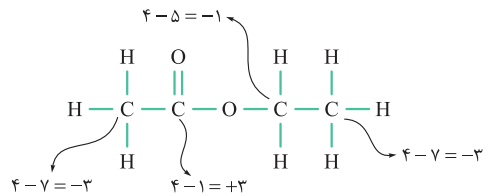


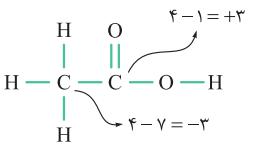
بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در مولکول A به ترتیب، ۸ پیوند $C-H$ و ۲ پیوند $C-C$ و در مولکول B، به ترتیب ۳ پیوند $C-H$ و ۱ پیوند $C-C$ وجود دارد:

$$\frac{\text{شمار پیوندهای } C-H}{\text{شمار پیوندهای } C-C}\begin{cases} A \rightarrow \frac{8}{2}=4 \\ B \rightarrow \frac{3}{1}=3 \end{cases}$$

گزینهٔ (۲): در هر دو مولکول، ۱ اتم کربن با عدد اکسایش مثبت وجود دارد:





گزینهٔ (۳): در ساختار مولکول‌های A و B، به ترتیب ۱۴ و ۸ جفت‌الکترون پیوندی (پیوند اشتراکی) وجود دارد.

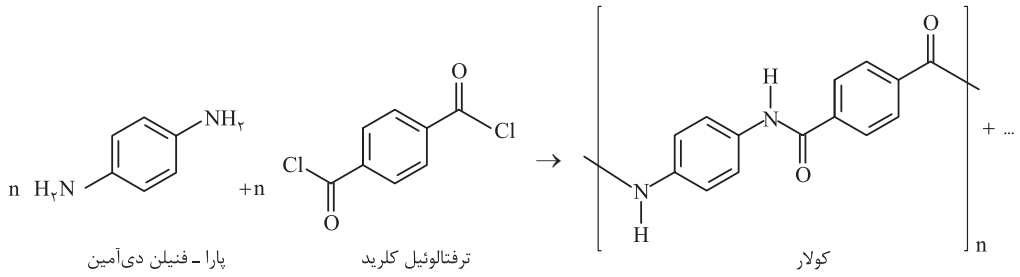
گزینهٔ (۴): معادلهٔ واکنش سوختن کامل ۱ مول از ترکیب‌ها را می‌نویسیم:

$$C_4H_8O_2 + 5O_2 \rightarrow 4CO_2 + 4H_2O$$

$$C_2H_4O_2 + 2O_2 \rightarrow 2CO_2 + 2H_2O$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۴ کولار را در صنعت از واکنش پارا ـ فنیلن دی‌آمین و ترفتالوئیل کلرید، مطابق معادلهٔ زیر تهیه می‌کنند:



پارا ـ فنیلن دی‌آمین ترفتالوئیل کلرید کولار

کدام مورد نادرست است؟

۱) کولار، یک پلی‌آمید آروماتیک است و توانایی برقراری پیوند هیدروژنی را دارد.

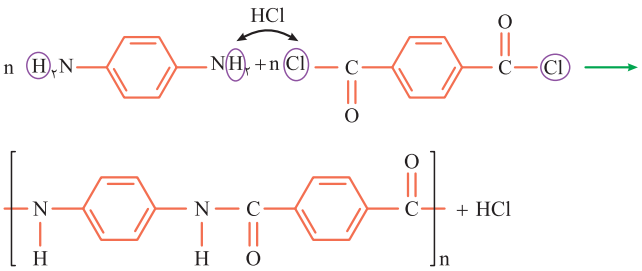
۲) فراوردهٔ جانبی این واکنش، در واکنش تهیهٔ PET از اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید نیز تولید می‌شود.

۳) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در ساختار ترفتالوئیل کلرید برابر ۲/۱ است.

۴) فرمول کولار را می‌توان به صورت $-(C_{14}H_{10}N_2O_2)_n-$ نشان داد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ برای ایجاد گروه عاملی آمیدی ($-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-N-$)، گروه $-N-H$ باید به گروه $-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-$ متصل شود. با توجه به ساختار مونومرها خواهیم داشت:

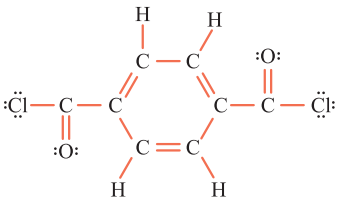


پس مولکول کوچک تولیدشده در فرایند گفته‌شده برخلاف فرایندهای رایجی که در آن‌ها آب تولید می‌شود، مولکول هیدروژن کلرید (HCl) است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در ساختار کولار، حلقهٔ بنزنی وجود دارد؛ بنابراین آروماتیک محسوب می‌شود، هم‌چنین به دلیل داشتن پیوند $N-H$، توانایی برقراری پیوند هیدروژنی را دارد.

گزینهٔ (۳): ببینیم:



$$\frac{\text{شمار جفت الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{۲۱}{۱۰} = ۲/۱$$

گزینهٔ (۴): با توجه به واحد تکرارشوندهٔ کولار، درست است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۵ **مواد زیست‌تخریب‌پذیر، موادی هستند که در طبیعت توسط جانداران ذره‌بینی به مولکول‌های ساده و کوچک مانند A، D، E و ... تبدیل می‌شوند. کدام مورد نادرست است؟**

۱) هیچ‌یک از ترکیب‌های A، D و E، گاز گلخانه‌ای محسوب نمی‌شوند.

۲) یکی از این سه ترکیب، ساده‌ترین هیدروکربن بوده و به آن گاز مرداب نیز می‌گویند.

۳) اگر E یک هیدروکربن باشد، A و D فراورده‌های سوختن کامل آن هستند.

۴) شمار پیوندها در مولکول دو مورد از این ترکیب‌ها با هم یکسان است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

مواد زیست‌تخریب‌پذیر موادی هستند که در طبیعت توسط جانداران ذره‌بینی به مولکول‌های ساده و کوچک مانند کربن دی‌اکسید، متان، آب و ... تبدیل می‌شود.

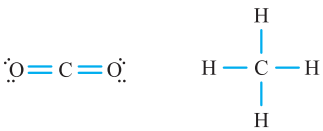
CO_2 و H_2O (و البته CH_4) گاز گلخانه‌ای محسوب می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): ساده‌ترین هیدروکربن، متان (CH_4) است و به آن گاز مرداب نیز گفته می‌شود.

گزینهٔ (۳): از سوختن کامل متان، CO_2 و H_2O تولید می‌شود!

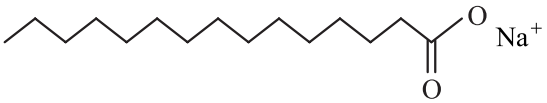
گزینهٔ (۴): شمار پیوندها در مولکول‌های CO_2 و CH_4 یکسان است.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۶ درستی یا نادرستی مطالب زیر دربارهٔ ترکیب داده‌شده، به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟

$(H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶, Na = ۲۳, S = ۳۲ : g.mol^{-۱})$



الف) تفاوت جرم مولی آن با پاک‌کنندهٔ غیرصابونی با زنجیر سیرشده و هم‌کربن با آن برابر ۴۲ گرم است.

ب) این ماده با ذرات چربی، واکنش شیمیایی داده و مخلوطی ناهمگن تشکیل می‌دهد.

پ) با تغییر یون فلزی به $NH_۴^+$، نسبت مولی یون‌های سازندهٔ ماده ثابت می‌ماند، ولی حالت فیزیکی آن تغییر می‌کند.

ت) می‌توان آن را از واکنش استر سنگین با سود سوزآور به دست آورد.

۱) درست ـ نادرست ـ درست ـ درست
۲) درست ـ نادرست ـ درست ـ نادرست
۳) نادرست ـ نادرست ـ نادرست ـ درست
۴) نادرست ـ درست ـ درست ـ نادرست

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

به‌جز عبارت دوم، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

نکته

فرمول کلی صابون‌های جامد سیرشده به صورت $C_nH_{۲n+۱}COONa$ و فرمول کلی پاک‌کننده‌های غیرصابونی با زنجیر آلکیلی سیرشده به صورت $C_nH_{۲n+۱}C_۶H_۴SO_۳Na$ است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) مادهٔ مورد نظر $C_{۱۴}H_{۲۹}COONa$، یک صابون جامد سیرشده با جرم مولی $۲۶۴\ g.mol^{-۱}$ است.

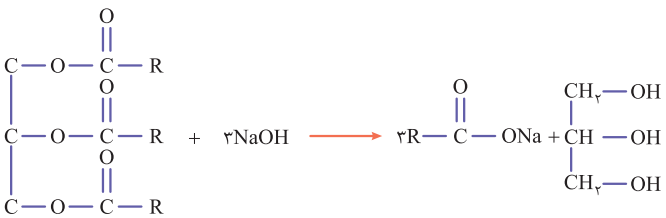
پاک‌کنندهٔ غیرصابونی جامد با زنجیر سیرشده و هم‌کربن با ترکیب داده‌شده، دارای فرمول $C_۹H_{۱۹}C_۶H_۴SO_۳Na$ بوده و جرم مولی آن، $۳۰۶\ g.mol^{-۱}$ است. اختلاف جرم مولی این دو پاک‌کننده ۴۲ گرم می‌باشد.

ب) پاک‌کنندهٔ غیرصابونی با لکهٔ چربی برهم‌کنش فیزیکی برقرار می‌کند و واکنش شیمیایی نمی‌دهد. البته مخلوط آب، صابون و لکهٔ چربی، مخلوط ناهمگن از نوع کلوئید است.

پ) با تغییر یون Na^+ به $NH_۴^+$، همچنان هر واحد از این صابون شامل یک کاتیون و یک آنیون بوده و نسبت آن‌ها ۱ به ۱ است، اما در حضور Na^+، صابون جامد ولی در حضور $NH_۴^+$، صابون مایع می‌شود.

ت) به طور کلی، برای تولید صابون دو روش وجود دارد:

۱) هر مول استر سنگین را با سه مول سود سوزآور واکنش می‌دهند:



۲) اسید چرب را مستقیم با NaOH واکنش می‌دهند:

$$RCOOH + NaOH \rightarrow RCOONa + H_۲O$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۷ رسانایی الکتریکی محلول ۰/۴ مولار اسید HA با رسانایی الکتریکی محلول ۰/۰۰۵ مولار آهن (III) کلرید برابر است. ثابت یونش این اسید به تقریب کدام است و اگر pH محلول این اسید با pH محلولی از نیتریک اسید با چگالی $1/26\ g.mL^{-1}$ برابر باشد، غلظت محلول نیتریک اسید چند ppm است؟ $(H=1, N=14, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) $2/5\times10^{-4}$ ـ ۵۰۰

۲) $2/5\times10^{-3}$ ـ ۵۰۰

۳) $2/5\times10^{-4}$ ـ ۱۰۰۰

۴) $2/5\times10^{-3}$ ـ ۱۰۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ رسانایی الکتریکی محلول‌ها به مجموع غلظت مولی یون‌ها در آن‌ها بستگی دارد.

$$FeCl_3 \rightarrow \underbrace{Fe^{3+} + 3Cl^-}_{4\times0/005=0/02\ mol.L^{-1}}$$

در محلول HA، مجموع غلظت مولی یون‌ها، ۰/۰۲ مولار است؛ بنابراین غلظت هر یک از یون‌های H^+ و A^- برابر ۰/۰۱ مولار است:

$$\underset{0/4-0/01=0/4}{HA} \rightleftharpoons \underset{0/01}{H^+} + \underset{0/01}{A^-}$$

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{0/01\times0/01}{0/4} = \frac{1}{4}\times10^{-3} = 2/5\times10^{-4}$$

با توجه به این‌که pH محلول اسید HA با pH محلول نیتریک اسید برابر است، غلظت یون هیدرونیوم در دو محلول برابر می‌باشد:

$$[H^+] = 0/01\ mol.L^{-1}$$

نیتریک اسید (HNO_3) یک اسید قوی است و $[H^+]$ در محلول آن با غلظت اولیهٔ محلول برابر است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{10\ a\ d}{\text{جرم مولی}} \xrightarrow{a=ppm\times10^{-4}} 0/01 = \frac{10\times ppm\times10^{-4}\times\overset{0/02}{\cancel{1/26}}}{\underset{1}{\cancel{63}}} \Rightarrow ppm = 500$$

(درصد جرمی، چگالی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۸ یُد ماده‌ای سمی و واکنش‌پذیر است. در آزمایشگاه شیمی بعد از استفاده از ید جامد، بلافاصله باید باقی‌ماندهٔ آن را از محیط پاک کنند. بهترین روش برای این کار، تبدیل‌کردن ید به آنیون یدید می‌باشد که بتوان آن را به راحتی با آب شست‌وشو داد. با توجه به پتانسیل‌های کاهشی ارائه‌شده در جدول زیر، کدام ماده برای این منظور مناسب است؟

نیم‌واکنش	E° (V)
$S_4O_6^{2-}(aq) + 2e^- \rightarrow 2S_2O_3^{2-}(aq)$	۰/۰۸
$I_2(s) + 2e^- \rightarrow 2I^-(aq)$	۰/۵۴
$O_2(g) + 2H^+(aq) + 2e^- \rightarrow H_2O_2(aq)$	۰/۶۸

۱) O_2
۲) H_2O_2
۳) $Na_2S_2O_3$
۴) $Na_2S_4O_6$

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته گونه‌ای با قدرت کاهندگی بیشتر (گونهٔ سمت راست در نیم‌واکنش با E° کم‌تر) می‌تواند به طور خودبه‌خودی با گونه‌ای با قدرت اکسندگی بیشتر (گونهٔ سمت چپ در نیم‌واکنش با E° بیشتر) واکنش دهد. به عبارت دیگر اگر نیم‌واکنش‌ها را از E° بیشتر به E° کم‌تر مرتب کنیم، گونهٔ سمت راست پایین‌تر می‌تواند با گونهٔ سمت چپ بالاتر، به طور خودبه‌خودی واکنش دهد:

$A^{n+} + ne^- \rightarrow A$ (انجام‌پذیر)
$B^{m+} + me^- \rightarrow B$

پاسخ خیلی تشریحی می‌خواهیم مادهٔ مورد نظر با I_2 واکنش داده و آن را به I^- کاهش دهد، پس به یک کاهندهٔ قوی‌تر از I^- نیاز داریم، یعنی باید گونهٔ سمت راست از نیم‌واکنشی با E° کم‌تر را انتخاب کنیم؛ پس مادهٔ دارای $S_2O_3^{2-}$ مناسب است.

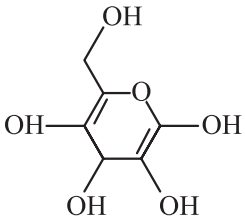
$O_2 + 2H^+ + 2e^- \rightarrow H_2O_2$ $\quad E^\circ = ۰/۶۸\,V$

$I_2 + 2e^- \rightarrow 2I^-$ $\quad E^\circ = ۰/۵۴\,V$ (انجام‌پذیر)

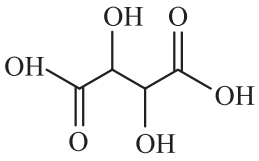
$S_4O_6^{2-} + 2e^- \rightarrow 2S_2O_3^{2-}$ $\quad E^\circ = ۰/۰۸\,V$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

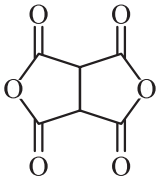
۹۹ اختلاف مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن در کدام دو ترکیب بیشتر است؟



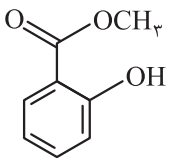
(a)



(b)



(c)



(d)

۱) a و b
۲) a و d
۳) b و c
۴) c و d

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ فرمول مولکولی ترکیب‌ها را نوشته و مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن‌ها را حساب می‌کنیم:

a) $C_6H_8O_6 \Rightarrow 6C+8(+1)+6(-2)=0 \Rightarrow 6C=+4$

b) $C_4H_6O_6 \Rightarrow 4C+6(+1)+6(-2)=0 \Rightarrow 4C=+6$

c) $C_6H_2O_6 \Rightarrow 6C+2(+1)+6(-2)=0 \Rightarrow 6C=+10$

d) $C_8H_8O_3 \Rightarrow 8C+8(+1)+3(-2)=0 \Rightarrow 8C=-2$

اختلاف مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در c و d (۱۲ واحد) از هر دو ترکیب دیگری، بیشتر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۰ **درستی یا نادرستی کدام گزینه با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟**

۱) برای تأمین انرژی یک سلول الکترولیتی با یک سلول گالوانی، قطب منفی و مثبت سلول گالوانی را به ترتیب به کاتد و آند سلول الکترولیتی وصل می‌کنند.

۲) الکترود آند در سلول‌های گالوانی، به دلیل پتانسیل کاهشی کم‌تر، با محلول ۱ مولار HCl واکنش می‌دهد.

۳) اگر جرم الکترود آند یا کاتد در یک سلول گالوانی تغییری نکند، عملاً واکنشی رخ نداده است.

۴) یک جامد یونی را می‌توان به عنوان الکترولیت در یک سلول الکتروشیمیایی استفاده کرد.

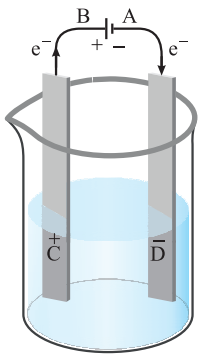
پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

گزینهٔ (۱) برخلاف سایر گزینه‌ها درست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): الکترون‌ها از باتری یا همان سلول گالوانی (یعنی آند باتری و قطب منفی آن) به کاتد یک سلول الکترولیتی جریان می‌یابد و آند سلول الکترولیتی، به کاتد سلول گالوانی متصل است.



سلول الکترولیتی

گزینهٔ (۲): الکترود آند در سلول‌های گالوانی، E° کم‌تری نسبت به الکترود کاتد دارد؛ ولی E° آند می‌تواند مثبت یا منفی باشد. اگر مثبت باشد، نمی‌تواند با محلول ۱ مولار HCl واکنش دهد.

گزینهٔ (۳): به طور معمول درسته، اما *هواستون* به سلول‌های دارای SHE *باشه*! در سلول‌های دارای SHE، با وجود انجام واکنش، جرم الکترود پلاتینی در نیم‌سلول SHE تغییری نمی‌کند.

گزینهٔ (۴): الکترولیت باید رسانای جریان برق باشد. ترکیب‌های یونی در حالت جامد، رسانای جریان برق نیستند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۱ کدام گزینه مقایسهٔ نقطهٔ جوش مواد را درست نشان می‌دهد؟

Cu , $NaCl$, HF, HCl , CCl_4
(A) (B) (C) (D) (E)

۱) $A > B > E > C > D$
۲) $A > B > C > D > E$
۳) $B > A > C > D > E$
۴) $C > B > A > E > D$

مشاوره نقطهٔ ذوب فلز مس (Cu) در چاپ‌های اخیر، به کتاب درسی اضافه شده است و هم‌چنین موادی مانند $NaCl$ و HF نیز در همین صفحه ذکر شده است و احتمال توجه طراحان به این موارد بسیار بالاست.

پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته در مقایسهٔ نقطهٔ جوش توجه به حالت فیزیکی مواد در اولویت قرار دارد. مثلاً نقطهٔ جوش موادی مانند Cu و $NaCl$ که جامدند نسبت به CCl_4 که مایع است، بیشتر است.

پاسخ خیلی تشریحی

مس فلزی با نقطهٔ ذوب $1083\ ^\circ C$ و نقطهٔ جوش $2500\ ^\circ C$ است در حالی که سدیم کلرید جامد، ترکیب یونی با نقطهٔ ذوب $801\ ^\circ C$ و نقطهٔ جوش $1413\ ^\circ C$ است $(A > B)$.

CCl_4 در دمای اتاق به حالت مایع است، در حالی که HF و HCl در دمای اتاق گاز هستند، پس CCl_4 نقطهٔ جوش بالاتری دارد (هرچند CCl_4 ناقطبی است، اما جرم مولی نسبتاً بالای آن، سبب افزایش نقطهٔ جوش آن شده است).

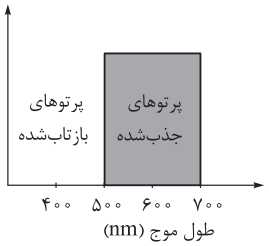
هم‌چنین بین دو گاز HF و HCl، نقطهٔ جوش HF بالاتر است، چون بین مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.

نقطهٔ جوش: $Cu > NaCl > CCl_4 > HF > HCl$

- Cu: فلز با نقطهٔ ذوب بالا
- $NaCl$: ترکیب یونی
- CCl_4: مادهٔ مولکولی به حالت مایع
- HF و HCl: مادهٔ مولکولی به حالت گاز
- توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی: $HF > HCl$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۲ **با توجه به نمودار زیر که میزان جذب طول موج‌های نور مرئی توسط یک جسم را نشان می‌دهد، کدام گزینه در ارتباط با این جسم نادرست است؟**



۱) همهٔ پرتوهای مرئی که توسط این جسم بازتاب می‌شوند، توسط یک نمونه دوده جذب می‌شوند.

۲) به طور کلی میزان انرژی پرتوهای مرئی بازتاب‌شده توسط این جسم، بیشتر از میزان انرژی پرتوهای مرئی جذب‌شده توسط آن است.

۳) در صورت تاباندن نور سفید به آن، جسم مورد نظر به رنگ قرمز دیده می‌شود.

۴) جسم مورد نظر تنها یکی از پرتوهای موجود در طیف نشری خطی عنصر هیدروژن در محدودهٔ مرئی را جذب می‌کند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

چشم ما اجسام را به رنگی می‌بیند که آن جسم از خود بازتاب یا عبور می‌دهد؛ بنابراین در صورت تاباندن نور سفید به جسم مورد نظر، **این جسم پرتوهای آبی و بنفش را بازتاب کرده** و به همین دلیل به رنگ آبی تا بنفش دیده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): دوده، یک رنگدانهٔ معدنی **سیاه** است که **همهٔ طول موج‌های نور مرئی را جذب می‌کند**. این جسم، پرتوهای با طول موج ۴۰۰ تا ۵۰۰ نانومتر را بازتاب می‌کند؛ بنابراین می‌توان گفت که همهٔ پرتوهای مرئی بازتاب‌شده توسط این جسم، توسط یک نمونه دوده جذب می‌شوند.

گزینهٔ (۲): طول موج پرتوهای الکترومغناطیسی با انرژی آن‌ها رابطهٔ وارونه دارد. این جسم پرتوهایی با طول موج **کوتاه‌تر** (پرتوهایی با طول موج ۴۰۰ تا ۵۰۰ نانومتر) را **بازتاب** کرده و پرتوهایی با طول موج **بلندتر** (پرتوهایی با طول موج ۵۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر) را **جذب** می‌کند؛ بنابراین **انرژی پرتوهای مرئی بازتاب‌شده توسط این جسم، بیشتر از انرژی پرتوهای مرئی جذب‌شده توسط آن است.**

گزینهٔ (۴): در طیف نشری خطی عنصر هیدروژن در محدودهٔ مرئی، پرتوهایی با طول موج ۴۱۰، ۴۳۴، ۴۸۶ و ۶۵۶ نانومتر وجود دارد که جسم مورد نظر از میان این پرتوها، تنها پرتویی با طول موج ۶۵۶ نانومتر را جذب می‌کند، در حالی که سایر پرتوها را بازتاب می‌دهد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۳ کدام موارد داده‌شده دربارهٔ واکنش زیر، درست است؟ $(H = 1, N = 14 : g.mol^{-1})$

$$NO(g) + NO_2(g) + 2NH_3(g) \rightarrow 2N_2(g) + 3H_2O(g)$$

الف) به ازای مصرف ۵/۱ گرم آمونیاک، $5/418 \times 10^{23}$ الکترون در واکنش مبادله می‌شود.

ب) این واکنش در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی برای کاهش مقدار اکسیدهای نیتروژن استفاده می‌شود.

پ) مولکول‌های سازندهٔ همهٔ واکنش‌دهنده‌ها، در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

ت) یکی از اکسیدهای نیتروژن، نقش کاهنده و یکی از اکسیدهای نیتروژن، نقش اکسنده را ایفا می‌کند.

۱) الف و ب ۲) ب و ت

۳) الف و پ ۴) ب و پ

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

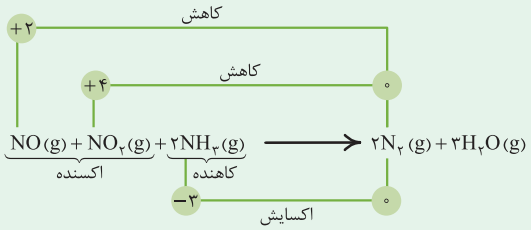
عبارت‌های «الف» و «پ» درست‌اند.

نکته

در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی، علاوه بر کاتالیزگرها، گاز آمونیاک را نیز به داخل مخلوط آلاینده‌ها تزریق می‌کنند تا طی واکنش زیر، گازهای NO و NO_2 تا حدود زیادی، به گاز بی‌خطر N_2 تبدیل شوند:

$$NO(g) + NO_2(g) + 2NH_3(g) \rightarrow 2N_2(g) + 3H_2O(g)$$

در واکنش حذف گازهای NO و NO_2 در موتور خودروهای دیزلی، NO و NO_2، نقش اکسنده را دارند در حالی که NH_3، نقش کاهنده را ایفا می‌کند:



شمار الکترون‌های مبادله‌شده براساس کاهنده (NH_3) $= 2 \times 1 \times 3 = 6$

(ضریب NH_3 ↑ — تغییر عدد اکسایش N ↑ — زیروند N ↓)

بررسی عبارت‌ها:

الف) به ازای ۲ مول آمونیاک، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود، به این ترتیب خواهیم داشت:

$$5/1\ g\ NH_3 \times \frac{1\ mol\ NH_3}{17\ g\ NH_3} \times \frac{\overset{3}{\cancel{6}}\ mol\ e^-}{\underset{1}{\cancel{2}}\ mol\ NH_3} \times \frac{6/02 \times 10^{23}\ e^-}{1\ mol\ e^-} = 5/418 \times 10^{23}\ e^-$$

ب) این واکنش در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی انجام می‌شود و نه بنزینی!

پ) مولکول‌های سازندهٔ هر سه واکنش‌دهنده (NO، NO_2 و NH_3) قطبی‌اند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

ت) هر دو اکسید نیتروژن، کاهش می‌یابند و نقش اکسنده را دارند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۴ **درستی یا نادرستی کدام گزینه دربارهٔ واکنش $A(g)+B(g) \rightleftharpoons 2X(g)$، با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟**

۱) با افزایش فشار، غلظت تعادلی مواد شرکت‌کننده در واکنش تغییری نمی‌کند.

۲) با افزودن مقداری گاز A به سامانه، تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و مقدار ثابت تعادل واکنش افزایش می‌یابد.

۳) با انتقال سامانهٔ تعادلی به ظرف کوچک‌تر، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت تغییر نمی‌کند.

۴) اگر با کاهش دما، مقدار ثابت تعادل واکنش کاهش یابد، علامت ΔH واکنش، مانند علامت ΔH واکنش $N_2(g)+O_2(g) \rightarrow 2NO(g)$ است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

عوامل مؤثر بر تعادل:

عوامل			عکس‌العمل تعادل به تغییر	چگونگی تغییر ثابت تعادل (K) با جابه‌جاشدن تعادل
تغییر غلظت		افزایش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت مصرف آن ماده	تغییر نمی‌کند.
		کاهش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت تولید آن ماده	تغییر نمی‌کند.
تغییر حجم (فشار)		افزایش حجم (کاهش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی بیشتر	تغییر نمی‌کند.
		کاهش حجم (افزایش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی کم‌تر	تغییر نمی‌کند.
تغییر دما	واکنش‌های گرماده	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
	واکنش‌های گرماگیر	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.

پاسخ خیلی تشریحی

گزینهٔ (۴) برخلاف سایر گزینه‌ها درست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): تعداد مول‌های گازی مواد در دو طرف معادلهٔ واکنش برابر است؛ بنابراین تغییر فشار سبب جابه‌جایی تعادل نمی‌شود، اما دقت کنید که افزایش فشار، غلظت همهٔ گونه‌های گازی را افزایش می‌دهد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

نکته

اثر فشار بر تعادل:

عامل	تأثیر / نوع تعادل	جهت جابه‌جایی تعادل	سرعت واکنش‌های رفت و برگشت	غلظت مواد گازی	ثابت تعادل
افزایش فشار (کاهش حجم)	شمار مول‌های گازی دو طرف معادله برابرند.	تعادل جابه‌جا نمی‌شود.	افزایش	افزایش	بدون تغییر
	شمار مول‌های گازی دو طرف معادله برابر نیستند.	به سمت شمار مول‌های گازی کم‌تر	افزایش	افزایش	بدون تغییر
	اصلاً مادهٔ گازی نداریم.	تعادل جابه‌جا نمی‌شود.	بدون تغییر		بدون تغییر
کاهش فشار (افزایش حجم)	شمار مول‌های گازی دو طرف معادله برابرند.	تعادل جابه‌جا نمی‌شود.	کاهش	کاهش	بدون تغییر
	شمار مول‌های گازی دو طرف معادله برابر نیستند.	به سمت شمار مول‌های گازی بیشتر	کاهش	کاهش	بدون تغییر
	اصلاً مادهٔ گازی نداریم.	تعادل جابه‌جا نمی‌شود.	بدون تغییر		بدون تغییر

گزینهٔ (۲): تغییر غلظت مواد، تأثیری بر مقدار ثابت تعادل (K) ندارد. ثابت تعادل یک واکنش، فقط به دما وابسته است.

گزینهٔ (۳): با کاهش حجم یا افزایش فشار، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت، افزایش می‌یابد.

گزینهٔ (۴): کم‌شدن ثابت تعادل با کاهش دما، به معنای جابه‌جایی تعادل در جهت برگشت است؛ بنابراین تعادل مورد نظر، گرماگیر است:

$$A + B + Q \rightleftharpoons 2X \quad \xleftarrow{\text{کاهش دما}}$$

واکنش $N_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO(g)$ نیز گرماگیر بوده و علامت ΔH آن مثبت است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۵ در دما و فشار معین، ۵۰۰ لیتر گاز متان با چگالی $1/6\ g.L^{-1}$ با مقدار کافی بخار آب واکنش می‌دهد. اگر فراورده‌های این واکنش برای تولید متانول استفاده شوند، چند گرم متانول به دست می‌آید و چند مول از گاز هیدروژن تولیدشده در واکنش اول، به صورت اضافی باقی می‌ماند؟ (بازده واکنش اول را ۵۰ درصد و بازده واکنش دوم را ۱۰۰ درصد فرض کنید؛ $H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1}$)

۱) ۸۰۰ ـ ۵۰
۲) ۲۴۰۰ ـ ۲۵
۳) ۲۴۰۰ ـ ۵۰
۴) ۸۰۰ ـ ۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ معادلهٔ واکنش‌های انجام‌شده به صورت زیر است:

$$I)\ CH_4 + H_2O \rightarrow CO + 3H_2$$

$$II)\ CO + 2H_2 \rightarrow CH_3OH$$

تعداد مول CO و H_2 تولیدشده در واکنش اول را حساب می‌کنیم:

$$\underbrace{\frac{\text{حجم} \times \text{چگالی} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}_{CH_4} = \underbrace{\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}}_{CO} = \underbrace{\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}}_{H_2}$$

$$\frac{1/6 \times 500 \times \frac{50}{100}}{1 \times 16} = \frac{x}{1} = \frac{y}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = 25\ mol\ CO \\ y = 75\ mol\ H_2 \end{cases}$$

طبق واکنش دوم، به ازای مصرف ۲۵ مول CO، ۵۰ مول H_2 مصرف می‌شود؛ بنابراین $25 = 50 - 75$ مول از گاز هیدروژن به صورت اضافی باقی می‌ماند، هم‌چنین با مصرف ۲۵ مول CO، ۲۵ مول متانول تولید می‌شود:

جرم متانول: $25\ mol\ CH_3OH \times \frac{32\ g\ CH_3OH}{1\ mol\ CH_3OH} = 800\ g\ CH_3OH$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir