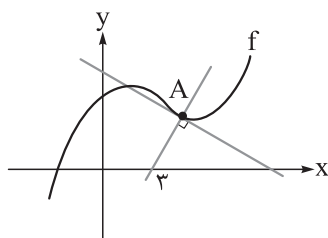


۱- در نمودار زیر، تابع f ، خط مماس بر آن در نقطه $A(5, 3)$ و خط عمود بر آن در همان نقطه رسم شده است. حاصل $f'(5)$ کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{2}$
(۲) $-\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) $-\frac{3}{2}$

۲- اگر f تابعی پیوسته به گونه‌ای باشد که $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2f(x) - 8}{3x - b} = 3$ و $f^{-1}(4) = 5$ ، آن گاه $f'(5)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) $4/5$ (۴) ۶

۳- فرض کنید $a = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+2h) - f(3)}{3h}$ و $b = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{f(x) - f(3)}$. اگر اختلاف a و معکوس b برابر ۲ باشد، شیب

خط مماس بر نمودار تابع f ، در نقطه‌ای به طول $x = 3$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۶ (۴) ۳

۴- به ازای کدام مقدار k ، نمودار $f(x) = \frac{-x^2 + kx - \frac{1}{4}}{-2|k|x + 1}$ در نقطه‌ای با طول مثبت بر محور x مماس است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) مقداری برای k یافت نمی‌شود.

۵- اگر $f(x) = 3x^3 - 2g(x)$ و $f'(x) = 2x$ ، آن گاه $g'(4)$ کدام است؟

- (۱) ۷۶ (۲) ۶۸ (۳) ۷۲ (۴) ۸۰

۶- اگر $f(x) = \sqrt{4x^2 - [x]x + 1}$ باشد، مقدار $f'(\sqrt{17})$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{17}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{17}$ (۴) ۱

۷- اگر $f(x) = x - \frac{2}{x}$ و $g(x) = \sqrt{x^2 + 8} + 2$ باشند، مقدار $(g \circ f)'(2)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -۲ (۴) -۱

۸- در تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، اگر $f'(3)$ دو برابر $f'(2)$ باشد، طول رأس سهمی کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۹- اگر $f(t) = t^4(1 + \cot^2 t)$ و $g(t) = \frac{\sin^2 t}{t}$ باشند، مقدار $f'(-1)g(-1) + g'(-1)f(-1)$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۶ (۳) -۶ (۴) ۳

۱۰- اگر $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x\sqrt{x}}$ باشد، عدد ۱۹ چند برابر مقدار $f'(16)$ است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۶۴ (۳) ۲۵۶ (۴) ۱۲۸

۱۱- اگر $f(x) = \frac{(g(x) + g'(x))x}{x-2}$ و $g(x) = (x-1)(x-2) + 2$ باشد، مقدار $f'(1)$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۴ (۳) -۷ (۴) -۴

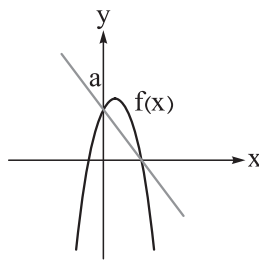
۱۲- اگر $f'(\frac{x-1}{x-3}) = x^2 - 5x$ باشد، مقدار $f'(3)$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۴

۱۳- زاویه بین نیم‌مماس‌های رسم‌شده بر نمودار تابع $f(x) = |[x] - x| \sqrt[3]{x-3}$ در نقطه گوشه‌ای، برحسب رادیان کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{6}$

۱۴- نمودار تابع f و خط عمود بر آن در $x = 0$ در شکل نشان داده شده است. اگر $x = \frac{a}{p}$ یکی از ریشه‌های تابع f باشد، $f'(0)$ کدام است؟

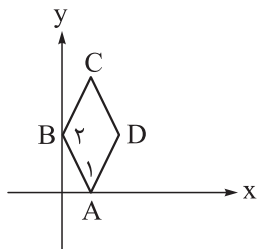


- (۱) -۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) ۲

۱۵- دو تابع $f(x) = \sqrt{2x-1}$ و $g(x) = -f(x)$ مفروضند. از نقطه $A(-2)$ دو خط بر نمودار توابع f و g مماس می‌کنیم.

مساحت مثلث ایجادشده با نقطه A و نقاط تماس چه قدر است؟

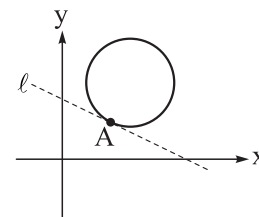
- (۱) $5\sqrt{5}$ (۲) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$



۱۶- در شکل زیر، ABCD لوزی است. معادله خط گذرنده از A و وسط ضلع CD کدام است؟

- (۱) $y = 6x$ (۲) $6x + y = 6$ (۳) $6x - 6 = y$ (۴) $6x + y + 6 = 0$

۱۷- در شکل زیر یک دایره و خط l مماس بر آن در نقطه $A(3, 4)$ نشان داده شده است. اگر خط $y = 2x - 2$ از مرکز دایره بگذرد، معادله خط l کدام است؟



- (۱) $3y - x = 9$ (۲) $2y + x = 11$ (۳) $3x + y = 13$ (۴) $2x + 2y = 14$

۱۸- مساحت دوزنقه محدود به خطوط $y = x + 3$ ، $x = 3$ و $(y-1)^2 = 1$ ، کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۳

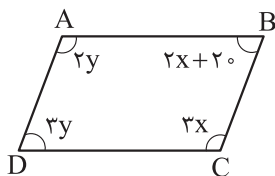
۲۷- مربع ABCD به ضلع ۴ واحد مفروض است. شعاع دایره گذرا بر دو رأس A و B و مماس بر ضلع CD کدام است؟

- (۱) $2/25$ (۲) $2/5$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۳

۲۸- در مثلثی به طول اضلاع ۵، ۱۲ و ۱۳، مجموع محیط‌های دایره‌های محاطی داخلی و دایره محیطی کدام است؟

- (۱) 12π (۲) 15π (۳) 16π (۴) 17π

۲۹- در شکل زیر، اگر چهارضلعی ABCD محاطی باشد، حاصل $x + y$ کدام است؟



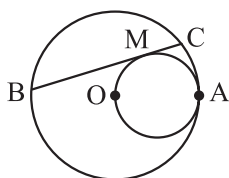
- (۱) ۶۸

- (۲) ۴۴

- (۳) ۷۲

- (۴) ۹۰

۳۰- در دایره‌ای به شعاع OA، وتر BC مماس بر دایره‌ای به قطر OA رسم شده است. مقدار $MB \times MC$ برابر کدام است؟

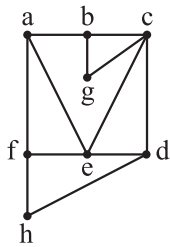


- (۱) MO^2

- (۲) MA^2

- (۳) OA^2

- (۴) $MA \cdot MO$



۳۱- کدام یک از مجموعه‌های زیر، یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف مقابل محسوب می‌شود؟

(۱) $N_G[b]$

(۲) $N_G(f)$

(۳) $N_G[g]$

(۴) $N_G(d)$

۳۲- فاصله مستقیم روستاهای A, B, C, D و E از یکدیگر، مطابق جدول زیر است. قرار است تعدادی خانه بهداشت در برخی از این روستاها ساخته شود به طوری که هر خانه بهداشت، مناسب ساکنین تا محدوده ۳ کیلومتری آن باشد. حداقل چند خانه بهداشت باید ساخته شود؟ (مقادیر داخل جدول بر حسب کیلومتر هستند).

	A	B	C	D	E
A	۰	۲/۵	۲	۳/۵	۵/۵
B	۲/۵	۰	۳	۴	۴
C	۲	۳	۰	۱	۳/۵
D	۳/۵	۴	۱	۰	۶
E	۵/۵	۴	۳/۵	۶	۰

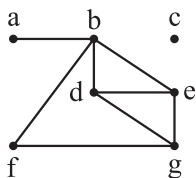
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۳۳- در گراف زیر، تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم و $\gamma(G)$ به ترتیب از چپ به راست برابر با کدام گزینه است؟



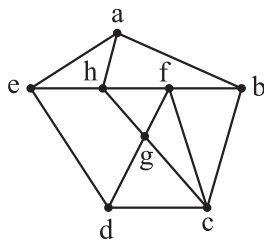
(۱) ۴ - ۳

(۲) ۳ - ۵

(۳) ۵ - ۳

(۴) ۳ - ۴

۳۴- کدام گزینه یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال برای گراف زیر محسوب می‌شود؟



(۱) $\{e, f\}$

(۲) $\{a, c, e\}$

(۳) $\{b, d\}$

(۴) $\{d, f, g\}$

۳۵- در گراف G از مرتبه ۵ و اندازه q، عدد احاطه‌گری یک واحد از اندازه کمتر است و رابطه $q^3 + 2q^2 - 15q = 0$

برقرار است. کدام نتیجه‌گیری در مورد این گراف، درست است؟

(۱) فاقد دور است.

(۲) دارای رأس تنها است.

(۳) دارای حداقل ۴ یال است.

(۴) دارای دو ۷-مجموعه است.

۳۶- کدام گراف دارای مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال غیر مینیمم است؟

P_3 (۴)

K_3 (۳)

P_2 (۲)

C_5 (۱)

۳۷- در گراف G_1 از مرتبهٔ ۷ با حداکثر اندازه، عدد احاطه‌گری برابر ۲ است. در گراف G_2 از مرتبهٔ ۵ و حداقل اندازه،

عدد احاطه‌گری برابر ۱ است. حاصل $\frac{\sum_{i=1}^7 |N_{G_1}(v_i)|}{\sum_{i=1}^5 |N_{G_2}(v_i)|}$ کدام است؟

$5/5$ (۴)

$4/25$ (۳)

$4/5$ (۲)

$5/25$ (۱)

۳۸- در گراف P_5 یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال، مینیمم نیست؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{6}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۱)

۳۹- گراف G فقط یک دور دارد که آن دور از تمامی رأس‌های گراف می‌گذرد. اگر مجموع مرتبه و اندازهٔ این گراف ۱۲ باشد، تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر ۲ عضوی و ۴ عضوی این گراف، به ترتیب برابر کدام گزینه است؟

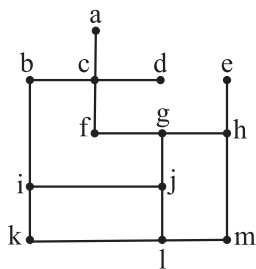
$15 - 4$ (۴)

$15 - 3$ (۳)

$10 - 4$ (۲)

$10 - 3$ (۱)

۴۰- حداکثر چند رأس می‌توان از مجموعهٔ $\{a, b, d, e, g, i, l, m\}$ حذف کرد تا به یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال برای گراف زیر تبدیل شود؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۴۱- معادله مکان - زمان نوسانگری در SI به صورت $x = 0.04 \cos 5\pi t$ است. شتاب نوسانگر در لحظه $t = \frac{1}{6}$ s بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ ($\pi^2 = 10$)

(۱) $5\sqrt{3} \vec{i}$ (۲) $-5\sqrt{3} \vec{i}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2} \vec{i}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2} \vec{i}$

۴۲- دامنه نوسان یک نوسانگر جرم - فنر، در حرکت هماهنگ ساده ۱۰ cm و ثابت فنر آن ۵ N/cm است. انرژی مکانیکی نوسانگر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک در نقطه بازگشتی چند ژول و چند برابر انرژی مکانیکی نوسانگر در نقطه تعادل است؟

(۱) ۲، ۳ (۲) ۱، ۳ (۳) ۲، ۲/۵ (۴) ۱، ۲/۵

۴۳- معادله شتاب - مکان نوسانگر وزنه - فنری روی سطح افقی در SI به صورت $x = -2.5\pi^2 t$ است. اگر ثابت فنر ۲ N/cm و بیشینه انرژی جنبشی آن ۱۰ mJ باشد، معادله مکان - زمان آن در SI کدام است؟

(۱) $x = 0.1 \cos 5\pi t$ (۲) $x = 0.1 \cos 5\pi t$ (۳) $x = 0.1 \cos 10\pi t$ (۴) $x = 0.1 \cos 10\pi t$

۴۴- معادله حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر در SI به صورت $x = 0.1 \cos 10\pi t$ است. در لحظه ای که انرژی پتانسیل نوسانگر برابر با انرژی جنبشی آن است، تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

(۱) $\sqrt{2}\pi$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ (۳) $\sqrt{3}\pi$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$

۴۵- دو جسم A و B از دو فنر مشابه آویزان و ساکن هستند. دو جسم را به اندازه ۵ cm به سمت بالا می بریم و رها می کنیم. اگر در مدتی که جسم A مسافت ۱۵ cm را طی می کند، مسافت طی شده توسط جسم B برابر با ۱۷/۵ cm باشد، جرم جسم A چند برابر جرم جسم B است؟

(۱) $\frac{11}{100}$ (۲) $\frac{9}{10}$ (۳) $\frac{100}{11}$ (۴) $\frac{10}{9}$

۴۶- جرم نوسانگر هماهنگ ساده ای ۵۰۰ g و دامنه آن ۴ cm است. اگر بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر ۴ J باشد، در یک بازه زمانی $\frac{\pi}{40}$ ثانیه ای، بیشینه مسافت طی شده توسط نوسانگر چند سانتی متر است؟

(۱) $4(2 - \sqrt{2})$ (۲) $4(2 + \sqrt{2})$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) ۴

۴۷- اگر طول آونگ ساده ای ۳۶ درصد کاهش یابد، بسامد زاویه ای چند درصد و چگونه تغییر می کند؟

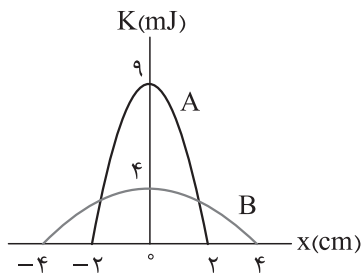
(۱) ۲۵ درصد افزایش (۲) ۲۵ درصد کاهش (۳) ۲۰ درصد افزایش (۴) ۲۰ درصد کاهش

۴۸- طول تعدادی آونگ ساده که از ریسمان افقی کشیده ای آویزان هستند، در جدول زیر مشخص شده است. در یک بازه زمانی، ریسمان افقی دستخوش نوسان هایی افقی با بسامد زاویه ای در گسترده 2 rad/s تا 3 rad/s می شود. این بازه، کدام آونگ ها به تشدید درمی آیند؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

نام آونگ	A	B	C	D	E	F
طول (cm)	۲۰	۴۰	۵۰	۷۰	۹۰	۱۰۰

(۱) A و B و C (۲) E و F (۳) D و E (۴) هیچ کدام

۴۹- نمودار انرژی جنبشی - مکان دو نوسانگر هماهنگ ساده A و B به شکل زیر است. اگر دوره تناوب B، دو برابر دوره



تناوب A باشد، جرم نوسانگر A چند برابر جرم نوسانگر B است؟

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{9}{4}$

(۳) $\frac{4}{9}$

۵۰- معادله مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = 0.1 \cos(10\pi t)$ است. در

لحظه t_1 متحرک از مکان $x_1 = 6 \text{ cm}$ در خلاف جهت محور x عبور می کند. چند ثانیه پس از این لحظه متحرک برای

اولین بار به مکان $x_2 = -8 \text{ cm}$ می رسد؟

(۴) 0.04 s

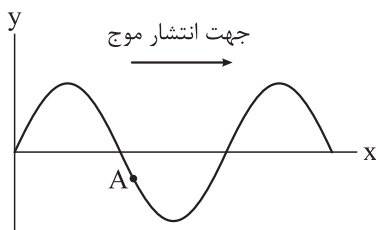
(۳) 0.05 s

(۲) 0.03 s

(۱) 0.06 s

۵۱- تصویر موج سینوسی عرضی منتشرشده در طنابی در یک لحظه، به شکل زیر است. بلافاصله بعد از این لحظه،

جهت حرکت و نوع حرکت ذره A از طناب چگونه است؟



(۱) در جهت محور y، تندشونده

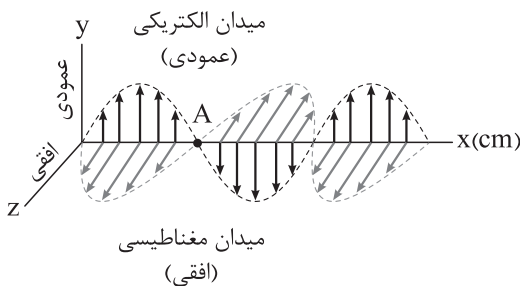
(۲) در جهت محور y، کندشونده

(۳) در خلاف جهت محور y، تندشونده

(۴) در خلاف جهت محور y، کندشونده

۵۲- یک تصویر لحظه ای از موجی الکترومغناطیسی با بسامد 6 GHz که در خلأ منتشر می شود، مطابق شکل است. به

ترتیب، جهت انتشار موج و فاصله نقطه A از مبدأ بر حسب سانتی متر کدام است؟ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)



(۱) در جهت محور x، ۵

(۲) در خلاف جهت محور x، ۵

(۳) در جهت محور x، $2/5$

(۴) در خلاف جهت محور x، $2/5$

۵۳- در طنابی که چگالی خطی جرم آن 10 g/m است، موجی عرضی با بسامد 50 Hz و طول موج 100 cm منتشر شده

است. نیروی کشش طناب چند نیوتون است؟

(۴) ۳۵

(۳) ۳۰

(۲) ۲۵

(۱) ۲۰

۵۴- جرم دو تار هم جنس A و B یکسان، تندی انتشار موج در آن ها با هم برابر و قطر مقطع تار B، ۲ برابر قطر مقطع

تار A است. نیروی کشش تار A چند برابر نیروی کشش تار B است؟

(۴) $\frac{1}{5}$

(۳) $\frac{1}{4}$

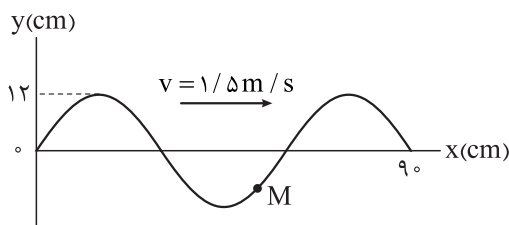
(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{2}$

۵۵- عقرب ماسه‌ای از طعمه‌ای که در فاصله d سانتی‌متری از آن قرار دارد، یک موج عرضی و یک موج طولی با اختلاف زمانی 5 ms دریافت می‌کند. اگر تندی انتشار موج طولی در این سطح ماسه‌ای 200 m/s و نسبت تندی موج‌ها برابر ۳ باشد، d کدام است؟

- (۱) ۶۰
(۲) ۴۰
(۳) ۵۰
(۴) ۳۰

۵۶- شکل زیر، یک موج سینوسی را در لحظه $t = 0 \text{ s}$ نشان می‌دهد. تندی متوسط نقطه M از طناب، از لحظه $t_1 = 0/25 \text{ s}$ تا لحظه $t_2 = 0/85 \text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۰/۴۸
(۲) ۰/۷۲
(۳) ۰/۹۶
(۴) ۱/۲

۵۷- شنونده‌ای در فاصله ۴ متری از یک چشمه صوتی قرار دارد. اگر تراز شدت صوت دریافتی 84 dB باشد، توان چشمه چند میلی‌وات است؟ ($\pi = 3$ ، $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ ، $\log 2 = 0/3$ و اتلاف ناچیز است.)

- (۱) ۱۲
(۲) ۴۸
(۳) ۹۶
(۴) ۲۱

۵۸- یک چشمه صوتی، امواج صوتی را به طور یکنواخت و کروی در تمام جهات منتشر می‌کند. اگر انرژی‌ای که در مدت ۳۰ ثانیه به سطح دهانه یک میکروفون واقع در فاصله ۴ متری از چشمه می‌رسد، برابر 60 نانوذول و توان چشمه $8\pi \times 10^{-5} \text{ W}$ باشد، مساحت سطح دهانه میکروفون چند سانتی‌متر مربع است؟ (از جذب و بازتاب امواج صوتی در محیط صرف نظر شود و دهانه میکروفون عمود بر راستای انتشار موج قرار دارد.)

- (۱) ۱/۶
(۲) ۳/۲
(۳) ۱۶
(۴) ۳۲

۵۹- شنونده‌ای ابتدا در فاصله‌ای از یک چشمه صوتی قرار دارد که تراز شدت صوت دریافتی 60 dB است. اگر فاصله شنونده از چشمه ۷۵٪ کاهش یابد، تراز شدت صوت دریافتی در حالت دوم چند دسی‌بل خواهد بود؟ ($\log 2 = 0/3$)

- (۱) ۶۶
(۲) ۶۸
(۳) ۷۲
(۴) ۷۸

۶۰- یک چشمه موج الکترومغناطیسی در حال دورشدن از یک آشکارساز ساکن است. اگر طول موج تولیدشده توسط چشمه برابر λ و طول موج دریافتی آشکارساز برابر λ' باشد، کدام‌یک از موارد زیر درست است؟

- (۱) $\lambda > \lambda'$ و بسامد دریافتی کاهش می‌یابد.
(۲) $\lambda' > \lambda$ و بسامد دریافتی کاهش می‌یابد.
(۳) $\lambda > \lambda'$ و بسامد دریافتی افزایش می‌یابد.
(۴) $\lambda' > \lambda$ و بسامد دریافتی افزایش می‌یابد.

۶۱- دو جسم خنثی و نارسانای A و B را به یکدیگر مالش می‌دهیم. اگر در حین مالش 5×10^{12} الکترون از یک جسم به دیگری منتقل شده باشد، با توجه به سری الکتریسیته مالشی شکل زیر، بار الکتریکی جسم B بعد از مالش به چند کولن می‌رسد؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

انتهای مثبت سری
A
B
C
انتهای منفی سری

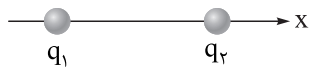
(۱) 8×10^{-7}

(۲) -8×10^{-7}

(۳) 4×10^{-7}

(۴) -4×10^{-7}

۶۲- در شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2 = 2 \mu\text{C}$ در فاصله 20 cm از یکدیگر ثابت شده‌اند. اگر نیروی الکتریکی که بار q_1 به q_2 وارد می‌کند، $\vec{F} = (-9\text{N})\vec{i}$ باشد، بار q_1 چند میکروکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)



(۲) ۲۰

(۱) ۲

(۴) -۲۰

(۳) -۲

۶۳- بار الکتریکی نقطه‌ای q در فاصله معینی از بار الکتریکی نقطه‌ای Q قرار دارد. با دو برابر کردن مقدار بارهای q و Q و هم‌چنین نصف‌شدن فاصله بین آن‌ها، به ترتیب از راست به چپ، اندازه نیروی الکتریکی وارد بر بار q از طرف بار دیگر و اندازه میدان الکتریکی در محل بار q، چند برابر می‌شود؟

(۴) ۸، ۴

(۳) ۱۶، ۸

(۲) ۴، ۴

(۱) ۴، ۱۶

۶۴- دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2 = -16q_1$ در فاصله 12 سانتی‌متری از یکدیگر قرار دارند. میدان الکتریکی خالص در چند سانتی‌متری از بار q_2 برابر صفر است؟

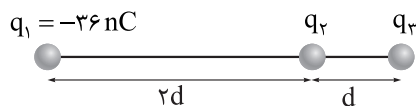
(۴) ۴

(۳) ۱۶

(۲) ۸

(۱) ۳۲

۶۵- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی خط راستی قرار دارند. با ۲ برابر شدن بار q_3 ، اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 تغییر نمی‌کند. q_3 چند نانوکولن است؟



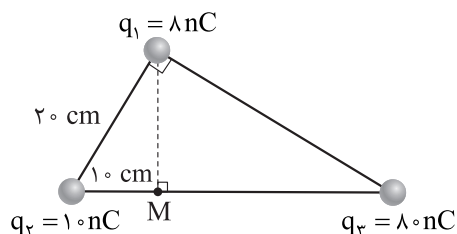
(۱) +۲

(۲) +۶

(۳) -۲

(۴) -۶

۶۶- مطابق شکل زیر، سه بار نقطه‌ای روی رأس‌های یک مثلث قائم‌الزاویه قرار دارند. در نقطه M بزرگی میدان الکتریکی خالص چند ولت بر متر است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)



(۱) ۳۶۰۰

(۲) ۳۰۰۰

(۳) ۲۵۰۰

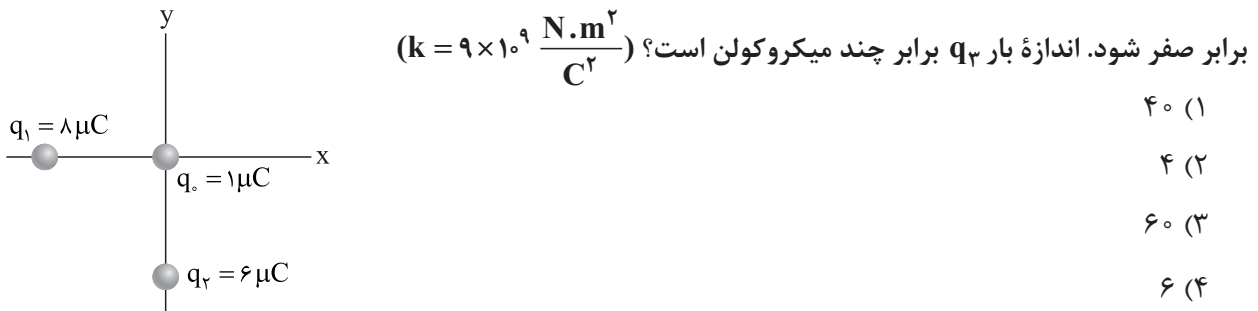
(۴) ۲۶۰۰

۶۷- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی سه رأس یک مربع به ضلع 10 cm قرار دارند. اگر اندازه میدان الکتریکی

خالص در مرکز مربع (نقطه A) برابر $3/6 \times 10^3\text{ N/C}$ باشد، اندازه بار q_1 چند نانوکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



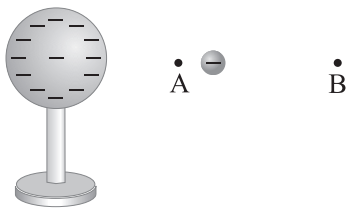
۶۸- در شکل زیر بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 در مبدأ مختصات و بارهای الکتریکی نقطه‌ای q_2 و q_3 در فاصله 10 cm از آن ثابت شده‌اند. بار الکتریکی q_3 را در فاصله 20 cm از مبدأ قرار می‌دهیم تا نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 ،



۶۹- در شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواخت $E = 4 \times 10^5\text{ N/C}$ ، بار نقطه‌ای $q = -7/5\text{ microC}$ از طریق مسیر نشان داده شده از A به B منتقل می‌شود. در این انتقال انرژی پتانسیل الکتریکی چند میلی‌ژول و چگونه تغییر می‌کند؟



۷۰- در شکل زیر، ذره با بار منفی را از کره باردار که روی پایه عایقی قرار دارد، دور می‌کنیم و از نقطه A در نقطه B



قرار می‌دهیم. در طی این انتقال، کدام یک از موارد زیر اتفاق می‌افتد؟

(الف) انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.

(ب) کار میدان الکتریکی روی ذره، منفی است.

(پ) پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.

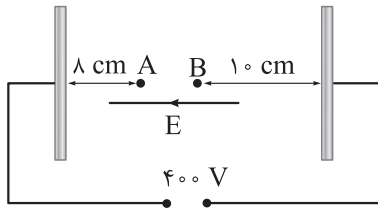
(۱) الف (۲) الف و ب (۳) پ (۴) ب و پ

۷۱- ذره‌ای با بار $q = -40\text{ microC}$ در یک میدان الکتریکی از نقطه A به نقطه B منتقل می‌شود. اگر انرژی پتانسیل

الکتریکی ذره در طی این جابه‌جایی 4 mJ افزایش یابد و پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر 100 V باشد، پتانسیل نقطه B برابر چند ولت است؟

(۱) صفر (۲) 100 (۳) -200 (۴) 200

۷۲- در شکل زیر، دو صفحه رسانای موازی بزرگ به اختلاف پتانسیل 400 V وصل هستند. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه B برابر 120 V و فاصله بین صفحات 24 cm باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر چند ولت است؟



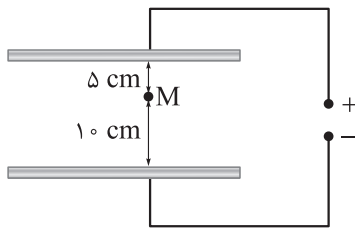
(۱) ۱۰۰

(۲) ۱۰۰-

(۳) ۲۰

(۴) ۲۰-

۷۳- در شکل زیر، دو صفحه رسانای موازی بزرگ به اختلاف پتانسیل الکتریکی 24 V وصل هستند. اگر ذره‌ای به جرم $80\text{ }\mu\text{g}$ و بار الکتریکی $q = -5\text{ nC}$ را در نقطه M رها کنیم، ذره به کدام صفحه و با تندی چند متر بر ثانیه برخورد می‌کند؟ (از اثر وزن و مقاومت هوا صرف نظر کنید).



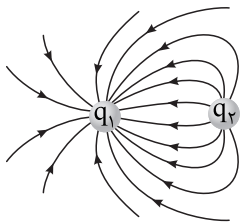
(۱) صفحه بالایی، ۱

(۲) صفحه بالایی، ۲

(۳) صفحه پایینی، ۱

(۴) صفحه پایینی، ۲

۷۴- دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله معینی از هم قرار دارند. اگر خطوط میدان الکتریکی در اطراف این دو بار نقطه‌ای به صورت شکل زیر باشند، کدام گزینه درست است؟



(۱) $|q_1| > |q_2|, q_2 < 0, q_1 > 0$

(۲) $|q_1| < |q_2|, q_2 > 0, q_1 < 0$

(۳) $|q_1| < |q_2|, q_2 < 0, q_1 > 0$

(۴) $|q_1| > |q_2|, q_2 > 0, q_1 < 0$

۷۵- چگالی سطحی بار الکتریکی یک کره فلزی با بار مثبت برابر $5\text{ }\mu\text{C}/\text{cm}^2$ است. این کره باید $1/5 \times 10^{17}$ الکترون دریافت کند تا از نظر الکتریکی خنثی شود. شعاع کره بر حسب سانتی‌متر برابر کدام گزینه است؟

($\pi = 3$ و $e = 1/6 \times 10^{-19}\text{ C}$)

(۴) ۴۰

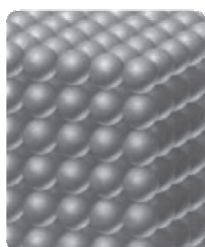
(۳) ۲۰

(۲) ۳۰

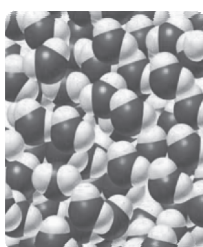
(۱) ۱۰

۷۶- کدام مورد نادرست است؟

- (۱) سرخ‌فام‌بودن خاک رس مربوط به یکی از اکسیدهای آهن است.
 - (۲) عمر طولانی آثار به‌جای‌مانده از گذشتگان، تأییدی بر واکنش‌پذیری و استحکام زیاد مواد اولیه آنها است.
 - (۳) در برخی خاک‌های رس علاوه بر مخلوطی از اکسیدها، موادی با ارزش اقتصادی بالا وجود دارد.
 - (۴) هنگام پختن سفالینه‌های تهیه‌شده از خاک رس، مقدار زیادی از جرم یک ترکیب مولکولی کاسته می‌شود.
- ۷۷- به ترتیب از راست به چپ، ساختار ذره‌ای چه تعداد از مواد داده‌شده در حالت خالص و جامد مشابه شکل‌های (I) و (II) است؟ «HCl و Au و (گرافیت، C) و CO_۲ و SiO_۲ و KCl و Na_۲S»



(I)



(II)

(۱) ۳ - ۲

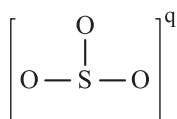
(۲) ۲ - ۲

(۳) ۲ - ۱

(۴) ۱ - ۲

۷۸- فرمول ساختاری یون سولفیت به صورت زیر است. اگر در این یون همه اتم‌ها از قاعده هشتایی پیروی کنند، به

تقریب چند درصد جرم پتاسیم سولفیت را اکسیژن تشکیل می‌دهد؟ (O = ۱۶, S = ۳۲, K = ۳۹ : g.mol⁻¹)



(۲) ۴۵

(۴) ۶۰

(۱) ۱۰

(۳) ۳۰

۷۹- جدول زیر درصد جرمی اولیه و نهایی مواد سازنده یک نمونه رس را نشان می‌دهد. تفاوت مقدارهای a و b به

تقریب کدام است و اگر جرم نمونه اولیه ۱۳۵ گرم باشد، در نمونه نهایی چند مول سیلیس وجود دارد؟

(O = ۱۶, Si = ۲۸ : g.mol⁻¹)

جزء	H _۲ O	Al _۲ O _۳	SiO _۲
درصد جرمی اولیه	۳۰	a	b
درصد جرمی ثانویه	۱۰	۳۰	۴۰

(۴) ۶ و ۷ / ۰

(۳) ۸ و ۵ / ۰

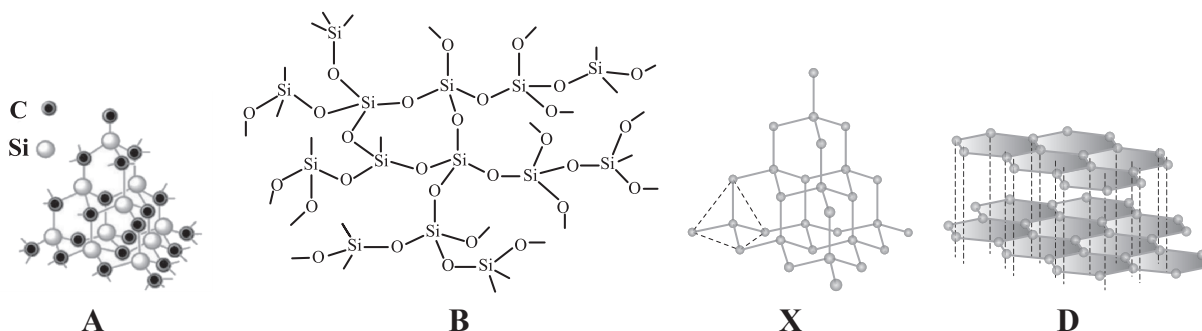
(۲) ۶ و ۵ / ۰

(۱) ۸ و ۷ / ۰

۸۰- کدام موارد نادرست هستند؟

- (الف) سیلیس فراوان‌ترین اکسید در کره زمین است.
 - (ب) کربن و سیلیسیم دو عنصر اصلی تشکیل‌دهنده جامدهای کووالانسی‌اند.
 - (پ) کوارتز به عنوان نمونه خالص سیلیس، خواص نوری ویژه‌ای دارد.
 - (ت) سختی بالا و دیرگدازبودن سیلیس به علت قدرت بالای نیروهای بین مولکولی در آن است.
- (۱) الف - پ (۲) الف - ت (۳) ب - پ (۴) ب - ت

۸۱- با توجه به شکل‌های زیر، کدام عبارت‌ها درست‌اند؟ (X و D آلوتروپ‌های کربن هستند).



الف) بین D و X، آلوتروپی که میانگین آنتالپی پیوند بیشتری دارد، سختی بیشتری هم دارد.

ب) بین CO₂ و B ماده‌ای که آنتالپی پیوند بیشتری دارد، سختی بیشتری هم دارد.

پ) A مانند B یک جامد کووالانسی است و درجه سختی A از X بیشتر است.

ت) سیلیسیم خالص در طبیعت یافت نمی‌شود و ساختاری مانند X دارد.

(۱) الف - ب (۲) ب - ت (۳) پ - ت (۴) ت

۸۲- کدام مطلب دربارهٔ گرافن، درست است؟

(۱) با الگویی مانند کندوی زنبور عسل، استحکام ویژه‌ای دارد به طوری که ۱۰۰ برابر از فولاد سخت‌تر است.

(۲) ضخامت آن برابر با شعاع اتمی کربن است.

(۳) در ساختار آن حلقه‌های کربنی وجود دارد که به حلقه‌های بنزن شبیه است.

(۴) یک آلوتروپ طبیعی از کربن محسوب می‌شود.

۸۳- در نمونه‌ای الماس، $4/214 \times 10^{23}$ پیوند اشتراکی وجود دارد، حجم نمونه بر حسب سانتی‌متر مکعب چه قدر است؟

(چگالی الماس را $3/5$ گرم بر سانتی‌متر مکعب در نظر بگیرید و $C = 12 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) $0/6$ (۲) 6 (۳) $2/4$ (۴) $1/2$

۸۴- برای چه تعداد از موارد زیر، نمی‌توان از واژه نیروهای بین مولکولی استفاده کرد؟

«سیلیسیم دی‌اکسید، هیدروژن کلرید، پتاسیم پرمنگنات، سیلیسیم، یخ، نیتروژن مایع»

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۸۵- کدام مورد به طور نادرست بیان شده است؟

(۱) نقطه ذوب و جوش جامدهای کووالانسی بالاتر از مواد مولکولی است.

(۲) در ساختار یخ، یک آرایش منظم و سه‌بعدی با تشکیل حلقه‌های متشکل از ۶ اتم پدید می‌آید.

(۳) جامدهای کووالانسی همانند جامدهای یونی، رسانایی الکتریکی ندارند.

(۴) تفاوت در نوع و تعداد نیروهای بین مولکولی در مواد مولکولی باعث تفاوت در نقطه ذوب و جوش آن‌ها می‌شود.

۸۶- با توجه به شکل زیر که نشان‌دهندهٔ نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی مولکول کربونیل سولفید است، کدام مورد

درست است؟



(۱) این مولکول برخلاف اتین در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

(۲) در این نقشه، ۲ تا از اتم‌ها با رنگ قرمز نشان داده می‌شوند.

(۳) تراکم بار الکتریکی منفی در اتم مرکزی بیشتر است.

(۴) در این مولکول برخلاف گوگرد دی‌اکسید تراکم بار الکتریکی منفی در گوگرد بیشتر است.

۸۷- کدام مطلب درست است؟

- (۱) در میان مواد HCl ، SO_2 ، MgCl_2 ، SiO_2 ، ۳ ماده مولکولی وجود دارد.
- (۲) CO_2 و SO_2 هر دو مولکول‌های ناقطبی هستند که در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی آن‌ها، اکسیژن به رنگ سرخ است.
- (۳) عدد اکسایش کربن در CO_2 با C_2H_2 ، ۳ واحد اختلاف دارد.
- (۴) در ساختار لوویس هر یک از مولکول‌های SO_2 و C_2H_2 یک پیوند دوگانه وجود دارد.

۸۸- کدام یک از گزینه‌های زیر، در مورد کلروفرم نادرست است؟

- (۱) اتم مرکزی در آن، عنصری از گروه ۱۴ جدول دوره‌ای است.
- (۲) مجموع عدد اکسایش‌های کلر در آن با عدد اکسایش کربن در متان برابر است.
- (۳) مانند آمونیاک در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.
- (۴) کم‌ترین شعاع اتمی در آن مربوط به اتمی است که بار جزئی مثبت دارد.

۸۹- کدام مطلب به یقین درست است؟

- (۱) همه مولکول‌های خطی که سه‌اتمی‌اند، ناقطبی هستند.
- (۲) در آمونیاک با جایگزین کردن هر یک از اتم‌های هیدروژن با گروه آلکیل، ترکیبی حاصل می‌شود که توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی خواهد داشت.
- (۳) اگر در مولکول SX_3 اتم X اکسیژن یا فلوئور باشد، در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی به رنگ سرخ دیده می‌شود.
- (۴) اگر در مولکول متان ۳ یا ۴ اتم هیدروژن را با کلر جایگزین کنیم، حالت فیزیکی ماده جدید با متان تفاوتی نمی‌کند.

۹۰- اگر مولکول AX_3 قطبی و مولکول MD_3 ساختار خطی داشته باشد، کدام مورد درست است؟

- (۱) به یقین در مولکول MD_3 حداقل یک جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم مرکزی وجود دارد.
- (۲) D و A نمی‌توانند هم‌گروه باشند.
- (۳) بار جزئی A و M می‌تواند یکسان باشد.
- (۴) عنصرهای M و D نمی‌توانند در یک دوره جدول تناوبی قرار داشته باشند.

۹۱- با توجه به جدول زیر که مربوط به سه عنصر گروه ۱۴ جدول دوره‌ای است؛ پاسخ درست پرسش‌ها در کدام گزینه آمده است؟

عنصر	رسانایی الکتریکی	چکش‌خواری
A	دارد	ندارد
B	کمی دارد	ندارد
C	دارد	دارد

الف) اتم کدام عنصر، تنها با از دست دادن الکترون، یون پایدار می‌سازد؟

ب) کدام عنصر رسانایی گرمایی ندارد ولی رسانای الکتریکی دارد؟

پ) کدام عنصر به یقین در اتم خود دارای الکترون‌هایی با $l = 2$ است؟

- (۱) B - A - C (۲) C - A - C (۳) C - A - B (۴) B - A - B

۹۲- جدول زیر قسمتی از جدول دوره‌ای عناصر را نشان می‌دهد. با توجه به آن، کدام گزینه درست است؟

گروه \ دوره	۱۵	۱۶	۱۷
۲		A	B
۳	C	D	E
۴	F	G	H

(۱) H بیشترین شعاع اتمی را دارد.

(۲) خاصیت نافلزی عنصر D از A بیشتر است.

(۳) واکنش‌پذیری عنصر C از عنصر E بیشتر است.

(۴) شعاع اتمی A و D از B بیشتر است.

۹۳- کدام مورد درست است؟

(۱) فولاد زنگ‌نزن به صورت خام و پس از استخراج از سنگ معدن، قابل استفاده است.

(۲) گرمادادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر می‌تواند سبب بهبود خواص آن‌ها شود.

(۳) در ساختار کودهای شیمیایی فقط سه عنصر نیتروژن، فسفر و پتاسیم به کار رفته است.

(۴) مطابق پیش‌بینی‌ها در آینده، استخراج سوخت‌های فسیلی و مواد معدنی با هم برابر خواهند شد.

۹۴- اگر آرایش الکترونی فلز X به $3s$ ختم شده باشد، کدام مورد به یقین درست است؟

(۱) بیشترین خاصیت فلزی را در دوره سوم دارد.

(۲) می‌تواند با از دست دادن ۳ الکترون به آرایش گاز نجیب قبل از خود برسد.

(۳) شعاع اتمی آن از شبه‌فلزهای گروه ۱۴ بزرگ‌تر است.

(۴) در واکنش با کلر ترکیبی با فرمول XCl_4 ایجاد می‌کند.

۹۵- با افزایش عدد اتمی عنصرهای دوره‌های جدول تناوبی، کدام مورد به یقین افزایش می‌یابد؟

(۱) واکنش‌پذیری (۲) تمایل به تشکیل کاتیون (۳) بار مثبت در هسته اتم (۴) شمار لایه‌های الکترونی

۹۶- اختلاف تعداد الکترون‌های دارای $l=1$ و $l=0$ در اتم Ar_{18} ، برابر شمار پروتون‌های اتم X است. کدام مطلب

درباره اتم X درست است؟

(۱) نافلزی است که تمایل دارد با به اشتراک گذاشتن یا گرفتن الکترون به آرایش گاز نجیب برسد.

(۲) الماس دگرشکلی از آن است که نارسانای گرما و رسانای الکتریکی است.

(۳) مانند شبه‌فلزهای هم‌گروه خود، رسانایی الکتریکی دارد اما برخلاف آن‌ها سطح صیقلی ندارد.

(۴) شمار پروتون‌های X با تعداد الکترون‌های موجود در زیرلایه $3d$ کاتیون Fe^{3+} برابر است.

۹۷- در اتم عنصری که در دوره چهارم و گروه ششم جدول دوره‌ای جای دارد، نسبت شمار الکترون‌های با $n=3$ به

شمار الکترون‌های $n+l=4$ در آرایش الکترونی این عنصر به کدام عدد نزدیک‌تر است؟

(۱) $1/58$ (۲) $1/85$ (۳) $1/02$ (۴) $1/75$

۹۸- کدام یک از گزینه‌های زیر، در مورد طلا درست است؟

(۱) رسانایی الکتریکی بالایی دارد و در دماهای پایین، رسانایی الکتریکی خود را از دست می‌دهد.

(۲) واکنش‌پذیری بسیار زیادی دارد و با گازهای هواکره و مواد موجود در بدن انسان واکنش می‌دهد.

(۳) هرچند طلا در طبیعت به شکل فلزی و عنصری یافت می‌شود، اما مقدار آن در معادن طلا بسیار کم است.

(۴) استخراج طلا برخلاف دیگر فعالیت‌های صنعتی، آثار زیست محیطی زیانباری بر جای نمی‌گذارد.

- ۹۹- مقداری زنگ آهن را در یک لوله آزمایش ریخته و ابتدای آن هیدروکلریک اسید و سپس قطره قطره محلول سدیم هیدروکسید اضافه می کنیم. کدام یک از گزینه های زیر درباره فرایند انجام شده درست است؟
- (۱) زنگ آهن حاوی یون آهن (II) است و فرمول شیمیایی آن به صورت FeO است.
 - (۲) بر اثر اضافه کردن محلول هیدروکلریک اسید، جامد موجود در ظرف به تدریج حل می شود.
 - (۳) در اثر اضافه کردن سدیم هیدروکسید رسوب آهن (II) هیدروکسید تشکیل می شود.
 - (۴) رسوب تشکیل شده به رنگ سبز است.

گروه ۱۷

A
B
C
D

۱۰۰- با توجه به شکل روبه رو (۴ عنصر ابتدایی گروه ۱۷) کدام مورد نادرست است؟

- (۱) عنصر B با نخستین شبه فلز گروه ۱۴ هم دوره است.
 - (۲) در دمای ۷۳ کلوین فقط یک عنصر به سرعت با گاز هیدروژن واکنش می دهد.
 - (۳) خصلت نافلزی C از B کم تر و از D بیشتر است.
 - (۴) رنگ نور حاصل از واکنش سومین فلز قلیایی با B، زرد است.
- ۱۰۱- بر پایه واکنش موازنه نشده زیر، ۴/۲۰ گرم کلسیم سولفات بر اثر حرارت تجزیه می شود. اگر بازده واکنش ۲۰ درصد باشد، تفاوت جرم فراورده جامد با جرم فراورده های گازی برابر چند گرم است؟ ($O = ۱۶, S = ۳۲, Ca = ۴۰ : g.mol^{-1}$)
- $$CaSO_4(s) \xrightarrow{\Delta} CaO(s) + SO_2(g) + O_2(g)$$
- ۰/۷۵ (۴) ۰/۳۵ (۳) ۰/۸۳ (۲) ۰/۷۲ (۱)

۱۰۲- کدام مورد به درستی بیان شده است؟

- (۱) تفاوت شعاع اتمی سدیم با منیزیم، کم تر از تفاوت شعاع اتمی منیزیم با آلومینیم است.
 - (۲) عنصری که در دوره سوم، بزرگ ترین شعاع اتمی را دارد، نرم است و به راحتی با چاقو بریده می شود.
 - (۳) واکنش پذیری قوی ترین نافلز دوره چهارم از قوی ترین نافلز دوره سوم بیشتر است.
 - (۴) در دوره سوم جدول تناوبی همانند گروه ۱۴ دو عنصر شبه فلزی یافت می شود.
- ۱۰۳- اگر A, B, C, D و E پنج عنصر متوالی جدول تناوبی باشند و مجموع عدد اتمی آن ها برابر ۱۳۰ باشد، کدام مطلب درست است؟ (عدد اتمی A از بقیه کوچک تر است.)

- (۱) همه این عناصر در دسته فلزات واسطه قرار دارند و در ساخت آلیاژهای صنعتی کاربرد دارند.
 - (۲) عنصر C می تواند با محلول سولفات روی واکنش داده و فلز روی را آزاد کند.
 - (۳) اختلاف عدد اتمی عنصر B با نخستین شبه فلز گروه ۱۴ برابر با عدد اتمی فسفر است.
 - (۴) کاتیون سازنده ترکیب DPO_4 دارای ۵ الکترون با $l = ۲$ است.
- ۱۰۴- فرض کنید یک کارشناس شیمی با ارائه راهکاری، بازده واکنش تولید متانول از هیدروژن دار کردن کربن مونوکسید را از ۷۰ درصد به ۸۰ درصد می رساند. میزان متانول تولیدی به ازای مصرف مقدار معینی کربن مونوکسید چند درصد افزایش خواهد یافت و اگر در حالتی که بازده واکنش برابر ۸۰ درصد است، ۸/۱۶ لیتر گاز هیدروژن در شرایط STP مصرف شود، جرم متانول تولید شده چند گرم است؟ ($H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶ : g.mol^{-1}$)
- ۱۲-۱۴/۲ (۱) ۹/۶-۱۵/۳ (۲) ۹/۶-۱۴/۲ (۳) ۱۲-۱۵/۲ (۴)

۱۰۵- کدام عبارت‌ها درست هستند؟

- الف) در تولید کیسه پلاستیکی، در پالایش نفت خام و واکنش پلیمری شدن، انرژی زیادی مصرف می‌شود.
ب) پایداری مواد خام و اولیه کیسه پلاستیکی بیشتر از پاکت کاغذی است.
پ) سوزاندن زباله‌های کاغذی سبب انتشار گازهای گلخانه‌ای و آلودگی هوا می‌شود و تجزیه این زباله‌ها همراه با تولید گاز متان است.

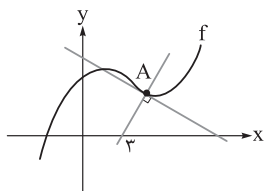
ت) تأثیر حمل‌ونقل ماده خام روی محیط زیست در استخراج پاکت کاغذی و کیسه پلاستیکی یکسان است.

- ۱) الف - ب ۲) ب - ت ۳) الف - پ ۴) ب - ت

در نمودار زیر، تابع f ، خط مماس بر آن در نقطه $A(5, 3)$ و خط عمود بر آن در همان نقطه رسم شده است. حاصل $f'(5)$

۱

کدام است؟



$$-\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

گام اول: ابتدا با توجه به دو نقطه $(5, 3)$ و $(3, 0)$ ، شیب خط عمود بر نمودار را می‌یابیم:

پاسخ تشریحی ✓

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - 0}{5 - 3} = \frac{3}{2}$$

گام دوم: حاصل $f'(5)$ همان شیب خط مماس در نقطه $(5, 3)$ است، پس چون دو خط بر هم عمودند:

$$f'(5) = m' = \frac{-1}{m} = \frac{-1}{\frac{3}{2}} = \frac{-2}{3}$$

اگر f تابعی پیوسته به گونه‌ای باشد که $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2f(x) - 8}{3x - b} = 3$ و $f^{-1}(4) = 5$ ، آن‌گاه $f'(5)$ کدام است؟

۶ (۴)

۴ / ۵ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: از آن‌جا که $f^{-1}(4) = 5$ ، می‌دانیم $f(5) = 4$. چون صورت حد صفر است، ولی پاسخ حد عددی غیر صفر شده، پس

مخرج نیز باید صفر باشد:

$$\Rightarrow 3x - b = 0 \xrightarrow{x=5} b = 15$$

گام دوم: با توجه به تعریف حد، $f'(5)$ را می‌یابیم:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2f(x) - 8}{3x - 15} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2(f(x) - 4)}{3(x - 5)} = \frac{2}{3} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - \overset{f(5)}{4}}{x - 5} = \frac{2}{3} f'(5)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} f'(5) = 3 \Rightarrow f'(5) = \frac{3}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{2} = 4.5$$

فرض کنید $a = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+2h) - f(3)}{2h}$ و $b = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{f(x) - f(3)}$. اگر اختلاف a و معکوس b برابر ۲ باشد، شیب

خط مماس بر نمودار تابع f ، در نقطه‌ای به طول $x = 3$ کدام می‌تواند باشد؟

۳ (۴)

۶ (۳)

۲۴ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: دو حد داده شده را بر حسب $f'(3)$ می‌نویسیم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+2h) - f(3)}{2h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+2h) - f(3)}{2h \times \frac{2}{2}} = \frac{2}{2} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+2h) - f(3)}{2h} = \frac{2}{2} f'(3) = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{f(x) - f(3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{f(x) - f(3)} \times (x - 3) = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}} \times 2 = \frac{2}{f'(3)} = b$$

$$\left| a - \frac{1}{b} \right| = \left| \frac{2}{2} f'(3) - \frac{f'(3)}{\frac{2}{2}} \right| = 2$$

گام دوم: طبق صورت سؤال داریم:

$$\Rightarrow \left| \frac{2f'(3) - 2f'(3)}{2} \right| = 2 \Rightarrow \frac{|f'(3)|}{2} = 2 \Rightarrow |f'(3)| = 4 \Rightarrow f'(3) = 4 \text{ یا } -4$$

۴ به ازای کدام مقدار k ، نمودار $f(x) = \frac{-x^2 + kx - \frac{1}{4}}{-2|k|x + 1}$ در نقطه‌ای با طول مثبت بر محور x مماس است؟

- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) صفر
(۴) مقداری برای k یافت نمی‌شود.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: برای این که تابع f بر محور طول‌ها مماس باشد، باید $f(x) = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد.

$$f(x) = \frac{-x^2 + kx - \frac{1}{4}}{-2|k|x + 1} = 0 \Rightarrow -x^2 + kx - \frac{1}{4} = 0 \xrightarrow{\Delta=0} k^2 - 1 = 0 \Rightarrow k = \pm 1$$

گام دوم: هر دو حالت k را بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} k = -1: f(x) = \frac{-x^2 - x - \frac{1}{4}}{-2x + 1} = \frac{(x + \frac{1}{2})^2}{2x - 1} \Rightarrow f(-\frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ غ ق } (-\frac{1}{2} < 0) \\ k = 1: f(x) = \frac{-x^2 + x - \frac{1}{4}}{-2x + 1} = \frac{(x - \frac{1}{2})^2}{2x - 1} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ صفر می‌شود. چون مخرج کسر نیز در } x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

پس هیچ مقداری برای k یافت نمی‌شود.

۵ اگر $f(x) = 3x^3 - 2g(x)$ و $f'(x) = 2x$ ، آن گاه $g'(4)$ کدام است؟

۸۰ (۴)

۷۲ (۳)

۶۸ (۲)

۷۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: ابتدا از طرفین مشتق می گیریم:

$$f'(x) = 9x^2 - 2g'(x)$$

گام دوم: با توجه به این که $f'(x) = 2x$ ضابطه $g'(x)$ و در نهایت $g'(4)$ را می یابیم:

$$f'(x) = 9x^2 - 2g'(x) \Rightarrow 2x = 9x^2 - 2g'(x) \Rightarrow g'(x) = \frac{9}{2}x^2 - x \Rightarrow g'(4) = \frac{9}{2} \times 16 - 4 = 68$$

۶ اگر $f(x) = \sqrt{4x^2 - [x]x + 1}$ باشد، مقدار $f'(\sqrt{17})$ کدام است؟

- $$1 \text{ (f)} \qquad \sqrt{17} \text{ (3)} \qquad 2 \text{ (2)} \qquad 2\sqrt{17} \text{ (1)}$$

پاسخ: گزینہ ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: ابتدا تابع را در همسایگی نقطه‌ای که مشتق در آن نقطه خواسته شده ساده می‌کنیم:

$$\varphi \leq \sqrt{17} < \omega : \varphi \leq x < \omega \Rightarrow [x] = \varphi$$

$$f(x) = \sqrt{fx^r - [x]x + 1} = \sqrt{fx^r - fx + 1} = \sqrt{(rx - 1)^r} = |rx - 1| = rx - 1 \quad (f \leq x < \delta)$$

گام دوم: مشتق تابع به دست آمده را محاسبه می‌کنیم و $f'(\sqrt{17})$ را می‌یابیم:

$$\forall x \in \mathbb{R} : f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f'(\sqrt{1}) = 2$$

۷ اگر $f(x) = x - \frac{2}{x}$ و $g(x) = \sqrt{x^2 + 8} + 2$ باشند، مقدار $(g \circ f)'(2)$ کدام است؟

- 1 (4

-۲ (۳

$$\frac{1}{2} (r$$

1 (1)

پاسخ: گزینہ ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: ابتدا تابع $y = (g \circ f)(x)$ را تشکیل می‌دهیم و در همسایگی $x = 2$ آن را ساده می‌کنیم:

$$y = (\text{gof})(x) = g(f(x)) = \sqrt{\left(x - \frac{f}{x}\right)^2} + \lambda + f = \sqrt{x^2 + \frac{f^2}{x^2} - f + \lambda + f} = \left|x + \frac{f}{x}\right| + f$$

$$\xrightarrow{x > \circ} x + \frac{\mathfrak{r}}{x} > \circ \Rightarrow (\text{gof})(x) = x + \frac{\mathfrak{r}}{x} + \mathfrak{r}$$

گام دوم: مشتق تابع را حساب می‌کنیم:

$$(\text{gof})(x) = x + \frac{r}{x} \Rightarrow (\text{gof})'(x) = 1 - \frac{r}{x^2} \Rightarrow (\text{gof})'(r) = 1 - \frac{r}{(r)^2} = \frac{1}{r}$$

در تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، اگر $f'(3)$ دو برابر $f'(2)$ باشد، طول رأس سهمی کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: ابتدا $f'(x)$ را محاسبه کرده و رابطه داده شده را می نویسیم:

$$f'(x) = 2ax + b$$

$$\frac{f'(3)}{f'(2)} = 2 \Rightarrow \frac{6a+b}{4a+b} = 2 \Rightarrow 6a+b = 8a+2b \Rightarrow 2a = -b$$

$$x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-b}{2a} = \frac{-b}{-b} = 1$$

گام دوم: طول رأس سهمی برابر است با:

با توجه به رابطه به دست آمده، ضابطه $f'(x)$ را ساده می کنیم: ➡ به چور دیگه

$$\Rightarrow f'(x) = 2ax + b = -bx + b = b(1-x)$$

بنابراین $f'(1) = 0$ ؛ پس طول رأس سهمی $x = 1$ است. زیرا در $x = 1$ خط مماس افقی است.

۹ اگر $f(t) = t^4(1 + \cot^2 t)$ و $g(t) = \frac{\sin^3 t}{t}$ باشند، مقدار $f'(-1)g(-1) + g'(-1)f(-1)$ کدام است؟

۳ (۴)

-۶ (۳)

۶ (۲)

-۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: از آن جا که $(f.g)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ ، پس باید $f.g$ را بیابیم:

$$(f.g)(t) = t^4(1 + \cot^2 t) \times \frac{\sin^3 t}{t} = t^3 \times \frac{1}{\sin^2 t} \times \sin^3 t = t^3$$

گام دوم: مشتق تابع را می یابیم و $x = -1$ را جای گذاری می کنیم:

$$(f.g)'(t) = (t^3)' = 3t^2$$

$$\Rightarrow (f.g)'(-1) = 3(-1)^2 = 3$$

۱۰. اگر $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x\sqrt{x}}$ باشد، عدد ۱۹ چند برابر مقدار $f'(16)$ است؟

۱۲۸ (۴)

۲۵۶ (۳)

۶۴ (۲)

۳۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: می توان از قاعده مشتق تقسیم استفاده کرد، اما بهتر است ابتدا تابع را ساده کنیم بعد مشتق بگیریم:

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x\sqrt{x}} = \frac{x^2 - 3x}{x^{\frac{3}{2}}} = \frac{x^2}{x^{\frac{3}{2}}} - \frac{3x}{x^{\frac{3}{2}}} = x^{\frac{1}{2}} - 3x^{-\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - 3(-\frac{1}{2})x^{-\frac{3}{2}}$$

گام دوم: $f'(16)$ را می یابیم:

$$f'(16) = \frac{1}{2}(16)^{-\frac{1}{2}} + \frac{3}{2}(16)^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{2} \times \frac{1}{64} = \frac{1}{8} + \frac{3}{128} = \frac{16+3}{128} = \frac{19}{128}$$

$$\Rightarrow \frac{19}{f'(16)} = \frac{19}{\frac{19}{128}} = 128$$

۱۱ اگر $f(x) = \frac{(g(x) + g'(x))x}{x-2}$ و $g(x) = (x-1)(x-2) + 2$ باشد، مقدار $f'(1)$ کدام است؟

۴) -۴

۳) -۷

۲) ۴

۱) ۷

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: ابتدا ضابطه تابع مشتق f را به کمک قواعد مشتق گیری ضرب و تقسیم محاسبه می کنیم:

$$f(x) = \frac{(g(x) + g'(x))x}{x-2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{((g'(x) + 2g(x)g'(x))x + g(x) + g'(x))(x-2) - (g(x) + g'(x))x}{(x-2)^2}$$

گام دوم: حالا برای یافتن $f'(1)$ به $g(1)$ و $g'(1)$ هم نیاز داریم که هر دو را به سادگی می یابیم:

$$g(x) = (x-1)(x-2) + 2 \Rightarrow \begin{cases} g(1) = 2 \\ g'(1) = -1 \end{cases} \text{ (عامل صفرکننده)}$$

گام سوم: جای گذاری می کنیم و پاسخ را می یابیم:

$$\begin{aligned} f'(1) &= \frac{(g'(1) + 2g(1)g'(1) + g(1) + g'(1))(-1) - (g(1) + g'(1))}{(-1)^2} \\ &= \frac{(-1 + 2 \times 2 \times (-1) + 2 + 4)(-1) - (2 + 4)}{1} = -1 - 6 = -7 \end{aligned}$$

۱۲ اگر $f'(\frac{x-1}{x-3}) = x^2 - 5x$ باشد، مقدار $f'(3)$ کدام است؟

-۴ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ کافی است x را طوری قرار دهیم که $\frac{x-1}{x-3}$ برابر ۳ شود.

$$\frac{x-1}{x-3} = 3 \Rightarrow x-1 = 3x-9 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

$$\xrightarrow{x=4} f'(\frac{4-1}{4-3}) = (4)^2 - 5(4) = 16 - 20 = -4 \Rightarrow f'(3) = -4$$

۱۳ زاویهٔ بین نیم‌مماس‌های رسم‌شده بر نمودار تابع $f(x) = |[x] - x| \sqrt[3]{x-3}$ در نقطهٔ گوشه‌ای، برحسب رادیان کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

$$\frac{\pi}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ تشریحی ✓ **گام اول:** نقطهٔ گوشه‌ای این تابع $x = 3$ است. توجه کنید که تابع در تمام نقاط صحیح ناپیوسته است به‌جز $x = 3$ که عامل صفرکننده داریم.

مقدار مشتق راست و چپ را به کمک تعریف مشتق حساب می‌کنیم:

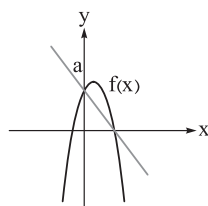
$$f'_+(3) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{|[3^+] - x| \sqrt[3]{x-3}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-3) \sqrt[3]{x-3}}{x-3} = 0.$$

$$f'_-(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|[3^-] - x| \sqrt[3]{x-3}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(x-2) \sqrt[3]{x-3}}{x-3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-2}{\sqrt[3]{(x-3)^2}} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

گام دوم: با توجه به مماس‌ها که شیب یکی صفر و دیگری $+\infty$ است، زاویهٔ بینشان 90° درجه یا $\frac{\pi}{2}$ رادیان است.

۱۴ نمودار تابع f و خط عمود بر آن در $x = 0$ در شکل نشان داده شده است. اگر $x = \frac{a}{p}$ یکی از ریشه‌های تابع f باشد، $f'(0)$ کدام است؟



کدام است؟

(۱) -2

(۲) $\frac{1}{p}$

(۳) $-\frac{1}{p}$

(۴) 2

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: از آن جا که a عرض از مبدأ خط را روی نمودار نشان می‌دهد و مشاهده می‌شود که مثبت است، پس $\frac{a}{p}$ نیز مثبت است و $\frac{a}{p}$ ریشه سمت راست f است؛ پس می‌توان شیب خط عمود را با داشتن $(\frac{a}{p}, 0)$ و $(0, a)$ به دست آورد:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - a}{\frac{a}{p} - 0} = -p$$

گام دوم: شیب خط مماس بر f در $x = 0$ همان $f'(0)$ است که می‌توان گفت:

$$f'(0) = \frac{-1}{m} = \frac{-1}{-p} = \frac{1}{p}$$

۱۵ دو تابع $f(x) = \sqrt{2x-1}$ و $g(x) = -f(x)$ مفروضند. از نقطه $A(-2, 0)$ دو خط بر نمودار توابع f و g مماس می‌کنیم. مساحت مثلث ایجادشده با نقطه A و نقاط تماس چه قدر است؟

$\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۴)

$3\sqrt{3}$ (۳)

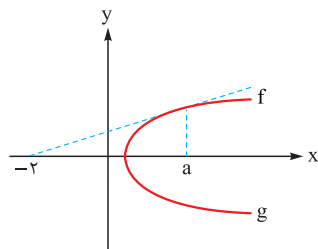
$\frac{5\sqrt{5}}{2}$ (۲)

$5\sqrt{5}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: با توجه به شکل از دو طریق شیب خط مماس بر نمودار را به دست می‌آوریم و با یکدیگر مساوی قرار می‌دهیم:



اگر خط در نقطه‌ای با طول a بر f مماس باشد، عرض آن $\sqrt{2a-1}$ است.

شیب خط مماس برابر مشتق تابع در $x = a$ است:

$$f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x-1}} = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$$

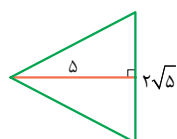
$$\Rightarrow m = f'(a) = \frac{1}{\sqrt{2a-1}}$$

ضمناً خط مماس از دو نقطه $(-2, 0)$ و $(a, \sqrt{2a-1})$ می‌گذرد:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sqrt{2a-1} - 0}{a - (-2)} = \frac{\sqrt{2a-1}}{a+2}$$

مقادیر به دست آمده را برابر می‌گذاریم:

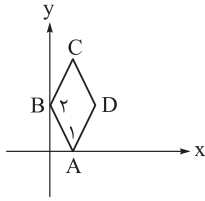
$$\frac{1}{\sqrt{2a-1}} = \frac{\sqrt{2a-1}}{a+2} \Rightarrow a+2 = 2a-1 \Rightarrow a = 3$$



گام دوم: مساحت مثلث را می‌یابیم:

$$S = \frac{1}{2} \times 5 \times 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$

۱۶ در شکل زیر، ABCD لوزی است. معادله خط گذرنده از A و وسط ضلع CD کدام است؟



$$y = 6x \quad (1)$$

$$6x + y = 6 \quad (2)$$

$$6x - 6 = y \quad (3)$$

$$6x + y + 6 = 0 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: می‌دانیم $A(1, 0)$ و $B(0, 2)$ مختصات دو رأس لوزی ABCD است. با توجه به تقارن لوزی، مختصات دو رأس دیگر

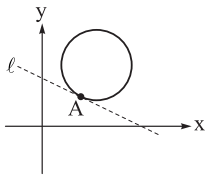
$C(1, 4)$ و $D(2, 2)$ است و مختصات نقطه M وسط ضلع CD برابر است با:

$$M\left(\frac{2+1}{2}, \frac{2+4}{2}\right) \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}, 3\right)$$

گام دوم: معادله خط گذرنده از دو نقطه $A(1, 0)$ و $M\left(\frac{3}{2}, 3\right)$ به صورت زیر است:

$$(y - 0) = \left(\frac{3 - 0}{\frac{3}{2} - 1}\right)(x - 1) \Rightarrow y = 6x - 6$$

۱۷ در شکل زیر یک دایره و خط l مماس بر آن در نقطه $A(3, 4)$ نشان داده شده است. اگر خط $y = 2x - 2$ از مرکز دایره بگذرد، معادله خط l کدام است؟



$$3y - x = 9 \quad (1)$$

$$2y + x = 11 \quad (2)$$

$$3x + y = 13 \quad (3)$$

$$2x + 2y = 14 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ از آنجا که خط مماس در نقطه تماس بر شعاع دایره عمود است و می‌بینیم نقطه A روی خط داده شده صدق می‌کند، پس شیب خط مماس، قرینه معکوس ۲ است (در واقع، $y = 2x - 2$ شعاعی از دایره است که بر خط l عمود است.) و داریم:

$$y - 4 = -\frac{1}{2}(x - 3) \Rightarrow 2y - 8 = 3 - x \Rightarrow 2y + x = 11$$

مساحت دوزنقه محدود به خطوط $y = x + 3$ ، $x = 3$ و $(y-1)^2 = 1$ ، کدام است؟

۱۸

۱۲ (۴)

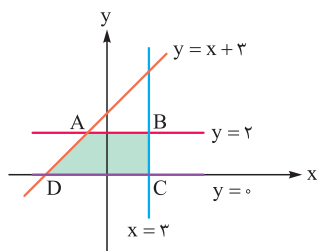
۸ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: نمودار خطوط داده شده را رسم کرده و چهار رأس دوزنقه را می یابیم:



$$(y-1)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} y-1=1 \Rightarrow y=2 \\ y-1=-1 \Rightarrow y=0 \end{cases}$$

$$A: \begin{cases} y = x + 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(-1, 2)$$

$$\Rightarrow AB = 3 + 1 = 4$$

$$B: \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow B(3, 2)$$

$$\Rightarrow BC = 2 - 0 = 2$$

$$C: \begin{cases} y = 0 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow C(3, 0)$$

$$\Rightarrow CD = 3 + 3 = 6$$

$$D: \begin{cases} y = 0 \\ y = x + 3 \end{cases} \Rightarrow D(-3, 0)$$

گام دوم: مساحت دوزنقه را می یابیم:

$$S = \frac{1}{2} BC(AB + CD) = \frac{1}{2} \times 2(4 + 6) = 10$$

۱۹ در یک بیضی طول کوتاه‌ترین قطر ۶ و فاصله هر کانون تا دورترین رأس ۹ است. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

۰ / ۴ (۴) ۰ / ۹ (۳) ۰ / ۶ (۲) ۰ / ۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: با توجه به داده‌های مسئله و این که قطر کوچک بیضی را $2b$ و قطر بزرگ آن را $2a$ و فاصله کانونی را $2c$ می‌نامیم، اطلاعات زیر را داریم:

$$\begin{cases} 2b = 6 \Rightarrow b = 3 & (I) \\ a + c = 9 & (II) \end{cases}$$

گام دوم: با توجه به رابطه $b^2 = a^2 - c^2$ ، یک معادله دیگر به دست می‌آوریم:

$$b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow b^2 = (a - c)(a + c) \xrightarrow{(I), (II)} 9 = 9(a - c) \Rightarrow a - c = 1$$

گام سوم: با حل دستگاه دو معادله دو مجهول a و c و سپس از طریق رابطه $e = \frac{c}{a}$ خروج از مرکز را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} a + c = 9 \\ a - c = 1 \end{cases} \Rightarrow a = 5, c = 4 \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} = 0.8$$

۲۰. یک بیضی به مرکز $(-۵, ۱۳)$ داریم که رأس کانونی A و رأس ناکانونی B از آن بر محورهای مختصات مماس هستند. کانون F از این بیضی که از مبدأ مختصات دورتر است و نقطه $C(۱۵, ۵)$ را در نظر می گیریم. خط گذرنده از CF بر کدام یک از خطوط زیر عمود است؟

$$-x + y = ۵ \quad (۲)$$

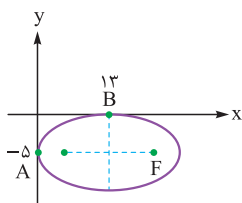
$$x + y = ۳ \quad (۱)$$

$$۲x - y = ۷ \quad (۴)$$

$$۲x + y = ۸ \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: شکل متناسب با سؤال را رسم می کنیم:



پس $a = ۱۳$ و $b = ۵$ ، در این صورت با توجه به رابطه $a^2 = b^2 + c^2$ داریم:

$$۱۶۹ = ۲۵ + c^2 \Rightarrow c^2 = ۱۴۴ \Rightarrow c = ۱۲$$

گام دوم: عرض کانون F، -۵ و طول آن ۱۲ واحد از طول B بیشتر است، پس:

$$x_F = x_B + ۱۲ = ۱۳ + ۱۲ = ۲۵$$

پس مختصات F به صورت $(۲۵, -۵)$ است.

گام سوم: شیب خط گذرنده از CF را به دست می آوریم:

$$m = \frac{-۵ - ۵}{۲۵ - ۱۵} = \frac{-۱۰}{۱۰} = -۱$$

خطی که بر خط گذرنده از CF عمود است، شیب آن $+\frac{1}{m} = +۱$ است، پس گزینه ای صحیح است که شیب آن یک باشد. تنها در گزینه (۲) این وضعیت برقرار است.

۲۱ نقاط A و B روی سهمی به معادله $y^2 + 6y + 5x - 1 = 0$ و به فاصله $\frac{25}{4}$ از کانون سهمی قرار دارند. طول پاره خط AB کدام است؟

$5\sqrt{2}$ (۴)

۱۰ (۳)

$6\sqrt{2}$ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: معادله سهمی را به صورت استاندارد می نویسیم:

$$y^2 + 6y + 5x - 1 = 0 \Rightarrow y^2 + 6y + 9 = -5x + 1 + 9 \Rightarrow (y + 3)^2 = -5(x - 2)$$

پس سهمی افقی است و رو به چپ باز می شود.

رأس سهمی $(2, -3)$

$$4a = -5 \Rightarrow a = -\frac{5}{4}$$

گام دوم: هر نقطه واقع بر سهمی، فاصله اش از کانون و خط هادی برابر است؛ بنابراین فاصله نقاط A و B از خط هادی سهمی نیز برابر $\frac{25}{4}$ واحد است.

گام سوم: معادله خط هادی سهمی را پیدا می کنیم:

$$x = 2 + \frac{5}{4} = \frac{13}{4}$$

$$x_2 = \frac{13}{4} - \frac{25}{4} = -\frac{12}{4} = -3 \text{ و } x_1 = \frac{13}{4} + \frac{25}{4} = \frac{38}{4}$$

نقاطی که به فاصله $\frac{25}{4}$ واحد از خط هادی باشد، بر دو خط موازی با معادلات $x_1 = \frac{38}{4}$ و $x_2 = -3$ قرار دارد که $x_2 = -3$ قابل قبول است.

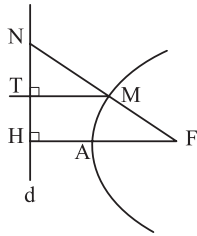
گام چهارم: $x = -3$ را در معادله قرار می دهیم تا عرض نقاط A و B به دست آید:

$$(y + 3)^2 = -5(-3 - 2) \Rightarrow |y + 3| = 5 \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ y = -8 \end{cases}$$

پس نقاط مورد نظر به صورت $A(-3, -8)$ و $B(-3, 2)$ هستند. طول پاره خط AB برابر است با:

$$2 - (-8) = 10$$

۲۲ در شکل زیر یک سهمی با رأس A، کانون F و خط هادی d رسم شده است. اگر $NT = ۲/۵$ ، $TM = ۳$ ، $FN = ۸$ کدام است؟



و فاصله کانونی سهمی ۲ باشد، آن گاه حاصل $\frac{AT \times MF}{MN}$ کدام است؟

۱/۵ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: با توجه به تعریف سهمی چون فاصله کانونی ۲ است، پس $AF = AH = ۲$. از طرفی M روی سهمی است، پس

$MT = MF = ۳$ و چون $FN = ۸$ ، داریم:

$MN = NF - MF = ۸ - ۳ = ۵$

گام دوم: قضیه تالس را در $\triangle NHF$ می نویسیم:

$MT \parallel HF \Rightarrow \frac{MN}{MF} = \frac{NT}{TH} \Rightarrow \frac{۵}{۳} = \frac{۲/۵}{TH} \Rightarrow TH = ۱/۵$

با نوشتن قضیه فیثاغورس در $\triangle AHT$ داریم:

$TH^2 + AH^2 = AT^2 \Rightarrow AT^2 = (۱/۵)^2 + ۲^2 = (۲/۵)^2 \Rightarrow AT = ۲/۵$

گام سوم: حال خواسته مسئله را محاسبه می کنیم:

$\frac{AT \times MF}{MN} = \frac{۲/۵ \times ۳}{۵} = \frac{۳}{۵} = ۱/۵$

۲۲ (۱)

۲۴ خطی عمود بر محور تقارن سهمی $x^2 + 5x + 8y = -\frac{29}{4}$ را از کانون آن رسم می‌کنیم تا سهمی را در نقاط A و B قطع کند. مساحت مثلثی که با نقاط A و B و رأس سهمی ساخته می‌شود چه قدر است؟

۴ (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: خط عمود بر محور تقارن سهمی که از کانون سهمی عبور کند همان وتر کانونی است که وتر کانونی سهمی برابر $4|a|$ و فاصله کانونی برابر $|a|$ است، پس مساحت مثلث مورد نظر برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \times 4|a| \times |a| = 2a^2$$

گام دوم: ضریب a در معادله سهمی داده شده را به دست می‌آوریم:

$$x^2 + 5x + 8y = -\frac{29}{4} \Rightarrow x^2 + 5x + \frac{25}{4} = -8y - 1 \Rightarrow \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = -8\left(y + \frac{1}{8}\right)$$

$$4a = -8 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow |a| = 2$$

گام سوم: مساحت مثلث برابر است با:

$$2a^2 = 2(2)^2 = 8$$

۲۵ در دو دایره مماس خارج O و O' که شعاع یکی دو برابر دیگری است، یکی از مماس‌های مشترک خارجی را رسم می‌کنیم. اگر مساحت دوزنقه‌ای که با مراکز دو دایره و نقاط تماس مماس خارجی با دو دایره ایجاد می‌شود، برابر $۱۲\sqrt{۲}$ باشد، شعاع دایره بزرگ‌تر کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: فرض می‌کنیم شعاع دایره کوچک r و شعاع دایره دیگر $R = ۲r$ است. چون مماس مشترک دو دایره مماس خارجی برابر

با $۲\sqrt{Rr}$ است، مساحت دوزنقه حاصل به صورت زیر به دست می‌آید:

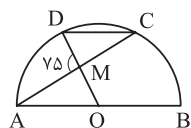
$$S = \frac{۲\sqrt{Rr}(R+r)}{۲} = (R+r)\sqrt{Rr} \stackrel{R=2r}{=} ۳r\sqrt{۲r^۲} = ۳\sqrt{۲}r^۲$$

گام دوم: مساحت دوزنقه را با $۱۲\sqrt{۲}$ برابر قرار می‌دهیم:

$$S = ۳\sqrt{۲}r^۲ = ۱۲\sqrt{۲} \Rightarrow r^۲ = ۴ \Rightarrow r = ۲$$

گام سوم: چون $R = ۲r$ ، پس شعاع دایره بزرگ‌تر برابر $۲ \times ۲ = ۴$ است.

۲۶ در دایره شکل زیر با مرکز O، CD موازی با قطر AB = ۱۸ رسم شده است. طول کمان CD کدام است؟



(۱) 2π

(۲) 4π

(۳) 3π

(۴) 6π

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: چون CD با AB موازی است، پس $\widehat{CB}$ با $\widehat{AD}$ برابر است. فرض می کنیم $\widehat{AD} = \widehat{BC} = \alpha$ ، در نتیجه:

$$\begin{aligned} \widehat{DOA} = \alpha & \text{ (زاویه مرکزی)} \\ \widehat{CAB} = \frac{\alpha}{3} & \text{ (زاویه محاطی)} \end{aligned} \quad \xrightarrow[\text{زاویه خارجی}]{\widehat{DMA} = \widehat{MOA} + \widehat{MAO}} \quad \alpha + \frac{\alpha}{3} = \frac{3\alpha}{3} = 75^\circ \Rightarrow \alpha = 5^\circ$$

گام دوم: اندازه کمان CD برابر است با $\widehat{CB} - \widehat{AD} = 18^\circ - 5^\circ$ ؛ پس:

$$\widehat{CD} = 18^\circ - 2(5^\circ) = 8^\circ$$

گام سوم: طول کمان CD برابر است با:

$$8^\circ = \frac{4\pi}{9} \text{ رادیان} \xrightarrow{\text{طول کمان} = r\theta} \text{طول کمان} = \frac{4\pi}{9} \times \frac{18}{2} = 4\pi$$

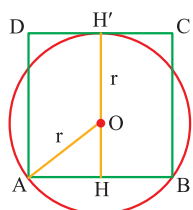
۲۷ مربع ABCD به ضلع ۴ واحد مفروض است. شعاع دایره گذرا بر دو رأس A و B و مماس بر ضلع CD کدام است؟

۳ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$2/5$ (۲)

$2/25$ (۱)



$$OH = HH' - OH' = 4 - r$$

$$AH = \frac{AB}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: شکل را رسم می کنیم:

گام دوم: با توجه به قضیه فیثاغورس در $\triangle AOH$ داریم:

$$AO^2 = OH^2 + AH^2 \Rightarrow r^2 = (4-r)^2 + 2^2 \Rightarrow r^2 = r^2 - 8r + 16 + 4 \Rightarrow 8r = 20 \Rightarrow r = 2/5$$

در مثلثی به طول اضلاع ۵، ۱۲ و ۱۳، مجموع محیط‌های دایره‌های محاطی داخلی و دایره محیطی کدام است؟ **۲۸**

۱۷π (۴)

۱۶π (۳)

۱۵π (۲)

۱۲π (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓
گام اول: با توجه به اضلاع داده شده درمی یابیم مثلث قائم الزاویه است ($۱۳^2 = ۱۲^2 + ۵^2$) و با استفاده از رابطه $r = \frac{S}{p}$ شعاع دایره محاطی داخلی را به دست می آوریم:

$$r = \frac{\frac{1}{2} \times 5 \times 12}{\frac{1}{2} \times (5 + 12 + 13)} = \frac{30}{30} = 2$$

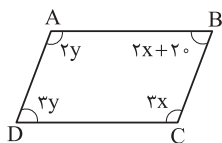
گام دوم: چون این مثلث قائم الزاویه است، طول شعاع دایره محیطی آن برابر نصف وتر آن است، پس:

$$R = \frac{13}{2} = 6.5$$

گام سوم: مجموع محیط این دو دایره را حساب می کنیم:

$$2\pi r + 2\pi R = 4\pi + 13\pi = 17\pi$$

۲۹ در شکل زیر، اگر چهارضلعی ABCD محاطی باشد، حاصل $x + y$ کدام است؟



۶۸ (۱)

۴۴ (۲)

۷۲ (۳)

۹۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: در چهارضلعی محاطی، جمع زاویه‌های روبه‌رو 180° درجه است، پس:

$$\begin{cases} 2y + 3x = 180^\circ \\ 3y + 2x + 20^\circ = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y + 3x = 180^\circ \\ 3y + 2x = 160^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6y + 9x = 540^\circ \\ 6y + 4x = 320^\circ \end{cases} \Rightarrow 5x = 220^\circ \Rightarrow x = 44^\circ, y = 24^\circ$$

گام دوم: خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$x + y = 44^\circ + 24^\circ = 68^\circ$$

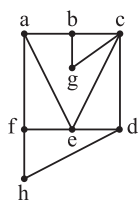
3.



✓ پاسخ تشریحی



$$MB \times MC = R^r - OM^r = AM^r$$



کدام یک از مجموعه‌های زیر، یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف مقابل محسوب می‌شود؟

۳۱

$N_G[b]$ (۱)

$N_G(f)$ (۲)

$N_G[g]$ (۳)

$N_G(d)$ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

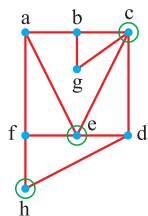
پاسخ تشریحی ✓ به بررسی هر یک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه (۱): $N_G[b] = \{a, b, c, g\} \Rightarrow$ رأس h توسط هیچ کدام احاطه نمی‌شود. $\Rightarrow$ احاطه‌گر نیست.

گزینه (۲): $N_G(f) = \{a, e, h\} \Rightarrow$ رأس g توسط هیچ کدام احاطه نمی‌شود. $\Rightarrow$ احاطه‌گر نیست.

گزینه (۳): $N_G[g] = \{b, c, g\} \Rightarrow$ رأس‌های f و h توسط هیچ کدام احاطه نمی‌شود. $\Rightarrow$ احاطه‌گر نیست.

گزینه (۴): $N_G(d) = \{c, e, h\} \Rightarrow$ تمام رأس‌ها احاطه می‌شوند. $\Rightarrow$ احاطه‌گر است.



۳۲ فاصله مستقیم روستاهای A، B، C، D و E از یکدیگر، مطابق جدول زیر است. قرار است تعدادی خانه بهداشت در برخی از این روستاها ساخته شود به طوری که هر خانه بهداشت، مناسب ساکنین تا محدوده ۳ کیلومتری آن باشد. حداقل چند خانه بهداشت باید ساخته شود؟ (مقادیر داخل جدول بر حسب کیلومتر هستند.)

	A	B	C	D	E
A	۰	۲/۵	۲	۳/۵	۵/۵
B	۲/۵	۰	۳	۴	۴
C	۲	۳	۰	۱	۳/۵
D	۳/۵	۴	۱	۰	۶
E	۵/۵	۴	۳/۵	۶	۰

۴ (۴)

۳ (۳)

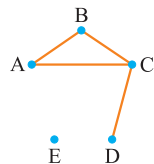
۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

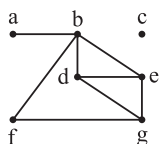
گام اول: هر روستا را یک رأس در نظر گرفته و هر دو رأس را به هم وصل می کنیم، هرگاه فاصله روستاهای نظیر آن ها کم تر یا مساوی ۳ کیلومتر باشد.



گام دوم: گراف را رسم می کنیم:

گام سوم: کافی است عدد احاطه گری گراف را به دست آوریم؛ رأس E تنها است، پس حتماً باید انتخاب شود. باقی رأس ها نیز با انتخاب رأس C پوشش داده می شوند، پس $\gamma(G) = 2$.

در گراف زیر، تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم و $\gamma(G)$ به ترتیب از چپ به راست برابر با کدام گزینه است؟ ۳۳



(۱) ۴ - ۳

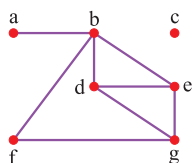
(۲) ۳ - ۵

(۳) ۵ - ۳

(۴) ۳ - ۴

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓



گام اول:

$$\left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil \leq \gamma(G) \Rightarrow \left\lceil \frac{7}{4 + 1} \right\rceil \leq \gamma(G) \Rightarrow 2 \leq \gamma(G)$$

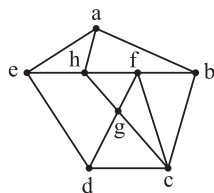
رأس c تنها است، پس حتماً باید در مجموعه احاطه‌گر مینیمم قرار داشته باشد. رأس b به رأس‌های a, d, e و متصل است، پس کافی است یکی از رأس‌های g یا f انتخاب شود تا با حداقل تعداد رأس (۳ رأس)، تمام رأس‌های گراف احاطه شوند، پس عدد احاطه‌گری برابر ۳ است.

$$\gamma(G) = 3$$

گام دوم: گراف دارای ۵ مجموعه احاطه‌گر مینیمم است.

$\{a, c, g\}$, $\{b, c, d\}$, $\{b, c, e\}$, $\{b, c, g\}$, $\{b, c, f\}$

۳۴ کدام گزینه یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال برای گراف زیر محسوب می‌شود؟



(۱) $\{e, f\}$

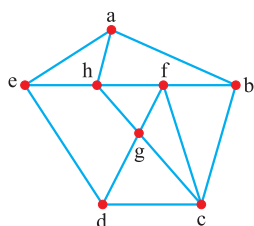
(۲) $\{a, c, e\}$

(۳) $\{b, d\}$

(۴) $\{d, f, g\}$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓



می‌دانیم مجموعه احاطه‌گر مینیمال، مجموعه‌ای است که با حذف هر یک از رأس‌هایش، دیگر احاطه‌گر نباشد.

حال به بررسی هر یک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه (۱): $\{e, f\}$ یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال است.

گزینه (۲): $\{a, c, e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است، ولی مینیمال نیست؛ زیرا با حذف رأس a ، همچنان احاطه‌گر باقی می‌ماند.

گزینه (۳): $\{b, d\}$ یک مجموعه احاطه‌گر نیست؛ زیرا رأس h احاطه نشده است.

گزینه (۴): $\{d, f, g\}$ یک مجموعه احاطه‌گر نیست؛ زیرا رأس a احاطه نشده است.

۳۵ در گراف G از مرتبه ۵ و اندازه q ، عدد احاطه‌گری یک واحد از اندازه کم‌تر است و رابطه $q^3 + 2q^2 - 15q = 0$ برقرار

است. کدام نتیجه‌گیری در مورد این گراف، درست است؟

- (۱) فاقد دور است.
(۲) دارای رأس تنها است.
(۳) دارای حداقل ۴ یال است.
(۴) دارای دو γ -مجموعه است.

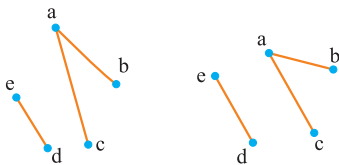
پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ گام اول:

$$q^3 + 2q^2 - 15q = 0 \Rightarrow q(q^2 + 2q - 15) = 0 \Rightarrow q(q + 5)(q - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} q = 0 \text{ (غ ق)} \\ q = -5 \text{ (غ ق)} \\ q = 3 \checkmark \end{cases}$$

گام دوم: عدد احاطه‌گری یک واحد از اندازه کم‌تر است، پس $\gamma(G) = 2$ است.

گام سوم: گراف G را می‌توان به دو صورت رسم کرد:



گام چهارم: هر دو گراف فاقد دور هستند.

۳۶ کدام گراف دارای مجموعه احاطه گر مینیمال غیر مینیمم است؟

P_3 (۴)

K_3 (۳)

P_2 (۲)

C_5 (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓

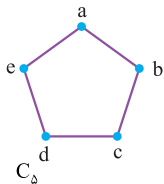
گراف C_n ، همان گراف ۲ - منتظم از مرتبه n است که فقط یک دور دارد.

گراف P_n ، از یک مسیر n رأسی تشکیل شده است.

گراف K_n ، گرافی است که هر رأس آن به تمام رأس‌های دیگر متصل است.

حال به بررسی هر یک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه (۱):



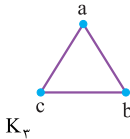
مجموعه $\{a, c\}$ یک مجموعه احاطه گر مینیمم است، پس مجموعه احاطه گر مینیمال غیر مینیمم در این گراف باید حداقل ۳ عضو داشته باشد که چنین مجموعه‌ای وجود ندارد.

گزینه (۲):



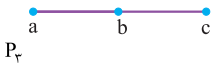
مجموعه $\{a\}$ یک مجموعه احاطه گر مینیمم است. مجموعه $\{a, b\}$ تنها مجموعه غیر مینیمم گراف است، اما مینیمال نیست؛ زیرا با حذف هر کدام از رأس‌های a و b ، همچنان احاطه گر است.

گزینه (۳):



مجموعه $\{a\}$ یک مجموعه احاطه گر مینیمم است و این گراف نیز مجموعه احاطه گر مینیمالی ندارد که غیر مینیمم باشد.

گزینه (۴):



مجموعه $\{b\}$ تنها مجموعه احاطه گر مینیمم این گراف و مجموعه $\{a, c\}$ تنها مجموعه احاطه گر مینیمال غیر مینیمم آن است.

۳۷ در گراف G_1 از مرتبه ۷ با حداکثر اندازه، عدد احاطه‌گری برابر ۲ است. در گراف G_2 از مرتبه ۵ و حداقل اندازه، عدد

احاطه‌گری برابر ۱ است. حاصل $\frac{\sum_{i=1}^7 |N_{G_1}(v_i)|}{\sum_{i=1}^5 |N_{G_2}(v_i)|}$ کدام است؟

۴ / ۵ (۲)

۵ / ۲۵ (۱)

۵ / ۵ (۴)

۴ / ۲۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

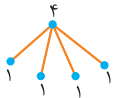
پاسخ تشریحی ✓ منظور از $\sum_{i=1}^n N_G(v_i)$ همان مجموع درجات رأس‌های گراف است.

گام اول: عدد احاطه‌گری گراف G_1 برابر ۲ است، پس گراف فاقد رأس درجه ۶ است. از طرفی گراف دارای حداکثر اندازه است، پس درجه تمام رأس‌ها را ۵ در نظر می‌گیریم؛ اما تعداد رأس‌های با درجه فرد باید زوج باشد، پس یکی از رأس‌ها را درجه ۴ و بقیه رأس‌ها را درجه ۵ در نظر می‌گیریم.

۵, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵, ۴

$$\sum_{i=1}^7 |N_{G_1}(v_i)| = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 4 = 34$$

گام دوم: عدد احاطه‌گری گراف G_2 با حداقل اندازه برابر ۱ است، پس گراف G_2 به صورت زیر است:



$$\sum_{i=1}^5 |N_{G_2}(v_i)| = 4 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$$

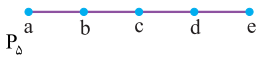
$$\frac{34}{8} = 4.25$$

گام سوم: حاصل $\frac{\sum_{i=1}^7 |N_{G_1}(v_i)|}{\sum_{i=1}^5 |N_{G_2}(v_i)|}$ برابر است با:

$$\frac{1}{2}(\mathcal{F}) \qquad \frac{1}{4}(\mathcal{F}) \qquad \frac{1}{6}(\mathcal{F}) \qquad \frac{1}{8}(\mathcal{F})$$

پاسخ: گزینہ ۳

پاسخ تشریحی ✓



گام اول: عدد احاطه‌گری گراف P_5 برابر $2 = \left\lceil \frac{5}{3} \right\rceil$ است.

گام دوم: می‌دانیم تمام مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم، مینیمال نیز هستند. مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم (احاطه‌گر مینیمال^۲ عضو)، عبارت‌اند از:

$$\{a, d\}, \{b, d\}, \{b, e\}$$

گام سوم: مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال^۳ عضو عبارت‌اند از:

 $\{a, c, e\}$

و می‌توان به سادگی دریافت که مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال حداکثر ۳ عضو دارند.

گام چهارم: در بین چهار مجموعه احاطه‌گر مینیمال، یک مجموعه غیرمینیمم است، پس به احتمال $\frac{1}{4}$ مجموعه احاطه‌گر مینیمال انتخابی، غیرمینیمم است.

گراف G فقط یک دور دارد که آن دور از تمامی رأس‌های گراف می‌گذرد. اگر مجموع مرتبه و اندازه این گراف ۱۲ باشد، تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر ۲ عضوی و ۴ عضوی این گراف، به ترتیب برابر کدام گزینه است؟

(۲) ۱۰ - ۴

(۱) ۱۰ - ۳

(۴) ۱۵ - ۴

(۳) ۱۵ - ۳

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

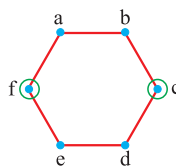
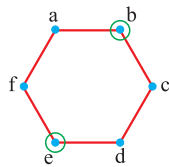
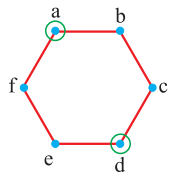
گام اول: گراف G فقط یک دور دارد که از تمام رأس‌ها می‌گذرد، پس گراف G همان گراف C_n است. گراف C_n نیز یک گراف ۲-منتظم از مرتبه n است، در نتیجه:

$$2p = 2q \Rightarrow p = q$$

$$p + q = 12 \xrightarrow{p=q} 2p = 12 \Rightarrow p = q = 6$$

پس گراف G ، یک گراف C_6 است.

گام دوم: در گراف C_6 تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر ۲ عضوی، برابر ۳ است.

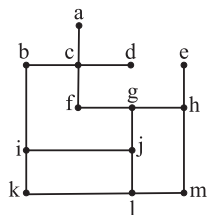


گام سوم: با انتخاب هر ۴ رأس، یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف تشکیل می‌شود، پس تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر ۴ عضوی گراف C_6 برابر ۱۵ است.

$$\binom{6}{4} = \binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

۴۰ حداکثر چند رأس می توان از مجموعه $\{a, b, d, e, g, i, l, m\}$ حذف کرد تا به یک مجموعه احاطه گر مینیمال برای

گراف زیر تبدیل شود؟



۱ (۱)

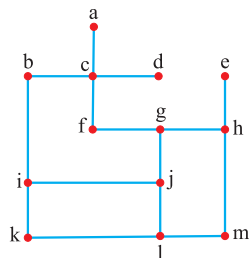
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓



گام اول: رأس های a, d, e و g را نمی توانیم از مجموعه داده شده حذف کنیم، زیرا در این صورت این مجموعه دیگر احاطه گر نیست.

گام دوم: از بین رأس های باقی مانده یعنی رأس های b, i, l و m می توانیم حداکثر رأس های $\{b, l\}$ یا $\{b, m\}$ یا $\{i, m\}$ را حذف کنیم تا مجموعه داده شده به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل شود.

۴۱ معادله مکان - زمان نوسانگری در SI به صورت $x = 0.04 \cos 5\pi t$ است. شتاب نوسانگر در لحظه $t = \frac{1}{6}$ s بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ ($\pi^2 = 10$)

(۲) $-5\sqrt{3} \text{ i}$

(۱) $5\sqrt{3} \text{ i}$

(۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ i}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ i}$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: مکان نوسانگر در لحظه $t = \frac{1}{6}$ s را به دست می آوریم:

$$x = 0.04 \cos 5\pi t \xrightarrow{t=\frac{1}{6} \text{ s}} x = 0.04 \cos \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = 0.04 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -0.02\sqrt{3} \text{ m}$$

گام دوم: با استفاده از معادله شتاب نوسانگر بر حسب مکان، شتاب آن را حساب می کنیم:

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow[\substack{\omega=5\pi \text{ rad/s} \\ x=-0.02\sqrt{3} \text{ m}}]{\omega=5\pi \text{ rad/s}} a = -(25\pi^2)(-0.02\sqrt{3}) \Rightarrow \vec{a} = (5\sqrt{3} \text{ m/s}^2)\vec{i}$$

۴۲ دامنه نوسان یک نوسانگر جرم - فنر، در حرکت هماهنگ ساده 10 cm و ثابت فنر آن 5 N/cm است. انرژی مکانیکی نوسانگر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک در نقطه بازگشتی چند ژول و چند برابر انرژی مکانیکی نوسانگر در نقطه تعادل است؟

- ۱، ۳ (۱) ۲، ۳ (۲) ۲، ۵ (۳) ۱، ۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ انرژی مکانیکی نوسانگر زمانی که نیروی اتلافی مثل اصطکاک نداریم، در تمام نقاط برابر است. مقادیر k و A را جای گذاری کرده و E را به دست می آوریم:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \xrightarrow[A=10 \text{ cm}=0.1 \text{ m}]{k=5 \text{ N/cm}=500 \text{ N/m}} E = \frac{1}{2}(500)(10^{-1})^2 = 2.5 \text{ J}$$

معادله شتاب - مکان نوسانگر وزنه - فنری روی سطح افقی در SI به صورت $a = -25\pi^2 x$ است. اگر ثابت فنر 2 N/cm و بیشینه انرژی جنبشی آن 10 mJ باشد، معادله مکان - زمان آن در SI کدام است؟

$$x = 0.01 \cos 5\pi t \quad (2)$$

$$x = 0.01 \cos 5\pi t \quad (1)$$

$$x = 0.01 \cos 10\pi t \quad (4)$$

$$x = 0.01 \cos 10\pi t \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: با استفاده از معادله شتاب - مکان نوسانگر، بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} a &= -25\pi^2 x \\ a &= -\omega^2 x \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega^2 = 25\pi^2 \Rightarrow \omega = 5\pi \text{ rad/s}$$

گام دوم: بیشینه انرژی جنبشی این نوسانگر برابر با انرژی مکانیکی آن است. به کمک معادله انرژی مکانیکی نوسانگر، دامنه حرکت را حساب می‌کنیم:

$$K_{\max} = E = \frac{1}{2} k A^2 \xrightarrow[k=2 \text{ N/cm}=200 \text{ N/m}]{E=10 \text{ mJ}=10^{-2} \text{ J}} 10^{-2} = \frac{1}{2} (200) (A^2)$$

$$\Rightarrow A^2 = 10^{-4} \text{ m} \Rightarrow A = 10^{-2} \text{ m}$$

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 0.01 \cos (5\pi t)$$

معادله حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر در SI به صورت $x = 10 \cos 10\pi t$ است. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر برابر با انرژی جنبشی آن است، تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

۴۴

$\frac{\sqrt{3}}{3} \pi$ (۴) $\sqrt{3} \pi$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2} \pi$ (۲) $\sqrt{2} \pi$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: رابطه بین بیشینه تندی و تندی در لحظه مورد نظر را پیدا می‌کنیم:

$$E = K + U \xrightarrow{K=U} E = 2K \xrightarrow{E=K_{\max}} \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = 2 \times \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow v_{\max}^2 = 2v^2 \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{2}v$$

گام دوم: ابتدا بیشینه تندی نوسانگر و سپس تندی در لحظه مورد نظر را به دست می‌آوریم:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow[A=10 \text{ m}]{\omega=10\pi \text{ rad/s}} v_{\max} = (10)(10\pi) = 100\pi \text{ m/s}$$

$$v_{\max} = \sqrt{2}v \Rightarrow 100\pi = \sqrt{2}v \Rightarrow v = \frac{100\pi}{\sqrt{2}} \text{ m/s}$$

۴۵ دو جسم A و B از دو فنر مشابه آویزان و ساکن هستند. دو جسم را به اندازه ۵ cm به سمت بالا می‌بریم و رها می‌کنیم. اگر در مدتی که جسم A مسافت ۱۵ cm را طی می‌کند، مسافت طی شده توسط جسم B برابر با ۱۷/۵ cm باشد، جرم جسم A چند برابر جرم جسم B است؟

(۴) $\frac{1}{9}$

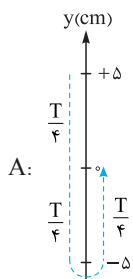
(۳) $\frac{100}{81}$

(۲) $\frac{9}{10}$

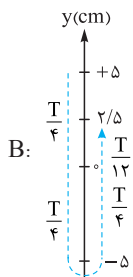
(۱) $\frac{81}{100}$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: دامنه نوسان هر دو نوسانگر ۵ cm است. زمان سپری شده را بر حسب دوره دو جسم محاسبه می‌کنیم و نسبت دوره آن‌ها را به دست می‌آوریم:



$$t_A = 3 \times \frac{T_A}{4} = \frac{3}{4} T_A$$



$$t_B = \frac{3T_B}{4} + \frac{T_B}{12} = \frac{5T_B}{6}$$

$$t_A = t_B \Rightarrow \frac{3}{4} T_A = \frac{5}{6} T_B \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{10}{9}$$

گام دوم: به کمک رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ، نسبت جرم دو جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow{k_A=k_B} \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{m_A}{m_B}}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{9} = \sqrt{\frac{m_A}{m_B}} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{100}{81}$$

۴۶ جرم نوسانگر هماهنگ ساده‌ای $g = 500$ و دامنه آن 4 cm است. اگر بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر $J = 4$ باشد، در یک بازه زمانی $\frac{\pi}{100}$ ثانیه‌ای، بیشینه مسافت طی شده توسط نوسانگر چند سانتی‌متر است؟

۴ (۴) $4\sqrt{2}$ (۳) $4(2 + \sqrt{2})$ (۲) $4(2 - \sqrt{2})$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: تندی بیشینه جسم را از انرژی جنبشی آن به دست می‌آوریم:

$$K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \quad \frac{K_{\max}=4 \text{ J}}{m=500 \text{ g}=0.5 \text{ kg}} \rightarrow 4 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)v_{\max}^2 \Rightarrow v_{\max} = 4 \text{ m/s}$$

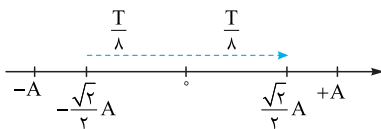
گام دوم: از بیشینه تندی، بسامد زاویه‌ای نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{\max} = A\omega \quad \frac{v_{\max}=4 \text{ m/s}}{A=4 \times 10^{-2} \text{ m}} \rightarrow 4 = 4 \times 10^{-2} \times \omega \Rightarrow \omega = 100 \text{ rad/s}$$

گام سوم: از بسامد زاویه‌ای، دوره تناوب را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 100 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{\pi}{50} \text{ s}$$

گام چهارم: چون بازه زمانی داده شده $\Delta t = \frac{\pi}{100} = \frac{T}{4} < \frac{T}{2}$ است، بیشینه مسافت طی شده در حالت زیر اتفاق می‌افتد:



$$\ell = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} A = \sqrt{2} A \xrightarrow{A=4 \text{ cm}} \ell = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

۴۷ اگر طول آونگ ساده‌ای ۳۶ درصد کاهش یابد، بسامد زاویه‌ای چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

(۲) ۲۵ درصد کاهش

(۱) ۲۵ درصد افزایش

(۴) ۲۰ درصد کاهش

(۳) ۲۰ درصد افزایش

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: نسبت دوره تناوب‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$L_2 = L_1 - \frac{36}{100} L_1 = \frac{64}{100} L_1 \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{64}{100}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{64}{100}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{8}{10}$$

گام دوم: نسبت بسامد زاویه‌ای دو حالت را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \Rightarrow \frac{8}{10} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{10}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\omega}{\omega_1} \times 100 = \%25$$

پس بسامد زاویه‌ای ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.

۴۸ طول تعدادی آونگ ساده که از ريسمان افقی کشيده‌ای آویزان هستند، در جدول زیر مشخص شده است. در یک بازهٔ زمانی، ريسمان افقی دستخوش نوسان‌هایی افقی با بسامد زاویه‌ای در گستردهٔ 2 rad/s تا 3 rad/s می‌شود. در این بازه، کدام آونگ‌ها به تشدید درمی‌آیند؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

نام آونگ	A	B	C	D	E	F
طول (cm)	۲۰	۴۰	۵۰	۷۰	۹۰	۱۰۰

۱) C و B و A ۲) E و F ۳) E و D ۴) هیچ کدام

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ تشریحی ✓

بسامد زاویه‌ای هر آونگ را به صورت جداگانه به دست می‌آوریم. هر آونگی که بسامد زاویه‌ای آن بین 2 rad/s تا 3 rad/s باشد، در اثر تشدید به نوسان درمی‌آید:

$$\omega_A = \sqrt{\frac{g}{L_A}} = \sqrt{\frac{10}{0.2}} = \sqrt{50} > 7 \text{ rad/s}$$

$$\omega_B = \sqrt{\frac{g}{L_B}} = \sqrt{\frac{10}{0.4}} = \sqrt{25} = 5 \text{ rad/s}$$

$$\omega_C = \sqrt{\frac{g}{L_C}} = \sqrt{\frac{10}{0.5}} = \sqrt{20} > 4 \text{ rad/s}$$

$$\omega_D = \sqrt{\frac{g}{L_D}} = \sqrt{\frac{10}{0.7}} = \sqrt{\frac{100}{7}} \approx \sqrt{14} > 3 \text{ rad/s}$$

$$\omega_E = \sqrt{\frac{g}{L_E}} = \sqrt{\frac{10}{0.9}} = \sqrt{\frac{100}{9}} \approx \sqrt{11} > 3 \text{ rad/s}$$

$$\omega_F = \sqrt{\frac{g}{L_F}} = \sqrt{\frac{10}{1}} = \sqrt{10} > 3 \text{ rad/s}$$

بنابراین هیچ‌کدام از آونگ‌ها به تشدید در نمی‌آید.

می‌توان کم‌ترین و بیشترین طول آونگی که به تشدید درمی‌آید را به دست آورد و با طول آونگ‌های داده‌شده مقایسه نمود.

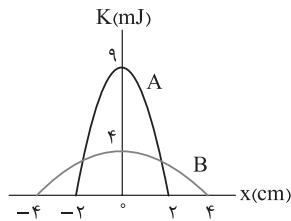
په‌چور دیگه ➔

$$\omega = 2 \text{ rad/s} \xrightarrow{\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}} 2 = \sqrt{\frac{10}{L}} \Rightarrow 4 = \frac{10}{L} \Rightarrow L = 2.5 \text{ m}$$

$$\omega = 3 \text{ rad/s} \Rightarrow 3 = \sqrt{\frac{10}{L}} \Rightarrow 9 = \frac{10}{L} \Rightarrow L = \frac{10}{9} \text{ m}$$

طول هیچ‌کدام از آونگ‌ها بین دو مقدار فوق قرار ندارد، پس هیچ‌کدام به تشدید در نمی‌آیند.

۴۹ نمودار انرژی جنبشی - مکان دو نوسانگر هماهنگ ساده A و B به شکل زیر است. اگر دوره تناوب B، دو برابر دوره تناوب A باشد، جرم نوسانگر A چند برابر جرم نوسانگر B است؟



$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{9}{4} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{4}{9} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: با توجه به نمودارهای داده شده برای دو نوسانگر A و B داریم $(K_{\max} = E)$:

$$E_A = 9 \text{ mJ}, A_A = 2 \text{ cm}$$

$$E_B = 4 \text{ mJ}, A_B = 4 \text{ cm}$$

گام دوم: با استفاده از نسبت دوره تناوبها، نسبت جرمها را محاسبه می کنیم:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} E = \frac{1}{2} m \times A^2 \times \frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$\Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \times \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{2}{4}\right)^2 \times 2^2 \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{1}{4} \times 4 \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{9}{4}$$

۵۰. معادله مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = 0.1 \cos(10\pi t)$ است. در لحظه t_1 متحرک از مکان $x_1 = 6 \text{ cm}$ در خلاف جهت محور x عبور می کند. چند ثانیه پس از این لحظه متحرک برای اولین بار به مکان $x_2 = -8 \text{ cm}$ می رسد؟

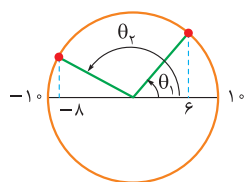
- (۱) ۰/۰۶ (۲) ۰/۰۳ (۳) ۰/۰۵ (۴) ۰/۰۴

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: به کمک معادله مکان - زمان داده شده، دامنه و دوره حرکت را مشخص می کنیم:

$$\begin{cases} x = A \cos \omega t \\ x = 0.1 \cos(10\pi t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm} \\ \omega = 10\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{5} \text{ s} \end{cases}$$

گام دوم: اگر نوسانگر در لحظه t_1 در مکان $x_1 = 6 \text{ cm}$ و در لحظه t_2 در مکان $x_2 = -8 \text{ cm}$ باشد، داریم:



$$x = A \cos \omega t = A \cos \theta \xrightarrow{\substack{x=6 \text{ cm} \\ A=10 \text{ cm}}} 6 = 10 \cos \theta_1$$

$$\Rightarrow \cos \theta_1 = 0.6 \xrightarrow{\substack{\text{حرکت خلاف} \\ \text{جهت محور}}} \theta_1 = 53^\circ$$

$$-8 = 10 \cos \theta_2 \Rightarrow \cos \theta_2 = -0.8 \xrightarrow{\text{اولین بار}} \theta_2 = 90^\circ + 53^\circ$$

گام سوم: از لحظه t_1 تا t_2 ، $\frac{1}{4}$ دوره می گذرد:

$$\theta_2 - \theta_1 = 90^\circ = \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\Delta\theta = \omega \Delta t} \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{T}{4} = \frac{1}{4} \text{ s} = 0.25 \text{ s}$$

گرچه در این سؤال $\cos \theta_1$ و $\cos \theta_2$ مقادیر آشنایی بوده و θ_1 و θ_2 را به دست آوردیم، در حالت کلی نیازی به محاسبه θ ها نیست، بلکه کافی است تشخیص دهیم که $\Delta\theta = 90^\circ$ است.

$$\cos \theta_1 = 0.6 \Rightarrow |\sin \theta_1| = \sqrt{1 - 0.6^2} = 0.8 \xrightarrow{0^\circ < \theta_1 < 90^\circ} \sin \theta_1 = 0.8$$

$$\xrightarrow{\cos(\theta + 90^\circ) = -\sin \theta} \cos(\theta_1 + 90^\circ) = -0.8$$

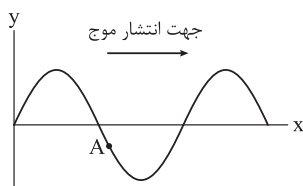
$$\cos \theta_2 = -0.8 \Rightarrow \cos \theta_2 = \cos(\theta_1 + 90^\circ) \xrightarrow{\substack{0^\circ < \theta_1 < 90^\circ \\ 0^\circ < \theta_2 < 180^\circ}} \theta_2 = \theta_1 + 90^\circ \Rightarrow \Delta\theta = 90^\circ$$



تصویر موج سینوسی عرضی منتشرشده در طنابی در یک لحظه، به شکل زیر است. بلافاصله بعد از این لحظه، جهت

۵۱

حرکت و نوع حرکت ذره A از طناب چگونه است؟



(۱) در جهت محور y ، تندشونده

(۲) در جهت محور y ، کندشونده

(۳) در خلاف جهت محور y ، تندشونده

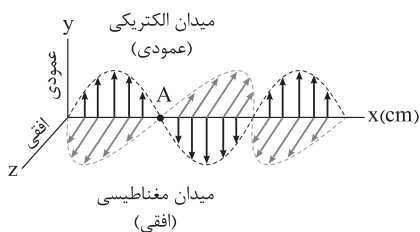
(۴) در خلاف جهت محور y ، کندشونده

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓

با توجه به جهت انتشار موج، ذره قبل از A در سمت چپ آن قرار دارد که ذره A می‌خواهد به وضعیت آن درآید؛ پس ذره A در جهت محور y حرکت می‌کند. از طرفی چون در مکان‌های منفی حضور دارد، در حال نزدیک‌شدن به مرکز نوسان خود بوده و حرکت تندشونده است.

۵۲ یک تصویر لحظه‌ای از موجی الکترومغناطیسی با بسامد ۶ GHz که در خلأ منتشر می‌شود، مطابق شکل است. به ترتیب، جهت انتشار موج و فاصله نقطه A از مبدأ بر حسب سانتی‌متر کدام است؟ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)



- (۱) در جهت محور X، ۵
- (۲) در خلاف جهت محور X، ۵
- (۳) در جهت محور X، ۲/۵
- (۴) در خلاف جهت محور X، ۲/۵

پاسخ: گزینه ۳

✓ پاسخ تشریحی

گام اول: با توجه به قاعده دست راست، جهت انتشار موج در جهت محور X است.
گام دوم: طول موج را به دست می‌آوریم. فاصله نقطه A از مبدأ برابر نصف طول موج است.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8}{6 \times 10^9} = \frac{1}{20} = 0.05 \text{ m} = 5 \text{ cm} \Rightarrow \frac{\lambda}{2} = 2.5 \text{ cm}$$

۵۳ در طنابی که چگالی خطی جرم آن 10 g/m است، موجی عرضی با بسامد 50 Hz و طول موج 100 cm منتشر شده است. نیروی کشش طناب چند نیوتون است؟

۳۵ (۴)

۳۰ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: تندی انتشار موج را محاسبه می کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = \lambda f \xrightarrow[\substack{\lambda = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m} \\ f = 50 \text{ Hz}}]{\substack{\lambda = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m} \\ f = 50 \text{ Hz}}} v = (1)(50) = 50 \text{ m/s}$$

گام دوم: نیروی کشش طناب از رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ محاسبه می شود:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow[\substack{\mu = 10 \text{ g/m} = 10^{-2} \text{ kg/m}}]{\substack{v = 50 \text{ m/s}}} 2500 = \frac{F}{0.01} \Rightarrow F = 25 \text{ N}$$

۵۴ جرم دو تار هم جنس A و B یکسان، تندی انتشار موج در آنها با هم برابر و قطر مقطع تار B، ۲ برابر قطر مقطع تار A است. نیروی کشش تار A چند برابر نیروی کشش تار B است؟

$\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ رابطه تندی را به صورت نسبتی برای دو تار A و B می نویسیم:

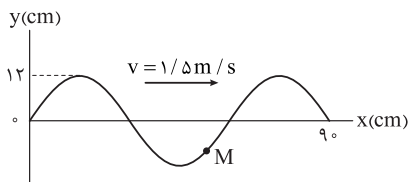
$$v = \frac{v}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}} \xrightarrow[\frac{v_A = v_B}{\rho_A = \rho_B}]{\quad} 1 = \frac{D_B}{D_A} \times \frac{\sqrt{F_A}}{\sqrt{F_B}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{F_A}{F_B}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{1}{4}$$

٤٠ (١)

$$\Delta \times 10^{-7} = \Delta x \left(\frac{1}{r_{\circ\circ}} - \frac{1}{r_{\circ\circ}} \right) = \Delta x \times \left(\frac{3}{r_{\circ\circ}} - \frac{1}{r_{\circ\circ}} \right) = \Delta x \times \frac{1}{1_{\circ\circ}} \Rightarrow \Delta x = \circ / \Delta \text{ m} = \Delta \circ \text{ cm} \Rightarrow \mathbf{d} = \Delta \circ$$

۵۶ شکل زیر، یک موج سینوسی را در لحظه $t = 0$ s نشان می‌دهد. تندی متوسط نقطه M از طناب، از لحظه $t_1 = 0/25$ s تا لحظه $t_2 = 0/85$ s چند متر بر ثانیه است؟



- ۰/۴۸ (۱)
- ۰/۷۲ (۲)
- ۰/۹۶ (۳)
- ۱/۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: با توجه به نمودار داده شده، طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3}{2}\lambda = 90 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 60 \text{ cm} = 0/6 \text{ m}$$

دوره حرکت را نیز محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0/6}{1/5} = 0/4 \text{ s}$$

گام دوم: در بازه زمانی t_1 تا t_2 نوسانگر $\frac{3}{4}$ نوسان انجام می‌دهد، زیرا:

$$N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{0/85 - 0/25}{0/4} = \frac{0/6}{0/4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{2}T$$

می‌دانیم مسافت طی شده در هر $\frac{T}{2}$ ، برابر دامنه است، پس:

$$\ell = 3 \times 2A \xrightarrow{A=12 \text{ cm}} \ell = 3(2 \times 12) = 72 \text{ cm}$$

گام سوم: تندی متوسط نقطه M از طناب را در بازه زمانی t_1 تا t_2 پیدا می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{\ell}{t_2 - t_1} = \frac{72}{0/85 - 0/25} = \frac{72}{0/6} = 120 \text{ cm/s} = 1/2 \text{ m/s}$$

۵۷ شنونده‌ای در فاصله ۴ متری از یک چشمه صوتی قرار دارد. اگر تراز شدت صوت دریافتی ۸۴ dB باشد، توان چشمه چند میلی‌وات است؟ ($\pi = 3$ ، $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ ، $\log 2 = 0.3$ و اتلاف ناچیز است).

- ۲۱ (۴) ۹۶ (۳) ۴۸ (۲) ۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: شدت صوت را به دست می‌آوریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 84 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 8.4 = 9 - 0.6 = 9 - 2 \times 0.3 = \log 10^9 - \log 2^2 = \log \frac{10^9}{4}$$

$$\Rightarrow I = 10^{-12} \times \frac{10^9}{4} = \frac{1}{4} \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

گام دوم: توان چشمه را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{P_{av}}{A} = \frac{P_{av}}{4\pi r^2} \Rightarrow P_{av} = \left(\frac{1}{4} \times 10^{-3}\right) \times (4 \times 3 \times 4^2) = 48 \times 10^{-3} \text{ W} = 48 \text{ mW}$$

یک چشمه صوتی، امواج صوتی را به طور یکنواخت و کروی در تمام جهات منتشر می کند. اگر انرژی ای که در مدت ۳۰ ثانیه به سطح دهانه یک میکروفون واقع در فاصله ۴ متری از چشمه می رسد، برابر ۶۰ نانوزول و توان چشمه $W = 8\pi \times 10^{-5}$ باشد، مساحت سطح دهانه میکروفون چند سانتی متر مربع است؟ (از جذب و بازتاب امواج صوتی در محیط صرف نظر شود و دهانه میکروفون عمود بر راستای انتشار موج قرار دارد.)

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

۳/۲ (۲)

۱/۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: شدت صوت حاصل از چشمه را در فاصله ۴ متری از چشمه محاسبه می کنیم:

$$I = \frac{P_{av}}{A} = \frac{P_{av}}{4\pi r^2} \Rightarrow I = \frac{8\pi \times 10^{-5}}{4\pi \times 4^2} = 1/25 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

گام دوم: مساحت سطح دهانه میکروفون را به دست می آوریم:

$$I = \frac{E}{A\Delta t} \Rightarrow A = \frac{E}{I\Delta t}$$

$$\Rightarrow A = \frac{60 \times 10^{-9}}{1/25 \times 10^{-6} \times 30} = \frac{2 \times 10^{-3}}{1/25} = \frac{16 \times 10^{-3}}{10} \text{ m}^2 = 16 \text{ cm}^2$$

۵۹ شنونده‌ای ابتدا در فاصله‌ای از یک چشمه صوتی قرار دارد که تراز شدت صوت دریافتی ۶۰ dB است. اگر فاصله شنونده از چشمه ۷۵٪ کاهش یابد، تراز شدت صوت دریافتی در حالت دوم چند دسی‌بل خواهد بود؟ ($\log 2 = 0.3$)

۷۸ (۴)

۷۲ (۳)

۶۸ (۲)

۶۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول: نسبت شدت صوت در حالت دوم به حالت اول را حساب می‌کنیم: پاسخ تشریحی ✓

$$I = \frac{P_{av}}{A} = \frac{P_{av}}{4\pi r^2} \Rightarrow I \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{I_r}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 = \left(\frac{1}{0.75}\right)^2 = 1.78$$

گام دوم: رابطه تغییر تراز شدت صوت را می‌نویسیم و تراز شدت صوت در حالت دوم را به دست می‌آوریم:

$$\Delta\beta = 10 \log\left(\frac{I_r}{I_1}\right)$$

$$\Delta\beta = 10 \log(1.78) = 10 \log 2^{\frac{1}{2}} = 10 \times 0.3 = 3 \text{ dB}$$

$$\beta_r - \beta_1 = 3 \Rightarrow \beta_r - 60 = 3 \Rightarrow \beta_r = 63 \text{ dB}$$

۶۰. یک چشمه موج الکترومغناطیسی در حال دور شدن از یک آشکارساز ساکن است. اگر طول موج تولیدشده توسط چشمه برابر λ و طول موج دریافتی آشکارساز برابر λ' باشد، کدام یک از موارد زیر درست است؟

- (۱) $\lambda' > \lambda$ و بسامد دریافتی کاهش می‌یابد.
- (۲) $\lambda' > \lambda$ و بسامد دریافتی کاهش می‌یابد.
- (۳) $\lambda' > \lambda$ و بسامد دریافتی افزایش می‌یابد.
- (۴) $\lambda' > \lambda$ و بسامد دریافتی افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ چون چشمه در حال دور شدن است، $\lambda' > \lambda$ است و بسامد دریافتی کاهش می‌یابد.

۶۱ دو جسم خنثی و نارسانای A و B را به یکدیگر مالش می‌دهیم. اگر در حین مالش 5×10^{12} الکترون از یک جسم به دیگری منتقل شده باشد، با توجه به سری الکتریسیته مالشی شکل زیر، بار الکتریکی جسم B بعد از مالش به چند کولن می‌رسد؟ (C) $e = 1.6 \times 10^{-19}$

انتهای مثبت سری
A
B
C
انتهای منفی سری

(۱) 8×10^{-7}

(۲) -8×10^{-7}

(۳) 4×10^{-7}

(۴) -4×10^{-7}

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: اندازه بار الکتریکی جسم B را محاسبه می‌کنیم:

$$|q| = ne = 5 \times 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19} = 8 \times 10^{-7} \text{ C}$$

گام دوم: چون جسم B نسبت به جسم A به انتهای سری منفی نزدیک‌تر است، الکترون می‌گیرد و بار آن منفی می‌شود.

$$q_B = -8 \times 10^{-7} \text{ C}$$

۶۲ در شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2 = 2 \mu C$ در فاصله 20 cm از یکدیگر ثابت شده‌اند. اگر نیروی

الکتریکی که بار q_1 به q_2 وارد می‌کند، $\vec{F} = (-9\text{N})\vec{i}$ باشد، بار q_1 چند میکروکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: داده‌ها را در رابطه کولن جای گذاری می‌کنیم:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow 9 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1| \times 2 \times 10^{-6}}{(0.2)^2}$$

$$\Rightarrow |q_1| = 20 \times 10^{-6} \text{ C} = 20 \mu C$$

گام دوم: با توجه به جهت نیروی وارد بر q_2 ، نیروی بین بارها رپایشی است، پس بارها ناهمنام هستند و در نتیجه q_1 منفی است:

$$q_1 = -20 \mu C$$

بار الکتریکی نقطه‌ای q در فاصله معینی از بار الکتریکی نقطه‌ای Q قرار دارد. با دو برابر کردن مقدار بارهای q و Q و همچنین نصف شدن فاصله بین آن‌ها، به ترتیب از راست به چپ، اندازه نیروی الکتریکی وارد بر بار q از طرف بار دیگر و اندازه میدان الکتریکی در محل بار q ، چند برابر می‌شود؟

۸، ۴ (۴)

۸، ۱۶ (۳)

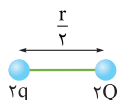
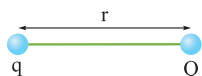
۴، ۴ (۲)

۴، ۱۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: با توجه به شکل، رابطه $F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ را به صورت نسبتی می‌نویسیم:



$$\frac{F'}{F} = \left| \frac{q'_1}{q_1} \right| \times \left| \frac{q'_2}{q_2} \right| \times \frac{r^2}{r'^2} = \frac{2q}{q} \times \frac{2Q}{Q} \times \frac{r^2}{\frac{1}{4}r^2} = 16 \Rightarrow F' = 16F$$

گام دوم: به کمک رابطه نسبتی $E = \frac{k|q|}{r^2}$ ، میدان الکتریکی را در محل بار q به دست می‌آوریم:

$$\frac{E'}{E} = \left| \frac{q'}{q} \right| \times \frac{r^2}{r'^2} = \frac{2Q}{Q} \times \frac{r^2}{\frac{1}{4}r^2} = 8 \Rightarrow E' = 8E$$

۶۴ دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2 = -16q_1$ در فاصله ۱۲ سانتی‌متری از یکدیگر قرار دارند. میدان الکتریکی خالص در چند سانتی‌متری از بار q_2 برابر صفر است؟

۴ (۴)

۱۶ (۳)

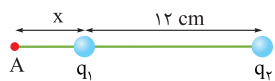
۸ (۲)

۳۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ میدان الکتریکی خالص حاصل از دو بار غیرهمنام در نقطه‌ای خارج دو بار، روی خط گذرنده از دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر صفر می‌شود.

میدان‌های الکتریکی بارهای نقطه‌ای q_1 و q_2 را در نقطه A با هم برابر قرار می‌دهیم:



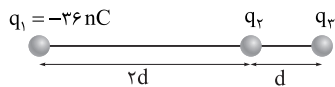
$$E_1 = E_2 \Rightarrow k \frac{|q_1|}{r_1^2} = k \frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{16q_1}{(12+x)^2} \Rightarrow \frac{(12+x)^2}{x^2} = 16$$

$$\Rightarrow \frac{12+x}{x} = 4 \Rightarrow 4x = 12+x \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4 \text{ cm}$$

در نتیجه، فاصله از بار q_2 برابر است با:

$$r_2 = x + 12 \xrightarrow{x=4 \text{ cm}} r_2 = 4 + 12 = 16 \text{ cm}$$

۶۵ در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی خط راستی قرار دارند. با ۲ برابر شدن بار q_3 ، اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 تغییر نمی‌کند. q_3 چند نانوکولن است؟



(۱) +۲

(۲) +۶

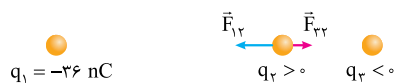
(۳) -۲

(۴) -۶

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓

از آن جایی که با دو برابر شدن مقدار بار q_3 ، بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 تغییری نکرده، حتماً جهت نیرو تغییر کرده است، یعنی در حالت اول نیروی حاصل از بار q_1 بزرگ‌تر بوده و در حالت دوم نیروی حاصل از بار q_3 از طرفی برای این که جهت نیروی خالص در حالت دوم برعکس جهت نیرو در حالت اول باشد، باید نیروهای حاصل از بارها خلاف جهت هم باشند، پس $q_3 < 0$ است و داریم (در شکل‌های زیر بار q_3 را مثبت گرفته‌ایم):

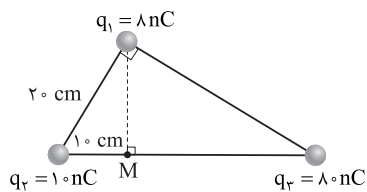


$$F_{12} - F_{23} = F'_{23} - F_{12} \Rightarrow k \frac{|q_1 q_2|}{4d^2} - k \frac{|q_2 q_3|}{d^2} = k \frac{|q'_2 q_3|}{d^2} - k \frac{|q_1 q_2|}{4d^2}$$

$$\xrightarrow{\div \frac{k|q_2|}{d^2}} \frac{36 \times 10^{-9}}{4} - |q_3| = |2q_3| - \frac{36 \times 10^{-9}}{4} \Rightarrow |3q_3| = \frac{72 \times 10^{-9}}{4}$$

$$\Rightarrow |q_3| = 6 \times 10^{-9} \text{ C} \xrightarrow{q_3 < 0} q_3 = -6 \text{ nC}$$

۶۶ مطابق شکل زیر، سه بار نقطه‌ای روی رأس‌های یک مثلث قائم‌الزاویه قرار دارند. در نقطه M بزرگی میدان الکتریکی



خالص چند ولت بر متر است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

(۱) ۳۶۰۰

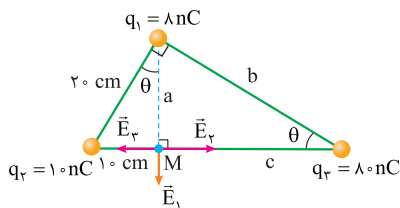
(۲) ۳۰۰۰

(۳) ۲۵۰۰

(۴) ۲۶۰۰

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: مطابق شکل زیر، میدان الکتریکی بارهای نقطه‌ای را در نقطه M رسم می‌کنیم:



در مثلث قائم‌الزاویه سمت چپ داریم:

$$20^2 = 10^2 + a^2 \Rightarrow a^2 = 300$$

در مثلث قائم‌الزاویه سمت چپ ضلع روبه‌روی θ نصف وتر است، پس $\theta = 30^\circ$ است؛ در نتیجه در مثلث سمت راست هم $\theta = 30^\circ$ است، پس:

$$a = \frac{b}{2} \Rightarrow b^2 = 4a^2 = 1200$$

$$a^2 + c^2 = b^2 \Rightarrow c^2 = 1200 - 300 = 900$$

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-9}}{300 \times 10^{-4}} = 2400 \text{ N/C} \\ E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 1 \times 10^{-9}}{100 \times 10^{-4}} = 9000 \text{ N/C} \\ E_3 = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-9}}{900 \times 10^{-4}} = 8000 \text{ N/C} \end{cases}$$

گام دوم: اندازه مؤلفه‌های میدان را در راستای x و y به دست می‌آوریم و اندازه میدان خالص را حساب می‌کنیم:

$$|E_x| = E_2 - E_3 = 9000 - 8000 = 1000 \text{ N/C}$$

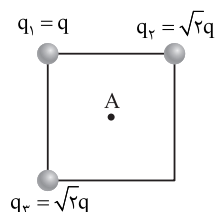
$$|E_y| = E_1 = 2400 \text{ N/C}$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{1000^2 + 2400^2} = \sqrt{(5 \times 200)^2 + (12 \times 200)^2} = 13 \times 200 = 2600 \text{ N/C} = 2600 \text{ V/m}$$

در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی سه رأس یک مربع به ضلع 10 cm قرار دارند. اگر اندازه میدان الکتریکی

۶۷

خالص در مرکز مربع (نقطه A) برابر $3/6 \times 10^3 \text{ N/C}$ باشد، اندازه بار q_1 چند نانوکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



۱ (۱)

۱۰ (۲)

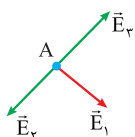
۲ (۳)

۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: میدان‌های حاصل از هر ذره را در نقطه A رسم می‌کنیم (q را مثبت فرض کرده‌ایم):



$\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند، پس برابری آن‌ها صفر می‌شود و تنها $\vec{E}_1$ باقی می‌ماند.

گام دوم: میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 را در نقطه A برحسب q می‌نویسیم و q را به دست می‌آوریم:

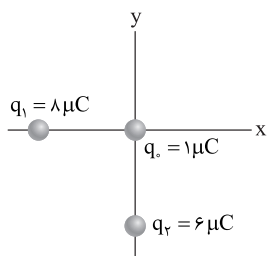
$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times q' \times 10^{-9}}{(5\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 0.18 q' \times 10^4 \text{ N/C} = 1800 q' \text{ N/C}$$

$$E_A = 1800 q' = 3600 \Rightarrow q' = 2 \Rightarrow q = 2 \text{ nC}$$

تذکر: در محاسبات بالا، نانو (10^{-9}) را از درون q بیرون کشیدیم و لذا اسم آن را q' گذاشتیم ($q = q' \times 10^{-9}$).

۶۸ در شکل زیر بار الکتریکی نقطه‌ای q در مبدأ مختصات و بارهای الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله 10 cm از آن ثابت شده‌اند. بار الکتریکی q_3 را در فاصله 20 cm از مبدأ قرار می‌دهیم تا نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q ،

برابر صفر شود. اندازه بار q_3 برابر چند میکروکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2})$



۴۰ (۱)

۴ (۲)

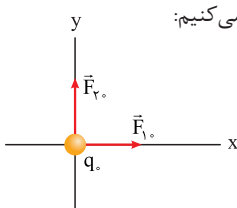
۶۰ (۳)

۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: ابتدا نیروی الکتریکی وارد بر بار q از طرف بارهای نقطه‌ای q_1 و q_2 را رسم و محاسبه می‌کنیم:



$$F_{1x} = \frac{k |q_1| |q_2|}{r_{12}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(10 \times 10^{-2})^2} = 7/2 \text{ N}$$

$$F_{2y} = \frac{k |q_2| |q_3|}{r_{23}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(10 \times 10^{-2})^2} = 5/4 \text{ N}$$

گام دوم: برابند نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ را به دست می‌آوریم:

$$F_T = \sqrt{F_{1x}^2 + F_{2y}^2} = \sqrt{7/2^2 + 5/4^2} = \sqrt{(4 \times 1/8)^2 + (3 \times 1/8)^2} = 5 \times 1/8 = 9 \text{ N}$$

گام سوم: برای این که نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q صفر شود، باید بار q_3 نیرویی هم‌اندازه و خلاف جهت $\vec{F}_T$ به q وارد کند، یعنی:

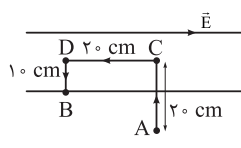
$$F_T = F_{r3} = \frac{k |q_3| |q_2|}{r_{23}^2} \Rightarrow 9 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_3| \times 1 \times 10^{-6}}{(20 \times 10^{-2})^2}$$

$$|q_3| = \frac{9 \times 4 \times 10^{-2}}{9 \times 10^3} = 4 \times 10^{-5} = 40 \mu\text{C}$$

q_3 می‌تواند مثبت یا منفی باشد. در شکل بالا اگر $q_3 > 0$ باشد، در ربع اول و اگر $q_3 < 0$ باشد، در ربع سوم خواهد بود.

نکته

۶۹ در شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواخت $E = 4 \times 10^5 \text{ N/C}$ ، بار نقطه‌ای $q = -7/5 \mu\text{C}$ از طریق مسیر نشان داده شده از A به B منتقل می‌شود. در این انتقال انرژی پتانسیل الکتریکی چند میلی‌ژول و چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) $300\sqrt{5}$ ، افزایش

(۲) 600 ، افزایش

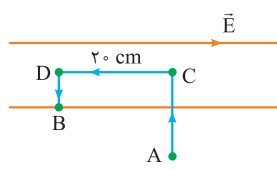
(۳) $300\sqrt{5}$ ، کاهش

(۴) 600 ، کاهش

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓

طبق شکل زیر، مسیرهای AC و DB بر خطوط میدان الکتریکی عمود هستند، در نتیجه انرژی پتانسیل الکتریکی بار در این مسیرها تغییری نمی‌کند و فقط در مسیر CD انرژی پتانسیل بار تغییر می‌کند. انرژی پتانسیل الکتریکی بار منفی با حرکت در خلاف جهت میدان کاهش پیدا می‌کند، چون نیروی الکتریکی و جابه‌جایی هم‌جهت خواهد بود.



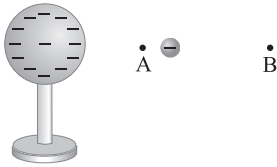
$$\Delta U = -|q| E d \cos \theta$$

$$\Delta U_{AB} = \Delta U_{CD} \xrightarrow{\theta=0 \rightarrow \cos \theta=1} \Delta U_{AB} = -|-7/5| \times 10^{-6} \times 4 \times 10^5 \times 0.2 \times 1$$

$$\Delta U_{AB} = -0.6 \text{ J} = -600 \text{ mJ}$$

۷۰ در شکل زیر، ذره با بار منفی را از کرهٔ باردار که روی پایهٔ عایقی قرار دارد، دور می‌کنیم و از نقطهٔ A در نقطهٔ B قرار می‌دهیم. در طی این انتقال، کدام یک از موارد زیر اتفاق می‌افتد؟

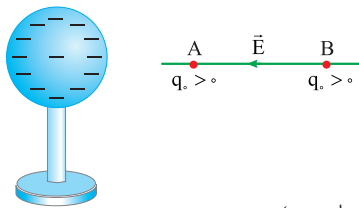
- الف) انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.
ب) کار میدان الکتریکی روی ذره، منفی است.
پ) پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.



- ۱) الف
۲) الف و ب
۳) پ
۴) ب و پ

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ تشریحی ✓ ابتدا جهت میدان الکتریکی حاصل از کرهٔ باردار را در نقاط A و B با قراردادن بار آزمون ($q_0 > 0$) مشخص می‌کنیم:



- با حرکت در جهت میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. (درستی عبارت پ)
- با توجه به این که بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شده، انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش یافته است. (نادرستی عبارت الف)
- طبق رابطهٔ $\Delta U_E = -W_E$ و با توجه به این که انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش یافته ($\Delta U_E < 0$)، کار میدان الکتریکی روی ذره، مثبت است. (نادرستی عبارت ب)

۷۱ ذره‌ای با بار $q = -40 \mu\text{C}$ در یک میدان الکتریکی از نقطه A به نقطه B منتقل می‌شود. اگر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در طی این جابه‌جایی 4 mJ افزایش یابد و پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر 100 V باشد، پتانسیل نقطه B برابر

چند ولت است؟

۲۰۰ (۴)

-۲۰۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

صفر (۱)

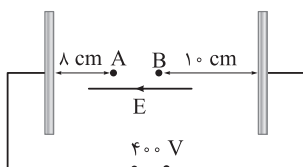
پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ از رابطه پتانسیل الکتریکی داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta V = \frac{4 \times 10^{-3}}{-40 \times 10^{-6}} = -100 \text{ V}$$

$$\Delta V = V_B - V_A \Rightarrow -100 = V_B - 100 \Rightarrow V_B = 0 \text{ V}$$

۷۲ در شکل زیر، دو صفحه رسانای موازی بزرگ به اختلاف پتانسیل 400 V وصل هستند. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه B برابر 120 V و فاصله بین صفحات 24 cm باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر چند ولت است؟



(۱) 100

(۲) -100

(۳) 20

(۴) -20

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: میدان الکتریکی بین دو صفحه رسانای بزرگ در نقاط دور از لبه‌ها، یکنواخت و در نتیجه یکسان است، پس:

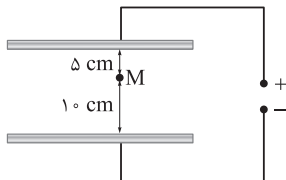
$$E = \frac{|\Delta V_{\text{کل}}|}{d} = \frac{|\Delta V_{AB}|}{AB} \Rightarrow \frac{400}{24} = \frac{|V_B - V_A|}{24 - 18}$$

$$\Rightarrow |V_B - V_A| = \frac{400 \times 6}{24} = 100\text{ V}$$

گام دوم: اگر از A به B برویم، در خلاف جهت میدان حرکت می‌کنیم، پس تغییرات پتانسیل مثبت است، یعنی:

$$V_B - V_A > 0 \Rightarrow V_B - V_A = 100 \Rightarrow 120 - V_A = 100 \Rightarrow V_A = 20\text{ V}$$

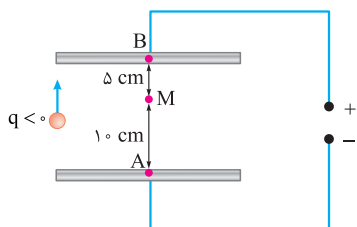
در شکل زیر، دو صفحه رسانای موازی بزرگ به اختلاف پتانسیل الکتریکی 24 V وصل هستند. اگر ذره‌ای به جرم $80 \mu\text{g}$ و بار الکتریکی $q = -5 \text{ nC}$ را در نقطه M رها کنیم، ذره به کدام صفحه و با تندی چند متر بر ثانیه برخورد می‌کند؟ (از اثر وزن و مقاومت هوا صرف نظر کنید.)



- (۱) صفحه بالایی، ۱
- (۲) صفحه بالایی، ۲
- (۳) صفحه پایینی، ۱
- (۴) صفحه پایینی، ۲

پاسخ: گزینه ۱

گام اول: مطابق شکل چون بار صفحه بالایی مثبت است، پس از رها کردن، ذره باردار منفی به سمت بالا حرکت می‌کند. پاسخ تشریحی ✓



می‌دانیم میدان الکتریکی بین دو صفحه دور از لبه‌ها یکنواخت است، پس:

$$E = \frac{|\Delta V_{\text{کل}}|}{d} = \frac{|\Delta V_{BM}|}{BM} \Rightarrow \frac{24}{15} = \frac{|\Delta V_{BM}|}{5} \Rightarrow |\Delta V_{BM}| = 8 \text{ V}$$

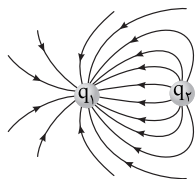
گام دوم: با چشم‌پوشی از اثر وزن (انرژی پتانسیل گرانشی) و مقاومت هوا، به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$|\Delta U_E| = |\Delta K| \Rightarrow |q\Delta V| = \left| \frac{1}{2} m(v^2 - v_0^2) \right|$$

$$|q\Delta V_{BM}| = \left| \frac{1}{2} m v_B^2 \right|$$

$$5 \times 10^{-9} \times 8 = \frac{1}{2} \times 80 \times 10^{-6} \times v_B^2 \Rightarrow v_B = 1 \text{ m/s}$$

۷۴ دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله معینی از هم قرار دارند. اگر خطوط میدان الکتریکی در اطراف این دو بار نقطه‌ای به صورت شکل زیر باشند، کدام گزینه درست است؟



(۱) $|q_1| > |q_2|, q_2 < 0, q_1 > 0$

(۲) $|q_1| < |q_2|, q_2 > 0, q_1 < 0$

(۳) $|q_1| < |q_2|, q_2 < 0, q_1 > 0$

(۴) $|q_1| > |q_2|, q_2 > 0, q_1 < 0$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ خطوط میدان الکتریکی از بارهای مثبت شروع و به بارهای منفی ختم می‌شوند، پس $q_1 < 0$ و $q_2 > 0$. از طرفی تراکم خطوط نشان‌دهنده بزرگی میدان است، پس $|q_1| > |q_2|$.

۷۵ چگالی سطحی بار الکتریکی یک کره فلزی با بار مثبت برابر $5 \mu\text{C}/\text{cm}^2$ است. این کره باید $1/5 \times 10^{17}$ الکترون دریافت کند تا از نظر الکتریکی خنثی شود. شعاع کره برحسب سانتی متر برابر کدام گزینه است؟

$$(\pi = 3 \text{ و } e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

۴۰ (۴)

۲۰ (۳)

۳۰ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: کره برای خنثی شدن 3×10^{17} الکترون دریافت می کند، پس بار فعلی کره برابر است با:

$$Q = ne = 1/5 \times 10^{17} \times 1/6 \times 10^{-19} \text{ C} = 24 \times 10^{-3} \text{ C}$$

گام دوم: به کمک رابطه چگالی سطحی بار، مساحت سطحی که بار روی آن قرار گرفته را حساب می کنیم:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow A = \frac{Q}{\sigma} = \frac{24 \times 10^{-3} \text{ C}}{5 \times 10^{-6} \text{ C/cm}^2} = 4800 \text{ cm}^2$$

$$A = 4\pi r^2 \Rightarrow 4800 = 4 \times 3 \times r^2 \Rightarrow r^2 = 400 \Rightarrow r = 20 \text{ cm}$$

کدام مورد نادرست است؟ **۷۶**

- (۱) سرخ‌فام‌بودن خاک رس مربوط به یکی از اکسیدهای آهن است.
- (۲) عمر طولانی آثار به‌جای‌مانده از گذشتگان، تأییدی بر واکنش‌پذیری و استحکام زیاد مواد اولیه آنها است.
- (۳) در برخی خاک‌های رس علاوه بر مخلوطی از اکسیدها، موادی با ارزش اقتصادی بالا وجود دارد.
- (۴) هنگام پختن سفالینه‌های تهیه‌شده از خاک رس، مقدار زیادی از جرم یک ترکیب مولکولی کاسته می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲

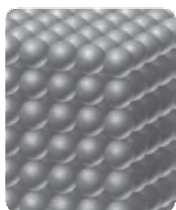
پاسخ تشریحی ✓

اگر مواد اولیه، واکنش‌پذیری بالایی داشته باشند، اثر ساخته‌شده از آنها زود از بین می‌رود. در نتیجه واکنش‌پذیری زیاد جزء ویژگی‌های مواد اولیه این آثار نیست.

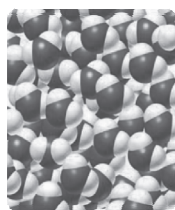
بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه (۱): سرخ‌فام‌بودن خاک رس به خاطر وجود Fe_2O_3 در آن است.
- گزینه (۳): در برخی انواع خاک رس، فلز طلا وجود دارد که ارزش اقتصادی بالایی دارد.
- گزینه (۴): هنگام پختن سفالینه‌های تهیه‌شده از خاک رس، H_2O موجود در آن تبخیر می‌شود که یک ترکیب مولکولی است.

۷۷ به ترتیب از راست به چپ، ساختار ذره‌ای چه تعداد از مواد داده‌شده در حالت خالص و جامد مشابه شکل‌های (I) و (II) است؟ «HCl و Au و (گرافیت، C) و CO_2 و SiO_2 و KCl و Na_2S »



(I)



(II)

(۱) ۳ - ۲

(۲) ۲ - ۲

(۳) ۲ - ۱

(۴) ۱ - ۲

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓ شکل‌های (I) و (II) به ترتیب مربوط به مواد فلزی و مولکولی‌اند.

(I) ← Au

(II) ← HCl , CO_2

دقت کنید که Na_2S و KCl جزء جامدهای یونی و SiO_2 و گرافیت جزء جامدهای کووالانسی هستند و ساختار ذره‌ای آن‌ها مشابه هیچ‌یک از الگوهای داده‌شده نیست.

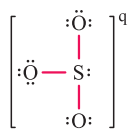
فرمول ساختاری یون سولفیت به صورت زیر است. اگر در این یون همه اتم‌ها از قاعده هشتایی پیروی کنند، به تقریب چند درصد جرم پتاسیم سولفیت را اکسیژن تشکیل می‌دهد؟ ($O = ۱۶, S = ۳۲, K = ۳۹ : g.mol^{-1}$)



پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓

برای محاسبه درصد جرمی اکسیژن در پتاسیم سولفیت، به فرمول ترکیب نیاز داریم، پس ابتدا باید با پیدا کردن q ، فرمول یون سولفیت را پیدا کنیم:



$$q = (4 \times 6) - 26 = -2$$

مجموع الکترون‌های
پیوندی و ناپیوندی

مجموع الکترون‌های
طرفیتی O و S

پس فرمول یون سولفیت SO_3^{2-} است.

$$K_2SO_3 \Rightarrow \text{جرم مولی} = (3 \times 16) + (32) + (2 \times 39) = 158 g.mol^{-1}$$

$$K_2SO_3 \text{ در } O \text{ درصد جرمی} = \frac{48}{158} \times 100 \approx 30\%$$

جدول زیر درصد جرمی اولیه و نهایی مواد سازنده یک نمونه رس را نشان می‌دهد. تفاوت مقادیرهای a و b به تقریب کدام است و اگر جرم نمونه اولیه ۱۳۵ گرم باشد، در نمونه نهایی چند مول سیلیس وجود دارد؟
($O = ۱۶, Si = ۲۸ : g.mol^{-1}$)

SiO _۲	Al _۲ O _۳	H _۲ O	جزء
b	a	۳۰	درصد جرمی اولیه
۴۰	۳۰	۱۰	درصد جرمی ثانویه

۴) ۶ و ۷/۰

۳) ۸ و ۵/۰

۲) ۶ و ۵/۰

۱) ۸ و ۷/۰

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓

با حرارت دادن نمونه، فقط جرم آب که یک ماده مولکولی است، تغییر می‌کند و جرم Al_2O_3 و SiO_2 تغییری نخواهد کرد. با توجه به قسمت دوم سؤال و برای این‌که دوباره کاری نشه، جرم نمونه اولیه را ۱۳۵ گرم در نظر گرفته و به کمک درصد جرمی آب، جرم آب تبخیر شده را حساب می‌کنیم:

$$\text{جرم آب در نمونه اولیه} = ۱۳۵ \times \frac{۳۰}{۱۰۰} = ۴۰/۵ \text{ g}$$

$$\text{درصد جرمی آب در نمونه نهایی} = \frac{\text{جرم آب در نمونه نهایی}}{\text{جرم نمونه نهایی}} \times ۱۰۰ \Rightarrow \frac{۴۰/۵ - x}{۱۳۵ - x} \times ۱۰۰ = ۱۰\%$$

$$\Rightarrow ۴۰۵ - ۱۰x = ۱۳۵ - x \Rightarrow ۲۷۰ = ۹x \Rightarrow x = ۳۰ \text{ g} \Rightarrow ۱۳۵ - ۳۰ = ۱۰۵ \text{ g جرم نمونه نهایی}$$

حالا با توجه به این‌که جرم Al_2O_3 و SiO_2 در نمونه اولیه و نهایی برابر است، خواهیم داشت:

$$\text{درصد جرمی } Al_2O_3 \text{ در نمونه نهایی} = \frac{۱۳۵ \times \frac{a}{۱۰۰}}{۱۰۵} \times ۱۰۰ = ۳۰ \Rightarrow \frac{۱۳۵a}{۱۰۵} = ۳۰ \Rightarrow a = \frac{۲۱۰}{۹}$$

$$\text{درصد جرمی } SiO_2 \text{ در نمونه نهایی} = \frac{۱۳۵ \times \frac{b}{۱۰۰}}{۱۰۵} \times ۱۰۰ = ۴۰ \Rightarrow \frac{۱۳۵b}{۱۰۵} = ۴۰ \Rightarrow b = \frac{۲۸۰}{۹}$$

$$b - a = \frac{۲۸۰ - ۲۱۰}{۹} = \frac{۷۰}{۹} = ۸$$

جرم نمونه نهایی ۱۰۵ g و درصد جرمی سیلیس در آن، ۴۰% است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$SiO_2 \text{ مول} = ۱۰۵ \text{ g نمونه} \times \frac{۴۰ \text{ g } SiO_2}{۱۰۰ \text{ g نمونه}} \times \frac{۱ \text{ mol } SiO_2}{۶۰ \text{ g } SiO_2} = ۰/۷ \text{ mol } SiO_2$$

۸۰ کدام موارد نادرست هستند؟

الف) سیلیس فراوان‌ترین اکسید در کره زمین است.

(ب) کربن و سیلیسیم دو عنصر اصلی تشکیل دهنده جامدهای کووالانسی‌اند.

(پ) کوارتز به عنوان نمونه خالص سیلیس، خواص نوری ویژه‌ای دارد.

(ت) سختی بالا و دیرگدازبودن سیلیس به علت قدرت بالای نیروهای بین مولکولی در آن است.

(۱) الف - پ (۲) الف - ت (۳) ب - پ (۴) ب - ت

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ موارد «الف» و «ت» نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) سیلیس فراوان‌ترین اکسید در پوسته زمین است (پوسته جامد) نه در کل کره زمین.

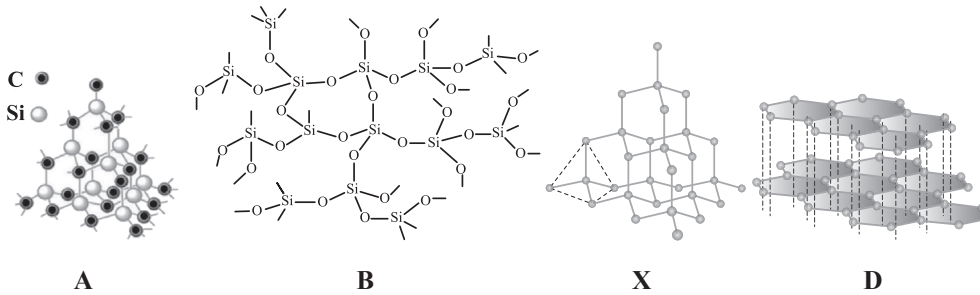
(ب) کاملاً درستہ!

(پ) کوارتز نمونه خالص سیلیس است که به علت خواص نوری ویژه در ساخت عدسی‌ها و منشورها کاربرد دارد.

(ت) سیلیس نوعی جامد کووالانسی است و ویژگی‌های آن مربوط به تعداد بالای پیوندهای اشتراکی در آن است.

با توجه به شکل‌های زیر، کدام عبارت‌ها درست‌اند؟ (X و D آلوتروپ‌های کربن هستند).

۸۱



الف) بین D و X، آلوتروپی که میانگین آنتالپی پیوند بیشتری دارد، سختی بیشتری هم دارد.

ب) بین CO_2 و B ماده‌ای که آنتالپی پیوند بیشتری دارد، سختی بیشتری هم دارد.

پ) A مانند B یک جامد کووالانسی است و درجه سختی A از X بیشتر است.

ت) سیلیسیم خالص در طبیعت یافت نمی‌شود و ساختاری مانند X دارد.

(۴) ت

(۳) پ - ت

(۲) ب - ت

(۱) الف - ب

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ تنها عبارت «ت» درست است.

A → SiC (سیلیسیم کربید)

B → SiO_2 (سیلیس)

X → C (s, الماس)

D → C (s, گرافیت)

بررسی عبارت‌ها:

الف) گرافیت نسبت به الماس آنتالپی پیوند بیشتری دارد، زیرا در ساختار الماس فقط پیوند یگانه وجود دارد. در حالی که در ساختار گرافیت پیوند دوگانه نیز وجود دارد، اما با توجه به ساختار لایه‌ای گرافیت سختی کم‌تری نسبت به الماس دارد.

ب) آنتالپی پیوندهای کربن - اکسیژن در CO_2 (s) بیشتر از آنتالپی پیوندهای یگانه بین سیلیسیم و اکسیژن در SiO_2 (s) است، اما سیلیس یک جامد کووالانسی است که نسبت به جامد مولکولی CO_2 (s) سختی بیشتری دارد.

پ) A و B هر دو جزء جامدهای کووالانسی هستند؛ اما سختی سیلیسیم کربید از الماس کم‌تر است.

ت) سیلیسیم در طبیعت یافت نشده و به طور عمده به شکل SiO_2 وجود دارد. سیلیسیم ساختاری شبیه الماس دارد.

۸۲ کدام مطلب دربارهٔ گرافن، درست است؟

- (۱) با الگویی مانند کندوی زنبور عسل، استحکام ویژه‌ای دارد به طوری که ۱۰۰ برابر از فولاد سخت‌تر است.
- (۲) ضخامت آن برابر با شعاع اتمی کربن است.
- (۳) در ساختار آن حلقه‌های کربنی وجود دارد که به حلقه‌های بنزن شبیه است.
- (۴) یک آلوتروپ طبیعی از کربن محسوب می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ تشریحی ✓ بررسی گزینه‌ها:

- گزینهٔ (۱): گرافن ۱۰۰ برابر فولاد مقاومت کششی دارد نه سختی!
- گزینهٔ (۲): ضخامت گرافن به اندازهٔ یک اتم کربن است یعنی ۲ برابر شعاع اتمی کربن.
- گزینهٔ (۳): کاملاً درسته!
- گزینهٔ (۴): گرافیت و الماس آلوتروپ‌های طبیعی کربن می‌باشند. گرافن یک آلوتروپ ساختگی است.

۸۳ در نمونه‌ای الماس، $4/214 \times 10^{23}$ پیوند اشتراکی وجود دارد، حجم نمونه بر حسب سانتی‌متر مکعب چه قدر است؟
(چگالی الماس را $3/5$ گرم بر سانتی‌متر مکعب در نظر بگیرید و $C = 12 \text{ g.mol}^{-1}$)

۱/۲ (۴)

۲/۴ (۳)

۶ (۲)

۰/۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ در نمونه الماس، به ازای هر اتم کربن دو پیوند اشتراکی وجود دارد؛ بنابراین:

$$4/214 \times 10^{23} \text{ پیوند} \times \frac{1 \text{ mol C}}{6/02 \times 10^{23} \text{ پیوند}} \times \frac{12 \text{ g C}}{1 \text{ mol C}} \times \frac{1 \text{ cm}^3 \text{ الماس}}{3/5 \text{ g C}} = \frac{7 \times 12}{10 \times 2 \times 3/5} = 1/2 \text{ cm}^3$$

۲ (۱)

پتاسیم پرمنگنات (KMnO_4) ← جامد یونی

کدام مورد به طور نادرست بیان شده است؟

۸۵

- (۱) نقطه ذوب و جوش جامدهای کووالانسی بالاتر از مواد مولکولی است.
- (۲) در ساختار یخ، یک آرایش منظم و سه بعدی با تشکیل حلقه‌های متشکل از ۶ اتم پدید می‌آید.
- (۳) جامدهای کووالانسی همانند جامدهای یونی، رسانایی الکتریکی ندارند.
- (۴) تفاوت در نوع و تعداد نیروهای بین مولکولی در مواد مولکولی باعث تفاوت در نقطه ذوب و جوش آن‌ها می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲

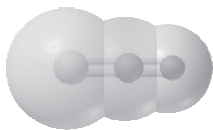
پاسخ تشریحی ✓

حلقه‌های شش ضلعی در ساختار یخ از ۱۲ اتم تشکیل شده است (۶ اتم اکسیژن و ۶ اتم هیدروژن).

بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه (۱): در جامدهای کووالانسی، تمام اتم‌ها با پیوند اشتراکی به هم متصل‌اند، در نتیجه نقطه ذوب و جوش بالاتری دارند.
- گزینه (۳): ترکیب‌های یونی در حالت جامد نارسا هستند، اما برخی جامدهای کووالانسی مانند گرافیت و گرافن، رسانای الکتریکی هستند.
- گزینه (۴): کاملاً درست!

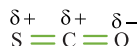
با توجه به شکل زیر که نشان‌دهندهٔ نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی مولکول کربونیل سولفید است، کدام مورد درست است؟ **۸۶**



- (۱) این مولکول برخلاف اتین در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.
- (۲) در این نقشه، ۲ تا از اتم‌ها با رنگ قرمز نشان داده می‌شوند.
- (۳) تراکم بار الکتریکی منفی در اتم مرکزی بیشتر است.
- (۴) در این مولکول برخلاف دی‌اکسید تراکم بار الکتریکی منفی در گوگرد بیشتر است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

ساختار کربونیل سولفید به شکل زیر است: **پاسخ تشریحی ✓**



این مولکول، گشتاور دوقطبی بالاتر از صفر دارد، پس در میدان الکتریکی برخلاف اتین (C_2H_2) که گشتاور دوقطبی صفر دارد، جهت‌گیری می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): تنها یکی از اتم‌های کربونیل سولفید (اتم اکسیژن)، بار جزئی منفی دارد و به رنگ قرمز دیده می‌شود.

گزینهٔ (۳): تراکم بار الکتریکی منفی در کربونیل سولفید در اکسیژن بیشتر است که اتم کناری است.

گزینهٔ (۴): هم در گوگرد دی‌اکسید و هم در کربونیل سولفید، تراکم بار منفی در اتم اکسیژن بیشتر است.

کدام مطلب درست است؟ ۸۷

- (۱) در میان مواد SiO_2 ، MgCl_2 ، SO_3 و HCl ، ۳ ماده مولکولی وجود دارد.
- (۲) SO_3 و CO_2 هر دو مولکولهای ناقطبی هستند که در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی آنها، اکسیژن به رنگ سرخ است.
- (۳) عدد اکسایش کربن در CO_2 با C_2H_2 ، ۳ واحد اختلاف دارد.
- (۴) در ساختار لوویس هر یک از مولکولهای C_2H_2 و SO_3 یک پیوند دوگانه وجود دارد.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ هم SO_3 و هم CO_2 گشتاور دوقطبی صفر دارند و تراکم بار منفی روی اتمهای اکسیژن بیشتر است که در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی به رنگ سرخ دیده می شوند.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱): ۲ ماده مولکولی در میان آنها وجود دارد: HCl و SO_3 .

گزینه (۳): عدد اکسایش کربن در CO_2 برابر ۴+ است ($\text{C} = 0 - 2 \times 2$) و عدد اکسایش کربن در C_2H_2 برابر ۱- است

($2\text{C} = 0 - (1 \times 2)$). اختلاف این دو عدد اکسایش برابر با ۵ است.



گزینه (۴): در ساختار C_2H_2 یک پیوند سه گانه وجود دارد، نه دوگانه:

کدام یک از گزینه‌های زیر، در مورد کلروفرم نادرست است؟

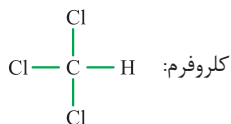


- (۱) اتم مرکزی در آن، عنصری از گروه ۱۴ جدول دوره‌ای است.
- (۲) مجموع عدد اکسایش‌های کلر در آن با عدد اکسایش کربن در متان برابر است.
- (۳) مانند آمونیاک در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.
- (۴) کم‌ترین شعاع اتمی در آن مربوط به اتمی است که بار جزئی مثبت دارد.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

کلروفرم (CHCl_3) تا اتم کلر با عدد اکسایش ۱- دارد که مجموع این اعداد برابر با ۳- است، اما عدد اکسایش کربن در CH_4 برابر ۴- است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه (۱): اتم مرکزی کلروفرم، کربن است که در گروه ۱۴ قرار دارد.
- گزینه (۳): کلروفرم مانند آمونیاک، یک مولکول قطبی است که در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.
- گزینه (۴): کم‌ترین شعاع اتمی در کلروفرم مربوط به هیدروژن است که بار جزئی مثبت دارد.

۸۹ کدام مطلب به یقین درست است؟

- (۱) همهٔ مولکول‌های خطی که سه‌اتمی‌اند، ناقطبی هستند.
- (۲) در آمونیاک با جایگزین کردن هر یک از اتم‌های هیدروژن با گروه آلکیل، ترکیبی حاصل می‌شود که توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی خواهد داشت.
- (۳) اگر در مولکول SX_4 اتم X اکسیژن یا فلوئور باشد، در نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی به رنگ سرخ دیده می‌شود.
- (۴) اگر در مولکول متان ۳ یا ۴ اتم هیدروژن را با کلر جایگزین کنیم، حالت فیزیکی مادهٔ جدید با متان تفاوتی نمی‌کند.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ تشریحی ✓

در مولکول‌های SO_2 و SF_4 اتم‌های کناری بار جزئی منفی دارند و در نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی به رنگ سرخ دیده می‌شوند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): نه لزوماً! کافی است اتم‌های کناری متفاوت باشند. مثلاً کربونیل سولفید (SCO) یک مولکول خطی سه‌اتمی و قطبی است.

گزینهٔ (۲): اگر هر سه اتم هیدروژن آمونیاک با گروه آلکیل جایگزین شوند، مولکول حاصل فاقد پیوند $N-H$ خواهد بود و دیگر نمی‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.

گزینهٔ (۴): در صورت جایگزین کردن ۳ یا ۴ اتم هیدروژن متان با کلر، CCl_4 و $CHCl_3$ تشکیل می‌شوند که مایع هستند، پس مولکول حاصل، حالت فیزیکی متفاوتی با متان (گازی) دارد.

۹۰. اگر مولکول AX_p قطبی و مولکول MD_p ساختار خطی داشته باشد، کدام مورد درست است؟

- (۱) به یقین در مولکول MD_p حداقل یک جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم مرکزی وجود دارد.
- (۲) D و A نمی‌توانند هم‌گروه باشند.
- (۳) بار جزئی A و M می‌تواند یکسان باشد.
- (۴) عنصرهای M و D نمی‌توانند در یک دوره جدول تناوبی قرار داشته باشند.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓

AX_p چون قطبی است، ساختار خمیده دارد. از طرفی چون MD_p خطی است اتم M جفت الکترون ناپیوندی ندارد. بررسی گزینه‌ها:

- گزینه (۱): MD_p به دلیل این که خطی است نمی‌تواند الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی‌اش داشته باشد.
- گزینه (۲): AX_p می‌تواند SO_p باشد و MD_p هم می‌تواند CO_p باشد، در این صورت D و A اکسیژن و گوگرد هستند که هم‌گروه‌اند.
- گزینه (۳): اگر AX_p همان SO_p باشد و MD_p هم CO_p باشد، بار جزئی A و M هر دو مثبت است.
- گزینه (۴): M می‌تواند کربن باشد و D هم اکسیژن که در یک دوره قرار دارند.

با توجه به جدول زیر که مربوط به سه عنصر گروه ۱۴ جدول دوره‌ای است؛ پاسخ درست پرسش‌ها در کدام گزینه آمده است؟ **۹۱**

عنصر	رسانایی الکتریکی	چکش‌خواری
A	دارد	ندارد
B	کمی دارد	ندارد
C	دارد	دارد

الف) اتم کدام عنصر، تنها با از دست دادن الکترون، یون پایدار می‌سازد؟

ب) کدام عنصر رسانایی گرمایی ندارد ولی رسانای الکتریکی دارد؟

پ) کدام عنصر به یقین در اتم خود دارای الکترون‌هایی با $l = 2$ است؟

C - A - C (۲)

B - A - C (۱)

B - A - B (۴)

C - A - B (۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

(A) رسانایی الکتریکی دارد و چکش‌خواری ندارد ← نافلز ← C

(B) رسانایی الکتریکی به مقدار کمی دارد و چکش‌خوار نیست ← شبه‌فلز ← ${}_{32}\text{Ge}$, ${}_{14}\text{Si}$

(C) رسانایی الکتریکی و چکش‌خواری دارد ← فلز ← ${}_{82}\text{Pb}$, ${}_{50}\text{Sn}$

الف) فلزات با از دست دادن الکترون، کاتیون‌های پایدار می‌سازند: C

ب) کربن رسانایی الکتریکی دارد ولی رسانایی گرمایی ندارد: A

دقت داشته باشید که کربن در حالت عنصری، خواص فیزیکی گرافیت را دارد.

پ) عناصر Pb و Ge دارای زیرلایه d اشغال‌شده در آرایش خود هستند: C

جدول زیر قسمتی از جدول دوره‌ای عناصرها را نشان می‌دهد. با توجه به آن، کدام گزینه درست است؟ **۹۲**

گروه \ دوره	۱۵	۱۶	۱۷
۲		A	B
۳	C	D	E
۴	F	G	H

- (۱) بیشترین شعاع اتمی را دارد.
 (۲) خاصیت نافلزی عنصر D از A بیشتر است.
 (۳) واکنش‌پذیری عنصر C از عنصر E بیشتر است.
 (۴) شعاع اتمی A و D از B بیشتر است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓

با توجه به این که در یک دوره، از چپ به راست شعاع اتمی کاهش می‌یابد، شعاع اتمی A از B بیشتر است و از بالا به پایین، شعاع اتمی افزایش می‌یابد، پس شعاع D از B بیشتر است.
 بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه (۱): در بین عناصر داده شده، F بیشترین شعاع اتمی را دارد.
 گزینه (۲): در یک دوره از بالا به پایین، خاصیت نافلزی عناصر کاهش می‌یابد و عنصر A خاصیت نافلزی بیشتری از عنصر D دارد.
 گزینه (۳): در یک دوره از چپ به راست، واکنش‌پذیری نافلزها افزایش می‌یابد؛ بنابراین واکنش‌پذیری E بیشتر است.

کدام مورد درست است؟ **۹۳**

- (۱) فولاد زنگ‌نزن به صورت خام و پس از استخراج از سنگ معدن، قابل استفاده است.
- (۲) گرمادادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر می‌تواند سبب بهبود خواص آن‌ها شود.
- (۳) در ساختار کودهای شیمیایی فقط سه عنصر نیتروژن، فسفر و پتاسیم به کار رفته است.
- (۴) مطابق پیش‌بینی‌ها در آینده، استخراج سوخت‌های فسیلی و مواد معدنی با هم برابر خواهند شد.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

گرمادادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر، گاهی سبب بهبود خواص آن‌ها می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): مواد اولیه پس از استخراج نیاز به فراوری دارند و به طور خام قابل استفاده نیستند.

گزینه (۳): در ساختار کودهای شیمیایی عنصرهای مختلفی وجود دارد. (که سه تا از مهم‌ترین‌اش این‌ها هستن!)

گزینه (۴): مطابق با نمودار صفحه ۴ کتاب شیمی (۲)، پیش‌بینی می‌شود در آینده، میزان استخراج و مصرف مواد معدنی بیشتر از سوخت‌های فسیلی باشد.

۹۴ اگر آرایش الکترونی فلز X به $3s$ ختم شده باشد، کدام مورد به یقین درست است؟

- (۱) بیشترین خاصیت فلزی را در دوره سوم دارد.
- (۲) می‌تواند با از دست دادن ۳ الکترون به آرایش گاز نجیب قبل از خود برسد.
- (۳) شعاع اتمی آن از شبه‌فلزهای گروه ۱۴ بزرگ‌تر است.
- (۴) در واکنش با کلر ترکیبی با فرمول $XC\ell_4$ ایجاد می‌کند.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

عنصر X می‌تواند فلز Na یا Mg با آرایش الکترونی $3s^1 [Ne]$ و $3s^2 [Ne]$ باشد.
در هر دوره از چپ به راست شعاع اتمی کاهش می‌یابد؛ بنابراین X چه سدیم و چه منیزیم باشد، شعاع اتمی آن از شبه‌فلزهای گروه ۱۴ یعنی سیلیسیم و ژرمانیم بزرگ‌تر است.
بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینه (۱): بیشترین خاصیت فلزی در دوره، مربوط به عناصر گروه یک است اما عنصر X می‌تواند در گروه ۱ یا گروه ۲ واقع شده باشد.
گزینه (۲): فلز Al با از دست دادن ۳ الکترون به آرایش گاز نجیب نئون می‌رسد نه سدیم یا منیزیم!
گزینه (۴): در واکنش با کلر می‌تواند ترکیبی با فرمول $NaCl$ یا $MgCl_2$ ایجاد کند.

با افزایش عدد اتمی عنصرهای دوره‌های جدول تناوبی، کدام مورد به یقین افزایش می‌یابد؟ **۹۵**

- (۱) واکنش‌پذیری
(۲) تمایل به تشکیل کاتیون
(۳) بار مثبت در هسته اتم
(۴) شمار لایه‌های الکترونی

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

در یک دوره از چپ به راست و از بالا به پایین، عدد اتمی و تعداد پروتون‌های هسته اتم‌ها و در نتیجه بار مثبت هسته افزایش می‌یابد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): بستگی به فلز یا نافلز بودن عنصرهای جدول دوره‌ای دارد.

گزینه (۲): در عناصر یک دوره فلزات گروه اول بیشترین تمایل به تشکیل کاتیون را دارند و با افزایش عدد اتمی، خاصیت فلزی کاهش می‌یابد.

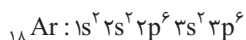
گزینه (۴): عنصرهای هم‌دوره، شمار لایه‌های الکترونی یکسان دارند.

۹۶ اختلاف تعداد الکترون های دارای $l = 1$ و $l = 0$ در اتم Ar_{18} ، برابر شمار پروتون های اتم X است. کدام مطلب درباره اتم X درست است؟

- (۱) نافلزی است که تمایل دارد با به اشتراک گذاشتن یا گرفتن الکترون به آرایش گاز نجیب برسد.
- (۲) الماس دگرشکلی از آن است که نارسانای گرما و رسانای الکتریکی است.
- (۳) مانند شبه فلزهای هم گروه خود، رسانایی الکتریکی دارد اما برخلاف آن ها سطح صیقلی ندارد.
- (۴) شمار پروتون های X با تعداد الکترون های موجود در زیرلایه $3d$ کاتیون Fe^{3+} برابر است.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ ابتدا اتم X را مشخص می کنیم:



$$\Rightarrow 6 = 12 - 6 = 6 = \underbrace{\text{تعداد الکترون های با } l=0}_{\text{زیر لایه } s} - \underbrace{\text{تعداد الکترون های با } l=1}_{\text{زیر لایه } p}$$

پس عنصر X همان کربن (C_6) است.

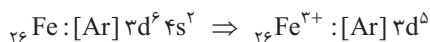
(s, گرافیت) C همانند شبه فلزها رسانایی الکتریکی دارد، ولی سطح صیقلی ندارد.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱): کربن، نافلزی است که تنها با به اشتراک گذاشتن الکترون به آرایش گاز نجیب می رسد.

گزینه (۲): الماس دگرشکلی از کربن است که نارسانای الکتریکی و رسانای گرما است.

گزینه (۴): عدد اتمی کربن برابر با ۶ است:



۹۷ در اتم عنصری که در دوره چهارم و گروه ششم جدول دوره‌ای جای دارد، نسبت شمار الکترون‌های با $n = 3$ به شمار الکترون‌های $n + l = 4$ در آرایش الکترونی این عنصر به کدام عدد نزدیک‌تر است؟

۱ / ۷۵ (۴)

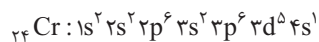
۱ / ۰۲ (۳)

۱ / ۸۵ (۲)

۱ / ۵۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ عنصری که در دوره ۴ و گروه ۶ جدول دوره‌ای جای دارد، همان Cr ۲۴ است:



$$n = 3 \text{ شمار الکترون‌های } : 3s^2 3p^6 3d^5 = 2 + 6 + 5 = 13$$

$$n + l = 4 \text{ شمار الکترون‌های } : \begin{cases} 4s \rightarrow 1 e^- \\ 3p \rightarrow 6 e^- \end{cases} \Rightarrow n + l = 4$$

$$\text{نسبت خواسته شده} : \frac{13}{7} \approx 1 / 85$$

۹۹ مقدار ی زنگ آهن را در یک لوله آزمایش ریخته و ابتدا به آن هیدروکلریک اسید و سپس قطره قطره محلول سدیم هیدروکسید اضافه می کنیم. کدام یک از گزینه های زیر درباره فرایند انجام شده درست است؟

(۱) زنگ آهن حاوی یون آهن (II) است و فرمول شیمیایی آن به صورت FeO است.

(۲) بر اثر اضافه کردن محلول هیدروکلریک اسید، جامد موجود در ظرف به تدریج حل می شود.

(۳) در اثر اضافه کردن سدیم هیدروکسید رسوب آهن (II) هیدروکسید تشکیل می شود.

(۴) رسوب تشکیل شده به رنگ سبز است.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

گزینه (۲): کاملاً درسته!

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱): زنگ آهن حاوی یون های Fe^{3+} می باشد؛ بنابراین فرمول شیمیایی زنگ آهن به صورت Fe_2O_3 می باشد.

گزینه (۳): محلول حاصل از اضافه کردن HCl به زنگ آهن، دارای یون های Fe^{3+} است و با اضافه کردن NaOH به صورت $Fe(OH)_3$ رسوب می کند.

گزینه (۴): رسوب $Fe(OH)_3$ به رنگ قرمز است.

گروه ۱۷

A
B
C
D

با توجه به شکل روبه‌رو (۴ عنصر ابتدایی گروه ۱۷) کدام مورد نادرست است؟ ۱۰۰

- (۱) عنصر B با نخستین شبه‌فلز گروه ۱۴ هم‌دوره است.
- (۲) در دمای ۷۳ کلوین فقط یک عنصر به سرعت با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.
- (۳) خصلت نافلزی C از B کم‌تر و از D بیشتر است.
- (۴) رنگ نور حاصل از واکنش سومین فلز قلیایی با B، زرد است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓

A، B، C و D به ترتیب فلوئور (F)، کلر (Cl)، برم (Br) و ید (I) هستند. سومین فلز قلیایی جدول، پتاسیم (K) که در واکنش با گاز کلر، نور بنفش رنگ ایجاد می‌کند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): عنصر B یا کلر (Cl) در دوره سوم قرار دارد. نخستین شبه‌فلز گروه ۱۴ سیلیسیم (Si) بوده که متعلق به دوره سوم است.

گزینه (۲): دمای ۷۳ کلوین معادل است با:

$$T(K) = \theta(^{\circ}C) + ۲۷۳ \Rightarrow ۷۳ = \theta(^{\circ}C) + ۲۷۳ \Rightarrow \theta = -۲۰۰^{\circ}C$$

در این دما، فقط فلوئور می‌تواند به سرعت با گاز هیدروژن واکنش دهد.

گزینه (۳): مقایسه واکنش‌پذیری و خصلت نافلزی هالوژن‌ها:

$$F > Cl > Br > I$$

۱۰۱ بر پایه واکنش موازنه نشده زیر، ۲۰ / ۴ گرم کلسیم سولفات بر اثر حرارت تجزیه می شود. اگر بازده واکنش ۲۰ درصد باشد، تفاوت جرم فراورده جامد با جرم فراورده های گازی برابر چند گرم است؟ ($O = ۱۶, S = ۳۲, Ca = ۴۰ : g.mol^{-1}$)



۰ / ۷۵ (۴)

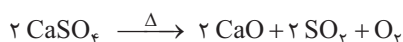
۰ / ۳۵ (۳)

۰ / ۸۳ (۲)

۰ / ۷۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓



با توجه به معادله موازنه شده واکنش به ازای مصرف ۲ مول $CaSO_4$ اختلاف جرم فراورده جامد با جرم فراورده های گازی ۴۸ g است.

$$\begin{cases} 2 \text{ mol } CaO = 2 \times 56 = 112 \text{ g} \\ 2 \text{ mol } SO_2 = 2 \times 64 = 128 \text{ g} \\ 1 \text{ mol } O_2 = 1 \times 32 = 32 \text{ g} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ اختلاف جرم $2 \text{ mol } CaSO_4 : (128 + 32) - 112 = 48 \text{ g}$

$$20/4 \text{ g } CaSO_4 \times \frac{1 \text{ mol } CaSO_4}{136 \text{ g } CaSO_4} \times \frac{48 \text{ g اختلاف}}{2 \text{ mol } CaSO_4} \times \frac{20}{100} = 0/72 \text{ g}$$

کدام مورد به درستی بیان شده است؟ **۱۰۲**

- (۱) تفاوت شعاع اتمی سدیم با منیزیم، کم تر از تفاوت شعاع اتمی منیزیم با آلومینیم است.
- (۲) عنصری که در دوره سوم، بزرگ ترین شعاع اتمی را دارد، نرم است و به راحتی با چاقو بریده می شود.
- (۳) واکنش پذیری قوی ترین نافلز دوره چهارم از قوی ترین نافلز دوره سوم بیشتر است.
- (۴) در دوره سوم جدول تناوبی همانند گروه ۱۴ دو عنصر شبه فلزی یافت می شود.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

عنصر سدیم، بزرگ ترین شعاع اتمی را در دوره سوم دارد که نرم است و با چاقو بریده می شود.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱): تفاوت شعاع اتمی Na با Mg بیشتر از تفاوت شعاع اتمی Mg و Al است، با افزایش عدد اتمی عناصر، اختلاف شعاع اتمی دو عنصر متوالی در دوره سوم به طور کلی کم می شود.

گزینه (۳): قوی ترین نافلز هر دوره در گروه ۱۷ قرار دارد؛ از طرفی در این گروه از بالا به پایین واکنش پذیری عناصرها کاهش می یابد.

واکنش پذیری : $\text{Br} < \text{Cl}$
↓ دوره چهارم
↓ دوره سوم

گزینه (۴): در دوره سوم فقط یک عنصر شبه فلز به نام سیلیسیم وجود دارد.

۱۰۳ اگر A، B، C، D و E پنج عنصر متوالی جدول تناوبی باشند و مجموع عدد اتمی آن‌ها برابر ۱۳۰ باشد، کدام مطلب درست است؟ (عدد اتمی A از بقیه کوچک‌تر است.)

- (۱) همهٔ این عناصر در دستهٔ فلزات واسطه قرار دارند و در ساخت آلیاژهای صنعتی کاربرد دارند.
- (۲) عنصر C می‌تواند با محلول سولفات روی واکنش داده و فلز روی را آزاد کند.
- (۳) اختلاف عدد اتمی عنصر B با نخستین شبه‌فلز گروه ۱۴ برابر با عدد اتمی فسفر است.
- (۴) کاتیون سازندهٔ ترکیب DPO_4 دارای ۵ الکترون با $l = 2$ است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ تشریحی ✓

اگر عدد اتمی A را Z در نظر بگیریم عدد اتمی B و C و D و E به ترتیب $Z+1$ و $Z+2$ و $Z+3$ و $Z+4$ خواهد بود:

$$Z + (Z+1) + (Z+2) + (Z+3) + (Z+4) = 130 \Rightarrow 5Z + 10 = 130$$

$$Z = 24$$

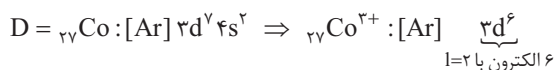
پس عنصرهای ما به ترتیب $_{24}\text{Cr}$ و $_{25}\text{Mn}$ و $_{26}\text{Fe}$ و $_{27}\text{Co}$ و $_{28}\text{Ni}$ هستند که همگی جزء فلزات واسطه بوده و در ساخت آلیاژهای صنعتی کاربرد فراوانی دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): همان آهن است. واکنش‌پذیری فلز آهن از فلز روی کم‌تر است و نمی‌تواند با محلول نمک‌های روی واکنش دهد.
گزینهٔ (۳): عدد اتمی D برابر ۲۵ است. از طرفی نخستین شبه‌فلز گروه ۱۴ سیلیسیم با عدد اتمی ۱۴ است. عدد اتمی فسفر (P) برابر ۱۵ است:

$$25 - 14 = 11$$

گزینهٔ (۴): کاتیون سازندهٔ DPO_4 ، Co^{3+} است:



۱۰۴ فرض کنید یک کارشناس شیمی با ارائه راهکاری، بازده واکنش تولید متانول از هیدروژن دار کردن کربن مونوکسید را از ۷۰ درصد به ۸۰ درصد می‌رساند. میزان متانول تولیدی به ازای مصرف مقدار معینی کربن مونوکسید چند درصد افزایش خواهد یافت و اگر در حالتی که بازده واکنش برابر ۸۰ درصد است، ۱۶/۸ لیتر گاز هیدروژن در شرایط STP مصرف شود، جرم متانول تولیدشده چند گرم است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

$$9/6 - 15/3 (2)$$

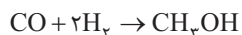
$$12 - 14/2 (1)$$

$$12 - 15/2 (4)$$

$$9/6 - 14/2 (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓ معادله واکنش مورد نظر:



با توجه به این که جرم کربن مونوکسید در دو حالت برابر است، جرم متانول تولیدی با مقدار بازده درصدی واکنش در دو حالت رابطه مستقیم دارد:

$$\frac{\text{مول متانول در حالت (۲)}}{\text{مول متانول در حالت (۱)}} = \frac{\text{بازده درصدی در حالت (۲)}}{\text{بازده درصدی در حالت (۱)}} = \frac{80}{70} = \frac{8}{7}$$

$$\text{درصد افزایش متانول} = \frac{\text{مول متانول در حالت (۲)} - \text{مول متانول در حالت (۱)}}{\text{مول متانول در حالت (۱)}} \times 100 = \frac{\frac{8}{7}x - x}{x} \times 100 = \frac{1}{7} \times 100 = 14/2\%$$

برای قسمت دوم سؤال باید از حجم H_2 به جرم متانول تولیدشده برسیم:

$$16/8 \text{ L } H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{22/4 \text{ L } H_2} \times \frac{1 \text{ mol } CH_3OH}{2 \text{ mol } H_2} \times \frac{32 \text{ g } CH_3OH}{1 \text{ mol } CH_3OH} \times \frac{80}{100} = 9/6 \text{ g } CH_3OH$$

کدام عبارت‌ها درست هستند؟ **۱۰۵**

- الف) در تولید کیسه پلاستیکی، در پالایش نفت خام و واکنش پلیمری شدن، انرژی زیادی مصرف می‌شود.
- ب) پایداری مواد خام و اولیه کیسه پلاستیکی بیشتر از پکت کاغذی است.
- پ) سوزاندن زباله‌های کاغذی سبب انتشار گازهای گلخانه‌ای و آلودگی هوا می‌شود و تجزیه این زباله‌ها همراه با تولید گاز متان است.
- ت) تأثیر حمل‌ونقل ماده خام روی محیط زیست در استخراج پکت کاغذی و کیسه پلاستیکی یکسان است.
- (۱) الف - ب (۲) ب - ت (۳) الف - پ (۴) ب - ت

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

عبارت‌های «الف» و «پ» درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) پایداری ماده خام و اولیه پکت کاغذی بیشتر از کیسه پلاستیکی است.

ت) حمل‌ونقل ماده خام پکت کاغذی، آلودگی هوا را به دنبال دارد، در حالی که کیسه پلاستیکی سبب آلودگی هوا، خاک و آب می‌شود.