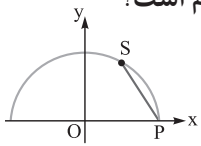


ریاضیات

۱- نقطه $S(a, 3)$ روی نیم‌دایره شکل مقابل داده شده است. اگر طول وتر PS برابر شعاع نیم‌دایره باشد، مقدار a کدام است؟



(۱) $\frac{1}{2}$

(۳) $\sqrt{3}$

۲- اگر $x^2 + \frac{10}{x^2 + 1} = 9$ باشد، مقدار $(x^2 + 1)^2 + \frac{10}{(x^2 + 1)^2}$ کدام است؟

(۱) ۹۸ (۲) ۹۰ (۳) ۸۸ (۴) ۸۰

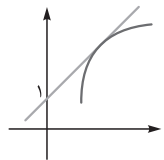
۳- نقاط $(-4, 3)$ و $(-1/5, -4)$ روی یک تابع درجه دوم واقع هستند. مجموع صفرهای این تابع کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cot(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2})}{x - \frac{\pi}{2}}$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۳

۵- نمودار تابع f و خط مماس بر آن در نقطه $(3, 5)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f'(3)$ کدام است؟



(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۶- به ازای کدام مقدار a ، اختلاف شیب نیم‌خط‌های مماس چپ و راست بر منحنی تابع $f(x) = |4x - 3| \sqrt{ax}$ ، در نقطه $x = \frac{3}{4}$ برابر $2\sqrt{6}$ می‌شود؟

(۱) ۲ (۲) ۸ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۷- به ازای هر مقدار حقیقی و ناصفر a ، تابع $f(x) = \begin{cases} bx + c & x < a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر است. مقدار ac کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

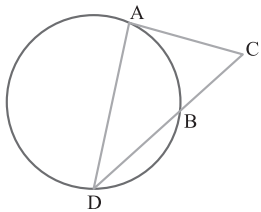
۸- فرض کنید $f(x) = \cos^3(2x) + ax^2 + b$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f'(x)}{x} = 2$. مقدار $a + b$ ، کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) -۸

۹- از محل تقاطع نمودار منحنی $f(x) = \sqrt{x} + 2$ با وارون آن دو خط مماس یکی بر f و دیگری بر f^{-1} رسم می‌کنیم. اگر زاویه حاده بین دو خط مماس باشد، مقدار $\sin(2\alpha)$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{7}{15}$ (۲) $\frac{8}{15}$ (۳) $\frac{225}{289}$ (۴) $\frac{240}{289}$

۱۰- در شکل زیر پاره خط AC بر دایره مماس است. اگر $\frac{AC}{BC} = \sqrt{3}$ ، آن گاه نسبت $\frac{DB}{BC}$ ، کدام است؟



(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۱- یک پنج ضلعی در یک دایره محاط شده است. هر ضلع این پنج ضلعی، وتر رو به یک زاویه محاطی است. مجموع این زوایای محاطی کدام است؟

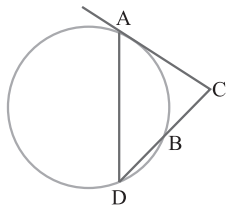
(۴) ۳۶۰

(۳) ۷۲۰

(۲) ۱۸۰

(۱) ۵۴۰

۱۲- در شکل زیر پاره خط AC بر دایره مماس است. اگر $DB = BC$ ، آن گاه نسبت $\frac{AC}{BC}$ ، کدام است؟



(۲) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) $\sqrt{2}$

(۳) ۱

۱۳- کوچک ترین دایره گذرا بر دو نقطه $A(2, 5)$ و $B(-4, 1)$ ، محور x ها را با کدام طول، قطع می کند؟

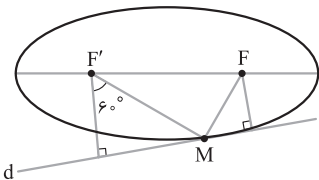
(۴) ۳، -۲

(۳) ۲، -۱

(۲) ۰، -۳

(۱) ۱، -۳

۱۴- در شکل زیر، خط d در نقطه M بر بیضی مماس است. اگر فاصله بین پای عمودهای رسم شده از دو کانون F و F' بر خط d برابر $2\sqrt{3}$ باشد، طول قطر بزرگ بیضی کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۶

۱۵- خط $x = -\frac{5}{4}$ خط هادی سهمی به معادله $3y^2 - 3x - ay = 0$ است. اختلاف مقادیر a کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۶

(۲) ۸

(۱) ۱۲

۱۶- کانون های یک بیضی نقاطی با طول $x = 3$ و $x = -3$ روی محور x ها هستند. اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{1}{3}$ باشد، طول قطر کوچک این بیضی کدام است؟

(۴) $6\sqrt{2}$

(۳) $8\sqrt{2}$

(۲) $12\sqrt{2}$

(۱) $15\sqrt{2}$

۱۷- اگر درجه رأس های یک گراف ۴، ۴، ۲، ۲، ۲ باشد، تعداد تمام دورهای موجود، کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

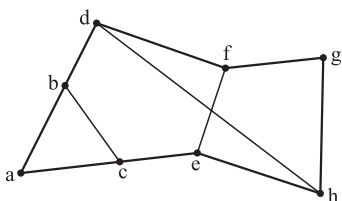
۱۸- در گراف مقابل، کدام مجموعه، یک مجموعه احاطه گر مینیمال، نیست؟

(۲) $\{a, f, g\}$

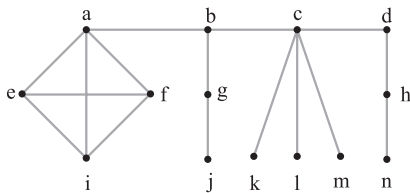
(۱) $\{a, e, g\}$

(۴) $\{c, f, h\}$

(۳) $\{b, c, g\}$

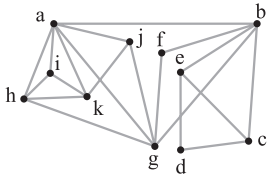


۱۹- در گراف شکل روبه‌رو، چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم برای این گراف وجود دارد به طوری که همسایگی‌های بستهٔ عضوهای مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم، افزای برای مجموعه رئوس این گراف باشند؟



- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۲
(۴) ۱

۲۰- در گراف شکل زیر، چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم برای این گراف وجود دارد، به طوری که هر رأس گراف فقط متعلق به یکی از همسایگی‌های بستهٔ اعضای مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم باشد؟



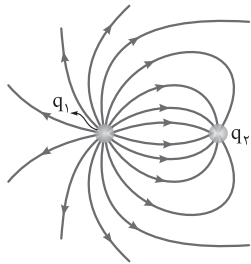
- (۱) ۳
(۲) ۲
(۳) ۱
(۴) صفر

۲۱- در گراف G ، $p(G) > 4$ و $\delta(G) \geq 3$ است. اگر طول بلندترین دور در گراف G برابر ۴ باشد، کم‌ترین مقدار $p(G)$ کدام است؟

- (۱) ۸
(۲) ۷
(۳) ۶
(۴) ۵

فیزیک

۲۲- در شکل زیر، با توجه به خطوط میدان الکتریکی، کدام رابطه‌ها در مورد بارهای الکتریکی درست است؟



- (۱) $q_1 < 0$ و $|q_1| < |q_2|$
(۲) $q_1 < 0$ و $|q_1| < |q_2|$
(۳) $q_2 < 0$ و $|q_2| < |q_1|$
(۴) $q_2 < 0$ و $|q_2| < |q_1|$

۲۳- بار الکتریکی $q = -2.0 \text{ nC}$ در راستای میدان الکتریکی یکنواخت، از نقطهٔ A به نقطهٔ B منتقل می‌شود و انرژی پتانسیل الکتریکی آن ۲ mJ افزایش می‌یابد. $V_B - V_A$ ، چند ولت است و جهت حرکت بار الکتریکی در مقایسه با جهت میدان الکتریکی چگونه است؟

- (۱) $10^5 -$ و در خلاف جهت میدان
(۲) $10^5 +$ و در خلاف جهت میدان
(۳) $10^5 +$ و در جهت میدان
(۴) $10^5 -$ و در جهت میدان

۲۴- شعاع کرهٔ فلزی A دو برابر شعاع کرهٔ فلزی B است. اگر بار الکتریکی کرهٔ B، ۵۰ درصد بار الکتریکی A باشد، چگالی سطحی بار الکتریکی کرهٔ A، چند برابر چگالی سطحی بار کرهٔ B است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۴) $\frac{1}{2}$

۲۵- بار الکتریکی کره‌ای فلزی به شعاع ۵ cm برابر 157 nC است. بار الکتریکی موجود در هر سانتی‌متر مربع از سطح این کره چند پیکوکولن است؟

- (۱) ۲
(۲) ۵
(۳) ۲۰۰
(۴) ۵۰۰

۲۶- سطح مقطع یک تار مرتعش 2 mm^2 و چگالی آن 8 g/cm^3 است. اگر تندی انتشار موج در تار 25 m/s باشد، نیروی کشش تار چند نیوتون است؟

- (۱) ۱۰
(۲) ۲۰
(۳) ۱۰۰
(۴) ۲۰۰

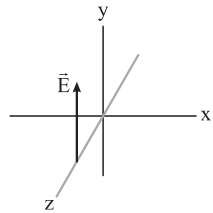
۲۷- نوسانگری روی سطح افقی بدون اصطکاک نوسان می‌کند، لحظه‌ای که جهت حرکت نوسانگر تغییر می‌کند، بزرگی شتاب آن $\frac{m}{s^2} 8\pi^2$ و لحظه‌ای که نیروی وارد بر نوسانگر صفر می‌شود، بزرگی سرعت آن به $\frac{m}{s} 2\pi$ می‌رسد. بزرگی شتاب نوسانگر در مکان $x = 1 \text{ cm}$ چند متر بر مربع ثانیه است؟

- (۱) $\frac{m}{s^2} 16\pi^2$ (۲) $\frac{m}{s^2} 36\pi^2$ (۳) 5π (۴) 50π

۲۸- در مکانی که شتاب گرانش برابر $g = \pi^2 \text{ m/s}^2$ است، طول آونگ ساده‌ای را چند سانتی‌متر انتخاب کنیم تا در هر ثانیه یک نوسان کامل انجام دهد؟

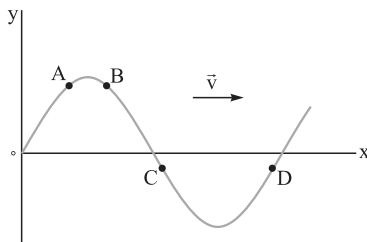
- (۱) ۱۰۰ (۲) ۷۵ (۳) ۵۰ (۴) ۲۵

۲۹- در شکل زیر، موج الکترومغناطیسی سینوسی در جهت محور Z منتشر می‌شود و میدان الکتریکی آن، در یک لحظه و در یک نقطه نشان داده شده است. در این نقطه و در این لحظه، میدان مغناطیسی موج به کدام جهت است؟



- (۱) در خلاف جهت محور X (۲) در خلاف جهت محور Y (۳) در جهت محور X (۴) در جهت محور Y

۳۰- شکل مقابل، موج مکانیکی عرضی سینوسی را در یک لحظه نشان می‌دهد. پس از این لحظه، تندی کدام ذره زودتر صفر می‌شود؟



- (۱) A (۲) B (۳) C (۴) D

شیمی

۳۱- کدام مورد درباره روند تغییر ویژگی‌های عنصرهای اصلی جدول تناوبی درست است؟

- (۱) در هر دوره با کاهش عدد اتمی، شعاع اتمی برخلاف خصلت فلزی کاهش می‌یابد.
(۲) در هر گروه با کاهش عدد اتمی، خصلت نافلزی برخلاف واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد.
(۳) در هر گروه با افزایش شعاع اتمی، تمایل به جذب الکترون همانند خصلت نافلزی کاهش می‌یابد.
(۴) در هر دوره با افزایش شعاع اتمی، واکنش‌پذیری همانند شمار الکترون‌های ظرفیت افزایش می‌یابد.

۳۲- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) بازیافت فلزها از جمله فلز آهن، به توسعه پایدار کشور کمک می‌کند.
(۲) کمتر از ده درصد نفت خام استخراج‌شده برای تولید الیاف، پارچه و شوینده‌ها به کار می‌رود.
(۳) مقدار فلزاتی مانند آهن و نیکل در ذخایر زمینی، بیشتر از ذخایر آن‌ها در کف اقیانوس است.
(۴) در استخراج آهن، نسبت جرم «سنگ معدن آهن» استفاده‌شده به جرم «منابع معدنی دیگر» مصرف‌شده به تقریب، برابر ۲ است.

۳۳- در کدام گستره دمایی (با یکای $^{\circ}\text{C}$)، دو هالوژن از جدول تناوبی عنصرها، با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند؟

- (۱) -100 تا 100 (۲) -200 تا -50 (۳) -200 تا 250 (۴) -200 تا 400

۳۴- کدام مقایسه درباره موارد کاربرد و مصرف نفت خام در صنعت درست است؟

- (۱) سوخت وسایل نقلیه > تولید پلاستیک > تأمین گرما و انرژی الکتریکی
(۲) تولید شوینده‌ها > سوخت وسایل نقلیه > تأمین گرما و انرژی الکتریکی
(۳) تولید الیاف و پارچه > تأمین گرما و انرژی الکتریکی > سوخت وسایل نقلیه
(۴) تأمین گرما و انرژی الکتریکی > تولید الیاف و پارچه > سوخت وسایل نقلیه

۳۵- عنصری که بتواند در واکنش با برخی عناصرها الکترون بگیرد و در واکنش با برخی عناصرهای دیگر، الکترون به اشتراک بگذارد، دارای کدام عدد اتمی می‌تواند باشد؟

- ۱۶ (۱) ۱۹ (۲) ۳۱ (۳) ۳۷ (۴)

۳۶- کدام مورد نادرست است؟

- (۱) شعاع اتمی کربن معیار مناسبی از سنجش میزان ضخامت گرافن است.
(۲) تکه کوچکی از گرافیت را می‌توان در یک لیوان آب به صورت شناور نگه داشت.
(۳) در ساختار جامدهای کووالانسی، پیوندهای اشتراکی می‌توانند بر یک صفحه منطبق باشند.
(۴) در ساختار سیلیسیم خالص، اتم‌ها با استفاده از پیوندهای اشتراکی در سه بعد به یکدیگر متصل شده‌اند.
۳۷- ترکیب‌های کدام مورد می‌تواند نماینده مناسبی برای ساختارهای داده‌شده باشد؟



(a)



(b)



(c)



(d)

a : HCN , b : CH₄ , c : H₂S (۲)

a : SCO , b : SiF₄ , d : CHCl₃ (۱)

a : HF , c : H₂O , d : SO₃ (۴)

b : SiH₄ , c : OF₂ , d : NH₃ (۳)

۳۸- کدام موارد درباره مقایسه ویژگی‌های فولاد و تیتانیم درست است؟

- الف) نقطه ذوب: فولاد > تیتانیم
ب) شدت واکنش خوردگی: تیتانیم > فولاد
پ) مقاومت در برابر واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا: فولاد < تیتانیم
ت) میزان استفاده در ساخت پروانه کشتی: فولاد < تیتانیم

(۴) «پ» و «ت»

(۳) «ب» و «ت»

(۲) «الف» و «پ»

(۱) «الف» و «ب»

۳۹- کدام ماده در حالت مایع، انرژی گرمایی را بیشتر نگه می‌دارد؟

- (۱) پتاسیم کلرید (۲) آب (۳) نیتروژن (۴) هیدروژن فلوئورید

۴۰- ساختار فلزها، آرایش منظمی از کاتیون‌ها در بُعد است که در فضای بین آن‌ها، سست‌ترین الکترون‌های موجود در آزادانه جابه‌جا می‌شوند.

- (۱) دو - کاتیون‌ها (۲) دو - اتم‌های فلز (۳) سه - اتم‌های فلز (۴) سه - کاتیون‌ها

۴- گزینه ۳

درسنامه ۱ اگر در محاسبه حد توابع کسری به $\frac{0}{0}$ برسیم، طبق قاعده هوییتال می‌توانیم به جای صورت و مخرج، مشتقشان را بنویسیم و بعد حد را حساب کنیم. این یعنی

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} \quad \text{اگر } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0} \text{ باشد، داریم:}$$

۲ قبل از استفاده از هوییتال، مقدار عوامل ضربی غیر صفر را جای‌گذاری می‌کنیم. مثلاً در حد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x}{x - 1} \cos(\pi x)$ ، به ازای $x = 1$ می‌شود $\cos \pi = -1$ که غیر صفر است؛ پس جای $\cos(\pi x)$ می‌نویسیم -1 و بعد هوییتال می‌زنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x}{x - 1} \cos(\pi x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x}{x - 1} \stackrel{\text{Hop}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 1}{1} = \frac{3(1)^2 - 1}{1} = \frac{2}{1} = 2$$

۳ فرمول مشتق بعضی از توابع را در جدول زیر برایتان آورده‌ایم:

تابع	فرمول مشتق
$\cos u$	$-u' \sin u$
$\sin u$	$u' \cos u$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$

گام ۱ در $\sin 2x$ ، $x = \frac{\pi}{4}$ و $x - \frac{\pi}{4}$ هر دو برابر صفرند، ولی $\cot(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{4})$ صفر نیست، ببینید:

$$\cot(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{4}) = \cot(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}) = \cot(0) = 1$$

گام ۲ پس با حد $\frac{0}{0}$ طرف هستیم ولی طبق مورد (۲) درس‌نامه، اول $\cot(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{4}) = 1$ را جای‌گذاری می‌کنیم، بعد هوییتال می‌زنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x \cdot \cot(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{4})}{x - \frac{\pi}{4}} \stackrel{\text{Hop}}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2 \cos 2x}{1} = 2 \cos(\pi) = -2$$

۵- گزینه ۴

مقدار $f'(3)$ همان شیب خط مماس بر f در $x = 3$ است. خط d در شکل زیر خط d از نقطه $(0, 1)$ و $(3, 5)$ می‌گذرد؛ پس شیبش می‌شود:

$$f'(3) = m = \frac{5 - 1}{3 - 0} = \frac{4}{3}$$

۶- گزینه ۳

شفاف‌سازی منظور از «شیب نیم‌خط‌های مماس چپ و راست f در $x = \frac{3}{4}$ »، همان مشتق‌های چپ و راست f در $x = \frac{3}{4}$ است.

استراتژی ۱ اول قدرمطلق را در سمت راست و چپ $x = \frac{3}{4}$ از بین ببرید، بعد با استفاده از مشتق‌های عامل صفرشونده، اختلاف مشتق راست و چپ f در $x = \frac{3}{4}$ را برابر $2\sqrt{6}$ قرار دهید.

درسنامه ۱ مشتق عامل صفرشونده: اگر مشتق تابع $y = f \cdot g$ در $x = a$ را بخواهیم و مقدار f در $x = a$ برابر صفر باشد، کافی است فقط از f مشتق بگیریم و بعد به جای x قرار دهیم a . برای مثال اگر مشتق $f(x) = (x^2 - 1)\sqrt{x + 3}$ در $x = 1$ را بخواهیم، داریم:

$$f(x) = (x^2 - 1)\sqrt{x + 3} \Rightarrow f'(x) = \underbrace{2x}_{\text{مشتق } x^2 - 1} \times \sqrt{x + 3}$$

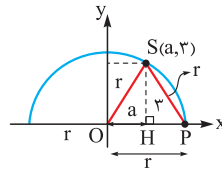
عامل صفرشونده

$$\xrightarrow{x=1} f'(1) = 2 \times \sqrt{4} = 4$$

ریاضیات

۱- گزینه ۳

درسنامه ۱ طول ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a می‌شود $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.
۲ در مثلث متساوی‌الاضلاع، هر ارتفاع، میانه و نیمساز هم هست.



گام ۱ فرض می‌کنیم شعاع نیم‌دایره مقابل r باشد. به گفته سؤال $SP = r$ است؛ پس اگر شعاع OS را به شکل اضافه کنیم، مثلی به اسم OSP ساخته می‌شود که طول هر ضلعش برابر r است؛ پس این مثلث متساوی‌الاضلاع است.

گام ۲ طبق شکل بالا، طول ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع برابر 3 است؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$SH = \frac{\sqrt{3}}{2}r \Rightarrow 3 = \frac{\sqrt{3}}{2}r \Rightarrow r = \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

از طرفی طبق مورد (۲) درس‌نامه، ارتفاع SH ، میانه هم هست؛ پس H وسط OP است. در نتیجه:

$$OH = a = \frac{r}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

۲- گزینه ۴

گام ۱ فرض می‌کنیم $x^2 + 1 = t$ باشد، پس به دنبال $t^2 + \frac{100}{t^2} = (x^2 + 1)^2 + \frac{100}{(x^2 + 1)^2}$ هستیم.

گام ۲ به طرفین تساوی $9 = x^2 + \frac{10}{x^2 + 1}$ ، واحد اضافه می‌کنیم تا بتوانیم جای « $x^2 + 1$ »ها بنویسیم t :

$$(x^2 + 1) + \frac{10}{x^2 + 1} = 9 + 1 \Rightarrow t + \frac{10}{t} = 10$$

گام ۳ طرفین تساوی بالا را به توان 2 می‌رسانیم:

$$t^2 + 2t(\frac{10}{t}) + (\frac{10}{t})^2 = 10^2 \Rightarrow t^2 + 20 + \frac{100}{t^2} = 100 \Rightarrow t^2 + \frac{100}{t^2} = 80$$

۳- گزینه ۱

درسنامه ۱ اگر مطابق شکل، دو نقطه با عرض یکسان روی سهمی

$$y = ax^2 + bx + c$$

داشته باشیم (مثل A و B)، میانگین طول این دو نقطه، مساوی طول

رأس سهمی $(-\frac{b}{2a})$ است:

$$\frac{x_A + x_B}{2} = -\frac{b}{2a}$$

۲ اگر α و β ریشه‌های سهمی $y = ax^2 + bx + c$ باشند، مجموع ریشه‌ها از رابطه مقابل محاسبه می‌شود:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

۳ اگر دو مورد قبل را با هم ترکیب کنیم، می‌فهمیم که جمع طول نقطه‌های A و B در سهمی بالا مساوی مجموع ریشه‌هایش می‌شود:

$$\frac{x_A + x_B}{2} = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x_A + x_B = -\frac{b}{a}$$

به گفته سؤال دو نقطه $(3, -4)$ و $(-1/5, -4)$ با عرض یکسان، روی سهمی قرار دارند؛ پس طبق درس‌نامه، مجموع صفرهای سهمی با جمع طول این نقاط برابر است:

$$3 + (-1/5) = 14/5 = 2\frac{4}{5}$$

۸- گزینه ۲

استراتژی ۱ اول با توجه به این که $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f'(x)}{x} = 2$ است، مقدار a را محاسبه کنید؛
بعد با استفاده از $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0$ ، مقدار b به دست می آید.

درس نامه ۱ فرمول مشتق برخی از توابع در جدول زیر آمده است:

مثال	مشتق	تابع
$\circ \xrightarrow{\text{مشتق}} 2$	$\circ$	عدد ثابت
$\cos 4x \xrightarrow{\text{مشتق}} -4 \sin 4x$	$-u' \sin u$	$\cos u$
$\cos^5(3x) \xrightarrow[u=\cos 3x]{\text{مشتق}} \underbrace{5 \cos^4(3x)}_{u^4} \cdot \underbrace{(-\sin 3x)}_{u'} \cdot \underbrace{3}_{u''}$	$nu'u^{n-1}$	u^n

۲ وقتی $u \rightarrow 0$ ، می توانیم از هم ارزی $\sin u \sim u$ استفاده کنیم.

گام ۱ مشتق تابع f را به کمک مورد (۱) درس نامه به دست می آوریم:

$$f'(x) = 3 \times 2 \times (-\sin 2x) \cos^2 2x + 2ax = -6 \sin 2x \cdot \cos^2 2x + 2ax$$

گام ۲ ضابطه f' را در $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f'(x)}{x} = 2$ جای گذاری می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-6 \sin 2x \cdot \cos^2 2x + 2ax}{x} = 2$$

چون $x \rightarrow 0$ ، پس با توجه به مورد (۲) درس نامه، $\sin 2x = 2x$ می شود:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-6 \times 2x \times \cos^2 2x + 2ax}{x} = 2 \Rightarrow -6 \times 2 + 2a = 2 \Rightarrow 2a = 14 \Rightarrow a = 7$$

گام ۳ حالا سراغ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0$ می رویم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos^3 2x + 7x^2 + b}{x} = 0 \Rightarrow \frac{1+0+b}{0^+} = 0 \Rightarrow a+b=7-1=6$$

$b = -1$ است، چون اگر $b \neq -1$ باشد، حاصل حد نامتناهی می شود، پس:

۹- گزینه ۴

درس نامه ۱ اگر f تابعی صعودی اکید باشد، نقاط تلاقی f و f^{-1} روی نیمساز ربع اول و سوم قرار دارند، یعنی برای به دست آوردن نقاط تقاطع f و f^{-1} ، کافی است معادله $f(x) = x$ را حل کنیم. **۲** برای به دست آوردن ضابطه وارون f ، کافی است جای x و y را عوض و سپس y را تنها کنیم، برای مثال:

$$f(x) = \sqrt[3]{x} + 1 \Rightarrow y = \sqrt[3]{x} + 1 \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ عوض}} x = \sqrt[3]{y} + 1 \Rightarrow \sqrt[3]{y} = x - 1 \Rightarrow y = (x - 1)^3 \Rightarrow f^{-1}(x) = (x - 1)^3$$

۳ شیب خط مماس بر منحنی f در نقطه ای به طول $x = \alpha$ واقع بر آن برابر $f'(\alpha)$ است.

۴ تانژانت زاویه بین دو خط با شیب های m و m' برابر است با: (α) زاویه بین دو خط است.

$$\tan \alpha = \left| \frac{m - m'}{1 + mm'} \right|$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

گام ۱ واضح است که $f(x) = \sqrt{x} + 2$ تابعی صعودی اکید است، پس برای به دست آوردن نقاط تلاقی f و f^{-1} ، معادله $f(x) = x$ را حل می کنیم:

$$\begin{aligned} \sqrt{x} + 2 &= x \Rightarrow \sqrt{x} = x - 2 \xrightarrow{\text{توان } 2} x = x^2 - 4x + 4 \\ \Rightarrow x^2 - 5x + 4 &= 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

غ غ ق چون در (*) صدق نمی کند. $x = 4$ ✓

۲ مشتق $\sqrt{u}$ به صورت $\frac{u'}{2\sqrt{u}}$ است.

گام ۱ ضابطه f در $x \rightarrow \frac{3}{4}^+$ به صورت زیر است: (در $x \rightarrow \frac{3}{4}^+$ مقدار $4x - 3$ مثبت است، پس $|4x - 3| = 4x - 3$ می شود).
حالا مشتق راست f در $x = \frac{3}{4}$ را به دست می آوریم:

$$f(x) = (4x - 3)\sqrt{4x} \Rightarrow f'(x) = 4\sqrt{4x} \xrightarrow{x=\frac{3}{4}} f'_+(\frac{3}{4}) = 4\sqrt{\frac{3}{4}} = 2\sqrt{3}a$$

عامل صفرشونده

گام ۲ ضابطه f در $x \rightarrow \frac{3}{4}^-$ به صورت زیر است: (در $x \rightarrow \frac{3}{4}^-$ مقدار $4x - 3$ منفی است، پس $|4x - 3| = -4x + 3$ می شود).
حالا مشتق چپ f در $x = \frac{3}{4}$ را به دست می آوریم:

$$f(x) = (-4x + 3)\sqrt{4x} \Rightarrow f'(x) = -4\sqrt{4x}$$

عامل صفرشونده

$$\xrightarrow{x=\frac{3}{4}} f'_-(\frac{3}{4}) = -4\sqrt{\frac{3}{4}} = -2\sqrt{3}a$$

گام ۳ اختلاف مشتق چپ و راست f در $x = \frac{3}{4}$ برابر $2\sqrt{6}$ است:

$$f'_+(\frac{3}{4}) - f'_-(\frac{3}{4}) = 2\sqrt{6} \Rightarrow 2\sqrt{3}a - (-2\sqrt{3}a) = 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow 4\sqrt{3}a = 2\sqrt{6} \xrightarrow{\text{توان } 2} 16 \times 3a = 4 \times 6 \Rightarrow 48a = 24 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

۷- گزینه ۴

درس نامه برای این که تابع چندضابطه ای $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \geq \alpha \\ h(x) & x < \alpha \end{cases}$ مشتق پذیر باشد، باید دو شرط زیر را داشته باشد:

(الف) حد چپ و راست و مقدار f در $x = \alpha$ برابر باشند:

$$\lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \alpha^-} f(x) = f(\alpha)$$

(ب) مشتق چپ و راست f در $x = \alpha$ برابر باشد:

گام ۱ طبق درس نامه، اولین شرط مشتق پذیری، برابری حد چپ، حد راست و مقدار تابع

$$\text{در } x = a \text{ است. در تابع } f(x) = \begin{cases} bx + c & x < a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases}$$

ضابطه پایینی محاسبه می شوند؛ پس فقط حد چپ و راست را مساوی هم می گذاریم:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a^-} (bx + c) = \lim_{x \rightarrow a^+} \left(\frac{1}{x}\right) \Rightarrow ba + c = \frac{1}{a}$$

$$\xrightarrow{x=a} \Rightarrow ba^2 + ac = 1 \quad (*)$$

گام ۲ به سراغ دومین شرط مشتق پذیری می رویم. اول ضابطه f' را به دست می آوریم،

$$\text{مشتق ضابطه پایینی را به کمک رابطه } \left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2} \text{ به دست می آوریم:}$$

$$f(x) = \begin{cases} bx + c & x < a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} b & x < a \\ -\frac{1}{x^2} & x \geq a \end{cases}$$

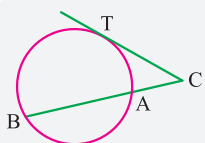
گام ۳ حالا مشتق چپ و راست f در $x = a$ را با هم برابر قرار می دهیم:

$$f'_-(a) = f'_+(a) \Rightarrow b = -\frac{1}{a^2} \Rightarrow a^2 b = -1$$

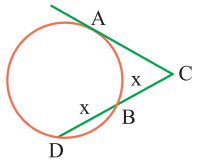
گام ۴ در آخر مقدار $a^2 b$ را در رابطه (*) جای گذاری می کنیم تا مقدار ac معلوم شود:

$$-1 + ac = 1 \Rightarrow ac = 2$$

گزینه ۴ - ۱۲



درسنامه مطابق شکل، اگر از نقطه C واقع بر امتداد وتر AB، مماس CT را بر دایره رسم کنیم، داریم:
 $CT^2 = CA \cdot CB$



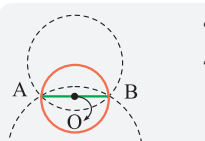
مطابق شکل مقابل، فرض می‌کنیم $DB = BC = x$ باشد.
AC بر دایره مماس است، پس طبق درسنامه می‌توانیم بنویسیم:
 $AC^2 = CB \cdot CD \Rightarrow AC^2 = x(2x) \Rightarrow AC = x\sqrt{2}$
 $\Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{x\sqrt{2}}{x} = \sqrt{2}$

تله خواستان باشد رابطه طولی را به صورت $CA^2 = CB \cdot BD$ ننویسید؛ با این کار در تله می‌افتید.

گزینه ۱۳ - ۱۳

شفاف‌سازی منظور از «کوچک‌ترین دایره گذرا بر دو نقطه A(۲,۵) و B(-۴,۱)» دایره‌ای به قطر AB است.

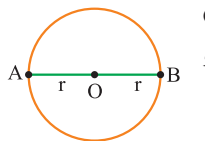
استراتژی اول به کمک «شفاف‌سازی» مرکز و شعاع دایره را به دست می‌آوریم؛ بعد با داشتن مرکز و شعاع معادله دایره را می‌نویسیم. در آخر به جای yهای معادله دایره، صفر می‌گذاریم تا نقطه‌های برخورد دایره با محور xها به دست بیاید.



درسنامه ۱ همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، کوچک‌ترین دایره‌ای که از دو نقطه A و B می‌گذرد، دایره‌ای به قطر AB است.

۲ معادله دایره‌ای به مرکز $O(\alpha, \beta)$ و شعاع r، به صورت زیر نوشته می‌شود:
 $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$

۳ هر وقت می‌خواستید محل برخورد یک منحنی مثل f را با محور xها پیدا کنید، در معادله منحنی f، y را صفر بگذارید و معادله حاصل را حل کنید. برای پیدا کردن محل برخورد f با محور yها باید x را صفر بگذارید.



گام ۱ (به دست آوردن مرکز و شعاع دایره): طبق مورد (۱) درسنامه، کوچک‌ترین دایره‌ای که از دو نقطه A(۲,۵) و B(-۴,۱) می‌گذرد، دایره‌ای به قطر AB است؛ ببینید: حالا می‌توانیم بگوییم:

♦ مرکز دایره (O)، وسط AB است؛

$$O = \frac{A+B}{2} = \frac{(2,5) + (-4,1)}{2} = \frac{(-2,6)}{2} = (-1,3)$$

♦ $2r = AB$

$$2r = AB \Rightarrow 2r = \sqrt{(-4-2)^2 + (1-5)^2} \Rightarrow 2r = \sqrt{36+16}$$

$$\Rightarrow 2r = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \Rightarrow r = \sqrt{13}$$

گام ۲ (نوشتن معادله دایره): حالا که مرکز و شعاع دایره را داریم، می‌توانیم به کمک مورد (۲) درسنامه، معادله‌اش را بنویسیم:

$$\begin{cases} O(-1,3) \\ r = \sqrt{13} \end{cases} \Rightarrow (x - (-1))^2 + (y - 3)^2 = (\sqrt{13})^2 \Rightarrow (x+1)^2 + (y-3)^2 = 13$$

گام ۳ (پیدا کردن خواسته سؤال): در آخر طبق مورد (۳) درسنامه، به جای y در معادله دایره، صفر می‌گذاریم تا محل برخورد دایره با محور xها پیدا شود:

$$(x+1)^2 + (0-3)^2 = 13 \Rightarrow (x+1)^2 = 4 \Rightarrow x+1 = \pm 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+1=2 \Rightarrow x=1 \\ x+1=-2 \Rightarrow x=-3 \end{cases}$$

بنابراین دایره مورد نظر، محور xها را با طول‌های ۱ و -۳ قطع می‌کند.

گام ۱ شیب خط مماس بر f در $x=4$ برابر است با:

$$f(x) = \sqrt{x} + 2 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(4) = \frac{1}{4}$$

برای به دست آوردن شیب خط مماس بر f^{-1} در $x=4$ ، ابتدا باید ضابطه f^{-1} را محاسبه کنیم:

$$f(x) = \sqrt{x} + 2 \Rightarrow y = \sqrt{x} + 2 \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ عوض}} x = \sqrt{y} + 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{y} = x - 2 \xrightarrow{\text{توان ۲}} y = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 4x + 4$$

حالا مشتق f^{-1} در $x=4$ را به دست می‌آوریم: $(f^{-1}(x))' = 2x - 4 \Rightarrow (f^{-1}(4))' = 4$

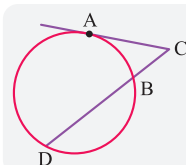
گام ۲ با توجه به مورد (۴) درسنامه، اگر فرض کنیم زاویه بین دو خط مماس بر f و f^{-1} در $x=4$ برابر α باشد، داریم $(m' = 4 \text{ و } m = \frac{1}{4})$:

$$\tan \alpha = \left| \frac{m - m'}{1 + mm'} \right| = \left| \frac{\frac{1}{4} - 4}{1 + \frac{1}{4} \cdot 4} \right| = \frac{15}{8}$$

گام ۳ در آخر با استفاده از مورد (۵) درسنامه، $\sin 2\alpha$ را محاسبه می‌کنیم:

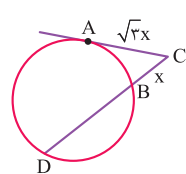
$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{2 \times \frac{15}{8}}{1 + \frac{225}{64}} = \frac{\frac{15}{4}}{\frac{289}{64}} = \frac{240}{289}$$

گزینه ۳ - ۱۰



درسنامه مطابق شکل، اگر خط مماس بر دایره در نقطه A و امتداد وتر BD، همدیگر را در C قطع کنند، آن‌گاه:

$$CA^2 = CB \cdot CD$$

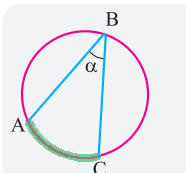


از تساوی $\frac{AC}{BC} = \sqrt{2}$ ، نتیجه می‌گیریم که $AC = \sqrt{2}x$ و $BC = x$. حالا با استفاده از روابط طولی داریم:

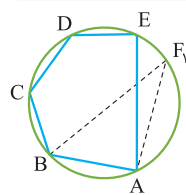
$$CA^2 = CB \cdot CD \Rightarrow (\sqrt{2}x)^2 = x \cdot CD \Rightarrow 2x^2 = x \cdot CD \Rightarrow CD = 2x \Rightarrow BD = CD - CB = 2x \Rightarrow \frac{DB}{BC} = \frac{2x}{x} = 2$$

تله اگر رابطه طولی را به اشتباه به صورت $CA^2 = CB \cdot BD$ بنویسید، به $DB = 3x$ می‌رسید و در تله می‌افتید.

گزینه ۱۱ - ۱۱



درسنامه اندازه هر زاویه محاطی مثل α در شکل مقابل، مساوی نصف اندازه کمان مقابلش است؛ یعنی $\alpha = \frac{1}{2} \widehat{AC}$



همان‌طور که در شکل می‌بینید، پنج‌ضلعی ABCDE در دایره محاط است. به گفته سؤال هر ضلع این ضلعی، وتر رو به یک زاویه محاطی است، مثلاً در شکل مقابل، ضلع AB وتر رو به زاویه محاطی F_1 است، پس طبق درسنامه می‌توانیم بگوییم:

$$\hat{F}_1 = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

به همین ترتیب اگر ضلع‌های BC، CD، DE و EA، وتر رو به زاویه‌های محاطی F_2 ، F_3 ، F_4 و F_5 باشند، می‌توانیم بنویسیم:

$$\hat{F}_1 = \frac{1}{2} \widehat{BC}, \hat{F}_2 = \frac{1}{2} \widehat{CD}, \hat{F}_3 = \frac{1}{2} \widehat{DE}, \hat{F}_4 = \frac{1}{2} \widehat{EA}$$

پس مجموع این زاویه‌ها می‌شود:

$$\hat{F}_1 + \hat{F}_2 + \hat{F}_3 + \hat{F}_4 + \hat{F}_5 = \frac{1}{2} \widehat{AB} + \frac{1}{2} \widehat{BC} + \frac{1}{2} \widehat{CD} + \frac{1}{2} \widehat{DE} + \frac{1}{2} \widehat{EA} = \frac{1}{2} (\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{DE} + \widehat{EA}) = \frac{1}{2} \cdot 360^\circ = 180^\circ$$

متأسفانه سازمان سنجش پاسخ این سؤال را (۳) اعلام کرده، غلط است و به‌جای آن می‌گوییم!!!

گزینه ۱۴ - ۳

گام ۱ پیدا کردن طول رأس سهمی: در معادله گسترده سهمی y^2 داریم، پس طبق مورد (۱) درس نامه، اگر نسبت به y مشتق بگیریم، عرض رأس سهمی پیدا می‌شود:

$$3y^2 - 3x - ay = 0 \xrightarrow{\text{مشتق نسبت به } y} 6y - a = 0 \Rightarrow y = \frac{a}{6}$$

حالا $y = \frac{a}{6}$ را در معادله سهمی جای گذاری می‌کنیم تا به طول رأس سهمی برسیم (مورد (۲) درس نامه):

$$3\left(\frac{a}{6}\right)^2 - 3x - a\left(\frac{a}{6}\right) = 0 \Rightarrow \frac{a^2}{12} - 3x - \frac{a^2}{6} = 0 \Rightarrow 3x = \frac{a^2}{12} - \frac{a^2}{6} \Rightarrow 3x = -\frac{a^2}{12} \Rightarrow x = -\frac{a^2}{36}$$

طول رأس

گام ۲ محاسبه پارامتر سهمی: به کمک مورد (۳) درس نامه، پارامتر سهمی $3y^2 - 3x - ay = 0$ را به دست می‌آوریم؛ فقط چون در معادله سهمی a داریم، پارامتر $A = -\frac{1}{4 \times \text{ضرب متغیر درجه ۲}} = -\frac{1}{4 \times 3} = -\frac{1}{12}$ سهمی را با A نشان می‌دهیم:

گام ۳ نوشتن معادله خط هادی برحسب A : طبق مورد (۴) سهمی معادله خط هادی را باید به این صورت بنویسیم:

$$x = \text{طول رأس} - A \Rightarrow x = -\frac{a^2}{36} - \left(-\frac{1}{12}\right) = -\frac{a^2}{36} + \frac{1}{12}$$

گام ۴ محاسبه خواسته سؤال: سؤال معادله خط هادی را به صورت $x = -\frac{a^2}{36} + \frac{1}{12}$ داده. از مقایسه این معادله با معادله آبی رنگ بالا نتیجه می‌گیریم که:

$$-\frac{a^2}{36} + \frac{1}{12} = -\frac{a^2}{36} \Rightarrow \frac{1}{12} = 0 \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = \pm 6$$

سؤال اختلاف مقادیر a را می‌خواهد که می‌شود $12 - (-6) = 18$.

گزینه ۲ - ۱۶

درس نامه ۱ فاصله‌های مهم بیضی را مطابق جدول زیر بلد باشید:

شکل	فاصله‌های مهم
	قطر بزرگ: $AA' = 2a$ قطر کوچک: $BB' = 2b$ فاصله کانونی: $FF' = 2c$ مرکز بیضی: $O = \frac{F + F'}{2}$

۲ بین پارامترهای بیضی a ، b و c رابطه مقابل برقرار است: $a^2 = b^2 + c^2$

۳ خروج از مرکز هر بیضی برابر $e = \frac{c}{a}$ است.

گام ۱ (محاسبه مقدار c): شکل فرضی مقابل را می‌کشیم. همان‌طور که می‌بینید، چون کانون‌های بیضی نقاطی با طول ۳ و -۳ روی محور x هستند، آن‌ها را به صورت $F(3, 0)$ و $F'(-3, 0)$ در نظر گرفتیم. طول $FF' = 3 - (-3) = 6$ برابر است با:

پس با توجه به مورد (۱) درس نامه $2c = 6$ و در نتیجه $c = 3$ می‌شود.

گام ۲ (محاسبه a): به گفته سؤال خروج از مرکز بیضی، مساوی $\frac{1}{3}$ است؛ پس طبق مورد (۳) درس نامه، می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{c}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 9$$

گام ۳ (محاسبه خواسته سؤال): حالا که a و c را داریم می‌توانیم به کمک رابطه $a^2 = b^2 + c^2$ (مورد (۲) درس نامه)، مقدار b را حساب کنیم:

$$9^2 = b^2 + 3^2 \Rightarrow b^2 = 72 = 36 \times 2 \Rightarrow b = 6\sqrt{2}$$

بنابراین طول قطر کوچک بیضی می‌شود:

درس نامه ۱ هر نقطه‌ای که مثل M در شکل مقابل روی بیضی باشد، جمع فاصله‌هایش از کانون‌های بیضی برابر با مقدار ثابت بیضی یعنی $2a$ است:

۲ طول قطر بزرگ بیضی، مطابق شکل مقابل برابر $2a$ است.

۳ در شکل مقابل، خط d در نقطه M بر بیضی مماس است. در چنین حالتی اگر از M به F و F' وصل کنیم، زاویه‌هایی که MF و MF' با d می‌سازند (α و β) برابرند؛ یعنی در شکل مقابل $\alpha = \beta$ است.

گام ۱ (محاسبه زاویه‌های مورد نیاز): در شکل زیر، در مثلث قائم‌الزاویه $MF'H'$ یک زاویه 30° داریم؛ پس زاویه دیگرش $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ می‌شود.

d در نقطه M بر بیضی مماس است، پس طبق مورد (۳) درس نامه، باید $FMH = F'MH' = 30^\circ$ باشد؛ بنابراین مثلث قائم‌الزاویه FMH هم زاویه‌هایش 30° و 60° اند.

گام ۲ (تحلیل فاصله بین پای عمودها): در مثلث‌های قائم‌الزاویه بالا، ضلع‌های رو به 60° ، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ برابر و ترند:

$$MF'H' : MH' = \frac{\sqrt{3}}{2} x \quad \text{و} \quad MFH : MH = \frac{\sqrt{3}}{2} y$$

پس HH' می‌شود:

$$HH' = MH' + MH = \frac{\sqrt{3}}{2} x + \frac{\sqrt{3}}{2} y = \frac{\sqrt{3}}{2} (x + y)$$

گام ۳ (محاسبه خواسته سؤال): M در شکل بالا، روی بیضی است؛ پس طبق مورد (۱) درس نامه، جمع فاصله‌هایش از F و F' باید $2a$ باشد. HH' را هم خود سؤال داده $2\sqrt{3}$:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} (2a) = 2\sqrt{3} \Rightarrow 2a = 4$$

طبق مورد (۲) درس نامه، طول قطر بزرگ بیضی همان $2a = 4$ است.

گزینه ۱۵ - ۱۵

درس نامه ۱ در معادله گسترده سهمی، اگر نسبت به متغیر درجه دوم مشتق بگیریم، یا عرض رأس پیدا می‌شود یا طولش. احتمالاً می‌پرسید «چطور تشخیص بدهیم؟» باید خدمتان عرض کنیم که اگر متغیر درجه دوم x بود طول رأس و اگر متغیر درجه دوم y بود، عرض رأس پیدا شده است.

۲ مختصات رأس سهمی در معادله‌اش صدق می‌کند.

۳ هر وقت معادله گسترده سهمی را داشتید و مقدار پارامتر آن یعنی a را می‌خواستید، از رابطه مقابل استفاده کنید:

$$a = -\frac{1}{\text{ضرب متغیر درجه ۲}} \times \text{ضرب متغیر درجه ۱}$$

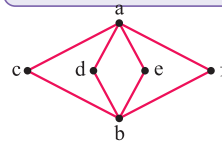
منفی یاد نره

۴ اگر در سهمی y^2 وجود داشته باشد، سهمی افقی است. در این جور سهمی‌ها معادله خط هادی از این رابطه به دست می‌آید:

$$x = \text{طول رأس} - a$$

پارامتر سهمی

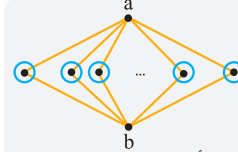
۱۷- گزینه ۴



این گراف را به دو صورت می‌توانیم رسم کنیم که در هر دو حالت، ۶ دور داریم:
حالت اول: اگر گراف به شکل مقابل باشد، دورهای گراف عبارتند از:

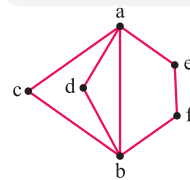
$afbea, afbda, afbca, aebda, aebca, adbca$

البته می‌توانستیم تعداد دورهای این گراف را به کمک نکته زیر هم محاسبه کنیم:



نکته اگر در گرافی با مرتبه p ، دو رأس از درجه $p-2$ و رؤس دیگر از درجه ۲ باشند به شرطی که دو رأس از درجه $p-2$ مجاور نباشند، نمودار گراف به شکل مقابل می‌شود:

در این گراف فقط دورهایی به طول ۴ داریم که در همه این دورها، دو رأس بالایی و پایینی (رؤس a و b) و ۲ رأس از بین رؤس رنگی وجود دارند. برای انتخاب ۲ رأس از بین رؤس رنگی (تعداد رؤس رنگی $p-2$ تا است) $\binom{p-2}{2}$ حالت داریم، پس تعداد دورها هم $\binom{p-2}{2}$ می‌شود.



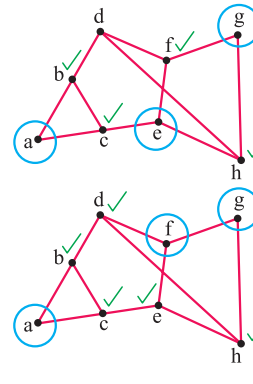
با توجه به نکته گفته‌شده، در گراف G ، $\binom{4}{2} = 6$ دور داریم.
حالت دوم: اگر گراف به شکل مقابل باشد، دورهای گراف عبارتند از:

$aefba, aefbda, aefbca, abda, abca, adbca$

۱۸- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ به زیرمجموعه D از رؤس گراف G ، یک مجموعه احاطه‌گر می‌گوییم هرگاه هر رأس از گراف یا در D باشد یا حداقل با یکی از اعضای D مجاور باشد.

۲ مجموعه احاطه‌گری که با حذف هر کدام از عضوهایش دیگر احاطه‌گر نباشد را یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال می‌نامیم.



گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:
۱ مطابق شکل، با انتخاب رؤس a, e و g ، رأس d احاطه نمی‌شود، پس این مجموعه اصلاً احاطه‌گر نیست که بخواهد احاطه‌گر مینیمال باشد.

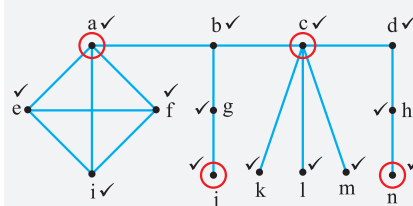
بررسی سایر گزینه‌ها: با انتخاب رؤس a, f و g ، تمام رؤس گراف احاطه می‌شوند، پس این مجموعه احاطه‌گر هست. حالا اگر رأس a را از مجموعه حذف کنیم خود رأس a احاطه نمی‌شود. اگر رأس f را حذف کنیم، رأس‌های d و e احاطه نمی‌شوند و اگر رأس g را حذف کنیم، h احاطه نمی‌شود، پس با حذف کردن هر کدام از رؤس، این مجموعه دیگر احاطه‌گر نیست؛ در نتیجه احاطه‌گر مینیمال است.

۳ و ۴ این مجموعه‌ها هم احاطه‌گر مینیمال هستند که بررسی آن‌ها مثل **۲** است.

مشاوره احاطه‌گری (درس ۲ گراف) از جمله مباحثی است که در نظام جدید به کتاب درسی اضافه شده و طراحان، علاقه زیادی به این مبحث دارند، پس لازم است روی آن وقت کافی بگذارید.

۱۹- گزینه ۱

شفاف‌سازی «همسایگی‌های بسته عضوهای مجموعه احاطه‌گر، یک افزا برای مجموعه رؤس این گراف‌اند» طبق تعریف افزا یعنی هیچ‌کدام از همسایگی‌ها عضو مشترک ندارند، پس هر رأس دقیقاً یک بار احاطه می‌شود. مثلاً مجموعه احاطه‌گر $\{a, c, n, j\}$ برای گراف مقابل چنین خاصیتی را ندارد، چون با این مجموعه، رأس b دو بار احاطه می‌شود؛ یک بار توسط رأس a و بار دیگر توسط رأس c .



ندارند، پس هر رأس دقیقاً یک بار احاطه می‌شود. مثلاً مجموعه احاطه‌گر $\{a, c, n, j\}$ برای گراف مقابل چنین خاصیتی را ندارد، چون با این مجموعه، رأس b دو بار احاطه می‌شود؛ یک بار توسط رأس a و بار دیگر توسط رأس c .

درس‌نامه ۱ فرض کنید $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ زیرمجموعه‌های مجموعه A باشند به طوری که:

هیچ‌کدام از زیرمجموعه‌ها تهی نباشند؛ یعنی:

$$\forall 1 \leq i \leq n; A_i \neq \emptyset$$

هیچ دو زیرمجموعه‌های عضو مشترک نداشته باشند؛ یعنی:

$$\forall i, j (i \neq j; A_i \cap A_j = \emptyset)$$

$$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = A$$

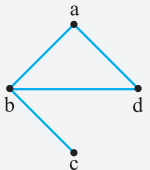
اجتماع تمام زیرمجموعه‌ها برابر با A باشد؛ یعنی:

$$A_n \cup A_{n-1} \cup \dots \cup A_1 = A$$

با برقراری سه شرط بالا می‌توانیم بگوییم مجموعه A به n زیرمجموعه $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ افزا شده است.

مثلاً مجموعه‌های زیر یک افزا برای $A = \{1, 2, 3, 4\}$ محسوب می‌شوند:

$$A_1 = \{1, 2\}, A_2 = \{3\}, A_3 = \{4\}$$

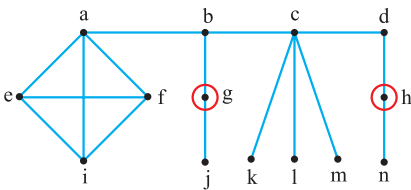


۲ به مجموعه رأس‌های مجاور با یک رأس مثل a ، همسایگی باز رأس a می‌گوییم و آن را $N_G(a)$ نشان می‌دهیم. مثلاً در گراف

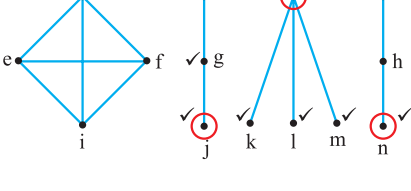
مقابل $N_G(a) = \{b, d\}$ است. اگر خود رأس a را هم به $N_G(a)$ اضافه کنیم، به همسایگی بسته رأس a می‌رسیم و آن را $N_G[a]$ نشان می‌دهیم:

$$N_G[a] = \{a, b, d\}$$

گام ۱ برای احاطه کردن رأس‌های n و z در گراف زیر، اگر رأس‌های h و g را انتخاب کنیم، مطابق شکل رأس‌های b و d احاطه می‌شوند و دیگر حق نداریم رأس c را انتخاب کنیم، چون با انتخاب رأس c ، رأس‌های d و b دوبار احاطه می‌شوند. از طرفی، اگر رأس c را نتوانیم انتخاب کنیم، برای احاطه کردن رأس‌های m و k باید خودشان را انتخاب کنیم که با این کار دیگر مجموعه‌مان احاطه‌گر مینیمم نیست.



گام ۲ پس برای احاطه کردن رأس‌های n و z خود آن‌ها را انتخاب می‌کنیم تا بتوانیم با انتخاب رأس c ، مطابق شکل مقابل، رأس‌های d, c, b, k, l, m را احاطه کنیم.

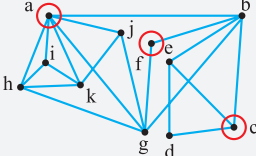


گام ۳ حالا فقط می‌ماند احاطه کردن رأس‌های a, e, i و f . برای احاطه کردن این رأس‌ها ۴ انتخاب داریم؛ یا a یا i یا f یا a اگر a را انتخاب کنیم رأس b که توسط c احاطه شده یک بار دیگر توسط a احاطه می‌شود، پس a حذف می‌شود و می‌ماند ۳ انتخاب دیگر. پس مسئله سه جواب دارد که آن‌ها به صورت مقابل‌اند:

$$\{n, j, c, e\} - \{n, j, c, f\} = \{n, j, c, i\}$$

۲۰- گزینه ۳

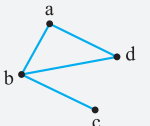
شفاف‌سازی «هر رأس گراف فقط متعلق به یکی از همسایگی‌های بسته اعضای مجموعه احاطه‌گر مینیمم باشد»؛ یعنی هر رأس گراف فقط یک بار احاطه می‌شود حالا یا توسط خودش یا توسط یک رأس دیگر.



مثلاً مجموعه احاطه‌گر مینیمم $\{a, c, f\}$ چنین خاصیتی ندارد، چون در این مجموعه، رأسی مثل g دو بار احاطه می‌شود؛ یک بار توسط a و بار دیگر توسط f .

درس‌نامه

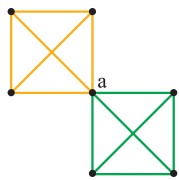
به مجموعه رأس‌های مجاور با یک رأس مثل a ، همسایگی باز رأس a می‌گوییم و آن را $N_G(a)$ نشان می‌دهیم. مثلاً در گراف زیر، $N_G(a) = \{b, d\}$ است. اگر خود رأس a را هم به $N_G(a)$ اضافه کنیم، به همسایگی بسته رأس a می‌رسیم و آن را $N_G[a]$ نشان می‌دهیم:



$$N_G[a] = \{a, b, d\}$$

با اضافه کردن این یال‌ها هم‌چنان دور به طول ۶ در گراف حضور دارد؛ پس در حالتی که $p = 6$ است هم امکان ندارد طول بلندترین دور ۴ باشد.

۲: برای این حالت، گراف زیر وجود دارد. در بخش زرد و همین‌طور سبز، طول بلندترین دور برابر ۴ است. ممکن است بگویید خب اگر از بخش زرد شروع کنیم و به بخش سبز برویم چه‌طور؟ این‌جوری نمی‌توانیم دور به طول بیشتر از ۴ پیدا کنیم؛ نه! چون برای رفتن از یک بخش به بخش دیگر باید از رأس a بگذریم و برای برگشت به همان بخش باز هم باید از a بگذریم؛ پس همین گزینه جواب است.



فیزیک

۲۲- گزینه ۳

۱: خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج شده و به بار منفی وارد می‌شوند؛ پس با توجه به شکل، $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$ است. (۱ و ۲) (پُرپر)

۲: از آن‌جا که تعداد خطوط میدان الکتریکی خارج‌شده از q_1 نسبت به تعداد خطوط میدان الکتریکی واردشده به q_2 بیشتر است؛ پس $|q_1| < |q_2|$ است. (۴) (پُرپر)

مشاوره: این سؤال و شکل آن دقیقاً از تمرین کتاب درسی آمده است. پرسش‌ها و تمرین‌های کتاب درسی را جدی‌تر بگیرید.

۲۳- گزینه ۴

۱: اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از میدان الکتریکی:

$$\begin{aligned} & \text{پتانسیل الکتریکی (J)} \\ & \uparrow \\ & \text{تغییر انرژی} \\ & \Delta V = \frac{\Delta U}{q} \\ & \downarrow \\ & \text{بار الکتریکی (C)} \end{aligned}$$

هواستون باشه! توی این رابطه باید بار q رو با علامتش بنویسیم.

۲: اگر ذره‌ای با بار الکتریکی منفی در جهت میدان الکتریکی حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش و اگر در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

انرژی پتانسیل الکتریکی این بار الکتریکی در حرکت از نقطه A تا نقطه B افزایش یافته است. با توجه به این‌که علامت این بار الکتریکی منفی است، پس در جهت میدان الکتریکی حرکت کرده است (رد ۱ و ۲). با جای‌گذاری داده‌ها در رابطه زیر، مقدار $V_B - V_A$ را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \quad \frac{\Delta U = 2 \times 10^{-3} \text{ J}}{q = -2 \times 10^{-9} \text{ C}} \rightarrow V_B - V_A = \frac{2 \times 10^{-3}}{-2 \times 10^{-9}} = -10^6 \text{ V}$$

تیزبازی: علامت این بار الکتریکی منفی است و انرژی پتانسیل الکتریکی آن در حرکت از نقطه A تا نقطه B افزایش یافته است؛ بنابراین این بار الکتریکی در جهت میدان الکتریکی حرکت کرده است (رد ۱ و ۲). هم‌چنین با توجه به این‌که با حرکت در جهت میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، پس $V_B < V_A$ و در نتیجه $V_B - V_A < 0$ است. بنابراین فقط ۴ می‌تواند درست باشد.

۲۴- گزینه ۴

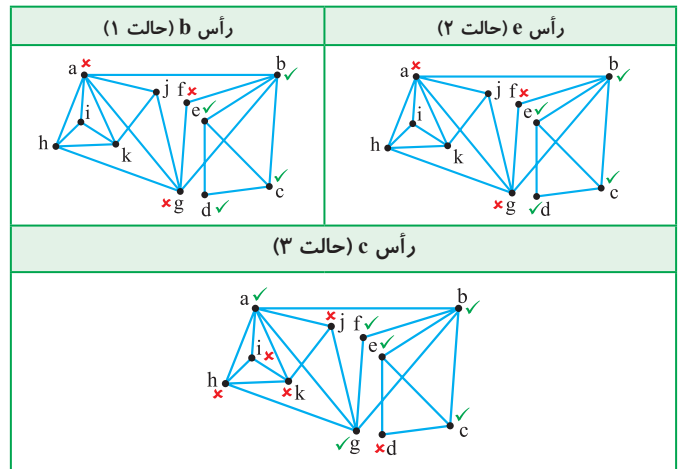
۱: چگالی سطحی بار الکتریکی: تراکم بار الکتریکی در سطح یک جسم را چگالی سطحی بار الکتریکی می‌گوییم و از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\sigma = \frac{Q}{A} \rightarrow \text{بار الکتریکی موجود در سطح (C)} \quad \text{مساحت سطح (m}^2\text{)}$$

۲: مساحت سطح یک کره به شعاع r :

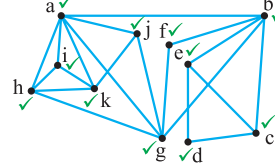
$$A = 4\pi r^2$$

۱: کار را با احاطه کردن رأس‌های a, b, c, d شروع می‌کنیم. بیا بید ببینیم با انتخاب هر کدام از رأس‌های a, b, c, d چه رأس‌هایی احاطه می‌شوند:



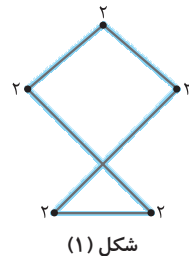
۱: طبق «شفاف‌سازی» می‌خواهیم هر رأس را یک بار احاطه کنیم؛ پس در گراف‌های جدول بالا، رأس‌های دارای $\checkmark$ و $\times$ را نمی‌توانیم انتخاب کنیم. طبق جدول بالا، در حالت اول حق انتخاب هیچ رأسی را نداریم؛ پس این حالت رد می‌شود. در حالت‌های (۲) و (۳) هم حق انتخاب f و g را نداریم، پس در این حالت‌ها f قطعاً احاطه نمی‌شود؛ پس این حالت‌ها هم رد می‌شوند.

۱: پس فقط می‌ماند رأس d . با انتخاب این رأس مطابق شکل مقابل، اگر f و k را هم اضافه کنیم به مجموعه احاطه‌گر مینیمم $\{d, f, k\}$ می‌رسیم که شرایط مسئله را دارد؛ بنابراین مسئله یک جواب دارد.

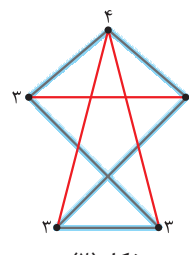


۲۱- گزینه ۲

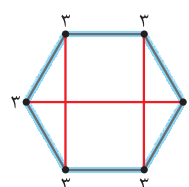
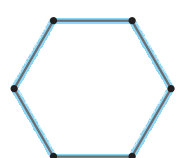
باید با حذف گزینه به جواب برسیم. به دنبال کوچک‌ترین p هستیم؛ پس با کوچک‌ترین گزینه شروع می‌کنیم:



شکل (۱)



شکل (۲)



۴: باید یک گراف با $\delta \geq 3$ و $p(G) = 5$ بسازیم. گراف شکل (۱) را در نظر بگیرید که در آن $p = 5$ و $\delta(G) = 2$ و خودش یک دور به طول ۵ است. برای این‌که $\delta(G) \geq 3$ بشود، باید یک یال به هر رأس این گراف متصل بشود، یک حالتش یال‌های قرمز شکل (۲):

با اضافه کردن این یال‌ها هم‌چنان دور به طول ۵ در گراف باقی می‌ماند؛ پس در حالتی که $p = 5$ است، طول بلندترین دور ۴ نیست.

۳: باید یک گراف با $p(G) = 6$ و $\delta(G) \geq 3$ بسازیم.

گراف مقابل را در نظر بگیرید که در آن $p = 6$ و $\delta(G) = 2$ و خودش یک دور به طول ۶ است. برای این‌که $\delta(G) \geq 3$ بشود، باید به هر رأس، حداقل یک یال متصل بشود. یک حالتش یال‌های قرمز مقابل:

نیروی وارد بر نوسانگر صفر می‌شود. بیشینه است و بزرگی آن از رابطه زیر به دست می‌آید:
دامنه نوسان (m)

$$|v_{\max}| = A\omega$$

گام ۱ در لحظه‌ای که جهت حرکت نوسانگر تغییر می‌کند، بزرگی شتاب نوسانگر بیشینه و در لحظه‌ای که نیروی وارد بر آن صفر می‌شود، بزرگی سرعت آن بیشینه است؛ بنابراین

$$\begin{cases} |a_{\max}| = A\omega^2 \\ |v_{\max}| = A\omega \end{cases} \Rightarrow \omega = \frac{|a_{\max}|}{|v_{\max}|}$$

$$\frac{a_{\max} = 0.16\pi^2 \text{ m/s}^2}{v_{\max} = 0.2\pi \text{ m/s}} \Rightarrow \omega = \frac{0.16\pi^2}{0.2\pi} = 0.8\pi \text{ rad/s}$$

گام ۲ حالا بزرگی شتاب نوسانگر در مکان $x = 1 \text{ cm}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow{\omega = 0.8\pi \text{ rad/s}, x = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}} a = -(0.8\pi)^2 \times 0.01 = -0.016\pi^2 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow |a| = 0.016\pi^2 \text{ m/s}^2$$

۲۸- گزینه ۴

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow \text{طول آونگ (m)}$$

$$\downarrow$$

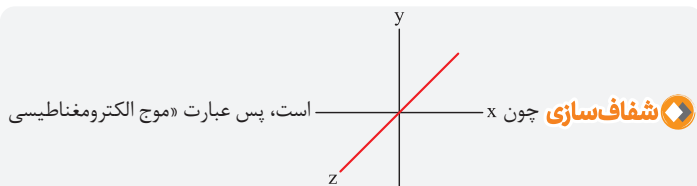
$$\text{شتاب گرانش (m/s}^2\text{)} \quad \text{دوره تناوب (s)}$$

گام ۱ دوره تناوب آونگ ساده را به دست می‌آوریم. $T = \frac{t}{n} \xrightarrow{t=1 \text{ s}, n=1} T = \frac{1}{1} = 1 \text{ s}$

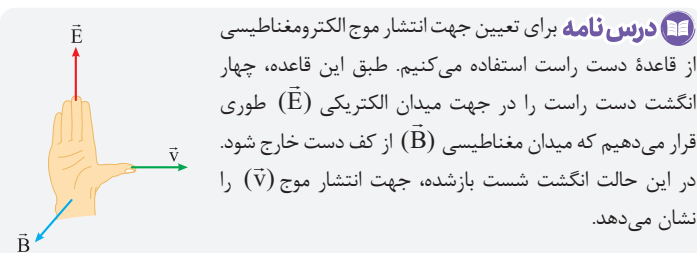
گام ۲ حالا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطه زیر، طول آونگ را محاسبه می‌کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \xrightarrow{g = \pi^2 \text{ m/s}^2, T = 1 \text{ s}} 1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\pi^2}} = 2\sqrt{L} \Rightarrow L = \frac{1}{4} \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

۲۹- گزینه ۱

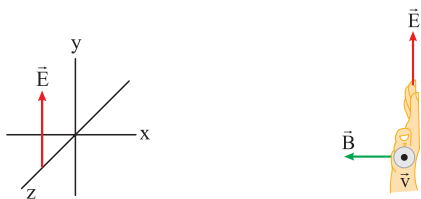


در جهت محور Z منتشر می‌شود؛ یعنی $\vec{V}$ به صورت برون‌سو (⊙) است.



درس‌نامه برای تعیین جهت انتشار موج الکترومغناطیسی از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم. طبق این قاعده، چهار انگشت دست راست را در جهت میدان الکتریکی ($\vec{E}$) طوری قرار می‌دهیم که میدان مغناطیسی ($\vec{B}$) از کف دست خارج شود. در این حالت انگشت شست باز شده، جهت انتشار موج ($\vec{V}$) را نشان می‌دهد.

جهت میدان مغناطیسی موج را با استفاده از قاعده دست راست پیدا می‌کنیم (اگر این قاعده رو بلد نیستی، درس‌نامه رو بخون).



(در این‌جا در جهت محور Z یعنی برون‌سو (⊙) است.)

بنابراین در این لحظه، جهت میدان مغناطیسی موج به سمت چپ (در خلاف جهت محور X) است.

تیزبازی در این سؤال می‌توانید ۲ و ۴ را به سرعت حذف کنید، چون $\vec{B}$ نمی‌تواند با $\vec{E}$ هم‌راستا باشد.

کافیت نسبت چگالی سطحی بار دو کره A و B را بنویسیم:

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{Q_A}{Q_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{Q_B = \frac{4}{3}\pi R_A^3 \rho, A_B = 4\pi R_A^2} \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{Q_A}{\frac{4}{3}\pi R_A^3 \rho} \times \frac{4\pi R_B^2}{4\pi R_A^2}$$

$$\xrightarrow{R_A = 2R_B} \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = 2 \times \frac{R_B^2}{(2R_B)^2} \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

تله اگر در محاسبه مساحت سطح کره، شعاع را به توان ۲ نرسانیم، به گزینه نادرست

۱ می‌رسیم یا اگر نسبت $\frac{\sigma_B}{\sigma_A}$ را به دست بیاوریم، چشم به راه ماست.

۲۵- گزینه ۴

شفاف‌سازی ۱ بار الکتریکی موجود در هر سانتی‌متر مربع از سطح کره بر حسب پیکوکولن یعنی چگالی سطحی بار آن را بر حسب pC/cm^2 به دست بیاوریم. عدد

۱۵۷ که در صورت سؤال داده شده است، دقیقاً نصف ۳۱۴ است. این عدد به نوعی آلارم می‌دهد که عدد π را برابر ۳/۱۴ در نظر بگیریم.

درس‌نامه چگالی سطحی بار الکتریکی رسانا:
بار الکتریکی موجود در سطح (C) $\sigma = \frac{Q}{A} \rightarrow \text{مساحت سطح (m}^2\text{)}$
چگالی سطحی بار (C/m²)

سؤال از ما چگالی سطحی بار الکتریکی کره را بر حسب pC/cm^2 می‌خواهد؛ بنابراین می‌توانیم

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi R^2} \Rightarrow \sigma = \frac{157 \times 10^{-6} \text{ C}}{4 \times 3.14 \times 5 \times 5 \text{ cm}^2} = 500 \text{ pC/cm}^2$$

یعنی بار الکتریکی موجود در هر سانتی‌متر مربع از سطح این کره برابر با ۵۰۰ پیکوکولن است.

۲۶- گزینه ۱

درس‌نامه تندی انتشار موج عرضی در تار مرتعش تحت کشش:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot A}} \rightarrow \text{نیروی کشش تار (N)}$$

$$\downarrow$$

$$\text{سطح مقطع تار (m}^2\text{)} \quad \text{چگالی تار (kg/m}^3\text{)}$$

کافی است داده‌ها را در رابطه زیر جای‌گذاری کنیم و نیروی کشش تار را به دست بیاوریم.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot A}} \xrightarrow{v = 25 \text{ m/s}, \rho = 8000 \text{ kg/m}^3, A = 2 \times 10^{-6} \text{ m}^2} 25 = \sqrt{\frac{F}{8000 \times 2 \times 10^{-6}}}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 625 = \frac{F}{16 \times 10^{-3}} \Rightarrow F = 10 \text{ N}$$

مشاوره طراحان کنکور در سال‌های گذشته علاقه زیادی به مطرح کردن سؤال از این قسمت داشته‌اند. حتماً فرمول‌های تکمیلی این قسمت را حفظ باشید.

۲۷- گزینه ۱

شفاف‌سازی شتاب نوسانگر هماهنگ ساده در لحظه‌ای که جهت حرکت آن تغییر

می‌کند، بیشینه و سرعت آن در لحظه‌ای که نیروی وارد بر آن صفر است، بیشینه است.

درس‌نامه ۱ شتاب نوسانگر در هر نقطه از مسیر نوسان:

بسامد زاویه‌ای (rad/s)

$$a = -\omega^2 x$$

مکان نوسانگر (m)

در حرکت هماهنگ ساده، شتاب نوسانگر در انتهای پاره‌خط نوسان (مکانی که نوسانگر تغییر جهت می‌دهد) بیشینه است و بزرگی آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$|a_{\max}| = A\omega^2$$

دامنه نوسان (m)

۲ در حرکت هماهنگ ساده، بزرگی سرعت نوسانگر در وسط پاره‌خط نوسان (مکانی که

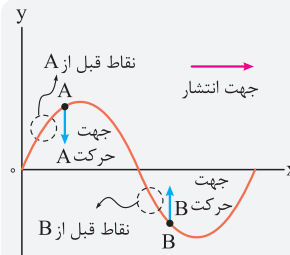
۳- گزینه ۲



گزینه ۲

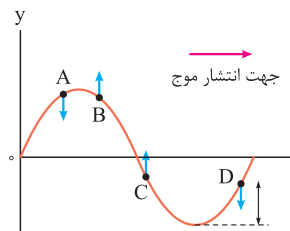
درسنامه ۱

در یک موج عرضی، برای تعیین جهت حرکت هر یک از ذرات محیط در هر لحظه، از قاعده مقابل استفاده می‌کنیم:



با توجه به جهت انتشار، هر ذره (نقطه) قرار است شبیه ذرات (نقاط) قبل از خود شود.

در حرکت هماهنگ ساده، تندی نوسانگر در نقطه تعادل، بیشینه و در نقاط بازگشت برابر صفر است.



پس ابتدا با توجه به جهت انتشار موج، جهت حرکت هر یک از ذرات را پس از این لحظه مشخص می‌کنیم. از آنجایی که هر ذره قرار است شبیه ذرات قبل از خود شود، جهت حرکت هر یک از ذرات به شکل مقابل است:

حالا باید تعیین کنیم که کدام یک از چهار ذره زودتر به نقطه بازگشت خود (که تندی در آنجا برابر صفر است) می‌رسد. ذرات A و C که در حال دور شدن از نقطه بازگشت هستند، پس کنار می‌روند. دو ذره B و D در حال نزدیک شدن به نقطه بازگشت خود هستند، اما چون در این لحظه، ذره B در مقایسه با ذره D به نقطه بازگشت خود نزدیک‌تر است، زودتر به آن می‌رسد و زودتر تندی‌اش صفر می‌شود.

همیشه یادتان باشد که ذره X می‌خواهد شبیه ذرات قبل از خود شود و تشخیص ذرات قبل از X براساس جهت انتشار موج انجام می‌شود. هر گونه بی‌دقتی در این موضوع شما را به گزینه نادرست می‌رساند. در این تست، ۱ بی‌رحمانه منتظر بی‌دقتی شماست.

شیمی

۳۱- گزینه ۳



گزینه ۳

درسنامه

در یک گروه از بالا به پایین

شعاع اتمی عنصرها افزایش می‌یابد.
خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها افزایش می‌یابد.
خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها کاهش می‌یابد.

در یک دوره از چپ به راست

شعاع اتمی عنصرها کاهش می‌یابد.
خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها کاهش می‌یابد.
خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها افزایش می‌یابد.

در هر گروه از جدول تناوبی با افزایش عدد اتمی (از بالا به پایین)، شعاع اتمی بزرگ‌تر می‌شود؛ بنابراین تمایل اتم به جذب الکترون و خصلت نافلزی، کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ در هر دوره با کاهش عدد اتمی (از راست به چپ)، به دلیل افزایش شعاع اتمی، خصلت فلزی نیز افزایش می‌یابد.

۲ در هر گروه با کاهش عدد اتمی (از پایین به بالا)، شعاع اتمی کوچک‌تر می‌شود و خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری یک نافلز، افزایش می‌یابد.

۴ در یک دوره از سمت راست به چپ با کاهش عدد اتمی و افزایش شعاع اتمی، خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها کاهش یافته و خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزهای یک دوره، افزایش می‌یابد.

در ضمن می‌دانیم که تعداد الکترون‌های ظرفیت اصلی جدول (عناصر دسته‌های S و P) برابر با یکان شماره گروه آن‌ها در جدول تناوبی (۱ و ۲ تا ۱۳ و ۱۸) است؛ بنابراین می‌توان گفت بدون در نظر گرفتن گاز نجیب در هر دوره، با کاهش عدد اتمی و کاهش شماره گروه عنصرها، شمار الکترون‌های ظرفیت آن‌ها کاهش می‌یابد.

۳۲- گزینه ۳



گزینه ۳

نکته

موارد مصرف نفت خام
حدود ۵۰٪ به عنوان سوخت در وسایل نقلیه
حدود ۴۰٪ برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی
حدود ۱۰٪ برای تهیه مواد (الیاف، پارچه، پلاستیک و ...)
کم‌تر از ۱۰٪ برای تهیه مواد (الیاف، پارچه، پلاستیک و ...)

غلظت برخی گونه‌های فلزی مانند منگنز، کبالت، آهن، نیکل و مس، در کف اقیانوس نسبت به ذخایر زمینی بیشتر است.

مشاوره ۴ این سؤال، به نکته کاملاً حفظی از متن کتاب درسی است. هرچند در این‌جا سؤال، شمارشی نیست و با توجه به گزینه‌های دیگر، به راحتی می‌شود به پاسخ تست رسید، اما با وجود چنین سؤالانی، بهتره همه نکات حفظی کتاب درسی را هم خوب بخونید.

در استخراج ۱۰۰۰ کیلوگرم آهن، تقریباً ۲۰۰۰ کیلوگرم سنگ معدن آهن و ۱۰۰۰ کیلوگرم از منابع معدنی دیگر استفاده می‌شود.

$$\frac{\text{جرم سنگ معدن آهن}}{\text{جرم منابع معدنی دیگر}} = \frac{2000}{1000} = 2$$

۳۳- گزینه ۱

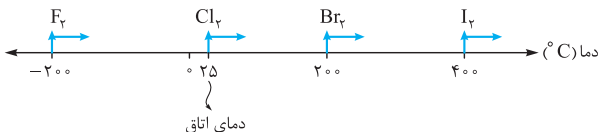


گزینه ۱

درسنامه جدول زیر شرایط واکنش هالوژن‌ها را با گاز H_2 در دماهای مختلف نمایش می‌دهد:

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای -200°C به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای 200°C واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از 400°C واکنش می‌دهد.

مطابق جدول درس‌نامه بالا، در گستره دمایی -100°C تا $+100^\circ\text{C}$ دو هالوژن F_2 و Cl_2 با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند.



بررسی سایر گزینه‌ها: ۲ در گستره دمایی -200°C تا -50°C ، فقط F_2 با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد. ۳ در گستره دمایی -200°C تا 250°C ، سه هالوژن F_2 ، Cl_2 و Br_2 با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند. ۴ در گستره دمایی -200°C تا 400°C ، هر چهار هالوژن می‌توانند با گاز هیدروژن واکنش دهند.

مشاوره بررسی جدول‌ها و شکل‌های کتاب درسی برای داوطلب‌های کنکورا از نون شب واجب‌تره! دقت کنید که اگر داوطلبی، دماهای موجود در این جدول کتاب درسی رو حفظ نباشه، سؤال به این راحتی رو از دست می‌ده! نکته مهم این سؤال این بود که طراح می‌خواست به این موضوع توجه کنید که اعداد جدول، میزان حداقلی دما است و در دماهای بالاتر از اعداد داده‌شده نیز واکنش انجام می‌شود.

۳۴- گزینه ۳



گزینه ۳

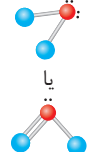
موارد مصرف نفت خام
حدود ۵۰٪ به عنوان سوخت در وسایل نقلیه
حدود ۴۰٪ برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی
حدود ۱۰٪ برای تهیه مواد (الیاف، پارچه، پلاستیک و ...)
کم‌تر از ۱۰٪ برای تهیه مواد (الیاف، پارچه، پلاستیک و ...)

۳۵- گزینه ۱



گزینه ۱

شفاف‌سازی تمایل به گرفتن یا به اشتراک گذاشتن الکترون، از ویژگی‌های شیمیایی نافلزهاست، بنابراین سؤال داره به زیون پی‌زبون! می‌گه که کدام عدد اتمی مربوط به یک نافلز است.

شمار اتم‌های متصل به اتم مرکزی	شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی اتم مرکزی	شکل گونه	شکل کلی	مثال
۴	۰	چهاروجهی		CHCl_3 , CH_4 , CCl_4 , NH_4^+ , SO_4^{2-} , SiF_4 و SiH_4
۲	۱ یا ۲	خمیده		H_2O , OF_2 , H_2S و SO_2
۳	۱	هرمی		H_3O^+ , PCl_3 و NF_3

a یک مولکول دواتمی ناجور هسته مانند HF است؛ پس خیلی سریع، گزینه‌های ۱ و ۷ پُر! از طرفی با توجه به مدل فضاپرکن SO_3 () که در کتاب درسی اومده، می‌شه فهمید ۴ هم غلطه! پس جواب درست، ۳ است.

۳۸- گزینه ۱

☆ نکته مقایسه فولاد و تیتانیوم:

جدول زیر برخی از ویژگی‌های تیتانیوم را در مقایسه با فولاد زنگ‌زن نشان می‌دهد. شما با توجه به این جدول، باید مقایسه خواص تیتانیوم و فولاد رو بلد باشید:

فولاد	تیتانیوم	ماده
۱۵۳۵	۱۶۶۷	ویژگی
		نقطه ذوب ($^{\circ}\text{C}$)
۷/۹۰	۴/۵۱	چگالی (g.mL^{-1})
متوسط	ناچیز	واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا
ضعیف	عالی	مقاومت در برابر خوردگی
عالی	عالی	مقاومت در برابر سایش

۱ نقطه ذوب: فولاد > تیتانیوم

۲ چگالی: فولاد < تیتانیوم

۳ واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا: فولاد < تیتانیوم

۴ مقاومت در برابر خوردگی: فولاد > تیتانیوم

۵ مقاومت در برابر سایش: فولاد = تیتانیوم

۱) از فلز تیتانیوم برای ساختن موتور جت استفاده می‌شود. به هندت دلیل! اول این که هنگامی که موتور جت کار می‌کند، همه اجزای سازنده (ثابت و متحرک) دمای بالایی دارند، پس فلز مورد استفاده باید نقطه ذوب بالایی داشته باشد که تیتانیوم داره! دوم این که در ساخت موتور جت چگالی قطعات استفاده‌شده در آن هم مهم است (هرچی سبک‌تر بهتر)، همان‌طور که می‌بینید چگالی تیتانیوم از فولاد کم‌تر است؛ بنابراین قطعات ساخته‌شده از جنس تیتانیوم نسبت به فولاد، سبک‌تر خواهند بود. از طرف دیگه! مقاومت در برابر خوردگی و سایش هم مهمه! که تیتانیوم در مقابل فولاد، گزینه بهتری برای موتور جت است!

۲) تیتانیوم با ذره‌های موجود در آب دریا تقریباً واکنش نمی‌دهد، به همین دلیل از این فلز در ساخت پروانه کشتی اقیانوس‌پیما استفاده می‌شود.

۳) از آن‌جا که تیتانیوم در برابر خوردگی و سایش، مقاومت بالایی دارد، ساخت بناهایی از جمله موزه گوگنهایم در اسپانیا با پوشش بیرونی تیتانیوم، باعث افزایش ماندگاری آن شده است. موارد «الف» و «ب» درست‌اند.

درس‌نامه مقایسه کلی رفتار شیمیایی فلزها، نافلزها و شبه‌فلزها:

عنصر	رفتار شیمیایی
فلز	اغلب فلزها، تمایل به از دست دادن الکترون (تشکیل کاتیون) دارند.
نافلز	تمایل به گرفتن (تشکیل آنیون) یا به اشتراک گذاشتن الکترون (تشکیل مواد مولکولی یا کووالانسی) دارند.
شبه‌فلز	تمایل به اشتراک گذاشتن الکترون (تشکیل مواد مولکولی یا کووالانسی) دارند.

فصل! بین عددهای اتمی داده‌شده عدد ۱۶ مربوط به نافلز گوگرد ($_{16}\text{S}$) است.

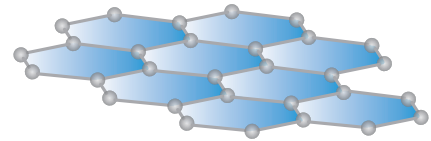
عددهای اتمی ۱۹ و ۳۷ که یک واحد از عدد اتمی گاز نجیب بیشتر است، مربوط به فلزهای گروه اول و به ترتیب پتاسیم و روبیدیم و عدد اتمی ۳۱ مربوط به فلز گروه ۱۳ از دوره چهارم یعنی گالیوم ($_{31}\text{Ga}$) است.

مشاوره شما باید عناصر ۴ دوره اول جدول ($_{36}$ عنصر جدول) رو به خوبی بشناسین و به عدد اتمی، موقعیت اون‌ها در جدول تناوبی و ویژگی‌هاشون تسلط کامل داشته باشید. برای این کار هم حتماً باید از عدد اتمی گازهای نجیب کمک بگیرید.

۳۶- گزینه ۲

چگالی گرافیت ($2/27 \text{ g.cm}^{-3}$) از چگالی آب (1 g.cm^{-3}) بیشتر است و تکه کوچکی از آن بر روی آب شناور نمی‌ماند.

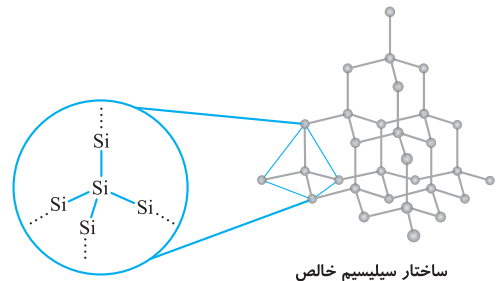
بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ می‌دانیم که گرافن تک‌لایه‌ای از گرافیت است و ضخامت آن به اندازه یک اتم کربن است؛ بنابراین با داشتن شعاع اتم کربن می‌توان ضخامت گرافن را اندازه‌گیری کرد.



گرافن

۳ در ساختار جامدهای کووالانسی دوبعدی مانند هر صفحه گرافیت و جامد کووالانسی گرافن، اتم‌های کربن توسط پیوندهای اشتراکی در یک صفحه قرار گرفته‌اند.

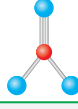
۴ سیلیسیم خالص (Si) یک جامد کووالانسی سه‌بعدی است؛ یعنی اتم‌های Si در این شبکه، در یک صفحه قرار نمی‌گیرند.



ساختار سیلیسیم خالص

۳۷- گزینه ۳

درس‌نامه با توجه به شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی اتم مرکزی و شمار اتم‌های متصل به آن، می‌توان شکل هندسی یک گونه را تعیین کرد:

شمار اتم‌های متصل به اتم مرکزی	شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی اتم مرکزی	شکل گونه	شکل کلی	مثال
۲	۰	خطی		N_2O , SCO , HCN و CO_2
۳	۰	سه‌ضلعی مسطح		SO_3 , NO_3^- و CO_3^{2-}

بررسی موارد نادرست:

(پ) فولاد با ذره‌های موجود در آب دریا بیشتر واکنش می‌دهد؛ بنابراین مقاومت آن در برابر واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا، کم‌تر است.

(ت) به دلیل این که تیتانیم با ذره‌های موجود در آب دریا تقریباً واکنش نمی‌دهد، از این فلز در ساخت پروانه کشتی اقیانوس‌پیما استفاده می‌شود.

مشاوره تجربه کنکورهای اخیر ثابت کرده که طراحان محترم به حفظیات کتاب درسی، شکل‌ها، جدول‌ها و نمودارها، خیلی علاقه دارند! پس باید این موارد رو به خوبی بخونید و از هیچ جای کتاب درسی غافل نشید!

۳۹- گزینه ۱

نکته ۱ هر چه نیروهای جاذبه میان ذره‌های سازنده یک ماده خالص، قوی‌تر باشد، تفاوت نقطه ذوب و جوش آن بیشتر بوده و بنابراین در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع است. **۲** مواد مولکولی، نقطه ذوب و جوش پایین‌تری نسبت به مواد یونی دارند و گستره دمایی که در آن، مواد مولکولی به حالت مایع هستند، خیلی کم‌تر از گستره دمایی مایع‌بودن مواد یونی است. هر ماده‌ای که در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع باشد (تفاوت بین نقطه ذوب و جوش آن بیشتر باشد)، می‌تواند انرژی گرمایی را بیشتر (برای مدت طولانی‌تری) نگه دارد. H_2O ، N_2 و HF جزء مواد مولکولی هستند و گستره دمایی که در آن، این مواد به حالت مایع هستند، خیلی کم‌تر از گستره دمایی مایع‌بودن ترکیب‌های یونی، مانند KCl است.

۴۰- گزینه ۳

براساس مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها، آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که در فضای میان آن‌ها، سست‌ترین الکترون‌های موجود در اتم (الکترون‌های ظرفیت)، دریایی را ساخته‌اند و در آن آزادانه جابه‌جا می‌شوند.