

۱- تابع $f(x) = 2x + 3 - |x - \frac{1}{4}|$ در بازه $(-1, 1)$ چند نقطه بحرانی دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲- تابع $f(x)$ با دامنه $\mathbb{R}$ مفروض است. راجع به تابع $g(x) = [f(x)] + a$ کدام گزاره همواره درست است؟

(۱) این تابع حتماً نقطه ناپیوستگی دارد.

(۲) این تابع بی‌شمار نقطه بحرانی دارد.

(۳) این تابع نقطه بحرانی ندارد.

(۴) این تابع در همه نقاط مشتق صفر دارد.

۳- خط $y = 2x + 3$ در نقطه‌ای به طول $x = 1$ بر $f(x)$ مماس است. مشتق تابع $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ در نقطه‌ای با طول $x = 1$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۱ (۴) -۳

۴- اگر $f'(g(x)) = \frac{1}{g'(x)}$ باشد و $f(x) = x^3$ ، ضابطه $g(x)$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) x (۲) $x + 1$ (۳) $\sqrt[3]{\frac{1}{x}}$ (۴) $\sqrt[3]{x - 1}$

۵- مجموع طول نقاط بحرانی تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x+2}{x^2+1}$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) ۲

۶- مجموع طول نقاط مشتق‌ناپذیر تابع $f(x) = |x^2 - 1| - 2|x^2 - 3x + 2|$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) صفر (۳) -۱ (۴) ۱

۷- اگر تابع f روی $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر و نمودار آن نسبت به محور y متقارن باشد و همچنین داشته باشیم $g(x) = f(\sqrt[3]{x}) + f(-\sqrt{\frac{x}{4}})$ ،

آن‌گاه حاصل عبارت $\frac{g'(8)}{f'(2)}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $-\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{5}{24}$

۸- از نقطه $A(\frac{9}{4}, 0)$ خطی عمود بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ رسم می‌کنیم. عرض از مبدأ این خط کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) فقط صفر (۳) فقط ۱۸ (۴) صفر یا ۱۸

۹- ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = 2 \cos^2(2x) + 1 = \frac{f(x)}{3}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۳

۱۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-3} & ; x \geq 3 \\ x^2 - 3x & ; x < 3 \end{cases}$ مفروض است. اگر m, n و k به ترتیب تعداد ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی و نقاط بحرانی تابع $g(x) = -|f(x)|$ باشد، حاصل $\frac{m+n}{k}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۱

۱۱- اختلاف مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع f با ضابطه $f(x) = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x - 3$ روی بازه $[0, 6]$ کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۳ (۳) ۱۷ (۴) ۲۱

۱۲- مینیمم مطلق تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{2x^2 + 13}{x^2 + 4}$ روی بازه $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) $\frac{13}{4}$ (۴) وجود ندارد.

۱۳- اگر $a > 0$ باشد، مجموع بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x) = \sqrt{x-a} + \sqrt{4a-2x}$ ، $f(x)$ است. a چه قدر از ۲۵ کم تر است؟

- (۱) $\frac{13\sqrt{3}}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ (۴) صفر

۱۴- مقدار ماکزیمم مطلق تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{-\cos 2x}{2} + \frac{3}{2} - 2\sin x$ و دامنه $[-\frac{\pi}{6}, \pi]$ کدام است؟

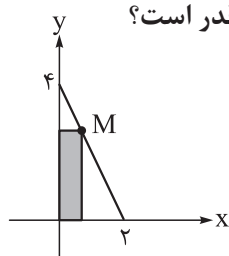
- (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۵- مستطیلی درون نیم دایره ای به شعاع r محاط شده است به طوری که ضلع پایین مستطیل روی قطر نیم دایره است.

اگر مساحت مستطیل بیشینه باشد، نسبت مساحت نیم دایره به مساحت مستطیل کدام است؟

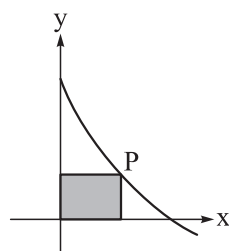
- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{2\pi}{3}$

۱۶- در شکل، بیشترین مقدار حجم حاصل از دوران مستطیل سایه خورده حول محور طول ها چه قدر است؟



- (۱) $\frac{16\pi}{27}$ (۲) 2π (۳) $\frac{128\pi}{27}$ (۴) $\frac{64\pi}{27}$

۱۷- مطابق شکل، مستطیلی با رأس P روی نمودار تابع $f(x) = 9 - 2\sqrt{x}$ رسم شده است. بیشترین مساحت مستطیل



کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۲۷ (۳) ۳ (۴) ۸۱

۱۸- در معادله $\frac{\sqrt[4]{8\sqrt{2}\sqrt[3]{4}}}{2^m} = \sqrt[2]{2^{-5}}$ کدام m است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{7}{6}$

۱۹- نقاط $A(1, 2, 1)$ ، $B(1, 0, 0)$ ، $C(-1, 3, 1)$ رأس‌های یک مثلث هستند. با رسم نیمساز زاویه $\hat{A}$ ، ضلع BC در نقطه P قطع می‌شود. طول AP کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲۰- اگر $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ و بردارهای $\vec{a} + 2\vec{b}$ و $5\vec{a} - 4\vec{b}$ بر هم عمود باشند، زاویه بین بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کدام است؟

(۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° (۴) 90°

۲۱- ناحیه‌ای در صفحه با روابط $0 \leq y \leq |x^3|$ و $-1 \leq x \leq 0$ مشخص شده است. چند نقطه با مختصات صحیح در این ناحیه وجود دارد؟

(۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۲- اگر $A(1, 2, 3)$ ، $B(2, 4, 1)$ و $C(2, -3, 1)$ سه نقطه در فضا باشند، تصویر قائم بردار $\overrightarrow{AB}$ بر بردار $\overrightarrow{BC}$ کدام است؟

(۱) $(0, 2, 0)$ (۲) $(0, 1, 1)$ (۳) $(2, 1, 0)$ (۴) $(0, -2, 0)$

۲۳- دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با هم زاویه 30° می‌سازند. طول تصویر قائم بردار $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ بر امتداد بردار $3\vec{a}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) صفر

۲۴- اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر 120° باشد، اندازه بردار $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{5}$

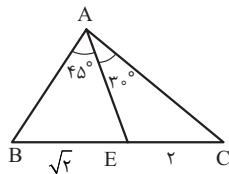
۲۵- اگر $x^2 + 2y^2 + z^2 = 9$ باشد، حداکثر $2x + 6y + \sqrt{3}z$ کدام است؟

(۱) ۲۷ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۵

۲۶- در مثلث $\triangle ABC$ ، زاویه $\hat{A}$ برابر 120° درجه است. با رسم نیمساز $\hat{A}$ این مثلث به دو مثلث کوچک‌تر و BC به دو پاره‌خط ۳ و ۴ واحدی تقسیم می‌شود. نسبت شعاع دایره محیطی این دو مثلث کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $\frac{9}{16}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{25}{16}$

۲۷- در شکل زیر، نسبت $\frac{AC}{AB}$ کدام است؟



(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{9}{4}$

(۳) ۴ (۴) ۲

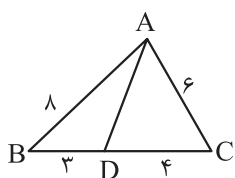
۲۸- در مثلث ABC ، روابط $b\sqrt{2} = c\sqrt{3}$ و $b^2 - c^2 = a(a - c)$ برقرارند. بزرگ‌ترین زاویه این مثلث کدام است؟

(۱) 60° (۲) 75° (۳) 90° (۴) 120°

۲۹- در مثلثی به اضلاع ۷ و ۵ و ۳ فاصله مرکز دایره محیطی از بزرگ‌ترین ضلع، چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{7}{6}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۳۰- با توجه به شکل زیر، طول AD را محاسبه کنید.

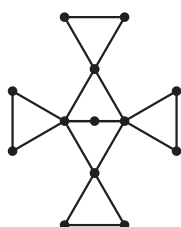


(۱) $2\sqrt{10}$

(۲) ۶

(۳) $3\sqrt{10}$

(۴) ۵



۳۱- گراف مقابل چند مجموعه احاطه گر مینیمم دارد؟

(۱) ۸۱

(۲) ۶۵

(۳) ۶۴

(۴) ۸۰

۳۲- چند عدد چهار رقمی زوج با ارقام ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۷, ۹ بدون تکرار ارقام می توان ساخت به طوری که از ۲۴۰۰ بزرگ تر و از ۷۳۰۰ کوچک تر باشد؟

(۴) ۱۴۹

(۳) ۱۷۶

(۲) ۲۴۰

(۱) ۱۲۰

۳۳- یک گالری نقاشی می خواهد روی یکی از دیوارهای نمایشگاه ۵ تابلوی نقاشی با قیمت های متفاوت را کنار همدیگر در یک ردیف، قاب کند. در چند حالت از این چینش ها گران ترین تابلو با یک فاصله، سمت چپ ارزان ترین تابلو قرار نمی گیرد؟

(۴) ۱۰۲

(۳) ۱۱۸

(۲) ۱۲

(۱) ۱۸

۳۴- چند جایگشت از حروف کلمه «هزارپا» وجود دارد که یا با حرف بدون نقطه شروع شود یا با حرف بدون نقطه پایان یابد؟

(۴) ۶۷۲

(۳) ۶۹۶

(۲) ۳۱۲

(۱) ۳۳۶

۳۵- چند عدد ۶ رقمی بدون رقم تکراری و بدون رقم صفر داریم که حداقل دو رقم زوج داشته باشد؟

(۴) ۶۴۸۰۰

(۳) ۴۳۲۰۰

(۲) ۵۰۴۰۰

(۱) ۵۷۶۰۰

۳۶- با ارقام ۳ تا ۸ چند عدد شش رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت به طوری که رقم ۸ سمت راست رقم ۳، رقم ۷ سمت چپ رقم ۴ و رقم ۵ سمت راست رقم ۶ باشد؟

(۴) ۸۰

(۳) ۱۲۰

(۲) ۹۰

(۱) ۱۸۰

۳۷- علی برای زمان تعطیلات خود ۱۳ فیلم دانلود کرده است. او می خواهد برای تعطیلات ۳ فیلم را انتخاب کند تا ببیند. البته اگر علی از فیلمی خوشش بیاید ممکن است چند بار آن فیلم را ببیند. به چند طریق علی می تواند این ۳ فیلم را انتخاب کند؟

(۴) ۴۶۵

(۳) ۴۵۵

(۲) ۴۵۰

(۱) ۴۶۰

۳۸- دستگاه معادله
$$\begin{cases} x_1^2 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 15 \\ x_1 + x_2 + \sqrt{x_3} + x_4 = 5 \end{cases}$$
 چند جواب صحیح و نامنفی دارد که x_1 و x_3 طبیعی باشند؟

(۴) ۶۹

(۳) ۷۸

(۲) ۷۴

(۱) ۶۲

۳۹- در مربع لاتین زیر، mn چند مقدار مختلف دارد؟

۱			n
۲	m		
۴	x		
۳	۴	۲	۱

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

A:

		۲
	۲	

۲۷ (۴

٨ (٣

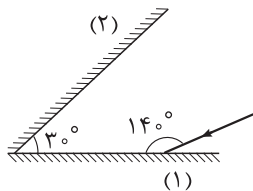
٦ (٢

\ ()

۴۱- شخصی در فاصله d از یک صخره قائم ایستاده است. شخص رو به صخره فریاد می زند و 8 s بعد، پژواک صدایش را می شنود. اگر بسامد صدای فریاد شخص 7 kHz و طول موج آن 5 cm باشد، d چند متر است؟

- (۱) 140 (۲) 280 (۳) 70 (۴) 350

۴۲- در شکل زیر، پرتو نوری به آینه (۱) می تابد. زاویه بازتابش در پنجمین برخورد به آینه ها چند درجه است؟



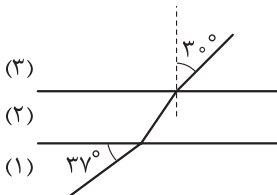
- (۱) 60
(۲) 70
(۳) 40
(۴) 50

۴۳- پرتویی با زاویه تابش θ از درون یک محیط شفاف بر مرز محیط با هوا می تابد، بخشی از آن بازتاب شده و بخشی شکست می یابد. اگر پرتو بازتابیده عمود بر پرتو شکسته باشد، ضریب شکست محیط شفاف برابر با کدام گزینه است؟ ($n_{\text{hوا}} = 1$)

- (۱) $\frac{1}{\sin \theta}$ (۲) $\frac{1}{\cos \theta}$ (۳) $\cot \theta$ (۴) $\tan \theta$

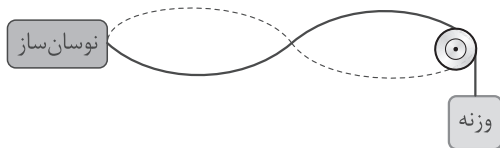
۴۴- جبهه موج تختی در سه محیط با مرزهای موازی به شکل زیر است. اگر نسبت تندی موج در محیط های (۱) و (۲)

برابر با $\frac{5}{3}$ باشد، طول موج این موج در محیط (۲) چند برابر طول موج آن در محیط (۳) است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



- (۱) $\frac{3}{2}$
(۲) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$
(۳) $\sqrt{3}$
(۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

۴۵- در شکل زیر، نوسان ساز تار را با بسامد معینی به ارتعاش در آورده و در طول تار دو شکم ایجاد شده است. اگر جرم وزنه ۷۵ درصد کاهش یابد و بسامد نوسان ساز ۲ برابر شود، کدام وضعیت رخ می دهد؟ (چگالی خطی جرم طناب تغییر نمی کند).



- (۱) در طول تار ۵ گره ایجاد می شود.
(۲) تار در هماهنگ چهارم خود به تشدید درمی آید.
(۳) در طول تار ۸ شکم ایجاد می شود.
(۴) در تار موج ایستاده بارزی ایجاد نمی شود.

۴۶- در تاری به طول L با دو انتهای ثابت، موج ایستاده با بسامد 240 Hz تشکیل شده است. اگر تعداد گره ها در طول تار برابر ۴ و تندی انتشار موج عرضی در تار 120 m/s باشد، طول تار و طول موج امواج صوتی گسیل شده به ترتیب از راست به چپ چند سانتی متر است؟ (تندی انتشار صوت در هوا را 360 m/s در نظر بگیرید).

- (۱) 150 ، 75 (۲) 150 ، 225
(۳) 50 ، 75 (۴) 50 ، 225

۴۷- کدام گزینه در مورد مدل اتمی رادرفورد درست نیست؟

- (۱) نام دیگر آن، مدل اتم هسته ای یا مدل هسته ای اتم است.
(۲) قادر به توجیه طیف خطی اتم ها است ولی مقادیر طول موج های طیف را نمی تواند محاسبه نماید.
(۳) براساس این مدل، هسته ای بسیار چگال با بار مثبت در مرکز اتم وجود دارد.
(۴) طبق این مدل با چرخش الکترون به دور هسته، به تدریج شعاع مدار آن کاهش و بسامد حرکت آن افزایش می یابد.

۴۸- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

- الف) طیف گسیلی ناشی از یک جسم جامد داغ، شامل گستره پیوسته‌ای از طول موج‌ها است.
ب) در دماهای معمولی بیشتر تابش گسیل شده از سطح اجسام در ناحیه فروسرخ قرار دارد.
پ) بنابر مدل اتمی تامسون، بار مثبت با جرم ناچیز به طور همگن در سرتاسر اتم گسترده شده است.
ت) پدیده فلئورسانسی را به کمک مدل اتمی بور نمی‌توان تبیین نمود.

(۱) الف - ب (۲) الف - ت (۳) ب - پ (۴) پ - ت

۴۹- بسامد فوتون A از بسامد فوتون B، 1000 THz کم‌تر است. اگر اختلاف طول موج این دو فوتون 50 nm باشد،

انرژی فوتون B نسبت به انرژی فوتون A چگونه است؟ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)

- (۱) 50% درصد بیشتر (۲) 50% درصد کم‌تر
(۳) 40% درصد بیشتر (۴) 40% درصد کم‌تر

۵۰- یک لامپ 40 واتی تک‌رنگ، در هر دقیقه چند فوتون با طول موج 620 nm گسیل می‌کند؟

($hc = 1240 \text{ eV.nm}$, $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

- (۱) $4 / 5 \times 10^{22}$ (۲) $4 / 5 \times 10^{23}$
(۳) $7 / 5 \times 10^{22}$ (۴) $7 / 5 \times 10^{21}$

۵۱- در یک آزمایش فوتوالکتریک، بر سطح فلزی با طول موج آستانه λ_0 ، نوری با طول موج λ می‌تابد به طوری که $\lambda > \lambda_0$ است. اگر شدت این نور افزایش یابد، تعداد فوتوالکتردها و بیشینه انرژی جنبشی آن‌ها به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) تغییر نمی‌کند - تغییر نمی‌کند (۲) افزایش می‌یابد - تغییر نمی‌کند
(۳) تغییر نمی‌کند - افزایش می‌یابد (۴) افزایش می‌یابد - افزایش می‌یابد

۵۲- در یک آزمایش فوتوالکتریک، نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتردها بر حسب بسامد نور فرودی بر سطح فلز به شکل

زیر است. اگر بیشینه تندی فوتوالکتردهای گسیل شده $\frac{4}{3} \text{ Mm/s}$ باشد، طول موج نور تابیده شده چند نانومتر است؟

($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $hc = 1200 \text{ eV.nm}$, $m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$)



۵۳- در یک آزمایش فوتوالکتریک، اگر بسامد نور تابیده بر سطح فلزی معین از f به $3f$ برسد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتردها از K به $4K$ می‌رسد. برای آن که بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتردها به $7K$ برسد، بسامد نور فرودی باید چند برابر f باشد و تابع کار فلز چند برابر K است؟ (به ترتیب از راست به چپ)

- (۱) $\frac{1}{3} - 6$ (۲) $\frac{1}{3} - 5$ (۳) $\frac{1}{2} - 6$ (۴) $\frac{1}{2} - 5$

۵۴- طول موج چهارمین خط طیفی اتم هیدروژن در کدام رشته تقریباً برابر 2130 nm است؟ ($R = 0.01 \text{ nm}^{-1}$)

(۱) پفوند ($n' = 5$)

(۲) براکت ($n' = 4$)

(۳) پاشن ($n' = 3$)

(۴) بالمر ($n' = 2$)

۵۵- در طیف اتم هیدروژن کمینه بسامد رشته براکت ($n' = 4$) در مقایسه با بیشینه بسامد رشته پفوند ($n' = 5$)

چگونه است؟ ($R = 0.01 \text{ nm}^{-1}$, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)

(۱) $34/5 \text{ THz}$ ، کمتر

(۲) $34/5 \text{ THz}$ ، بیشتر

(۳) $52/5 \text{ THz}$ ، کمتر

(۴) $52/5 \text{ THz}$ ، بیشتر

۵۶- الکترونی در سومین حالت برانگیخته اتم هیدروژن قرار دارد. بزرگترین بسامد فوتونی که این الکترون می تواند

تابش کند، تقریباً چند هرتز است؟ ($E_R = 13/6 \text{ eV}$, $h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$)

(۱) $3/2 \times 10^{14}$

(۲) $3/2 \times 10^{15}$

(۳) $6/4 \times 10^{14}$

(۴) $6/4 \times 10^{15}$

۵۷- شکل زیر تعدادی از ترازهای انرژی اتم هیدروژن را نشان می دهد. کدام گذار بین دو تراز می تواند به گسیل فوتونی

با طول موج $486/3 \text{ nm}$ منجر شود؟ ($hc = 1240 \text{ eV.nm}$)

۰ eV _____

-۰/۸۵ eV _____

-۱/۵۱ eV _____

-۳/۴ eV _____

-۱۳/۶ eV _____

(۱) سومین حالت برانگیخته به حالت پایه اتم

(۲) سومین حالت برانگیخته به اولین حالت برانگیخته اتم

(۳) چهارمین حالت برانگیخته به حالت پایه اتم

(۴) چهارمین حالت برانگیخته به اولین حالت برانگیخته اتم

۵۸- در اتم هیدروژن، الکترونی در یک مدار مانا با شعاع 0.848 nm قرار دارد. انرژی الکترون در این مدار چند

ریدبرگ است؟ ($E_R = 13/6 \text{ eV}$, $a_0 = 5/3 \times 10^{-11} \text{ m}$)

(۱) $0/85$

(۲) $-0/85$

(۳) $0/0625$

(۴) $-0/0625$

۵۹- در طیف اتم هیدروژن، کوتاهترین طول موج گسیلی در ناحیه فروسرخ چند میکرومتر است؟ ($R = 10^{-2} \text{ nm}^{-1}$)

(۱) $0/9$

(۲) $0/75$

(۳) $2/5$

(۴) $2/057$

۶۰- الکترونی در اتم هیدروژن در تراز شماره n قرار دارد. فرض کنید فقط گذارهای $\Delta n = 1$ مجاز باشد. اگر نسبت

بلندترین طول موج به کوتاهترین طول موج فوتون تابشی ممکن توسط این الکترون برابر $\frac{108}{v}$ باشد، n کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۶۱- کدام یک از موارد زیر درست است؟

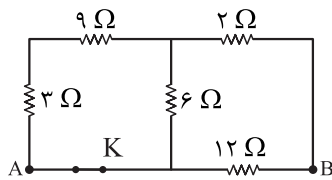
(۱) اساس کار لیزر بر مبنای گسیل خودبه خود یا گسیل القایی است.

(۲) زمان طولانی تر باقی ماندن الکترون ها در ترازهای شبه پایدار، شرایطی برای تقویت نور لیزر فراهم می کند.

(۳) الکترون ها در ترازهای شبه پایدار مدت زمان کمتری نسبت به حالت برانگیخته معمولی باقی می ماندند.

(۴) در گسیل القایی، یک فوتون وارد و یک فوتون در همان جهت فوتون ورودی و همگام با آن خارج می شود.

۶۲- در مدار شکل زیر با قطع کلید K، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند اهم تغییر می کند؟



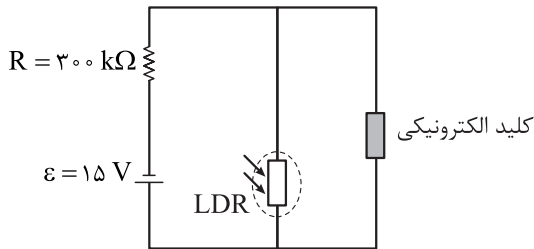
$$\frac{49}{5} \quad (2)$$

$$\frac{52}{15} \quad (1)$$

$$\frac{69}{20} \quad (4)$$

$$\frac{50}{27} \quad (3)$$

۶۳- در مدار شکل زیر، همزمان با تاریک شدن هوا، زمانی که مقاومت LDR به $200 \text{ k}\Omega$ برسد، کلید الکترونیکی فعال می شود. ولتاژ مورد نیاز برای فعال شدن کلید الکترونیکی چند ولت است؟ (مقاومت کلید الکترونیکی آن قدر زیاد است که جریان قابل ملاحظه ای از آن عبور نمی کند.)



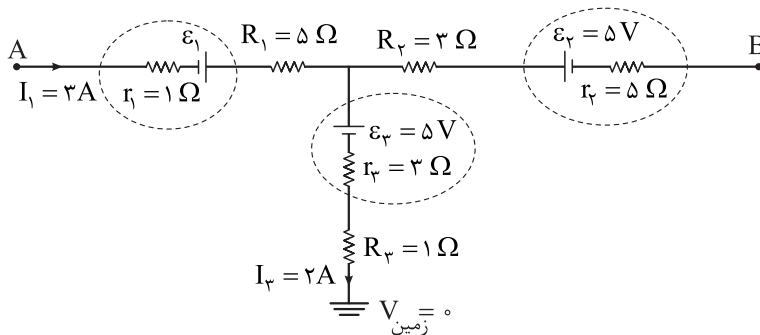
$$4 \quad (1)$$

$$5 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$6 \quad (4)$$

۶۴- شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی را نشان می دهد. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر 1 V باشد، نیروی محرکه باتری ۱ ($\mathcal{E}_1$) و پتانسیل الکتریکی نقطه B به ترتیب از راست به چپ چند ولت است؟



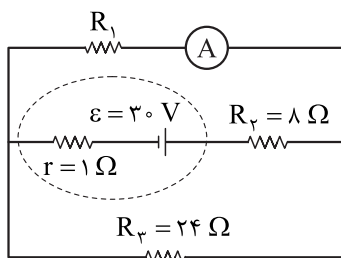
$$-2, 30 \quad (1)$$

$$30, \text{ صفر} \quad (2)$$

$$-2, 20 \quad (3)$$

$$20, \text{ صفر} \quad (4)$$

۶۵- در مدار شکل زیر اگر آمپرسنج آرمانی $1/5 \text{ A}$ را نشان دهد، مقاومت R_1 چند اهم است؟



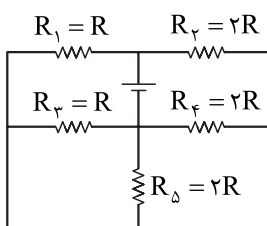
$$8 \quad (1)$$

$$12 \quad (2)$$

$$6 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

۶۶- در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت R_4 چند برابر توان مصرفی مقاومت R_1 است؟



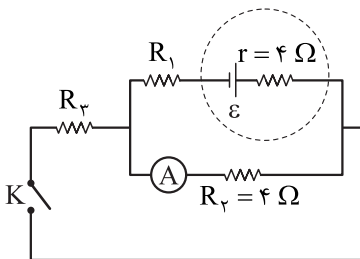
$$\frac{8}{9} \quad (2)$$

$$\frac{9}{8} \quad (1)$$

$$\frac{9}{32} \quad (4)$$

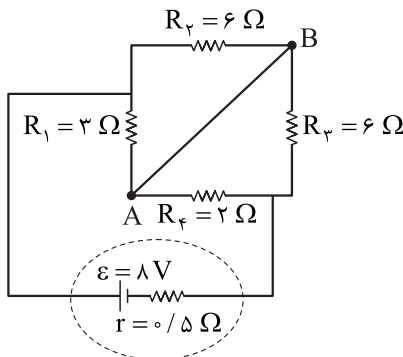
$$\frac{32}{9} \quad (3)$$

۶۷- در مدار شکل زیر، توان خروجی باتری $13/5 \text{ W}$ است و آمپرسنج آرمانی $1/5 \text{ A}$ را نشان می‌دهد. مقاومت R_3 چند اهم باشد که وقتی کلید K را می‌بندیم، توان خروجی باتری بیشینه شود؟



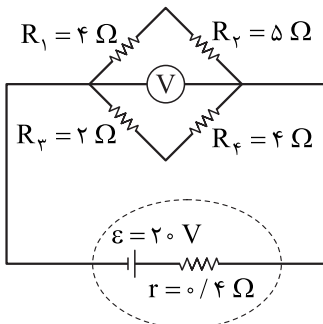
- (۱) $\frac{4}{3}$
(۲) ۲
(۳) $\frac{8}{3}$
(۴) ۴

۶۸- در مدار شکل زیر، جریان الکتریکی عبوری از سیم AB چند آمپر و در چه جهتی است؟



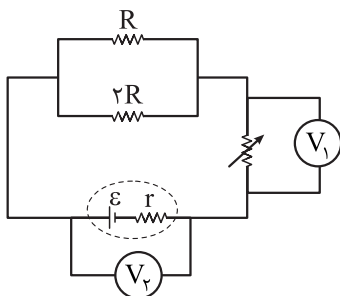
- (۱) $\frac{1}{6}$ از A به B
(۲) $\frac{1}{12}$ از A به B
(۳) $\frac{1}{6}$ از B به A
(۴) $\frac{1}{12}$ از B به A

۶۹- در مدار شکل مقابل، ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟



- (۱) ۲۰
(۲) ۱۸
(۳) ۱۶
(۴) صفر

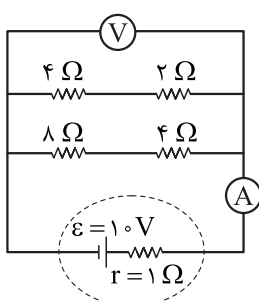
۷۰- در مدار شکل زیر، با کاهش مقاومت رئوستا، مقداری که ولت‌سنج‌های آرمانی V_1 و V_2 نشان می‌دهند به ترتیب از



راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
(۲) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
(۳) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
(۴) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

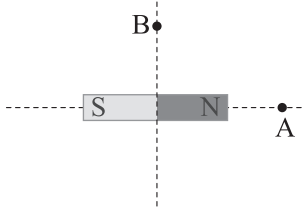
۷۱- در مدار شکل زیر، اگر جای آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی عوض شود، مقداری که هر یک نشان می‌دهند به



ترتیب از راست به چپ چند آمپر و چند ولت تغییر می‌کند؟

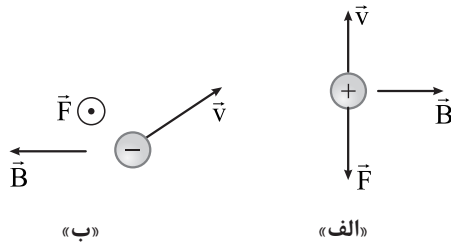
- (۱) ۸، ۸
(۲) ۸، ۲
(۳) ۲، ۸
(۴) ۲، ۲

۷۲- در شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای در صفحه قرار دارد. اگر آهنربا را 90° ساعتگرد بچرخانیم، جهت میدان مغناطیسی حاصل از این آهنربا در نقاط A و B به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟



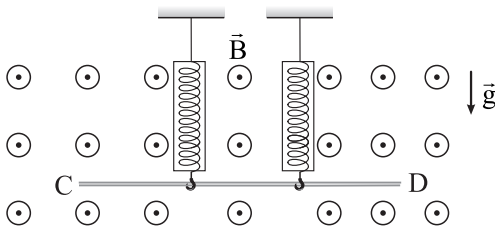
- (۱) 90° ساعتگرد، 90° ساعتگرد
- (۲) 90° ساعتگرد، 90° پادساعتگرد
- (۳) 90° پادساعتگرد، 90° ساعتگرد
- (۴) 90° پادساعتگرد، 90° پادساعتگرد

۷۳- در شکل‌های زیر، $\vec{v}$ سرعت یک ذره با بار الکتریکی، $\vec{B}$ میدان مغناطیسی یکنواخت و $\vec{F}$ نیروی مغناطیسی وارد بر ذره است. با کدام تغییر در شکل‌های «الف» و «ب»، شکل‌ها از نظر فیزیکی قابل قبول خواهند شد؟ (بردارها یا در صفحه یا عمود بر آن هستند.)



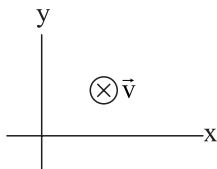
- (۱) «الف»: جای $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عوض شود - «ب»: $\vec{F}$ رو به بالا شود.
- (۲) «الف»: $\vec{F}$ درون سو شود - «ب»: جای $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عوض شود.
- (۳) «الف»: جای $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عوض شود - «ب»: جای $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عوض شود.
- (۴) «الف»: $\vec{F}$ درون سو شود - «ب»: $\vec{F}$ رو به بالا شود.

۷۴- در شکل زیر، در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی 450 G ، میله‌ای مسی به جرم $4/5\text{ kg}$ در راستای افقی توسط دو نیروسنج فنری آویزان است. چگالی مس 9 g/cm^3 و سطح مقطع میله 5 cm^2 است. اگر جریان 4 آمپری در سیم از D به C برقرار شود، مقداری که هر یک از نیروسنج‌ها نشان می‌دهد چند نیوتون و چگونه تغییر می‌کند؟



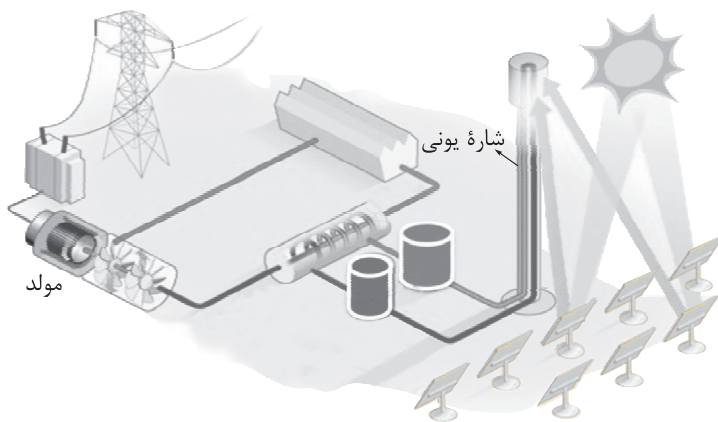
- (۱) $225/0$ ، کاهش
- (۲) $225/0$ ، افزایش
- (۳) $9/0$ ، کاهش
- (۴) $9/0$ ، افزایش

۷۵- مطابق شکل، در فضایی که در آن میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = (600\text{ V/m})\vec{i}$ و میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = (-400\text{ G})\vec{j}$ وجود دارد، ذره‌ای با بار الکتریکی q با تندی $v = 20\text{ km/s}$ پرتاب می‌شود. اگر نیروی خالص وارد بر ذره بلافاصله پس از پرتاب $\vec{F} = (-6 \times 10^{-4}\text{ N})\vec{i}$ باشد، q کدام است؟ (از سایر نیروهای وارد بر ذره چشم‌پوشی کنید.)



- (۱) $-3\text{ }\mu\text{C}$
- (۲) $3\text{ }\mu\text{C}$
- (۳) $-0/6\text{ }\mu\text{C}$
- (۴) $0/6\text{ }\mu\text{C}$

۷۶- با توجه به شکل زیر که نمایی از فناوری پیشرفته برای تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی را نشان می‌دهد،



پاسخ صحیح پرسش‌های زیر کدام است؟

الف) تغییر دمای شاره یونی هنگام عبور

از گیرنده بالای برج چگونه است؟

ب) گستره دمای مایع بودن شاره یونی

بیشتر است یا فلز مس؟

پ) نقش مولد در این فناوری چیست؟

۱) افزایش - مس - تبدیل انرژی جنبشی به الکتریکی

۲) کاهش - مس - خنک کردن بخار آب

۳) کاهش - شاره یونی - تبدیل انرژی جنبشی به الکتریکی

۴) افزایش - شاره یونی - خنک کردن بخار آب

۷۷- کدام مورد نادرست است؟

۱) فرمول شیمیایی هر ترکیب یونی، ساده‌ترین نسبت کاتیون‌ها و آنیون‌های سازنده آن را نشان می‌دهد.

۲) شکنندگی بلور NaCl به دلیل نیروی دافعه‌ای است که بر اثر ضربه و جابه‌جایی لایه‌ها در شبکه ایجاد می‌شود.

۳) چگالی بار یون Mg^{2+} از یون Ca^{2+} بیشتر و چگالی بار یون S^{2-} از یون O^{2-} کم‌تر است.

۴) عدد کوئوردیناسیون کاتیون و آنیون در ترکیبات یونی دوتایی با هم برابر است.

۷۸- نسبت شمار الکترون‌های آزاد به شمار کاتیون‌ها در مدل دریای الکترونی شبکه بلوری آلومینیم با نسبت عدد

کوئوردیناسیون آنیون به کاتیون در کدام ترکیب یونی برابر است؟

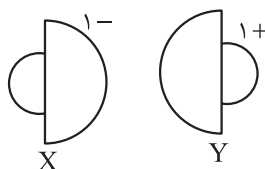
۱) آلومینیم اکسید

۲) سدیم فسفید

۳) کلسیم سیلیکات

۴) روبیدیم سولفید

۷۹- با توجه به شکل زیر که مقایسه شعاع اتمی و شعاع یون‌های پایدار دو عنصر از دوره سوم جدول تناوبی را نشان



می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟

۱) امکان تشکیل ترکیب یونی با فرمول YX وجود دارد.

۲) چگالی بار یون X^{-} از یون فلوئورید بیشتر است.

۳) شعاع یونی Y^{+} از شعاع یونی X^{-} کم‌تر است.

۴) شمار الکترون‌ها با $I = 1$ در اتم Y برابر با ۶ است.

۸۰- اگر انرژی مورد نیاز برای تولید هر مول یون $Mg^{2+}(g)$ بر اثر فروپاشی شبکه بلور منیزیم اکسید، ۲/۵ برابر

آنتالپی فروپاشی شبکه بلور منیزیم یدید باشد، انرژی لازم برای فروپاشی هر یک گرم از شبکه بلور منیزیم اکسید به

تقریب چند برابر همین مقدار برای بلور منیزیم یدید است؟ ($O = 16, Mg = 24, I = 127 : g.mol^{-1}$)

۱) ۱۷/۳

۲) ۸/۹

۳) ۲۴/۷

۴) ۳۴/۶

۸۱- کدام یک از مطالب زیر درست است؟ ($\text{Ti} = 48, \text{O} = 16, \text{Fe} = 56 : \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) Fe_3O_4 ، TiO_2 و گرافیت از جمله رنگدانه‌های آلی هستند که به ترتیب رنگ‌های سفید، قرمز و سیاه ایجاد می‌کنند.
- (۲) نور همان پرتوی الکترومغناطیسی است که طول موج آن در گستره 400 nm تا 700 nm می‌باشد.
- (۳) اگر یک نمونه ماده همه طول موج‌های مرئی را بازتاب کند، به رنگ سیاه و اگر همه آن‌ها را جذب کند، به رنگ سفید دیده می‌شود.
- (۴) درصد جرمی اکسیژن در TiO_2 بیشتر از درصد جرمی آن در Fe_3O_4 است.

۸۲- کدام مورد درست است؟

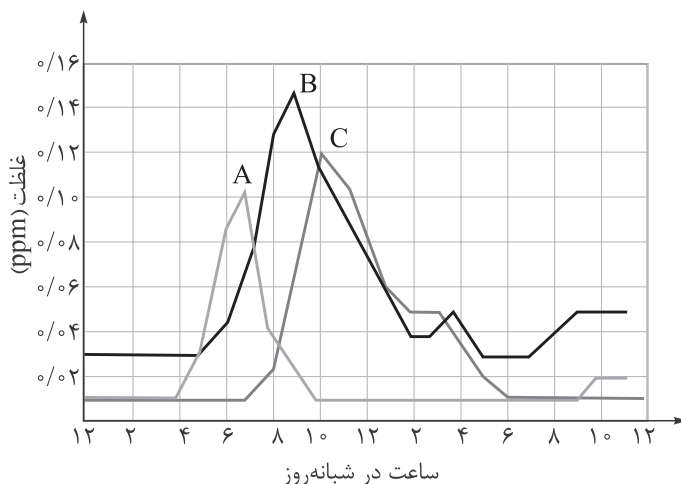
- (۱) نقطه ذوب و چگالی تیتانیم از فولاد بیشتر است.
 - (۲) نیتینول نوعی آلیاژ هوشمند است که از یک فلز دسته p و یک فلز دسته d ساخته شده است.
 - (۳) امروزه در ساخت پروانه کشتی‌ها از تیتانیم استفاده می‌شود، زیرا مقاومت آن در برابر واکنش با ذرات موجود در آب دریا بیشتر است.
 - (۴) چشم ما مواد رنگی را با طول موج‌های جذب شده آن‌ها می‌بیند.
- ۸۳- 325 mg از فلز روی به 100 mL محلول 0.5% مولار نمک وانادیم (V) اضافه شده است و به طور کامل مصرف می‌شود. رنگ محلول نهایی کدام است؟ ($\text{Zn} = 65 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) بنفش
- (۲) آبی
- (۳) زرد
- (۴) سبز

۸۴- کدام موارد زیر در ارتباط با تیتانیم درست است؟

- الف) دارای چهار الکترون ظرفیتی است و بالاترین عدد اکسایش آن برابر $+4$ است.
 - ب) همانند فولاد در برابر سایش از مقاومت عالی برخوردار است.
 - پ) 10 m^3 تیتانیم خالص در مقایسه با 10 m^3 فولاد، جرم بیشتری دارد.
 - ت) به دلیل ویژگی‌های خاص، آلیاژ آن در ساخت استنت برای رگ‌ها به کار می‌رود.
- (۱) «الف» - «ب» - «ت»
 - (۲) «الف» - «ب»
 - (۳) «ب» - «ت»
 - (۴) «ب» - «پ» - «ت»

۸۵- با توجه به نمودار زیر که غلظت سه آلاینده NO ، O_3 و NO_2 را در نمونه‌ای از هوای یک شهر نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟



- (۱) C فرآورده حاصل از واکنش A و اکسیژن در حضور نور خورشید است.
- (۲) B به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود.
- (۳) اختلاف عدد اکسایش اکسیژن در A و C برابر ۲ است.
- (۴) هوای آلوده در بازه زمانی ۸ تا ۱۰ صبح تیره‌تر است.

۸۶- کدام موارد زیر نادرست است؟

(الف) NO آلاینده‌ای بی‌رنگ است که از واکنش میان فراوان‌ترین گازهای تشکیل‌دهنده هواکره در حضور نور خورشید تشکیل می‌شود.

(ب) چهار آلاینده CO ، SO_2 ، C_xH_y و NO در خروجی آگروز خودرو وجود دارند.

(پ) در هوای آلوده علاوه بر ترکیبات اکسیژن‌دار، ذره‌های معلق و مواد آلی فرّار نیز وجود دارد.

(ت) افزایش دما همانند کاتالیزگر باعث کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش و در نتیجه افزایش سرعت آن می‌شود.

(۱) «الف» - «ب» (۲) «ب» - «ت» (۳) «الف» - «ت» (۴) «ب» - «پ»

۸۷- کدام مورد جزء کاربردهای طیف‌سنجی فروسرخ نیست؟

(۱) شناسایی آلاینده‌هایی مانند کربن مونوکسید و اکسیدهای نیتروژن

(۲) استفاده در فناوری MRI

(۳) شناسایی گروه‌های عاملی مواد آلی

(۴) شناسایی مولکول‌هایی مانند CO_2 و H_2O

۸۸- در صورتی که در یک شهر ۵۰ هزار خودرو در حال تردد باشند و هر خودرو به طور میانگین روزانه ۲۰ کیلومتر مسافت طی کند، استفاده از مبدل کاتالیستی در خودروهای این شهر در مدت یک ماه به تقریب از ورود چه تعداد مولکول نیتروژن مونوکسید به محیط جلوگیری می‌کند؟ ($N = 14, O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)

فرمول شیمیایی آلاینده	NO
مقدار آلاینده (g.km^{-1})	در نبود مبدل
	در مجاورت مبدل

(۲) $6/02 \times 10^{29}$

(۱) $6/02 \times 10^{30}$

(۴) $1/204 \times 10^{29}$

(۳) $1/204 \times 10^{30}$

۸۹- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

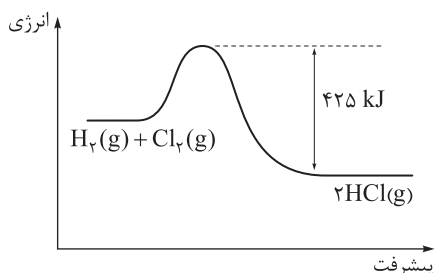
(۱) در همه واکنش‌ها افزایش دما سرعت واکنش را افزایش می‌دهد.

(۲) تنها روش تأمین انرژی فعال‌سازی در یک واکنش، گرمادادن به آن است.

(۳) فسفر سفید برخلاف گاز هیدروژن در دمای اتاق می‌سوزد.

(۴) مطابق نمودار «انرژی - پیشرفت واکنش» رسیدن به سد انرژی در تمام واکنش‌ها فرایندی گرماگیر است.

۹۰- با توجه به جدول و نمودار زیر، انرژی فعال‌سازی واکنش داده‌شده، چند کیلوژول است؟



پایوند	آنتالپی (kJ.mol^{-1})
H — H	۴۳۶
Cl — Cl	۲۴۱
H — Cl	۴۳۱

(۴) ۲۵۰

(۳) ۲۵۵

(۲) ۲۴۵

(۱) ۲۴۰

۹۱- کدام مورد درباره واکنش $2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(l)$ در دمای اتاق درست است؟

- (۱) به دلیل سطح تماس بیشتر، سرعت انجام آن در حضور پودر روی نسبت به توری پلاتینی بیشتر است.
- (۲) جرقه با کاهش انرژی فعال سازی این واکنش، باعث انجام آن با سرعت انفجاری می شود.
- (۳) آنتالپی واکنش در حضور جرقه یا پودر روی یکسان است.
- (۴) این واکنش بدون حضور کاتالیزگر در دمای اتاق انجام نمی شود.

۹۲- انرژی فعال سازی واکنش $A_2 + B_2 \rightarrow 2AB$ برابر 264 kJ و آنتالپی آن برابر -118 kJ است. اگر در حضور کاتالیزگر، تفاوت سطح انرژی فراورده ها و سد انرژی (قله نمودار انرژی-پیشرفت واکنش) برابر 283 kJ باشد، کاتالیزگر انرژی فعال سازی واکنش را چند درصد کاهش می دهد؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۳۷/۵ (۳) ۶۲/۵ (۴) ۷۵

۹۳- کدام مورد درباره مبدل های کاتالیستی خودروهای بنزینی نادرست است؟

- (۱) نشاندن کاتالیزگرهای آن روی سطح دانه های ریز سرامیک باعث افزایش کارایی مبدل کاتالیستی می شود.
- (۲) برای مدت طولانی کار می کند، اما پس از مدت معینی کارایی آن کاهش می یابد و دیگر قابل استفاده نیست.
- (۳) آلاینده های CO ، NO_x و C_xH_y در آن به موادی بی خطر یا کم خطر تبدیل می شوند.
- (۴) کاتالیزگرهای مورد استفاده در این مبدل ها، همگی جزء فلزهای واسطه هستند.

۹۴- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- (الف) با افزایش تعداد کربن ارزش سوختی هیدروکربن ها برخلاف الکل های یک عاملی کاهش می یابد.
- (ب) اگر اتم مرکزی به اتم های کناری متفاوت با پیوند اشتراکی متصل باشد، به کار بردن عبارت «میانگین آنتالپی پیوند» برای چنین مولکول هایی مناسب تر است.
- (پ) به دلیل تولید انرژی در واکنش اکسایش گلوکز در بدن، دمای واکنش دهنده ها پیش از آغاز واکنش از فراورده های نهایی کم تر است.

(ت) شیمی دان ها تغییر آنتالپی هر واکنش را هم ارز گرمایی می دانند که در فشار ثابت با محیط پیرامون دادوستد می کند.

- (۱) «الف» و «پ» (۲) «الف» و «ت» (۳) «ب» و «پ» (۴) فقط «ت»

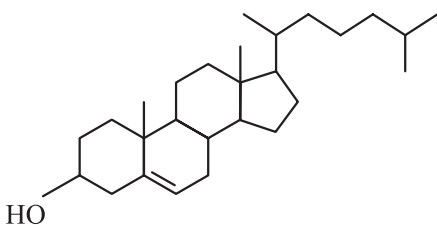
۹۵- تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده ها با فراورده ها در معادله نمادین واکنش زیر کدام است و در این واکنش به ازای مصرف $34/5$ گرم ماده A، چند گرم ماده B تولید می شود؟ (بازده واکنش را ۸۰ درصد در نظر بگیرید، $H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

آب + دومین عضو خانواده آلدهیدها (B) $\rightarrow$ گاز اکسیژن + دومین عضو خانواده الکل ها (A)

- (۱) ۳۳ - ۲ (۲) ۲۶/۴ - ۲ (۳) ۳۳ - ۱ (۴) ۲۶/۴ - ۱

۹۶- با توجه به ساختار کلسترول که به صورت زیر است، کدام مورد نادرست است؟

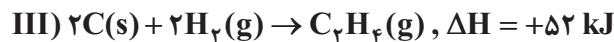
($H = 1, C = 12, O = 16, Br = 80 : g.mol^{-1}$)



- (۱) سوختن ۱ مول از آن ۴۱۴ گرم آب تولید می کند.
- (۲) تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی یگانه در ساختار آن با تعداد پیوندهای $C-H$ برابر با ۳۰ است.
- (۳) ۵/۰ مول از آن قادر است با ۸۰ گرم برم به طور کامل واکنش دهد.
- (۴) تعداد پیوند دوگانه آن نصف تعداد جفت الکترون ناپیوندی آن است.

۹۷- کدام مورد نادرست است؟

- (۱) تأمین شرایط بهینه برای انجام واکنش تولید متان از گرافیت و گاز هیدروژن بسیار دشوار و پرهزینه است.
 - (۲) از جمله واکنش‌هایی که آنتالپی آن را نمی‌توان به روش تجربی به دست آورد، واکنش تولید CO از گرافیت است.
 - (۳) ΔH فرایندهای انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند را می‌توان با گرماسنج لیوانی اندازه گرفت.
 - (۴) تبدیل کربن مونوکسید و نیتروژن مونوکسید به فراورده‌هایی با آلایندگی کمتر، فرایندی گرماگیر است.
- ۹۸- با توجه به واکنش‌های زیر به‌ازای تولید ۶۱۷ کیلوژول انرژی درواکنش $C_2H_4(g) + 6F_2(g) \rightarrow 2CF_4(g) + 4HF(g)$ به تقریب چند لیتر هیدروژن فلوئورید تولید می‌شود؟ (شرایط انجام واکنش STP است.)



۲۲ / ۴ L (۴)

۱۱ / ۲ L (۳)

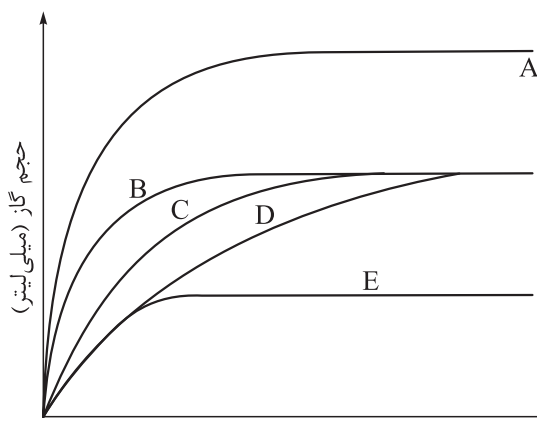
۲ / ۸ L (۲)

۵ / ۶ L (۱)

۹۹- کدام مطلب در مورد بنزوئیک اسید به درستی بیان شده است؟

- (۱) یک کربوکسیلیک اسید آروماتیک است که هر مول آن با ۴ مول هیدروژن سیر می‌شود.
 - (۲) تعداد هیدروژن‌های آن ۴ واحد کمتر از تعداد هیدروژن‌های نفتالن است.
 - (۳) در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد و به عنوان طعم‌دهنده به مواد غذایی اضافه می‌شود.
 - (۴) اگر مقدار کافی آن را با محلول پتاسیم پرمنگنات مخلوط کرده و حرارت دهیم، محلول بی‌رنگ می‌شود.
- ۱۰۰- در واکنش موازنه‌نشده $A + B \rightarrow D$ سرعت متوسط تغییر جرم ماده A سه برابر ماده B و ۱/۵ برابر ماده D است. هم‌چنین جرم مولی ماده D، ۱/۵ برابر ماده B و سه برابر ماده A است. با توجه به اطلاعات سؤال کدام مطلب نادرست است؟
- (۱) ضریب استوکیومتری ماده A، ۶ برابر ضریب استوکیومتری ماده B است.
 - (۲) سرعت واکنش برحسب مول بر زمان برابر با سرعت تغییر جرم ماده D تقسیم بر جرم مولی آن است.
 - (۳) در واحد زمان، تغییر شمار مول‌های ماده D از تغییر شمار مول‌های ماده B بیشتر است.
 - (۴) تفاوت ضریب استوکیومتری فراورده با مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها برابر ۱۷ است.

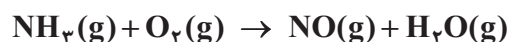
۱۰۱- با توجه به نمودار زیر که مربوط به واکنش نوار منیزیم با هیدروکلریک اسید و تولید منیزیم کلرید و گاز هیدروژن می‌باشد،



کدام مورد نادرست است؟

- (۱) از مقایسه نمودارهای A و E متوجه می‌شویم که میزان واکنش‌دهنده مصرفی در آن‌ها برابر نبوده است.
- (۲) اگر نمودار B مربوط به واکنش منیزیم کافی با ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار HCl باشد، نمودار A می‌تواند مربوط به واکنش منیزیم کافی با ۳۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲۵ مولار HCl باشد.
- (۳) نمودار B و D به ترتیب می‌توانند مربوط به استفاده از کاتالیزگر و سردکردن در واکنش C باشند.
- (۴) اگر نمودار B مربوط به واکنش کامل پودر منیزیم با ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار HCl باشد، نمودار C می‌تواند مربوط به واکنش کامل قطعه منیزیمی با ۳۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار HCl باشد.

۱۰۲- واکنش زیر در یک ظرف سر بسته در شرایط STP انجام می‌شود. (معادله واکنش موازنه شود،
(H = ۱, C = ۱۲, N = ۱۴, O = ۱۶ : g.mol⁻¹)



اگر سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن $4/5 \times 10^{-2}$ مول بر ثانیه باشد، کدام یک از موارد زیر درست است؟
الف) اختلاف سرعت واکنش با سرعت مصرف آمونیاک برابر $3/6 \times 10^{-2}$ مول بر ثانیه است.
ب) اگر شمار مول‌های اولیه آمونیاک برابر ۶ باشد، پس از گذشت ۵۰ ثانیه، ۷۱/۴ گرم آمونیاک در ظرف وجود دارد.
پ) پس از گذشت دو دقیقه ۱۲۹/۶ گرم گاز نیتروژن مونوکسید تولید شده است.
ت) پس از گذشت ۱۰ ثانیه، ۱۰۰۸ میلی‌لیتر بخار آب تولید می‌شود.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «پ» (۳) «ب» و «پ» (۴) «پ» و «ت»

۱۰۳- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) سرعت متوسط تولید یا مصرف ماده‌ای در واکنش شیمیایی می‌تواند با سرعت واکنش برابر باشد.
(۲) در یک واکنش شیمیایی کامل، غلظت تمام واکنش‌دهنده‌ها در پایان به صفر می‌رسد.
(۳) شعله آتش، گرد آهن موجود در کپسول چینی را داغ و سرخ می‌کند؛ در حالی که پاشیدن گرد آهن روی شعله سبب سوختن آن می‌شود.
(۴) ΔH واکنش تهیه هیدروژن پراکسید از واکنش مستقیم میان گازهای هیدروژن و اکسیژن را نمی‌توان به روش تجربی تعیین نمود.

۱۰۴- جدول زیر حجم گاز آزاد شده در شرایط STP از واکنش کلسیم کربنات و هیدروکلریک اسید را در بازه‌های زمانی متفاوت نشان می‌دهد. سرعت واکنش در ۲۵ ثانیه اول، تقریباً چند مول بر دقیقه است و جرم مخلوط اولیه به تقریب چند گرم می‌باشد؟ (جرم مخلوط در ثانیه ۲۵ برابر ۶۳/۶ گرم است، C = ۱۲, O = ۱۶ : g.mol⁻¹)

زمان	۵ ثانیه اول	۵ ثانیه دوم	۵ ثانیه سوم	۵ ثانیه چهارم	۵ ثانیه پنجم
حجم گاز تولید شده (mL)	۱۵۶/۸	۱۱۲	۷۸/۴	۶۷/۲	۵۸/۲۴



(۱) $64/52 - 5/06 \times 10^{-2}$ (۲) $64/52 - 2/53 \times 10^{-2}$
(۳) $64/62 - 5/06 \times 10^{-2}$ (۴) $64/62 - 2/53 \times 10^{-2}$

۱۰۵- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) سهم تولید گاز گلخانه‌ای CO₂ در ردپای غذا به مراتب بیشتر از سوختن سوخت‌ها در خودروها، کارخانه‌ها و ... است.
(۲) انحلال آمونیوم نترات برخلاف کلسیم کلرید یک انحلال گرماده است و با آزادسازی انرژی همراه است.
(۳) کلسترول یکی از مواد آلی موجود در غذاهای جانوری است که مقدار اضافی آن در دیواره رگ‌ها رسوب می‌کند.
(۴) واکنش $\text{H}_2(\text{g}) + \text{I}_2(\text{s}) \rightarrow 2\text{HI}(\text{g})$ برخلاف $\text{H}_2(\text{g}) + \text{I}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{HI}(\text{g})$ یک واکنش گرماگیر است.

۱ تابع $f(x) = 2x \left| \frac{1}{4} - x \right| + 3$ در بازه $(-1, 1)$ چند نقطه بحرانی دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: ابتدا تابع را با توجه به ریشه داخل قدرمطلق بازه بندی می کنیم:

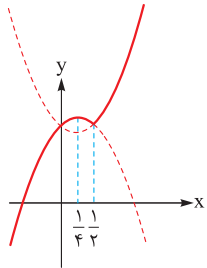
$$f(x) = \begin{cases} 2x\left(\frac{1}{4} - x\right) + 3 & x \leq \frac{1}{4} \\ -2x\left(\frac{1}{4} - x\right) + 3 & x > \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} -2x^2 + x + 3 & x \leq \frac{1}{4} \\ 2x^2 - x + 3 & x > \frac{1}{4} \end{cases}$$

گام دوم: حالا طبق ضوابط نمودار را رسم می کنیم:

$$\begin{aligned} \text{نقاط تقاطع دو نمودار: } -2x^2 + x + 3 &= 2x^2 - x + 3 \Rightarrow 4x^2 - 2x = 0 \Rightarrow 2x(2x - 1) = 0 \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{در ضابطه بالایی: } x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2(-2)} = \frac{1}{4}$$

$$\text{در ضابطه پایینی: } x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2(2)} = \frac{1}{4}$$



گام سوم: همان طور که از نمودار مشخص است، تابع در نقطه $x = \frac{1}{4}$ مشتق صفر دارد و در نقطه $x = \frac{1}{4}$ گوشه دارد، پس دو نقطه بحرانی دارد.

تابع $f(x)$ با دامنه $\mathbb{R}$ مفروض است. راجع به تابع $g(x) = [f(x)] + a$ کدام گزاره همواره درست است؟ ۲

- (۱) این تابع حتماً نقطهٔ ناپیوستگی دارد.
- (۲) این تابع بی‌شمار نقطهٔ بحرانی دارد.
- (۳) این تابع نقطهٔ بحرانی ندارد.
- (۴) این تابع در همهٔ نقاط مشتق صفر دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ تشریحی ✓ تمام نقاط دامنهٔ $[f(x)]$ ، نقاط بحرانی آن هستند. با جابه‌جا کردن عمودی آن به اندازهٔ a همچنان همین ویژگی را دارد.

۳ خط $y = 2x + 3$ در نقطه‌ای به طول $x = 1$ بر $f(x)$ مماس است. مشتق تابع $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ در نقطه‌ای با طول $x = 1$ کدام است؟

۴) -۳

۳) ۱

۲) ۵

۱) ۲

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: مشتق تابع $g(x)$ را حساب می‌کنیم:

$$g'(x) = \frac{f'(x) \times x - f(x)}{x^2} \Rightarrow g'(1) = f'(1) - f(1)$$

گام دوم: پس برای یافتن $g'(1)$ به $f(1)$ و $f'(1)$ نیاز داریم، چون خط در نقطه $x = 1$ بر f مماس است، پس مقدار مشتقش با شیب یکی است.

$$y = f(1) = 2(1) + 3 = 5$$

$$m = f'(1) = 2$$

$$\Rightarrow g'(1) = f'(1) - f(1) = 2 - 5 = -3$$

۴

X (\

فرجه ۳ باشد. این تنها در گزینه (۴) مشاهده می شود.

مجموع طول نقاط بحرانی تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x+2}{x^2+1}$ کدام است؟ ۵

۲ (۴)

-۲ (۳)

۴ (۲)

-۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: ابتدا ضابطه f' را می‌یابیم:

$$f'(x) = \frac{(x^2+1) - 2x(x+2)}{(x^2+1)^2} = \frac{-x^2 - 4x + 1}{(x^2+1)^2}$$

گام دوم: تابع روی کل $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است، پس طول نقاط بحرانی آن جواب‌های معادله $f'(x) = 0$ هستند، پس داریم:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -x^2 - 4x + 1 = 0 \xrightarrow{a < 0} \Delta = 16 - 4(-1)(1) = 20 \Rightarrow \Delta > 0$$

گام سوم: مجموع جواب‌های این معادله همان مجموع طول نقاط بحرانی است. طبق فرمول $S = -\frac{b}{a}$ محاسبه می‌کنیم:

$$S = -\frac{b}{a} = \frac{-(-4)}{(-1)} = -4$$

۶ مجموع طول نقاط مشتق ناپذیر تابع $f(x) = |x^2 - 1| - 2|x^2 - 3x + 2|$ کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

صفر (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: ابتدا ضابطه $f(x)$ را تجزیه می کنیم:

$$f(x) = |x^2 - 1| - 2|x^2 - 3x + 2| = |x - 1||x + 1| - 2|x - 1||x - 2| = |x - 1|(|x + 1| - 2|x - 2|)$$

گام دوم: می دانیم تابع در نقاط ریشه ساده قدرمطلق مشتق ناپذیر است مگر این که عامل صفر کننده در آن ضرب شود، پس بررسی

می کنیم که آیا به ازای $x = 1$ عامل ضرب شده در $|x - 1|$ صفر می شود یا خیر.

$$|x + 1| - 2|x - 2| \Big|_{x=1} = 2 - 2(1) = 0$$

در نتیجه تابع در نقطه با طول $x = 1$ مشتق پذیر است.

پس تنها نقاط مشتق ناپذیر نقاط با طول $x = -1$ و $x = 2$ هستند که مجموع طول آن ها یک می شود.



کدام است؟ $\frac{g'(\lambda)}{f'(\gamma)}$ عبارت $g(x) = f(\sqrt[3]{x}) + f(-\sqrt{\frac{x}{2}})$ ، آن گاه حاصل عبارت

$$-\frac{1}{24} (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: ابتدا از تابع g مشتق می‌گیریم:

$$g'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x}} f'(\sqrt[3]{x}) - \frac{1}{\sqrt{x}} \times \frac{1}{2\sqrt{x}} f'(-\sqrt{\frac{x}{2}})$$

گام دوم: طبق نکته داده شده راجع به f (در سؤال ۷ آزمون اصلی) می دانیم $f'(-\alpha) = -f'(\alpha)$. حالا $g'(\lambda)$ را حساب می کنیم:

$$g'(\lambda) = \frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt[3]{\lambda}^2}} f'(\sqrt[3]{\lambda}) - \frac{1}{\sqrt[3]{\lambda}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt[3]{\lambda}^2}} f'(-\sqrt[3]{\frac{\lambda}{2}}) = \frac{1}{12} f'(\sqrt[3]{\lambda}) - \frac{1}{\lambda} f'(-\sqrt[3]{\lambda})$$

طبق نکتہ گفته شده:

$$g'(\lambda) = \frac{1}{12} f'(\gamma) + \frac{1}{\lambda} f'(\gamma) \Rightarrow \frac{g'(\lambda)}{f'(\gamma)} = \frac{\cancel{\frac{1}{12} f'(\gamma)} + \frac{1}{\lambda} \cancel{f'(\gamma)}}{\cancel{f'(\gamma)}} = \frac{\lambda + 12}{\lambda \times 12} = \frac{\gamma_0}{96} = \frac{\Delta}{24}$$

از نقطه $A(\frac{9}{4}, 0)$ خطی عمود بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ رسم می‌کنیم. عرض از مبدأ این خط کدام است؟

(۲) فقط صفر

6 (1)

(۴) صفر یا ۱۸

(۳) فقط ۱۸

پاسخ: گزینہ ۴

پاسخ تشریحی ✓ **گام اول:** فرض کنید طول نقطه‌ای از تابع که خط در آن نقطه بر خط مماس عمود است، α باشد، داریم $B(\alpha, \sqrt{\alpha})$ طبق نکته شیب خط عمود، قرینه و معکوس شیب خط مماس است، پس طبق مشتق f داریم:

$$f'(\alpha) = \frac{1}{2\sqrt{\alpha}} \Rightarrow m_{\text{خط عمود}} = -2\sqrt{\alpha}$$

گام دوم: حالا معادله خط عمود را می نویسیم:

$$\text{AB: } y - \sqrt{\alpha} = -r\sqrt{\alpha}(x - \alpha) \Rightarrow y = -r\sqrt{\alpha}x + r\alpha\sqrt{\alpha} + \sqrt{\alpha} = -r\sqrt{\alpha}x + (r\alpha + 1)\sqrt{\alpha}.$$

گام سوم: طبق فرض این خط از $A(\frac{9}{4}, 0)$ می‌گذرد، پس داریم:

$$\circ - \sqrt{\alpha} = -\sqrt{\alpha} \left(\frac{q}{r} - \alpha \right) \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \frac{1}{r} = \frac{q}{r} - \alpha \Rightarrow \alpha = r \end{cases}$$

گام چهارم: طبق معادله خط، عرض از مبدأ را می‌یابیم:

$$\alpha = 0 \xrightarrow{\text{عرض از مبدأ}} (2\alpha + 1)\sqrt{\alpha} = 0$$

$$\alpha = 4 \xrightarrow{\text{عرض از مبدأ}} (2\alpha + 1)\sqrt{\alpha} = 18$$

۹ ماکزیمم مطلق تابع $\frac{f(x)}{3} + 1 = 2 \cos^2(2x)$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: ابتدا ضابطه تابع را به شکل ساده تر می نویسیم:

$$\frac{f(x)}{3} = 2 \cos^2(2x) - 1 = \cos 4x \Rightarrow f(x) = 3 \cos 4x$$

گام دوم: از آنجا که $-1 \leq \cos x \leq 1$ ، پس ماکزیمم مطلق تابع f ، ۳ است.

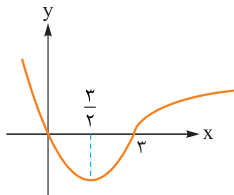
۱۰ تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-3} & ; x \geq 3 \\ x^2 - 3x & ; x < 3 \end{cases}$ مفروض است. اگر m ، n و k به ترتیب تعداد ماکزیمم نسبی، مینیمم

نسبی و نقاط بحرانی تابع $g(x) = -|f(x)|$ باشد، حاصل $\frac{m+n}{k}$ کدام است؟

- ۱ (۴) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

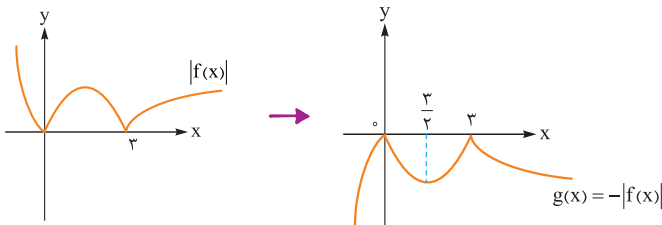
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: ابتدا نمودار تابع f را رسم می کنیم:



در ضابطه پایینی $x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{2}$

گام دوم: حال $g(x) = -|f(x)|$ را رسم می کنیم:



گام سوم: طبق نمودار m ، n و k را می یابیم:

$$m = 2 : \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$n = 1 : \begin{cases} x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$k = 3 : \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \\ x = 3 \end{cases}$$

گام چهارم: حالا حاصل خواسته سؤال را می یابیم:

$$\frac{m+n}{k} = \frac{2+1}{3} = 1$$

۱۱ اختلاف مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع f با ضابطه $f(x) = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x - 3$ روی بازه $[0, 6]$ کدام است؟

۱۸ (۱) ۳ (۲) ۱۷ (۳) ۲۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: ابتدا ضابطه تابع مشتق را به دست می آوریم:

$$f'(x) = -x^2 + 4x - 3$$

و سپس برابر صفر قرار می دهیم:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -(x-3)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 1, 3 \text{ هستند. } [0, 6]$$

گام دوم: حالا مقادیر تابع در این نقاط بحرانی و هم چنین در ابتدا و انتهای بازه را حساب می کنیم:

$$f(0) = -3, \quad f(1) = -4\frac{1}{3}, \quad f(3) = -3, \quad f(6) = -21$$

گام سوم: در بین مقادیر بالا، -21 کم ترین و بیشترین -3 است، پس:

$$\max - \min = -3 - (-21) = 18$$

نکته: نقاط ابتدایی و انتهایی بازه بسته بحرانی اند.

۱۲ مینیمم مطلق تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{2x^3 + 13}{x^2 + 4}$ روی بازه $(-\frac{1}{4}, +\infty)$ کدام است؟

(۲) ۳

(۱) صفر

(۴) وجود ندارد.

(۳) $\frac{13}{4}$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: تابع f روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است، پس نقاط بحرانی آن صفرهای f' اند. ضابطه $f'(x)$ را می یابیم و آن را برابر صفر قرار می دهیم:

$$f'(x) = \frac{6x^2(x^2 + 4) - 2x(2x^3 + 13)}{(x^2 + 4)^2} = \frac{2x^4 + 24x^2 - 26x}{(x^2 + 4)^2} = 0$$

گام دوم: چون ۱ در معادله $f' = 0$ صدق می کند، عامل $(x - 1)$ را فاکتور می گیریم:

$$\Rightarrow 2x(x^2 + 12x - 13) = 0 \Rightarrow 2x(x - 1)(x^2 + x + 13) = 0$$

$\Delta < 0$

گام سوم: مقادیر تابع را در $x = 0$ و $x = 1$ و همچنین حد آن را در $-\frac{1}{4}$ و $+\infty$ حساب می کنیم:

$$f(0) = \frac{13}{4}, \quad f(1) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{4}} f(x) = \frac{2(-\frac{1}{4})^3 + 13}{(-\frac{1}{4})^2 + 4} = 3$$

گام چهارم: می بینیم مینیمم مطلق f وجود دارد و ۳ است.

۱۳ اگر $a > 0$ باشد، مجموع بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x) = \sqrt{x-a} + \sqrt{4a-2x}$ ، a است. چه قدر از ۲۵ کم تر است؟

۴) صفر

۳) $\frac{25\sqrt{3}}{2}$

۲) ۱

۱) $\frac{13\sqrt{3}}{2}$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: ابتدا دامنه تابع را مشخص می کنیم:

$$\begin{cases} x-a \geq 0 \Rightarrow x \geq a \\ 4a-2x \geq 0 \Rightarrow 2a \geq x \end{cases} \Rightarrow D_f = [a, 2a]$$

گام دوم: حالا طول نقطه بحرانی در بازه $(a, 2a)$ را می یابیم:

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-a}} + \frac{-2}{2\sqrt{4a-2x}} = 0 \Rightarrow \sqrt{4a-2x} = 2\sqrt{x-a}$$

$$\Rightarrow 4a-2x = 4x-4a \Rightarrow 6x = 8a \Rightarrow x = \frac{4a}{3} \in [a, 2a]$$

گام سوم: حالا مقادیر تابع را در این نقاط حساب می کنیم:

$$f(a) = \sqrt{2a}$$

$$f(2a) = \sqrt{a}$$

$$f\left(\frac{4a}{3}\right) = \sqrt{\frac{a}{3}} + 2\sqrt{\frac{a}{3}} = \sqrt{3a}$$

گام چهارم: حالا طبق فرض سؤال a را می یابیم:

$$\sqrt{a} + \sqrt{3a} = 5 \xrightarrow{\text{فاکتوراز } \sqrt{a}} \sqrt{a}(1+\sqrt{3}) = 5 \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{5}{1+\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow a = \frac{25}{4+2\sqrt{3}} = \frac{25(4-2\sqrt{3})}{16-12} = \frac{25(2-\sqrt{3})}{2} = 25 - \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

۱۴ مقدار ماکزیمم مطلق تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{-\cos^2 x}{2} + \frac{3}{2} - 2 \sin x$ و دامنه $[-\frac{\pi}{6}, \pi]$ کدام است؟

۱/۴ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

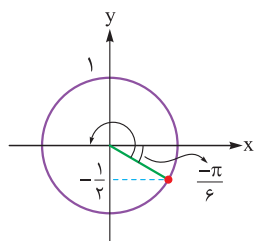
۹/۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: ابتدا با اتحاد مثلثاتی دو برابر کمان، f را ساده تر می نویسیم و به نسبت $\sin$ تبدیل می کنیم:

$$f(x) = -\frac{1}{2}(1 - 2\sin^2 x) + \frac{3}{2} - 2 \sin x = \sin^2 x - 2 \sin x + 1 = (\sin x - 1)^2$$

گام دوم: حالا می یابیم که به ازای دامنه تابع، $\sin x$ در چه بازه ای تغییر می کند:



$$-\frac{1}{2} \leq \sin x \leq 1$$

گام سوم: با این محدوده، برد f و ماکزیمم مطلق آن را می یابیم:

$$-\frac{1}{2} \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq \sin x - 1 \leq 0 \Rightarrow (\sin x - 1)^2 \leq \frac{9}{4}$$

در نتیجه ماکزیمم مطلق f ، $\frac{9}{4}$ است.

۱۵ مستطیلی درون نیم‌دایره‌ای به شعاع r محاط شده است به طوری که ضلع پایین مستطیل روی قطر نیم‌دایره است. اگر مساحت مستطیل بیشینه باشد، نسبت مساحت نیم‌دایره به مساحت مستطیل کدام است؟

$\frac{2\pi}{3}$ (۴)

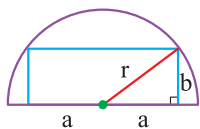
$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{\pi}{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: شکل مسئله را کشیده و مساحت مستطیل را برحسب شعاع نیم‌دایره می‌نویسیم:



$$\begin{cases} S_{\square} = 2a \times b \\ r^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b = \sqrt{r^2 - a^2} \Rightarrow S_{\square} = 2a\sqrt{r^2 - a^2} = 2\sqrt{a^2 r^2 - a^4} \end{cases}$$

گام دوم: برای بیشینه کردن مساحت مستطیل باید عبارت زیر رادیکال ماکزیمم شود.

$$f(a) = a^2 r^2 - a^4 \Rightarrow f'(a) = 2ar^2 - 4a^3 = 2a(r^2 - 2a^2) = 0 \xrightarrow{a \neq 0} r^2 = 2a^2 \Rightarrow a^2 = \frac{r^2}{2}$$

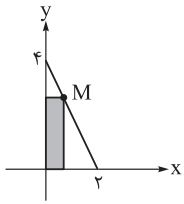
گام سوم: در این صورت مساحت مستطیل را برحسب r می‌یابیم:

$$S_{\square} = 2\sqrt{a^2 r^2 - a^4} \xrightarrow{a^2 = \frac{r^2}{2}} S_{\square} = 2\sqrt{\frac{r^4}{2} - \frac{r^4}{4}} = r^2$$

گام چهارم: حالا نسبت خواسته شده را می‌یابیم:

$$\frac{S_{\text{نیم دایره}}}{S_{\square}} = \frac{\frac{1}{2}\pi r^2}{r^2} = \frac{\pi}{2}$$

۱۶ در شکل، بیشترین مقدار حجم حاصل از دوران مستطیل سایه خورده حول محور طول‌ها چه قدر است؟



(۱) $\frac{16\pi}{27}$

(۲) 2π

(۳) $\frac{128\pi}{27}$

(۴) $\frac{64\pi}{27}$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: معادله خط $y = -2x + 4$ است، پس اگر طول نقطه M را α در نظر بگیریم، آن گاه $M(\alpha, 4 - 2\alpha)$ با دوران مستطیل حول محور x ها استوانه‌ای به شعاع $4 - 2\alpha$ و ارتفاع α به دست می‌آید که حجم آن برابر می‌شود با:

$$V(\alpha) = \pi(4 - 2\alpha)^2 \alpha = 4\pi(2 - \alpha)^2 \alpha = 4\pi(\alpha^2 - 4\alpha + 4)$$

گام دوم: از این تابع مشتق می‌گیریم و برابر صفر قرار می‌دهیم:

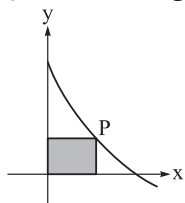
$$V'(\alpha) = 4\pi(2\alpha - 4) = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{64 - 48}}{2} = \frac{2}{3} \checkmark, 2$$

غقق ۲، ✓

گام سوم: با جای‌گذاری α ، بیشینه حجم را می‌یابیم:

$$V_{\max} = 4\pi\left(2 - \frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{2}{3} = \frac{8\pi}{3} \times \frac{16}{9} = \frac{128\pi}{27}$$

۱۷ مطابق شکل، مستطیلی با رأس P روی نمودار تابع $f(x) = 9 - 2\sqrt{x}$ رسم شده است. بیشترین مساحت مستطیل



کدام است؟

۲۷ (۲)

۹ (۱)

۸۱ (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: اگر طول نقطه P، α باشد، داریم $P(\alpha, 9 - 2\sqrt{\alpha})$ ، پس مساحت مستطیل برابر است با:

$$S_{\square} = \alpha(9 - 2\sqrt{\alpha})$$

گام دوم: از تابع به دست آمده مشتق می گیریم و برابر صفر قرار می دهیم:

$$S' = 9 - 2\sqrt{\alpha} + \alpha \times \frac{-1}{\sqrt{\alpha}} = 9 - 3\sqrt{\alpha} = 0 \Rightarrow \sqrt{\alpha} = 3 \Rightarrow \alpha = 9$$

گام سوم: α به دست آمده را در تابع مساحت گام اول جای گذاری می کنیم:

$$S_{\max} = 9(9 - 2\sqrt{9}) = 9 \times 3 = 27$$

۱۸ در معادله $\sqrt[4]{\frac{\sqrt{8}\sqrt{2}\sqrt{4}}{2^m}} = \sqrt[4]{2^{-5}}$ ، کدام است؟ m

$\frac{7}{6}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: دو طرف معادله را بر حسب توانی از ۲ ساده می کنیم:

$$\text{سمت چپ تساوی: } \frac{\sqrt[4]{\frac{\sqrt{8}\sqrt{2}\sqrt{4}}{2^m}}}{2^m} = \frac{\sqrt[4]{2^3 \sqrt{2 \times 2^2}}}{2^m} = \frac{\sqrt[4]{2^3 \times 2^{\frac{5}{2}}}}{2^m} = \frac{2^{\frac{23}{4}}}{2^m} = 2^{\frac{23}{4}-m}$$

$$\text{سمت راست تساوی: } \sqrt[4]{2^{-5}} = 2^{-\frac{5}{4}}$$

گام دوم: حالا m را می یابیم:

$$\frac{23}{4} - m = -\frac{5}{4} \Rightarrow m = \frac{23}{4} + \frac{5}{4} = \frac{28}{4} = \frac{7}{1}$$

۱۹ نقاط $A(1, 2, 1)$, $B(1, 0, 0)$, $C(-1, 3, 1)$ رأس‌های یک مثلث هستند. با رسم نیمساز زاویه $\hat{A}$ ، ضلع BC در نقطه P قطع می‌شود. طول AP کدام است؟

$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: طول اضلاع AB و AC را محاسبه می‌کنیم:

$$AB = \sqrt{(1-1)^2 + (0-2)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(-1-1)^2 + (3-2)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{5}$$

چون $AB = AC$ ، پس مثلث ABC متساوی‌الساقین است و می‌دانیم در مثلث متساوی‌الساقین نیمساز زاویه رأس مثلث که قاعده مثلث را قطع می‌کند، قاعده مثلث را نصف نیز می‌کند؛ بنابراین در مثلث متساوی‌الساقین ABC با رأس A و قاعده BC ، نیمساز زاویه A برابر طول میانه‌ای است که از رأس A بر ضلع (قاعده) BC وارد می‌شود.

گام دوم: طول میانه را حساب می‌کنیم:

$$P = \left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2}, \frac{z_B + z_C}{2} \right) \Rightarrow P\left(\frac{1-1}{2}, \frac{3+0}{2}, \frac{1+0}{2}\right) = P\left(0, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$AP = \sqrt{(0-1)^2 + \left(\frac{3}{2}-2\right)^2 + \left(\frac{1}{2}-1\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

۲۰ اگر $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ و بردارهای $\vec{a} + 2\vec{b}$ و $5\vec{a} - 4\vec{b}$ بر هم عمود باشند، زاویه بین بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کدام است؟

۹۰° (۴)

۶۰° (۳)

۴۵° (۲)

۳۰° (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: از آنجا که دو بردار بر هم عموداند، پس ضرب داخلی آنها صفر است. $(\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2)$

$$(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (5\vec{a} - 4\vec{b}) = 0 \Rightarrow 5\vec{a} \cdot \vec{a} - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 10\vec{b} \cdot \vec{a} - 8\vec{b} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow 5|\vec{a}|^2 + 6\vec{a} \cdot \vec{b} - 8|\vec{b}|^2 = 0$$

گام دوم: با توجه به فرض سؤال $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ و همچنین $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$ که θ زاویه بین $\vec{a}$ و $\vec{b}$ است؛ بنابراین:

$$5|\vec{a}|^2 + 6|\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta - 8|\vec{a}|^2 = 0 \Rightarrow -3|\vec{a}|^2 + 6|\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = 0$$

$$\Rightarrow -3|\vec{a}|^2 (1 - 2 \cos \theta) = 0 \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

۲۱ ناحیه‌ای در صفحه با روابط $|x^2| \leq y \leq 0$ و $0 \leq x \leq -1$ مشخص شده است. چند نقطه با مختصات صحیح در این ناحیه وجود دارد؟

۴ (۴)

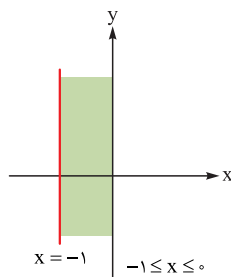
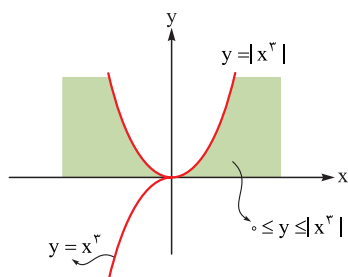
۳ (۳)

۲ (۲)

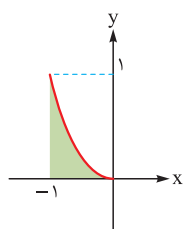
۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: هر کدام از نواحی $|x^2| \leq y \leq 0$ و $0 \leq x \leq -1$ را جداگانه رسم می‌کنیم:



گام دوم: از اشتراک دو ناحیه بالا، نمودار مطلوب به دست می‌آید:



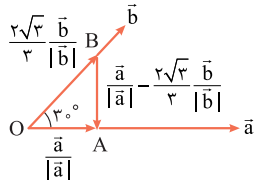
گام سوم: در این ناحیه، سه نقطه با مختصات صحیح $(0, 0)$ ، $(-1, 0)$ ، $(-1, 1)$ وجود دارد.

۲۳ دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با هم زاویه 30° می سازند. طول تصویر قائم بردار $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ بر امتداد بردار $3\vec{a}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: شکل مناسب را رسم می کنیم:



گام دوم: طول $\overline{OA}$ و $\overline{OB}$ را به دست می آوریم:

$$|\overline{OA}|^2 = \left| \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} \right|^2 = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} \cdot \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{|\vec{a}|^2}{|\vec{a}|^2} = 1 \Rightarrow |\overline{OA}| = 1$$

$$|\overline{OB}|^2 = \left| \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \right|^2 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} = \frac{4}{3} \Rightarrow |\overline{OB}| = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

گام سوم: با توجه به قضیه کسینوس ها داریم:

$$|\overline{AB}|^2 = 1 + \frac{4}{3} - 2 \times \frac{2}{\sqrt{3}} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow |\overline{AB}|^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow |\overline{AB}| = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

گام چهارم: چون که $(\frac{2}{\sqrt{3}})^2 + (1)^2 = (\frac{1}{\sqrt{3}})^2$ ، پس $\triangle OAB$ قائم الزاویه است و طول تصویر قائم بردار $\overline{AB}$ بر هر مضربی از بردار $\vec{a}$ صفر است.

۲۴ اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر ۱۲° باشد، اندازه بردار $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ کدام است؟

 $\sqrt{5} \text{ (f)}$
$$\sqrt{3} (3$$
$$\sqrt{2} (2$$

1 (1)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: با توجه به رابطه $|\vec{a}|^2 = \vec{a} \cdot \vec{a}$ ، اندازه بردار $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ را به دست می آوریم:

$$\left| \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \right|^{\gamma} = \left(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \right) \cdot \left(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \right) = \frac{|\vec{a}|^{\gamma}}{|\vec{a}|^{\gamma}} + \frac{\gamma \vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} + \frac{|\vec{b}|^{\gamma}}{|\vec{b}|^{\gamma}} = \gamma + \frac{\gamma |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \gamma + \gamma \cos \theta$$

گام دوم: چون زاویه بین $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر $\theta = 120^\circ$ درجه است:

$$\left| \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \right| = \sqrt{r + r \cos \theta} = \sqrt{r + r \cos 120^\circ} = \sqrt{r - r} = 0$$

۲۵ اگر $x^2 + 2y^2 + z^2 = 9$ باشد، حداکثر $2x + 6y + \sqrt{3}z$ کدام است؟

۵ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۲۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: خواسته سؤال را به صورت ضرب داخلی ۲ بردار می نویسیم:

$$2x + 6y + \sqrt{3}z = \left(2, \frac{6}{\sqrt{2}}, \sqrt{3}\right) \cdot (x, \sqrt{2}y, z)$$

گام دوم: با توجه به نامساوی کوشی شوارتز $(\vec{a} \cdot \vec{b} \leq \|\vec{a}\| \|\vec{b}\|)$ ، داریم:

$$2x + 6y + \sqrt{3}z \leq \left| \left(2, \frac{6}{\sqrt{2}}, \sqrt{3}\right) \right| \cdot \left| (x, \sqrt{2}y, z) \right| = \sqrt{25} \times \sqrt{x^2 + 2y^2 + z^2} = 5\sqrt{x^2 + 2y^2 + z^2}$$

گام سوم: با توجه به فرض سؤال $(x^2 + 2y^2 + z^2 = 9)$ ، داریم:

$$2x + 6y + \sqrt{3}z \leq 5\sqrt{9} = 15$$

۲۶ در مثلث $\triangle ABC$ ، زاویه $\hat{A}$ برابر 120° درجه است. با رسم نیمساز $\hat{A}$ این مثلث به دو مثلث کوچک‌تر و BC به دو پاره‌خط ۳ و ۴ واحدی تقسیم می‌شود. نسبت شعاع دایره محیطی این دو مثلث کدام می‌تواند باشد؟

$$\frac{25}{16} \quad (4)$$

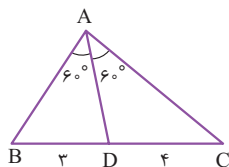
$$\frac{5}{4} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{9}{16} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: با رسم شکل، اطلاعات سؤال را روی آن نشان می‌دهیم:



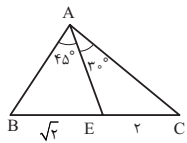
گام دوم: از آن جایی که می‌دانیم در هر مثلث نسبت طول هر ضلع به سینوس زاویه مقابل آن، برابر است با طول قطر دایره محیطی

مثلث؛ در مثلث‌های $\triangle ABD$ و $\triangle ADC$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \frac{BD}{\sin \hat{BAD}} = 2R_1 \Rightarrow \frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R_1 \\ \frac{CD}{\sin \hat{DAC}} = 2R_2 \Rightarrow \frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R_2 \end{cases}$$

گام سوم: با تقسیم ۲ رابطه بر هم داریم:

$$\frac{\frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}}}{\frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}}} = \frac{2R_1}{2R_2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{3}{4}$$



$$\frac{9}{4} \quad (2)$$

$$2 \quad (4)$$

۲۷ در شکل زیر، نسبت $\frac{AC}{AB}$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$4 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: قضیه سینوس ها را در مثلث ABE می نویسیم:

$$\frac{BE}{\sin \hat{BAE}} = \frac{AB}{\sin \hat{AEB}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{AB}{\sin \hat{AEB}}$$

گام دوم: قضیه سینوس ها را در مثلث CAE می نویسیم:

$$\frac{CE}{\sin \hat{CAE}} = \frac{AC}{\sin \hat{CEA}} \Rightarrow \frac{2}{\frac{1}{2}} = \frac{AC}{\sin \hat{CEA}}$$

گام سوم: چون که $\hat{AEB} + \hat{CEA} = 180^\circ$ ، پس $\sin \hat{CEA} = \sin \hat{AEB}$ است. حال طرفین رابطه های به دست آمده در گام اول و دوم را بر هم تقسیم می کنیم:

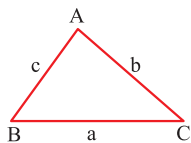
$$\frac{\frac{AB}{\sin \hat{AEB}}}{\frac{AC}{\sin \hat{CEA}}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}}{\frac{2}{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = 2$$

۲۸ در مثلث ABC، روابط $b\sqrt{2} = c\sqrt{3}$ و $b^2 - c^2 = a(a - c)$ برقرارند. بزرگ‌ترین زاویه این مثلث کدام است؟

- (۱) 60°
(۲) 75°
(۳) 90°
(۴) 120°

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: با استفاده از قضیه سینوس‌ها و فرض سؤال داریم:



$$\begin{cases} b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \times \cos(\hat{A}BC) \\ b^2 = c^2 + a^2 - ac \end{cases} \Rightarrow \cos(\hat{A}BC) = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A}BC = 60^\circ$$

گام دوم: با توجه به قضیه سینوس‌ها داریم:

$$\frac{b}{\sin(\hat{A}BC)} = \frac{c}{\sin(\hat{B}CA)} \xrightarrow{b = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}c} \frac{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}c}{\sin(60^\circ)} = \frac{c}{\sin \hat{B}CA}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{1}{\sin(\hat{B}CA)} \Rightarrow \sin(\hat{B}CA) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{B}CA = \begin{cases} 45^\circ \text{ (قق)} \\ 135^\circ \text{ (غقق)} \end{cases}$$

گام سوم: اندازه زاویه سوم را نیز به دست می‌آوریم:

$$\hat{B}AC = 180^\circ - (\hat{A}BC + \hat{B}CA) = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ$$

پس بزرگ‌ترین زاویه 75° است.

۲۹ در مثلثی به اضلاع ۷ و ۵ و ۳ فاصله مرکز دایره محیطی از بزرگترین ضلع، چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

$\frac{4}{3}$ (۴)

$\frac{7}{6}$ (۳)

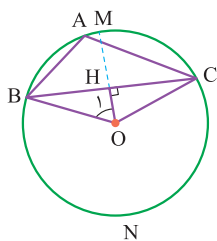
$\frac{3}{2}$ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: چون $5^2 + 3^2 > 7^2$ ، پس یکی از زوایای مثلث منفرجه است و مرکز دایره محیطی خارج مثلث قرار می گیرد. هم چنین $HC = BH$ و $\widehat{BM} = \widehat{CM}$.



گام دوم: از قضیه کسینوس ها در مثلث ΔABC استفاده می کنیم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A} \Rightarrow 49 = 25 + 9 - 2 \times 5 \times 3 \times \cos \hat{A} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{-1}{3} \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$$

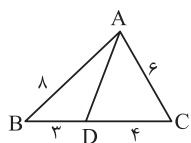
گام سوم: $\hat{A} = 120^\circ$ ، پس $\widehat{BNC} = 240^\circ$ و $\widehat{BMC} = 120^\circ$.

پس $\widehat{BM} = \widehat{CM} = 60^\circ$ و در نتیجه $\hat{O}_1 = 60^\circ$ می باشد.

گام چهارم: در مثلث قائم الزاویه ΔOHB داریم:

$$\tan \hat{O}_1 = \frac{BH}{OH} \Rightarrow \frac{7}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow OH = \frac{7}{6}\sqrt{3}$$

۳۰. با توجه به شکل زیر، طول AD را محاسبه کنید.



۶ (۲)

$2\sqrt{10}$ (۱)

۵ (۴)

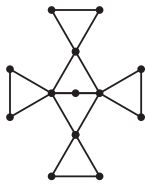
$3\sqrt{10}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ با توجه به قضیه استوارت، خواهیم داشت:

$$AB^2 \times CD + AC^2 \times BD = BC(AD^2 + BD \cdot DC) \Rightarrow 8^2 \times 4 + 6^2 \times 3 = 7(AD^2 + (3 \times 4))$$

$$\Rightarrow 256 + 108 = 7AD^2 + 84 \Rightarrow 7AD^2 = 280 \Rightarrow AD^2 = 40 \Rightarrow AD = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$



گراف مقابل چند مجموعه احاطه گر مینیمم دارد؟ **۳۱**

۸۱ (۱)

۶۵ (۲)

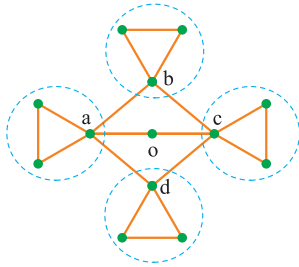
۶۴ (۳)

۸۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: گراف زیر، به چهار قسمت قابل تبدیل است. برای احاطه کردن کل رأس‌ها باید از هر کدام از قسمت‌ها یک رأس برداریم تا همه رأس‌ها (به جز رأس o) احاطه شوند، پس $\gamma(G) = 4$.



تعداد حالات انتخاب این ۴ رأس از این چهار قسمت که هر کدام ۳ حالت دارد برابر است با:

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

گام دوم: در برخی از ۸۱ حالت به دست آمده هیچ کدام از رأس‌های a, b, c, d انتخاب نشده‌اند، در نتیجه نقطه o احاطه نشده است. تعداد حالت‌هایی که از این چهار قسمت یک رأس انتخاب کنیم به طوری که هیچ کدام از رأس‌های a, b, c, d انتخاب نشوند برابر است با:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$81 - 16 = 65$$

گام سوم: تعداد مجموعه‌های احاطه گر مینیمم (رأس o هم احاطه شود)، برابر است با:

چند عدد چهار رقمی زوج با ارقام ۹, ۷, ۵, ۴, ۲, ۱, ۰ بدون تکرار ارقام می توان ساخت به طوری که از ۲۴۰۰ بزرگ تر و از ۷۳۰۰ کوچک تر باشد؟ ۳۲

۲۴۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

۱۴۹ (۴)

۱۷۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: رقم هزارگان این عدد می تواند ارقام {۲, ۴, ۵, ۷} باشد و براساس آن حالت بندی انجام می دهیم. در ضمن رقم یکان نیز باید از ارقام {۰, ۲, ۴} انتخاب شود.

حالت اول: رقم هزارگان ۲ باشد؛ چون رقم صدگان باید بزرگ تر مساوی ۴ باشد، براساس رقم یکان، دو قسمت داریم:

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{\{4, 5, 7, 9\}} \times \frac{4}{1} \times \frac{1}{0} = 16$$

قسمت اول: (یکان صفر و هزارگان ۲)

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{\{5, 7, 9\}} \times \frac{4}{1} \times \frac{1}{4} = 12$$

قسمت دوم: (یکان ۴ و هزارگان ۲)

$$\frac{1}{4} \times \frac{5}{\{0, 2\}} \times \frac{4}{1} \times \frac{2}{0} = 40$$

حالت دوم: رقم هزارگان ۴ باشد.

$$\frac{1}{5} \times \frac{5}{\{0, 2, 4\}} \times \frac{4}{1} \times \frac{3}{0} = 60$$

حالت سوم: رقم هزارگان ۵ باشد.

حالت چهارم: رقم هزارگان ۷ باشد؛ رقم صدگان را از بین ارقام {۰, ۱, ۲} باید انتخاب کرد، پس دو قسمت وجود دارد:

$$\frac{1}{7} \times \frac{1}{1} \times \frac{4}{\{0, 2, 4\}} \times \frac{3}{0} = 12$$

قسمت اول:

$$\frac{1}{7} \times \frac{2}{\{0, 2\}} \times \frac{4}{1} \times \frac{2}{0} = 16$$

قسمت دوم:

گام دوم: مجموع حالت های ممکن برابر است با: $16 + 12 + 40 + 60 + 12 + 16 = 176$

یک گالری نقاشی می‌خواهد روی یکی از دیوارهای نمایشگاه ۵ تابلوی نقاشی با قیمت‌های متفاوت را کنار همدیگر در یک ردیف، قاب کند. در چند حالت از این چینش‌ها گران‌ترین تابلو با یک فاصله، سمت چپ ارزان‌ترین تابلو قرار نمی‌گیرد؟

۳۳

۱۲ (۲)

۱۸ (۱)

۱۰۲ (۴)

۱۱۸ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: از اصل متمم استفاده می‌کنیم؛ کل حالت‌های قرارگیری این ۵ تابلو کنار هم برابر $5! = 120$ حالت است.

تعداد حالت‌هایی که گران‌ترین تابلو (E) با یک فاصله، سمت چپ ارزان‌ترین تابلو (C) قرار گرفته است را محاسبه می‌کنیم:

برای این منظور، یک بسته (E - C) که در جای خالی یکی از تابلوها قرار می‌گیرد را در نظر می‌گیریم که برای این جای خالی

بین C و E، ۳ انتخاب داریم. سپس یک بسته داریم به همراه ۲ تابلوی دیگر؛ بنابراین در مجموع ۳ شیء داریم که به $3!$ می‌توان

$$3 \times 3! = 18$$

آن‌ها را کنار هم قرار داد:

$$120 - 18 = 102$$

گام دوم: حالت‌های مدنظر ما براساس اصل متمم چنین به دست می‌آید:

چند جایگشت از حروف کلمه «هزارپا» وجود دارد که یا با حرف بدون نقطه شروع شود یا با حرف بدون نقطه پایان یابد؟ **۳۴**

۳۳۶ (۱) ۳۱۲ (۲) ۶۹۶ (۳) ۶۷۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: از اصل متمم استفاده می‌کنیم و از تمام حالت‌های ممکن، حالت‌هایی را که هم حرف ابتدایی و هم حرف پایانی نقطه‌دار است را کم می‌کنیم.

شش حرف داریم که دارای دو «ا» تکراری است، طبق قضیه جایگشت با تکرار، تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$\frac{6!}{2} = 360$$

اکنون تعداد حالت‌هایی که با حرف نقطه‌دار شروع می‌شوند و خاتمه می‌یابند را محاسبه می‌کنیم:

حروف نقطه‌دار {ز، پ} هستند که دو حالت برای جابه‌جایی حرف شروع و پایان داریم. از بین چهار حرف دیگر که دو حرف آن‌ها

$$2 \times \frac{4!}{2!} = 24 \quad \text{تکراری هستند،} \quad \frac{4!}{2!} \text{ حالت برای حروف میانی داریم:}$$

گام دوم: تعداد حالت‌های نهایی برابر است با:

$$360 - 24 = 336$$

چند عدد ۶ رقمی بدون رقم تکراری و بدون رقم صفر داریم که حداقل دو رقم زوج داشته باشد؟ **۳۵**

۵۰۴۰۰ (۲)

۵۷۶۰۰ (۱)

۶۴۸۰۰ (۴)

۴۳۲۰۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ارقام زوج غیر صفر شامل {۲, ۴, ۶, ۸} و ارقام فرد شامل {۱, ۳, ۵, ۷, ۹} هستند.

گام دوم: براساس این که چهار رقم زوج غیر صفر داریم، سه حالت برای ارقام این عدد شش رقمی فاقد رقم تکراری و دارای حداقل دو رقم زوج، خواهیم داشت:

$$\binom{4}{2} \binom{5}{2} \times 6! = 30 \times 6!$$

حالت اول: دو رقم زوج و چهار رقم فرد:

$$\binom{4}{3} \binom{5}{1} \times 6! = 40 \times 6!$$

حالت دوم: سه رقم زوج و سه رقم فرد:

$$\binom{4}{4} \binom{5}{0} \times 6! = 10 \times 6!$$

حالت سوم: چهار رقم زوج و دو رقم فرد:

گام سوم: تعداد کل اعداد شش رقمی با این شرایط، برابر است با:

$$(30 + 40 + 10) \times 6! = 80 \times 6! = 80 \times 720 = 57600$$

با ارقام ۳ تا ۸، چند عدد شش رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت به طوری که رقم ۸ سمت راست رقم ۳، رقم ۷ سمت چپ رقم ۴ و رقم ۵ سمت راست رقم ۶ باشد؟

۱) ۱۸۰ (۲) ۹۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۸۰

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا از بین شش جای ممکن برای اعداد، دو جایگاه را برای ارقام ۳ و ۸ در نظر می گیریم؛ از بین این دو جایگاه رقم ۸ در جایگاه راست و رقم ۳ در جایگاه چپ قرار می گیرد.

$$\binom{6}{2} = 15$$

گام دوم: از بین چهار جایگاه باقی مانده، دو جایگاه برای ارقام ۷ و ۴ انتخاب می کنیم؛ از بین این دو جایگاه هم رقم ۷ را در جایگاه چپ و رقم ۴ را در جایگاه راست قرار می دهیم.

$$\binom{4}{2} = 6$$

گام سوم: از دو جایگاه باقی مانده نیز رقم ۵ را در جایگاه سمت راست و رقم ۶ را در جایگاه چپ قرار می دهیم (یک حالت).

گام چهارم: تعداد حالات ممکن براساس اصل ضرب برابر است با:

$$15 \times 6 \times 1 = 90$$

۳۷ علی برای زمان تعطیلات خود ۱۳ فیلم دانلود کرده است. او می‌خواهد برای تعطیلات ۳ فیلم را انتخاب کند تا ببیند. البته اگر علی از فیلمی خوشش بیاید ممکن است چند بار آن فیلم را ببیند. به چند طریق علی می‌تواند این ۳ فیلم را انتخاب کند؟

۴۶۰ (۱) ۴۵۰ (۲) ۴۵۵ (۳) ۴۶۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

✓ پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: کافی است مسئله را به زبان معادله سیاله خطی در بیاوریم.

تعداد دفعاتی که فیلم شماره ۱ را مشاهده کرده است با X_1 ، تعداد دفعاتی که فیلم شماره ۲ را مشاهده کرده است با X_2 و ... و تعداد دفعاتی که فیلم شماره ۱۳ را مشاهده کرده با X_{13} نمایش می‌دهیم. چون قرار است ۳ فیلم را انتخاب کنیم؛ پس کافی است تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله زیر را بیابیم:

$$X_1 + X_2 + \dots + X_{13} = 3 \xrightarrow[k=13]{n=3} \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{3+13-1}{13-1} = \binom{15}{12} = \frac{15!}{12!3!} = \frac{\cancel{15} \times \cancel{14} \times 13}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times 1} = 455$$

دستگاه معادله $\begin{cases} x_1^3 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 15 \\ x_1 + x_2 + \sqrt[3]{x_3} + x_4 = 5 \end{cases}$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد که x_1 و x_3 طبیعی باشند؟

۶۹ (۴)

۷۸ (۳)

۷۴ (۲)

۶۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** براساس طبیعی بودن x_1 و معادله اول، x_1 دارای دو مقدار است:

$x_1 = 1$ یا $x_1 = 2$

(توجه داشته باشید که اگر $x_1 \geq 3$ باشد، معادله اول دارای جواب منفی خواهد بود.)

گام دوم: اگر $x_1 = 1$ باشد، دستگاه به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 14 \\ x_2 + \sqrt[3]{x_3} + x_4 = 4 \end{cases}$$

چون x_3 عددی طبیعی است و در معادله دوم، x_3 باید مکعب کامل باشد، پس $x_3 = 1$ یا $x_3 = 8$ خواهد بود.

(به ازای مقادیر مکعب کامل دیگر، حداقل یکی از دو معادله دارای جواب منفی خواهند بود.)

$$x_3 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_2 + x_4 = 3 \Rightarrow \begin{pmatrix} 3+2-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = 4 \\ x_2 + x_4 + x_5 + x_6 = 13 \xrightarrow{x_2+x_4=3} x_5 + x_6 = 10 \Rightarrow \begin{pmatrix} 10+2-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 1 \end{pmatrix} = 11 \end{cases}$$

اصل ضرب $\rightarrow 4 \times 11 = 44$

$$x_3 = 8 \Rightarrow \begin{cases} x_2 + x_4 = 2 \Rightarrow \begin{pmatrix} 2+2-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 \\ x_2 + x_4 + x_5 + x_6 = 6 \xrightarrow{x_2+x_4=2} x_5 + x_6 = 4 \Rightarrow \begin{pmatrix} 4+2-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = 5 \end{cases}$$

اصل ضرب $\rightarrow 3 \times 5 = 15$

گام سوم: اگر $x_1 = 2$ باشد، دستگاه به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 7 \\ x_2 + \sqrt[3]{x_3} + x_4 = 3 \end{cases}$$

چون x_3 عددی طبیعی است و در معادله دوم باید مکعب کامل باشد و برای آن که هر دو معادله منفی نشوند، تنها مقدار $x_3 = 1$

قابل قبول است.

$$x_3 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_2 + x_4 = 2 \Rightarrow \begin{pmatrix} 2+2-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 \\ x_2 + x_4 + x_5 + x_6 = 6 \xrightarrow{x_2+x_4=2} x_5 + x_6 = 4 \Rightarrow \begin{pmatrix} 4+2-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = 5 \end{cases}$$

اصل ضرب $\rightarrow 3 \times 5 = 15$

گام چهارم: تعداد کل جوابها برابر است با:

$44 + 15 + 15 = 74$

۳۹ در مربع لاتین زیر، mn چند مقدار مختلف دارد؟

۱		n	
۲	m		
۴	x		
۳	۴	۲	۱

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۱	a	n	b
۲	m	c	d
۴	x	e	f
۳	۴	۲	۱

گام اول: $m \neq ۲, ۴$ است، پس $m = ۱$ یا $m = ۳$ است.

گام دوم: اگر $m = ۱$ باشد، داریم:

$$m = ۱: x \neq ۱, ۴ \begin{cases} x = ۲: \begin{cases} a = ۳ \\ n \neq ۱, ۲, ۳ \Rightarrow n = ۴ \end{cases} \Rightarrow mn = ۱ \times ۴ = ۴ \\ x = ۳: \begin{cases} a = ۲ \\ e \neq ۲, ۳, ۴ \Rightarrow e = ۱ \Rightarrow f = ۲ \end{cases} \begin{cases} n = ۳ \Rightarrow mn = ۱ \times ۳ = ۳ \\ n = ۴ \Rightarrow mn = ۱ \times ۴ = ۴ \end{cases} \end{cases}$$

باقی جدول نیز به همین صورت پر می‌شود.

گام سوم: اگر $m = ۳$ باشد، داریم:

$$m = ۳: \begin{cases} a \neq ۱, ۲, ۴ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow x = ۱ \\ e \neq ۱, ۲, ۴ \Rightarrow e = ۳ \Rightarrow n \neq ۱, ۲, ۳ \Rightarrow n = ۴ \end{cases} \Rightarrow mn = ۳ \times ۴ = ۱۲$$

باقی جدول نیز به همین صورت پر می‌شود.

گام چهارم: در نتیجه mn دارای سه حالت است.

$\{۳, ۴, ۱۲\}$

۴۰. اگر دو مربع لاتین A و B متعامد باشند و بخشی از مربع لاتین A به صورت زیر باشد، حاصل ضرب عناصر روی قطر اصلی مربع لاتین B کدام گزینه نمی تواند باشد؟

A:

		۲
	۲	

۲۷ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: در مربع های لاتین 3×3 ، مربع های لاتینی که عناصر قطر فرعی شان یکسان است با مربع های لاتینی که عناصر قطر

اصلی شان یکسان هستند متعامدند، پس با توجه به این که A دو حالت می تواند داشته باشد؛

۱	۳	۲
۳	۲	۱
۲	۱	۳

یا

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

که

در هر دو، A مربع لاتینی است که عناصر قطر فرعی آن ها یکسان هستند و با توجه به این که B با A متعامد است، پس B مربع

لاتینی است که قطر اصلی آن عناصر یکسانی دارد.

گام دوم: با توجه به این که عناصر روی قطر مربع لاتین B یکسان است، حاصل ضرب آن ها باید عددی مکعب کامل شود، پس تنها حالت غیرممکن عدد ۶ است.

۴۱ شخصی در فاصله d از یک صخره قائم ایستاده است. شخص رو به صخره فریاد می‌زند و ۸ s بعد، پژواک صدایش را می‌شنود. اگر بسامد صدای فریاد شخص ۷ kHz و طول موج آن ۵ cm باشد، d چند متر است؟

۳۵۰ (۴)

۷۰ (۳)

۲۸۰ (۲)

۱۴۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

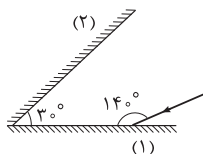
پاسخ تشریحی ✓ گام اول: تندی صوت را به دست می‌آوریم:

$$v = \lambda f = 5 \times 10^{-2} \times 7 \times 10^3 = 350 \text{ m/s}$$

گام دوم: صوت از شخص به سمت صخره رفته و برمی‌گردد، پس در مدت ۸ s مسافت $۲d$ را می‌پیماید:

$$۲d = vt \Rightarrow d = \frac{350 \times \frac{8}{2}}{1} = 140 \text{ m}$$

۴۲ در شکل زیر، پرتو نوری به آینه (۱) می‌تابد. زاویه بازتابش در پنجمین برخورد به آینه‌ها چند درجه است؟



۶۰ (۱)

۷۰ (۲)

۴۰ (۳)

۵۰ (۴)

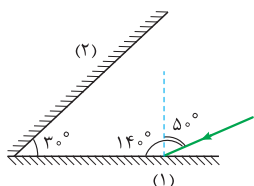
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ اگر دو آینه تخت متقاطع با یکدیگر زاویه حاده (α) بسازند و پرتو نوری با زاویه تابش $\theta_{i,1}$ بر سطح یکی از آن‌ها بتابد، زاویه تابش

(یا بازتابش) در n امین برخورد به آینه‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\theta_{i,n} = \theta_{r,n} = |(n-1)\alpha - \theta_{i,1}|$$

در این سؤال می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} \theta_{i,1} = 14^\circ - 9^\circ = 5^\circ \\ \alpha = 30^\circ \\ n = 5 \end{cases} \Rightarrow \theta_{r,5} = |(5-1) \times 30^\circ - 5^\circ| = 70^\circ$$

۴۳ پرتویی با زاویه تابش θ از درون یک محیط شفاف بر مرز محیط با هوا می‌تابد، بخشی از آن بازتاب شده و بخشی شکست می‌یابد. اگر پرتو بازتابیده عمود بر پرتو شکسته باشد، ضریب شکست محیط شفاف برابر با کدام گزینه است؟ ($n_{\text{هوا}} = 1$)

$\tan \theta$ (۴)

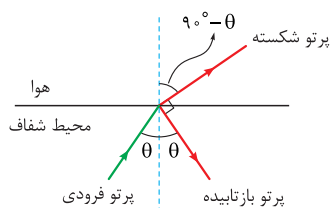
$\cot \theta$ (۳)

$\frac{1}{\cos \theta}$ (۲)

$\frac{1}{\sin \theta}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

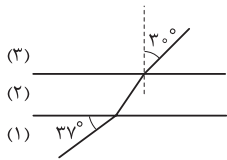
پاسخ تشریحی ✓ قانون شکست اسنل را می‌نویسیم:



$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad \frac{\theta_1 = \theta, n_2 = 1}{\theta_2 = 90^\circ - \theta} \rightarrow n_1 \sin \theta = 1 \sin(90^\circ - \theta)$$

$$\Rightarrow n_1 \sin \theta = \cos \theta \Rightarrow n_1 = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \cot \theta$$

۴۴ جبهه موج تختی در سه محیط با مرزهای موازی به شکل زیر است. اگر نسبت تندی موج در محیطهای (۱) و (۲) برابر با $\frac{5}{3}$ باشد، طول موج این موج در محیط (۲) چند برابر طول موج آن در محیط (۳) است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



- (۱) $\frac{3}{2}$
(۲) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$
(۳) $\sqrt{3}$
(۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓

• زاویه بین جبهه موج و سطح جدایی دو محیط، برابر با زاویه بین پرتو با خط عمود بر سطح جدایی آن دو محیط است.
• وقتی موجی طی شکستهای متوالی از محیط (۱) به محیط (n) برسد، بدون توجه به جزئیات محیطهای میانی، می توان قانون شکست عمومی را بین محیط (۱) و (n) به کار برد.

گام اول: در این سؤال، در محیط (۱) زاویه بین جبهه موج با سطح جدایی محیطها و در محیط (۳) زاویه بین جبهه موج با خط عمود بر سطح جدایی محیطها داده شده است؛ بنابراین می توان نوشت:

$$\theta_1 = 37^\circ, \quad \theta_3 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\text{ثابت } f \Rightarrow \frac{\lambda_3}{\lambda_1} = \frac{v_3}{v_1} = \frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{\lambda_3}{\lambda_1} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{6}{10}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

گام دوم: نسبت تندی موج در محیطهای (۱) و (۲) برابر $\frac{5}{3}$ است. از طرفی زاویه بین جبهه موج با سطح جدایی دو محیط، در محیط (۲) بیشتر از محیط (۱) است، پس می توان نوشت:

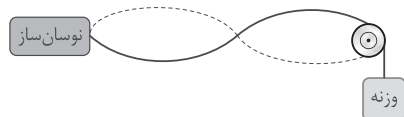
$$\theta_2 > \theta_1 \Rightarrow \sin \theta_2 > \sin \theta_1 \Rightarrow v_2 > v_1$$

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{5}{3}$$

گام سوم: نسبت طول موج در محیط (۲) به طول موج در محیط (۳) را به دست می آوریم:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_3} = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{5\sqrt{3}}{6}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

۴۵ در شکل زیر، نوسان ساز تار را با بسامد معینی به ارتعاش درآورده و در طول تار دو شکم ایجاد شده است. اگر جرم وزنه ۷۵ درصد کاهش یابد و بسامد نوسان ساز ۲ برابر شود، کدام وضعیت رخ می دهد؟ (چگالی خطی جرم طناب تغییر نمی کند).



- (۱) در طول تار ۵ گره ایجاد می شود.
- (۲) تار در هماهنگ چهارم خود به تشدید درمی آید.
- (۳) در طول تار ۸ شکم ایجاد می شود.
- (۴) در تار موج ایستاده بارزی ایجاد نمی شود.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: نیروی کشش تار ناشی از جرم وزنه است؛ بنابراین با کاهش جرم وزنه، نیروی کشش تار و تندی انتشار موج کاهش می یابد:

$$F = mg \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{m'}{m} = \frac{0.25m}{m} = \frac{1}{4}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F}} = \frac{1}{2}$$

گام دوم: رابطه $f_n = \frac{nv}{2L}$ را به صورت نسبتی به کار می بریم. اگر n (تعداد شکم ها) در حالت دوم عدد صحیحی به دست آید،

به معنای آن است که در تار، موج ایستاده بارزی ایجاد شده است:

$$\frac{f'_n}{f_n} = \frac{n'}{n} \times \frac{v'}{v} \xrightarrow{\frac{f'_n = 2f_n}{n=2}} 2 = \frac{n'}{2} \times \frac{1}{2} \Rightarrow n' = 8$$

پس در تار ۸ شکم و ۹ گره ایجاد می شود (هماهنگ هشتم).

۴۶ در تار به طول L با دو انتهای ثابت، موج ایستاده با بسامد 240 Hz تشکیل شده است. اگر تعداد گره‌ها در طول تار برابر ۴ و تندی انتشار موج عرضی در تار 120 m/s باشد، طول تار و طول موج امواج صوتی گسیل شده به ترتیب از راست به چپ چند سانتی‌متر است؟ (تندی انتشار صوت در هوا را 360 m/s در نظر بگیرید.)

(۲) $150, 225$

(۱) $150, 75$

(۴) $50, 225$

(۳) $50, 75$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: طول تار را به دست می‌آوریم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow{n=4-1=3} 240 = \frac{3 \times 120}{2L} \Rightarrow L = \frac{3 \times 120}{240 \times 2} = \frac{3}{4} \text{ m} = 75 \text{ cm}$$

گام دوم: طول موج امواج صوتی در هوا را محاسبه می‌کنیم. بسامد صوت منتشرشده، همان بسامد موج ایستاده در تار است:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{360}{240} = \frac{3}{2} \text{ m} = 150 \text{ cm}$$

۴۷ کدام گزینه در مورد مدل اتمی رادرفورد درست نیست؟

- (۱) نام دیگر آن، مدل اتم هسته‌ای یا مدل هسته‌ای اتم است.
- (۲) قادر به توجیه طیف خطی اتم‌ها است ولی مقادیر طول موج‌های طیف را نمی‌تواند محاسبه نماید.
- (۳) براساس این مدل، هسته‌ای بسیار چگال با بار مثبت در مرکز اتم وجود دارد.
- (۴) طبق این مدل با چرخش الکترون به دور هسته، به تدریج شعاع مدار آن کاهش و بسامد حرکت آن افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

طبق مدل اتمی رادرفورد، اگر الکترون نسبت به هسته ساکن باشد باید بر اثر نیروی ربایش الکتریکی بین هسته و الکترون، روی هسته سقوط کند. هم‌چنین اگر به دور هسته در حال چرخش باشد، به دلیل حرکت شتاب‌دار خود، موج الکترومغناطیسی گسیل می‌نماید و انرژی آن کاهش می‌یابد. این امر سبب می‌شود شعاع مدار الکترون به تدریج کوچک‌تر شود و بسامد حرکت الکترون و در نتیجه بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل‌شده افزایش یابد؛ بنابراین طیف امواج الکترومغناطیسی گسیل‌شده باید پیوسته باشد و گزینه (۲) نادرست است.

کدام یک از عبارت‌های زیر درست است؟ **۴۸**

- (الف) طیف گسیلی ناشی از یک جسم جامد داغ، شامل گستره پیوسته‌ای از طول موج‌ها است.
(ب) در دماهای معمولی بیشتر تابش گسیل شده از سطح اجسام در ناحیه فروسرخ قرار دارد.
(پ) بنابر مدل اتمی تامسون، بار مثبت با جرم ناچیز به طور همگن در سرتاسر اتم گسترده شده است.
(ت) پدیده فلوئورسانسی را به کمک مدل اتمی بور نمی‌توان تبیین نمود.
- (۱) الف - ب (۲) الف - ت (۳) ب - پ (۴) پ - ت

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ نادرستی سایر عبارت‌ها:

- در مدل اتمی تامسون سهم الکترون‌ها در جرم اتم ناچیز است («پ» نادرست).
- پدیده فلوئورسانسی را می‌توان به کمک مدل اتمی بور تبیین نمود («ت» نادرست). در این پدیده هنگام برخورد نور فرابنفش به یک ماده، ممکن است الکترون‌ها با جذب فوتون به چند تراز بالاتر بروند و سپس یا مستقیماً به تراز اولیه خود برگردند و یا پس از رفتن به ترازهای میانی به تراز اولیه خود بازگردند.

۴۹ بسامد فوتون A از بسامد فوتون B، 1000 THz کم تر است. اگر اختلاف طول موج این دو فوتون 50 nm باشد، انرژی فوتون B نسبت به انرژی فوتون A چگونه است؟ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)

- (۱) 50% درصد بیشتر
(۲) 50% درصد کمتر
(۳) 40% درصد بیشتر
(۴) 40% درصد کمتر

پاسخ: گزینه ۱

✓ پاسخ تشریحی

گام اول: اختلاف بسامد فوتون‌ها را بر حسب طول موج آن‌ها می‌نویسیم و طول موج‌ها را به دست می‌آوریم:

$$f_A < f_B \xrightarrow{f = \frac{c}{\lambda}} \lambda_A > \lambda_B \Rightarrow \lambda_A - \lambda_B = 50 \text{ nm}$$

$$f_B - f_A = \frac{c}{\lambda_B} - \frac{c}{\lambda_A} = c \left(\frac{\lambda_A - \lambda_B}{\lambda_A \lambda_B} \right) \Rightarrow 1000 \times 10^{12} = \frac{3 \times 10^8 \times 50 \times 10^{-9}}{\lambda_A \lambda_B} \Rightarrow \lambda_A \lambda_B = \frac{150 \times 10^{-1}}{10^{15}} = 15 \times 10^{-15}$$

$$= 15000 \times 10^{-18} \text{ m}^2 = 15000 \text{ nm}^2$$

$$\begin{cases} \lambda_A - \lambda_B = 50 \text{ nm} \\ \lambda_A \lambda_B = 15000 \text{ nm}^2 \end{cases} \Rightarrow (\lambda_B + 50) \lambda_B = 15000 \Rightarrow \lambda_B^2 + 50 \lambda_B - 15000 = 0 \Rightarrow (\lambda_B - 100)(\lambda_B + 150) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{طول موج نمی‌تواند منفی باشد}} \lambda_B = 100 \text{ nm} \Rightarrow \lambda_A = 150 \text{ nm}$$

گام دوم: درصد انرژی فوتون B نسبت به انرژی فوتون A را به دست می‌آوریم:

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \frac{E_B - E_A}{E_A} \times 100 = \left(\frac{E_B}{E_A} - 1 \right) \times 100 = \left(\frac{\frac{1}{\lambda_B}}{\frac{1}{\lambda_A}} - 1 \right) \times 100 = \left(\frac{\lambda_A}{\lambda_B} - 1 \right) \times 100 = \left(\frac{150}{100} - 1 \right) \times 100 = 50\%$$

بنابراین انرژی فوتون B، 50% بیشتر از انرژی فوتون A است.

یک لامپ ۴۰ واتی تک رنگ، در هر دقیقه چند فوتون با طول موج ۶۲۰ nm گسیل می کند؟

۵۰

$$(hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}, e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

$$4 / 5 \times 10^{22} \text{ (2)}$$

$$4 / 5 \times 10^{22} \text{ (1)}$$

$$7 / 5 \times 10^{21} \text{ (4)}$$

$$7 / 5 \times 10^{22} \text{ (3)}$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: انرژی هر فوتون گسیلی از لامپ را به دست می آوریم:

$$E_{\text{فوتون}} = h \frac{c}{\lambda} = \frac{1240}{620} = 2 \text{ eV}$$

گام دوم: انرژی هر فوتون را بر حسب ژول به دست می آوریم:

$$E_{\text{فوتون}} = 2 \text{ eV} \times \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 3.2 \times 10^{-19} \text{ J}$$

گام سوم: تعداد فوتون های گسیل شده در هر دقیقه را محاسبه می کنیم:

$$P = \frac{E}{\Delta t} = \frac{n E_{\text{فوتون}}}{\Delta t} \Rightarrow 40 = \frac{n \times 3.2 \times 10^{-19}}{60} \Rightarrow n = \frac{40 \times 60}{3.2 \times 10^{-20}} = 75 \times 10^{20} = 7.5 \times 10^{21}$$

در یک آزمایش فوتوالکتریک، بر سطح فلزی با طول موج آستانه λ_0 ، نوری با طول موج λ می‌تابد به طوری که $\lambda > \lambda_0$ است. اگر شدت این نور افزایش یابد، تعداد فوتوالکترئون‌ها و بیشینه انرژی جنبشی آن‌ها به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) تغییر نمی‌کند - تغییر نمی‌کند
(۲) افزایش می‌یابد - تغییر نمی‌کند
(۳) تغییر نمی‌کند - افزایش می‌یابد
(۴) افزایش می‌یابد - افزایش می‌یابد

پاسخ: گزینه ۱

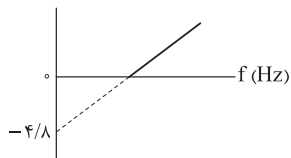
پاسخ تشریحی ✓

شدت نور به تعداد فوتون‌های آن و بسامد هر فوتون بستگی دارد. برای آن که فوتوالکترئون‌ها از سطح فلز جدا شوند باید طول موج نور تابیده شده از طول موج آستانه فلز کم‌تر باشد. اگر طول موج نور بیشتر از طول موج آستانه باشد، فوتوالکترونی جدا نمی‌شود و افزایش شدت نور (با ثابت ماندن طول موج) نیز باعث جدا شدن فوتوالکترئون‌ها نخواهد شد، بنابراین در این سؤال در هر دو حالت فوتوالکترونی از سطح فلز جدا نمی‌شود.

در یک آزمایش فوتوالکتریک، نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترانها بر حسب بسامد نور فرودی بر سطح فلز به شکل زیر است. اگر بیشینه تندی فوتوالکترانهای گسیل شده $\frac{4}{3} \text{ Mm/s}$ باشد، طول موج نور تابیده شده چند

نانومتر است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $hc = 1200 \text{ eV.nm}$, $m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$)

$K_{\text{max}} (10^{-19} \text{ J})$



۱۰۰ (۱)

۱۲۵ (۲)

۱۵۰ (۳)

۱۷۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترانها را محاسبه می کنیم:

$$K_{\text{max}} = \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times \left(\frac{4}{3} \times 10^6 \right)^2 = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times \frac{16}{9} \times 10^{12} = 8 \times 10^{-19} \text{ J}$$

گام دوم: با استفاده از معادله فوتوالکتریک، طول موج نور تابیده شده را به دست می آوریم:

$$K_{\text{max}} = hf - W_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow 8 \times 10^{-19} = \frac{hc}{\lambda} - 4 / 8 \times 10^{-19} \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = 12 / 8 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{hc}{12 / 8 \times 10^{-19}} \xrightarrow{hc = 1200 \text{ eV.nm} = 1200 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J.nm}} \lambda = \frac{1200 \times 1.6 \times 10^{-19}}{12 / 8 \times 10^{-19}} = \frac{1200}{8} = 150 \text{ nm}$$

در یک آزمایش فوتوالکتریک، اگر بسامد نور تابیده بر سطح فلزی معین از f به $3f$ برسد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتردها از K به $4K$ می‌رسد. برای آن که بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتردها به $7K$ برسد، بسامد نور فرودی باید چند برابر f باشد و تابع کار فلز چند برابر K است؟ (به ترتیب از راست به چپ)

- (۱) $\frac{1}{3} - 6$ (۲) $\frac{1}{3} - 5$ (۳) $\frac{1}{3} - 6$ (۴) $\frac{1}{3} - 5$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: معادله فوتوالکتریک را می‌نویسیم و بسامد نور تابیده شده در حالت سوم را به دست می‌آوریم:

$$K_{\max} = hf - W_0$$

$$\begin{cases} K = hf - W_0 \\ 4K = 3hf - W_0 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفریق دو رابطه}} 4K - K = 3hf - hf \Rightarrow 3K = 2hf$$

$$\begin{cases} K = hf - W_0 \\ 7K = hf' - W_0 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفریق در رابطه}} 6K = hf' - hf \xrightarrow{3K=2hf} 4hf = hf' - hf \Rightarrow f' = 5f$$

گام دوم: در معادله فوتوالکتریک، از رابطه به دست آمده بین hf و K استفاده می‌کنیم و تابع کار فلز را به دست می‌آوریم:

$$K = hf - W_0 \xrightarrow{3K=2hf} K = \frac{3K}{2} - W_0 \Rightarrow W_0 = \frac{K}{2}$$

۵۴ طول موج چهارمین خط طیفی اتم هیدروژن در کدام رشته تقریباً برابر ۲۱۳۰ nm است؟ $(R = 0.01 \text{ (nm)}^{-1})$

(۲) براکت $(n' = 4)$

(۱) پفوند $(n' = 5)$

(۴) بالمر $(n' = 2)$

(۳) پاشن $(n' = 3)$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: طول موج‌های رشته بالمر در ناحیه فرابنفش و مرئی است؛ بنابراین طول موج ۲۱۳۰ nm که در ناحیه فروسرخ است

نمی‌تواند مربوط به این رشته باشد (حذف گزینه ۴).

گام دوم: طول موج چهارمین خط سایر رشته‌ها را به دست می‌آوریم $(\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}))$:

$$(n' = 3) \text{ پاشن} \Rightarrow n = n' + 4 = 7 \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} (\frac{1}{9} - \frac{1}{49})$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{49 \times 9 \times 100}{40} \approx \frac{50 \times 10 \times 100}{40} = 1250 \text{ nm}$$

$$(n' = 4) \text{ براکت} \Rightarrow n = n' + 4 = 8 \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} (\frac{1}{16} - \frac{1}{64}) \Rightarrow \lambda = \frac{64 \times 16 \times 100}{48} = \frac{6400}{3} \approx 2130 \text{ nm}$$

بنابراین پاسخ رشته براکت است و نیازی به محاسبه برای رشته پفوند نیست.

نکته همان‌طور که دیدید در محاسبه رشته پاشن اعداد را گرد نمودیم تا مقدار تقریبی λ به دست آید. از آن‌جا که عدد به‌دست‌آمده (۱۲۵۰) تفاوت زیادی با مقدار ۲۱۳۰ داشت، به راحتی آن را کنار گذاشتیم. در صورتی که مقدار به‌دست‌آمده به ۲۱۳۰ نزدیک بود باید محاسبات و یا تخمین را دقیق‌تر انجام می‌دادیم.

در طیف اتم هیدروژن کمینه بسامد رشته براکت ($n' = 4$) در مقایسه با بیشینه بسامد رشته پفوند ($n' = 5$) چگونه است؟ $(R = 0.01 \text{ nm})^{-1}, c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

- (۱) $34/5 \text{ THz}$ ، کمتر
(۲) $34/5 \text{ THz}$ ، بیشتر
(۳) $52/5 \text{ THz}$ ، کمتر
(۴) $52/5 \text{ THz}$ ، بیشتر

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ **گام اول:** کمینه بسامد رشته براکت را حساب می کنیم. کمینه بسامد (بیشینه طول موج) متناظر با کوتاه ترین گذار الکترون است؛ بنابراین باید الکترون از مدار پنجم به چهارم برود:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad f = \frac{c}{\lambda}$$

$$\frac{1}{\lambda_{\max, \text{براکت}}} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{25} \right) = \frac{9}{100 \times 16 \times 25} = \frac{9}{4} \times 10^{-4} \frac{1}{\text{nm}} = \frac{9}{4} \times 10^{-4} \times \frac{1}{10^{-9} \text{ m}} = \frac{9}{4} \times 10^5 \frac{1}{\text{m}}$$

$$f_{\min, \text{براکت}} = 3 \times 10^8 \times \frac{9}{4} \times 10^5 = \frac{27}{4} \times 10^{13} = \frac{270}{4} \times 10^{12} \text{ Hz} = \frac{135}{2} \text{ THz}$$

گام دوم: بیشینه بسامد رشته پفوند را حساب می کنیم. بیشینه بسامد (کمترین طول موج) متناظر با بلندترین گذار الکترون است (از $n = \infty$ به $n' = 5$):

$$\frac{1}{\lambda_{\min, \text{پفوند}}} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{25} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{1}{25 \times 100} \frac{1}{\text{nm}} = \frac{10^9}{25 \times 100} \frac{1}{\text{m}} = 4 \times 10^5 \frac{1}{\text{m}}$$

$$f_{\max, \text{پفوند}} = 3 \times 10^8 \times 4 \times 10^5 = 12 \times 10^{13} = 120 \times 10^{12} \text{ Hz} = 120 \text{ THz}$$

گام سوم: اختلاف بسامد را محاسبه می کنیم:

$$f_{\min, \text{براکت}} - f_{\max, \text{پفوند}} = \frac{135}{2} - 120 = \frac{135 - 240}{2} = -\frac{105}{2} = -52.5 \text{ THz}$$

بنابراین کمینه بسامد رشته براکت، $52/5 \text{ THz}$ کمتر از بیشینه بسامد رشته پفوند است.

۵۶ الکترونی در سومین حالت برانگیخته اتم هیدروژن قرار دارد. بزرگترین بسامد فوتونی که این الکترون می تواند تابش کند، تقریباً چند هرتز است؟ ($E_R = 13/6 \text{ eV}$, $h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$)

(۲) $3 / 2 \times 10^{15}$

(۱) $3 / 2 \times 10^{14}$

(۴) $6 / 4 \times 10^{15}$

(۳) $6 / 4 \times 10^{14}$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ **گام اول:** در سومین حالت برانگیخته اتم هیدروژن $n = 4$ است. برای آن که الکترون فوتونی با بزرگترین بسامد را تابش کند، باید بیشترین انرژی را از دست بدهد، یعنی به مدار پایه ($n = 1$) برود. مقدار این انرژی را به دست می آوریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \Delta E = E_4 - E_1 = -\frac{E_R}{16} - (-E_R) = \frac{15}{16} E_R$$

گام دوم: بسامد مربوط به این فوتون را به دست می آوریم:

$$\Delta E = hf \Rightarrow f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{\frac{15}{16} \times 13/6}{4 \times 10^{-15}} = \frac{15}{16} \times 3 / 4 \times 10^{15} = 3 / 1875 \times 10^{15} \text{ Hz} \approx 3 / 2 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

در گام دوم نیازی به محاسبه دقیق نیست و با توجه به گزینه ها می توان پاسخ درست را تشخیص داد.



۵۷ شکل زیر تعدادی از ترازهای انرژی اتم هیدروژن را نشان می‌دهد. کدام گذار بین دو تراز می‌تواند به گسیل فوتونی

۰ eV _____

-۰/۸۵ eV _____

-۱/۵۱ eV _____

-۳/۴ eV _____

-۱۳/۶ eV _____

با طول موج $486/3 \text{ nm}$ منجر شود؟ ($hc = 1240 \text{ eV.nm}$)

(۱) سومین حالت برانگیخته به حالت پایه اتم

(۲) سومین حالت برانگیخته به اولین حالت برانگیخته اتم

(۳) چهارمین حالت برانگیخته به حالت پایه اتم

(۴) چهارمین حالت برانگیخته به اولین حالت برانگیخته اتم

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

تغییر انرژی الکترون را وقتی فوتونی با طول موج $486/3 \text{ nm}$ گسیل می‌کند، به دست می‌آوریم:

$$\Delta E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240}{486/3} \approx 2/55 \text{ eV}$$

بنابراین گذار از تراز با انرژی $2/55 \text{ eV}$ به تراز با انرژی $3/4 \text{ eV}$ انجام می‌شود؛ یعنی الکترون از $n = 4$ (سومین حالت برانگیخته اتم) به $n = 2$ (اولین حالت برانگیخته اتم) می‌رود.

در اتم هیدروژن، الکترونی در یک مدار مانا با شعاع $۰/۸۴۸ \text{ nm}$ قرار دارد. انرژی الکترون در این مدار چند ریذبرگ است؟ $(E_R = ۱۳/۶ \text{ eV}, a_0 = ۵/۳ \times ۱۰^{-۱۱} \text{ m})$ ۵۸

- (۱) $۰/۸۵$ (۲) $-۰/۸۵$
(۳) $۰/۰۶۲۵$ (۴) $-۰/۰۶۲۵$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: با معلوم بودن شعاع مدار الکترون، شماره مدار آن را به دست می آوریم:

$$r_n = n^2 a_0 \Rightarrow ۰/۸۴۸ \text{ nm} = ۸۴/۸ \times ۱۰^{-۱۱} = n^2 \times ۵/۳ \times ۱۰^{-۱۱} \Rightarrow n^2 = \frac{۸۴/۸}{۵/۳} = ۱۶ \Rightarrow n = ۴$$

گام دوم: انرژی الکترون را در این مدار محاسبه می کنیم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \xrightarrow{n=4} E_4 = -\frac{E_R}{۱۶} = -۰/۰۶۲۵ E_R$$

نکته در مواردی که هدف به دست آوردن شماره مدار است، لازم نیست محاسبات را دقیق انجام دهیم؛ چراکه n عددی صحیح است و با تخمین می توان به جواب دست یافت.

۵۹ در طیف اتم هیدروژن، کوتاه‌ترین طول موج گسیلی در ناحیهٔ فروسرخ چند میکرومتر است؟ ($R = 10^{-2} \text{ nm}^{-1}$)

۲ / ۰۵۷ (۴)

۲ / ۵ (۳)

۰ / ۷۵ (۲)

۰ / ۹ (۱)

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ تشریحی ✓ ناحیهٔ فروسرخ طیف اتم هیدروژن مربوط به $n' \geq 3$ است. کوتاه‌ترین طول موج متناظر با پرانرژی‌ترین فوتون و بلندترین گذار است؛ بنابراین $n = \infty$ و $n' = 3$.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{1}{900} \Rightarrow \lambda = 900 \text{ nm} = 0.9 \text{ } \mu\text{m}$$

۶۰. الکترونی در اتم هیدروژن در تراز شماره n قرار دارد. فرض کنید فقط گذارهای $\Delta n = 1$ مجاز باشد. اگر نسبت بلندترین طول موج به کوتاه‌ترین طول موج فوتون تابشی ممکن توسط این الکترون برابر $\frac{108}{\gamma}$ باشد، n کدام است؟
 ۵ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓

با توجه به این که فقط گذارهای $\Delta n = 1$ مجاز است، کوچک‌ترین طول موج (بیشترین انرژی) فوتون گسیلی مربوط به گذار از مدار ۲ به ۱ است. هم‌چنین بزرگ‌ترین طول موج (کم‌ترین انرژی) مربوط به گذار از n به $n' = n - 1$ است:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{4} R \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{4}{3R}$$

$$\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{108}{\gamma} = \frac{\lambda_{\max}}{\frac{4}{3R}} \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{4}{3R} \times \frac{108}{\gamma} = \frac{4 \times 36}{\gamma R} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\max}} = \frac{\gamma R}{4 \times 36}$$

بزرگ‌ترین طول موج مربوط به هر یک از گزینه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$n = 5 \xrightarrow{n'=4} \frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{25} \right) = \frac{9R}{16 \times 25}$$

$$n = 2 \xrightarrow{n'=1} \text{فقط همان گذار ۲ به ۱ می‌تواند انجام شود}$$

$$n = 3 \xrightarrow{n'=2} \frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) = \frac{5R}{4 \times 9}$$

$$n = 4 \xrightarrow{n'=3} \frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) = \frac{\gamma R}{9 \times 16}$$

بنابراین $n = 4$ است.

۶۱ کدام یک از موارد زیر درست است؟

- (۱) اساس کار لیزر بر مبنای گسیل خودبه‌خود یا گسیل القایی است.
- (۲) زمان طولانی‌تر باقی‌ماندن الکترون‌ها در ترازهای شبه‌پایدار، شرایطی برای تقویت نور لیزر فراهم می‌کند.
- (۳) الکترون‌ها در ترازهای شبه‌پایدار مدت‌زمان کم‌تری نسبت به حالت برانگیخته معمولی باقی می‌مانند.
- (۴) در گسیل القایی، یک فوتون وارد و یک فوتون در همان جهت فوتون ورودی و همگام با آن خارج می‌شود.

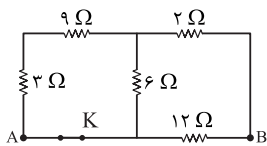
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

سایر گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

- گزینه (۱): نادرست؛ فرایند گسیل فوتون می‌تواند به صورت گسیل خودبه‌خود یا گسیل القایی باشد. اساس کار لیزر گسیل القایی است.
- گزینه (۳): نادرست؛ الکترون‌ها در ترازهای شبه‌پایدار، مدت‌زمان بسیار طولانی‌تری (10^{-3} s) نسبت به حالت برانگیخته معمولی (10^{-8} s) باقی می‌مانند.
- گزینه (۴): نادرست؛ در گسیل القایی، یک فوتون وارد و دو فوتون خارج می‌شود. فوتون گسیل‌شده در همان جهت فوتون ورودی حرکت می‌کند و هم‌بسامد و هم‌گام (هم‌فاز) با آن است.

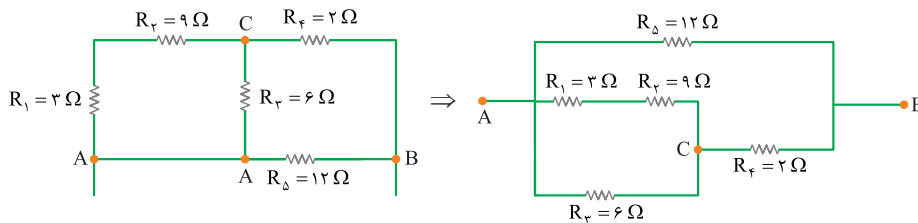
۶۲ در مدار شکل زیر با قطع کلید K، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند اهم تغییر می کند؟



- (۱) $\frac{52}{15}$
(۲) $\frac{49}{5}$
(۳) $\frac{50}{27}$
(۴) $\frac{69}{20}$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: در حالتی که کلید وصل است، مدار را ساده کرده و مقاومت معادل بین A و B را محاسبه می کنیم:



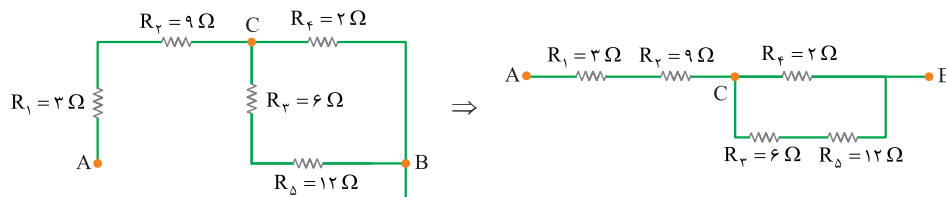
$$R_2 \text{ متوالی } R_1 \Rightarrow R_{1,2} = 3 + 9 = 12 \Omega$$

$$R_3 \text{ موازی } R_{1,2} \Rightarrow R_{1,2,3} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4 \Omega$$

$$R_4 \text{ متوالی } R_{1,2,3} \Rightarrow R_{1,2,3,4} = 4 + 2 = 6 \Omega$$

$$R_5 \text{ موازی } R_{1,2,3,4} \Rightarrow R_{eq} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4 \Omega$$

گام دوم: در حالتی که کلید باز باشد، مدار را ساده کرده و مقاومت معادل بین A و B را حساب می کنیم:



$$R_2 \text{ متوالی } R_1 \Rightarrow R_{1,2} = 3 + 9 = 12 \Omega$$

$$R_5 \text{ متوالی } R_{1,2} \Rightarrow R_{3,5} = 6 + 12 = 18 \Omega$$

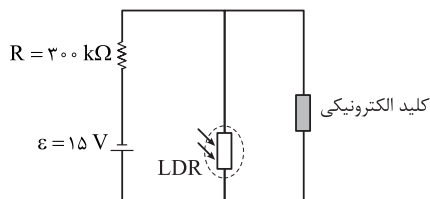
$$R_4 \text{ موازی } R_{3,5} \Rightarrow R_{3,4,5} = \frac{18 \times 2}{18 + 2} = \frac{9}{5} \Omega$$

$$R_{1,2} \text{ متوالی } R_{3,4,5} \Rightarrow R'_{eq} = 12 + \frac{9}{5} = \frac{69}{5} \Omega$$

گام سوم: تغییرات مقاومت معادل بین A و B را محاسبه می کنیم:

$$R'_{eq} - R_{eq} = \frac{69}{5} - 4 = \frac{69 - 20}{5} = \frac{49}{5} \Omega$$

۶۳ در مدار شکل زیر، هم‌زمان با تاریک شدن هوا، زمانی که مقاومت LDR به $200 \text{ k}\Omega$ برسد، کلید الکترونیکی فعال می‌شود. ولتاژ مورد نیاز برای فعال شدن کلید الکترونیکی چند ولت است؟ (مقاومت کلید الکترونیکی آن قدر زیاد است که جریان قابل ملاحظه‌ای از آن عبور نمی‌کند.)



۴ (۱)

۵ (۲)

۳ (۳)

۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

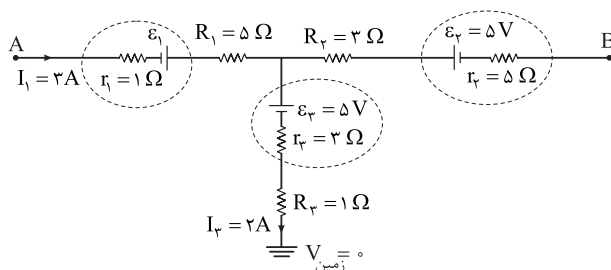
پاسخ تشریحی ✓ با توجه به این که مقاومت کلید الکترونیکی آن قدر زیاد است که جریان قابل ملاحظه‌ای از آن عبور نمی‌کند، می‌توان مقاومت R و LDR را متوالی در نظر گرفت:

$$I = \frac{V_R}{R} = \frac{V_{LDR}}{R_{LDR}} \Rightarrow \frac{V_R}{300} = \frac{V_{LDR}}{200} \Rightarrow V_R = \frac{3}{2} V_{LDR}$$

$$\varepsilon = V_R + V_{LDR} \Rightarrow 15 = \frac{3}{2} V_{LDR} + V_{LDR} = \frac{5}{2} V_{LDR} \Rightarrow V_{LDR} = \frac{15 \times 2}{5} = 6 \text{ V}$$

بنابراین ولتاژ مورد نیاز برای فعال شدن کلید الکترونیکی ۶ V است.

۶۴ شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر ۱ V باشد، نیروی محرکه باتری ۱ ($\mathcal{E}_1$) و پتانسیل الکتریکی نقطه B به ترتیب از راست به چپ چند ولت است؟



(۱) ۳۰، -۲

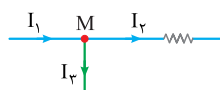
(۲) ۳۰، صفر

(۳) ۲۰، -۲

(۴) ۲۰، صفر

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول، به کمک قاعده انشعاب در گره M، جریان در شاخه سمت راست را به دست می‌آوریم:



$$I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow 3 = I_2 + 2 \Rightarrow I_2 = 1 \text{ A}$$

گام دوم: با نوشتن قانون ولتاژها، از نقطه A تا زمین می‌رویم تا $\mathcal{E}_1$ را به دست آوریم:

$$V_A - r_1 I_1 + \mathcal{E}_1 - R_1 I_1 - \mathcal{E}_3 - r_3 I_3 - R_3 I_3 = V_{\text{زمین}}$$

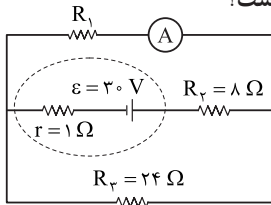
$$1 - 1 \times 3 + \mathcal{E}_1 - 5 \times 3 - 5 - 3 \times 2 - 1 \times 2 = 0 \Rightarrow \mathcal{E}_1 = 30 \text{ V}$$

گام سوم: از نقطه A تا نقطه B می‌رویم تا V_B را به دست آوریم:

$$V_A - r_1 I_1 + \mathcal{E}_1 - R_1 I_1 - R_2 I_2 - \mathcal{E}_2 - r_2 I_2 = V_B$$

$$1 - 1 \times 3 + 30 - 5 \times 3 - 3 \times 1 - 5 - 5 \times 1 = V_B \Rightarrow V_B = 0 \text{ V}$$

۶۵ در مدار شکل زیر اگر آمپرسنج آرمانی $1/5 \text{ A}$ را نشان دهد، مقاومت R_1 چند اهم است؟



۸ (۱)

۱۲ (۲)

۶ (۳)

۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: مقاومت‌های R_1 و R_3 موازی هستند و از مقاومت معادل آن‌ها ($R_{1,3}$) همان جریان عبوری از باتری (I) می‌گذرد،

پس می‌توان نوشت:

$$R_{1,3}I = R_1I_1 = R_3I_3 \xrightarrow{I_1 = \frac{3}{5}A, \quad R_{1,3} = \frac{R_1R_3}{R_1+R_3}} \frac{24R_1}{24+R_1} \times I = R_1 \times \frac{3}{5} \Rightarrow 24I \times 2 = 3 \times (24 + R_1) \Rightarrow 16I = 24 + R_1$$

گام دوم: مقاومت R_1 با شاخه وسط موازی است، پس اختلاف پتانسیل آن‌ها یکسان است:

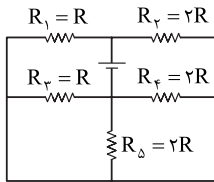
$$\varepsilon - rI - R_vI = R_1I_1 \Rightarrow 30 - I - 8I = \frac{3}{5}R_1 \Rightarrow 30 - 9I = \frac{3}{5}R_1 \Rightarrow 20 - 6I = R_1$$

گام سوم: از دو رابطه به دست آمده بین I و R_1 ، مقاومت R_1 را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} R_1 = 16I - 24 \\ R_1 = 20 - 6I \end{cases} \Rightarrow 16I - 24 = 20 - 6I \Rightarrow 22I = 44 \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$

$$R_1 = 20 - 6I \Rightarrow R_1 = 20 - 6 \times 2 = 8 \Omega$$

۶۶ در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت R_F چند برابر توان مصرفی مقاومت R_1 است؟



$$\frac{9}{8} \quad (1)$$

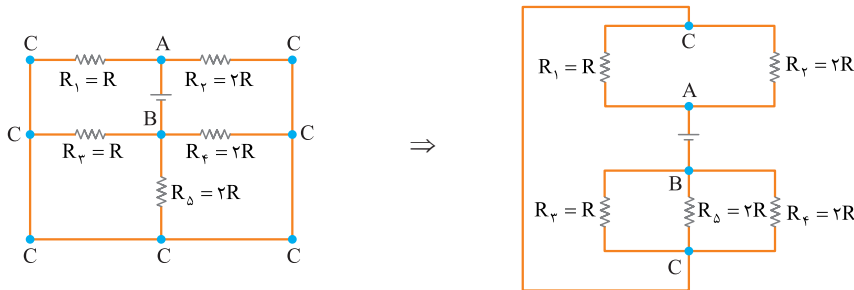
$$\frac{8}{9} \quad (2)$$

$$\frac{32}{9} \quad (3)$$

$$\frac{9}{32} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: مدار را ساده می کنیم:



گام دوم: جریان عبوری از باتری را $12I$ فرض می کنیم و جریان مقاومت های R_1 و R_F را به دست می آوریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 \text{ موازی } R_F \xrightarrow{\text{تقسیم جریان عکس مقاومتها}} \frac{I_1}{I_F} = \frac{R_F}{R_1} = \frac{2R}{R} = 2 \Rightarrow I_F = 4I, I_1 = 8I \\ \text{A گره: } I_1 + I_F = 12I \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{موازی } R_3, R_F, R_D \Rightarrow \frac{1}{R_{3,F,D}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{4}{2R} = \frac{2}{R} \Rightarrow R_{3,F,D} = \frac{R}{2} \\ \text{B گره: } I_3 + I_F + I_D = 12I \Rightarrow I_{3,F,D} = 12I \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow R_{3,F,D} I_{3,F,D} = R_F I_F \Rightarrow \frac{R}{2} \times 12I = 2R \times I_F \Rightarrow I_F = 3I$$

گام سوم: نسبت توان مقاومت های R_1 و R_F را به دست می آوریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_F}{P_1} = \frac{R_F I_F^2}{R_1 I_1^2} = \frac{2R \times (3I)^2}{R \times (8I)^2} = \frac{9}{32}$$

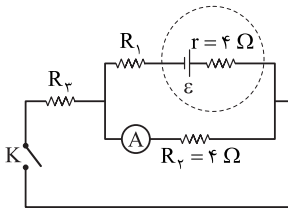
به چور دیگه

در گام دوم، با کمی دقت می توان دریافت که مقاومت معادل R_F و R_D برابر R یعنی برابر با R_3 می شود، پس $I_3 = \frac{1}{3} \times 12I$ و $I_F = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 12I = 3I$ خواهد شد.

گول نخوری

اگر مقاومت R_1 را موازی R_3 و مقاومت های R_F و R_D را با هم موازی بگیرد، در دام گزینه (۲) خواهید افتاد.

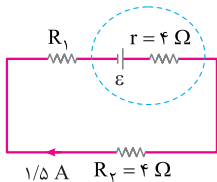
۶۷ در مدار شکل زیر، توان خروجی باتری $13/5 \text{ W}$ است و آمپرسنج آرمانی $1/5 \text{ A}$ را نشان می‌دهد. مقاومت R_3 چند اهم باشد که وقتی کلید K را می‌بندیم، توان خروجی باتری بیشینه شود؟



- (۱) $\frac{4}{3}$
(۲) ۲
(۳) $\frac{8}{3}$
(۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: در حالتی که کلید باز است، مدار به شکل زیر است. با توجه به توان خروجی باتری و جریان مدار، R_1 را به دست می‌آوریم:



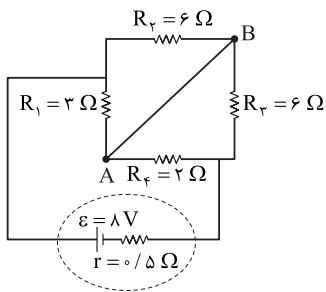
$$P_{\text{خروجی باتری}} = R_{\text{eq}} I^2$$

$$13/5 = R_{\text{eq}} \times (1/5)^2 \Rightarrow \frac{27}{5} = R_{\text{eq}} \times \frac{1}{25} \Rightarrow R_{\text{eq}} = 6 \Omega \xrightarrow{R_{\text{eq}} = R_1 + r} 6 = R_1 + 4 \Rightarrow R_1 = 2 \Omega$$

گام دوم: وقتی کلید را ببندیم، مقاومت‌های R_3 و R_3 موازی و معادل آن‌ها با R_1 متوالی خواهد بود. از طرفی برای این که توان خروجی باتری بیشینه باشد، باید $I = \frac{\varepsilon}{2r}$ و یا به عبارت دیگر $R'_{\text{eq}} = r$ باشد:

$$\begin{cases} R'_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + R_1 \\ R'_{\text{eq}} = r \end{cases} \Rightarrow \frac{4 R_3}{4 + R_3} + 2 = 4 \Rightarrow \frac{4 R_3}{4 + R_3} = 2 \Rightarrow 4 R_3 = 2 R_3 + 8 \Rightarrow R_3 = 4 \Omega$$

۶۸ در مدار شکل زیر، جریان الکتریکی عبوری از سیم AB چند آمپر و در چه جهتی است؟



(۱) $\frac{1}{6}$ ، از A به B

(۲) $\frac{1}{12}$ ، از A به B

(۳) $\frac{1}{6}$ ، از B به A

(۴) $\frac{1}{12}$ ، از B به A

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: مقاومت معادل را محاسبه کرده و جریان کل مدار را به دست می آوریم:

$$R_1 \text{ موازی } R_r \Rightarrow R_{1,r} = \frac{3 \times 6}{3+6} = 2 \Omega$$

$$R_f \text{ موازی } R_r \Rightarrow R_{r,f} = \frac{6 \times 2}{6+2} = 1 \frac{1}{5} \Omega$$

$$R_{1,r} \text{ متوالی } R_{r,f} \Rightarrow R_{eq} = 2 + 1 \frac{1}{5} = 3 \frac{1}{5} \Omega$$

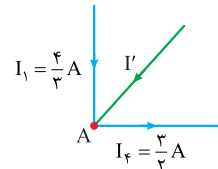
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{8}{3 \frac{1}{5} + 5 \frac{1}{5}} = 2 \text{ A}$$

گام دوم: جریان عبوری از هر مقاومت را حساب می کنیم:

$$\begin{cases} V_1 = V_r \xrightarrow{V=RI} 3I_1 = 6I_r \Rightarrow I_1 = 2I_r \Rightarrow I_1 = \frac{4}{3} \text{ A}, I_r = \frac{2}{3} \text{ A} \\ I_1 + I_r = I \Rightarrow I_1 + I_r = 2 \end{cases}$$

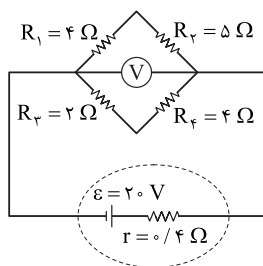
$$\begin{cases} V_r = V_f \Rightarrow 6I_r = 2I_f \Rightarrow 3I_r = I_f \Rightarrow I_r = \frac{1}{3} \text{ A}, I_f = \frac{3}{3} \text{ A} \\ I_r + I_f = I \Rightarrow I_r + I_f = 2 \end{cases}$$

گام سوم: با نوشتن رابطه جریان در گره A یا B، جهت و اندازه جریان در سیم AB به دست می آید:



$$\frac{3}{2} > \frac{4}{3} \Rightarrow \text{جهت } I' \text{ از A به B}$$

$$I' = \frac{3}{2} - \frac{4}{3} = \frac{9-8}{6} = \frac{1}{6} \text{ A}$$



در مدار شکل مقابل، ولتسنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟ **۶۹**

۲۰ (۱)

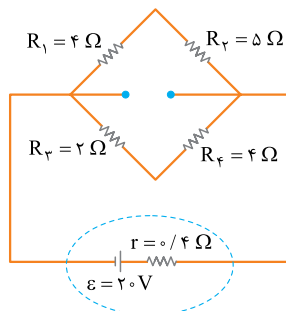
۱۸ (۲)

۱۶ (۳)

صفر (۴)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: از آن جا که ولتسنج آرمانی است، جریانی از شاخه ولتسنج نمی‌گذرد. جریان عبوری از مدار را به دست می‌آوریم:



$$R_1 \text{ متوالی } R_2 \Rightarrow R_{1,2} = 4 + 5 = 9 \Omega$$

$$R_3 \text{ متوالی } R_4 \Rightarrow R_{3,4} = 2 + 4 = 6 \Omega$$

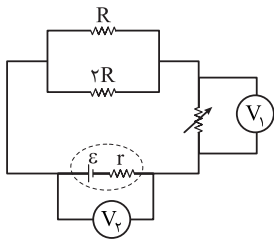
$$R_{3,4} \text{ موازی } R_{1,2} \Rightarrow R_{eq} = \frac{9 \times 6}{9 + 6} = \frac{18}{5} \Omega = 3.6 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{20}{3.6 + 0.4} = 5 \text{ A}$$

گام دوم: ولتسنج با باتری موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است، پس:

$$V_V = V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI = 20 - 0.4 \times 5 = 20 - 2 = 18 \text{ V}$$

۷۰ در مدار شکل زیر، با کاهش مقاومت رئوستا، مقداری که ولتسنج‌های آرمانی V_1 و V_2 نشان می‌دهند به ترتیب از



راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
- (۲) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
- (۳) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
- (۴) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: با کاهش مقاومت رئوستا، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد و طبق رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ و با توجه به ثابت بودن ε و r ، جریان عبوری از باتری افزایش می‌یابد.

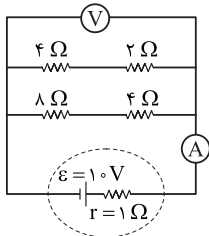
گام دوم: ولتسنج آرمانی V_2 ، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد، پس داریم:

$$V_2 = \varepsilon - rI \xrightarrow{\text{افزایش } I} \text{کاهش می‌یابد.}$$

گام سوم: ولتسنج آرمانی V_1 ، اختلاف پتانسیل دو سر رئوستا را نشان می‌دهد. مقاومت معادل R و $2R$ را R' می‌نامیم. جریان عبوری از R' همان I است، پس اختلاف پتانسیل دو سر آن افزایش یافته است $(V_{R'} = R'I)$.

$$V_1 = V_{R'} + V_2 \xrightarrow{\substack{\text{افزایش } V_{R'} \\ \text{کاهش } V_2}} \text{کاهش می‌یابد.}$$

۷۱ در مدار شکل زیر، اگر جای آمپرسنج آرمانی و ولتسنج آرمانی عوض شود، مقداری که هر یک نشان می‌دهند به ترتیب



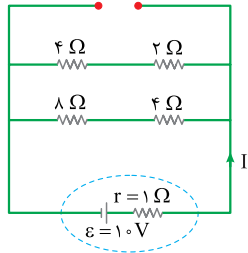
از راست به چپ چند آمپر و چند ولت تغییر می‌کند؟

- (۱) ۸، ۸
(۲) ۸، ۲
(۳) ۲، ۸
(۴) ۲، ۲

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓

گام اول: چون ولتسنج آرمانی است، از شاخه ولتسنج جریانی نمی‌گذرد. مقاومت معادل و مقدار آمپرسنج و ولتسنج را محاسبه می‌کنیم:



$$4\Omega \text{ متوالی } 2\Omega \Rightarrow R' = 4 + 2 = 6\Omega$$

$$4\Omega \text{ متوالی } 8\Omega \Rightarrow R'' = 8 + 4 = 12\Omega$$

$$R'' \text{ موازی } R' \Rightarrow R_{eq} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4\Omega$$

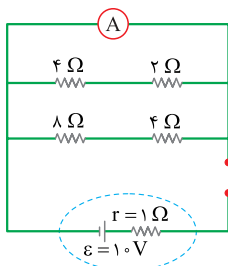
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{10}{4 + 1} = 2\text{ A}$$

آمپرسنج همان جریان عبوری از باتری را نشان می‌دهد، پس $I_A = 2\text{ A}$. ولتسنج نیز اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد:

$$V_V = \varepsilon - rI = 10 - 1 \times 2 = 8\text{ V}$$

گام دوم: با تعویض جای آمپرسنج و ولتسنج، مدار به شکل زیر می‌شود. چون از شاخه ولتسنج آرمانی جریانی نمی‌گذرد،

جریانی در مدار برقرار نخواهد شد، پس $I'_A = 0\text{ A}$. در این حالت باز هم ولتسنج آرمانی با باتری موازی خواهد بود، پس:



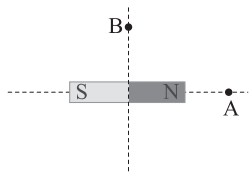
$$V'_V = \varepsilon - rI' = 10 - 1 \times 0 = 10\text{ V}$$

گام سوم: تغییرات مقادیر آمپرسنج و ولتسنج را به دست می‌آوریم:

$$\Delta I_A = 0 - 2 = -2\text{ A}$$

$$\Delta V_V = 10 - 8 = 2\text{ V}$$

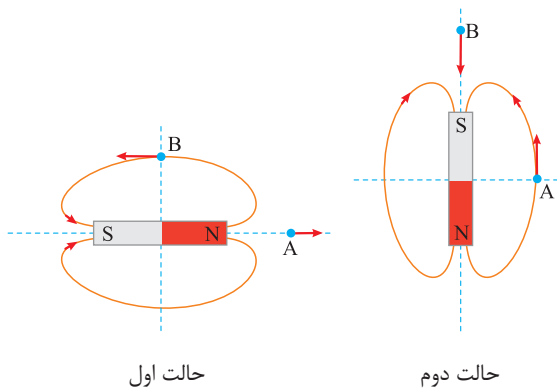
۷۲ در شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای در صفحه قرار دارد. اگر آهنربا را 90° ساعتگرد بچرخانیم، جهت میدان مغناطیسی حاصل از این آهنربا در نقاط A و B به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱) 90° ساعتگرد، 90° ساعتگرد
- (۲) 90° ساعتگرد، 90° پادساعتگرد
- (۳) 90° پادساعتگرد، 90° ساعتگرد
- (۴) 90° پادساعتگرد، 90° پادساعتگرد

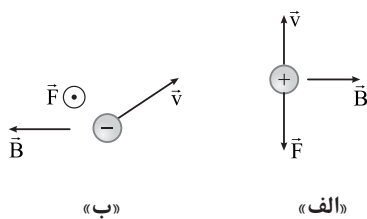
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: با رسم خطوط میدان مغناطیسی اطراف آهنربا، جهت میدان را در نقاط A و B در دو حالت مشخص می‌کنیم:



گام دوم: با توجه به خطوط میدان مغناطیسی، جهت میدان هم در نقطه A و هم در نقطه B، 90° پادساعتگرد می‌چرخد.

۷۳ در شکل‌های زیر، $\vec{v}$ سرعت یک ذره با بار الکتریکی، $\vec{B}$ میدان مغناطیسی یکنواخت و $\vec{F}$ نیروی مغناطیسی وارد بر ذره است. با کدام تغییر در شکل‌های «الف» و «ب»، شکل‌ها از نظر فیزیکی قابل قبول خواهند شد؟ (بردارها یا در صفحه یا عمود بر آن هستند.)



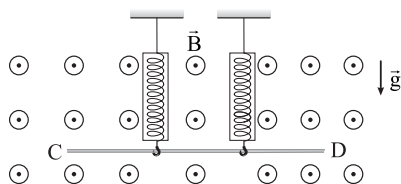
- (۱) «الف»: جای $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عوض شود - «ب»: $\vec{F}$ رو به بالا شود.
- (۲) «الف»: $\vec{F}$ درون‌سو شود - «ب»: جای $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عوض شود.
- (۳) «الف»: جای $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عوض شود - «ب»: جای $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عوض شود.
- (۴) «الف»: $\vec{F}$ درون‌سو شود - «ب»: $\vec{F}$ رو به بالا شود.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ **گام اول:** با توجه به قاعده دست راست، در شکل «الف» باید $\vec{F}$ درون‌سو باشد. از آن‌جا که نیروی مغناطیسی همواره بر سرعت و میدان مغناطیسی عمود است، با تعویض جای $\vec{v}$ با $\vec{B}$ ، شکل از نظر فیزیکی درست نخواهد شد.

گام دوم: با توجه به قاعده دست راست برای بار منفی (یا قاعده دست چپ)، در شکل «ب» باید $\vec{F}$ درون‌سو باشد. همچنین اگر جای $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عوض شود، در آن صورت $\vec{F}$ برون‌سو خواهد بود و شکل از نظر فیزیکی منطقی خواهد شد.

در شکل زیر، در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی 450 G ، میله‌ای مسی به جرم $4/5 \text{ kg}$ در راستای افقی توسط دو نیروسنج فنری آویزان است. چگالی مس 9 g/cm^3 و سطح مقطع میله 5 cm^2 است. اگر جریان 4 آمپری در سیم از D به C برقرار شود، مقداری که هر یک از نیروسنج‌ها نشان می‌دهد چند نیوتون و چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) $225/0$ ، کاهش

(۲) $225/0$ ، افزایش

(۳) $09/0$ ، کاهش

(۴) $09/0$ ، افزایش

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓
گام اول، با توجه به قاعده دست راست، با برقرار شدن جریان از D به C، نیروی مغناطیسی وارد بر میله به سمت بالا خواهد بود؛ پس نیروسنج‌ها که قبلاً وزن میله را نشان می‌دادند مقدار کم‌تری را نشان خواهند داد.

گام دوم: مقدار نیروی مغناطیسی را به دست می‌آوریم:

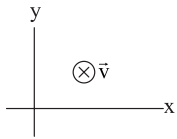
$$m = \rho V \xrightarrow{V=Al} m = \rho A \ell \Rightarrow \ell = \frac{m}{\rho A} = \frac{4/5}{9 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-4}} = 1 \text{ m}$$

$$F_B = I \ell B \sin \theta \xrightarrow{B=450 \text{ G} = 450 \times 10^{-4} \text{ T}} F_B = 4 \times 1 \times 450 \times 10^{-4} \times 1 = 1800 \times 10^{-4} = 0/18 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \Delta F_{\text{میله‌ها}} = 0/18 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \Delta F_{\text{میله}} = \frac{0/18}{2} = 0/09 \text{ N}$$

۷۵ مطابق شکل، در فضایی که در آن میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = (600 \text{ V/m})\hat{i}$ و میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = (-400 \text{ G})\hat{j}$ وجود دارد، ذره‌ای با بار الکتریکی q با تندی $v = 20 \text{ km/s}$ پرتاب می‌شود. اگر نیروی خالص وارد بر ذره بلافاصله پس از پرتاب $\vec{F} = (-6 \times 10^{-4} \text{ N})\hat{i}$ باشد، q کدام است؟ (از سایر نیروهای وارد بر ذره چشم‌پوشی کنید.)



- (۱) $-3 \mu\text{C}$
- (۲) $3 \mu\text{C}$
- (۳) $-0.6 \mu\text{C}$
- (۴) $0.6 \mu\text{C}$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ گام اول: اندازه نیروی الکتریکی و مغناطیسی را به دست می‌آوریم:

$$F_E = |q|E = |q| \times 600$$

$$F_B = |q|vB \sin \theta = |q| \times 20 \times 10^3 \times 400 \times 10^{-4} \times 1 = |q| \times 800$$

گام دوم: نیروی الکتریکی در راستای میدان الکتریکی و در نتیجه در راستای محور x است. نیروی مغناطیسی نیز با توجه به قاعده دست راست در راستای محور x به دست می‌آید. اکنون دو حالت را بررسی می‌کنیم:

• اگر $q > 0$ باشد، $\vec{F}_E$ هم‌جهت با $\vec{E}$ و در نتیجه در جهت محور x و $\vec{F}_B$ طبق قاعده دست راست در خلاف جهت محور x است. از آن‌جا که در گام اول $F_B > F_E$ به دست آمد، نیروی خالص هم در خلاف جهت محور x خواهد بود.

• اگر $q < 0$ باشد، $\vec{F}_E$ خلاف جهت محور x و $\vec{F}_B$ در جهت محور x است و چون $F_B > F_E$ است، نیروی خالص در جهت محور x خواهد شد.

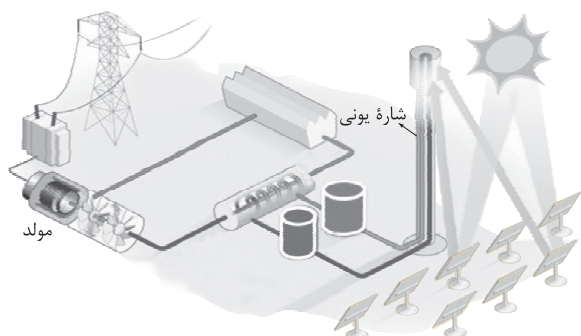
طبق صورت سؤال، نیروی خالص در خلاف جهت محور x است، پس $q > 0$ است:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_E + \vec{F}_B \xrightarrow[\text{خلاف جهت محور } x]{\text{در جهت محور } x} \vec{F}_{\text{net}} = |F_E - F_B|$$

$$6 \times 10^{-4} = |600|q| - 800|q|| = 200|q| \Rightarrow |q| = \frac{6 \times 10^{-4}}{200} = 3 \times 10^{-6} = 3 \mu\text{C} \xrightarrow{q > 0} q = 3 \mu\text{C}$$

VS

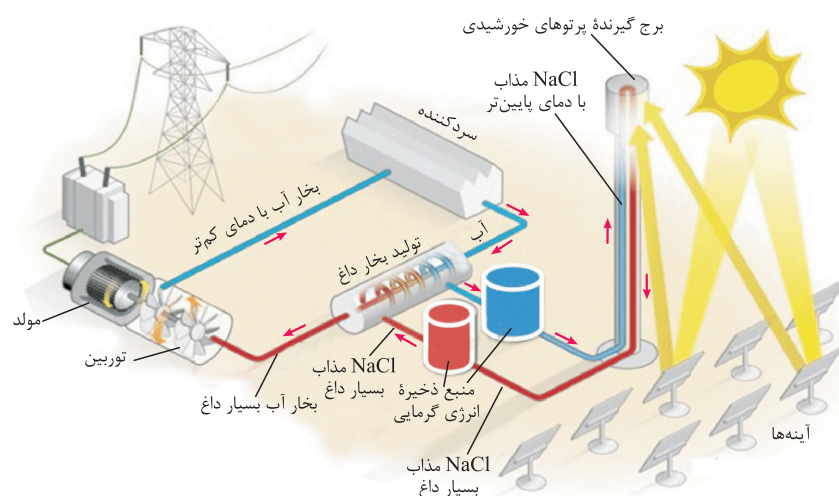
(پ) نقش مولد در این فناوری چیست؟



(۴) افزایش - شارء یونی - خنک کردن بخار آب

پاسخ: گزینه ۱

✓ پاسخ تشریحی



(پ) در این فناوری مولد وسیله‌ای است که انرژی جنبشی بخار آب را به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کند.

کدام مورد نادرست است؟ 

- (۱) فرمول شیمیایی هر ترکیب یونی، ساده‌ترین نسبت کاتیون‌ها و آنیون‌های سازنده آن را نشان می‌دهد.
- (۲) شکنندگی بلور NaCl به دلیل نیروی دافعه‌ای است که بر اثر ضربه و جابه‌جایی لایه‌ها در شبکه ایجاد می‌شود.
- (۳) چگالی بار یون Mg^{2+} از یون Ca^{2+} بیشتر و چگالی بار یون S^{2-} از یون O^{2-} کم‌تر است.
- (۴) عدد کوئوردیناسیون کاتیون و آنیون در ترکیبات یونی دوتایی با هم برابر است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓

عدد کوئوردیناسیون کاتیون و آنیون فقط در ترکیب‌های یونی دوتایی با فرمول کلی AB برابر است در غیر این صورت عدد کوئوردیناسیون یون‌ها متفاوت است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه (۱): هر ترکیب یونی شامل تعداد زیادی کاتیون و آنیون است که فرمول شیمیایی ترکیب، ساده‌ترین نسبت آن‌ها را نشان می‌دهد.
- گزینه (۲): در اثر ضربه، یون‌های هم‌نام کنار هم قرار می‌گیرند و دافعه ایجاد شده میان آن‌ها باعث خرد شدن بلور می‌شود.
- گزینه (۳): شعاع یون Mg^{2+} از Ca^{2+} کوچک‌تر بوده؛ بنابراین با توجه به برابر بودن بار الکتریکی یون‌ها، چگالی بار Mg^{2+} بیشتر است. در مورد S^{2-} و O^{2-} نیز چگالی S^{2-} کم‌تر است، زیرا شعاع آن از O^{2-} بزرگ‌تر است.

نسبت شمار الکترون‌های آزاد به شمار کاتیون‌ها در مدل دریای الکترونی شبکه بلوری آلومینیم با نسبت عدد کوئوردیناسیون آنیون به کاتیون در کدام ترکیب یونی برابر است؟ ۷۸

- (۱) آلومینیم اکسید
(۲) سدیم فسفید
(۳) کلسیم سیلیکات
(۴) روبیدیم سولفید

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ در مدل دریای الکترونی شبکه بلوری آلومینیم به ازای هر کاتیون آلومینیم سه الکترون وجود دارد و نسبت تعداد این الکترون‌ها به تعداد کاتیون‌ها برابر $\frac{۳}{۱}$ است. هم‌چنین می‌دانیم نسبت عدد کوئوردیناسیون آنیون‌ها به کاتیون‌ها با نسبت شمار آن‌ها در شبکه بلوری ترکیب‌های یونی رابطه عکس دارد.

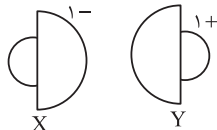
$$\text{آلومینیم اکسید} \Rightarrow \text{Al}_2\text{O}_3 \Rightarrow \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}} = \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{۲}{۳} \times$$

$$\text{سدیم فسفید} \Rightarrow \text{Na}_3\text{P} \Rightarrow \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}} = \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{۳}{۱} \checkmark$$

$$\text{کلسیم سیلیکات} \Rightarrow \text{Ca}_3\text{SiO}_4 \Rightarrow \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}} = \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{۲}{۱} \times$$

$$\text{روبییدیم سولفید} \Rightarrow \text{Rb}_2\text{S} \Rightarrow \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}} = \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{۲}{۱} \times$$

با توجه به شکل زیر که مقایسه شعاع اتمی و شعاع یون‌های پایدار دو عنصر از دوره سوم جدول تناوبی را نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟ **۷۹**



- (۱) امکان تشکیل ترکیب یونی با فرمول YX وجود دارد.
- (۲) چگالی بار یون X^{-} از یون فلئورید بیشتر است.
- (۳) شعاع یونی Y^{+} از شعاع یونی X^{-} کم‌تر است.
- (۴) شمار الکترون‌ها با $l=1$ در اتم Y برابر با ۶ است.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

Y همان فلز سدیم (${}_{11}\text{Na}$) و X نافلز کلر (${}_{17}\text{Cl}$) است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): ترکیب این دو عنصر NaCl خواهد بود که یک ترکیب یونی است.

گزینه (۲): از آن‌جا که کلر و فلئور مربوط به یک دوره از جدول تناوبی هستند، چگالی بار الکتریکی یون فلئورید به دلیل کم‌تر بودن شعاع کاتیون آن بیشتر است.

گزینه (۳): یون Na^{+} به آرایش الکترونی گاز نجیب نئون (${}_{10}\text{Ne}$) و یون Cl^{-} به آرایش الکترونی گاز نجیب آرگون (${}_{18}\text{Ar}$) می‌رسد، پس:

$$\text{شعاع یونی: } \underbrace{\text{Cl}^{-}}_{X^{-}} > \underbrace{\text{Na}^{+}}_{Y^{+}}$$

گزینه (۴): آرایش الکترونی اتم سدیم به صورت زیر است:

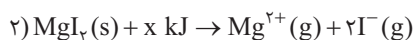
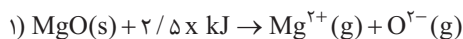
$${}_{11}\text{Na}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^1 \Rightarrow l=1 \text{ الکترون با } 1$$

۸۰ اگر انرژی مورد نیاز برای تولید هر مول یون $Mg^{2+}(g)$ بر اثر فروپاشی شبکه بلور منیزیم اکسید، $2/5$ برابر آنتالپی فروپاشی شبکه بلور منیزیم یدید باشد، انرژی لازم برای فروپاشی هر یک گرم از شبکه بلور منیزیم اکسید به تقریب چند برابر همین مقدار برای بلور منیزیم یدید است؟ ($O = 16, Mg = 24, I = 127 : g.mol^{-1}$)

۱) $17/3$ ۲) $8/9$ ۳) $24/7$ ۴) $34/6$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ واکنش های انجام شده:



اگر آنتالپی فروپاشی شبکه بلور MgI_2 را x در نظر بگیریم، آنتالپی فروپاشی شبکه بلور MgO ، $2/5x$ می باشد و داریم:

$$1 g MgO \times \frac{1 mol MgO}{40 g MgO} \times \frac{2/5 x kJ}{1 mol MgO} = \frac{2/5 x}{40}$$

$$1 g MgI_2 \times \frac{1 mol MgI_2}{278 g MgI_2} \times \frac{x kJ}{1 mol MgI_2} = \frac{x}{278}$$

$$\frac{\frac{2/5 x}{40}}{\frac{x}{278}} = \frac{2/5 \times 278}{40} \approx 17/3$$

۸۱ کدام یک از مطالب زیر درست است؟ ($\text{Ti} = 48, \text{O} = 16, \text{Fe} = 56 : \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) Fe_2O_3 ، TiO_2 و گرافیت از جمله رنگدانه‌های آلی هستند که به ترتیب رنگ‌های سفید، قرمز و سیاه ایجاد می‌کنند.
- (۲) نور همان پرتوی الکترومغناطیسی است که طول موج آن در گستره 400 nm تا 700 nm می‌باشد.
- (۳) اگر یک نمونه ماده همه طول موج‌های مرئی را بازتاب کند، به رنگ سیاه و اگر همه آن‌ها را جذب کند، به رنگ سفید دیده می‌شود.
- (۴) درصد جرمی اکسیژن در TiO_2 بیشتر از درصد جرمی آن در Fe_2O_3 است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓

$$\text{TiO}_2 \text{ درصد جرمی اکسیژن در} = \frac{\text{جرم اکسیژن}}{\text{جرم کل نمونه}} \times 100 = \frac{2 \times 16}{48 + 32} \times 100 = 40\%$$

$$\text{Fe}_2\text{O}_3 \text{ درصد جرمی اکسیژن در} = \frac{\text{جرم اکسیژن}}{\text{جرم کل نمونه}} \times 100 = \frac{3 \times 16}{2 \times 56 + 3 \times 16} \times 100 = 30\%$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): Fe_2O_3 ، TiO_2 و گرافیت از جمله رنگدانه‌های معدنی هستند.

گزینه (۲): نور مرئی دارای طول موج بین 400 تا 700 نانومتر است.

گزینه (۳): ماده سیاه‌رنگ، همه طول موج‌های مرئی را جذب می‌کند و ماده سفیدرنگ همه طول موج‌های مرئی را بازتاب می‌کند.

کدام مورد درست است؟ **۸۲**

- (۱) نقطه ذوب و چگالی تیتانیم از فولاد بیشتر است.
- (۲) نیتینول نوعی آلیاژ هوشمند است که از یک فلز دسته p و یک فلز دسته d ساخته شده است.
- (۳) امروزه در ساخت پروانه کشتی‌ها از تیتانیم استفاده می‌شود، زیرا مقاومت آن در برابر واکنش با ذرات موجود در آب دریا بیشتر است.
- (۴) چشم ما مواد رنگی را با طول موج‌های جذب‌شده آن‌ها می‌بیند.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

واکنش‌پذیری کم تیتانیم علت کارایی آن در ساخت پروانه کشتی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): چگالی Ti از فولاد کم‌تر است.

گزینه (۲): نیتینول آلیاژی از نیکل (فلزی از دسته d) و تیتانیم (فلزی از دسته d) است که به آلیاژ هوشمند معروف می‌باشد.

گزینه (۴): چشم ما مواد رنگی را با طول موج‌های عبوری یا بازتاب‌شده از آن‌ها می‌بیند.

۳۲۵ mg از فلز روی به ۱۰۰ mL محلول ۰/۰۵ مولار نمک وانادیم (V) اضافه شده است و به طور کامل مصرف می شود. ۸۳
رنگ محلول نهایی کدام است؟ ($Zn = ۶۵ \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) بنفش (۲) آبی (۳) زرد (۴) سبز

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓

فرض می کنیم تغییر عدد اکسایش یون وانادیم برابر n باشد، با توجه به تغییرات مواد ضرایب را مشخص می کنیم:



$$\frac{\text{جرم} \times \text{غلظت مولی}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{جرم} \times \text{ضریب}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{۰/۰۵ \times ۱۰۰ \times ۱۰^{-۳}}{۲} = \frac{۳۲۵ \times ۱۰^{-۳}}{n \times ۶۵} \Rightarrow n = ۲$$

پس یون $V^{۵+}$ به میزان ۲ واحد تغییر عدد اکسایش داده و به یون $V^{۳+}$ (محلول سبز رنگ) تبدیل شده است.

۸۴

کدام موارد زیر در ارتباط با تیتانیوم درست است؟

الف) دارای چهار الکترون ظرفیتی است و بالاترین عدد اکسایش آن برابر +۴ است.

ب) همانند فولاد در برابر سایش از مقاومت عالی برخوردار است.

پ) 10 m^3 تیتانیوم خالص در مقایسه با 10 m^3 فولاد، جرم بیشتری دارد.

ت) به دلیل ویژگی‌های خاص، آلیاژ آن در ساخت استنت برای رگ‌ها به کار می‌رود.

(۲) «الف» - «ب»

(۱) «الف» - «ب» - «ت»

(۴) «ب» - «پ» - «ت»

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓

«الف»، «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) آرایش الکترونی Ti به صورت زیر است:



تعداد الکترون‌های لایه ظرفیت: $2+2=4$

بالاترین عدد اکسایش Ti نیز برابر با شمار الکترون‌های ظرفیت آن است.

ب) **درسته!**

پ) چگالی تیتانیوم و فولاد به ترتیب $4/51$ و $7/90$ گرم بر میلی‌لیتر است. در حجم برابر فلزی که چگالی بیشتری دارد، جرم

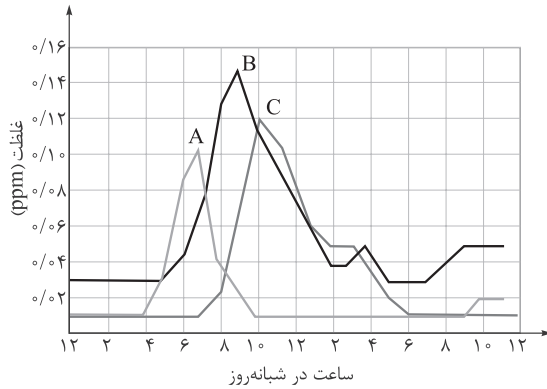
بیشتری نیز دارد؛ بنابراین در حجم 10 m^3 جرم فولاد بیشتر است.

ت) از آلیاژ نیتینول که از دو فلز تیتانیوم و نیکل ساخته شده است. برای ساخت استنت رگ‌ها استفاده می‌شود.

با توجه به نمودار زیر که غلظت سه آلاینده NO ، O_3 و NO_2 را در نمونه‌ای از هوای یک شهر نشان می‌دهد، کدام

۸۵

مورد نادرست است؟



- (۱) C فرآورده حاصل از واکنش A و اکسیژن در حضور نور خورشید است.
- (۲) B به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود.
- (۳) اختلاف عدد اکسایش اکسیژن در A و C برابر با ۲ است.
- (۴) هوای آلوده در بازه زمانی ۸ تا ۱۰ صبح تیره‌تر است.

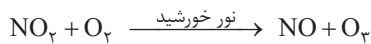
پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓

آلاینده‌های A، B و C به ترتیب گازهای NO ، NO_2 و O_3 هستند.

بیاید به ترتیب گزینه‌ها رو بررسی کنیم:

گزینه (۱): در واکنش تولید اوزون تروپوسفری، گاز NO_2 (B) مصرف می‌شود:



گزینه (۲): B نشان‌دهنده گاز NO_2 است که به رنگ قهوه‌ای روشن است.

گزینه (۳): عدد اکسایش اکسیژن در O_3 برابر با صفر و در NO برابر با -۲ است.

گزینه (۴): بیشترین غلظت گاز قهوه‌ای رنگ NO_2 در بازه زمانی ۸ تا ۱۰ صبح است.

۸۶ کدام موارد زیر نادرست است؟

الف) NO آلاینده‌ای بی‌رنگ است که از واکنش میان فراوان‌ترین گازهای تشکیل‌دهنده هواکره در حضور نور خورشید تشکیل می‌شود.

ب) چهار آلاینده C_xH_y ، CO، SO_2 و NO در خروجی اگزوز خودرو وجود دارند.

پ) در هوای آلوده علاوه بر ترکیبات اکسیژن‌دار، ذره‌های معلق و مواد آلی فرّار نیز وجود دارد.

ت) افزایش دما همانند کاتالیزگر باعث کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش و در نتیجه افزایش سرعت آن می‌شود.

(۲) «ب» - «ت»

(۱) «الف» - «ب»

(۴) «ب» - «پ»

(۳) «الف» - «ت»

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ✓ عبارتهای «الف» و «ت» نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) NO آلاینده‌ای بی‌رنگ است که از واکنش میان گازهای O_2 و N_2 درون موتور خودروها یا رعدوبرق تشکیل می‌شود.

ب) کاملاً درسته!

پ) در هوای آلوده علاوه بر گازهای NO، NO_2 ، SO_2 ، CO و O_3 ذرات معلق و مواد آلی فرّار نیز وجود دارد.

ت) کاتالیزگر عاملی است که می‌تواند انرژی فعال‌سازی یک واکنش معین را کاهش دهد، اما افزایش دما انرژی فعال‌سازی واکنش را تأمین می‌کند.

کدام مورد جزء کاربردهای طیف‌سنجی فروسرخ نیست؟ ۸۷

- (۱) شناسایی آلاینده‌هایی مانند کربن مونوکسید و اکسیدهای نیتروژن
- (۲) استفاده در فناوری MRI
- (۳) شناسایی گروه‌های عاملی مواد آلی
- (۴) شناسایی مولکول‌هایی مانند CO_2 و H_2O

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ MRI نمونه‌ای از کاربردهای طیف‌سنجی است، اما نه طیف‌سنجی فروسرخ!

در صورتی که در یک شهر ۵۰ هزار خودرو در حال تردد باشند و هر خودرو به طور میانگین روزانه ۲۰ کیلومتر مسافت طی کند، استفاده از مبدل کاتالیستی در خودروهای این شهر در مدت یک ماه به تقریب از ورود چه تعداد مولکول نیتروژن مونوکسید به محیط جلوگیری می‌کند؟ ($N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)

فرمول شیمیایی آلاینده		NO
مقدار آلاینده ($g.km^{-1}$)	در نبود مبدل	۱/۰۴
	در مجاورت مبدل	۰/۰۴

$$۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۹} \quad (۲)$$

$$۶/۰۲ \times ۱۰^{۳۰} \quad (۱)$$

$$۱/۲۰۴ \times ۱۰^{۲۹} \quad (۴)$$

$$۱/۲۰۴ \times ۱۰^{۳۰} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا مسافتی که هر خودرو در یک ماه طی می‌کند را محاسبه می‌کنیم:

پاسخ تشریحی ✓

$$۱ \text{ ماه} \times \frac{۳۰ \text{ روز}}{۱ \text{ ماه}} \times \frac{۲۰ \text{ km}}{۱ \text{ روز}} = ۶۰۰ \text{ km}$$

در ادامه، مول NO تولیدی در حضور مبدل کاتالیستی و در نبود آن را به ازای ۵۰۰۰۰ خودرو به دست می‌آوریم:

$$\text{مقدار مول NO در نبود مبدل} \Rightarrow ۵۰۰۰۰ \text{ خودرو} \times \frac{۶۰۰ \text{ km}}{۱ \text{ خودرو}} \times \frac{۱/۰۴ \text{ g NO}}{۱ \text{ km}} \times \frac{۱ \text{ mol NO}}{۳۰ \text{ g NO}} = ۱۰۴۰۰۰۰ \text{ mol NO}$$

$$\text{مقدار مول NO در مجاورت مبدل} \Rightarrow ۵۰۰۰۰ \text{ خودرو} \times \frac{۶۰۰ \text{ km}}{۱ \text{ خودرو}} \times \frac{۰/۰۴ \text{ g NO}}{۱ \text{ km}} \times \frac{۱ \text{ mol NO}}{۳۰ \text{ g NO}} = ۴۰۰۰۰ \text{ mol NO}$$

$$\text{اختلاف مول NO} = ۱۰۴۰۰۰۰ - ۴۰۰۰۰ = ۱۰۰۰۰۰۰$$

$$۱۰^۶ \text{ mol NO} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{ NO مولکول}}{۱ \text{ mol NO}} = ۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۹} \text{ NO مولکول}$$

کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟ **۸۹**

- (۱) در همه واکنش‌ها افزایش دما سرعت واکنش را افزایش می‌دهد.
- (۲) تنها روش تأمین انرژی فعال‌سازی در یک واکنش، گرمادادن به آن است.
- (۳) فسفر سفید برخلاف گاز هیدروژن در دمای اتاق می‌سوزد.
- (۴) مطابق نمودار «انرژی - پیشرفت واکنش» رسیدن به سد انرژی در تمام واکنش‌ها فرایندی گرماگیر است.

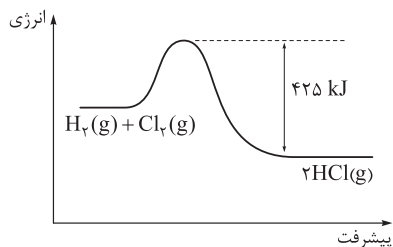
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

از روش‌های تأمین انرژی فعال‌سازی، می‌توان به گرمادادن به واکنش‌دهنده‌ها و ایجاد جرقه در مخلوط واکنش اشاره کرد. بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه (۱): در همه واکنش‌ها شامل گرماده و گرماگیر، افزایش دما سبب افزایش سرعت واکنش می‌شود.
- گزینه (۳): انرژی لازم برای انجام واکنش سوختن گاز هیدروژن نسبت به فسفر سفید بیشتر است.
- گزینه (۴): رسیدن به قله نمودار «انرژی - پیشرفت واکنش» همان تأمین انرژی فعال‌سازی واکنش است، پس *درسته!*

۹۰. با توجه به جدول و نمودار زیر، انرژی فعال سازی واکنش داده شده، چند کیلوژول است؟



پایوند	آنتالپی (kJ.mol ⁻¹)
H — H	۴۳۶
Cl — Cl	۲۴۱
H — Cl	۴۳۱

۲۵۰ (۴)

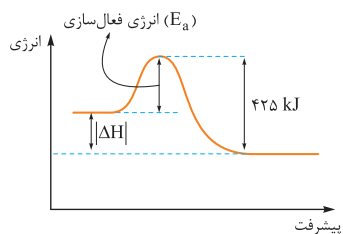
۲۵۵ (۳)

۲۴۵ (۲)

۲۴۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓



گام اول، با استفاده از آنتالپی های پیوند، ΔH واکنش را حساب می کنیم:



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [436 + 241] - [2 \times 431] = -185 \text{ kJ}$$

گام دوم، با توجه به نمودار و با استفاده از ΔH واکنش، انرژی فعال سازی (E_a) را محاسبه می کنیم:

$$E_a = 425 - |-185| = 240 \text{ kJ}$$

کدام مورد درباره واکنش $2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(l)$ در دمای اتاق درست است؟

۹۱

- (۱) به دلیل سطح تماس بیشتر، سرعت انجام آن در حضور پودر روی نسبت به توری پلاتینی بیشتر است.
- (۲) جرقه با کاهش انرژی فعال سازی این واکنش، باعث انجام آن با سرعت انفجاری می شود.
- (۳) آنتالپی واکنش در حضور جرقه یا پودر روی یکسان است.
- (۴) این واکنش بدون حضور کاتالیزگر در دمای اتاق انجام نمی شود.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

آنتالپی واکنش در همه مسیرها ثابت است و به مسیر انجام واکنش بستگی ندارد.

بررسی سایر گزینه ها:

- گزینه (۱): توری پلاتینی انرژی فعال سازی واکنش را نسبت به پودر روی بیشتر کاهش می دهد؛ در نتیجه می توان گفت که سرعت انجام واکنش در حضور توری پلاتینی نسبت به پودر روی، بیشتر است.
- گزینه (۲): جرقه باعث کاهش انرژی فعال سازی نمی شود؛ جرقه انرژی فعال سازی واکنش را تأمین می کند و در نتیجه واکنش با سرعت بالا انجام می شود.
- گزینه (۴): انرژی فعال سازی سوختن هیدروژن در دمای اتاق بالاست و این واکنش، بدون حضور کاتالیزگر در دمای اتاق انجام نمی شود.

۹۲ انرژی فعال سازی واکنش $A_2 + B_2 \rightarrow 2AB$ برابر 264 kJ و آنتالپی آن برابر 118 kJ است. اگر در حضور کاتالیزگر، تفاوت سطح انرژی فراورده ها و سد انرژی (قله نمودار انرژی - پیشرفت واکنش) برابر 283 kJ باشد، کاتالیزگر انرژی فعال سازی واکنش را چند درصد کاهش می دهد؟

۷۵ (۴)

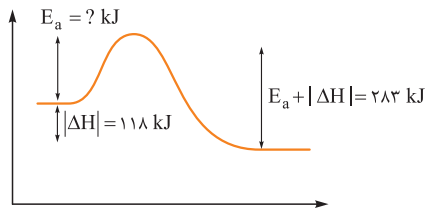
۶۲ / ۵ (۳)

۳۷ / ۵ (۲)

۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ از آنجایی که ΔH واکنش یک عدد منفی است، ما با یک واکنش گرماده سروکار داریم. حال با توجه به این که در حضور کاتالیزگر تفاوت سطح انرژی فراورده ها با سد انرژی 283 kJ می شود، مقدار کاهش انرژی فعال سازی (E_a) را حساب می کنیم.



$$\text{در حضور کاتالیزگر } E_a : 283 - 118 = 165 \text{ kJ}$$

$$\text{تغییرات } E_a : E_{a_1} - E_{a_2} = 165 - 264 = -99$$

$$\text{درصد تغییرات انرژی فعال سازی} = \frac{\text{تغییرات}}{\text{مقدار اولیه}} \times 100 = \frac{-99}{264} \times 100 = -37.5\%$$

حضور کاتالیزگر، انرژی فعال سازی واکنش را 37.5% درصد کاهش داده است.

۹۳ کدام مورد دربارهٔ مبدل‌های کاتالیستی خودروهای بنزینی نادرست است؟

- (۱) نشان دادن کاتالیزگرهای آن روی سطح دانه‌های ریز سرامیک باعث افزایش کارایی مبدل کاتالیستی می‌شود.
- (۲) برای مدت طولانی کار می‌کند، اما پس از مدت معینی کارایی آن کاهش می‌یابد و دیگر قابل استفاده نیست.
- (۳) آلاینده‌های CO ، NO_x و C_xH_y در آن به موادی بی‌خطر یا کم‌خطر تبدیل می‌شوند.
- (۴) کاتالیزگرهای مورد استفاده در این مبدل‌ها، همگی جزء فلزهای واسطه هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ تشریحی ✓

آلاینده‌های ورودی مبدل‌های کاتالیستی خودروهای بنزینی طبق کتاب درسی CO ، NO و C_xH_y هستند و NO_x بین آن‌ها نیست. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): برای افزایش کارایی مبدل کاتالیستی، گاهی سرامیک را به شکل دانه‌های ریز درمی‌آورند و کاتالیزگرها را روی سطح آن می‌نشانند.

گزینهٔ (۲): عیناً متن کتابه!

گزینهٔ (۴): کاتالیزگرهای مبدل کاتالیستی پلاتین (Pt)، پالادیم (Pd) و رودیم (Rh) هستند که همگی جزء فلزهای واسطه هستند.

۹۴ کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- الف) با افزایش تعداد کربن ارزش سوختی هیدروکربن‌ها برخلاف الکل‌های یک‌عاملی کاهش می‌یابد.
- ب) اگر اتم مرکزی به اتم‌های کناری متفاوت با پیوند اشتراکی متصل باشد، به کار بردن عبارت «میانگین آنتالپی پیوند» برای چنین مولکول‌هایی مناسب‌تر است.
- پ) به دلیل تولید انرژی در واکنش اکسایش گلوکز در بدن، دمای واکنش دهنده‌ها پیش از آغاز واکنش از فرآورده‌های نهایی کم‌تر است.
- ت) شیمی‌دان‌ها تغییر آنتالپی هر واکنش را هم‌ارز گرمایی می‌دانند که در فشار ثابت با محیط پیرامون دادوستد می‌کند.
- ۱) «الف» و «پ» ۲) «الف» و «ت»
- ۳) «ب» و «پ» ۴) فقط «ت»

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

موارد «الف» و «ت» درست‌اند.

بررسی موارد:

- الف) با افزایش تعداد کربن در هیدروکربن‌ها ارزش سوختی آن‌ها کاهش می‌یابد، در حالی که در الکل‌ها با افزایش تعداد کربن و جرم مولی ارزش سوختی افزایش می‌یابد.
- ب) در مولکول‌هایی که اتم مرکزی به چند اتم کناری یکسان با پیوند اشتراکی متصل است، به کار بردن میانگین آنتالپی پیوند مناسب‌تر است.
- پ) با وجود تولید انرژی در واکنش اکسایش گلوکز در بدن، دمای بدن تغییر محسوسی نمی‌کند ($\Delta\theta = 0$)، در واقع واکنش در دمای ثابت انجام می‌شود.
- ت) کاملاً درسته!

تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها با فراورده‌ها در معادلهٔ نمادین واکنش زیر کدام است و در این واکنش به ازای مصرف ۳۴/۵ گرم مادهٔ A، چند گرم مادهٔ B تولید می‌شود؟ (بازده واکنش را ۸۰ درصد در نظر بگیرید، $H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

آب + دومین عضو خانوادهٔ آلدهیدها (B) → گاز اکسیژن + دومین عضو خانوادهٔ الکل‌ها (A)

$$26/4 - 2 \quad (2)$$

$$33 - 2 \quad (1)$$

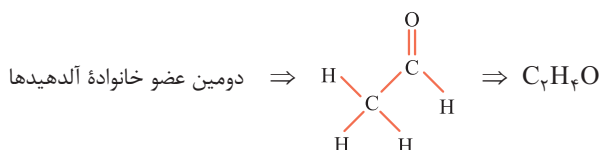
$$26/4 - 1 \quad (4)$$

$$33 - 1 \quad (3)$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ تشریحی ✓ معادلهٔ واکنش انجام‌شده را نوشته و موازنه می‌کنیم:

دومین عضو خانوادهٔ الکل‌ها ⇒ اتانول ⇒ C_2H_5OH



معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش: $2C_2H_5OH + 1O_2 \rightarrow 2C_2H_4O + 2H_2O$

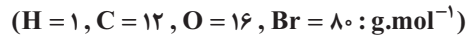
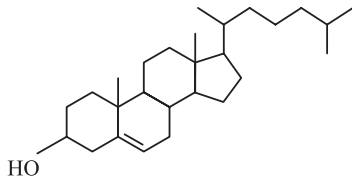
پس تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها با فراورده‌ها برابر $4 - 3 = 1$ است.

برای محاسبهٔ قسمت دوم، از کسر تبدیل کمک می‌گیریم و در انتها کسر $\frac{\text{بازده درصدی}}{100}$ را در آن ضرب می‌کنیم:

$$34/5 \text{ g A} \times \frac{1 \text{ mol A}}{46 \text{ g A}} \times \frac{2 \text{ mol B}}{2 \text{ mol A}} \times \frac{44 \text{ g B}}{1 \text{ mol B}} \times \frac{80}{100} = 26/4 \text{ g B}$$

۹۶

با توجه به ساختار کلسترول که به صورت زیر است، کدام مورد نادرست است؟



(۱) سوختن ۱ مول از آن ۴۱۴ گرم آب تولید می‌کند.

(۲) تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی یگانه در ساختار آن

با تعداد پیوندهای C—H برابر با ۳۰ است.

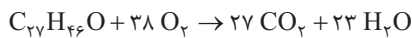
(۳) ۵/۰ مول از آن قادر است با ۸۰ گرم برم به طور کامل واکنش دهد.

(۴) تعداد پیوند دوگانه آن نصف تعداد جفت‌الکترون ناپیوندی آن است.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): معادله موازنه‌شده واکنش سوختن کامل کلسترول به صورت زیر است:



پس به ازای هر مول کلسترول در این واکنش ۴۱۴ گرم آب تولید می‌شود:

$$1 \text{ mol کلسترول} \times \frac{23 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol کلسترول}} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 414 \text{ g } H_2O$$

گزینه (۲):

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{(C \times 4) + (H \times 1) + (O \times 2)}{2} = \frac{(27 \times 4) + (46 \times 1) + (1 \times 2)}{2} = 78$$

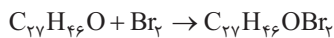
چون تعداد پیوندهای اشتراکی یگانه پرسیده شده و ما در ساختار کلسترول یک پیوند دوگانه داریم، باید تعداد پیوندهای دوگانه را از تعداد کل پیوندهای اشتراکی کم کنیم:

$$78 - 2 = 76 \Rightarrow \text{پیوند اشتراکی یگانه}$$

در مولکول کلسترول ۴۶ اتم هیدروژن وجود دارد که از این بین یکی از آن‌ها به اکسیژن وصل است و مابقی به کربن متصل می‌باشند.

این یعنی ما ۴۵ پیوند C—H در کلسترول داریم که اختلاف آن با تعداد پیوندهای اشتراکی یگانه برابر با ۳۱ - ۴۵ = ۷۶ است.

گزینه (۳): با توجه به این که در ساختار کلسترول یک پیوند دوگانه C=C وجود دارد، معادله واکنش کلسترول با برم به صورت زیر است:



$$5/0 \text{ mol کلسترول} \times \frac{1 \text{ mol } Br_2}{1 \text{ mol کلسترول}} \times \frac{160 \text{ g } Br_2}{1 \text{ mol } Br_2} = 80 \text{ g } Br_2$$

گزینه (۴): کلسترول دارای یک پیوند دوگانه و دو جفت‌الکترون ناپیوندی است.

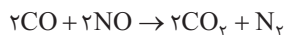
۹۷ کدام مورد نادرست است؟

- (۱) تأمین شرایط بهینه برای انجام واکنش تولید متان از گرافیت و گاز هیدروژن بسیار دشوار و پرهزینه است.
- (۲) از جمله واکنش‌هایی که آنتالپی آن را نمی‌توان به روش تجربی به دست آورد، واکنش تولید CO از گرافیت است.
- (۳) ΔH فرایندهای انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند را می‌توان با گرماسنج لیوانی اندازه گرفت.
- (۴) تبدیل کربن مونوکسید و نیتروژن مونوکسید به فراورده‌هایی با آلاینده‌گی کمتر، فرایندی گرماگیر است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓

با انجام واکنش زیر، آلاینده‌هایی مانند CO و NO به گازهایی پایدارتر و با آلاینده‌گی کمتر تبدیل می‌شوند:



با توجه به این که در این واکنش پایداری فراورده‌ها بیشتر است؛ پس این واکنش گرماده بوده و با آزادشدن انرژی همراه است.

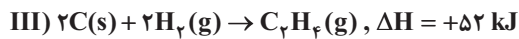
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): واکنش تولید متان از گرافیت و گاز هیدروژن شرایط بهینه پرهزینه و دشواری نیاز دارد که به همین خاطر، تعیین ΔH این واکنش به روش تجربی امکان‌پذیر نیست.

گزینه (۲): چون CO_2 نسبت به CO پایدارتر است، سوختن گرافیت منجر به تولید CO_2 می‌شود و حتی اگر اکسیژن محیط ناکافی باشد، واکنش تولید CO و CO_2 هم‌زمان انجام می‌شود، به همین دلیل نمی‌توان ΔH واکنش تولید CO از گرافیت را به روش تجربی اندازه گرفت.

گزینه (۳): گرماسنج لیوانی برای اندازه‌گیری گرمای واکنش‌هایی مناسب‌تر است که با مواد گازی شکل سروکار ندارند، مثل فرایند انحلال یا واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند.

۹۸ با توجه به واکنش‌های زیر به ازای تولید ۶۱۷ کیلوژول انرژی در واکنش $C_2H_4(g) + 6F_2(g) \rightarrow 2CF_4(g) + 4HF(g)$ به تقریب چند لیتر هیدروژن فلوئورید تولید می‌شود؟ (شرایط انجام واکنش STP است.)



۲ / ۸ L (۲)

۵ / ۶ L (۱)

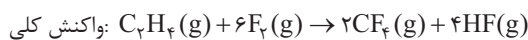
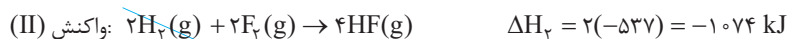
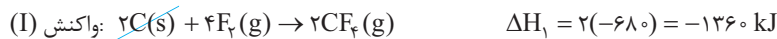
۲۲ / ۴ L (۴)

۱۱ / ۲ L (۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓

معادله‌های داده‌شده را در ضریب‌های مورد نیاز ضرب کرده و در صورت نیاز معکوس می‌کنیم. سپس با توجه به قانون هس، معادله اصلی و ΔH آن را از مجموع معادله‌ها و ΔH آن‌ها به دست می‌آوریم. در معادله واکنش مورد نظر $C_2H_4(g)$ در سمت چپ معادله با ضریب ۱ قرار دارد، در نتیجه واکنش (III) را معکوس می‌کنیم. همچنین $CF_4(g)$ با ضریب ۲ در سمت راست معادله قرار دارد، در نتیجه معادله (I) را در ۲ ضرب می‌کنیم. معادله (II) را نیز در ۲ ضرب می‌کنیم تا ۴ عدد $HF(g)$ در سمت راست داشته باشیم:



ΔH واکنش کلی: $-1360 - 1074 - 52 = -2486 \text{ kJ}$

بنابراین به ازای مصرف ۱ مول اتن ۲۴۸۶ کیلوژول گرما آزاد می‌شود. حالا باید محاسبه کنیم که به ازای تولید ۶۱۷ کیلوژول انرژی چند لیتر HF تولید می‌شود:

$$617 \text{ kJ} \times \frac{4 \text{ mol HF}}{2486 \text{ kJ}} \times \frac{22.4 \text{ L HF}}{1 \text{ mol HF}} \approx 22.4 \text{ L HF}$$

۹۹ کدام مطلب در مورد بنزوئیک اسید به درستی بیان شده است؟

- (۱) یک کربوکسیلیک اسید آروماتیک است که هر مول آن با ۴ مول هیدروژن سیر می‌شود.
- (۲) تعداد هیدروژن‌های آن ۴ واحد کم‌تر از تعداد هیدروژن‌های نفتالن است.
- (۳) در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد و به عنوان طعم‌دهنده به مواد غذایی اضافه می‌شود.
- (۴) اگر مقدار کافی آن را با محلول پتاسیم پرمنگنات مخلوط کرده و حرارت دهیم، محلول بی‌رنگ می‌شود.

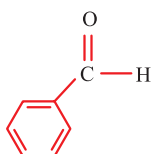
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓

محلول بنفش‌رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی، با گرم‌شدن محلول به سرعت بی‌رنگ می‌شود.

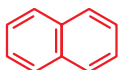
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): بنزوئیک اسید یک کربوکسیلیک اسید آروماتیک است که دارای سه پیوند $C=C$ است، پس هر مول آن با سه مول H_2 سیر می‌شود.



بنزوئیک اسید

گزینه (۲): بنزوئیک اسید یا $C_7H_6O_2$ دارای ۶ اتم هیدروژن است و ۲ تا از تعداد هیدروژن‌های نفتالن ($C_{10}H_8$) کم‌تر است.



نفتالن

گزینه (۳): بنزوئیک اسید جزء نگهدارنده‌های مواد غذایی است، نه طعم‌دهنده!

۱۰۰ در واکنش موازنه نشده $A + B \rightarrow D$ سرعت متوسط تغییر جرم ماده A سه برابر ماده B و $1/5$ برابر ماده D است. هم چنین جرم مولی ماده D، $1/5$ برابر ماده B و سه برابر ماده A است. با توجه به اطلاعات سؤال کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) ضریب استوکیومتری ماده A، ۶ برابر ضریب استوکیومتری ماده B است.
- (۲) سرعت واکنش برحسب مول بر زمان برابر با سرعت تغییر جرم ماده D تقسیم بر جرم مولی آن است.
- (۳) در واحد زمان، تغییر شمار مول های ماده D از تغییر شمار مول های ماده B بیشتر است.
- (۴) تفاوت ضریب استوکیومتری فرآورده با مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده ها برابر ۱۷ است.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓ با توجه به داده های سؤال در مورد نسبت سرعت متوسط تغییر جرم مواد در واکنش و نسبت جرم مولی آن ها می توان نتیجه گرفت که:

$$\frac{\text{تغییر جرم D}}{\Delta t} = \frac{1}{5} \times \frac{\text{تغییر جرم B}}{\Delta t} = \frac{1}{5} \times \frac{\text{تغییر جرم A}}{\Delta t} \Rightarrow \text{تغییر جرم A} = 3 \times \text{تغییر جرم B} = \frac{1}{5} \times \text{تغییر جرم D}$$

$$(\text{ضریب D} \times \text{جرم مولی D}) = \frac{1}{5} (\text{ضریب B} \times \text{جرم مولی B}) = 3 (\text{ضریب A} \times \text{جرم مولی A})$$

با توجه به نسبت های جرم مولی مواد می توان نوشت:

$$(\text{ضریب D} \times \text{جرم مولی D}) = \frac{1}{5} (\text{ضریب B} \times \text{جرم مولی B}) = 3 (\text{ضریب A} \times \text{جرم مولی A})$$

$$\Rightarrow \text{ضریب C} \times 4 = \text{ضریب B} \times 6 = \text{ضریب A} \times 18$$

بررسی گزینه ها:

گزینه (۱): ضریب استوکیومتری ۶A برابر ماده B است.

گزینه (۲): طبق رابطه زیر سرعت واکنش برحسب مول بر زمان برابر است با:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{|\Delta n_D|}{\Delta t} = \frac{\text{تغییر جرم D}}{\text{ضریب استوکیومتری D} \times \text{جرم مولی D}}$$

با توجه به ساده ترین نسبت میان ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده ها، واکنش موازنه شده، به شکل زیر است:

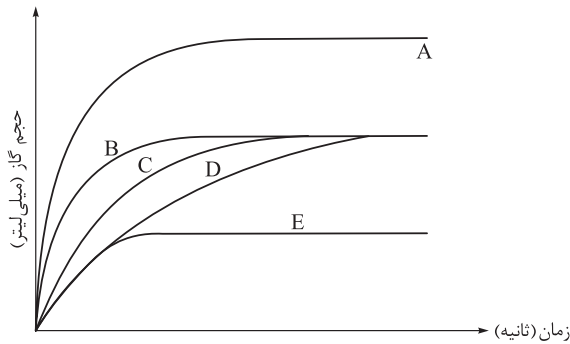


در نتیجه سرعت واکنش برابر است با: $\frac{\text{تغییر جرم D}}{\text{جرم مولی D} \times 4}$

گزینه (۳): ضریب استوکیومتری ماده D بیشتر از ضریب استوکیومتری ماده B است، در نتیجه تغییر شمار مول های آن در واحد زمان نیز بیشتر است.

گزینه (۴): اختلاف مجموع ضرایب استوکیومتری بین فرآورده و واکنش دهنده ها برابر $17 = 4 - 3 - 18$ است.

۱۰۱ با توجه به نمودار زیر که مربوط به واکنش نوار منیزیم با هیدروکلریک اسید و تولید منیزیم کلرید و گاز هیدروژن می‌باشد، کدام مورد نادرست است؟



- ۱) از مقایسه نمودارهای A و E متوجه می‌شویم که میزان واکنش‌دهنده مصرفی در آن‌ها برابر نبوده است.
- ۲) اگر نمودار B مربوط به واکنش منیزیم کافی با ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار HCl باشد، نمودار A می‌تواند مربوط به واکنش منیزیم کافی با ۳۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲۵ مولار HCl باشد.
- ۳) نمودار B و D به ترتیب می‌توانند مربوط به استفاده از کاتالیزگر و سردکردن در واکنش C باشند.
- ۴) اگر نمودار B مربوط به واکنش کامل پودر منیزیم با ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار HCl باشد، نمودار C می‌تواند مربوط به واکنش کامل قطعه منیزیمی با ۳۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار HCl باشد.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ✓

استفاده از پودر منیزیم به جای قطعه منیزیم باعث افزایش سرعت واکنش می‌شود (به دلیل افزایش سطح تماس). شیب نمودار B نسبت به C بیشتر است که به معنی سرعت بیشتر واکنش در نمودار B است، اما باید دقت کرد مقدار نهایی H_2 در دو نمودار برابر است، در حالی که شمار مول‌های HCl در ۳۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار HCl نسبت به ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار HCl بیشتر است ($۰/۲ \times ۳۰۰ > ۰/۲ \times ۲۰۰$)؛ در نتیجه گاز H_2 بیشتری تولید می‌کند.

غلظت B حجم B غلظت C حجم C

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱): با توجه به حجم گاز هیدروژن تولیدشده در انتهای واکنش در نمودار A و E می‌توان نتیجه گرفت که مقدار واکنش‌دهنده‌ها در نمودار A بیشتر از مقدار واکنش‌دهنده‌ها در نمودار E است.

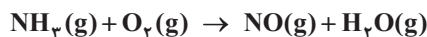
گزینه ۲): شیب نمودار A نسبت به شیب نمودار B بیشتر است، پس سرعت واکنش در نمودار A بیشتر است. هم‌چنین مقدار نهایی فراورده‌ها و در نتیجه مقدار مواد واکنش‌دهنده در نمودار A بیشتر است. حال اگر نمودار B مربوط به واکنش منیزیم با ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار HCl باشد، نمودار A باید مربوط به واکنشی باشد که مقدار مول واکنش‌دهنده‌ها بیشتر باشد

($۰/۲ \times ۳۰۰ > ۰/۲ \times ۲۵۰$) و هم‌چنین غلظت بیشتری داشته باشد (مولار ۰/۲۵ < مولار ۰/۲).

حجم B غلظت B غلظت A حجم A غلظت C حجم C

گزینه ۳): استفاده از کاتالیزگر (نمودار B) باعث افزایش سرعت واکنش و شیب نمودار می‌شود و سردکردن مواد واکنش‌دهنده باعث کاهش سرعت واکنش و شیب نمودار D می‌شود. هم‌چنین هیچ‌یک از این فرایندها، مقدار نهایی فراورده واکنش را تغییر نمی‌دهند.

واکنش زیر در یک ظرف سر بسته در شرایط STP انجام می شود. (معادله واکنش موازنه شود، ۱۰۲)

$$(H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1})$$


اگر سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن $4/5 \times 10^{-2}$ مول بر ثانیه باشد، کدام یک از موارد زیر درست است؟

الف) اختلاف سرعت واکنش با سرعت مصرف آمونیاک برابر $3/6 \times 10^{-2}$ مول بر ثانیه است.

ب) اگر شمار مول های اولیه آمونیاک برابر ۶ باشد، پس از گذشت ۵۰ ثانیه، ۷۱/۴ گرم آمونیاک در ظرف وجود دارد.

پ) پس از گذشت دو دقیقه ۱۲۹/۶ گرم گاز نیتروژن مونوکسید تولید شده است.

ت) پس از گذشت ۱۰ ثانیه، ۱۰۰۸ میلی لیتر بخار آب تولید می شود.

(۲) «الف» و «پ»

(۱) «الف» و «ب»

(۴) «پ» و «ت»

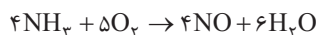
(۳) «ب» و «پ»

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

موارد «ب» و «پ» درست اند.

در ابتدا موازنه واکنش را انجام می دهیم:



$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \left| \frac{-\Delta n O_2}{\Delta t} \right| = \frac{4/5 \times 10^{-2}}{5} = 0/9 \times 10^{-2} \text{ mol.s}^{-1}$$

بررسی موارد:

الف)

$$\bar{R}_{NH_3} = \bar{R}_{\text{واکنش}} \times 4 = 3/6 \times 10^{-2} \Rightarrow \bar{R}_{NH_3} - \bar{R}_{\text{واکنش}} = 3/6 \times 10^{-2} - 0/9 \times 10^{-2} = 2/7 \times 10^{-2}$$

ب)

$$\bar{R}_{NH_3} = \left| \frac{\Delta n NH_3}{\Delta t} \right| = 3/6 \times 10^{-2} = \frac{-\Delta n NH_3}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta n NH_3 = -1/8 \text{ mol} = n_p - 6 \Rightarrow n_p = 4/2 \text{ mol } NH_3 \text{ در ظرف باقی می ماند.}$$

$$4/2 \text{ mol } NH_3 \times \frac{17 \text{ g } NH_3}{1 \text{ mol } NH_3} = 71/4 \text{ g } NH_3$$

پ)

$$\bar{R}_{NO} = \frac{\Delta n NO}{\Delta t} = 4\bar{R}_{\text{واکنش}} \Rightarrow 3/6 \times 10^{-2} = \frac{\Delta n NO}{12 \text{ s}} \Rightarrow \Delta n NO = 4/32 \text{ mol}$$

$$4/32 \text{ mol } NO \times \frac{30 \text{ g } NO}{1 \text{ mol } NO} = 129/6 \text{ g } NO$$

ت)

$$\bar{R}_{H_2O} = 6\bar{R}_{\text{واکنش}} = 5/4 \times 10^{-2} = \frac{\Delta n H_2O}{\Delta t} = \frac{\Delta n H_2O}{10 \text{ s}}$$

$$\Rightarrow \Delta n H_2O = 0/54 \text{ mol } H_2O \Rightarrow 0/54 \text{ mol } H_2O \times \frac{22/4 \text{ L}}{1 \text{ mol } H_2O} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 12096 \text{ mL } H_2O$$

۱۰۳ کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) سرعت متوسط تولید یا مصرف ماده‌ای در واکنش شیمیایی می‌تواند با سرعت واکنش برابر باشد.
- (۲) در یک واکنش شیمیایی کامل، غلظت تمام واکنش‌دهنده‌ها در پایان به صفر می‌رسد.
- (۳) شعله آتش، گرد آهن موجود در کپسول چینی را داغ و سرخ می‌کند؛ در حالی که پاشیدن گرد آهن روی شعله سبب سوختن آن می‌شود.
- (۴) ΔH واکنش تهیه هیدروژن پراکسید از واکنش مستقیم میان گازهای هیدروژن و اکسیژن را نمی‌توان به روش تجربی تعیین نمود.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ✓

در یک واکنش کامل، غلظت یک یا چند تا از واکنش‌دهنده‌ها در پایان به صفر می‌رسد. در شرایطی که مقدار اولیه واکنش‌دهنده‌ها با ضرایب استوکیومتری آن‌ها متناسب نباشد، غلظت برخی از واکنش‌دهنده‌ها پس از اتمام کامل واکنش به صفر نخواهد رسید.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه (۱): اگر ضریب استوکیومتری ماده‌ای برابر ۱ باشد، سرعت مصرف یا تولید آن ماده با سرعت واکنش برابر است.
- گزینه (۳): به دلیل سطح تماس بیشتر، پاشیدن گرد آهن روی شعله سبب واکنش سریع‌تری نسبت به گرد آهن در کپسول چینی می‌شود که در معرض شعله قرار گرفته است و در نتیجه گرد آهن پاشیده شده می‌سوزد.
- گزینه (۴): کاملاً درست!

۱۰۴ جدول زیر حجم گاز آزادشده در شرایط STP از واکنش کلسیم کربنات و هیدروکلریک اسید را در بازه‌های زمانی متفاوت نشان می‌دهد. سرعت واکنش در ۲۵ ثانیه اول، تقریباً چند مول بر دقیقه است و جرم مخلوط اولیه به تقریب چند گرم می‌باشد؟ (جرم مخلوط در ثانیه ۲۵ برابر ۶۳/۶ گرم است، $C = ۱۲$, $O = ۱۶$: $g \cdot mol^{-1}$)

زمان	۵ ثانیه اول	۵ ثانیه دوم	۵ ثانیه سوم	۵ ثانیه چهارم	۵ ثانیه پنجم
حجم گاز تولیدشده (mL)	۱۵۶/۸	۱۱۲	۷۸/۴	۶۷/۲	۵۸/۲۴



$$(۱) \quad ۶۴/۵۲ - ۵/۰۶ \times ۱۰^{-۲}$$

$$(۲) \quad ۶۴/۵۲ - ۲/۵۳ \times ۱۰^{-۲}$$

$$(۳) \quad ۶۴/۶۲ - ۵/۰۶ \times ۱۰^{-۲}$$

$$(۴) \quad ۶۴/۶۲ - ۲/۵۳ \times ۱۰^{-۲}$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ✓ سرعت واکنش را براساس حجم گاز تولیدشده در ۲۵ ثانیه اول محاسبه می‌کنیم:

$$\text{حجم گاز } CO_2 \text{ تولیدشده} \Rightarrow ۱۵۶/۸ + ۱۱۲ + ۷۸/۴ + ۶۷/۲ + ۵۸/۲۴ = ۴۷۲/۶۴ \text{ mL}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{CO_2} = \frac{\Delta V(CO_2)}{\Delta t} = \frac{(۴۷۲/۶۴ - ۰)}{۲۵} \approx ۱۸/۹۰$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل واحد سرعت}} \frac{۱۸/۹۰ \text{ mL}}{s} \times \frac{۶۰ s}{۱ \text{ min}} \times \frac{۱ L}{۱۰۰۰ \text{ mL}} \times \frac{۱ \text{ mol}}{۲۲/۴ L} \approx ۵/۰۶ \times ۱۰^{-۲} \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

جرم مخلوط اولیه برابر با مجموع جرم گاز تولیدشده و جرم مخلوط در همان زمان می‌باشد. در ثانیه ۲۵ واکنش داریم:

$$\text{جرم مخلوط واکنش در ثانیه ۲۵} = ۶۳/۶ \text{ g}$$

$$\text{جرم گاز } CO_2 \text{ تولیدشده} \Rightarrow \underbrace{۴۷۲/۶۴ \text{ mL}}_{\text{حجم گاز تولیدشده در ۲۵ ثانیه}} \times \frac{۱ \text{ mol}}{۲۲۴۰۰ \text{ mL}} \times \frac{۴۴ \text{ g}}{۱ \text{ mol}} \approx ۰/۹۲ \text{ g}$$

$$\text{جرم مخلوط اولیه} = ۶۳/۶ \text{ g} + ۰/۹۲ \text{ g} = ۶۴/۵۲ \text{ g}$$

۱۰۵ کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) سهم تولید گاز گلخانه‌ای CO_2 در ردپای غذا به مراتب بیشتر از سوختن سوخت‌ها در خودروها، کارخانه‌ها و ... است.
- (۲) انحلال آمونیوم نیترات برخلاف کلسیم کلرید یک انحلال گرماده است و با آزادسازی انرژی همراه است.
- (۳) کلسترول یکی از مواد آلی موجود در غذاهای جانوری است که مقدار اضافی آن در دیوارهٔ رگ‌ها رسوب می‌کند.
- (۴) واکنش $\text{H}_2(\text{g}) + \text{I}_2(\text{s}) \rightarrow 2\text{HI}(\text{g})$ برخلاف $\text{H}_2(\text{g}) + \text{I}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{HI}(\text{g})$ یک واکنش گرماگیر است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ تشریحی ✓

انحلال آمونیوم نیترات برخلاف کلسیم کلرید یک انحلال گرماگیر است و از فرایند انحلال آن در بسته‌های سرمازا برای سردکردن محل آسیب دیدگی استفاده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): چهرهٔ پنهان ردپای غذا نشان می‌دهد که سهم تولید گاز گلخانه‌ای کربن دی‌اکسید در فرایند تولید غذا به مراتب بیشتر از سوختن سوخت‌ها در خودروها و کارخانه‌ها است.

گزینهٔ (۳): عیناً متن کتابه!

گزینهٔ (۴): براساس تمرین‌های دوره‌ای کتاب درسی، واکنش $\text{H}_2(\text{g}) + \text{I}_2(\text{s}) \rightarrow 2\text{HI}(\text{g})$ برخلاف $\text{H}_2(\text{g}) + \text{I}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{HI}(\text{g})$ یک واکنش گرماگیر است.